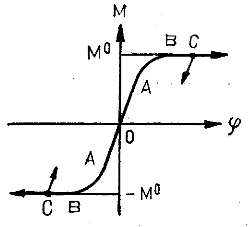
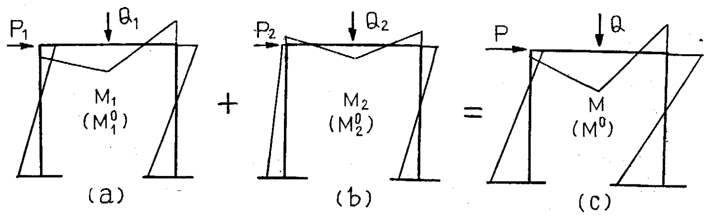
強さの加え算

田 中 尚

完全塑性体から出来ている曲げ材の，曲げモーメント M と曲率 φ の関係は第1図のような形をしている．すなわち曲率 φ が増すと曲げモーメント M は増して行くが，M が一定な値 M^0 に達すると M^0 より大きな曲げモーメントは起り得ず，M は一定な値 M^0 を保ち続ける．また曲率 φ が減ずるときは，曲げモーメント M も減じて，曲げモーメントの絶対値は M^0 を超えることはない．この M^0 のことを降伏モーメント (yield moment) という．曲げモーメントが降伏モーメントに達した点ではあたかもその点にヒンジがあるような様子を示す．このようなヒンジを降伏ヒンジ (yield hinge) という．完全塑性体から出来ているラーメンが荷重を受けると，荷重が増すにつれて降伏ヒンジの数は次第に増してゆき遂に不安定状態になり，荷重が一定のままで変形のみが増大する状態になる．この状態を崩壊といい，ラーメンが崩壊を起すときの荷重の大きさで強さを表わすことにして，強さの加え算について考えてゆくことにしよう．



第 1 図



第 2 図

第2図のように二つのラーメン (a) (b) とその合成されたラーメン (c) を考える．すなわち (a) (b) ラーメンの降伏モーメントをそれぞれ，M_1^0，M_2^0，(c) ラーメンの降伏モーメントを M^0 とし，

$$M_1^0+M_2^0=M^0$$

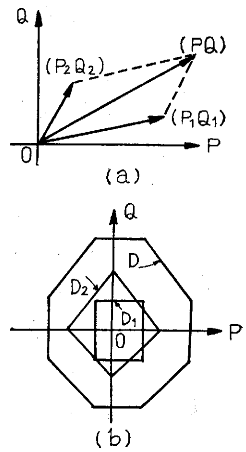
の関係があるようにする．また (a)(b) ラーメンの受ける荷重をそれぞれ (P_1, Q_1) (P_2, Q_2)，(c) ラーメンの受ける荷重を (P,Q) とし

$$\left.\begin{array}{l}P_1+P_2=P\\Q_1+Q_2=Q\end{array}\right\}$$

の関係があるようにする．

すなわち (a)(b) ラーメンの降伏モーメントの和が (c) ラーメンの降伏モーメントになり，(a)(b) ラーメンの受ける荷重の和を (c) ラーメンは受けているわけである．この場合 (a)(b) ラーメンが共に崩壊を起さなければ (c) ラーメンも崩壊を起さないと言うことができる．理屈の好きな人には文献 1，2 をご覧頂くことにして，あまり理論にこだわらない方は，安全なもの同志をくっつけるのであるから，安全だろうと簡単に信じて頂くことにして先へ進もう．

さて，第3図(a)に示す荷重平面で考えると，前に述べたことは，(a)(b) ラーメンがそれぞれ荷重 (P_1, Q_1) (P_2, Q_2) で安全なら，(a)(b) ラーメンの降伏モーメントの和を降伏モーメントとする (c) ラーメンは荷重 (P, Q) を受けても安全であるということである．この場合図で見られるように (P,Q) 点は (P_1, Q_1) (P_2, Q_2) のベクトル和になっている．ところが (P_1, Q_1) (P_2, Q_2) は安全な荷重なら何も固定しておく必要はないので，これが変化するものと考え第3図(b)に目を移すと，次のようにいうことができる．

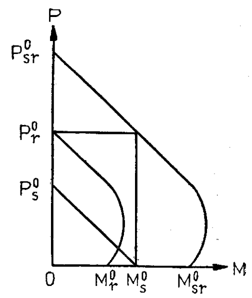


第 3 図

二つのラーメンがそれぞれ荷重域 D_1, D_2 の中で崩壊を起さないなら，二つのラーメンの降伏モーメントの和を降伏モーメントとするラーメンは D_1, D_2 のベクトル和である荷重域 D の中では，崩壊を起さない．

少し固苦しい表現で恐縮だが，第2図(a)(b) のラーメンが第3図 (b) の D_1，D_2 の荷重域に対して崩壊しないなら (c) ラーメンは D_1，D_2 の中のあらゆる点のベクトル和として出来る荷重域 D の中のあらゆる荷重に対して崩壊しないわけである．

すでによくご承知のように鉄骨鉄筋コンクリート構造は，鉄骨構造と鉄筋コンクリート構造の寄せ集めである．そしてその強さも鉄骨と鉄筋コンクリートの寄せ集めと考えられることが実験的に次第に明らかになりつつあるが，ここでは前に述べた理論を鉄骨鉄筋コンクリートの柱の設計式に応用してみる．



第 4 図

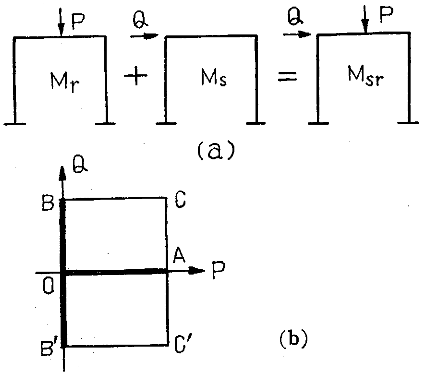
曲げモーメント M と軸方向 P を受ける柱の終局

強度式は鉄骨構造では第4図の $M_s^0P_s^0$ 直線であり，鉄筋コンクリート構造では $M_r^0P_r^0$ 曲線である．

この範囲は M と P を二種類の荷重と考えたときの安全な範囲すなわち第3図（b）の D_1, D_2 に相当する線と考えることができるから，鉄骨鉄筋コンクリート構造ではこの二つの範囲のベクトル和を設計式として採用してよいわけである．すなわち第3図の D 線に相当するものとして，$M_{sr}^0P_{sr}^0$ 曲線が得られる．

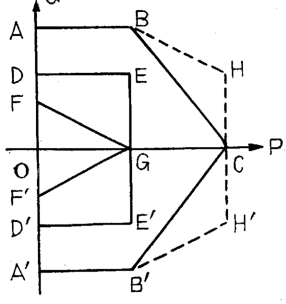
また第4図を見ると，M_{sr}^0, P_{sr}^0 曲線は $M_r^0\,P_r^0$ 曲線を横にずらし，$M_s^0\,P_s^0$ 線を上へずらした形になっているから，鉄骨鉄筋コンクリートの柱の設計式としては，軸方向力 P と曲げモーメント M が与えられたとき，$P_r^0 \geq P$ の範囲では，M より M_s^0 を引いた残りの M と P を用いて鉄筋コンクリート構造の柱を設計すればよいし，$P \geq P_r^0$ の範囲では P から P_r^0 を引いた残りの P と M とに対して鉄骨構造の柱を設計すればよいことになる．

断面設計ばかりでなく構造物全体の設計に拡張して見よう．鉄骨鉄筋コンクリート構造を設計する場合に，鉄筋コンクリートは鉛直荷重 P のみを対象として断面をきめ，その降伏モーメントを M_r とすれば，このラーメンは少くとも，第5図(b)のOA線上の荷重に対して崩壊を起さない．



第　5　図

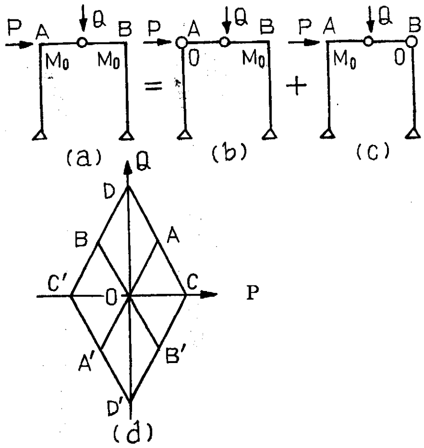
また鉄骨は水平荷重 Q のみを対象として設計しその降伏モーメントを M_s とすれば，このラーメンは少くとも，第5図（b）の BB′ 線上では崩壊を起さない．二つの構造の合成された鉄骨鉄筋コンクリート構造の降伏モーメント M_{sr} は $M_{sr}=M_r+M_s$ であるので，OA 線と BB′ 線のベクトル和 BCC′B′ の荷重に対して，鉄骨鉄筋コンクリート造は崩壊を起さないことになる．



第　6　図

もう一つ例をやって見よう．設計で与えられる荷重は，鉛直荷重 P のみを考えるときには P を常時作用する値の倍程度にとり，水平荷重 Q と同時に考えるときには P を割増さないので設計荷重域は第6図の ABCB′A′の ような形をとるだろう． この荷重域に対して鉄骨鉄筋コンクリート構造の設計をすすめるとき，鉄骨断面を先にきめて，その鉄骨構造が荷重域 DEE′D′ に対して崩壊しないことが明らかになったとしよう．その場合鉄筋コンクリート構造の設計は荷重域 FGF′ に対して行えばよいことになる．何故なら，DEE′D′ と FGF′ の和は ABHCH′B′A′ となり，設計荷重域 ABCB′A′ を含むから，設計荷重に対して安全であると言えるからである．

今度は立場を変えて，第7図（a）のラーメンが P, Q をうけて安全である範囲すなわち安全荷重域（safe domain）を求めるのに利用して見よう．



第　7　図

第7図（a）のラーメンを二つのラーメン（b）(c）に分ける．その分け方は二つのラーメンの降伏モーメントの和が，もとのラーメンの降伏モーメントになるように分けるのであるが，その special case として，降伏モーメントの大きさを，A点では（b)ラーメンでO，(c)ラーメンで M_0, B 点では（b)ラーメンで M_0,（c)ラーメンでOとする．降伏モーメントOというのは普通のヒンジのことである．

(b)ラーメンは一次不安定であるから P と Q が(d)図のAA′ 線上にあるときにのみ釣合状態にあり，(b）図のB点が降伏する限度で崩壊するから，(d)図の AA′ は（b)ラーメンの安全荷重域である．(c)ラーメンでは BB′ が安全荷重域である．したがって，もとの（a）ラーメンの安全荷重域は AA′ と BB′ のベクトル和 CDC′D′ の範囲になる．この方法が文献3に発表された Prager 法である．

以上で強さは加え算ができるという何でもない話をおわる．

文　　献

1. 田中　尚：累加強度に関する一考察，日本建築学会論文報告集第57号，昭和 32 年7月
2. 田中　尚：安全荷重域の性質について，同上論文報告集第 54 号，昭和31年9月
3. W. Prager: Limit Analysis and Design, Jour.A.C.I. Dec. 1953.