

V ベルト 自動 変 速 機 の 変 速 特 性

小 笠 原 武 夫

V ベルト自動変速機の変速特性は、負荷トルクに関係するが、この現象を適切に説明することが従来なされていなかった。この報告では、V ベルトの弾性を考慮に入れたV ベルトの力学的考察をもとにして、いわゆる変速特性式を誘導し、この式でその現象を無理なく説明できることについて述べる。

1. ま え が き

V ベルト自動変速機は、伝動状態に応じて自動的に無段階に定まる回転比で、原動軸の回転をV ベルトを介して従動軸に伝える装置であって、その構造は本研究に使用したV ベルト自動変速機（スクータ用のもの）では第 1 図のようである。このような変速機は変速機構が簡単で製作が容易であるために広い用途があり、たとえばスクータ、4 輪自動車、農耕機、サイレンなどに使われているが、これら機械の諸性能には変速機自体の変速特性

（原動軸回転数と従動軸回転数の関係）が重要な役割を演じるので、それが変速機的设计でとくに問題になるのは当然である。実験によると、その変速特性は負荷に関係する。したがって、この現象を適切に説明することが、V ベルト自動変速機的设计にとってきわめて大切な問題であるが、従来は解決されていなかった⁽¹⁾⁽²⁾。著者はこの原因がその問題の理論的考察の出発点となるV ベルトの力学的考察にあると考えて、従来とまったく異なるその考察を行ない、これをもとにしていわゆる変速特性式を導いたところ、この式が実際をかなりよく説明することを知った。そこでここでは、V ベルト自動変速機の変速特性に関する著者の研究について説明する。

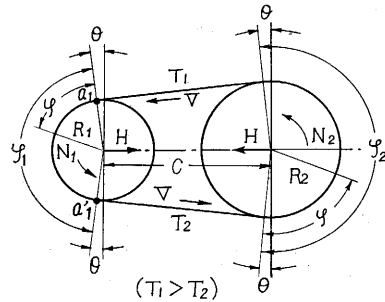
以下においては、V ベルトの張力分布を誘導し、これを使って変速特性式を求め、さらにこの式から変速特性曲線を求めて、これについて変速特性の理論と実験を比較する。

2. V ベルトの張力分布の誘導

V ベルトがその側面をシーブ表面によって拘束されている部分の張力分布は変速特性の理論的考察の出発点

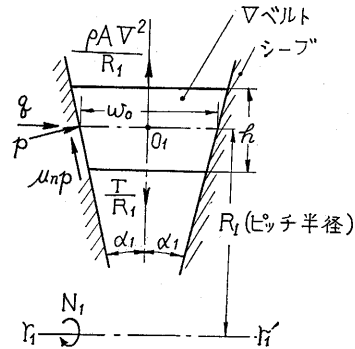
なるので、はじめにその張力分布を次のような三つの仮定のもとに誘導する。

(1) 第 2 図に示すように、V ベルトの走行曲線は、V ベルトがその側面をシーブ表面によって拘束される部分で円弧、拘束されない部分で直線である。



第 2 図 V ベルトの走行状態

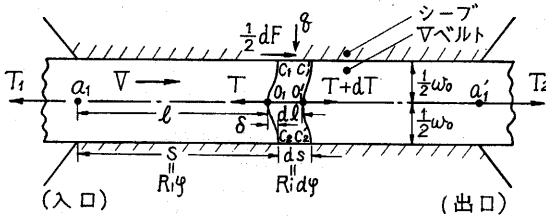
(2) 第 3 図に示すように、V ベルト断面に分布している張力の圧力中心は、V ベルト断面の図心 O_1 に一致し、この点と調車中心線 $r_1 r_1'$ の距離は調車ピッチ半径（原動車側の第 3 図では R_1 ）に等しい。



第 3 図 V ベルト断面内で作用する力（原動車側）

(3) シーブ表面と接触しているV ベルトの接触面がV ベルトの走行方向に起こす弾性ひずみは、V ベルト側面とシーブ表面の接触の位置によらないで一定で、V ベルトが調車に入りこむ位置における値に等しい。このことは物理的にはV ベルト側面とシーブ表面が接触状態ではV ベルト走行方向に互いにすべらないことを意味する。

いま、第 4 図に示すように、原動車側のV ベルト素片

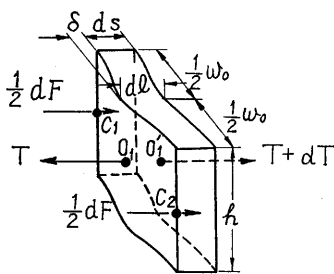


第4図 拘束されたVベルト (原動車側)

$C_1C_2C_2/C_1C_1$ を考える。まず、このVベルト素片を等価的に第5図のように考えて、その変形に弾性学におけるせん断に関するフックの法則を適用すると、近似的に

$$\frac{1}{2} \frac{dF}{h \cdot ds} = G \frac{\delta}{\frac{1}{2} w_0} \quad \dots\dots\dots (1)$$

(応力) (係数) (ひずみ)



かなりたつ。ここに、 $1/2dF$: Vベルト側面とシープ表面の接触面においてVベルト走行方向に働くせん断力、 G : Vベルトの横弾性係数、 h :

第5図 Vベルト素片の変形

Vベルトの高さ、

ds : Vベルト走行曲線上で計ったVベルトがシープに入る位置から任意の位置までの長さ s の増分、 w_0 : Vベルトの断面中心を通る幅、 δ : Vベルト素片中央 O_1 のVベルト側面 C_1, C_2 に対する変位。Vベルト素片に働く力のVベルト走行方向のつりあいを考えると、せん断力 dF は張力 T の増分 dT に等しくなるが、このことを考慮に入れて式 (1) から δ を求めると、 δ は

$$\delta = s - l$$

$$= -\frac{w_0}{4hG} \frac{dT}{ds} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。次に、点 O_1, C_1 (または C_2) それぞれを通るVベルト素片の厚み dl, ds に弾性学における引張りひずみの考えを応用する。長さ ds は、Vベルトに張力が働かないときのその長さを Δ で表わすと、上述の第3の仮定から

$$ds = \left(1 + \frac{T_1}{AE}\right) \Delta \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに、 A : Vベルトの断面積、 E : Vベルトの縦弾性係数、 T_1 : Vベルトの張り側張力。一方、 dl については近似的に

$$dl = \left(1 + \frac{T}{AE}\right) \Delta \quad \dots\dots\dots (4)$$

の関係がなりたつ。式 (3) と (4) から比 dl/ds を求めると、これは

$$\frac{dl}{ds} = \frac{1 + \frac{T}{AE}}{1 + \frac{T_1}{AE}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。したがって、式 (2) から得られる l を式 (5) に代入して整理すると、

$$\left(1 + \frac{T_1}{AE}\right) \frac{w_0 AE}{4hG} \frac{d^2 T}{ds^2} - (T - T_1) = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

が得られるが、比 T_1/AE は1に比べて小さいので、その比を1に対して省略すると、上式は

$$\frac{d^2 T}{ds^2} - 4\lambda^2 (T - T_1) = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。ここに、 $\lambda^2 = hG/w_0 AE$ (定数) である。式 (7) は原動車側に対するものであるから、Vベルト張力 T の原動車側における境界条件は

入口 $s=0$: $T=T_1$ (張り側張力)

出口 $s=R_1\phi_1$: $T=T_2$ (たるみ側張力)

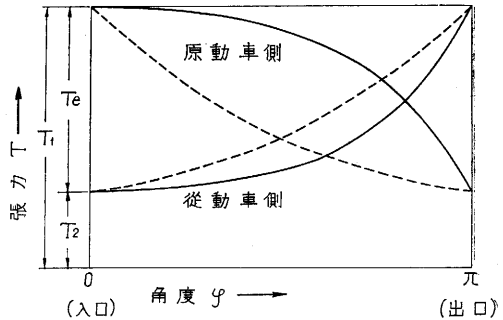
である。この条件のもとに式 (7) を解くと、原動車側のVベルトの張力分布は

$$T = T_1 - T_e \frac{\sinh 2\lambda R_1 \phi_1}{\sinh 2\lambda R_1 \phi_1} \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここに、 $T_e = T_1 - T_2$ (Vベルトの有効張力) である。一方、従動車側のVベルトの張力分布は、上と同じように考えると、

$$T = T_2 + T_e \frac{\sinh 2\lambda R_2 \phi_2}{\sinh 2\lambda R_2 \phi_2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。



第6図 張力分布

ここで、式 (8), (9) の張力分布を図に示してみると、定性的には第6図の実線のようなになる。同図の鎖線はVベルト側面とシープ表面のVベルト走行方向の摩擦係数 μ_t が接触位置によらないで一定とする文献 (1) による張力分布 (接触角 ϕ の指数関数の形) を定性的に示す。この図によって、ここで導いた張力分布と文献 (1) のものとを定性的に比較すると、両者はとくに原動車側で異なっていることがわかる。

3. シープ推力と変速特性式

前節の結果を用いて、まずシープ推力 (シープがVベ

ルトから受ける調車中心線方向の推力)を導く。

原動車シープがVベルト走行方向の単位長さのVベルト素片から受けるシープ推力を q で表わすと、原動車シープ推力 Q_1 は

$$Q_1 = \int_0^{s=R_1\varphi_1} q \cdot ds = \int_0^{\varphi_1} q \cdot R_1 \cdot d\varphi \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。上式右辺の q は、第3図を参照すると、

$$q = p \cos \alpha_1 - \mu_n p \sin \alpha_1 \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここに、 p : Vベルト走行方向の単位長さのVベルトの側面とシープ表面との接触圧力、 α_1 : 原動車シープの開き角の半分(原動車中心線を含む平面内で点 C_1, C_2 を通る原動車両シープ表面の両接線が互になす角の半分)、 μ_n : 調車中心線を含む平面内におけるVベルト側面対シープ表面の最大静摩擦係数。ところで、単位長さのVベルト素片に働く力の原動車半径方向のつりあいを考えると、

$$2(p \sin \alpha_1 + \mu_n p \cos \alpha_1) = \frac{T}{R_1} - \frac{\rho AV^2}{R_1} \quad \dots\dots\dots (12)$$

がなりたつ(第3図参照)。ここに、 V : Vベルトの走行速度、 ρA : Vベルトの単位長さ当たりの質量。そこで、式(12)から p を求めて、これを式(11)に代入すると、 q は

$$q = \frac{1}{2} \frac{T - \rho AV^2}{R_1} \cot(\alpha_1 + \rho_n) \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。ここに、 $\rho_n = \tan^{-1} \mu_n$ で、これは μ_n に対する摩擦角である。上式の q を式(10)に代入すると、 Q_1 は

$$Q_1 = \frac{1}{2} \cot(\alpha_1 + \rho_n) \int_0^{\varphi_1} (T - \rho AV^2) d\varphi \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる。上式の T はここでは式(8)で与えられるから、これを上式に代入して積分すると、原動車シープ推力 Q_1 は

$$Q_1 = \frac{1}{2} \varphi_1 \cot(\alpha_1 + \rho_n) \left\{ (T_1 - \rho AV^2) - \frac{1}{2} T_e \frac{\tanh \lambda R_1 \varphi_1}{\lambda R_1 \varphi_1} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。一方、従動車シープ推力 Q_2 は、上と同様に考えると、

$$Q_2 = \frac{1}{2} \varphi_2 \cot(\alpha_2 + \rho_n) \left\{ (T_2 - \rho AV^2) + \frac{1}{2} T_e \frac{\tanh \lambda R_1 \varphi_1}{\lambda R_2 \varphi_2} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。ここに、 $2\alpha_2$ は従動車シープの開き角である。

いま、原動車、従動車それぞれが互に引き合う調車軸受荷重を H 、Vベルトの直線部分が原動車、従動車それぞれの中心を結ぶ直線となす角を θ で表わすと、 H は

$$H = \{(T_1 - \rho AV^2) + (T_2 - \rho AV^2)\} \cos \theta = \{2(T_1 - \rho AV^2) - T_e\} \cos \theta = \{2(T_2 - \rho AV^2) + T_e\} \cos \theta \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。したがって、この式から求まる T_1, T_2 を式(15)、(16)に代入すると、式(15)、(16)はまた

$$Q_1 = \frac{\varphi_1 \cdot H}{4 \cos \theta \cdot \tan(\alpha_1 + \rho_n)} \left\{ 1 + \frac{T_e}{H} \cos \theta \cdot \left(1 - \frac{\tanh \lambda R_1 \varphi_1}{\lambda R_1 \varphi_1} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$Q_2 = \frac{\varphi_2 \cdot H}{4 \cos \theta \cdot \tan(\alpha_2 + \rho_n)} \left\{ 1 - \frac{T_e}{H} \cos \theta \cdot \left(1 - \frac{\tanh \lambda R_2 \varphi_2}{\lambda R_2 \varphi_2} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

とも表現できる。この両式で明らかのように、 H と幾何学的量 $R_1, R_2, \varphi_1, \varphi_2, \theta$ を一定とした場合には、 T_e が増大すると、 Q_1 は T_e の一次式で増加し、 Q_2 は T_e の一次式で減少するが、このこととはほぼ同じことは実際にも起きる⁽²⁾。

次に、式(15)と(16)を $T_e = T_1 - T_2$ の関係を用いて結び付けると、

$$\frac{Q_1 \tan(\alpha_1 + \rho_n)}{\varphi_1} - \frac{Q_2 \tan(\alpha_2 + \rho_n)}{\varphi_2} = \frac{1}{2} T_e \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\tanh \lambda R_1 \varphi_1}{\lambda R_1 \varphi_1} + \frac{\tanh \lambda R_2 \varphi_2}{\lambda R_2 \varphi_2} \right) \right\} \quad (20)$$

が得られる。この式は定常状態の変速特性を定める関係式であるから、それを変速特性式と呼ぶことにする。Vベルト変速機的设计にとつては、この式がとくに大切である。

4. 変速特性

ここで、変速特性式を用いて、変速特性曲線を表わす式を本実験に使用した第1図のVベルト自動変速機の場合について誘導する。この変速機のシープ推力は推力自動調整機構の遠心力を受けるローラまたはボールと圧縮されたばねとによって生じるが、このシープ推力 Q_1, Q_2 は、近似的に

$$Q_1 = a_{10} + a_{11} R_1 + N_1^2 (b_{10} + b_{11} R_1 + b_{12} R_1^2) \quad \dots (21)$$

$$Q_2 = a_{20} + a_{21} R_2 - N_2^2 (b_{20} + b_{21} R_2 + b_{22} R_2^2) \quad \dots (22)$$

と表わせる。ここに、 a, b (添字は省略): 変速機の推力自動調整機構で決まる定数、 N_1 : 原動軸回転数、 N_2 : 従動軸回転数。

いま、変速比 m を

$$m = \frac{N_1}{N_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \dots\dots\dots (23)$$

とし、これを考慮して式(21)、(22)を式(20)に代入すると、 N_1 は

$$N_1 = \sqrt{\frac{k_2 - k_1 + t_0}{g_1 + g_2}} \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。ここに、

$$g_1 = \frac{1}{\varphi_1} \tan(\alpha_1 + \rho_n) \cdot (b_{10} + b_{11} R_1 + b_{12} R_1^2) \\ g_2 = \frac{1}{m^2 \varphi_2} \tan(\alpha_2 + \rho_n) \cdot (b_{20} + b_{21} R_2 + b_{22} R_2^2)$$

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{\varphi_1} \tan(\alpha_1 + \rho_m) \cdot (a_{10} + a_{11}R_1) \\ k_2 &= \frac{1}{\varphi_2} \tan(\alpha_2 + \rho_m) \cdot (a_{20} + a_{21}R_2) \\ t_0 &= \frac{1}{2} \frac{M_2}{R_2} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\tanh \lambda R_1 \varphi_1}{\lambda R_1 \varphi_1} + \frac{\tanh \lambda R_2 \varphi_2}{\lambda R_2 \varphi_2} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

第1表 変速特性の分類表

形式	N_1
I	$\sqrt{\frac{k_2 - k_1 + t_0}{g_1 + g_2}}$
II	$\sqrt{\frac{k_2 - k_1 + t_0}{g_1}}$
III	$\sqrt{\frac{k_2 - k_1 + t_0}{g_2}}$
IV	$\sqrt{\frac{k_2 + t_0}{g_1 + g_2}}$
V	$\sqrt{\frac{k_2 + t_0}{g_1}}$

また、上式 t_0 の右辺の M_2 は $R_2 T e$ で負荷トルクを表わす。

なお、式 (24) についてVベルト変速機が自動変速可能な場合を考えると、変速特性は第1表のように5形式に分類できる。

式 (25) の幾何学的量 $R_1, R_2, \varphi_1, \varphi_2$ は変速比 m の関数として次に述べるように容易に求めることができるので、式 (24) を用いることによって負荷トルク M_2 をパラメータとして

変速特性曲線を描くことができる。そこで、次に幾何学的量を変速比の関数として求めることについて述べる。

第2図を参照すると、

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \frac{R_2 - R_1}{C} \\ \cos \theta &= \frac{1}{2C} (L - R_1 \varphi_1 - R_2 \varphi_2) \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

の関係が得られる。ここに、 C : 調車軸間距離、 L : Vベルトの断面図心を連ねる曲線の全長。上式に第2図を参照して得られる

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \pi - 2\theta \\ \varphi_2 &= \pi + 2\theta \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

と式 (23) とを考慮に入れることによって、 m を θ の関数として求めると、 m は

$$m = 1 + \frac{2}{\pi \left\{ \frac{L/2C - \cos \theta}{\sin \theta} - \theta \right\} - 1} \dots\dots\dots (28)$$

となる。この式を用いて比 L/C をパラメータとする m と θ の関係図を描いておくと、この図から任意の m に対する θ を求めることができるので、各幾何学的量の値は式 (23)、(26) から得られる

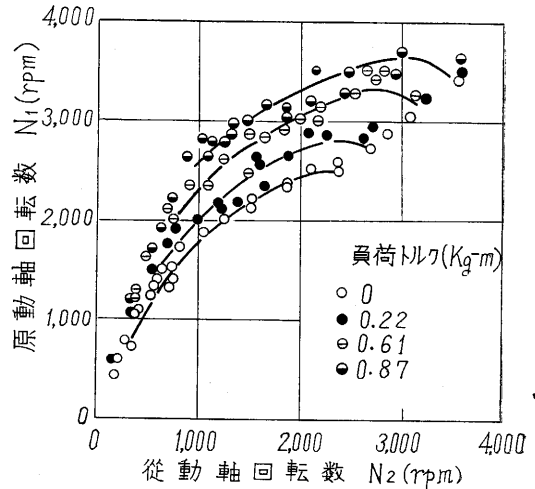
$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{C}{m-1} \sin \theta \\ R_2 &= \frac{mC}{m-1} \sin \theta \end{aligned} \right\} \dots (29)$$

と式 (27) とから m の関数として計算できる。

5. 実験との対応

式 (24) による理論的変速特性 (第1表の形式Iの変速特性) を実際と比較するための実験を行なった。実験

に使用したVベルト自動変速機の構造は前述のように第1図に示す通りである。実験における負荷トルクは従動軸と同軸に付けた溝車のV溝面に牛皮製制動片を押し付けて発生させ、それによる負荷トルクの大きさは、制動片に付けた錘によって生じるトルクに等しくなるようにした。そして、変速特性の実験点は、負荷トルクの値を一定とした状態で原動軸をモータで駆動し、原動軸、従動軸それぞれの回転数をストロボで測定することによ



第7図 変速特性

て求めた。このような実験で得た実験点は第7図のようになる。これに対する理論値は $\mu_n = 0.3, \lambda = 0.0153$ (1/mm) とすると同図の曲線のようにになって、実験値とかなりよく一致する。このことから、式 (20) の変速特性式は実際をよく説明しているといえる。

6. むすび

Vベルトの弾性を考慮することによって、実験結果をよく説明できる変速特性式を誘導することができた。この式の誘導過程にも検討すべき箇所はあるが、著者の導いた変速特性式がこれまで支障をきたしていたVベルト自動変速機の設計に少しでもお役に立てば幸いである。

終わりに、終始ご指導して下さった東京大学生産技術研究所互理教授、ご検討していただいた平尾教授、石原助教授、東京大学工学部吉沢教授、渡辺教授、堀助教授、および実験に協力して下さった互理研究室の方々に深く感謝の意を表し、またご討論をお願いした千葉大学工学部浅野教授にも厚く謝意を表す。

(1962年4月9日受理)

参考文献

(1) W.S. Worley: "Designing Adjustable-Speed V-Belt Drives for Farm Implements", SAE Trans., Vol. 63, 1955, p. 321-333.
 (2) 浅野弥祐, 中馬敏隆: "Vベルト自動変速機について", 自動車技術会論文集, No. 7, 1960, p. 13-17.