

チャートの End Effect

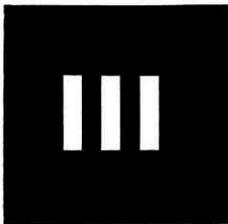
—光学系のレスポンス函数測定に有限本数チャートを用いる影響—

小瀬輝次・鈴木恒子

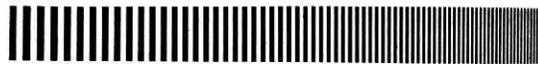
§1. ま え が き

最近光学レンズの性能を光学系を空間周波数フィルタと考えその周波数特性函数（レスポンス函数）で表わすことが重視⁽¹⁾され、種々の測定法や、これに基く測定機⁽²⁾⁽³⁾が試作されて来ている。この函数は被写体の空間的構造をレンズ系がどのようなコントラストで伝送するかを示す量で、ちょうど電気回路の周波数特性とまったく同じ意味を持っている。したがってこの函数の測定法も回路の周波数特性を測るのに発振器より一定周波数の正弦波電圧（電流）を回路に入れ、これの gain から測ると同様に強度が正弦波的に変る線型チャート像のコントラストを測ることによって求められる。

この原理に基く測定法を直接走査法と呼び最もよく利用されている。

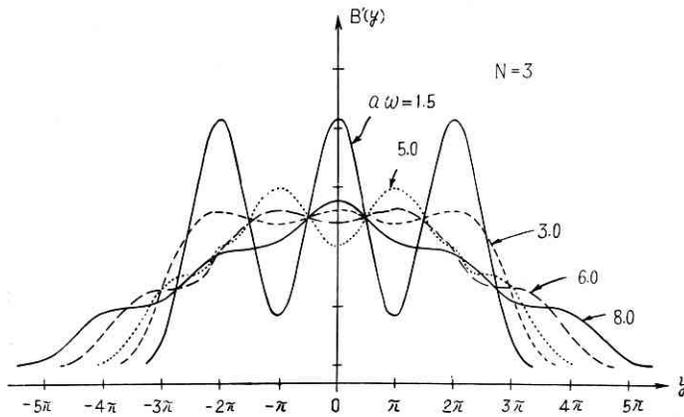


(A) 平行線チャート



(B) 連続チャート (村田)
第 1 図

発振器は時間さえ長くかければ同一周波数の正弦波電圧（電流）の train はいくらでも長く出るが、光学では長い train を得るためには長いチャートを必要とするので製作ならびに測定操作は非常に面

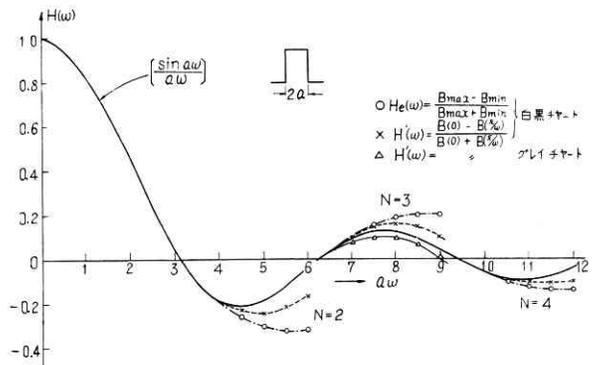


第 2 図 正弦波チャート (N=3)

倒になる。それでできるだけ短いチャートを用いることが望ましく、第 1 図 (A) に示すような本数の平行線チャート⁽⁴⁾を用いたり、(B) に示すようにチャートの格子常数が連続的に変化するもの⁽⁵⁾などが用いられている。

レンズの錯乱円は理論的には無限の拡がりをもっているが実用上は限られた大きさと考えてよいから、必要以上に長いチャートは不要である。しかしレンズの錯乱円が大きくなるとこのようなチャート像のコントラストは有限本数チャートであれば、端の影響が入り、連続チャートでは他のピッチの線が錯乱円内に入りこむためにいずれも無限に長い理想チャートを用いて測定したものと差異を生じてくる。

第 2 図は矩形的強度分布をもつ線像による 3 本正弦波チャート像の線に直角方向の断面の強度分布を示す。線



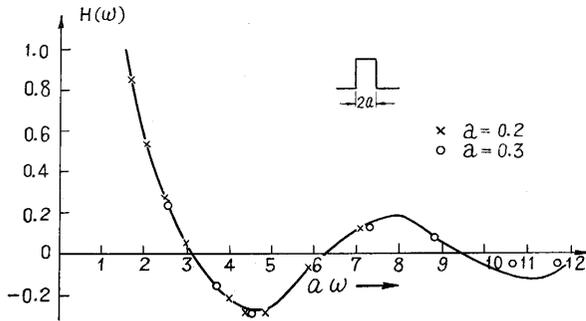
第 3 図 平行線チャートによるレスポンス函数

像の幅 $2a$ を拡げてゆくと外側の山から崩れ出し、遂には中央の山のみで谷は生じなくなる。レスポンス函数はこの図の山と谷の強度比すなわちコントラストで求められるので、これを空間周波数を横軸にとって示すと第 3 図の○印である。理想チャート(本数が無限)によるものは実線で示す。これに対して本数 2, 3, 4 のチャートのコントラストは $a\omega = \pi, 2\pi, 3\pi$ から差異を生じている。なお $y = \pi/\omega$ で極少値を生ずるとしてこの位置での強度からコントラストを求めると×印でこの方が誤差は少なくなる。他の線像の場合についても検討した結果チャートの本数 N として一般に

$$a\omega < (N-1)\pi \quad (1)$$

であれば補正しなくても正しい結果が得られることが明らかにされた⁽⁶⁾。

連続チャートの場合には誤差を生じはじめる空間周波数は格子常数の変り方で異なる。一例として公比 1.1 の等比級数でピッチが変る矩形波チャートを用いた時、幅 $2a$ の矩形線像のコントラストを示すと第 4 図×、○印で図の実線で示す理想チャートのコントラスト



第 4 図 連続矩形波チャートによるレスポンス函数

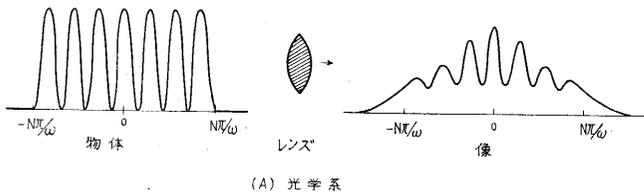
とは $a\omega < 3\pi$ ではズレを生じない。これは (1) 式で考えると $N=4$ に相当するから公比 1.1 のチャートは 4 本チャートに相当することになる。このように一般に連続チャートは小型でしかも精度がよいことが明らかにされた⁽⁷⁾。

このように測定に使用するチャートの形状による誤差はレスポンス函数の正確な測定を期するためには十分留意せねばならず、またどのようなチャートが最も望ましいかを定めることもチャート製作上重要であるので、上述のように種々のチャートについてその精度の検討が行われて来ている。

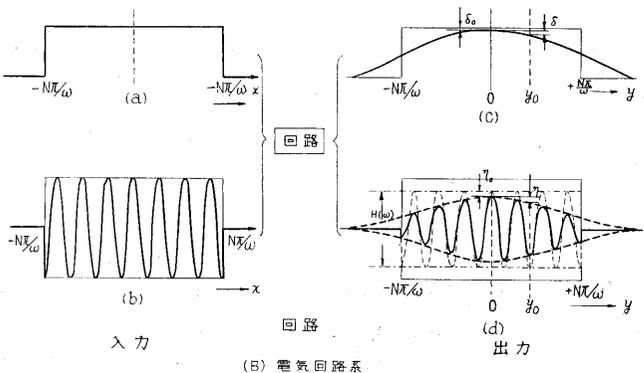
ここでは今まで解析的に考察の行われていない有限本数チャートを用いる時の測定誤差を通信理論を応用して解析してみよう。これは光学系の結像と通信系の波形伝送との対応のよい一例と考えられる。次いでこの理論結果よりグレイチャートの問題を検討してみる。

§ 2. 有限本数チャートと振幅変調

第 5 図 (A) に示すようなコントラスト 1 の有限本数



(A) 光学系



(B) 電気回路系

第 5 図 光学結像と振幅変調

チャート (空間周波数 ω , チャート本数 N , 幅 $2N\pi/\omega$) をレンズで結像することは通信系と対応せしめて考えると同図 (B) に示すように (a) に示す幅 $2N\pi/\omega$ の矩形パルス (光学の場合のバックグラウンドに相当する) と (b) に示す周波数 ω の正弦波で振幅変調されている幅 $2N\pi/\omega$ の矩形パルス (光学の場合のチャートに相当する) の重ね合わさった信号を回路に入れ、その出力波形をみることに相当する。

測定したいものは搬送波 (振幅 $H(\omega)$) であるが、これは

- (i) (a) 波の波形歪
- (ii) (b) 波の波形歪

によって回路の周波数特性 $H(\omega)$ とは異なる振幅となる。

それで (i)(ii) の歪がどのように搬送波の振幅に影響を与えるかを調べればよい。このような考え方で以下光学系の結像を考えてみる。

§ 3. 有限本数チャートの結像とコントラスト

簡単のため光学系は一次元で取り扱い、また倍率も 1 と考えても一般性は失われない。

レンズの線光源の像の断面の強度分布を $h(x)$ とし、かつ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(x) dx = 1 \text{ すなわち、全光量は 1 と正規化しておく。}$$

チャートの強度分布 $B(x)$ とすると第 5 図 (A) の有限本数の正弦波チャートの場合は

$$B(x) = \frac{1}{2}g(x)(1 + \cos \omega x) = \frac{1}{2}g(x)(1 + R_e e^{i\omega x}) \quad (2)$$

ここに $g(x) = 1 \quad |x| \leq N\pi/\omega$

$$g(x) = 0 \quad |x| > N\pi/\omega$$

で与えられる。 R_e は real part を意味する。

像面上の一点 y における像の強度分布 $B'(y)$ は

$$B'(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(y-x)h(x) dx$$

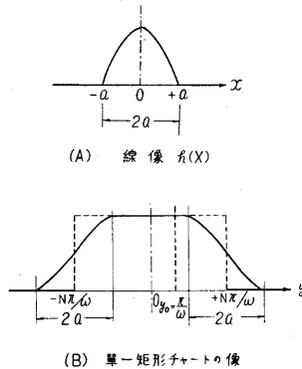
で与えられるから (2) 式を代入し、

$$\begin{aligned} B'(y) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} g(y-x)h(x) dx \\ &+ \frac{1}{2} R_e \left[\left(\int_{-\infty}^{+\infty} g(y-x)h(x)e^{-i\omega x} dx \right) e^{i\omega y} \right] \quad (3) \\ &= \frac{1}{2} I + \frac{1}{2} R_e \cdot I' e^{i\omega y} \end{aligned}$$

となる。

この第 1 項は幅 $2N\pi/\omega$ の 1 本の矩形チャートの像を示し、前述第 5 図 (a) の矩形パルスの出力波形 (c) である。第 6 図 (A) に示すように線像の強度分布 $h(x)$ が与えられれば上式より容易に

求められる。すなわち (B) の破線で示す矩形パルスの端の崩れる範囲は $\pm N\pi/\omega$ を中心として線像の幅 $2a$ 内であるから原点および観測点 y_0 が $N\pi/\omega - a \geq y_0$ であれば崩れの影響はない。したがって今原点および $y = y_0 = \pi/\omega$ での強度からコントラストを求めるとして、それぞれの位置での強度を求めると



第 6 図

(i) $y = 0$ では

$$\left. \begin{aligned} N\pi/\omega \geq a \quad I &= \int_{-a}^a h(x) dx = 1 \\ N\pi/\omega < a \quad I &= 1 - \int_{-N\pi/\omega}^{+N\pi/\omega} h(x) dx = 1 - \delta_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(ii) $y_0 = \frac{\pi}{\omega}$ では

$$\left. \begin{aligned} (N-1)\pi/\omega \geq a \quad I &= \int_{-a+y_0}^{a+y_0} h(x) dx = 1 \\ (N-1)\pi/\omega < a \quad I &= 1 - \int_{N\pi/\omega}^{a+N\pi/\omega} h(x) dx = 1 - \delta \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。

第 2 項の $e^{i\omega y}$ の係数 I' は周波数 ω の搬送波で振幅変調されている幅 $2N\pi/\omega$ の矩形パルス (第 5 図 (b)) の出力波形の包絡線 (第 5 図 (d)) を示す。この積分は周波数領域で考えるとわかりやすい。すなわち $g(x)$, $h(x)$ のフーリエ変換を $G(u)$, $H(\omega)$ とすれば

$$I' = \int_{-\infty}^{+\infty} G(u) H(\omega+u) e^{i y u} du \quad (6)$$

とかけるから ω に対してごく狭い範囲の $\pm a$ に限られている u を考えれば

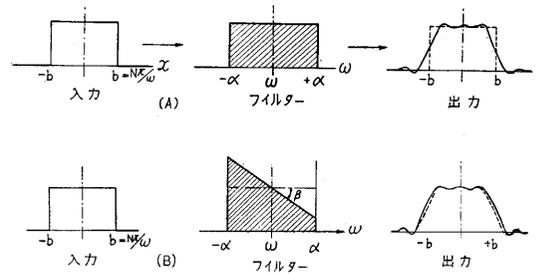
$$H(\omega+u) = H(\omega) + uH'(\omega) + \frac{u^2}{2}H''(\omega) + \dots \quad (7)$$

と展開できるので (6) 式は

$$I' = H(\omega) \int_{-\alpha}^{\alpha} G(u) e^{i y u} du + H'(\omega) \int_{-\alpha}^{\alpha} G(u) u e^{i y u} du + \dots \quad (8)$$

となる。

ここに $H'(\omega)$, $H''(\omega)$, ... は $H(\omega)$ の 1 次, 2 次の微係数の ω での値を示す。ここで近似的に第 2 項まで考えることにする。(8) 式の第 1 項は第 7 図 (A) に示すように矩形パルスを幅 $2a$ の帯域フィルタを通す時の出力波形でよくしられるように



第 7 図

$$H(\omega) \left[\frac{1}{\pi} \{ S_i(\alpha(y_0 + N\pi/\omega)) - S_i(\alpha(y_0 - N\pi/\omega)) \} \right] \dots \dots \dots (9)$$

で与えられる。

(8) 式の第 2 項は第 7 図 (B) に示すように矩形パルスを鋸歯状帯域フィルタを通す時の出力波形で inphase の項は (9) 式と同一で quadrature の項として

$$iH'(\omega) \left\{ \frac{\sin(\alpha(y_0 + N\pi/\omega))}{y_0 + N\pi/\omega} - \frac{\sin(\alpha(y_0 - N\pi/\omega))}{y_0 - N\pi/\omega} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

が付加される。

これはレスポンス函数に位相誤差の入ることを意味するが、(9) 式と (10) 式を比較すると $y = \pm N\pi/\omega$ の位置で (9) 式は最大の影響を与えるが、もし $H'(\omega) < 0.5$ かつコントラストを測る 2 点が原点に近い時は (10) 式の影響は無視できる。

このことは近似的に第 2 項まで含む幅 $2a$ の矩形帯域フィルタで考えて差支えなく位相誤差は無視できることを意味する。(9) 式で原点および $y_0 = \pi/\omega$ での値を求めると、

$$(i) \quad y = 0 \quad I' = H(\omega) \left\{ \frac{2}{\pi} S_i(\alpha N\pi/\omega) \right\} = H(\omega) \{1 - \eta_0\} \quad (11)$$

$$(ii) \quad y = \pi/\omega \quad I' = H(\omega) \left\{ \frac{1}{\pi} (S_i(\alpha(N+1)\pi/\omega) - S_i(\alpha(N-1)\pi/\omega)) \right\} = H(\omega) \{1 - \eta\} \quad (12)$$

で与えられる。

したがって δ_0 , δ , η_0 , η を用いて (3) 式を書きなおすと

$$y = 0 : B'(y=0) = \frac{1}{2}(1 - \delta_0) + \frac{1}{2}H(\omega)\{1 - \eta_0\} : \max$$

$$y = \pi/\omega : B'(y=\pi/\omega) = \frac{1}{2}(1 - \delta) - \frac{1}{2}H(\omega)\{1 - \eta\} : \min$$

したがってコントラスト $C = (B'_{\max} - B'_{\min}) / (B'_{\max} + B'_{\min})$ の定義より

$$C = H(\omega) \{1 + (\delta_0 + \delta)/2 - (\eta_0 + \eta)/2\} + (\delta - \delta_0)/2 \quad (13)$$

無限本数の理想正弦波チャートに対するコントラストを

$$C_0 = H(\omega) \text{ と書く}と$$

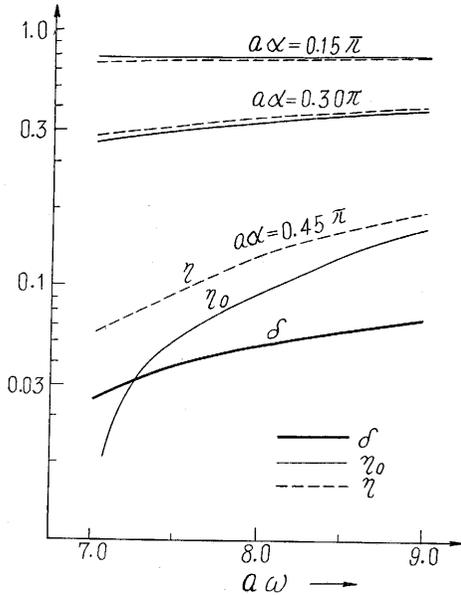
$$A = C - C_0 = H(\omega) \left\{ \frac{\delta + \delta_0}{2} - \frac{\eta + \eta_0}{2} \right\} + \frac{\delta - \delta_0}{2} \quad (14)$$

となる。

有限本数であるために上式のように $\delta_0, \delta, \eta_0, \eta$ の付加項がつきコントラストはレスポンス函数 $H(\omega)$ を正しく示さなくなる。次に線像の強度分布 $h(x)$ を仮定してこの Δ を求めてみよう。

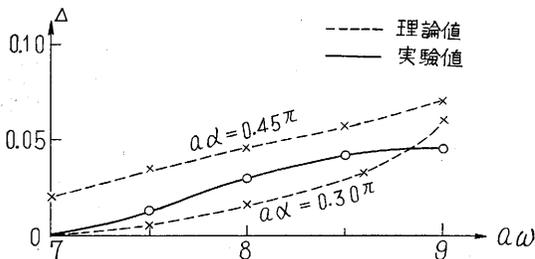
§ 4. コントラスト誤差の近似計算

(1) 線像が矩形的強度分布の場合 3本チャートの場合の δ, η_0, η の値を (5), (11), (12) 式で計算すると第8図のようになる。 δ_0 は(4)式の条件より $a\omega \leq 9$



第 8 図

となるからここで考える範囲では $\delta_0 = 0$ となる。 δ は線像 $h(x)$ の函数形とパルス幅 $2N\pi/\omega$ で決まるが η_0, η は帯域幅 α で非常に影響されることがわかる。今の場合レスポンス函数 $H(\omega)$ は $H(\omega) = \sin a\omega/a\omega$ で与えられるので、(7) 式の展開で $\frac{u^2 H''(\omega)}{2 H(\omega)}$ が 10% 以下として帯域幅 α を決めると $a\alpha = 0.3\pi \sim 0.4\pi$ ぐらいである。 α をこのように決めて (14) 式より Δ を求めたのが第9図の破線である。図の実線は数値計算⁽⁶⁾より求めたもので大体一致することがわかる。



第 9 図 矩形線像の場合の誤差

次に誤差の生じはじめる臨界周波数を求めてみると第1表となる。ここで δ_0, δ の条件は (4) 式, (5) 式か

らただちに求められる。 η_0, η は $z=1.92$ の時 $S_1(z) = \frac{\pi}{2}$ となるのでこの z をかりに限界値とすると

$$\left. \begin{aligned} (11) \text{ 式より } \alpha N\pi/\omega < 1.92, \eta_0 = 0 \\ (12) \text{ 式より } \alpha(N-1)\pi/\omega < 1.92, \eta = 0 \end{aligned} \right\} (15)$$

第1表 臨界周波数 となるから $a\alpha = 0.4\pi$ を用いると (幅 $2a$ の矩形線像) 第1表となる。 η の臨界周波数は

	$a\omega$	
δ_0	$N\pi$	最も低い本数 N が少ない時は δ, η_0, η の周波数差は余り大きくなく数値計算結果の条件 (1) 式に大体近いことがわかる。
δ	$(N-1)\pi$	
η_0	$0.65N\pi$	
η	$0.65(N-1)\pi$	

(2) 理想レンズの場合 この場合の線像 $h(x)$ は

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(x) dx = 1 \text{ と正規化すると}$$

$$h(x) = \frac{1}{\pi} \frac{H_1(2x)}{x^2}$$

で与えられる⁽⁸⁾。ここに $H_1(2x)$ は Struve 函数を示す。理想レンズのレスポンス函数⁽⁹⁾はよく知られているように

$$H(\omega) = \frac{1}{\pi} \{2\beta - \sin 2\beta\}$$

ただし

$$\beta = \cos^{-1} \omega/2$$

であるから前と同様 (7) 式の展開で $\frac{u^2 H''(\omega)}{2 H(\omega)} < 10\%$ として帯域幅 α を決めると $\omega=1$ 付近で $\alpha=0.6$ ぐらい許せる。 η_0, η の限界周波数は (15) 式より

$$\omega < \frac{0.6\pi}{1.92} N \doteq N; \eta_0 = 0$$

$$\omega < \frac{0.6\pi}{1.92} (N-1) \doteq N-1; \eta = 0$$

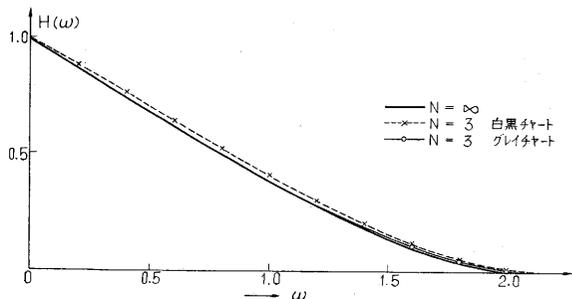
すなわち 3本チャート ($N=3$) であればレスポンス函数のほぼ全域にわたって η_0, η の影響がないことがわかる。したがって今の場合 δ_0, δ が主な誤差となる。

$$\text{今 } I(+z) = \frac{1}{\pi} \int_z^{\infty} \frac{H_1(2z)}{z^2} dz$$

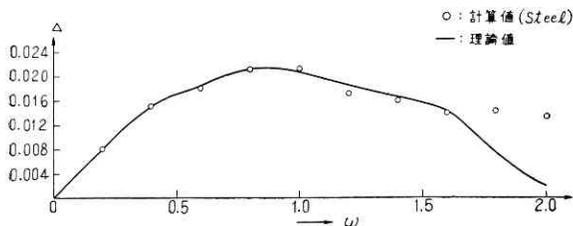
とおくと⁽⁸⁾ (4) 式 (5) 式より

$$\left. \begin{aligned} \delta_0 &= 2I(N\pi/\omega) \\ \delta &= I\left(\frac{(N+1)\pi}{\omega}\right) + I\left(\frac{(N-1)\pi}{\omega}\right) \end{aligned} \right\} (16)$$

で与えられるので δ_0, δ は容易に求められる。



第 10 図 理想レンズのレスポンス函数



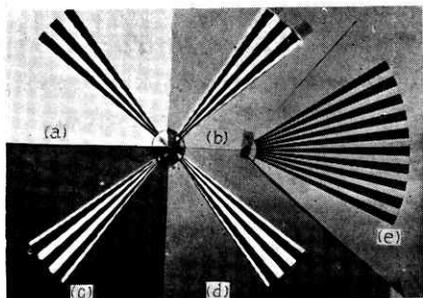
第 11 図 理想レンズの場合の誤差

第 10 図に W.H. Steel⁽¹⁰⁾が行った 3 本チャートの時の計算結果を破線で示すが $N = \infty$ の理想チャートによるレスポンス函数(実線)と比較するとごく低周波よりズレを生じている。これは理論上、線像 $h(x)$ は無限の拡がりをもつから δ_0, δ は $\omega = 0$ 以外では 0 とならぬためである。

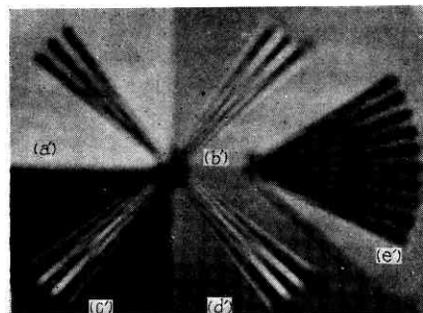
第 11 図は Δ について Steel の計算値 (○印) と理論値 (実線) を比較したもので $\omega < 1.6$ では非常によく一致する。 $\omega > 1.6$ の不一致は η, η_0 の影響と思われる。この二つの例により近似理論の正しいことが確かめられた。

§ 4. グレイチャート

以上の近似理論によって有限本数チャートを用いた場合の測定誤差の原因が明らかとなったが、この結果からすぐ気づくことはこの誤差を少なくするためには本数 N を増せばよいことはもちろんであるが、今一つチャートのバックグラウンドで生ずる矩形パルス(第 5 図 (a))をなくせば δ_0, δ が生じないから有利となることである。このためには第 12 図 (A) の (d) に示すようにチャートの周囲



(A)



(B)

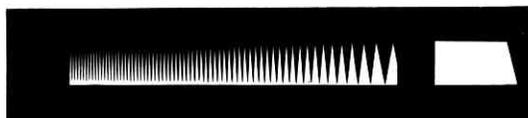
第 12 図

の周囲を灰色にすることである。このようなチャートは通常の低コントラストチャート(第 12 図 (A) の (e))とは異なるのでグレイチャートと呼ぶことにする。ここで注意すべきことはグレ

イチャートでとくに効果があるのはレスポンス函数がゆるやかな曲線で帯域幅 α が大きく許せる場合である。たとえば前述の理想レンズの場合、グレイチャートを用いると第 10 図の細い実線で示すようにほとんど理想チャートを用いた時と同一測定ができることを Steel が示しているが、これは近似理論でのべたように η_0, η が無視できるからである。これに対して矩形線像の場合のように η_0, η の影響が比較的大きい時は必ずしも効果があるとはいえない。第 3 図に 3 本線グレイチャートを用いた時のレスポンス函数を△印で示すが、白黒チャートを用いた時と比較して理想値との誤差は改善されたとはいえない。第 12 図 (B) は同図 (A) に示すバックグラウンドのコントラストを種々に変えたグレイチャートを焦点ボケの収差のレンズで撮影した写真である。この場合のレスポンス函数は近似的に幾何光学で考えて $J_1(a\omega)/a\omega$ (J_1 は第 1 次ベッセル函数) で与えられ矩形線像の $\sin a\omega/a\omega$ と似た函数形であるのでやはり η_0, η の影響が大きい。したがって偽解像を示す位置などは白黒チャート ((a')) と大差はないが、グレイチャートにするとその像の形状は非常に違ってくる。これは白黒チャートでは高空間周波数になると搬送波形(チャート)はバックグラウンド ($\omega = 0$) の内に消えてしまうが、グレイチャートではこのバックグラウンドがなくなるので高空間周波数でもなお搬送波のコントラストがみえるためである。この写真より、バックグラウンドの影響がいかに大きいものであるかがよくわかることと思う。

§ 5. 三角波形チャートの周波数誤差

レスポンス函数測定チャートは § 1 にも述べたようにチャートの像のコントラストを測る場合もあるが⁽⁹⁾⁽¹¹⁾、逆に線像をチャートで走査し光電的にコントラストを求める方法⁽⁹⁾⁽¹²⁾もある。前者では第 1 図のような濃淡型のチャートを必要とするが、後者では第 13 図のような面積型のチャートでよい。



第 13 図 三角波形面積型連続チャート

このようなチャートを製作する時、その波形を正しく作ることは容易でなく、ことに正弦波チャートの製作は面倒で大きかりな自動制御機構を利用して製作されている⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。

製作上最も簡単なものは第 1 図のように矩形波形のものであるが、これは測定後正弦波を用いたレスポンス函数に換算する場合に誤差が多く⁽⁷⁾余り推奨できない。この点面積型チャートとして製作の簡単なものは三角波形チャートであろう。実際正弦波チャートを製作する時気づくことであるが高空間周波数になると、ほとんど三角

波に近くなるのでむしろはじめから三角波で代用できないかと考えられるわけである。そこで三角波の周波数誤差を検討してみよう。今 $H(\omega)$ を正弦波形に対するレスポンス函数とし三角波チャートに対するそれを $H_T(\omega)$ とすると互に次式で換算できる。

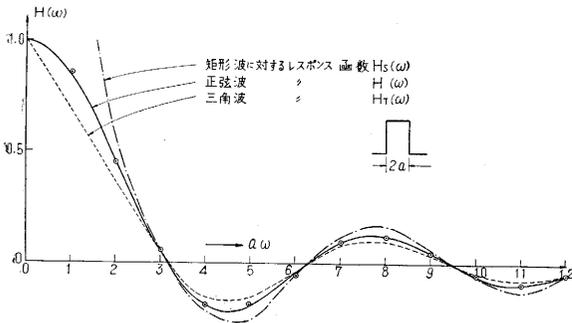
$$H(\omega) = \frac{\pi^2}{8} \left\{ H_T(\omega) - \frac{1}{3^2} H_T(3\omega) - \frac{1}{5^2} H_T(5\omega) - \frac{1}{7^2} H_T(7\omega) - \frac{1}{11^2} H_T(11\omega) - \frac{1}{15^2} H_T(15\omega) \dots - \frac{1}{(2k+1)^2} H_T((2k+1)\omega) \right\} \quad (17)$$

比較として矩形波に対するレスポンス函数を $H_S(\omega)$ とすると

$$H(\omega) = \frac{\pi}{4} \left\{ H_S(\omega) + \frac{1}{3} H_S(3\omega) - \frac{1}{5} H_S(5\omega) \dots \right\} \quad (18)$$

となる。これをみてわかることは三角波の時第 2 項以下の取れんが非常に早いことである。したがってごく低周波を除き、第 1 項のみで十分であることがわかる。すなわち

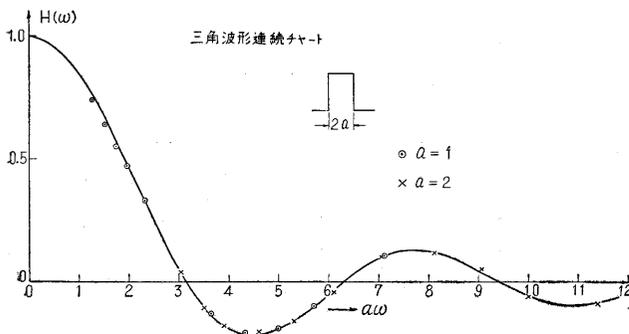
$$H(\omega) \approx \frac{\pi^2}{8} H_T(\omega) \quad (19)$$



第 14 図 矩形線像のレスポンス函数

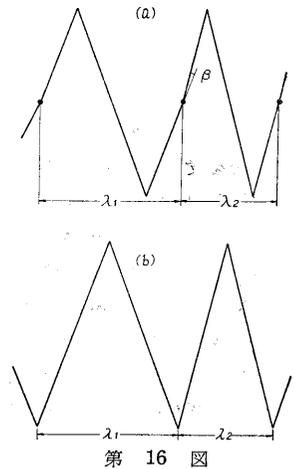
と考えてよい。第 14 図は線像が矩形波の時、正弦波、三角波、矩形波チャートを用いる時のレスポンス函数であるが、三角波に対し (19) 式で換算したものを○印で示す。平均 3% 以下の誤差で正弦波チャートを用いた $H(\omega)$ と一致する。

それで比較的精度を要せぬ時は (19) 式で換算すれば



第 15 図 三角波連続チャートの誤差

よく、さらに精度を要する時は (17) 式で換算すればよい。ただしこの時も 2 項ぐらい考えれば十分に矩形波を用いるよりも便利であろう。第 13 図はこの三角波の面積型チャートの 1 例であるがこれは 1 本ごとにピッチが linear に変化してゆくチャートである。このチャートについて矩形的線像のレスポンス函数を計算した結果を第 15



図に示す。理想正弦波に対する値を実線で示し、三角波を用いしかも (19) 式を用いて換算したものを○および×印で示す。低周波でわずかに誤差は目立つがほとんど誤差を生ぜず十分に実用になることを示している。

なおこの三角波チャートを製作する時注意することはもし第 13 図のような連続チャートを作る時は波長を第 16 図 (a) のように取るべきで同図 (b) のようにとると周波数誤差を生ずる。ただし (a) で継目の交角 β が 5° 以下であれば (b) のように継いてもほとんど差は生じない。

§ 6. 結 語

有限本数チャートを用いてレスポンス函数を測定する時の誤差について通信系の振幅変調理論を応用して解析し、今までの数値計算結果を理論的によく説明することができた。この結果誤差の原因が明確となったのでグレイチャートの効果についても明らかとなった。

本研究は第 1 部久保田教授の指導のもとに行つたもので同教授に深く感謝の意を表す次第である。

(1958. 5. 6)

文 献

- (1) 久保田広; 生産研究 8 (1956) 315
- (2) 三宅和夫, 鈴木達朗; 応用物理 26 (1957) 326
- (3) 久保田広, 小瀬輝次; レスポンス委員会報告 No. 2 (1958) トト 純; 光学ニュース No. 28 (1956) 2
- (4) 村田和美, 松井弘之; 応用物理 25 (1956) 456
- (5) 久保田広, 鈴木恒子; 応用物理 26 (1957) 135
- (6) 小瀬輝次, 鈴木恒子; 応用物理 27 (1958) 168
- (7) H. Struve; Ann. d. Phys. 15 (1895) 1008
- (8) H.H. Hopkins; Proc. Roy. Soc. A 231 (1955) 91
- (9) W.H. Steel; Optica. Acta 3 (1956) 65
- (10) O.H. Schade; N.B.S. Circular 526 (1954) 231
- (11) P. Lindberg; Optica. Acta 1 (1954) 80
- (12) N.S. Kapany, J.N. Pike; J. Opt. Soc. Am, 46 (1956) 867
- (13) 鈴木達朗; レスポンス委員会報告 (1958)