

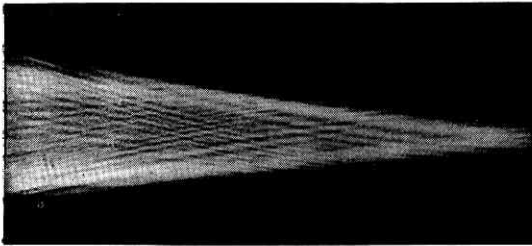
球面 concave 音源による音場

Acoustical Fields from the Spherical Concave Source by Yasuo Torikai

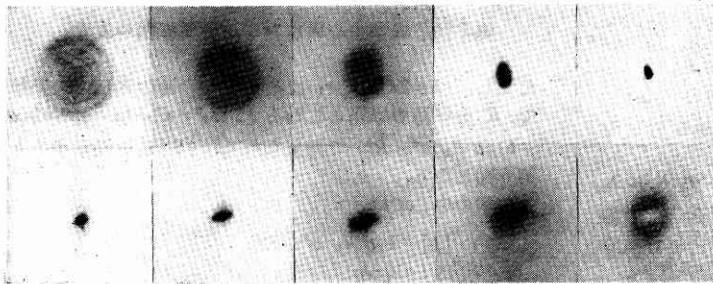
鳥 飼 安 生

超音波のエネルギーを利用しようとの試みが最近盛んになってきた。工業的にも次第に用いられるようになった。いわく、超音波洗滌装置、集塵装置、加工器、医療器等々である。エネルギーをできるだけ経済的に利用するために、もっぱら作用は音源付近で行われ、また一点に集中するような方途もとられる。筆者は最近球面 concave 音源による音場を調べているが、その大体の模様を簡単に報告する。

第 1 図は、円形球殻型にきり出した水晶音源（中心部

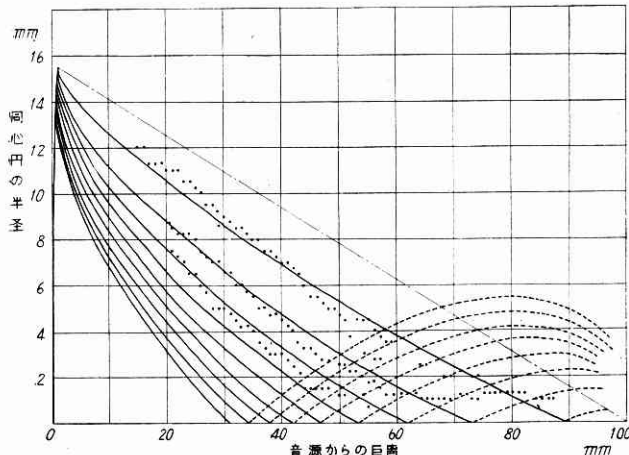


第 1 図 音場のシュリーレン写真



音源からの距離は上段左よりそれぞれ 38, 48, 59, 81, 87, 下段左より 96, 102, 108, 118, 134mm である。

第 2 図 印画紙による音場の横断画像



第 4 図 回折像の同心円半径と音源からの距離との関係。黒丸は実験値

が X-cut) による音場をシュリーレン法により映像化したものである。球面の曲率半径は 100 mm, 音源の直径は 31 mm, 周波数は 5 mc, 媒質は水である。

先の報告に述べた印画紙と薄い現像液による方法¹⁾で音場の横断面の模様を音源から種々の距離で求めると、第 2 図のようになり、平面音源の場合と同様な分布を示すが、その大きさや距離との関係はもちろん異なってくる。これらの分布は、平面音源の場合²⁾と同様、フレネル輪帯による方法で説明できる。

球面音源に対するフレネル輪帯は平面の場合と同様に求められる。第 3 図で球面音源の曲率中心を O, 曲率半径を a, 観察点を P とし、OP の延長と音源との交点を O₁, PO₁=b とし、音源上の点 Q と P との距離を r としたとき、

$$r - b = \frac{1}{2}n\lambda \quad (\lambda \text{ は音の波長, } n=1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

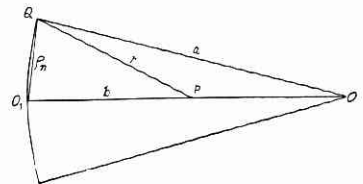
となるような点 Q の軌跡が、n 次のフレネル輪帯の外線となる。

簡単な計算により、その軌跡は O₁ を中心とし、

$$\overline{O_1Q} \equiv \rho_n = \sqrt{\frac{a}{a-b} \left(bn\lambda + \frac{n^2\lambda^2}{4} \right)} \quad (2)$$

を半径として、球面上に描いた円弧で与えられる。

平面音源の場合と同様に、O₁ と音源の周辺との最短距離または最遠距離が、



第 3 図

奇数次のフレネル輪帯の半径 ρ_{2n-1} と一致するごとに、観察点 P の音圧振幅が極大になると考えられる。もっとも、厳密な計算によると、このことの成立つのは、観察点が O と音源の中心とを結ぶ中心軸およびその付近にある場合のみであつて、中心軸からずれるときは、(2) 式で $n \rightarrow 2n+1$ とおく代りに ρ として次の値をとるべきである。

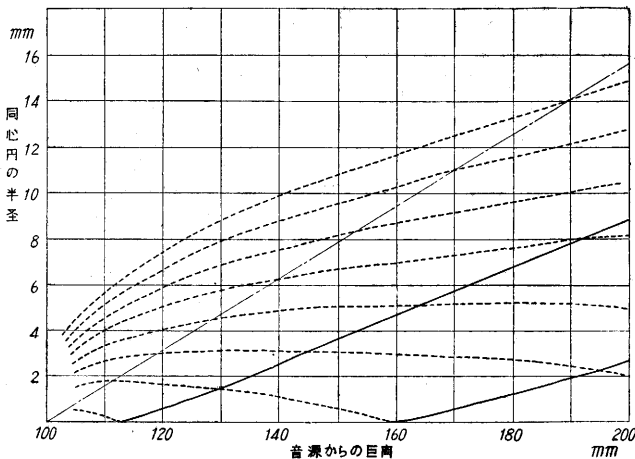
$$\rho_{\min} = \sqrt{\frac{a}{a-b} \left[\left(2n + \frac{3}{4} \right) b\lambda + \left(2n + \frac{3}{4} \right)^2 \frac{\lambda^2}{4} \right]}$$

$$\rho_{\max} = \sqrt{\frac{a}{a-b} \left[\left(2n + \frac{5}{4} \right) b\lambda + \left(2n + \frac{5}{4} \right)^2 \frac{\lambda^2}{4} \right]}$$

$$n=0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

$a=100\text{mm}$, $\lambda=0.3\text{mm}$, 音源の半径 $=15.5\text{mm}$ として上の式を適用し、音圧振幅極大の軌跡を描くと、第 4 図の実線および点線となる。図の黒丸は第 2 図から求めた実験値で、大体の傾向は合っているが、中心近くで理論値とずれているのは、

研究速報



第5図 $b > a$ の場合

音源の各点の振幅が一樣でないことにもよるものと思われる。

$b > a$ の場合にも同様に考えられるが、(3)式の代りに次式を適用する。

$$\rho_{\min} = \sqrt{\frac{a}{b-a} \left[\left(2n + \frac{3}{4}\right) bA - \left(2n + \frac{3}{4}\right)^2 \frac{A^2}{4} \right]}$$

$$\rho_{\max} = \sqrt{\frac{a}{b-a} \left[\left(2n + \frac{5}{4}\right) bA - \left(2n + \frac{5}{4}\right)^2 \frac{A^2}{4} \right]}$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

(4)式を用いて第4図の延長が得られ、第5図となる。

このように球面音源の場合も、得られる音場の分布は、距離や大きさ、強さの関係を除けば、平面音源の場合と相似たものである。計算によると、平面円形音源で音源からの距離 z で得られる音場の像と相似の像が、同じ大きさの球面円形音源で音源から b ($a > b$) および b' ($b' > a$) の距離で得られるとすると、それらの間には、

$$z = \frac{ab}{a-b} = \frac{ab'}{b'-a} \quad (5)$$

の関係があり、像の大きさは、

$$1 : \frac{a-b}{a} : \frac{b'-a}{a} \quad (6)$$

の比となり、音圧振幅は、音源の速度振幅が等しいとすると、

$$1 : \frac{a}{a-b} : \frac{a}{b'-a} \quad (7)$$

の比となる。

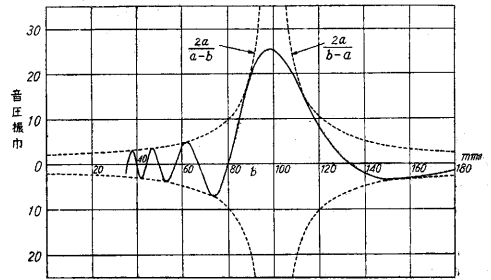
(5)の後の関係から、

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{b'} = \frac{2}{a} \quad (8)$$

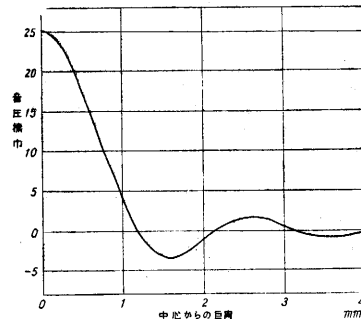
が得られるが、これは光学での球面鏡の結像の式と一致する。

特に中心軸上での音圧振幅を平面波の場合(無限大の平面音源による)を基準にして示すと次式となる。

$$|p| = \left| \frac{2a}{a-b} \sin \frac{k}{2} (r_1 - b) \right| \quad (9)$$



第6図 中心軸上の音圧振幅(相対値)の変化(横軸は中心軸上の距離)



第7図 曲率中心面における音圧振幅の変化

ただし、 $k = 2\pi/\lambda$ 、 r_1 は観察点と音源の周辺との距離で、 R を音源の半径としたとき、 $r_1^2 = a^2 + (a-b)^2 - 2(a-b)(a - \sqrt{a^2 - R^2})$ で与えられる。(9)式を図示すると第6図となる。

曲率の中心では、

$$|p| = k(a - \sqrt{a^2 - R^2}) \approx \frac{\pi R^2}{a\lambda} \quad (10)$$

となり、平面音源に比べて、音圧で 25.2 倍、音強度で 660 倍だけ増大されている。

もつとも、このような強い音場は狭い範囲に限られるのであつて、中心部で軸から距離 x だけ離れると、

$$|p| = \frac{\pi R^2}{a\lambda} \frac{2J_1\left(\frac{kRx}{a}\right)}{\frac{kRx}{a}} \quad (11)$$

という、光学の回折の場合と同じ式に従つて減少し、音出力の大部分(84%)は $J_1\left(\frac{kRx}{a}\right) = 0$ で与えられる

$$\left| \frac{kRx}{a} \right| \leq 3.832 \quad (12)$$

内に集中している(第7図)。

最近脳内(無血)手術の目的で、収斂型の超音波音源が用いられるようになってきたが、そのためには、焦点(曲率中心)付近の音場を正確に予測しておくことが必要であり、ここに述べた理論および実験もその一助となるものである。(1957.9.24)

文献 1) 根岸, 鳥飼: 生産研究 5, 246 (1953)
2) 鳥飼: 生産研究 8, 410 (1956)