

逆応答プロセスのサンプル値制御

Sampled-Data Control on the Reverse Reaction Process

森 政 弘・正 満 敏 雄

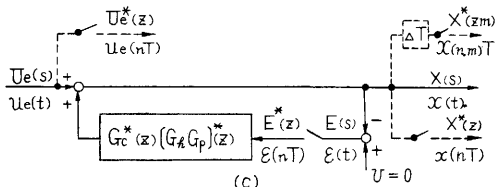
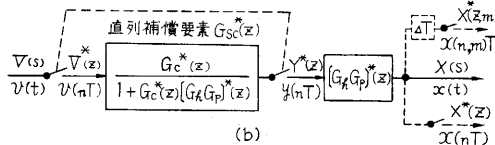
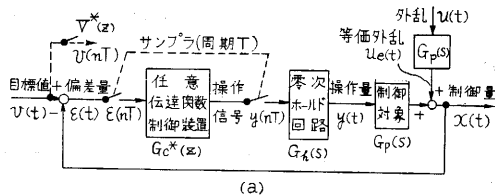
1. まえがき

ボイラの液面その他にみられる逆応答プロセス (第1図) の制御は, 逆応答の間フィードバックが正に働くので, 連続制御では制御が困難である⁽¹⁾. 本文では階段状入力に対するこのプロセスの任意伝達関数制御装置⁽²⁾によるサンプル値制御を研究した. その結果, (1)有限整定時間応答を得るためには, 目標値入力に対して2回, 外乱入力 (第2図(a)) に対しては4回の操作が必要である. (2) 制御成績は連続制御と大差がない. (3) サンプルング周期Tの最適値はほぼ逆応答時間Lである. すなわちあまり検出が遅れずに, しかも正のフィードバックを逃げ得る程度の周期であることなどが明らかになった.

2. 階段状目標値入力に対する制御

制御系は第2図(a)のものとする. この場合は E. I. Jury ら⁽³⁾によつて示された手法により, つぎのように制御装置の最適パルス伝達関数を求めることができる. 第2図(a)を(b)に等価変換すれば制御量の拡張z変換 $X^*(z, m)$ (記号は図参照)

$$X^*(z, m) = V^*(z) G_{sc}^*(z) [G_h G_p]^*(z, m) \quad (1)$$



(a) サンプル値制御系
(b) 目標値入力に対する制御系
(c) 等価外乱入力に対する制御系
第 2 図

である. ここに v は階段状入力で $V^*(z) = \frac{1}{z-1}$, また

$$G_p(s) = \frac{k_1}{1+\tau_1 s} - \frac{k_2}{1+\tau_2 s} \text{ であり, } G_h \text{ は零次ホールド回路} \text{ (3) であるから } G_h(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s} \text{ である. したがって}$$

$$[G_h G_p]^*(z, m) = \frac{A_m z^2 - B_m z + C_m}{z(z-d_1)(z-d_2)} \quad (2)$$

ここに $d_1 = e^{-\frac{T}{\tau_1}}$, $d_2 = e^{-\frac{T}{\tau_2}}$, $A_m = k_1 - k_2 - k_1 d_1^m + k_2 d_2^m$, $B_m = (k_1 - k_2)(d_1 + d_2) - k_1 d_1^m(1 + d_2) + k_2 d_2^m(1 + d_1)$, $C_m = (k_1 - k_2)d_1 d_2 - k_1 d_1^m d_2 + k_2 d_2^m d_1$ である. また $[G_h G_p]^*(z)$ は $[G_h G_p]^*(z, m)$ で $m=1$ とおいたものである.

1) オフセットなし, 2) 整定時間は有限で最短という条件のもとに, 第(1)式より直列補償要素のパルス伝達関数 $G_{sc}^*(z)$ を求め, ついでこれから実現可能な制御装置のパルス伝達関数 $G_c^*(z)$ を求めれば,

$$G_c^*(z) = \frac{1}{(k_1 - k_2)(1 - d_1)(1 - d_2)} \cdot \frac{(z - d_1)(z - d_2)}{(z - 1) \left\{ z - \frac{k_1(1 - d_1)d_2 - k_2(1 - d_2)d_1}{(k_1 - k_2)(1 - d_1)(1 - d_2)} \right\}} \quad (3)$$

となる. 制御装置のパルス伝達関数を第(3)式に調整し, これによって得た制御結果を第3図(a)に示す. 同図(b)に同じプロセスに対して1次ホールド回路⁽³⁾を用いた場合の制御結果を示す. (b)は(a)よりも, 制御量の下り方が少ないが, 制御経過は遅れている.

3. 階段状外乱入力に対する制御

この場合制御系は第2図(c)のように等価変換されるので, 第(1)式に対応した制御量の拡張変換は

$$X^*(z, m) = U_e^*(z, m) - U_e^*(z) G_{sc}^*(z) [G_h G_p]^*(z, m) \quad (4)$$

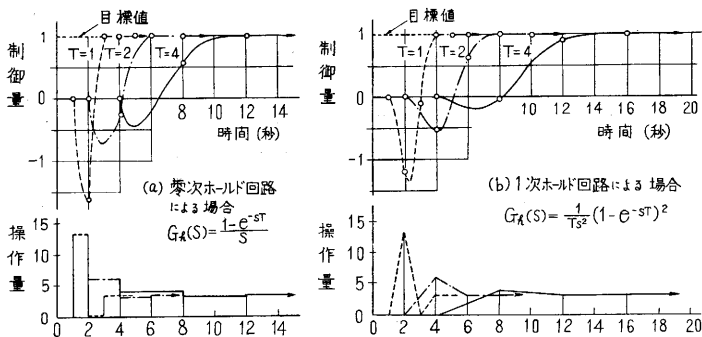
ここで等価外乱の拡張z変換 $U_e^*(z, m)$ は

$$U_e^*(z, m) = \frac{A_m + \rho - 1 z^2 - B_m + \rho - 1 z + C_m + \rho - 1}{(z - 1)(z - d_1)(z - d_2)} \quad (5)$$

ただし外乱入力は時刻 $t = (1 - \rho)T$: $0 \leq \rho < 1$ に加わるものとする. また $U_e^*(z)$ は $U_e^*(z, m)$ で $m=1$ とおいたものである. $G_{sc}^*(z)$ は第2図(b)のものに等しい. 第(2), (4), (5)式から

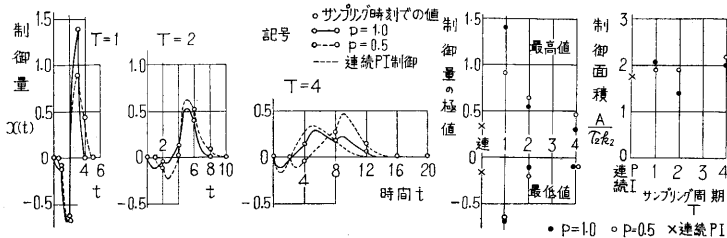
$$X^*(z, m) = \frac{(A_m + \rho - 1 z^2 - B_m + \rho - 1 z + C_m + \rho - 1) z(z - d_1)(z - d_2) - G_{sc}^*(z) (A_p z^2 - B_p z^2 + C_p) (A_m z^2 + B_m z + C_m)}{z(z - 1)(z - d_1)^2(z - d_2)^2} \quad (6)$$

ここで制御量が2と同様の条件を満足するような $G_c^*(z)$ を, $G_{sc}^*(z)$ を介して求めれば目的は達せられる.



第 3 図 階段状目標値入力に対する制御結果, $G_p(s) = \frac{1.3}{1+2s} - \frac{1}{1+s}$

○印, サンプルング時刻における値



第 4 図 階段状外乱入力に対する制御結果

(この場合の $G_{sc}^*(z)$ を求めることは第(1)式のときほど簡単ではない.)

$$G_c^*(z) = \frac{r_0 z^2 + r_1 z + r_2}{(z-1)(z+k)} \quad (7)$$

O. J. M. Smith の方法の拡張による逆応答プロセスの連続制御

Continuous Control of the Reverse Reaction Process by Applying O. J. M. Smith's method

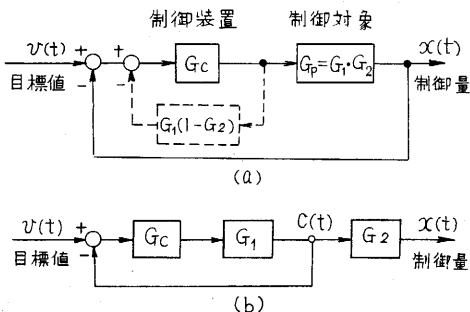
森 政 弘・松 本 幸 生

1. まえがき

O. J. M. Smith の方法⁽¹⁾⁽²⁾を拡張した逆応答プロセスの連続制御が、単一ループによる連続制御よりも非常に安定であることを示す。

2. O. J. M. Smith の方法とその拡張

筆者らはむだ時間について示された Smith の方法の本質をつぎのように解釈する。すなわち第 1 図(a)にお



第 1 図 (a) O. J. M. Smith の方法による制御 (b) (a) の等価変換系

$$\begin{aligned} \text{ただし } r_0 &= [k_1 k_2 (d_1 - d_2)^2 + k_1 (k_1 - k_2) \\ &\quad (1 - d_1)^2 d_2^4 - k_2 (k_1 - k_2) (1 - d_2)^2 d_1^4] / \Delta \\ r_1 &= -[k_1 k_2 (d_1 - d_2)^2 (d_1 + d_2) + \\ &\quad k_1 (k_1 - k_2) (1 - d_1)^2 d_2^4 (1 + d_1) \\ &\quad - k_2 (k_1 - k_2) (1 - d_2)^2 d_1^4 (1 + d_2)] / \Delta \\ r_2 &= [k_1 k_2 (d_1 - d_2)^2 d_1 d_2 + k_1 (k_1 - k_2) (1 - \\ &\quad d_1)^2 d_2^4 d_1 \\ &\quad - k_2 (k_1 - k_2) (1 - d_2)^2 d_1^4 d_2] / \Delta \\ \Delta &= k_1 k_2 (k_1 - k_2) (1 - d_1)^2 (1 - d_2)^2 (d_1 - \\ &\quad d_2), \\ K &= 1 + d_1 + d_2 - \{k_1 (1 - d_1) - k_2 (1 - d_2)\} \\ r_0 \end{aligned}$$

制御装置の伝達関数を第(7)式に合わせて制御した結果を第 4 図に示す。なお図中には同一プロセスを連続 P I 制御した場合の最良応答を併記した。制御面積、行きすぎ量、整定時間などの評価により、まえがきに示した(2), (3)の結果を得た。

おわりにこの研究に対し激励, ご援助を賜った高橋安人教授, 東洋紡績藪田副社長, 木田技術室部長, 村上技術課長に御礼申し上げる。 (1958. 10. 6)

文 献

- (1) 高橋安人, J. G. Ziegler: 生産研究, vol. 8, No. 3, (1956), p. 23
- (2) 森政弘: 東大生研報告, vol. 7, No.3 (1958)
- (3) E. I. Jury, W. Schroeder: Trans. AIEE, I, 28, (1957), 317.

いて, 制御対象の伝達関数 $G_p (= G_1 \cdot G_2)$ のうちの制御系を不安定化する伝達関数 G_2 (たとえばむだ時間) を, 破線のような局所フィードバックを制御装置のまわりに設けることによって, 等価的に第 1 図(b) のように閉ループの外に追い出して安定な制御を行おうとするのがそのねらいである(ただし図中で $c(t) \Rightarrow x(t)$ を前提とすることはもちろんである)。ボイラの液位その他にしばしば見られる逆応答プロセス(第 2 図(a))は, 本来ならば負のフィードバックが行われるべき制御系において, 逆応答の間, 正のフィードバックを生ずる結果, 制御が行ないにくい。筆者らは Smith の方法にヒントを得て, 逆応答プロセス特性を第 2 図(b) のように分解して考え, そのうち系の安定性を害する G_1 (逆応答部分) と G_2 (むだ時間) を閉ループ外に追い出すための局所フィードバックを第 3 図のように求めることができた。

3. 逆応答プロセスの本法による安定な制御

第 3 図が筆者らの提案する制御系である。制御量のラプラス変換 $X(s)$ はつぎのようになる。