

きわめて巾の狭い開水路の中の等流の実験

井口 昌平・浜守 厚

巾 2mm, 深さ 40cm, 長さ数メートルの極めて幅の狭い長方形断面の直線水路の中の等流についての実験を報告する。このような水路の中の流れの性質, ことにその流れに対する摩擦の法則については, これまでにほとんど知られていないので, 筆者等はある別な実験的研究のために, この実験を企てたのである。

そこで, この水路をいろいろなコウ配におき, おおのの場合に等流の状態を起こさせ, それについて観測を行って, 得られた資料から摩擦の性質を求めた。その結果, 0.025 ないし 0.080 のコウ配の範囲内では, 普通に定義される通りの経深の概念がほぼ通用し流れは層流の状態にあると判断してよいようである。

実験設備 真直ぐな木のはりの上に, 内り 2mm の間隔で高さ 40cm の板ガラス 2 枚を平行に立て, 必要な水止めを施したものを実験水路とした。この水路は上流端を小さい箱の中に入れ込み, その部分では水路の壁面にテーパをつけて流れが次第に加速されるようにし, 下流の端は広い静かな水域の中に入れ, 水路を出るまでの間は流れに特別な障害を与えないようにした。ただし, 水路のコウ配を変化させて実験を行う必要があるから, 実際には水路全体を大きな水タンクの中に入れて, 静水のタンクと水路の下流端部との可動の取付けを施す煩雑から逃れた。

水路の長さは市販の板ガラスの長さによって制限され, 約 2.73m である。ただし, おおのの側壁は 2 枚から成り, 上流から 91cm のところで接続している。この接続の部分を十分に滑らかにすることはできず, そのため実験の結果にやや支障が起った。

観測 上記の水路の中に等流を起こさせ, 次の量を観測した。

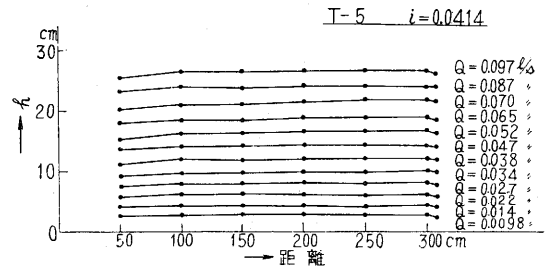
- 流量—容量 2ℓ, ただし流量の極めて小さい場合には 200cm³, 容器に水が一杯にたまるまでの時間を秒時計で測ることによって求めた。
- 水路の底コウ配—水路の上下流の両端の間の距離を物差しで測り, 高低差を測量用レベルを使って測ることによって求めた。
- 水深—水路に沿って 50cm の間隔で 6カ所, 5mm 目盛の物差しで測った。

このような観測を, 底コウ配および流量をそれぞれ数回変化させて, 総計 41 の場合について行った。

なお, このほかに水温の測定, 着色水の添加による流れの様子を観測を行った(付表参照)。表中に示されている水深 h_0 は, 1 回の観測で得られた 6 コの測定値から

解析的に求めた代表値であり, 必ずしも平均値ではない。

実験結果に対する考察 おおのの観測の場合に対して, 水路に沿った距離を横軸に, 水深を縦軸にとりて図を作ると, たとえば第 1 図のような結果が得られた。



第 1 図 水路に沿った距離と水深との関係

これらの曲線のいずれも, 最後で下に折れているが, これは水路の外の水位よりも, 水路の中の水位の方がいつも高いことを示している。その差は約 5mm と観察された。これは毛管現象によるものと判断される。このような場合の毛管現象による水面の高まりは, T を表面張力の張さ, α を接触角, ρ を密度とすると

$$H = \frac{2T \cos \alpha}{b \rho g}$$

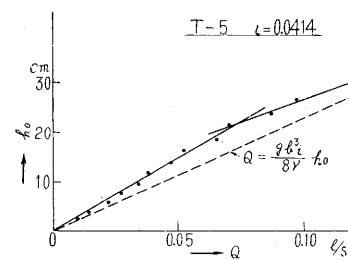
と表わすことができる。水温 23°C の場合, $T=72.28$ dyne/cm, $\alpha=9^\circ$, $\rho=0.9976$ g/cm³ であるから, この値は

$$H = \frac{2 \times 72.28 \times 0.9877}{0.2 \times 0.9976 \times 980} = 0.73 \text{ cm}$$

となる。

この曲線は, そのほかの部分では水平な直線になるのが理想的であるが, 実際には図の如くに, それから外れているところが少なくない。その外れの原因のうち最も大きいものは, 側壁の接続部分の滑らかでないことであり, 次に壁面の不均一なよごれ, 観測の誤差などが考えられる。これらの点を考慮して, おおのの場合の等流水深を 6 コの測定値から推定して h_0 とした。

底コウ配を一定に保った場合の流量 Q と等流水深 h_0



第 2 図 流量と等流水深との関係

との間の関係を見ると, たとえば第 2 図に示すようになった。すなわち流量がある程度の大きさになるまでの間は水深が流量に比例するが,

それ以上になると別の関係が現われるようである。

この流れが完全な層流状態にあって、普通程度の大きさ
と形をもつ水路の中の流れと同様に取扱えるものとする
れば、この流れは次式で表わすことができるはずである。

$$\left. \begin{aligned} i &= \lambda \cdot \frac{1}{4R} \cdot \frac{v^2}{2g}, \\ \lambda &= \frac{64}{Re}, \\ Re &= \frac{4vR}{\nu} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、 R は経深で $R = bh_0 / (b + 2h_0)$ 。いまの場合 b は
 h_0 にくらべて非常に小さいから、 R は $b/2$ に近い。

(1) を変形して、

$$v = \frac{gR^2}{2\nu} = i \quad (2)$$

と書くことができる。さらに、

$$Q = v \cdot b \cdot h_0 = \frac{gR^2}{2\nu} b h_0 i \approx \frac{gb^2}{8\nu} i h_0 \quad (3)$$

と書けば Q と h_0 とが近似的に比例することがわかる。

第 2 図の場合にはこの関係は 23°C のとき

$$Q = \frac{gb^2}{8\nu} h_0 = \frac{980 \times 0.2^3 \times 0.0414}{8 \times 0.00938} h_0$$

となり、点線で示したようになり、観測されたものは、
式 (1) で表わされるような流れに近いことがわかる。

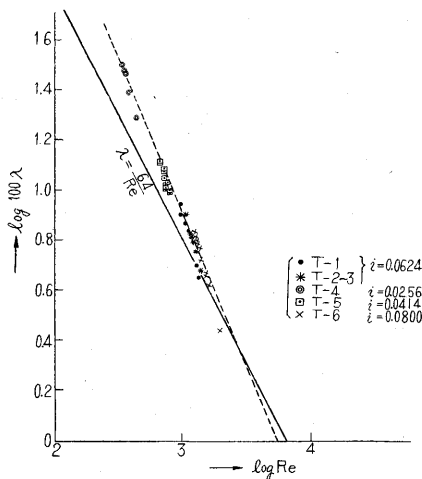
ここで観測を行った流れはすべてひとつの共通な法則
にまとめ得るようなものであると考えられるから、そう
するために、

$$\lambda = \frac{i}{\frac{1}{4R} \cdot \frac{v^2}{2g}} \quad (4)$$

と定義し、 λ と

$$Re = \frac{4Rv}{\nu}$$

との間の関係をすべての観測について調べた。すなわち、
これらの常用対数を取り、第 3 図に示すように観測結果
をプロットした。その結果、予想のように観測されたす



第 3 図 レーノルス数と摩擦係数との関係

べての場合は、ほぼ一つの法則に従っており、それは普
通の程度の大きさと形をもつ水路の中の完全な層流、
すなわち

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

で表わされる状態から少し外れていることが判った。

この外れに注目すると、(2) からわかるように、この

実験の場合には、もし (2)

が成立せば、

平均流速は底

コウ配一定の

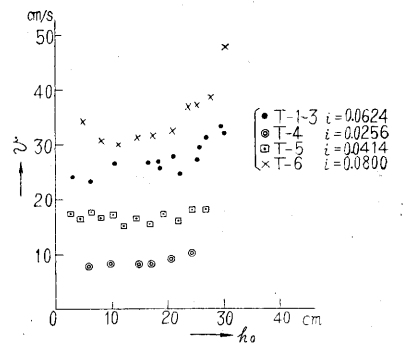
ときは、水深

にほとんど関

係しないはず

のところ、実

際には第 4 図



に見られる通

第 4 図 等流水深と平均流速との関係

り、そうはなっていないことに注意すべきであらう。す

なわち、 v は h_0 によって明らかに変化し、底コウ配によ

ってその関係が変っている。

そこで、 $R = \frac{b}{2}$ と置いた場合の v の値を (2) によって

求め、それを v_p とすれば、

$$v_p = \frac{g\left(\frac{b}{2}\right)^2}{2\nu} i = \frac{980 \times 0.1^2}{2 \times 0.00938} i = 522.4 i$$

ただし、水温を 23°C と仮定した。この値は

$$i = 0.0256 \text{ のとき } v_p = 13.4 \text{ cm/s,}$$

$$i = 0.0414 \text{ のとき } v_p = 21.6 \text{ cm/s,}$$

$$i = 0.0624 \text{ のとき } v_p = 32.6 \text{ cm/s,}$$

$$i = 0.0800 \text{ のとき } v_p = 41.8 \text{ cm/s.}$$

である。第 4 図のかわりに、 v/v_p と $h_0/(b/2)$ の関係を

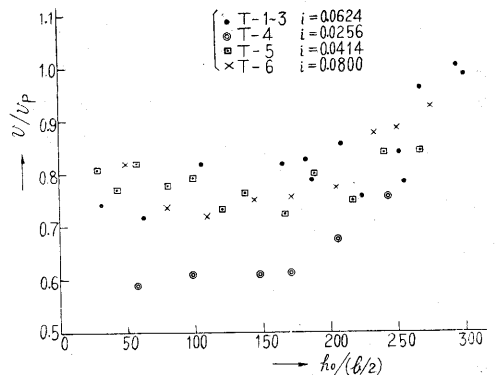
求めれば、第 5 図のようになる。この関係を見ると、

$i = 0.0256$ の場合をのぞいてほかの場合はほぼ一定の法

則に従っているように判断される。

むすび

以上に述べたことから、次のようにまとめて言うこと



第 5 図

ができよう。

- a. この実験水路の中の流れはほとんど完全な層流の状態にある。
- b. 管路の中の Poiseuille の流れに対する式の中の管の直径を $4R$ で置換えたものによって表わされる関係にかなり近い関係がこの場合にも存在する。
- c. b に述べた外れがないとすれば、底コウ配が一定のとき、平均流速は水深にほとんど関係しないわけだが、実際には水深によって変化する。

なお、これは予備的な実験であって、今後次の点を補足あるいは改善して実験を行いたい。

- a. 水路の中の測定。
- b. 水路を約 2m 延長すること。
- c. 側壁の接続部を一層滑らかにすること。
- d. $i=0.0414$ 以下のコウ配の場合の測定のし直し。

最後に、この研究を行うのに当って総理府科学技術庁、特に調査官近藤利八氏のご援助を受けたのでここに謝意を表する。
(1957. 5. 24)

付 表

測定値およびそれから導かれた各種の量の値。記号の意味は次の通り。

- i : 水路の底コウ配
- Q : 流量
- h_0 : 等流の水深
- $v=Q/(h_0b)$: 平均流速 (ただし、 b は水路の巾で 2mm)

$Re = \frac{4vR}{\nu}$ と定義されるレーノルズ数、ただし $R =$

$h_0b/(b+h_0)$, ν は水の動粘性係数

$\lambda = i / \left(\frac{1}{4Re} \cdot \frac{v^2}{2g} \right)$ と定義される摩擦係数

なお、T-1, T-2, …… などは実験番号。

| T-1 水温 23°C $v\beta=32.60$ cm/s | | | | | | | T-2 水温 24°C | | | | | | |
|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|-------------------|--------|--------|--------|--------|---|
| i | 0.0624 | " | " | " | " | " | i | 0.0624 | " | " | " | " | " |
| Q l/s | 0.015 | 0.029 | 0.056 | 0.088 | 0.095 | 0.167 | 0.196 | Q l/s | 0.098 | 0.116 | 0.110 | 0.137 | |
| h_0 cm | 3.1 | 6.2 | 10.5 | 16.5 | 18.5 | 26.7 | 29.5 | h_0 cm | 18.2 | 20.8 | 22.3 | 25.1 | |
| v cm/s | 24.19 | 23.39 | 26.67 | 26.67 | 25.68 | 31.27 | 33.22 | v cm/s | 26.92 | 27.88 | 24.66 | 27.29 | |
| Re | 974.0 | 956.4 | 1097.6 | 1097.6 | 1061.3 | 1293.9 | 1375.9 | Re | 1165.4 | 1207.8 | 1068.6 | 1182.8 | |
| λ | 0.0812 | 0.0881 | 0.0680 | 0.0680 | 0.0739 | 0.0499 | 0.0442 | λ | 0.0670 | 0.0626 | 0.0802 | 0.0656 | |
| $\log Re$ | 2.9886 | 2.9806 | 3.0404 | 3.0404 | 3.0258 | 3.1119 | 3.1386 | $\log Re$ | 3.0665 | 3.0820 | 3.0288 | 3.0729 | |
| $\log 100\lambda$ | 0.9096 | 0.9450 | 0.8325 | 0.8325 | 0.8686 | 0.6981 | 0.6454 | $\log 100\lambda$ | 0.8261 | 0.7966 | 0.9042 | 0.8169 | |
| $v/v\beta$ | 0.742 | 0.718 | 0.818 | 0.818 | 0.788 | 0.959 | 1.019 | $v/v\beta$ | 0.825 | 0.855 | 0.757 | 0.837 | |

| T-3 水温 24°C | | | | T-4 水温 24°C $v\beta=13.37$ cm/s | | | | | | | | | |
|-------------------|--------|--------|---|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|---|---|
| i | 0.0624 | " | " | i | 0.0256 | " | " | " | " | " | " | " | " |
| Q l/s | 0.150 | 0.192 | | Q l/s | 0.009 | 0.016 | 0.024 | 0.028 | 0.037 | 0.049 | | | |
| h_0 cm | 25.5 | 30.0 | | h_0 cm | 5.7 | 9.8 | 14.7 | 17.1 | 20.5 | 24.3 | | | |
| v cm/s | 29.41 | 32.00 | | v cm/s | 7.89 | 8.16 | 8.16 | 8.19 | 9.02 | 10.08 | | | |
| Re | 1275.3 | 1388.5 | | Re | 337.3 | 351.5 | 352.6 | 354.7 | 389.6 | 437.4 | | | |
| λ | 0.0563 | 0.0477 | | λ | 0.317 | 0.298 | 0.299 | 0.297 | 0.245 | 0.196 | | | |
| $\log Re$ | 3.1056 | 3.1426 | | $\log Re$ | 2.5280 | 2.5459 | 2.5473 | 2.5499 | 2.5906 | 2.6409 | | | |
| $\log 100\lambda$ | 0.7505 | 0.6785 | | $\log 100\lambda$ | 1.5011 | 1.4742 | 1.4757 | 1.4728 | 1.3892 | 1.2923 | | | |
| $v/v\beta$ | 0.782 | 0.982 | | $v/v\beta$ | 0.590 | 0.610 | 0.610 | 0.613 | 0.675 | 0.754 | | | |

| T-5 水温 24°C $v\beta=21.63$ cm/s | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| i | 0.0414 | " | " | " | " | " | " | " | " | " | " | " |
| Q l/s | 0.0098 | 0.014 | 0.022 | 0.027 | 0.034 | 0.038 | 0.047 | 0.052 | 0.065 | 0.070 | 0.087 | 0.097 |
| h_0 cm | 2.8 | 4.2 | 6.2 | 8.0 | 9.9 | 12.0 | 14.2 | 16.6 | 18.8 | 21.6 | 24.0 | 26.6 |
| v cm/s | 17.50 | 16.67 | 17.74 | 16.88 | 17.17 | 15.83 | 16.55 | 15.66 | 17.29 | 16.20 | 18.13 | 18.23 |
| Re | 735.6 | 708.4 | 759.5 | 725.8 | 739.9 | 683.4 | 714.9 | 677.9 | 748.6 | 701.8 | 785.6 | 790.0 |
| λ | 0.1024 | 0.1141 | 0.1015 | 0.1126 | 0.1090 | 0.1285 | 0.1177 | 0.1316 | 0.1080 | 0.1230 | 0.0983 | 0.0973 |
| $\log Re$ | 2.8666 | 2.8503 | 2.8805 | 2.8608 | 2.8692 | 2.8347 | 2.8543 | 2.8312 | 2.8743 | 2.8462 | 2.8952 | 2.8976 |
| $\log 100\lambda$ | 1.0103 | 1.0573 | 1.0065 | 1.0515 | 1.0374 | 1.1089 | 1.0708 | 1.1193 | 1.0334 | 1.0899 | 0.9926 | 0.9881 |
| $v/v\beta$ | 0.809 | 0.771 | 0.820 | 0.780 | 0.794 | 0.732 | 0.765 | 0.724 | 0.799 | 0.749 | 0.838 | 0.843 |

| T-6 水温 23°C $v\beta=41.79$ cm/s | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---|---|
| i | 0.0800 | " | " | " | " | " | " | " | " | " | " | " |
| Q l/s | 0.0336 | 0.0494 | 0.0656 | 0.0904 | 0.109 | 0.133 | 0.171 | 0.185 | 0.213 | 0.286 | | |
| h_0 cm | 4.9 | 8.0 | 10.9 | 14.4 | 17.2 | 20.5 | 23.3 | 25.0 | 27.5 | 30.0 | | |
| v cm/s | 34.29 | 30.88 | 30.09 | 31.39 | 31.69 | 32.44 | 36.70 | 37.00 | 38.73 | 47.67 | | |
| Re | 1395.6 | 1266.9 | 1238.8 | 1294.9 | 1308.4 | 1340.6 | 1518.2 | 1530.6 | 1602.3 | 1974.0 | | |
| λ | 0.0522 | 0.0650 | 0.0687 | 0.0632 | 0.0621 | 0.0593 | 0.0464 | 0.0457 | 0.0416 | 0.0275 | | |
| $\log Re$ | 3.1448 | 3.1027 | 3.0930 | 3.1112 | 3.1167 | 3.1273 | 3.1814 | 3.1849 | 3.2047 | 3.2954 | | |
| $\log 100\lambda$ | 0.7177 | 0.8129 | 0.8370 | 0.8007 | 0.7931 | 0.7731 | 0.6665 | 0.6599 | 0.6191 | 0.4393 | | |
| $v/v\beta$ | 0.818 | 0.736 | 0.718 | 0.749 | 0.756 | 0.774 | 0.875 | 0.883 | 0.924 | 1.137 | | |