

セン断によって体積が変化する土の力学理論

A Theory of Mechanics of Soils with Volume Change Due to Shear

星 埜 和

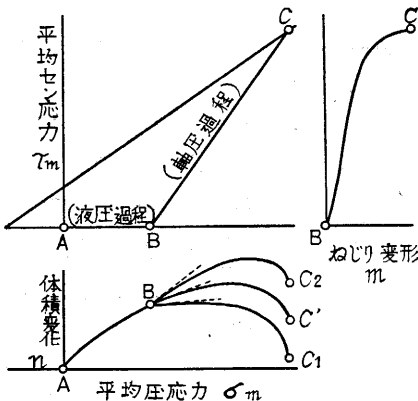
1. 研究のいとぐち 土が外力をうけた時生ずる変形と破壊は、外力によつてなされる仕事量、すなわちエネルギー量によつて支配されるとの見解に基いて、さきに著者は、独自の土の力学理論を組み立て、基本公式を導き、三軸試験結果とくらべて、その妥当性を立証したが(文献(1)参照)、この理論は弾性理論から出発しており初期における微小応力の下で土は弾性論的な挙動を示し、セン断によって体積変化を生ずることはないとの前提に立っていた。

しかるに、土のような粒状体の集合からなる材料においては、セン断によって体積変化を生ずるものがあり、特に粗粒からなる砂がよく締っている時、セン断によっていちじるしい体積の膨脹を来すことは、以前からよく知られており、ダイラタンスー(dilatancy)と呼ばれている。著者の研究室で行なわれた三軸試験結果を検討すると、砂の場合に体積膨脹を生ずるばかりでなく、粘土質の土の場合には、かえって体積の収縮を起すものも多く、ほとんどすべての土において、その量に多少の差はあっても、セン断によって生ずる体積変化の現象が認められることを明らかにした。

このことは一般に、たとえ土に生ずる応力が極めて微小な範囲内にあっても、土はもはや弾性論とは異なった挙動を示すことになり、ひいては土圧の量や分布、あるいは間隙圧の発生のみならず、無視できない大きな影響を与えることがあるものと考えられた。

著者はこの点に着目して、さきに発表した土の力学理論に改良を加え、このセン断による体積変化の影響をふくむ理論大系を新たに発展させ、三軸試験結果とくらべて、その妥当性を実証しようと試みた。

2. 三軸試験によって確認されたセン断による体積変化の事実



第1図 セン断によって生ずる体積変化の説明

載荷条件の下で開放式の三軸試験を行なつて、得られた結果から、平均圧縮応力 $6\sigma_m$ 、平均セン断応力 τ_m 、体積変化 n 、ねじり変形 m を求め、相互の関係を図示すると、第1図のようになる。

この図において、AB は圧縮室の液圧を高めて試験体のまわりに一様な圧力を加える液圧過程を、BC は液圧を一定に保つたまま試験体の縦軸方向に圧力を加える軸圧過程を示している。AB については、従来の理論がよくあてはまり、なんら改良の必要は認められないが、BC について、体積変化の経過をみると、従来の弾性理論から出発した理論では、BC' のような曲線が得られ、この曲線は B 点において液圧過程の AB 曲線と共通な接線を持つことになる。しかるに実測の結果は、図中に BC₁ あるいは BC₂ で示されるように、AB 曲線の接線とある角度をなして始まることが多く、土によってはその開きがきわめて顕著である。これはセン断によって体積変化が生ずることを示すものにほかならない。

3. 理論のくみだて 従来の理論によれば、体積変化 n とねじり変形 m を与える基本式は

$$\frac{dn}{1-n} = \frac{d\sigma_m}{V}, \quad \frac{dm}{1-m} = \frac{d\tau_m}{U} \quad (1)$$

で、エネルギー A の変化は

$$dA = \sigma_m \frac{dn}{1-n} + \tau_m \frac{dm}{1-m} = \sigma_m \frac{d\sigma_m}{V} + \tau_m \frac{d\tau_m}{U} \quad (2)$$

式中の V, U はそれぞれ体積変化とねじり変形に対する係数である。理論的に求められたエネルギー量は次式で表わされる。

$$A = \left\{ \frac{\sigma_0}{V_0} + (\lambda\nu)^2 \frac{\sigma_0}{U_0} \right\} \sigma_m - \frac{\sigma_0}{U_0} \lambda\nu \sqrt{(\lambda\nu\sigma_m)^2 - \tau_m^2} \quad (3)$$

式中、 $\sigma_0, V_0, U_0, \lambda, \nu$ はいずれも土の定数である。一方において

$$dA = \frac{\partial A}{\partial \sigma_m} d\sigma_m + \frac{\partial A}{\partial \tau_m} d\tau_m \quad (4)$$

であるから、(2)式とくらべて

$$\frac{\sigma_m}{V} = \frac{\partial A}{\partial \sigma_m} = \frac{\sigma_0}{V_0} + (\lambda\nu)^2 \frac{\sigma_0}{U_0} - \frac{\sigma_0}{U_0} \frac{(\lambda\nu)^3 \sigma_m}{\sqrt{(\lambda\nu\sigma_m)^2 - \tau_m^2}}$$

$$\frac{\tau_m}{U} = \frac{\partial A}{\partial \tau_m} = \frac{\sigma_0}{U_0} \frac{\lambda\nu}{\sqrt{(\lambda\nu\sigma_m)^2 - \tau_m^2}} \quad (5)$$

これから、 V, U を応力 σ_m, τ_m の関数として求めることができる。

新しい理論においては、セン断による体積変化がねじり変形に比例するという簡単な仮定をもうけ、その比例

係数を κ とした。すなわち (1) の第 1 式を改めて

$$\frac{dn}{1-n} = \frac{d\sigma_m}{V} + \kappa \frac{d\tau_m}{U} \quad (6)$$

とおいた。したがってエネルギー変化は (2) 式に代って

$$dA = \sigma_m \frac{dn}{1-n} + \tau_m \frac{dm}{1-m} = \sigma_m \frac{d\sigma_m}{V} + \kappa \sigma_m \frac{d\tau_m}{U} + \tau_m \frac{d\tau_m}{U} \quad (7)$$

(4) 式とくらべて

$$\frac{\sigma_m}{V} = \frac{\partial A}{\partial \sigma_m}, \quad \frac{\kappa \sigma_m + \tau_m}{U} = \frac{\partial A}{\partial \tau_m}$$

ここで、エネルギーの式を

$$A = \left[\frac{\sigma_0}{V_0} + \frac{\sigma_0}{U_0} \{(\lambda\nu + \kappa)^2 - \kappa^2\} \right] \sigma_m - \frac{\sigma_0}{U_0} \times \sqrt{(\lambda\nu + \kappa)^2 - \kappa^2} \sqrt{(\lambda\nu + \kappa)^2 \sigma_m^2 - (\tau_m + \kappa \sigma_m)^2} \quad (9)$$

とおくと、 $A\partial/\partial\sigma_m$, $\partial A/\partial\tau_m$ を求め、(8) 式に入れて

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{\sigma_m} \left[\frac{\sigma_0}{V_0} + \frac{\sigma_0}{U_0} \{(\lambda\nu + \kappa)^2 - \kappa^2\} - \frac{\sigma_0}{U_0} \times \sqrt{(\lambda\nu + \kappa)^2 - \kappa^2} \frac{(\lambda\nu + \kappa)^2 \sigma_m - \kappa(\tau_m + \kappa \sigma_m)}{\sqrt{(\lambda\nu + \kappa)^2 \sigma_m^2 - (\tau_m + \kappa \sigma_m)^2}} \right] \quad (10)$$

$$\frac{1}{U} = \frac{\sigma_0}{U_0} \frac{\sqrt{(\lambda\nu + \kappa)^2 - \kappa^2}}{\sqrt{(\lambda\nu + \kappa)^2 \sigma_m^2 - (\tau_m + \kappa \sigma_m)^2}}$$

を得る。

応力条件なりヒズミ条件なりが与えられれば、(9) 式を利用して、体積変化 n は (6) 式を、またねじり変形 m は (1) の第 2 式を、それぞれ積分して得られる。

$$-\log_e(1-n) = \int \frac{d\sigma_m}{V} + \kappa \int \frac{d\tau_m}{U} \quad (11)$$

$$-\log_e(1-m) = \int \frac{d\tau_m}{U}$$

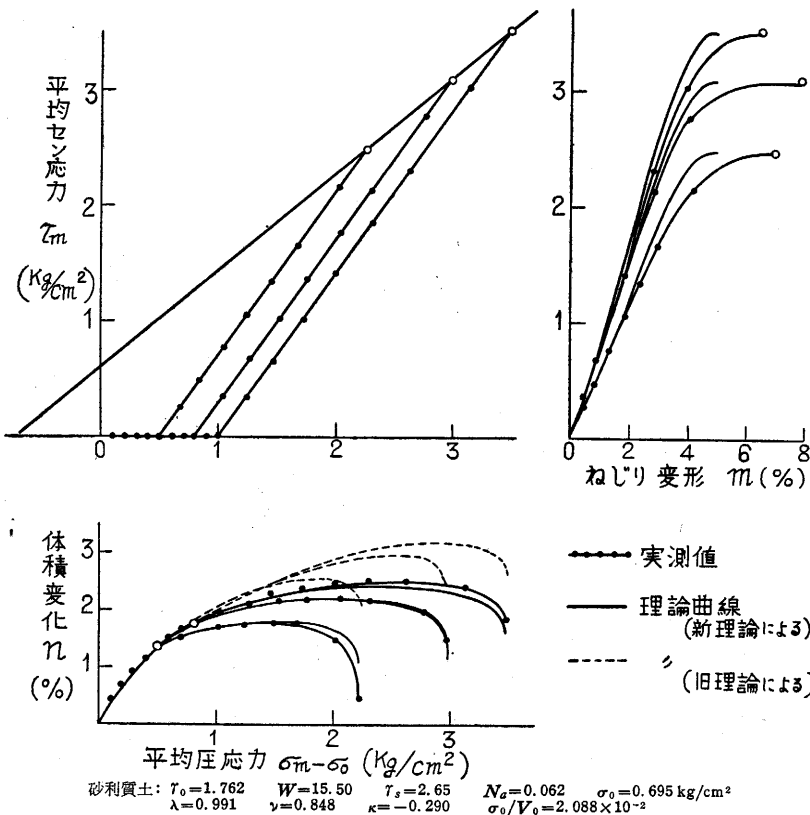
また土の破壊条件は $\frac{\partial A}{\partial \tau_m} = \infty$ であるから

$$(\lambda\nu + \kappa) \sigma_m = \tau_m + \kappa \sigma_m \quad (12)$$

または $\frac{\tau_m}{\sigma_m} = \tan \phi = \lambda\nu$

ϕ は内部摩擦角をあらわす。

4 三軸試験結果との比較 緩速载荷条件の下で開放式の三軸試験を行なって、液圧過程と軸圧過程における液圧、軸圧と体積変化、軸方向のヒズミ量の関係および終極の破壊強度を求め、液圧をかえて同様な実験をくりかえせば、理論にふくまれるすべての定数を決定することができる。



第 2 図 三軸試験における理論曲線と実測値の比較

このようにして求められた定数を用いて計算された理論曲線と実験値を比較した 1 例は第 2 図に示すようなものである。両者はほぼ完全な一致を示し、新しい理論の妥当性を示している。なお自然状態の土では破壊点の近くで、実験値が理論曲線からはずれて、いちじるしい体積の収縮を示すことがあり、関東地方の赤土はその一例であるが、これは自然の土がもつ内部構造がせん断によつて破壊されるために起るもののように思われる。(1959.1.29)

文献

- (1) 星埜: 土の力学における 塑性の基本原理と三軸試験への適用, 土木学会論文集, 第 21 号, 1954-12
- または 星埜: 土の三軸試験と 塑性力学, 生産研究, 6-8, 1954-8