

二変数函数装置の試作

渡 辺 勝・渡 部 弘 之

たとえば、2 次元の電場の各点の強さは、その点をきめる二つの座標値に關係する。このように二つの独立な変数に同時に關係しているような関数を方程式の中にくむ場合、これを自動的に導入する装置が二変数関数装置である。本文では抵抗をもった紙の上に、導入しようとする関数のパターンを導電インクで描いて、関数に相似な電場をつくり、この上に触針を移動させて、変数の関数を実現する装置を試作したのでこれを紹介する。

微分解析機の応用に際¹⁾して、二変数の函数を作る必要がしばしばおき、これを自動化することが望まれた。たまたま国産の導電性の紙が利用できるようになったので、これを用いて試作された二変数函数装置についてのべる。二変数函数装置として考えられる方式は多種多様であるが、だいたい次の三通りが上げられる。

- (1) 立体カムによる方法
- (2) 平面紙上に二変数のパターンを画き、一方の変数をカウンタで読み、その読数に応じた場所の曲線をパターン上から見取り、手動で追従する方法²⁾

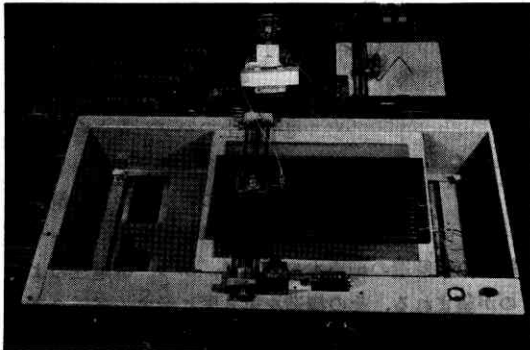


写真 1 二変数函数装置

(3) 二変数函数のパターンを特殊紙(導電性紙)の上に導体塗料を用いて電圧で作し、一方の函数で電圧を選び、その電圧に応じたパターン上を自動追従する方法

ここで(2)、(3)の方式は二変数函数のパターンを作製するのが比較的容易であり、(2)の方法は実際の計算にも採用し十分その目的を得た。そこでさらに精度を上げ、人手を省く目的で(3)の方式で自動追従装置を試作し、だいたいその目的を得た。

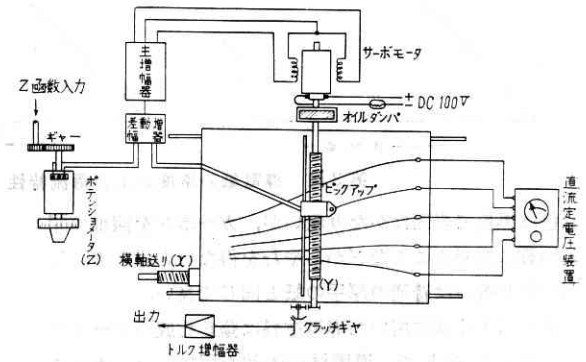
1. 二変数函数パターンの作図

二変数の函数を表示するパラメータはつぎのようにして作図する。すなわち、 $y=f(x, z)$ 表示するには、 z をパラメータのように扱い、 $z=z_1, z_2, z_3, \dots$ に対する函数 $y=f(x_1z_1), y=f(x_1z_2), y=f(x_1z_3), \dots$ を $x \sim y$ を座標系とする平面上に図示する。 z カウンタを通じて、 z の値を読み取り、それに対応する $y=f(x_1z_1)$ をとらえて(通常二つの z は対応する曲線の間を補間すること

になる)追跡すれば、目的が達せられる。

2. 構 成

装置の構成図を第 1 図に示す。入力卓上には導電性紙上に二変数函数のパターンが導電塗料で描かれている。各曲線 z_0, z_1, \dots, z_n の各間隙は要求される追従精度によるが、だいたい 1 cm ないし 2 cm 程度で、各線間には一定の電圧が直流定電圧装置から供給されている。そこでこの導電性紙の上には、各曲線 z_0, z_1, \dots, z_n を等電位線とした電圧分布ができあがる。一方 z でのべた z カウンタに相当するポテンシオメータがあり、これは微

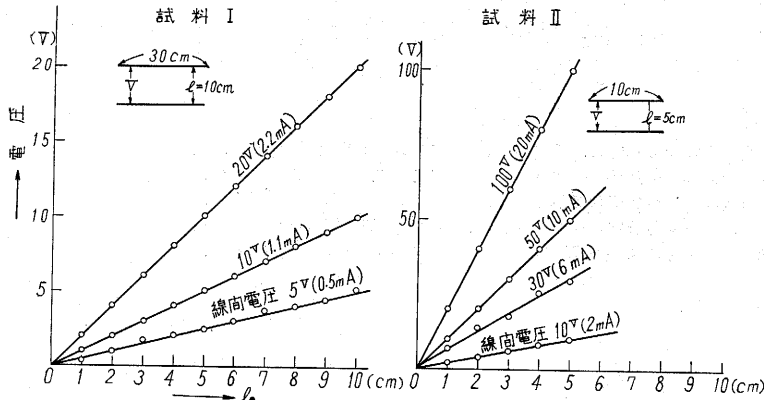


第 1 図 二変数函数装置構成図

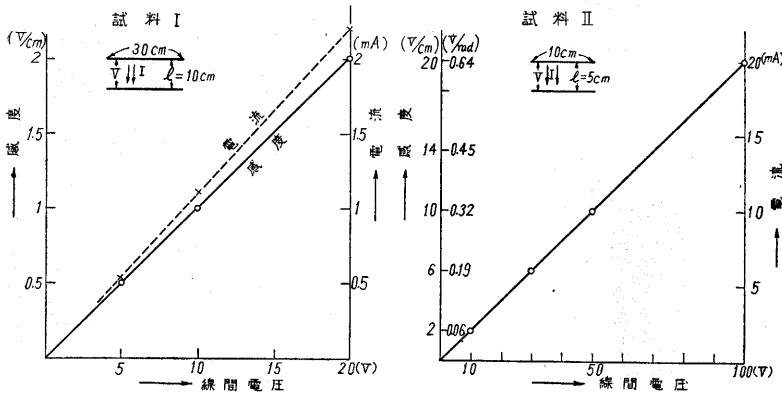
分解析機の連結器を通して必要な出力 Z 軸に適当な歯車比を介して結合されている。ポテンシオメータは回転角による抵抗変化に応じた電圧を発生し、その出力は差動増幅器の一方の入力に接続され、入力卓上に装置されているピックアップからの入力電圧と比較され、その差分が増幅器で十分に増幅されて直流サーボモータの界磁巻線に送られる。そこでサーボモータは、ピックアップからの電圧とポテンシオメータからの電圧とが同じになるように制御される。つまりポテンシオメータの Z 函数の変化と、入力卓横送り X 函数との二変数函数の変化に応じてピックアップが動作し、その動き Y 函数を得る。

3. 導 電 紙³⁾

この装置のもっとも特長とするところは、導電紙を用いたことである。最近国産で試作されたものが入手できたので、その特性を解析した結果をのべよう。



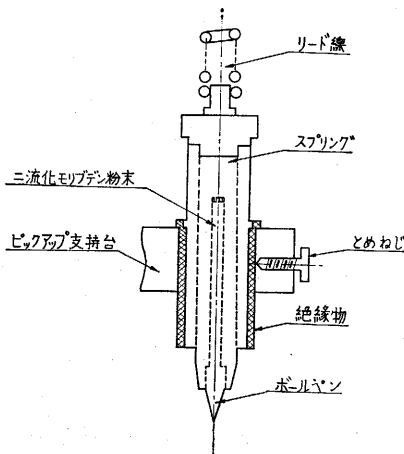
第2図 導電紙の電圧分布特性



第3図 導電紙の感度および電流特性

色は黒色で表面はかなり粗いが、カーボンを繊維の間に均質に混ぜることなどからやむを得ないと思える。しかし取り扱いには普通の厚手の紙と同じで良い。

紙上に引く線に用いた導電塗料は藤倉化成のドータイトペイント S-1 で、導電材には銀を用い、ラッカーによって常温乾燥する。この体積固有抵抗は約 $10^{-4} \Omega/\text{cm}$ といわれるが、取扱い方によってかなり大きな値になるようである。線を引くには鳥口を用いたが均質な細い線はむずかしく、幅 1.5 mm 程度が限度のようである。しかし水溶性でないので乾燥後紙の収縮がないこと、紙を折り曲げても線がくずれないこと、色が乳白色で判別が容易である



第4図 ピックアップ構成図

ことなど、使用に際しては便利であった。ただし、線を引く場合、均質な導電性を出すためにかなりの注意が必要であった。

導電紙上の電圧分布特性の測定結果を第2図に示す。測定法は、導電紙上に導電塗料で2本の平行線を引き、その線間に電圧を加えその間隙 l に対する電圧 V を測定した(ただし平行線は十分長く引く)。

測定はかなり荒いが 0.5 mm 程度の変化では、ほとんど均質な電圧分布特性を示している。第2図から線間電圧を任意に設定した場合の導電紙の持つ感度特性 k_1 V/cm は第3図のようになる。この図から導電紙の固有抵抗値は、試料 I では $30 \text{ k}\Omega/\text{cm}^2$ 、試料 II では $10 \text{ k}\Omega/\text{cm}^2$ であった。

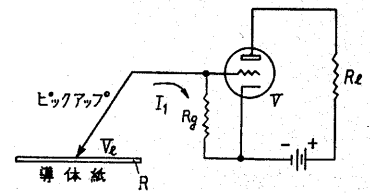
4. ピックアップ

導電紙上のパターンから電圧を拾いあげるのにピックアップが必要である。これは紙の上を滑らかに走り、分解能の高いもの、つまり紙との接触端の細いものがよく、かつ、導電性のよいものが望まれる。その構造を第4図に示す。ピックアップの先端には従来からあるボールペンの先を用い、ボールの潤滑剤として二硫化モリブデン粉末を用いた。ボールはかなり滑らかに動き、その太さは約 0.2 mm 程度で細く尖らせた鉛筆の先程度の分解能を示すので、この目的には十分である。この先端はスプリングで導電紙上に一定の圧力で接触し、支柱が電流の導入部となり、全体は絶縁物で他から浮かされている。

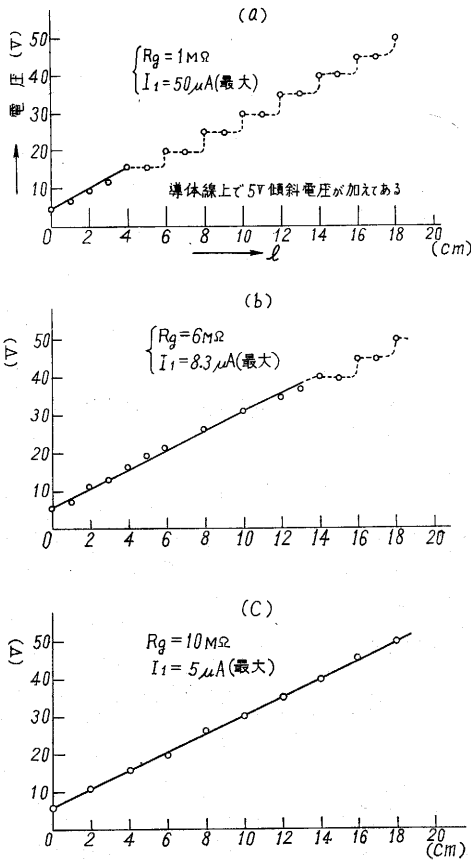
さて、ピックアップで導電紙上の電圧パターンから、電流を拾った場合、そのパターン電圧を乱さないようにしなければならない。ここで導電紙の単位面積に流れる電流 I_1 は

$$I_1 = \frac{V_0}{R} \quad (1)$$

ここで V_0 は導電線間に加えられた電圧、 R は導電紙の固有抵抗である。試料 II を用いた場合、固有抵抗は



第5図 ピックアップと入力回路



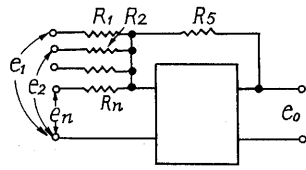
第 6 図 導電紙の電圧分布特性

10kΩ/cm² であるから、 $V_0=5V$ にした場合の I_1 は(1)式から 500 μA/cm² である。そこでこの電圧分布を乱さない程度に取り出し得る電流は I_1 の 1~5% と考えると 5~25 μA である。

実際のピックアップ部の回路は第 5 図で示され、導電紙から取り出す電流は負荷抵抗 R_g でさまる。そこでこの抵抗 R_g を変えた場合の電圧分布特性の測定結果を第 6 図に示す。第 6 図から解るように安全に取り出し得る電流 I_1 はほぼ $I_1/100 \mu A$ である。抵抗 R_g は、パターン電圧の最大値から押えられ、第 6 図から $R_g=10 M\Omega$ の時(c) のようになり、だいたい電圧分布を乱していない。

5. 差動増幅器

導電紙からピックアップで



第 7 図 加算回路

拾いあげた電圧と、ポテンショメータで命令される x 関数に相当する電圧の差を検出しなければならない。この方法にはいろいろ考えられるが、もっとも一般的な方法としては、アナコンなどに使用される第 7 図 (图中 R_5 は R_f の誤り) の加算回路が優れている。これは入力 n の場合

第 7 図 (图中 R_5 は R_f の誤り) の加算回路が優れている。これは入力 n の場合

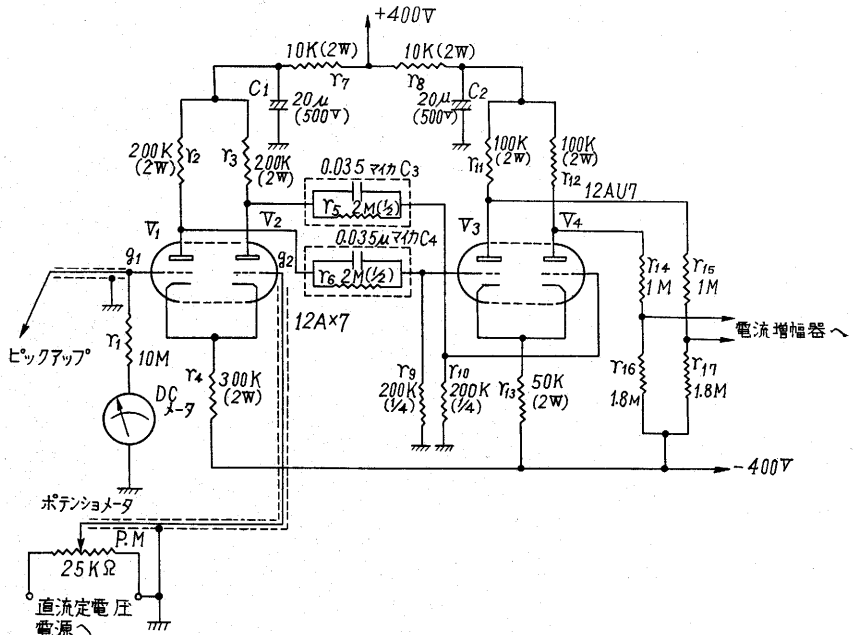
$$e_0 = \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{R_i} \times \frac{kR_f}{(1-k) + R_f \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} \div -R_f \sum_{i=1}^n \frac{e_i}{R_i}$$

$i=2$ の場合 $R=R_1=R_2$ とすれば

$$e_0 = \frac{-R_f}{R} (e_1 + e_2) \tag{3}$$

で、直流増幅器とフィードバック抵抗があればよい。しかしわれわれの場合、入力が二変数だけであり、差動型の増幅器⁴⁾ が手もとにあったので、次の測定の結果、これが十分この使用目的にかなうことから、第 8 図の差動増幅器を用いた。

動作原理は、第 8 図で、今、 V_1 のグリッド g_1, g_2 がバランスしている場合は、そのプレート電圧は同じであるから、その間の電位差 V_{pp} は零である。次に一方のグリッド電圧 V_{g1} が変動すると、そのプレート電流が変動し、両真空管のカソードが抵抗 r_4 で共通になっているので、反対側のグリッド電圧 V_{g2} が相対的に変化したことになり、その出力電圧 V_{pp} が差電圧で表われる。[さて次に他方のグリッド電圧 V_{g2} を変化させ V_{g1}



第 8 図 差動型増幅器配線図

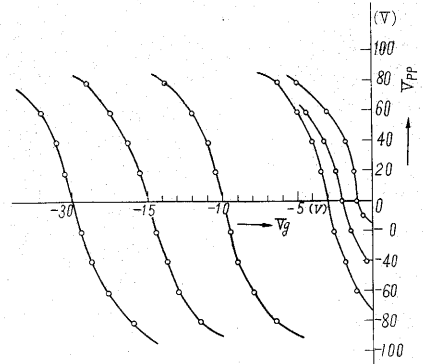
と同じ値にすると、再び出力電圧 V_{pp} は零とバランスする。つまり V_{g1} を変化させることにより出力電圧 V_{pp} は次式であたえられる。

$$V_{pp} = Q(V_{g1} - V_{g2}) \quad (4)$$

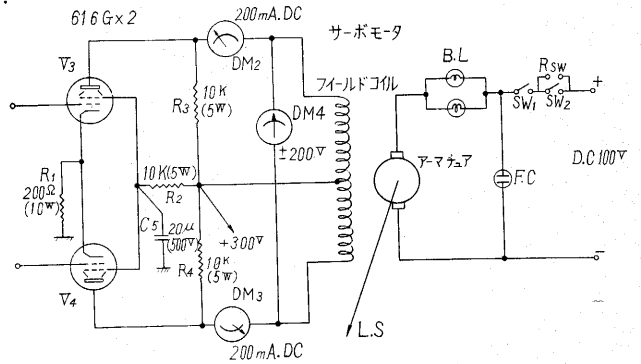
ここで Q は真空管の増幅率である。(4)式から V_{g1} をどんな値に選んでも V_{g2} を同じ値に近づけると、 $(V_{g1} - V_{g2}) = 0$ で出力電圧 V_{pp} は零となる。そこで V_{g1} を変数 x ポテンシオメータで与え、 V_{g2} をピックアップで導電紙から拾い、その差 $(V_{g1} - V_{g2})$ を検出し増幅して、サーボモータでピックアップを動かし、パターン上から V_{g1} に等しい点を求めれば、それが求むる点である。しかし、ここで問題となることは、真空管 V_1, V_2 において飽和があるので V_{g1}, V_{g2} を無制限に取ることはできない。また下の方はカットオフ点で制限される。そこでその特性の測定結果を第9図に示す。この図は真空管の一方のグリッドにバイアス電圧を与え、他方のグリッド電圧を変化させた場合の差動増幅器の入出力特性である。この図から、グリッドバイアス V_g の下の方は約 $-30V$ まで、上限は $-5V$ までの電圧範囲で、導電紙上に電圧パターンを作ればよい。

6. 電流増幅器およびサーボモータ

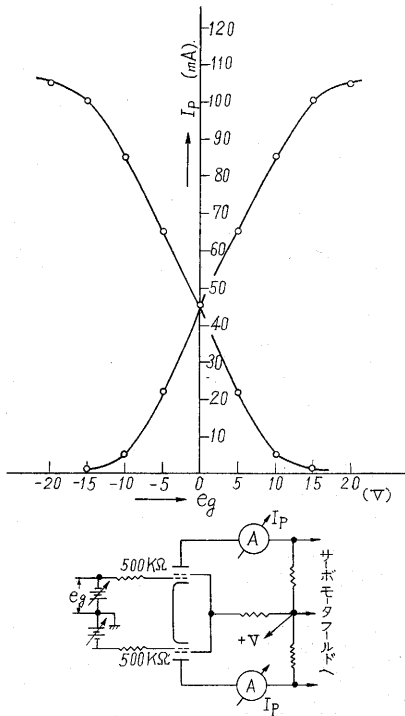
差動増幅器で検出、増幅された誤差信号はさらに第10図の電流増幅器で増幅されサーボモータの界磁コイルに持続されている。この回路からモータの界



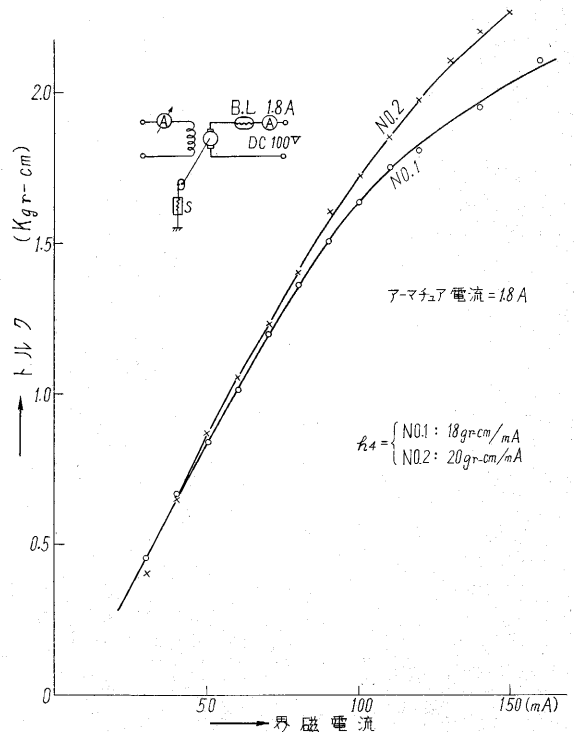
第9図 差動増幅器の入出力特性



第10図 電流増幅器とサーボモータ回路



第11図 電流増幅器の入出力特性



第12図 サーボモータの静特性

磁コイルの時定数は

$$T_f = \frac{L}{r} + \frac{Rr_p}{R+r_p} \quad (5)$$

ただし L , r は界磁コイルの誘導と抵抗を, r_p は 6L6 のプレート抵抗, R は界磁コイルに並列に入っている保護抵抗である. 測定により $L=30$ H, $r=1,800\Omega$, $r_p=30$ k Ω , $R=10$ k Ω から $T_f \approx 0.003$ 秒.

電流増幅器の入出力特性を第 11 図に, サーボモータの静特性を第 12 図に示す. これから電流増幅率 $K_3=5$ mA/V, サーボモータの感度 $K_4=20$ gr-cm/mA である. なおサーボモータのアマチア回路には 100W の電球を 2 個並列にし, 直列に入れ, 回転数の増加にともなうトルクの減少を押えている. この時のアマチア電流は 1.8 A であった. 第 1 表にサーボモータの諸特性を示す.

第 1 表 サーボモータの特性

慣性率	軟受と刷子の摩擦	界 磁		起動トルク (片側 80 mA)	最大回転数	アマチア		安定抵抗
		抵 抗	電 流			抵 抗	電 流	
0.5 kgcm ²	0.3 kgcm	1.2 k Ω	80 mA	1.6 kgcm	6,000 rpm	4 Ω	1.8 A	50 Ω

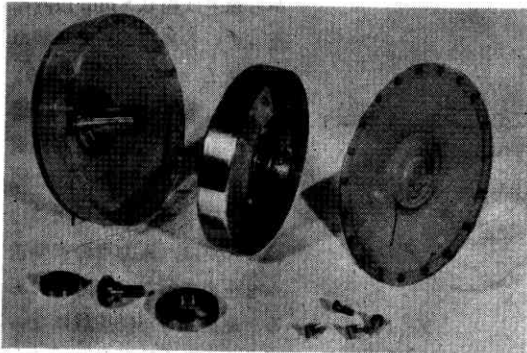
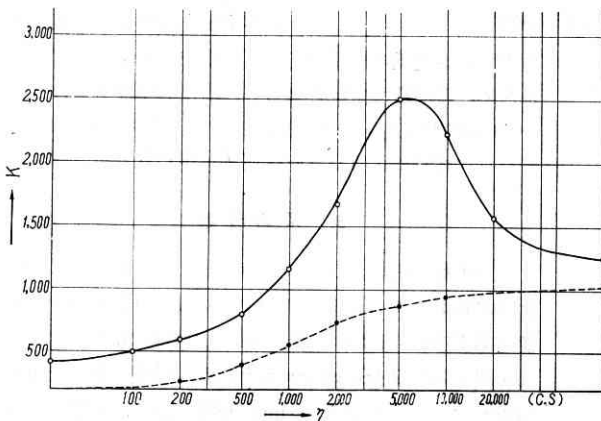


写真 2 オイルダンパ

7. オイルダンパ

サーボ系の安定のため, またノイズによる系の振動を減少する目的にオイルダンパを用いた. その構造を写真



第 13 図 サーボ系の最適利得とオイルダンパの粘度係数の関係

2に示す. ケースにはアクリル樹脂を, フライホイールには真鍮を用い, これはベアリングで軸に支持され自由に回転でき, ダンピング作用を持たせるためシリコン油がケースとの間に入っている. このダンピング効果は, モータ, 負荷およびダンパケースの慣性モーメントの総和を J , ダンパの粘性摩擦係数を f , フライホイールの慣性モーメントを J_d とすると

$$(1+T'p)(1+\alpha'T'p)^{-1}(J+J_d)^{-1} \cdot p \quad (6)$$

ただし

$$J_d/f = T', \quad J/J+J_d = \alpha'$$

実際の値は, $f=280$ kg \cdot cm² \cdot sec⁻¹, $J_d=4.7$ kg \cdot cm², $J=2.6$ kg \cdot cm² であったから,

$$T' = \frac{4.7(\text{kg}\cdot\text{cm}^2)}{280(\text{kg}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{sec}^{-1})} \approx 0.0167 \text{ (秒)}$$

$$\alpha' = \frac{2.6(\text{kg}\cdot\text{cm}^2)}{2.6+4.7(\text{kg}\cdot\text{cm}^2)} \approx 0.356$$

さてここで, オイルダンパの効果調節の実際は, シリコン油の粘度係数を選ぶことによって行なうのであるが, サーボ系の最適ゲイン

ができるだけ大きくとれるように選ぶのがよい. そこでシリコン油の粘度係数と, その時の最適ゲインを, 閉ループの利得の最大値を規定する M_p 基準⁵⁾により求めた. その関係を第 13 図に示す. この図からシリコン油の粘度係数 $\eta=5,000\sim 6,000$ C.S. (センチストークス)の場合にもっとも大きなゲインを取れるが, 過渡的な特性の方からも押えられるので, 実際には 3,000C.S. を用いた. なおサーボ系のナイキスト線図は次の伝達関数方程式によって求めた.

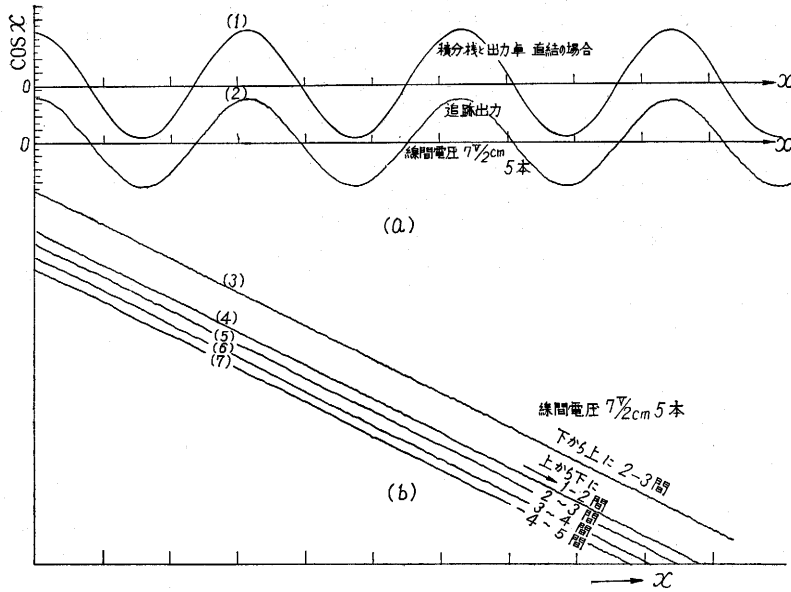
$$\frac{\theta_0}{\theta_i - \theta_0} = \frac{K(1+T'p)(1+T'p)}{p^2(1+\alpha'T'p)(1+\alpha'T'p)(1+T_f p)} \quad (7)$$

ただし $k=k_1 k_2 k_3 k_4$, $K=k/J+J_d$.

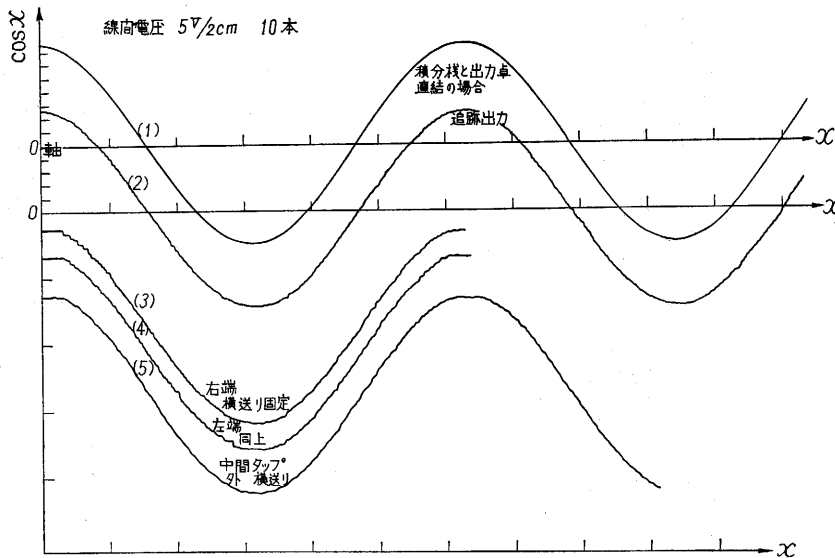
これについて細詳は生産研究第 9 巻第 6 号 P7~12 を参照されたい.

8. 二変数函数装置の動作特性

以上の装置を用い実際に導電紙上の電圧パターンを追従させたものを第 14 図に示す. まず導電紙上にドータイトで間隔 2cm の平行線を引き, この先端に導線を接着させ, これを直流電源に結び, 導電紙上に -5 V ~ -30 V の電圧パターンを作る. 写真 1 を参照されたい. 次に命令ポテンシオメータを線間電圧に固定し (たとえば各線に -10 V, -20 V, …… の電圧を設定すれば, その線間電圧 -15 V, -25 V …… とポテンシオメータを設定する), 入力卓上に導電紙をはり着ける. 次に入力卓の横軸回りを動作させれば, 追従装置は二平行線の中間を追従する. その結果が第



第 14 図 二変数函数追従装置による追跡出力



第 15 図 横軸 (Y) を停止した時の出力特性

14図(b)である。この結果より導電紙上の電圧分布が、かなり良い結果を示していることがわかる。つまり追従した線がほとんど直線に近い。多少ふらついているのは導電線の太さが一様でないこと、導電性が均質になかったことが原因と思われる。

次に二変数函数追従試験として、上で用いた平行線電圧パターンをそのまま用い、命令ポテンシオメータにはサイン函数を入力として、サイン曲線を追従し描かせたのが第 14 図(a)および第 15 図である。三角函数は微分解析機を用いその結線図を第 16 図に示す。第 14 図(a)、第 15 図において、ポテンシオメータに命令されたサイン曲線が (1)、その追従された出力が (2) である。

さてここで、実際に用いた系のゲイン特性を解析してみると、まず差動増幅器の増幅率 $k_2=40 \text{ V/V}$ 、電流増幅器の増幅率 $k_3=5 \text{ mA/V}$ 、サーボモータの感度 $k_4=0.21 \text{ kg wt-cm/mA}$ 、次に導電紙上のパターンは、各線間電圧が 3.5 V/cm であるから $k_1=0.11 \text{ V/rad}$ 、 $J+J_d=7.3 \text{ kg-cm}^2$ より全体のゲインは

$$K = \frac{k_1 k_2 k_3 k_4}{J+J_d} \quad (8)$$

$$\approx 60 \text{ gr-cm/rad}$$

よってこの系の定常誤差⁴⁾は負荷のもつ摩擦 $L=200 \text{ gr-cm}$ から、

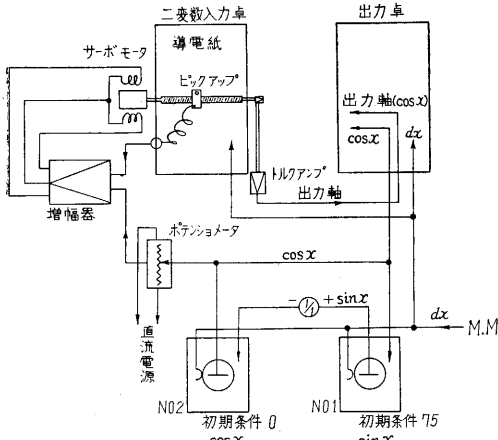
$$\varepsilon = \frac{L}{K} \approx 1 \text{ mm} \quad (9)$$

である。第 14 図の追跡出力から誤差は約 0.5 mm 以内になっているが、これは摩擦の測定値 L が静摩擦であり、実際には、その半分以下の値で示される動摩擦で誤差が現われるためであろう。ここで同じ実験であるが第 15 図(3)、(4)、(5)は、入力卓の横軸送りを止めて行なったものである。追従曲線が階段状になっているのはクーロン摩擦によるジャーキ⁶⁾運動を起こしたもので、この誤差が 1 mm 程度で計算値とよくあっている。つまり横軸送りを動作させた場合はピックアップが常に導電紙上の異なった点にあ

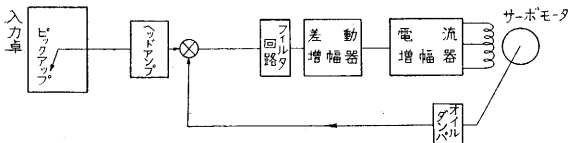
るので、導電紙の電圧分布の不一様性から生じるノイズのため、系が常に振動させられ、ほぼ動摩擦で動作しているが、横軸送りを止めた場合はこのノイズが無くなり、クーロン摩擦によるジャーキ運動が現われる。

9. 系の改善

以上実験に用いたサーボ系のゲインは (8) 式より 60 gr-cm/rad であったが、このゲイン K の取り得る最大値は第 13 図からオイルダンパに $3,000 \text{ C.S.}$ のシリコン油を用いると $2,000 \text{ gr-cm/rad}$ に取り得る。そこで追従誤差も (9) 式より約 0.05 mm 程度になる。実際には導電紙から生じるノイズが、かなり大きいと考えられるの



第 16 図 微分解析機による二変数函数の追従



第 17 図 改良された二変数追従装置

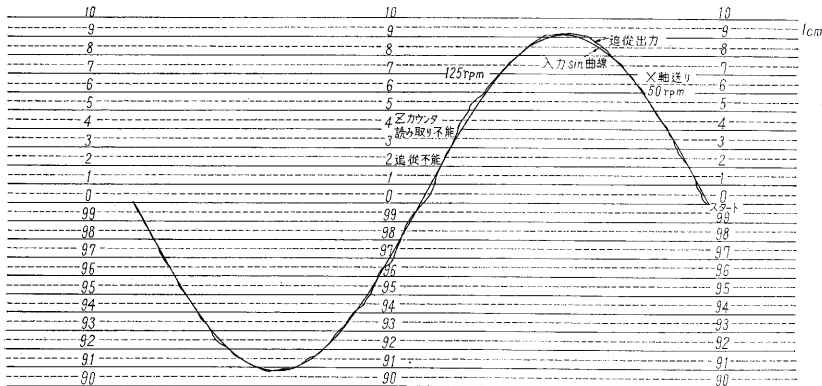
第 2 表 自動追従装置の性能

	自動追従	改良後の自動追従	人手
最大追従速度	15 mm/sec	15 mm/sec	1.5~2 mm/sec
定常的追従誤差	0.5~1 mm	0.1 mm	1~3 mm

フィルタ回路を設け、ノイズを取り除き系を安定にするなど改良すれば、かなり安定なほぼ自動曲線追従装置⁴⁾に近い性能を期待できると思う。

実験に用いた程度の装置でも、(2)の人間による追従よりはるかに早く、精度もよい。その比較は第2表を見られたい。また実際に人手によって二変数函数を追従した特性を、第18図に示す。正弦函数をカウンタで一人が読み、他の一人がその読み取り数に従って、パターン上を追従した。

本研究に際して第3部の河村技官から導電紙の提供を受けたこと、記して厚く感謝する。また導電塗料を提供して下さった藤倉化成 KK、二硫化モリブデンを提供下さった朝日潤滑 KKの河合氏、装置の試作に全面協力下さった千葉工大休徳靖和君、いずれも記して厚く感謝の意を表する次第である。(1961年10月16日受理)



第 18 図 人手による二変数函数の追従

で、 K を小さくし、フィルタ回路を設けると、 ϵ は約 0.1 mm 程度と思われる。さてゲイン K を大きくするには種々の方法があるが、導電紙のパターン電圧は差動増幅器から $-5 \text{ V} \sim -30 \text{ V}$ であまり大きくできない。そこで第 17 図のようにヘッドアンプを増設し、ピックアップから導入された入力信号をこれで十分に増幅し、インピーダンスを下げて、差動増幅器に導入する。すると、高インピーダンスによるリード線からの雑音、ハムなどの誘導が少なくなる。また差動増幅器の入力側には

文 献

- (1) 渡辺, 三井田: 生産研究, Vol. 6, No. 8 (1954)
- (2) Cook, Kirchmayer, Weygandt: A. I. E. E. Transactions, Vol. 69, P.1368 (1950)
- (3) Walter W. Soroka: Analog Methodo in Computation and Simulation P.359 (1954)
- (4) 渡辺, 三井田, 渡部: 生産研究, Vol. 9, No.6(1997)-
- (5) Brown & Campbell: "Principles of Servomechanisms" (1948)
- (6) 渡部: 未発表, 自動曲線追従装置のジャッキ運動の解析(1959)