

熱 交 換 器 の 動 特 性

増 淵 正 美

は し が き

ここ十年來、プロセス制御の技術は急速に進歩し、空気式、油圧式、電気式制御装置からさらに種々の純電子式の制御装置も実用になるようになった。

一方、取り扱うプロセスの制御量の数と種類が増すにつれて電子計算機をプロセス系にとり入れて各種の情報の処理を行ない、さらにプロセス系の制御まで行なわせようという傾向にもなってきた。

一般にプロセス制御では永年経験的に行なわれてきた関係もあるが、制御装置とプロセスとの定量的な動的の関連が十分検討されていなかったようである。このプロセスの動特性の検討はプロセスに固有な種々の困難さを含むものであるが、自動制御の十分な効果を上げるには制御装置の動特性の検討と共に欠くことのできないものである。この問題は作業条件の高速化と作業の複雑さが増すとともに重要性を増すことであろう。

さて、近年、熱交換器の工業プロセスとしての重要性が認識され、熱交換器の動特性の研究が急速に進んできた。これは熱交換器が (a) 比較的簡単な構造でユニットとしてまとまっていたり、作動が割に複雑で興味ある問題を含むこと、(b) 熱交換現象はほとんどすべての化学プロセス、熱工学関係に広く見うけられ、熱交換器の動特性の研究は直接、間接にそれらの分野の制御に適用できること、(c) 重要な変化量は温度と流量であるが、いずれも測定が比較的容易であること、(d) 熱交換は種々の流体間で考えられるが、実験的検討には水や水蒸気が容易に使用できる利点がある、などの理由によるのであろう。

したがって以上の意味から熱交換器の動特性の研究の方向と問題点を検討することはプロセス制御の進歩のために重要な基礎となることと思う。

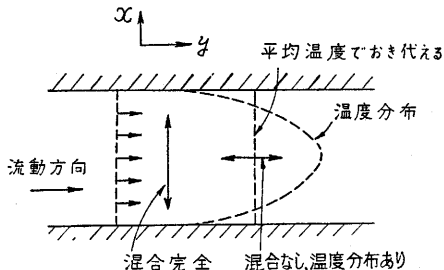
1. 熱交換器の理論的取扱い

熱交換器には 1 流体と固体壁との間の熱交換 (パーコレーション) を問題にする場合と、固体壁をへだてて二つの流体の間の熱交換を問題にする場合とがある。一般に流体の出口温度を目的の条件に保つためにその流体、あるいは他の流体の入口温度、もしくはその流量を制御することになる。

分 布 系

熱交換器はふつうある長さを有するので、流体の温度は長さ方向に分布しているため集中系としては表現し難く、理論的取扱いは複雑になる。流体温度は場所と時間の関数として表わされるので第 1 図のような仮定をおいて考えると連立偏微分方程式をうる。これは周波数応答法によって初めて解析された。

この問題を最初に手がけたのは Profos⁽¹⁾ で熱容量のある固体壁と 1 流体間の熱交換をベクトル軌跡で論じている。つづいて高橋安人教授⁽²⁾ と Dusinberre⁽³⁾ はこのパーコレーションにつき簡易な計算法を提案した。



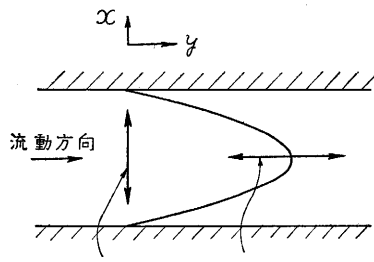
第 1 図 x 方向には温度分布はないとして取り扱う

さらに二つの流体間の熱交換を集中系、1 流体のみ集中系、および両流体共分布系の場合に分類し、固体熱容量をも考慮に入れて解析したのは高橋安人教授^(2,3,4) であり、この研究が端緒になって多くの研究^(9,10,11,12,13) が発表された。この方法は管路の数が増加すると急に複雑になるが、同一状態、同一条件の管路を使う限り、いかに管路数が増しても特性方程式の次数は 3 以上にすることはなく伝達関数が求められることを筆者^(24,25,26,27,29) と Iscol⁽²⁸⁾ が全く独立に見出した。

集 中 系

温度が管長に沿って分布しているシェルおよび管路流体を、十分混合された要素が多数直列につながっていると考えて取り扱う研究が多く行なわれており、このような分割をすると一般に連立常微分方程式が成立する。これらの研究はアナログ計算機によって動特性を検討しようという目標で行なわれたもので、passive element 型では DeBolt⁽⁷⁾, Mozley⁽¹⁰⁾, Ford⁽¹³⁾, Kourim^(16,17), Carteron, Deloux⁽²¹⁾, Cima, London⁽²²⁾ などがあり、流体的相似回路では, Juhasz, Clark⁽¹⁵⁾, また active element 型では Chien, Ergin など⁽²³⁾ や筆者^(27,29) の研究がある。

上述の分布系的取扱いは第1図のような考え方にもとづいているので乱流領域内であれば十分成り立つと考えられる。一方、粘性の高い流体や非ニュートン流体では第2図のように考えねばならず、ふつう一般的興味は



第2図 x, y 方向共に温度分布を考える

少ないであろうが重い油やプラスチックなどでは問題になる。このような層流域を問題にしている論文はまだ無いようである。

また、集中系扱いは集中要素の数を増せば近似の精度をいかようにも高められるが、大型の計算機が必要になったり、ドリフトその他の点で不利な条件が増してくる。

流量変化

流体の流量変化を考えると(1)基礎式の係数が変化して非線形になるほか、(2)熱伝達率などの変化が温度変化入力の場合よりはるかに大きくなって取り扱い難くなるので、この点を論じた研究は割に少ないが^(31,32)、制御上重要な特性である。

凝縮する水蒸気

この範囲では DeBolt⁽⁷⁾, Cohen, Johnson⁽⁹⁾, Catheron, Goodhue, Hansen⁽³⁰⁾ の研究があるが、相変化を伴う現象は相当複雑で十分な検討はなされてない。しかし、実際の熱交換器ではこのような場合も多いので興味ある特性である。

発熱を伴う場合

化学反応、核反応などで著しい特性であるが、この方面の研究は今後重要な仕事になるであろう^(19,20)。

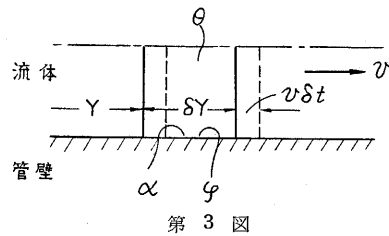
2. 動特性の実験的測定法

動特性を実験的に求めるには(1)正弦波を加え、その周波数 ω を種々変えて Bode 線図を書く方法、(2)入力に階段状変化を加えて時間的応答をしらべる方法、(3)種々の形、大きさのパルスを加えて応答を直接比較、あるいは解析する方法などが主として使われている。このうち、(1)が最も多く使われ、理論的検討と比較するには最も便利な方法である。(2)は場合によると真の階段状変化を与え難いことがあるから注意を要する。(3)ではパルスをフーリエ解析^(10,33)して Bode 線図などを求めているが、計算に相当の手数を要し、かつ、高周波域で比較の精度が劣ることがある。しかし、実験的には測定し易い点が長所であろう。

また、実験データから系のパラメータを直接決定し易い点では研究(12)がすぐれた特色を有する。

3. 動特性の理論的解析法

(1) 動特性の基礎式 (第3図参照)



今、温度 θ の流体が速度 v で移動しつつ温度 ϕ の固体表面と熱交換するとき、微小区間の

熱収支を考えて

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha F}{w} (\phi - \theta) \dots \dots \dots (1)$$

で表わされる。ただし、 v は流速 m/mn , α は熱伝達率 $kcal/m^2mn^\circ C$, w は単位長さの流体の熱容量 $kcal/m^\circ C$, F は伝熱面積 m^2/m , Y は熱交換器の左端から測った距離 m 。

係数を無次元化すると

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial l} = a'(\phi - \theta) \dots \dots \dots (2)$$

ただし

$$\tau = t/L, L = (\text{熱交換器の長さ})/v, \text{むだ時間}, a' = (\alpha \times \text{全伝熱面積}) / (v \times w), l = Y / (\text{全体の長さ})$$

また、ふつうの薄肉管ではその熱伝導率は半径方向に無限大、長さ方向に零とみなせるから次式が成り立つ。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\alpha F}{C} (\theta - \phi) \dots \dots \dots (3)$$

ただし、 C は管壁の熱容量 $kcal/m^\circ C$ である。

特に壁厚が無限に薄いとみなせるときは(2)式で a' を $a = (k \times \text{全伝熱面積}) / (v \times w)$, k $kcal/m^2mn^\circ C$ 熱通過率で、 ϕ を他の流体温度でおきかえて扱うことができる。ふつう、流体に関する(2)式と、固体の式(3)を組み合わせて論ずるが、第2流体を考えるとさらに(2)式と同様の式をうるから、これらを連立させればよい。

以上の基礎式から熱交換器の動特性を支配する要素は

- (a) 両流体の熱容量
- (b) 固体壁の熱容量 (壁の厚さ)
- (c) 流体速度
- (d) 熱伝達率

などであることがわかる。

次にこれらの偏微分方程式を線形化して扱い易くするために次のようなある程度の仮定をおいている。

(a) 熱伝達率などの伝熱面定数は一定で流体の温度や熱交換面の温度によって変化しないとする。温度変化入力を考える場合には平均の熱伝達率で十分実用になる。しかし、流量変化の場合は問題になろう。

(b) 流動方向に直角な断面内では均一な温度分布とする。乱流領域ではある区間の平均の温度によって熱交換されていると考えられるからこの仮定は十分成り立つ。

(c) 固体熱容量を考慮する場合、厚さが比較的薄いとときには、熱交換の長さ方向には熱抵抗無限大で、長さ方向と直角な方向には熱抵抗がないとして扱うことができる。

第 1 表 並流および向流熱交換器、ならびに集中系置換の例

No.	熱交換器略図*	扱い方	基礎式**	伝達関数***	備考
1		集中系置換の場合 固体熱容量のない場合	$\begin{cases} q_1(\theta_{1i}-\theta_1)-kF(\theta_1-\theta_2)=C_1 \frac{d\theta_1}{dt} \\ q_2(\theta_{2i}-\theta_2)-kF(\theta_2-\theta_1)=C_2 \frac{d\theta_2}{dt} \end{cases}$ これから $\begin{cases} \frac{d\theta_1}{d\tau} + \theta_1 - \theta_{1i} = a_1(\theta_2 - \theta_1) \\ r \frac{d\theta_2}{d\tau} + \theta_2 - \theta_{2i} = a_2(\theta_1 - \theta_2) \end{cases} \quad (4)$	$\theta_{2i}=0 \text{ で}$ $G(s) = \theta_2 / \theta_{1i} = \frac{a_2}{rs^2 + s(r a_1 + r + a_2 + 1) + a_1 + a_2 + 1}$	
2		1 と同一の場合で直列容量をもつ場合、直列容量も集中系として扱う。	$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{d\tau} + \theta_1 - \theta_{1i} = a_1'(\theta_h - \theta_1) \\ \frac{d\theta_h}{d\tau} = b_{h1}(\theta_1 - \theta_h) - b_{h2}(\theta_h - \theta_2) \\ r \frac{d\theta_2}{d\tau} + \theta_2 - \theta_{2i} = a_2'(\theta_h - \theta_2) \end{cases} \quad (5)$	分子 = $a_2' b_{h1}$ 分母 = $rs^2 + s^2[r(b_{h1} + b_{h2}) + a_2' + r a_1' + r + 1] + s[(1+r)(b_{h1} + b_{h2}) + a_2' b_{h1} + r a_1' b_{h2} + a_2' + a_1' + a_2 a_2' + 1] + b_{h1} + b_{h2}$	
3		1 と同一の場合で直列容量あり、直列容量は厚さ大で熱の移動方向に分布系と考える。	$\begin{cases} q_1(\theta_{1i}-\theta_1) - a_1 F(\theta_1 - \theta_{h1}) = C_1 \frac{d\theta_1}{d\tau} \\ K \frac{\partial^2 \theta_h}{\partial x^2} = \frac{\partial \theta_h}{\partial t} \\ q_2(\theta_{2i}-\theta_2) - a_2 F(\theta_2 - \theta_{h2}) = C_2 \frac{d\theta_2}{d\tau} \end{cases} \quad (6)$		
4		第 1 流体は分布系、第 2 流体は集中系、固体熱容量のない場合	$\begin{cases} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_1}{\partial l} = a_1(\theta_2 - \theta_1) \\ r \frac{d\theta_2}{d\tau} + \theta_2 = a_2 \left(\int_0^l \theta_1 dl - \theta_2 \right) \end{cases} \quad (7)$	$\theta_{2i}=0 \text{ で}$ $G(s) = \frac{a_2(s+a_1)(1-e^{-(s+a_1)})}{(s+a_1)^2(1+rs)+a_2s} \times (s+a_1) + a_1 a_2 (1-e^{-(s+a_1)})$	
5		並流熱交換器 固体熱容量のない場合	$\begin{cases} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_1}{\partial l} = a_1(\theta_2 - \theta_1) \\ r \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_2}{\partial l} = a_2(\theta_1 - \theta_2) \end{cases} \quad (8)$	$G(s) = \frac{2g_2}{\sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4g_1g_2}} e^{-\frac{f_1+f_2}{2}}$ $\times \sin h \frac{\sqrt{(f_1-f_2)^2 + 4g_1g_2}}{2}$ $f_1 = s + a_1, f_2 = sr + a_2$ $g_1 = a_1, g_2 = a_2$	文献 (2, 3, 4)
6		向流熱交換器 固体熱容量のない場合	$\begin{cases} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_1}{\partial l} = a_1(\theta_2 - \theta_1) \\ r \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} - \frac{\partial \theta_2}{\partial l} = a_2(\theta_1 - \theta_2) \end{cases} \quad (9)$	$G(s) = \frac{g_2}{\frac{f_1+f_2}{2} + \sqrt{(\frac{f_1+f_2}{2})^2 - 4g_1g_2}} \times \coth \frac{\sqrt{(\frac{f_1+f_2}{2})^2 - 4g_1g_2}}{2}$ $f_1, f_2, g_1, g_2 \text{ は 5. と同一.}$	
7		並流熱交換器 直列および側容量を含む場合	$\begin{cases} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_1}{\partial l} = a_1'(\theta_h - \theta_1) \\ \frac{\partial \theta_h}{\partial \tau} = b_{h1}(\theta_1 - \theta_h) + b_{h2}(\theta_2 - \theta_h) \\ r \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} \pm \frac{\partial \theta_2}{\partial l} = a_2'(\theta_h - \theta_2) + a_s'(\theta_s - \theta_2) \\ \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = b_s(\theta_2 - \theta_s) \end{cases} \quad (10)$ ただし、第 3 式の複号は+をとる	5. の式で $f_1 = a_1'(b_{h2} + s) / (b_{h1} + b_{h2} + s) + s$ $f_2 = a_2'(b_{h1} + s) / (b_{h1} + b_{h2} + s) + s \left(r + \frac{a_s'}{s + b_s'} \right)$ $g_1 = a_1' b_{h2} / (b_{h1} + b_{h2} + s)$ $g_2 = a_2' b_{h1} / (b_{h1} + b_{h2} + s)$	
8		向流熱交換器 直列および側容量を含む場合	上式で第 3 式の複号の-をとる $\dots\dots\dots(11)$	6. の式と同一、 $f_1, f_2, g_1, g_2 \text{ は 8. と同一.}$	

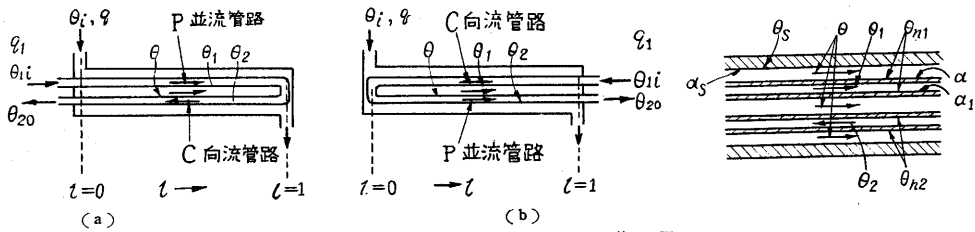
* 2 種類の流体はそれぞれ添字 1, 2 をつけて区別し、また直列容量 (両流体間の管壁) に h 、側容量 (外側の管壁) に s なる添字をつける。
 ** a_1 (無次元) $= kF/q_1$, a_2 (無次元) $= kF/q_2$, a_1' (無次元) $= a_1 F/q_1$, a_2' (無次元) $= a_2 F/q_2$, a_s' (無次元) $= a_s F/q_1$, b_{h1} (無次元) $= a_1 F/(C_h v_1)$, b_{h2} (無次元) $= a_2 F/(C_h v_2)$, b_s (無次元) $= a_s F/(C_s v_s)$, C_1, C_2 は集中系するとき流体の熱容量, kcal/°C 分布系るときは C_h, C_s で固体の熱容量を表す。 q = 流入熱量 kcal/mm²C, 分布系では $= wv$, r (無次元) $= T_2/T_1$ (集中系) $= v_1/v_2$ (分布系)で, T = 時定数 mn, $T_1 = C_1/q_1$, $T_2 = C_2/q_2$, t = 時間 mn, v = 流体速度 m/mn, w = 単位長さの流体の熱容量 kcal/m²C, τ (無次元) $= t/T_1$ (集中系) $= t/L_1$ (分布系)で。
 *** これらの伝達関数は基礎方程式で第 1 流体の入口温度を $e^{s\tau}$ なる正弦波状に変化させ、第 2 流体入口温度変動を零とした場合に各流体温度 (固体温度も) が正弦波状の変動をしているとして解き、左端、右端の境界条件を与えて求めたものである。
 † 式中の s を 0 とおけば静特性 (温度効率) をうる。

(2) 向流および並流熱交換器

熱交換器を理論的に取り扱い、集中系に置換の例、1流体のみ集中系で置換の例、両流体ともに分布系の例および直列容量(管壁の熱容量)と側容量(シェルの壁の熱容量)を含む種々の場合の基礎方程式、ならびに伝達関数の諸例を第1表に表示した。これらの伝達関数は第1流体の入口温度に正弦波状の変化を与えた場合の第2流体の出口温度の変化(第2流体の入口温度変化は0として)を求めたものである。また、このような正弦波状の温度変動は静的な温度分布の上に重畳しているから、伝達関数において変動分を除けば、すなわち $s=0$ とおけば静特性、温度効率の式が得られる便利さがある。

(3) 多管式熱交換器

第4図に示すように一つのシェル内に2個以上の管路が存在する場合である。筆者は便宜上、シェル流体の流動方向に対し管路流体の流動方向が同一の場合にその管路をP(並流の意)、逆の場合をC(向流の意)なる記号で表わして整理した⁽²⁴⁾。このとき、管路流体の入口側からみて最初に並流(P)で、次に向流(C)という配列の場合をP-C形、逆の場合をC-P形と略称する。



第4図 2 管路熱交換器

2 管路の場合

P-C 形では(第4図(a))

$$\left. \begin{aligned}
 \text{第1管路} \quad & \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_1}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_1) \\
 \text{第2管路} \quad & \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} - \frac{\partial \theta_2}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_2) \\
 \text{シェル流体} \quad & r \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial l} = a(\theta_1 - \theta) + a(\theta_2 - \theta)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 $\theta_1, \theta_2, \theta$ はそれぞれ第1, 第2管路流体およびシェル流体温度、 $a_1 = kF/q_1, a = kF/q$, シェル流体を表わす記号については添字をつけないとする。

同様に C-P 形では(第4図(b))

$$\left. \begin{aligned}
 \text{第1管路} \quad & \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} - \frac{\partial \theta_1}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_1) \\
 \text{第2管路} \quad & \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_2}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_2) \\
 \text{シェル流体} \quad & r \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial l} = a(\theta_1 - \theta) + a(\theta_2 - \theta)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

なる連立偏微分方程式が求められる。温度変化入力の場合には、入力信号が正弦波状のときに各温度がすべて正弦波状の変動をしているとして伝達関数を求めることができる。たとえば P-C 形で、管路入口温度変動は 0, シェル流体入口温度を正弦波状に変えたときの管路流体の出口温度の応答は

$$G(s) = \frac{\theta_{20}}{\theta_i} = \frac{(\alpha_1 - \beta_1)(\alpha_2 \beta_3 - \alpha_3 \beta_2)e^{\beta_1} + (\alpha_2 - \beta_2) \dots \dots \dots (14)$$

となる。また、式中で $s=0$ とおくと静特性、温度効率を得られる。

$$G(0) = \frac{2a_1}{a_1 + a + \sqrt{a_1^2 + a^2} \coth \sqrt{a_1^2 + a^2}} \dots (15)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{a_1}{-p_1 + s + a_1}, \quad \alpha_2 = \frac{a_1}{-p_2 + s + a_1}, \quad \alpha_3 = \frac{a_1}{-p_3 + s + a_1} \\
 \beta_1 &= \frac{a_1}{p_1 + s + a_1}, \quad \beta_2 = \frac{a_1}{p_2 + s + a_1}, \quad \beta_3 = \frac{a_1}{p_3 + s + a_1}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

で、また式中の p_1, p_2, p_3 は

$$p^3 + p^2(2a + rs) - p(s + a_1)^2 - s(s + a_1)(r(s + a_1) + 2a) = 0 \dots\dots\dots (17)$$

より求められ、すべて複素根である。前述の(2)の純向流および純並流の時では(17)式に相当する式は2次式になるから根は容易に求められ、第1表の伝達関数に直接含まれている。

C-P 形の場合でも同様に求められ、また、管路側が入力でシェル側が出力の場合でも同様に求められる。

3 管路以上の場合について

一般に同一寸法、同一状態の管路が多数存在する場合には各P流に対して

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_i}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_i) \dots\dots\dots (18)$$

各C流に対して

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial \tau} - \frac{\partial \theta_i}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_i) \dots\dots\dots (19)$$

また、シェル流体に対しては

第 2 表 多 管 路 熱 交 換 器

種 類	略 図†	基 礎 方 程 式	静 特 性*	備 考
集 中 系		第 1 表 参 照	0.40 -7.96 db	比較のために示す。 Mは集中系 Pは並流 Cは向流 を表わす。
純 並 流		第 1 表 参 照	0.49 -6.19 db	
純 向 流				
P-C 2 管 路 C-P		(12) 式 (13) 式	0.556 -5.09 db	** 文献 (24)
P-C-P 3 管 路 C-P-C		$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} \pm \frac{\partial \theta_1}{\partial l} a_1(\theta - \theta_1)$ $\frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} \mp \frac{\partial \theta_2}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_2)$ $\frac{\partial \theta_3}{\partial \tau} \pm \frac{\partial \theta_3}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_3)$ $r \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial l} = a(\theta_1 - \theta) + a(\theta_2 - \theta) + a(\theta_3 - \theta)$ P-C-Pは複号の上方, C-P-Cは下方を使う。	0.529 -5.53 db 0.57 -4.88 db	** ** 文献 (24)
P-C-P-C 4 管 路 C-P-C-P		$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} \pm \frac{\partial \theta_1}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_1)$ $\frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} \mp \frac{\partial \theta_2}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_2)$ $\frac{\partial \theta_3}{\partial \tau} \pm \frac{\partial \theta_3}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_3)$ $\frac{\partial \theta_4}{\partial \tau} \mp \frac{\partial \theta_4}{\partial l} = a_1(\theta - \theta_4)$ $r \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial l} = a(\theta_1 - \theta) + a(\theta_2 - \theta) + a(\theta_3 - \theta) + a(\theta_4 - \theta)$ P-C-P-Cは複号の上方, C-P-C-Pは下方。	0.553 -5.15 db	** 文献 (24)
管 路 数 無 限 個		文献 (25)	0.55 -5.19 db	** PとCの数は無限大

* 静特性の比較例は $r=1$, 全体の a_1 = 全体の $a=2$ の場合を示す。
 ** PとCの総和が等しい時には静特性は入口, 出口の相対位置には無関係である。
 † 太い矢印は考慮中の入力と出力を示す。

$$r \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial l} = a(\theta_1 - \theta) + a(\theta_2 - \theta) + \dots + a(\theta_i - \theta)$$

$$= \sum_{i=1}^n a(\theta_i - \theta) \dots \dots \dots (20)$$

ただし, 管路数が n で i は管路の順を表わすとする。が得られ, これらの連立偏微分方程式から管路数がいかに増しても 3 次 の p の式 ((17) 式と類似の式で係数が変わったもの) といくつかの等根が求められるので伝達関数が得られる。第 2 表に 3 管路, 4 管路の場合の基礎式を示した。

また純向流および純並流の場合と同様に直列容量や側容量が加わった時でもその影響を考慮に入れた理論式が得られ, その動特性に及ぼす影響を論ずることができる。

4. アナログ回路について

熱交換器自身の動特性の研究や熱交換器を含む制御系の検討のために熱交換器の電気的な相似回路を利用する研究が行なわれていることは前に述べた。この方法は分布系としての熱交換器を有限個の集中系の集合で近似する方法である。近似の程度は要素の数を増せば高くなるが回路が扱い難くなる。比較的高い周波数範囲を問題にしない場合や, 制御系の他の要素の時間おくれが割に大きいときは比較的低い周波数範囲までを考えれば十分で, 一般に 4~12 個ぐらいの要素の組合わせがよく使われている。

- 熱系と電気系の相似では
- 温度 → 電圧
- 熱流 → 電流
- 熱容量 → 電気容量

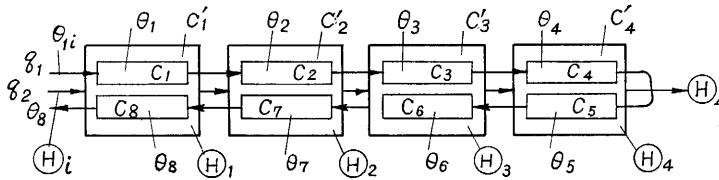
熱抵抗→電気抵抗

なる対応を考え、集中化したときの熱系の方程式と電気系の方程式とが数学的に等しくなるようにする。scale factor は相似系で扱い易い容量、抵抗の範囲で決めることができる。

次に二つの異なった形式の相似回路を示す。

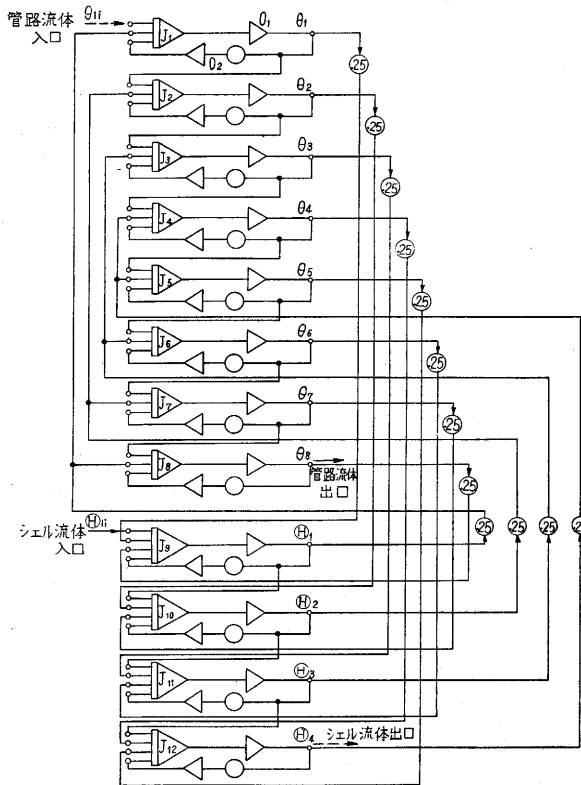
(1) 2 管路熱交換器の相似回路

第4図(a)のP-C形を例にとろう。第5図に示すように長さ方向に直角な断面でたとえば四つに分割し、分割されたシェル要素、管路要素はすべて混合が完全に集中要素として扱えるものとする。いま、図のように



第5図 第4図(a)の場合の2管路熱交換器を4分割して集中系としたもの

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_8$ は分割された管路要素の温度
 $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4$ は " " シェル要素 " "
 C_1, C_2, \dots, C_8 は " " 管路要素の熱容量
 C'_1, C'_2, C'_3, C'_4 は " " シェル要素の熱容量
 とおけば四つのシェル要素の中でそれぞれ管路要素との間の熱交換を考慮することができるから熱収支を考えると

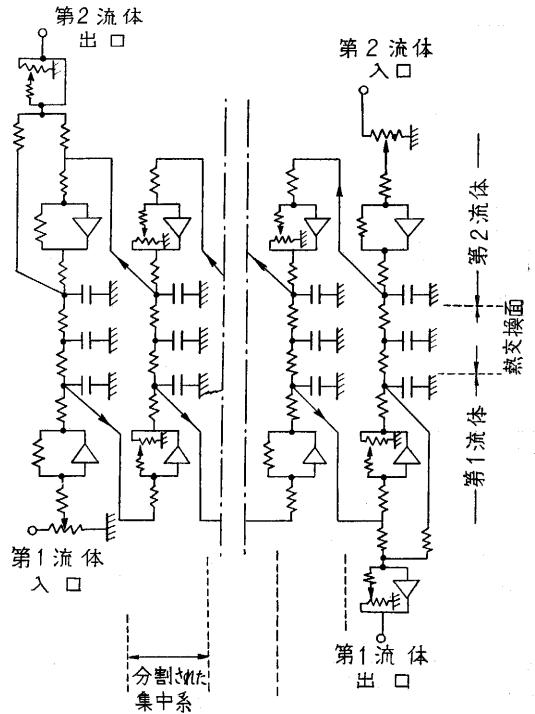


第6図 アナログ計算機結線図

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{管路で} \\ \left\{ \begin{array}{l} q_1(\theta_{1i} - \theta_1) - kA(\theta_1 - \Theta_1) = C_1 \frac{d\theta_1}{dt} \\ q_1(\theta_1 - \theta_2) - kA(\theta_2 - \Theta_2) = C_2 \frac{d\theta_2}{dt} \\ \dots \dots \dots \\ q_1(\theta_7 - \theta_8) - kA(\theta_8 - \Theta_1) = C_8 \frac{d\theta_8}{dt} \end{array} \right. \\ \\ \text{シェルで} \\ \left\{ \begin{array}{l} q_2(\Theta_1 - \Theta_1) - kA(\Theta_1 - \theta_1) - kA(\Theta_1 - \theta_8) \\ = C'_1 \frac{d\Theta_1}{dt} \\ \dots \dots \dots \\ q_2(\Theta_8 - \Theta_1) - kA(\Theta_1 - \theta_1) - kA(\Theta_1 - \theta_8) \\ = C'_4 \frac{d\Theta_4}{dt} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

分割を等分割とし、 $C = C_1 = C_2 = \dots = C_8$
 $C' = C'_1 = C'_2 = C'_3 = C'_4$ とおき、
 $T = C/q_1, T' = C'/q, a_1 = kA/q_1, a_2 = kA/q_2$
 $r = T'/T, \tau = t/T$ を用いると次の連立常微分方程式が得られる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_1}{d\tau} + (a_1 + 1)\theta_1 = \theta_{1i} + a_1\Theta_1 \\ \frac{d\theta_2}{d\tau} + (a_1 + 1)\theta_2 = \theta_1 + a_1\Theta_2 \\ \frac{d\theta_3}{d\tau} + (a_1 + 1)\theta_3 = \theta_2 + a_1\Theta_3 \\ \frac{d\theta_4}{d\tau} + (a_1 + 1)\theta_4 = \theta_3 + a_1\Theta_4 \\ \frac{d\theta_5}{d\tau} + (a_1 + 1)\theta_5 = \theta_4 + a_1\Theta_4 \end{array} \right.$$



第7図 向流熱交換器のアナログ回路

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_6}{d\tau} + (a_1+1)\theta_6 = \theta_5 + a_1\theta_3 \\ \frac{d\theta_7}{d\tau} + (a_1+1)\theta_7 = \theta_6 + a_1\theta_2 \\ \frac{d\theta_8}{d\tau} + (a_1+1)\theta_8 = \theta_7 + a_1\theta_1 \\ r\frac{d\theta_1}{d\tau} + (2a_2+1)\theta_1 = \theta_1 + a_2(\theta_1 + \theta_8) \\ r\frac{d\theta_2}{d\tau} + (2a_2+1)\theta_2 = \theta_1 + a_2(\theta_2 + \theta_7) \\ r\frac{d\theta_3}{d\tau} + (2a_2+1)\theta_3 = \theta_2 + a_2(\theta_3 + \theta_6) \\ r\frac{d\theta_4}{d\tau} + (2a_2+1)\theta_4 = \theta_3 + a_2(\theta_4 + \theta_5) \end{array} \right.$$

これより求めたアナログ回路は第 6 図に示したようになる。

(2) 向流熱交換器のアナログ回路

向流熱交換器については多くの研究があるが、第 7 図に示したのはその一つ⁽²¹⁾で原偏微分方程式を階差方程式に直して求めたものである。多数の C, R を組み合わせて各分割要素の第 1 流体, 第 2 流体, 熱交換面などを相似している。

このようなアナログ回路を使用すると、流体の流動による熱の移動と、伝熱による熱の移動の経路がはっきりして直観的に過渡状態の推定がつく利点もある。

5. 結 言

以上で熱交換器の動特性に関する研究の方向を展望し問題点を概説したが、今後のこの方面の研究に少しでも役に立てば幸いである。 (1960. 2. 29)

文 献

- 1) P. Profos, Die Behandlung von Regelproblemen vermittels des Frequenzganges des Regelkreises, Diss. Zürich, 1943
- 2) Y. Takahashi: Transfer Function Analysis of Heat Exchange Processes, edited by A. Tustin, Automatic and Manual Control, Butterworths, London, 1952, P. 235
- 3) Y. Takahashi: Regeltechnische Eigenschaften von Gleich- und Gegenstromwärmeaustauschern, Regelungstechnik, 2, 1953, pp. 32~35
- 4) 高橋安人: 熱交換の自動制御, 日本機械学会誌, 54, 393, 昭 26~10, p. 426
- 5) J. W. Rizika: Thermal Lags in Flowing Systems Containing Heat Capacitors, Trans. ASME, 76, 1954, pp. 411~20
- 6) G. M. Dusinger: Calculation of Transient Temperatures in Pipes and Heat Exchangers by Numerical Methods, Trans. ASME, 76, 1954, pp. 421~426
- 7) R. R. DeBolt: Dynamic Characteristics of a Steam-Water Heat Exchanger, M. S. Thesis, Univ. of California, 1954
- 8) Y. Takahashi: Graphically Determine the Dyna-

- 9) W. C. Cohen and E.F. Johnson: Dynamic Characteristics of Double-Pipe Heat Exchangers, Ind. & Eng. Chem., 48, 6, 1956, pp. 1031~1034
- 10) J. M. Mozley: Predicting Dynamics of Concentric Pipe Heat Exchangers, Ind. & Eng. Chem., 48, 6, 1956, pp. 1035~41
- 11) S. Lees and J.O. Hougen: Pulse Testing a Model Heat Exchange Process, Ind. & Eng. Chem., 48, 6, 1956, pp. 1064~68
- 12) H. M. Paynter and Y. Takahashi: A New Method of Evaluating Dynamic Response of Counter flow and Parallel-flow Heat Exchangers, Trans. ASME, 78, 1956, pp. 749~58
- 13) R. L. Ford: Electrical Analogues for Heat Exchangers, Proc. IEE. 103, Paper No. 1934, 1956, pp. 65~82
- 14) J. W. Rizika: Thermal Lags in Flowing Incompressible Fluid Systems Containing Heat Capacitors, Trans. ASME, 78, 1956, pp. 1407~13
- 15) S. Juhasz and J. Clark: Hydraulic Analogy for Transient Conditions in Heat Exchangers, Fourth Int. Inst. and Meas. Conf., Paper CMP II C, Sept. 1956
- 16) G. Kourim: Die elektrische Nachbildung der instationären Vorgänge beim Wärmeaustauschern, Regelungstechnik, 5, 1957, pp. 163~7
- 17) G. Kourim: Ein elektrisches Analogiegerät für Überhitzer, Regelungstechnik, 9, 5, 1957, pp. 302~306
- 18) B. D. Hainsworth, V. V. Tivy and H. M. Paynter: Dynamic Analysis of Heat Exchanger Control, ISA Journal, 4, 6, 1957, pp. 230~235
- 19) J. A. Clark, V. S. Arpacı and K. M. Treadwell: Dynamic Response of Heat Exchangers Having Internal Heat Sources-Part I, Trans. ASME, 80, 3, 1958, p. 612
- 20) V. S. Arpacı and J. A. Clark: Dynamic Response of Heat Exchangers Having Internal Heat Sources-Part II, Trans. ASME, 80, 3, 1958, p. 625
- 21) J. M. Carter and G. Deloux: Analog Representation of Heat Exchange, Application to the Simulation of Heat Exchangers of Nuclear Power Plants, Proc. of the Computers in Control Systems Conference, AIEE, May 1958, pp. 46~53
- 22) R. M. Cima and A. L. London: The Transient Response of a Two-Fluid Counterflow Heat Exchanger-The Gas-Turbine Regenerator, Trans. ASME, 80, 1958, pp. 1169~79
- 23) K. L. Chien, E. I. Ergin, C. Ling and A. Lee: Dynamic Analysis of a Boiler, Trans. ASME, 80, 1958, pp. 1809~19
- 24) 筆者: 多管路熱交換器の自動制御 (第 1 報), 日本機械学会論文集, 24, 139, 昭 33~3, pp. 209~213
- 25) 筆者: 同 第 2 報, 日本機械学会論文集, 24, 147, 昭 33~11, pp. 934~940
- 26) 筆者: 同 第 3 報, 日本機械学会論文集, 25, (42 ページへつづく)

イロットバルブの圧力流量特性はゼロ重合のもので、第46図に示す。

配管の長さ $l=100$ cm

配管の剛性 $K_p=10^4$ kg/sec²

配管の直径 $D=5$ φ

配管内油の質量 $M_h=0.016$ kg

配管内油の粘性抵抗 $R=1.4$ kg/sec

(101) より4端子マトリックス定数を求める。

$$A=D=1+0.7 \times 10^{-4}s+0.8 \times 10^{-6}s^2 \quad (102)$$

$$B=0.26 \times 10^2(1.4+1.60 \times 10^{-2}s+6.45 \times 10^{-5}s^2+4.25 \times 10^{-8}s^3) \quad (103)$$

$$C=3.84 \times 10^{-6}s(1+0.233 \times 10^{-4}s+2.66 \times 10^{-7}s^2) \quad (104)$$

ここで scale factor を次のように選び、パイロットバルブと配管の signal-flow diagram を求めると第47図のようになる。

time scale factor $s=1,000$ S

pressure scale factor $p=10^5$ P

flow rate scale factor $q=200$ Q

spool displacement scale factor $x=0.01$ X

負荷は第6図のようなものとし、その scale factor 等はそのまま用いる。その結果得られた演算用ブロック線図は第48図のようになる。

アクチュエータの断面積 1 cm²

負荷の質量 $M=1$ kg

負荷の粘性摩擦

$$D_s=0.01 \times 980 \frac{\text{kg} \cdot \text{cm}}{\text{sec}^2} / \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

のような簡単な負荷の場合、スプールに二種類の大きさのステップ入力を与えられたとき負荷の速度の応答を第49図に示す。入力が小さいとダンピングが小さく振動的になることが分かる。

§ 結 語

以上の事柄は筆者が目下研究途上のものであり、紙数の都合上十分に説明ができなかったが、詳細は末記の文献を参照されたい。なお多くの誤りもあることと思われる

るので、お気付きの点はご指導下されんことを望む。

最後に実験用サーボバルブの製作に絶大なる援助を賜った津上製作所、津上社長、武藤氏、畑佐氏、日立川崎工場松本氏、アナログ計算機の使用を許していただいた東芝鶴見研究所高橋義造氏、日立中央研究所阿部善右衛門氏、三浦武雄氏、日本原子力研究所三井田純一氏、昌雄氏の各位に深く感謝する。また文部省科学試験研究原“高速度油圧サーボ機構に関する研究”の委員会において日ごろご鞭達いただいている東大藤井教授、大島助教授、東工大池辺助教授、および各位に深謝いたします。

(1960. 3. 7)

参 考 文 献

- | | |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| 中田 孝 | 線形制御要素のマトリックス解法
自動制御論 高橋安人編 共立出版 |
| 山田 直平 | 国枝寿博 ラプラス変換・演算子法 コロナ社 |
| 池辺 洋 | 油圧案内弁サーボモータ
自動制御論 同上 |
| 池辺 洋 | パイロット弁方式油圧サーボモータの力学
自動制御 Vol. 4 No. 3 |
| 大島康次郎 | サーボ弁 自動制御 Vol. 4 No. 3 |
| S. Y. Lee, J. F. Blackburn | Contributions to Hydraulic Control 1~6 ASME 1952~4 |
| J. L. Shearer, | Dynamic Characteris of Valve Controled Hydraulic Servomotors ASME. Vol. 76, No. 6 1954 |
| T. Y. Feng | Static and Dynamic Control Characteristic of Flapper-Nozzle Valves ASME. Series D Vol. 81 |
| 富成 襄 | 高速高圧バルブピストンの伝達関数
機械学会秋期講演大会前刷 昭和 33 年 |
| 富成 襄 | ノズルフラップがサーボバルブの安定性におよぼす影響
機械学会関西支部 205 回講演会前刷 昭和 34 年 |
| 富成 襄 | 高速油圧サーボバルブの設計、解析、実験
機械学会秋期講演会前刷 昭和 34 年 |
| 富成 襄 | 制御用バルブピストン系における singing の発生機構
機械学会関西支部 206 回講演会前刷 昭和 34 年 |
| 富成 襄 | 高速油圧サーボ機構における配管の伝達特性(理論と計算法)
機械学会第 37 期通常総会講演会前刷 昭和 35 年 |
| 富成 襄 | 高速油圧サーボ機構における配管の伝達特性(アナログ計算機による検討)
機械学会関西支部 207 回講演会前刷 昭和 35 年 |

(49 ページよりつづく)

- | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 155, 昭 34~7, pp. 703~708 | いて、日本機械学会九州支部講演会(60周年記念)前刷, 昭 32-10 |
| 27) 筆者: 同 第 4 報, 日本機械学会論文集, 25, 155, 昭 34~7, pp. 708~711 | 32) 高橋安人: 流量変化に対する熱交換器の応答, 自動制御, 6, 1, 1959, pp. 2~7 |
| 28) L. Iscol and R. J. Altpeter: Frequency Response of Multipass Shell and Tube Heat Exchanger, ASME Paper, No. 59-IRD-4, 1959-3 | 33) H. J. Morris: The Dynamic Response of Shell and Tube Heat Exchangers to Temperature Disturbances, Paper for the 41st National Meeting. AIChE, Sept. 1959 |
| 29) M. Masubuchi: Dynamic Response and Control of Multi-Pass Heat Exchangers, ASME Paper, No. 59-IRD-6, 1959-3 | 34) L. F. Fricke, H. J. Morris, R. E. Otto and T. J. Williams: Process Dynamics, Automatic Control and Analog Computer Simulation of Shell and Tube Heat Exchangers, Paper for AIChE, Dec. 1959 |
| 30) A. R. Catheron, S. H. Goodhue and P. D. Hansen: Control of Shell and Tube Heat Exchanger, ASME Paper, No. 59-IRD-14, 1959-3 | |
| 31) 清水浩, 宗像健: 向流型熱交換器の過渡応答につ | |