

# 部分的コヒーレント光によるスリットの回折像

## —顕微鏡の場合—

Diffraction Image of Partially Coherent Light by a Slit Object in an Ordinary Microscopy

鈴木 恒子・朝倉 利光

### 1. 緒 論

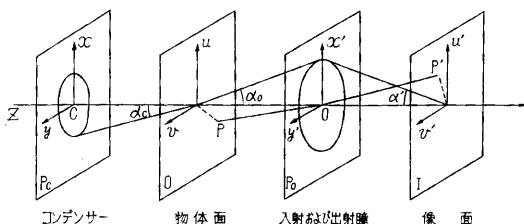
光のコヒーレンスに関する理論は、ここ数年来盛んに研究され、その実験データとの比較や応用に関する論文も多数出てきている。その代表的なものとして Tompson-Wolf<sup>1)2)</sup> の実験等をあげることができる。Hariharan と Sen<sup>3)</sup> の実験はマイケルソン干渉計を用いたもので、部分的コヒーレンスと干渉縞のコントラストを最も簡明に示している。Parrent と Skinner<sup>4)</sup> はコヒーレント、部分的コヒーレント、インコヒーレントな光で照明されたスリットのフランホーファ回折像の強度分布を計算している。Bakos と Kántor<sup>5)</sup> は、Young-Rubinovicz の原理を基にして、有限な大きさの光源によるスリットの回折像の強度分布をコヒーレンス度をパラメーターとして実験で求め、理論上の計算値との一致を見ている。

顕微鏡においては、Canals-Frau と Rousseau<sup>6)</sup> が不透明な線、刃形の縁、不透明な円盤等の像を種々のコヒーレンス度の関数として考えている。また、ジーマンス・スターの像や、レスポンス関数への影響等は辻内<sup>7)</sup> により報告されている。

この論文では、顕微鏡におけるスリットの像の強度分布が種々の部分的コヒーレントな光によって、いかに変化するかを数値計算し、その性質を研究した。

### 2. 結像式と数値計算

第 1 図は顕微鏡の光学系を表わす。P<sub>0</sub> はコンデンサーで、物体面 0 との開口数 N. A. = n<sub>0</sub> sin α<sub>0</sub> をもち、P<sub>0</sub> は出射瞳で物体面との開口数 N. A. = n<sub>0</sub> sin α<sub>0</sub> をもつ。物体面と像面の幾何学的座標をおのおの (ξ, η), (ξ', η') とし、コンデンサーと出射瞳のそれを (X, Y), (X', Y') とし、これらは半径 h および h' の円形をなす



第 1 図 顕微鏡の光学系

とする。ここで簡単にするため、次のように定義した座標系

$$x = \frac{X}{h}, \quad y = \frac{Y}{h} \dots\dots \text{コンデンサー面}$$

$$x' = \frac{X'}{h'}, \quad y' = \frac{Y'}{h'} \dots\dots \text{出射瞳面}$$

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \sin \alpha_0 \cdot \xi, \quad v = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \sin \alpha_0 \cdot \eta \dots\dots \text{物体面}$$

$$u' = \frac{2\pi}{\lambda} n' \sin \alpha' \cdot \xi', \quad v' = \frac{2\pi}{\lambda} n' \sin \alpha' \cdot \eta' \dots\dots \text{像面}$$

を使うことにする。

顕微鏡の照明は、コンデンサー側と出射瞳側との開口数の比

$$s = \frac{n_0 \sin \alpha_0}{n_0 \sin \alpha_0}$$

で区別され、インコヒーレント照明で  $s \rightarrow \infty$ , コヒーレント照明で  $s \rightarrow 0$ , 部分的コヒーレント照明ではこの二者の中間の有限な値をとる。上記の光学系による二次元の回折像は、

$$I(u', v') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(x, y) |\Phi(x, y; u', v')|^2 dx dy \quad (1)$$

ただし

$$\gamma(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(u, v) e^{-i(ux+vy)} du dv \quad (2)$$

$$\Phi(x, y; u', v') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(u'-u, v'-v) e^{-i(ux+vy)} du dv \quad (3)$$

で表現できる。ここで  $\Gamma(u, v)$  は Hopkins の phase coherence factor であり、 $O(u, v)$  は物体面の振幅透過率である。A(u', v') は対物レンズによって作られる点光源の像の振幅分布で、瞳関数 (exit pupil) と次の関係

$$A(u', v') = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') e^{i(u/x'+v/y')} dx' dy' \quad (4)$$

が存在し、f(x', y') は瞳面の振幅透過率である。

物体が軸方向に無限にのびているスリットの場合には、像の強度分布(1)は

$$I(v') = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(y) |\Phi(v': sy)|^2 dy \quad (5)$$

と書ける。ここで  $\gamma(y)$  はコンデンサーの障面における強度分布であるから、一般に

$$\gamma(y) = \begin{cases} 1: & |y| \leq 1 \\ 0: & |y| > 1 \end{cases} \quad (6)$$

であり、(3)、(4)式は

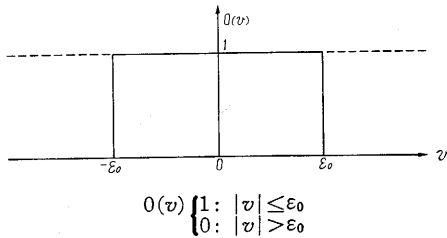
$$\Phi(v': sy) = \int_{-\infty}^{+\infty} O(v) A(v'-v) e^{isvy} dv \quad (7)$$

$$A(v'-v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(y) e^{-i(v'-v)y} dy \quad (8)$$

となる。 $f(y)$  は障面の振幅透過率であるから、収差および吸収等がない時は、

$$f(y) = \begin{cases} 1: & |y| \leq 1 \\ 0: & |y| > 1 \end{cases} \quad (9)$$

である。いまスリットの幅を  $2\varepsilon_0 = \frac{4\pi}{\lambda} n_0 \sin \alpha_0 \cdot \eta_0$  とする (第2図参照のこと)。この時の物体の振幅透過率は



第2図 スリットの振幅透過率

$$O(v) = \begin{cases} 1: & |v| \leq \varepsilon_0 \\ 0: & |v| > \varepsilon_0 \end{cases} \quad (10)$$

となる。この条件を(7)に入れ、 $\Phi(v': sy)$  を計算し、(7)を(5)に入れて(6)の条件下で求めれば、スリットの回折像の強度分布は

$$I(v') = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} \{H^2(y) + K^2(y)\} dy \quad (11)$$

と表わされる。ここに  $H^2(y)$ 、 $K^2(y)$  は、 $v' + \varepsilon_0 = a$ 、 $v' - \varepsilon_0 = b$  において次式で与えられる。

$$H^2 = S_i^2 \{a(1+sy)\} + S_i^2 \{a(1-sy)\} + S_i^2 \{b(1+sy)\} + S_i^2 \{b(1-sy)\} + 2S_i \{a(1+sy)\} \cdot S_i \{a(1-sy)\} + 2S_i \{b(1+sy)\} \cdot S_i \{b(1-sy)\} - 2S_i \{a(1+sy)\} \cdot S_i \{b(1+sy)\} - 2S_i \{a(1-sy)\} \cdot S_i \{b(1-sy)\} - 2S_i \{a(1+sy)\} \cdot S_i \{b(1-sy)\} - 2S_i \{a(1-sy)\} \cdot S_i \{b(1+sy)\} \quad (12)$$

$$K^2 = C_i^2 \{a(1+sy)\} + C_i^2 \{a(1-sy)\} + C_i^2 \{b(1+sy)\} + C_i^2 \{b(1-sy)\} - 2C_i \{|a|(1+sy)\} \cdot C_i \{|a|(1-sy)\} - 2C_i \{|b|(1+sy)\} \cdot C_i \{|b|(1-sy)\} - 2C_i \{|a|(1+sy)\} \cdot C_i \{|b|(1-sy)\} - 2C_i \{|a|(1-sy)\} \cdot C_i \{|b|(1+sy)\}$$

$$(1+sy)\} \cdot C_i \{|b|(1+sy)\} - 2C_i \{|a|(1-sy)\} \cdot C_i \{|b|(1-sy)\} + 2C_i \{|a|(1-sy)\} \cdot C_i \{|b|(1+sy)\} + 2C_i \{|a|(1+sy)\} \cdot C_i \{|b|(1-sy)\} \quad (13)$$

まず、 $v'=0$  における (すなわち  $u'$  軸方向の) 強度の変化が、コヒーレンス・パラメータ  $s$  によっていかに変わるかを調べると、 $v'=0$  の時

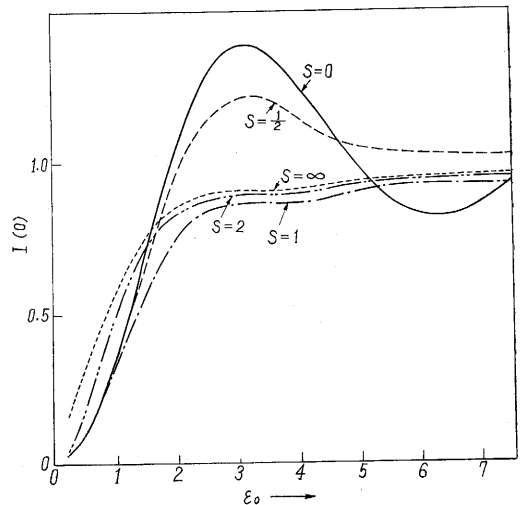
$$H^2 = 4 [S_i \{\varepsilon_0(1+sy)\} + S_i \{\varepsilon_0(1-sy)\}]^2 \quad (14)$$

$$K^2 = 0$$

となり

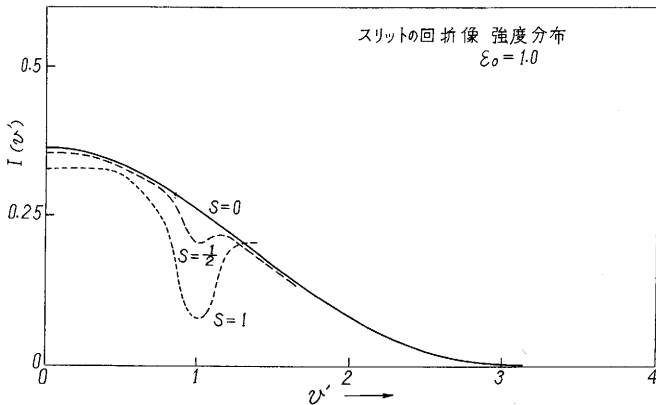
$$I(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} 4 [S_i \{\varepsilon_0(1+sy)\} + S_i \{\varepsilon_0(1-sy)\}]^2 dy = 2S_i \{\varepsilon_0(1+s)\} \cdot S_i \{\varepsilon_0(1-s)\} + \frac{2}{\varepsilon_0 s} [\cos \varepsilon_0(1+s) \cdot S_i \{\varepsilon_0(1-s)\} - \cos \varepsilon_0(1-s) S_i \{\varepsilon_0(1+s)\}] + \frac{\sin 2\varepsilon_0}{\varepsilon_0 s} [C_i \{2\varepsilon_0(1-s)\} - C_i \{2\varepsilon_0(1+s)\}] + \log \left[ \frac{1+s}{1-s} \right] + \frac{\cos 2\varepsilon_0}{\varepsilon_0 s} [S_i \{2\varepsilon_0(1+s)\} - S_i \{2\varepsilon_0(1-s)\}] + \frac{2}{s} \int_{\varepsilon_0(1-s)}^{\varepsilon_0(1+s)} \frac{\sin v}{v} S_i \{2\varepsilon_0 - v\} dv \quad (15)$$

で与えられる。ただし上式の最後の項は数値積分で求めるほかはない。(15)を用いて、 $s=0, \frac{1}{2}, 1, 2$  の場合における  $u'$  軸上の強度をスリット幅  $\varepsilon_0$  をパラメータとして求めた結果を第3図に示す。この図の曲線は  $\varepsilon_0 = \infty$  の時の中心強度で正規化してある。

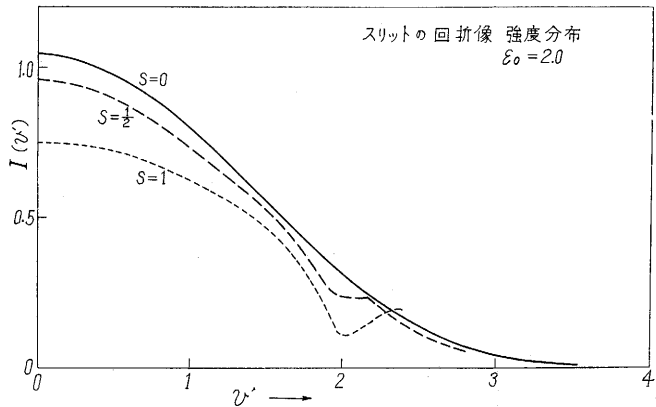


第3図 中心強度 ( $v'=0$ )

次に(11)式を用いて、 $s=0, \frac{1}{2}, 1$  について  $v'$  方向の強度分布をスリット幅  $\varepsilon_0=1.0$  と  $2.0$  の場合について求めた。これを図示したものが第4、5図である。こ



第 4 図



第 5 図

これらの図も同様に正規化してある。

3. 考 察

求められた第 3, 4, 5 図を見ると, 顕微鏡のコヒーレンス度の影響がよく判る。まず第 3 図から次のような結果を得る。

- (1)スリットの回折像の中心強度はコヒーレンス度によって異なる。
- (2)狭いスリット幅, すなわち  $\epsilon_0=3$  以下ではスリット幅が広がるにつれて中心強度は増加し, その増加率はコヒーレント照明が最も急激で, 部分的コヒーレント照明からインコヒーレント照明に近づくに従って緩くなる。
- (3) $\epsilon_0=3$  よりスリット幅が広がると, インコヒーレント照明に近い場合は中心強度は一定の値に近づき, 幅による変動は少ないが, コヒーレント照明に近づくにつれて幅  $\epsilon_0$  の増加に従い種々変化してゆく。
- (4)特にコヒーレント照明 ( $s=0$ ) では, スリット幅  $\epsilon_0=3$  以上になると, 減衰正弦運動的に変化してゆく。
- (5)以上のことから, スリット幅を連続的に変えてゆくに従って, その中心強度がいかに変化してゆくかを調

べることにより, 顕微鏡の照明状態が判りコヒーレンス度を知ることができることは興味深い。

次に第 4, 5 図について考察を加えてみよう。この二つの図はスリット幅  $\epsilon_0=1.0, 2.0$  における実際の  $v'$  軸上の強度分布であるから, 一見して顕微鏡における照明のコヒーレンス状態がその回折像に与える影響が判る。

- (1)コヒーレント照明下では, 中心強度が最大の緩やかなスロープになり, 一見してスリットの回折像であるかどうか判らない。
- (2)コヒーレント照明から部分的コヒーレント照明へと変化するに従って, スリット幅の幾何光学的な端で強度が落ちるのでスリットの回折像であることが明瞭となる。
- (3)スリット幅の端での強度落下は, 部分的コヒーレントからインコヒーレント照明に近づくに従って大きくなる。
- (4)またスリット幅の端で落ちる強度は, その幅が狭い時には急激であるが, 広がるに従って浅くなる。

以上の研究から, 顕微鏡の種々の照明状態における回折像の様子を見ることができ, いかに照明状態(コヒーレント, 部分的コヒーレント, インコヒーレント)が重要な意味をもつかを理解できよう。(1962年6月25日受理)

文 献

- (1) B. J. Thompson and E. Wolf.: J. Opt. Soc. A m., 47, 895 (1957)
- (2) B. J. Thompson: J. Opt. Soc. Am., 48, 95, (1958)
- (3) P. Hariharan and D. Sen: J. Opt. Soc. Am., 51, 1307, (1961)
- (4) G. B. Parrent and T. J. Skinner: Optica Acta 8, 93, (1961)
- (5) J. Bakos and K. Kántor: Nuovo Cimento XXII 519, (1961)
- (6) D. Canals-Frau et M. Rousseau: Optica Acta 5, 15, (1958)
- (7) 辻内順平: 機械試験所報告 第 40 号, (1961)

正 誤 表 (8 月 号)

頁段行	種別	正	誤
49 右 29	本文	乾式で加熱して現象	乾式の NH <sub>3</sub> gas 中で現象
" "	"		