カッパ 7, 8, 9L 型ロケットの空気力学

玉木章夫・三石　智・永井達成

1. はしがき

1959 年秋，K-420 ロケットが完成してから，これを用いて，7 型（単段）8 型（2 段）および 9L 型（3 段）の飛しょう実験がつぎつぎに行なわれた．

本文にはこれらのロケットに関連して行なった風洞試験の結果を報告する．さらに，9L については，空力特性のマッハ数による変化，第 3 段にスピンが与えられた場合の運動特性などについて述べ，また 9L の第 2，第 3 段を模した模型試験機 SP-150 の空力特性にもふれることにしたい．

以下に示す風洞試験は，いずれもロケットの外形について一応の案ができたところで行なわれたもので，最終的に決定された寸法は風洞模型との寸法の割合が少しちがっているものが多いが，これによって生ずる空力特性のちがいは計算で補正して使用している．

風洞試験は比較的大きい模型による低速風洞試験と，小さい模型による超音速衝撃風洞試験の 2 種である．

2. 低速風洞試験

低速風洞試験は航空研究所 3m 風洞を用いて行なった．風速は 37 m/s，長さ 1 m 当たりのレーノルズ数は 2.4×10^6 である．

試験に用いられた模型は木製で，その寸法は第 1 図に示されている．

K-7，8 型は実物の ¼，9L 全段模型は ⅕，9L の第 3 段だけの模型は ½ である．

K-7 については，胴体にテレメータ用の張出しアンテナを付けた場合をも試験した．

K-8 ブースタ模型の尾翼は付根弦長 800mm，翼端弦長 550mm に対応するが，実機では前縁部を一様に 80 mm 減じて，付根弦長 720mm，翼端弦長 470mm となった．計算によればこれによる風圧中心位置の前進は M=0 のとき約 1% 全長（メーン＋ブースタの）である．

K-9L の第 3 段には円錐尾部が採用され，これに小さい尾翼（アンテナ支持にも役立つ）が付けられた．この試験の当時はまだ尾部の形状について成案がなかったので，図のような 3 種の形状のものについて実験を行なった．実際にはつぎの第 2 図とほとんど等しい形状が採用された．またこの風洞模型の第 2 段の尾翼は翼幅 1.1 m に対応するものであるが，実際には 1m に縮小された．これによってロケット発進時の風圧中心が 1% 全長後退することになる．

各模型の一対の尾翼の露出面積はつぎのとおりである．

	第 1 段	第 2 段	第 3 段
K-7	624 cm²		
K-8	624	239 cm²	
K-9L	345	128	0；8；31 cm²
K-9L 第 3 段			0；57；205

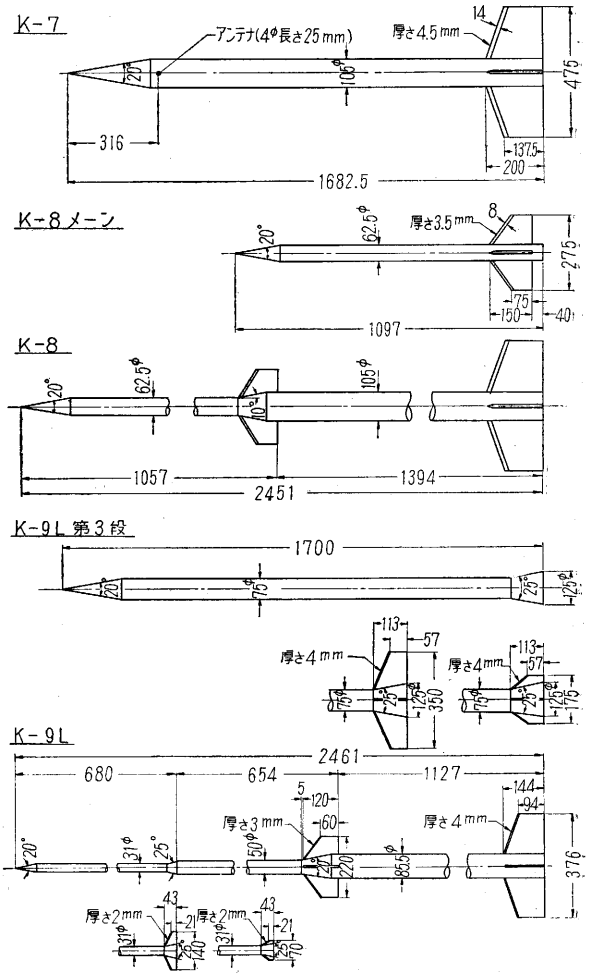
尾翼面の配置はすべて水平，鉛直である．

記号はつぎのとおりである．

α ＝迎角，q＝動圧

S ＝基準面積（胴体断面積，多段の場合は最下段の）

l ＝全長



第 1 図　低速試験用模型

C_L＝揚力/qS（揚力係数）

C_D＝抵抗/qS（抵抗係数）

C_m＝縦揺モーメント/qSl（縦揺モーメント係数，ただし先端まわり頭上げ）

$C.P.=s/l=-C_m/(C_L\cos\alpha+C_D\sin\alpha)$

s＝先端から風圧中心までの距離

$C_{L\alpha}$, $C_{m\alpha}$ を $\alpha=0$ 付近の $dC_L/d\alpha$, $dC_m/d\alpha$ とすると，これらは第1表のようになる（角度としてラジアンを用いる）．$C_{D\min}$ は最小抵抗係数である．

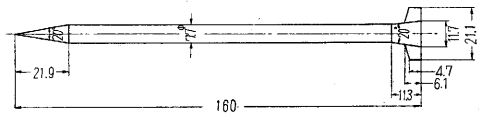
第1表　低速風洞試験結果

	$C_{L\alpha}$	$-C_{m\alpha}$	$C_{D\min}$	$C.P.$	備　　考
K-7	28.6	25.2	0.52	0.86	
〃	〃	〃	0.54	〃	アンテナ付
K-8	30.4	23.5	0.58	0.75	
K-8 第2段	29.8	24.6	0.56	0.83	
〃　〃	〃	25.5	〃	0.86	先端より尾翼後縁までを基準長とする
K-9L	27.5	22.1	0.61	0.80	メーン尾部円錐
〃	〃	〃	〃	0.79	円錐と尾翼（幅 70mm）
〃	〃	〃	0.64	0.75	円錐と尾翼（幅 140mm）
K-9L第3段	2.6	0.8	0.37	0.35	胴体のみ
〃	7.6	6.1	0.88	0.61	尾部円錐
〃	10.0	8.1	0.94	0.73	円錐と尾翼（幅 175mm）
〃	25.2	22.3	1.07	0.87	〃（幅 350mm）

K-7, 8 については特にこれまでと変わったことがらは認められないが，K-9L第3段では円錐形の尾部が抵抗係数をかなり大きくしていることがわかる．

3. 超音速衝撃風洞試験

この試験は生研の衝撃風洞で行なわれた．この風洞の詳細については前報告[2),3)]に述べてあり，また K-8 の試験結果[2),4)]もすでに報告されているので，ここでは9L-第3段の結果だけを報告する．模型は第2図に示されている．試験のマッハ数は 2.7 と 4.2 の二通りである．1 cm 当たりのレーノルズ数はそれぞれ 0.72×10^6, 0.34×10^6 である．



第2図　超音速試験用模型

この風洞では，抵抗線ひずみ計式天秤によって法線力と風圧中心とが測定される．結果はつぎのとおりである．

M	$C_{N\alpha}$	$C.P.$
2.7	10.5	0.61
4.2	10.7	0.59

ただし

C_N＝(胴体に垂直な力)/qS

$C_{N\alpha}=(dC_N/d\alpha)_{\alpha\fallingdotseq0}$

である．

4. 空力特性のマッハ数による変化

以上の実験を補うため，既報の方法[1),2)]によって $C_{N\alpha}$ や $C.P.$ のマッハ数による変化を計算した．K-8 についてはすでに報告してあるので[2),4)] 9L との比較に必要な数値を示すにとどめたい．3段ロケットの場合，第1段，第2段の尾翼の効率をどのようにとればよいかが当初は明らかでなかったが，9L の低速風洞試験の結果からみると，第3段の尾翼が非常に小さいため，第1段の効率を 70%，第2段を 100% として計算すれば実際とよく合うことがわかった．したがって全マッハ数に対してこの数値を用いる．

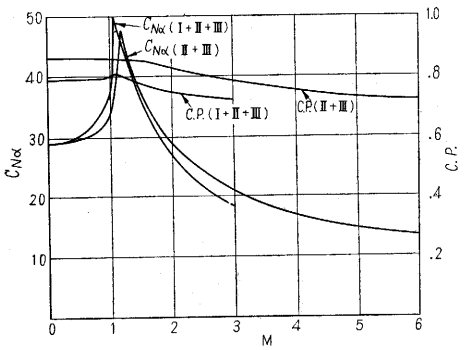
9L 第3段の尾部は円錐形のひろがり (conical flare) と小さい尾翼との組合せになっている．Conical flare についてのわれわれの実験[5)]によればその効率は 0.7～0.8 であるが，ここでは安全側にとって 0.7 とした．超音速における円錐・円柱胴体の $C_{N\alpha}$ は高いマッハ数に主眼をおいて6とし，翼胴体干渉の計算には，胴体の直径として翼付根前後縁における直径の算術平均を用いた．

第2表に K-8 の特性の計算値を示す．マッハ数は各段階の燃焼はじめ（上）とおわり（下）の概略の値である．$C_{m\alpha G}$ は重心まわりのモーメント係数傾斜である．

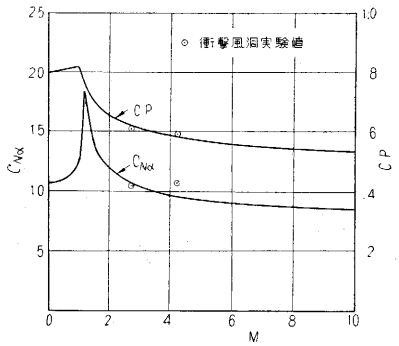
第2表　K-8 の特性計算値
（I, II はそれぞれブースタ，メーンをあらわす）

ロケット	M	$C_{N\alpha}$	$C.P.$	$C.G.$	$-C_{m\alpha G}$
I＋II	0	29	0.74	0.62	3.5
〃	3	18	0.68	0.54	2.5
II	2	28	0.82	0.60	6.2
〃	6.5	12	0.64	0.58	0.7

K-9L の各段の特性を第 3, 4 図に示す．また主な数値を第3表に示す．



第3図　法線力傾斜および風圧中心のマッハ数による変化（K-9L, I, II, III 段および II, III 段）



第4図　法線力傾斜および風圧中心のマッハ数による変化（K-9LⅢ段）

第3表　K-9L の特性計算値
（Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ はそれぞれ第1，第2，第3段をあらわす）

ロケット	M	$C_{N\alpha}$	C.P.	C.G.	$-C_{m\alpha G}$
Ⅰ＋Ⅱ＋Ⅲ	0	29	0.785	0.668	3.4
〃	3	19	0.72	0.582	2.6
Ⅱ＋Ⅲ	2	29	0.82	0.641	5.2
〃	5.5	14	0.725	0.561	2.3
Ⅲ	5	9.4	0.575	0.524	0.48
〃	9	8.7	0.54	0.478	0.54

K-9L の第2段，第3段を模した模型ロケット SP-150（別項報告参照）についての値は第4表のとおりである．

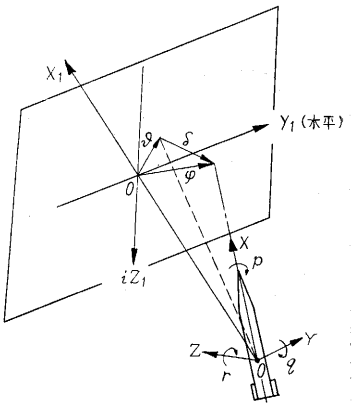
第4表　SP-150 の特性計算値
（Ⅰ，Ⅱ はそれぞれブースタ，メーンをあらわす）

ロケット	M	$C_{N\alpha}$	C.P	C.G. 1号機	C.G. 2号機	$-C_{m\alpha G}$ 1号機	$-C_{m\alpha G}$ 2号機
Ⅰ＋Ⅱ	0	30	0.895	0.613	0.629	8.5	8.0
〃	2	27	0.81	0.521	0.545	7.8	7.2
Ⅱ	1.5	11	0.64	0.536	0.579	1.1	0.67
〃	2	10	0.61	0.472	0.530	1.4	0.80

5.　スピンを伴うロケットの運動

K-9L の第3段の燃焼が行なわれる高度は，発射角 80° の場合，33～44 km の間であり，その前に第2段と切り離されてコースティングを行なうのは約 28 km から 33 km までである．高度 32 km における空気密度は地表の 1/100 であるから空気力は小さく，その上このロケットは飛しょうマッハ数が高いため静安定が従来のものよりかなり少ない．そこで飛しょうの安定を助けるために毎秒数回のスピンを与えることになった．スピンは第3段のみならず第2段にも与えられ，第3段はこのスピンを受けついでコースティングを行なうように計画された．スピンを与える方法およびこれについての予備試験については別項の報告を参照していただくとして，ここでは静的に安定なロケットがゆるいスピンを伴って飛しょうする場合の運動特性を，特に 9L 第3段を対象として考えてみる．

ロケットの揺動あるいは横方向の運動を取り扱うため Davis 等[6]にならって，ロケットの重心 O を原点とする右手直交座標系を考え，X_1 軸をロケットのある時刻における進行方向，Y_1 軸を水平，Z_1 軸をこれらに垂直下向きにとる．X_1 軸と水平面とのなす角を θ_0 とする．そして，複素平面 Y_1+iZ_1 を用い，X_1 軸に対するロケットの径路の傾き角 ϑ，姿勢角 φ，迎角 $\delta(=\varphi-\vartheta)$ を Y_1+iZ_1 面内のベクトルと考える（第5図）．



第5図　座標軸

これらの角度がいずれも小さいとき，推力線のずれ，機体の空力的不整形をもつロケットの重心まわりの回転運動はつぎの方程式で表わされる．

$$
\begin{aligned}
mK^2\ddot{\varphi}-ipmk^2\dot{\varphi}=&\frac{1}{2}\rho V^2SlC_{m\alpha}(\delta-\delta_M)\\
&+i\frac{1}{2}\rho V^2Sl\frac{lp}{2V}C_{n\alpha p}(\delta-\delta_M)\\
&+\frac{1}{2}\rho V^2Sl\frac{l}{2V}C_{mq}\dot{\varphi}\\
&+i\frac{1}{2}\rho V^2Sl\frac{lp}{2V}\frac{l}{2V}C_{nqp}\dot{\varphi}-mGRe^{ipt}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

ここに・は時間微分，m＝ロケットの質量，mK^2＝横軸まわり慣性モーメント，mk^2＝縦軸まわり慣性モーメント，ρ＝空気密度，V＝速度，S＝ロケットの断面積，l＝長さ，δ_M＝ロケットの空力的不整形の角度（簡単のため縦揺モーメントについてもマグナスモーメントについても同じとする），G＝推進加速度，R＝推力線のずれの距離，δ_M，R はいずれも複素ベクトルである．空気力の表わし方は通常の記法に従い，p, q, r で機体軸 X, Y, Z 軸まわりの角速度をあらわす．p はスピンの角速度である．$C_{m\alpha}$，C_{mq} は縦揺モーメント傾斜および同減衰モーメント微係数，$C_{n\alpha p}$，C_{nqp} はマグナス効果のモーメントの項である．また左辺第2項はジャイロ・モーメントをあらわす．

ロケットの横方向の運動はつぎの式で定められる．

$$
\begin{aligned}
mV\dot{\vartheta}=&mG\delta+img\cos\theta_0+mG\beta e^{ipt}\\
&-\frac{1}{2}\rho V^2SC_{Z\alpha}(\delta-\delta_L)\\
&+i\frac{1}{2}\rho V^2S\frac{lp}{2V}C_{Y\alpha p}(\delta-\delta_L)
\end{aligned}
$$

$$-\frac{1}{2}\rho V^2 S\frac{l}{2V}C_{Zq}\dot{\varphi}+i\frac{1}{2}\rho V^2 S\frac{lp}{2V}\frac{l}{2V}C_{Yqp}\dot{\varphi} \quad (2)$$

ここで g=重力の加速度，β=推力線の傾き角，δ_L=空力的不整形角（法線力とマグナス力について同じとする）．法線力傾斜に負号をつけたのは機体 Z 軸を下向きにとったからである．$C_{Y\alpha p}$，C_{Yqp} はマグナス効果による横力の係数である．φ，ϑ，δ の間には

$$\varphi=\vartheta+\delta \quad (3)$$

が成り立つ．また速度 V については

$$\dot{V}=G-\frac{1}{2m}\rho V^2 SC_D-g\sin\theta_0 \quad (4)$$

が成り立つ．ここに C_D は抵抗係数である．

（i）　コースティング段階

まず推力のはたらかない場合について空力的不整形の影響などをしらべよう．

ロケットは（4）に従って抵抗および重力による減速を受けるが，ここではまず簡単のため V=一定とし，空気密度，空力係数も一定と考える．（1），（2）は

$$\ddot{\varphi}-i(p/\gamma)\dot{\varphi}=C(\delta-\delta_M)+D\dot{\varphi} \quad (5)$$

$$V\dot{\vartheta}=A(\delta-\delta_L)+B\dot{\varphi}+ig\cos\theta_0 \quad (6)$$

とかかれる．ここに $\gamma=K^2/k^2$，A，B，C，D は（1），（2）の空気力の項をまとめたものである．ロケットが角速度 p で回転することから

$$\delta_M=\Delta_M e^{ipt},\quad \delta_L=\Delta_L e^{ipt}$$

とおく．Δ_M，Δ_L は一般に複素数である．（3）および（6）から ϑ を消去し，φ を δ で表わすと，（5）から δ の時間 t に関する2階の微分方程式がえられるが，t の代わりにロケットの進んだ距離 $s(=Vt)$ を用い，s についての微分を $'$ で表わすと，つぎの方程式がえられる．

$$\delta''+\left(\frac{A}{V^2}-\frac{D}{V}-\frac{ip}{\gamma V}\right)\delta'-\left[\frac{A}{V^2}\left(\frac{ip}{\gamma V}+\frac{D}{V}\right)+\left(1-\frac{B}{V}\right)\frac{C}{V^2}\right]\delta=\left[\left\{i\frac{p}{V}\frac{A}{V^2}\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)-\frac{A}{V^2}\frac{D}{V}\right\}\Delta_L-\left(1-\frac{B}{V}\right)\frac{C}{V^2}\Delta_M\right]e^{ips/V}+\frac{ig\cos\theta_0}{V^2}\left(\frac{ip}{\gamma V}+\frac{D}{V}\right) \quad (7)$$

まず左辺の係数を考えることとし，

$$\frac{A}{V^2}-\frac{D}{V}-i\frac{p}{\gamma V}=a+ib$$

$$\frac{A}{V^2}\left(\frac{ip}{\gamma V}+\frac{D}{V}\right)+\left(1-\frac{B}{V}\right)\frac{C}{V^2}=c+id$$

とおくと，

$$\left.\begin{aligned}
a&=-\frac{1}{2m}\rho S\left(C_{Z\alpha}+\frac{1}{2}\frac{l^2}{K^2}C_{mq}\right)\\
b&=-\frac{p}{\gamma V}+\frac{1}{2m}\rho S\frac{lp}{2V}\left(C_{Y\alpha p}-\frac{1}{2}\frac{l^2}{K^2}C_{nqp}\right)\\
c&=\frac{1}{2mK^2}\rho SlC_{m\alpha}-\frac{1}{2m}\rho S\frac{lp}{2V}\frac{p}{\gamma V}C_{Y\alpha p}\\
d&=-\frac{1}{2m}\rho S\frac{p}{\gamma V}C_{Z\alpha}+\frac{1}{2mK^2}\rho Sl\frac{lp}{2V}C_{n\alpha p}
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

となる．c，d の式では，明らかに小さい項を無視してある．

これらの式にある空力諸係数のうち，$C_{Z\alpha}$，$C_{m\alpha}$ は前節に与えてある．C_{Zq}，C_{mq} はつぎのようにして計算される．細長い物体の理論[7),8)]によれば円錐・円柱胴体に対してつぎの式がえられる．

$$C_{Zq}=-4[(l_2/l)-(\xi/l)]$$

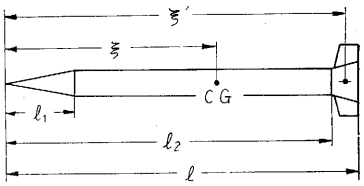
$$C_{mq}=-4[(1/2)(l_2/l)^2+(1/4)(l_1/l)^2+(\xi/l)^2-(2/3)(l_1/l)(\xi/l)-(l_2/l)(\xi/l)]$$

ただし，l_1=先端から円錐の肩までの長さ，l_2=円柱後端までの長さ，ξ=重心までの長さ．また尾翼部（胴体と組み合わせたもの）の寄与は

$$C_{Zq}=-2C'_{N\alpha}[(\xi'/l)-(\xi/l)]$$

$$C_{mq}=-2C'_{N\alpha}[(\xi'/l)-(\xi/l)]^2$$

ただし，ξ' は先端から尾翼部の風圧中心までの距離，$C'_{N\alpha}$ はこの部分の法線力傾斜である（第6図参照）．したがって機体全体の値は両者の和で表わされる．



第6図　ロケット各部の長さの記号

K-9L 第3段の燃焼はじめとおわりに対して，これらの空力諸係数を示せばつぎのとおりである．

	$V(m/s)$	M	$-C_{Z\alpha}$	$-C_{m\alpha}$	$-C_{Zq}$	$-C_{mq}$
燃焼はじめ	1500	5	9.4	0.48	−4.6	−2.0
おわり	2750	9	8.7	0.54	−4.4	−1.9

マグナス効果については，概略の値としてつぎの値を用いる．

$$C_{Y\alpha p}=-0.5,\quad C_{Yqp}=0.4,\quad C_{n\alpha p}=0.1,\quad C_{nqp}=0.4$$

K-9L 第3段の諸元を用い，燃焼はじめとおわりの高度を 33 km，44 km とし，スピン回転数の平均として 4 rps，すなわち p=25.1 rad/s として（8）を計算するとつぎのことがわかる．

（a）　マグナス項はいずれも小さくて無視できる．

（b）　比較的大きい項はつぎのとおりである．ここで上段は燃焼はじめ，下段はおわりの数値を示す．

$$a=-\frac{1}{2m}\rho S\left(C_{Z\alpha}+\frac{1}{2}\frac{l^2}{K^2}C_{mq}\right)=\begin{cases}2.71\times10^{-5}\ m^{-1}\\0.94\times10^{-5}\end{cases}$$

$$b=-\frac{p}{\gamma V}=\begin{cases}-1.09\times10^{-4}\ m^{-1}\\-0.53\times10^{-4}\end{cases} \quad (9)$$

$$c=\frac{1}{2mK^2}\rho SlC_{m\alpha}=\begin{cases}-2.21\times10^{-6}\ m^{-2}\\-0.81\times10^{-6}\end{cases}$$

d の中では $C_{n\alpha p}$ の項が $C_{Z\alpha}$ の項より大きいが，c に比べて2けた小さいから無視できる．このロケットのコースティング中の高度変化は 5 km 程度であるから，以下コースティングにおける諸量の値として，燃焼はじめの値を用いる．

（7）の右辺についても同様の省略を行ない，

$$r=\Delta_L/\Delta_M$$

$$f=-\frac{\rho S}{2m}\left[i\frac{p}{V}C_{Z\alpha}r+\frac{l}{K^2}C_{m\alpha}\right]\Delta_M$$

$$h=\frac{1}{4mK^2}\rho Sl^2C_{mq}$$

とおくと，δ の方程式はつぎの形になる．

$$\delta''+\left(a-i\frac{p}{\gamma V}\right)\delta'-c\delta=fe^{ips/V}+\frac{ig\cos\theta_0}{V^2}\left(i\frac{p}{\gamma V}+h\right) \qquad (10)$$

ここで，c および $p/\gamma V$ にはつぎのような物理的な意味を持たせることができる．

σ を揺動の安定波長とすれば

$$\sigma=2\pi/\sqrt{-c}$$

また真空中でロケットが一章動する間に進む距離を λ とかけば

$$\lambda=2\pi\gamma V/p$$

である．いま考えているロケットの燃焼のはじめでは，（9）より $\sigma=4.2$ km，$\lambda=58$ km であって，π/λ は $2\pi/\sigma$ の 4% にすぎない．a の小さいことも考慮に入れると，(10) の右辺を 0 とおいた方程式は

$$\delta=C_1e^{m_1s}+C_2e^{m_2s}$$

$$m_1=-\frac{a}{2}+i\left(\frac{2\pi}{\sigma}+\frac{\pi}{\lambda}\right),\quad m_2=-\frac{a}{2}-i\left(\frac{2\pi}{\sigma}-\frac{\pi}{\lambda}\right)$$

なる二つのモードをもつ振動を表わすが，二つの特性長 σ, λ のうちの短い方 σ，すなわち空力的効果によってほとんど運動が支配されるということができる．p が小さいことのほかに，このロケットでは γ が大きい（150～170）ことがジャイロ効果を小さくしているといえる．

さて，非同次方程式（10）は特解

$$\delta_p=Ae^{i\Gamma s}+\delta_R$$

をもつ．ここに

$$\Gamma=p/V$$

$$A=\frac{-(\rho S/2m)\{(l/K^2)C_{m\alpha}+i\Gamma C_{Z\alpha}r\}}{-c-\Gamma^2(1-1/\gamma)+i\Gamma a}\Delta_M$$

$$\delta_R=\frac{1}{R_0}\frac{\Gamma}{\gamma c}-i\frac{h}{c}\frac{1}{R_0}$$

$$R_0=V^2/g\cos\theta_0$$

これより（10）の一般解はつぎのようにかかれる．

$$\delta=\delta_R+Ae^{i\Gamma s}+e^{-\frac{a}{2}s}\left[C_1e^{i\left(\frac{2\pi}{\sigma}+\frac{\pi}{\lambda}\right)s}+C_2e^{-i\left(\frac{2\pi}{\sigma}-\frac{\pi}{\lambda}\right)s}\right]$$

ここに C_1, C_2 は $s=0$ におけるロケットの迎角 δ_c およびその微分 δ_0' によってきまるもので，

$$C_1=\frac{1}{2}\left[-i\frac{\sigma}{2\pi}\delta_0'-\frac{\sigma}{2\pi}\Gamma A-i\frac{\sigma}{4\pi}a(\delta_c-\delta_R-A)+\left(1-\frac{\sigma}{2\lambda}\right)(\delta_c-\delta_R-A)\right]$$

$$C_2=\frac{1}{2}\left[i\frac{\sigma}{2\pi}\delta_c'+\frac{\sigma}{2\pi}\Gamma A+i\frac{\sigma}{4\pi}a(\delta_c-\delta_R-A)+\left(1+\frac{\sigma}{2\lambda}\right)(\delta_c-\delta_R-A)\right]$$

である．

以上の議論からつぎのことがわかる．

（a）δ の第3項はロケットが $s=0$（前段ロケットからの切離しのとき）に受けた揺動を表わすが，a が小さいため，コースティング中にほとんど減衰しない．したがって高空での切離しのさいにはロケットが偏向せぬよう注意を要する．

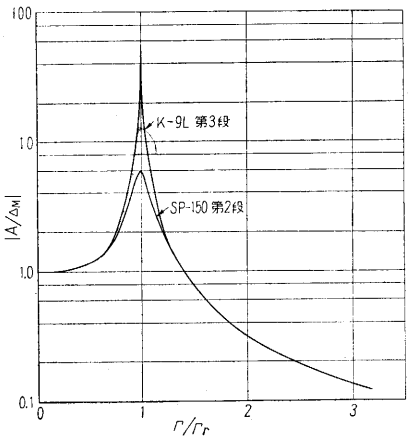
（b）第1項の δ_R は，ロケットが曲率半径 R_0 の径路に沿うて動くときの釣合迎角で，空力減衰モーメントと復元モーメントの釣合で頭を上げていること，ジャイロモーメントと空力復元モーメントで頭を左にふることを表わすが，いずれも 0.01° のオーダーで問題にならぬほど小さい．

（c）$|A/\Delta_M|$ は

$$\Gamma_r=\sqrt{-c}/\sqrt{1-(1/\gamma)}\fallingdotseq\sqrt{-c}$$

のとき最大となる．これは1波長に1回のスピンを意味し，スピンと揺動が共振をおこすことをあらわす．

第7図の上の曲線は K-9L 第3段に対し，$r=\Delta_L/\Delta_M=1.5$ として，$|A/\Delta_M|$ を Γ/Γ_r に対してえがいたものである．ピークの値は $\sqrt{\rho}$ に逆比例するもので，この場合には 56 という高い値になるが，$|A/\Delta_M|$ は Γ/Γ_r が大きくなると急速に減小する．このロケットでは Γ_r に相当する回転数は約 0.35 rps であるから，毎秒 1～2 回



第7図　空力的不整形による揺動振幅とスピン回転数の関係

のスピンによってコースティング中に空力的不整形によって生ずるロケットの傾きをいちじるしく減小させうることがわかる．

下の曲線は模型機 SP-150-2 号機のメーンの場合である．このロケットのコースティングの高度は約 1 km で空気密度が高いからピークがずっと低い．しかし同じ理由で σ が小さく約 200 m なので，Γ_r の回転数は 2.5～3 rps に当たる．実際のコースティングではスピンが 0.5 rps 程度であったので，共振点の左側でほとんどスピン効果のない状態で飛んだことになる．

なお，Rosser[9] が指摘しているように，この共振はさほど分散角 ϑ を大きくするものではないが，われわれの場合コースティングのあとでロケットが点火されるので，δ が大きくなることは極力避けなければならない．

以上の議論では V＝一定と考えた．抵抗と重力による減速を考えに入れるとして，空気密度，空力諸係数は変わらないとし，かつ $p/V=\Gamma$ を一定と考えれば，(10) 式左辺の δ' の係数および右辺の最後のカッコ内に

$$-\frac{\rho S}{2m}C_D-\frac{g\sin\theta_0}{V^2}$$

が付け加わるだけのちがいであり，この項は a, h に比べて小さいから，これまでの議論と本質的な差がないことを付記しておく．

(ii) 燃焼段階

以上の考察から K-9L 第 3 段の燃焼中の分散についても，空力的静安定と推力線のずれや傾きがスピンによって回転することだけを考えればよいと推察される．

このように考えれば Rosser の理論がそのまま適用できる．当面の問題ではロケットが点火されるときすでに速度 V_i を持っているので，この速度でランチャーを出ると仮想して有効ランチャー長

$$s_i=V_i^2/2G$$

を定義し，ロケットの飛行距離 s にもこれを加える．

推力線のずれの距離 R が与えられたときの分散は，スピンのないときには σ, K^2, s, s_i によって定まる．またロケットがランチャーを出るときから一定角速度 p のスピンをする場合には，上の諸量のほかに

$$\omega=\frac{p}{2}\sqrt{\frac{\sigma}{\pi G}}$$

によって分散がきまることになる．

K-9L 第 3 段の場合，p として燃焼のはじめとおわりの平均値として $p=25.1$ rad/s (=4 rps) とし，$\sigma=5.6$ km, $G=210$ m/s² 等の数値を用いて計算すると，燃焼おわりの分散角 ϑ は，$R=1$ mm につき

スピンのないとき：1.6°

スピンのあるとき：0.025°

となり，スピンによって約 1/60 に減ることがわかる．実際のスピンは燃焼のはじめにおそく，おわりにはやいので，その効果は上の数値よりいくらか少ないかも知れないが，程度はだいたい同じと見てよいであろう．

ここで，ジャイロ効果を推定するために簡単な計算の結果を示しておく．

空気力はぜんぜん無いとし，推力線のずれを R, 傾き角 $\beta=0$ とする (β の影響は小さい)．燃焼はじめを時間 t の原点にとって

$$V=Gt$$

とするとき，(1)，(2) は

$$\ddot{\varphi}-i(p/\gamma)\dot{\varphi}=-(GR/K^2)e^{ipt}$$

$$\dot{\vartheta}=(\varphi-\vartheta)/t$$

となり，$t=0$ で $\varphi=\dot{\varphi}=0$ の場合の ϑ は

$$\vartheta=R\frac{G\gamma}{K^2p^2}\left[1-\frac{\gamma}{(\gamma-1)\tau}\left\{e^{i\tau}\sin\tau-\frac{1}{\gamma^2}e^{i\gamma\tau}\sin\gamma\tau\right\}\right]$$

ただし

$$\tau=\frac{p}{2\gamma}t$$

となる．この式は Froelich 等[10]によっても示されている．前と同じ p の値を用い，燃焼おわり ($t=6s$) の ϑ を求め．静止座標系から見た角度に引きなおすため，これに $(V_f-V_i)/V_f$ (V_i, V_f は燃焼のはじめとおわりの速度) をかけると，$|R|=1$ mm についての分散角は 0.7° となる．現在の問題ではもちろん空力的効果（スピンによる推力線の回転をふくめた）の方が大きいのでこの数値は大した意味をもたないが，将来さらに高空で燃焼するロケットに対するスピンの効果を知る上に役立つものと思われる．

(1961 年 9 月 4 日受理)

参考文献

1) 玉木，三石，武井，永井：生産研究 10 巻 10 号，254-25 (1958).
2) 玉木：生産研究 12 巻 12 号，509-513 (1960).
3) F. Tamaki: Proc. 1st Symp. (Intern.) on Rockets and Astronautics, Tokyo 1959, 157-161, Yokendo (1960).
4) F. Tamaki, S. Mitsuishi and S. Nagai: Proc. 2nd Intern. Symp. on Rockets and Astronautics, Tokyo 1960, 137-141, Yokendo (1961).
5) F. Tamaki, S. Mitsuishi and S. Nagai: Paper presented at 3rd Intern. Symp. on Rockets and Astronautics, Tokyo 1961.
6) L. Davis, Jr. et al: Exterior Ballistics of Rockets, D. van Nostrand Co. (1958).
7) T. Nonweiler: College of Aeron., Cranfield, Rep. No. 50 (1951).
8) J. N. Nielsen: Missile Aerodynamics, McGraw-Hill Co. (1960).
9) J. B. Rosser et al: Mathematical Theory of Rocket Flight, McGraw-Hill Co. (1947).
10) J. E. Froelich and A. R. Hibbs: Ballistics of the Explorer, Selected Topics on Ballistics (ed. W. C. Nelson), Pergamon Press (1959).