

観測ロケットの空力的加熱

池田 健・三浦 公亮

1. はし が き

超音速で飛しょうするロケットにおいて、強度上最も重要な問題の一つは、空力的加熱によるノーズコーンおよび翼の温度上昇であって、これにより起る材料強度の低下、熱応力の発生等は、ロケットの構造設計において直視しなければならない障壁である^{1,2)}。

空力的加熱に対する構造物の対応 (response) は、その性質上ヒステリシスおよびフィードバックの二つの性質を兼ねているから、各構造、各飛行径路 (flight mission) について一つの計算が必要となつて来る。等速とか、等加速の場合は比較的解析が楽であるが、このような仮定による計算結果は一応の目安にはなっても、一般の飛行径路による結果とかなり異り、極度の重量をきりつめる設計の資料としては不十分であると思われる。

ここでは、外板が比較的薄くその板厚方向の温度勾配が無視できる (これを“熱的に薄い”という) 構造について、温度上昇を求める方法を述べ測定結果と比較する。

2. 熱伝達係数

境界層にその一面を接している孤立した外板の一小部分を考える。熱の出入は境界層との間のみでおこなわれ他の方向への熱の移動はすべてこれを無視する。この時熱の平衡を表わす微分方程式は、

$$\rho_w C_w \delta_w \frac{dT_w}{dt} = h(T_{aw} - T_w) - \epsilon(\sigma T_w^4 - G) \quad (1)$$

である。ここに T_{aw} は境界層温度、 T_w は外板の温度、 C_w 、 ρ_w 、 δ_w はそれぞれ外板の比熱、密度、厚さ、 ϵ は輻射率、 σ は Stefan-Boltzmann の定数、 G は太陽、地球および星等による輻射量である。 G はもともとかなり小さい量で、空力的加熱の存在しない大気圏の外を飛しょうする場合は支配的な要素であるが、ここでは無視できる。また σ も小さい数で、 T_w が 500°C を超えない場合は無視できる。 h は熱伝達係数である。 h の式として平板で層流の場合は次式で与えられる。

$$h = 0.332 \frac{\lambda_f}{L} (Re_f)^{0.5} Pr_f^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

ここで λ_f は空気熱伝達率、 Pr_f はプラントル数、 L は物体前縁からの距離、 Re_f はレイノルズ数で、 $VL\rho/\mu_f$ (V は飛しょう体の速度、 ρ は外気の密度、 μ_f は空気の粘性係数) である。なお添字 f のついた物性値は境界層の平均状態 (mean boundary layer condition) の値を示し、したがってその温度 T_f の函数となる。さて、この T_f の値のとり方については、流体力学の研究者によ

って多少の差異がある。ロケットの速度が小さい時、すなわち T_{aw} が T_w や T_∞ (外気温度) と余り変らない場合は、 T_f はこれらの中間の値としてもその値のとり方によって h の値に大した差異はない。しかし大きなマッハ数になるに従い、 T_f のとり方により h の値は多少の差が生ずる。すなわち、 T_f を T_{aw} に近い値にとれば h は過小評価となり、 T_∞ に近くとれば過大評価になる³⁾。一例として T_w の値に関係しない T_f のとり方としては、

$$T_f = 0.5T_{aw} + 0.5T_\infty \quad (3)$$

または T_w と T_∞ の平均値として

$$T_f = 0.5T_w + 0.5T_\infty \quad (4)$$

この式は T_w が決定されないときは、 T_f の値が判らないから不便である。また L. Hsu⁴⁾ によれば、

$$T_f = 0.5T_w + 0.28T_{aw} + 0.22T_\infty \quad (5)$$

を用いている。(3) または (5) のいずれを用いても、 h の値に及ぼす影響は比較的小さいようである。つぎに、 Re_f の値の中に用いられる空気密度は ρ を用うべきか、 ρ_f を用うべきかに問題がある。これは T_f のとり方とも関連するが、外気密度を用いた方が安全側であり便利である。また (3) や (5) のように T_f を仮定する場合は、空気密度として ρ を用いた方が実際に近い結果が得られるようである。

層流で円錐形の場合は、頂点に衝撃波がついていれば面上の速度が一定であるから、その取扱いは平板の場合に帰せられる。熱伝達係数の式の数因子は平板の場合の $\sqrt{3}$ 倍となる。すなわち

$$h = 0.575 \frac{\lambda_f}{L} Re_f^{0.5} Pr_f^{\frac{1}{3}} \quad (6)$$

乱流の場合の h の値は、平板、円錐形のいずれに対しても、次式が適当であるとされている。

$$h = 0.0296 \frac{\lambda_f}{L} Re_f^{0.8} Pr_f^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

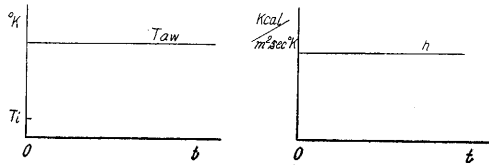
3. 等速度の場合

ロケットが初期温度均一の状態から瞬間的に新しいマッハ数、高度に移行する場合 (instantaneous change type flight mission) を考える (第1図)。外板の温度は、

$$T_w = T_{w_0} + (T_{aw} - T_{w_0}) (1 - e^{-\frac{h}{\rho_w C_w \delta_w} t}) \quad (8)$$

ここで、 T_{w_0} は外板の初期温度である。あるいは、

$T = \frac{T_w - T_{w_0}}{T_{aw} - T_{w_0}}$ なる無次元の温度パラメータをとると次式となる。



第 1 図 等速水平飛行の場合の境界層温度および熱伝達係数

$$T = 1 - e^{-\frac{h}{\rho_w C_w \delta_w} t} \quad (9)$$

上式中 $\frac{\rho_w C_w \delta_w}{h}$ は時間の単位を持つ数で、 h が決まれば構造および材料によって決まる。これを構造の characteristic time t_c と呼ぶ²⁾。

$$t_c = \frac{\rho_w C_w \delta_w}{h} \quad (10)$$

これはまた、定常状態の温度、すなわち $T=1$ の 63.2% に達するに要する時間に相当する。また 90% に到達する時間を response time t_s と名付けると、

$$t_s = 2.31 t_c \quad (11)$$

となる。50% に達する時間を t_{50} とすると、

$$t_{50} = 0.69 t_c \quad (12)$$

その他については、第 2 図に示す。

t_{100}	∞
$t_{90} = t_s$	$2.31 t_c$
t_{80}	$1.61 t_c$
t_{70}	$1.20 t_c$
$t_{63.2}$	$1.00 t_c$
t_{60}	$0.92 t_c$
t_{50}	$0.69 t_c$
t_{40}	$0.51 t_c$
t_{30}	$0.36 t_c$
t_{20}	$0.22 t_c$
t_{10}	$0.11 t_c$
t_0	0

第 2 図 境界層温度上昇の $n\%$ に達する時間 t_n

例 1) マッハ数=3 高度=6,000m

$$T_{aw} - T_{\infty} = 350^{\circ}\text{C} \quad h = 3.9 \times 10^{-2} \text{Kcal/m}^2\text{sec}^0.5\text{C}$$

第 4 図のようなノーズコーンおよび翼で、板厚 $\delta = 0.8$ mm の超ジュラルミンおよびステンレスを用いた場合、

	$\rho_w \text{ kg/m}^3$	C_w
ステンレス	7820	0.11
超ジュラルミン	2790	0.211
A 点 ステンレス	$t_c = 17.6$ 秒	$t_{50} = 12.2$ 秒
超ジュラルミン	" = 12.1 "	" = 8.4 "
B 点 ステンレス	" = 10.2 "	" = 7.1 "
超ジュラルミン	" = 7.0 "	" = 4.9 "

境界層温度上昇は 350°C であるから、 t_c 、 t_{50} はそれぞれ 220°C 、 170°C 上昇までの時間である。

例 2) マッハ数=4 高度=6,000m

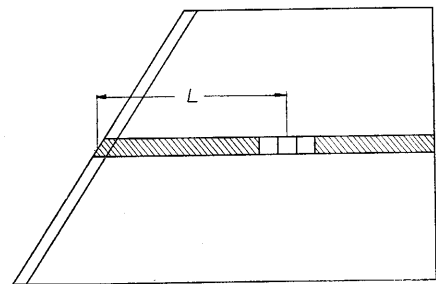
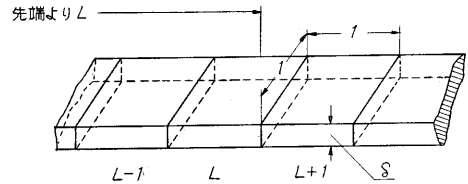
$$T_{aw} - T_{\infty} = 590^{\circ}\text{C} \quad h = 4.5 \times 10^{-2} \text{Kcal/m}^2\text{sec}^0.5\text{C}$$

A 点	ステンレス	$t_c = 15.3$ 秒	$t_{50} = 10.6$ 秒
	超ジュラルミン	" = 10.4 "	" = 7.2 "
B 点	ステンレス	" = 8.8 "	" = 6.1 "
	超ジュラルミン	" = 6.0 "	" = 4.2 "

ここで t_c 、 t_{50} はそれぞれ 370°C 、 300°C 上昇までの時間である。

4. 板面内の熱伝導を無視する場合の誤差

等速飛行の場合でも、翼弦方向の熱伝達係数分布を考慮に入れ、板面内の熱伝導による熱の移動を含めた計算は困難で、まして一般の飛行径路について、層流から乱流への遷移をも含め構造内の温度変化を求めることは、デジタル型電子計算機によらないかぎり不可能に近い。そこで薄い外板をもつ翼で板面内の熱の移動を無視した取扱いをすれば、問題を比較的簡単にする事ができる。観測ロケットのように比較的短い時間空力的加熱を受ける場合は、こうした取扱いは妥当なようである。



第 3 図 翼の分割

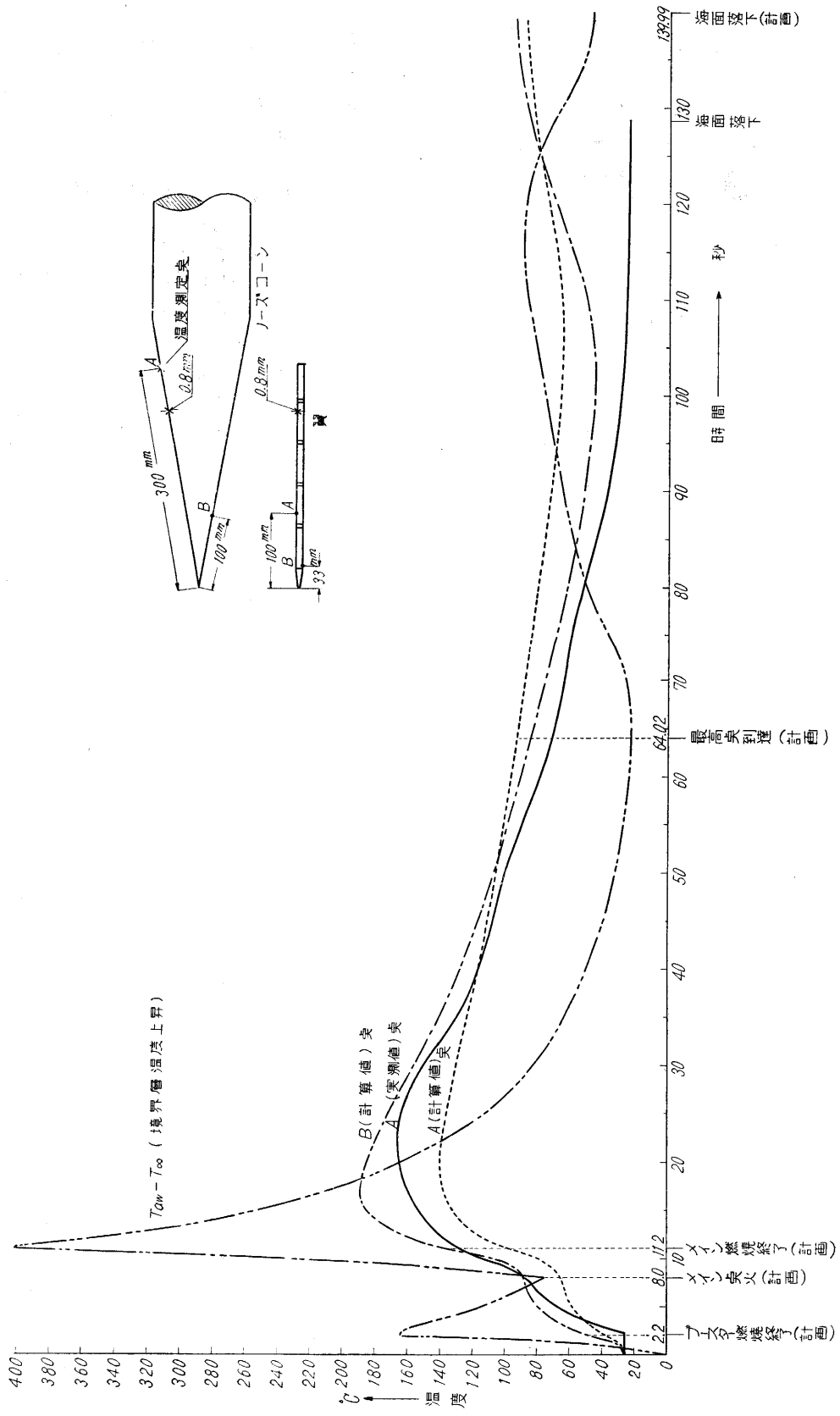
今第 3 図のごとく外板を単位面積に分割して、その翼弦方向の熱の伝導による移動量を調べる。層流境界層を仮定すると、先端より L の距離の熱伝達係数は $L=1$ m の時の値 \bar{h} により

$$h = \bar{h} \times 1/\sqrt{L} \quad (13)$$

等速飛行の場合を考え、また伝導による熱の移動が無いとすれば、 t 秒後の温度 T_L は、

$$T_L = 1 - e^{-\frac{\bar{h}}{\rho_w C_w \delta_w \sqrt{L}} t} \quad (14)$$

T_{L-1} 、 T_{L+1} は上式の L の代りに $L-1$ 、 $L+1$ を入れれば良い。こうすれば、 t 秒後における各要素間の温度勾配が求まる (実際は伝導による温度拡散の結果この値よりも少なくなるのであるが、以下の結論によりこの量は比較的少ないことが判る)。したがって単位時間に伝導により要素 L の中に入る熱量 q_1 は、



第4図 カップⅢ型3号機のノズルコアおよび翼の温度上昇

$$q_1 = K_{L-1,L}(T_{L-1} - T_L) + K_{L,L}(T_{L+1} - T_L) \quad (15)$$

ここで、 $K_{L-1,L}$ は、 $L, L-1$ 間のコンダクタンスで、この場合は、熱伝導率を k とすれば、 $k\delta$ である。 p_1 は、 $t < t_{s0}$ の場合には近似的に次式で表わされる。

$$q_1 = \frac{k\bar{h}t}{\rho_w C_w \sqrt{L}} \times \frac{3}{4L^2} \quad (16)$$

境界層から与えられる熱量は、

$$q_2 = \frac{\bar{h}}{\sqrt{L}}(1 - T_L) \quad (17)$$

その比は

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{kt}{\rho_w C_w L^2 (1 - T_L)} \quad (18)$$

$k/\rho_w C_w$ は、材料によって決まる数で（その平方根を拡散率という）、次の通りである。

ステンレス	4.53×10^{-6} m ² /sec
炭素鋼	14.7×10^{-6} "
ジュラルミン	66.6×10^{-6} "

$L=0.1m$ の場合

ステンレス	$q_1/q_2: 3.4 \times 10^{-2} \times \frac{t}{1 - T_L} \%$
ジュラルミン	$: 49.9 \times 10^{-2} \times " "$

t が 10~20 秒程度であれば、ステンレスでは、ほとんど問題にならず、ジュラルミンで 10~20% になると思われる。従って、ジュラルミンは、ステンレスよりも温度勾配を少なくし、その結果熱応力を軽減する点では有利なようである。 T_L が 1 に近づけば、この値は急速に増大するが、これは q_2 が 0 に近づくだけのことで、 q_1 の絶対値が大きくなることを意味するのではない。上式は板厚に関係せず、また L が小さい所では、伝導による熱の移動が問題になって来ることを示している。

5. 一般の飛行経路の場合

輻射および板面内の伝導による熱の出入を無視した場合外板の温度 T_w を決定する基礎方程式は、

$$\frac{dT_w}{dt} + \frac{h(t)}{\rho_w C_w \delta_w} T_w = \frac{h(t) T_{aw}(t)}{\rho_w C_w \delta_w} \quad (19)$$

ここで、 $h(t)$ 、 $T_{aw}(t)$ は、 T_f を T_w に関係ない式で表わすことにすれば、与えられた飛行経路についての、速度、高度等から決定される熱伝達係数および境界層温度で、時間の関数である。上式を積分すれば T_w が得られる。

$$T_w = e^{-\int \frac{h(t)}{\rho_w C_w \delta_w} dt} \left\{ \int e^{\int \frac{h(t)}{\rho_w C_w \delta_w} dt} \times \frac{h(t) \cdot T_{aw}(t)}{\rho_w C_w \delta_w} dt + C \right\} \quad (20)$$

ここに C は初期条件によって決まる積分常数である。上式を計算する代りに、飛行経路を微小時間 dt に注意深く分割すれば、次式を用いて step-by-step に計算しても十分の精度が出るようである。

$$\Delta T_{w_{n+1}} = \frac{h(t_{n+1})}{\rho_w C_w \delta_w} \{ T_{aw}(t_{n+1}) - T_{wn} \} \cdot \Delta t_{n+1} \quad (21)$$

$$T_{w_{n+1}} = T_{wn} + \Delta T_{w_{n+1}} \quad (22)$$

ここで n は時間の分割を示す。

また構造の characteristic time t_c が小さい値を持つときは、それに応じて Δt を小さくすることが必要である。

6. 実測値と計算値との比較

第 4 図は、カップⅢ型 3 号機のノーズコーンにおける温度測定値および、計画飛しょう径路によって計算した温度を示す。境界層は層流と仮定し、外気温度 T_∞ としては、NACA Proposed Hot Day を使用した。因みに 3 号機はほぼ計画飛しょう径路に従って飛しょうした。測定点はノーズコーン先端より 300mm であるが、これは平板の場合熱伝達係数が先端より 100 mm (ほぼ翼の中央) の場合に相当し、ノーズコーンおよび翼外板は、共に 0.8mm ステンレスであるから温度上昇も同一と見て良い。実測値と計算値は、かなり良く類似している。ただ最高上昇温度に幾分の開きがあるが、この原因としては、さらに研究を要する。また下降 (reentry) の場合には、当然再び温度上昇があると考えられ、計算値もこれを示しているが、実際には上昇していない点に疑問が残る。なお、これまでの実験の内には、reentry の際に曲線が立上るといふ傾向が見られるものもあったと報告されている。

7. む す び

構造に、それぞれ characteristic time t_{c1}, t_{c2} なる材料寸法を用いた場合、ある温度に到達するまでの時間は t_{c1}, t_{c2} に比例することは前に述べた。逆に同一時間に到達する温度、 T_1, T_2 の比は、 $t_{s0} > t$ の範囲で近似的に

$$\frac{T_1}{T_2} \sim \frac{t_{c2}}{t_{c1}} \quad (23)$$

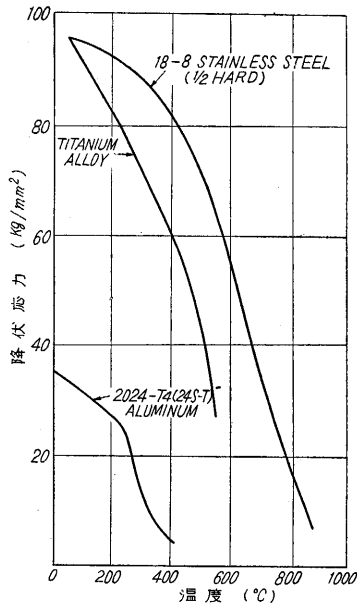
なることが容易に証明される。例えば同一厚さのジュラルミンおよびステンレスを比較すると、

$$t_{cd} = 0.68 t_{cs} \quad (24)$$

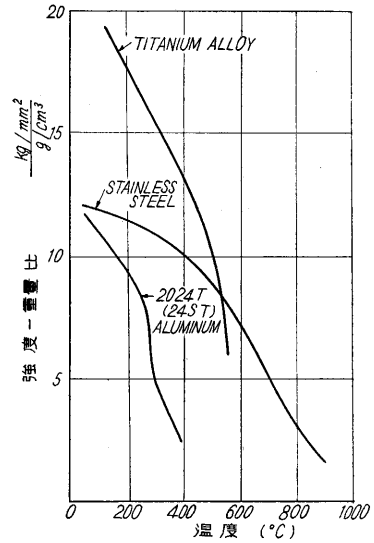
ここで添字 d, s は、それぞれジュラルミン、ステンレスを示す。したがって

$$\frac{T_d}{T_s} = 1.47 \quad (25)$$

となり、ジュラルミンの場合には、ステンレスに比べて 50% 近く温度上昇が高いということになる。カップⅢ型 3 号機の翼面のほぼ中心部の温度は、これらの事実から推定すると、ジュラルミンを用いたときには 200°C に近い温度に達し、これより前縁よりではさらに高温に達したと考えられる。ステンレス、ジュラルミン、いずれを採用するかは、その高温における強度特性、強度重量比、飛しょう時間等を考慮しなければならない (第 5 図、第 6 図)。ジュラルミンの場合、定常温度が 200°C を超えて用いることはできないが、板厚を増したがつ



第5図 材料の降伏応力—温度特性



第6図 材料の強度重量比—温度特性
文献

て t_0 を増して最高到達温度を低下して有限の時間強度を保つように設計すれば、その軽量性と、高い熱伝導率による温度勾配の低下、すなわち熱応力の軽減を有効に用いることができよう。それ以上の温度においては、ステンレスその他の合金を使用しなければならない。

ノーズコーン先端および翼前縁の空力的加熱は取り扱わなかったが、プラントノーズにすること、mass を集中すること、熱容量の大きい高温に耐える材料を用いること輻射を有効に使うこと等が考えられる。

(1957.9.24)

- 1) 池田 健；観測ロケットにおける構造上の諸問題 (その1)および(その2), 生産研究: 8, 4, 6, 1956.
- 2) MIT; Notes for a Special Summer Program in Aerodynamic Heating of Aircraft Structures in High-Speed Flight, Department of Aeronautical Engineering, M.I.T., Cambridge, Mass., U.S.A., July, 1956.
- 3) A.H. Shapiro; The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, p. 1108.
- 4) L. Hsu; N.A.C.A., T.N., 1725, 1948.

東京大学生産技術研究所報告第7巻第1号予告

丹羽 登著「直視型超音波厚み計とその非破壊検査への応用」

(The Cathode Ray Tube Type Ultrasonic Thickness Gauge and Its Application to Nondestructive Inspection)

超音波による非破壊検査法のうち、インパルス反射法については多くの報告が出されているが、共振法に関するものは少い。それも従来は共振点の検出を受話器で行う可聴型のものであった。

本稿は板中の超音波の共振状況をブラウン管上に直視し、共振周波数から板厚を測るだけでなく、共振強度から板の探傷、裏面の腐蝕状況検査などを行う直視型超音波厚み計に関する1950年頃からの研究の要旨である。

まず、二、三の材料について超音波共振特性の測定法を比較して厚み計設計の基礎資料を得、厚み計実用化への設計方法を導いた。

また新しい直読目盛方式、種々の目的の探触子、厚み計用標準試験片について述べ、荒い面、腐蝕した板、曲面など被検査材の形や表面状況に応じて探触子の型や使用周波数を選定する方法を述べた。

さらに試作した厚み計により多数の実測例を示した。鋼、銅、アルミニウムなどの板や管、ケーブル鉛皮などの厚み測定。ベンストックやタンクの壁、高压ガス容器などの腐蝕度測定。岩石や軟体など特殊な特質の音速測定。薄い金属板中のラミネーションその他の探傷。金属接着面の検査、材料中の超音波減衰度の比較など1955年頃までのデータである。