

カッパ128型の性能計算および慣性モーメントの計算

中 村 巖・井 上 俊 男・広 沢 曄 夫

まえがき

ロケット・エンジンの地上実験より得られた燃焼特性、ロケット本体および燃料の重量、ロケットの形状等からロケットの性能は計算される。かくして計算されるロケットの性能書は大別して次の目的のために必要である。

- 1) 観測用ロケット計画の資料
- 2) 諸測定器の準備および測定結果の基礎資料
- 3) ロケットの細部設計資料
- 4) 海上、陸上警戒領域の決定資料
- 5) ロケット・リカバのための資料

また性能計算の方法には

- 1) step-by-step method
- 2) 逐次近似法
- 3) Z—V diagram method

等がある。実際の計算に当っては、これら各計算法の特徴を生かし、上述の目的に応じた計算方法で計算せねばならない。

慣性モーメントについてはロケットの飛しょう特性を知る上に特に重要な値である。慣性モーメントは直接計算で求めることもできるが、その計算は大変であり、また精度も悪い。したがってこれについての測定台が以前から必要とされていた。カッパ 128J-T 型飛しょう実験の際、この測定台ができたので、その測定、計算法および 128J-T 型の慣性モーメント表を集録した。なお本報告後半には

- ① カッパ 128J-S 型ロケット (31 年 9 月飛しょう) の 80°, 60° 発射における性能
- ② カッパ 128J-T 型ロケット (31 年月 12 飛しょう) の 60° 発射における性能
- ③ カッパ・ロケット推進重量変化による性能の変化等の計算書も合わせ集録することにした。

1. step-by-step method

step-by-step method⁽⁴⁾ はロケットの運動方程式を直接解く方法である。これについては“性能計算”(生産研究 Vol. 8, No. 4) に詳しく述べてあるので参照されたい。

この計算法はその計算に非常に時間がかかるが、比較的精度が良いので諸測定器の測定結果の基礎資料、ロケットの細部設計資料、警戒領域決定等のように計算にかなりの精度を必要とする場合に使用した。また垂直上昇性能計算の燃焼中の性能を得るためにもしばしば使用した計算法である。

2. 逐次近似法

この方法はまず第 0 次近似として空気抵抗を零とし、ロケットの速度、高度を求める。第 1 次近似では、第 0 次で求めた速度、高度から得られる空気抵抗を入れる。かくして逐次に近似を高めて行く方法である。この計算法は、主として Z—V diagram method の燃焼中の性能を知るために使った。

3. Z—V diagram method

Z—V diagram method⁽¹⁾ については“ロケットの垂直上昇性能と最適推力計画”(生産研究 Vol. 8, No. 6) および“微分解析機による観測ロケットの性能計算例”(生産研究 Vol. 8, No. 6) に詳しく記載されている。

燃焼後のロケットの運動(垂直)方程式⁽²⁾は、音速の変化を無視すれば

$$\frac{W}{g} \frac{dv}{dt} = -(D_0(v)e^{-\alpha z} + W) \dots \dots \dots (1)$$

で表わすことができ、

$$\text{ここで } D_0(v) = \frac{1}{2} \rho_0 v^2 C_x S$$

v ; ロケットの速度 (km/sec)

t ; 時間 (sec)

Z ; 高度 (km)

g ; 重力加速度 (km/sec²)

$e^{-\alpha z}$; 空気密度変化率 ($\alpha = 0.133 \text{ km}^{-1}$)

W ; ロケットの重量 (kg)

D_0 ; 海上におけるロケットの空気抵抗 (kg)

ρ_0 ; 海上での空気密度 (kg·sec²/m⁴)

C_x ; 空気抵抗係数

式(1)において $W = 100 \text{ kg}$ 、ロケットの胴体の最大直径 $d = 0.5 \text{ m}$ として、微分解析機により求めた Z—V 線図を基にして、ほかのロケットの燃焼後の垂直上昇性能を求めることができる。すなわち、重量および外径の異なるロケットの垂直上昇性能は、Z—V 平面で Z をシフトさせることにより、Z—V で線図をそのロケットの性能曲線として求めるのである。

step-by-step method、あるいは逐次近似法でロケットの燃焼中の垂直上昇性能を求め、さらに Z shift (“ロケットの垂直上昇性能と最適推力計画” 生産研究 Vol. 8, No. 6, p. 14 参照) さえ計算すれば、いとも容易にそのロケットの垂直上昇性能を Z—V で線図から読み取ることができる。したがって特に正確な性能を知ることができないが、観測ロケット計画および設計資料等のよう

に早急にその結果を知りたい場合には非常に重要かつ便利な方法である。またそのほか発射角を付けた場合でも約 600 m/s 以上の速度では Z-V 線図の v の代りに v_z (Z 方向の速度成分) を使い到達高度を推定してもかなりの精度が得られる。最近の性能計算のほとんどがこの Z-V diagram method を採用しており、またいかにしてこの diagram を上手に利用するかを種々工夫、検討を行っている。

以上述べた三つの方法のほかに 燃焼中ロケットの重量, 空気抵抗および推力等に平均値を使いロケットの平均加速度を求めて燃焼性能を算出したことも多々ある。

4. 空気抵抗

空気抵抗は一般にその値が多くの変数すなわち, ロケットの速度, 高度, 音速および形状等の函数になっている。したがってその算出は非常に面倒である。ロケットの性能計算はその量の取り方いかんで, 計算の精度が決まることはいうまでもない。観測ロケットの上昇運動方程式⁽¹⁾は次の式で与えられる。

$$\frac{W(t)}{g} \frac{dv_z}{dt} = (T(t) - D_0(v) e^{-\alpha z}) \frac{v_z}{v} - W(t) \quad (2)$$

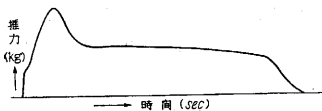
$$\frac{W(t)}{g} \frac{dv_x}{dt} = (T(t) - D_0(v) e^{-\alpha z}) \frac{v_x}{v} \dots\dots (3)$$

ここで v_z : ロケットの垂直速度成分, m/s

v_x : " 水平速度成分, m/s

$T(t)$: 推力, (kg)

$W(t)$: ロケットの重量, (kg)



第 1 図 時間—推力

一般に固体ロケット・エンジンの燃焼特性は第 1 図のようであるが、特にランチャー離脱付近のロケットの運動あるいは燃焼中の運動等を問題にする場合以外は、次のように平均推力を決め、推力 $T = \text{const}$ とし性能計算を行ってもその結果にほとんど誤差がない。

$$T = \frac{\int_0^\tau T(t) dt}{\tau} = \text{const}$$

$$\int_0^\tau T(t) dt = W_p I_{sp}$$

$$T = \frac{W_p I_{sp}}{\tau}$$

ここで $\frac{W_p}{\tau} = b$ とおけば

$$W(t) = W_0 - bt$$

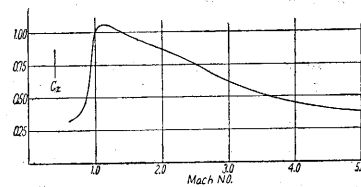
W_p ; 燃料重量 (kg)

I_{sp} ; specific impulse (sec)

τ ; 燃焼時間 (sec)

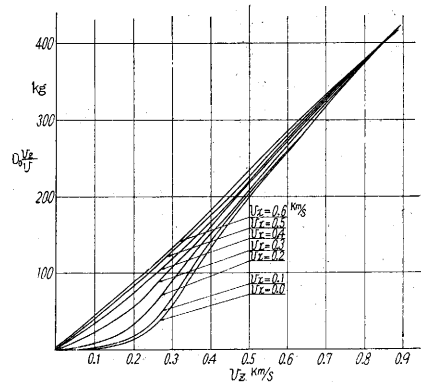
b ; 燃焼率 (kg/sec)

前に記述したようにロケットの海面上における空気抵抗



第 2 図 空気抵抗係数

は $D_0(v) = \frac{1}{2} \rho_0 v^2 C_x S$ であるが、ここに入ってくる空気抵抗係数 C_x はマッハ数の函数として与えられる。今回われわれが使用している空気抵抗係数曲線を第 2 図に示す。なお第 2 図は米国の Deacon Rocket の抵抗係数曲線⁽⁵⁾を参照したものである。第 3 図は第 2 図の C_x 曲線を使い求めた $D_0 v_z/v - v_z$ 曲線である。



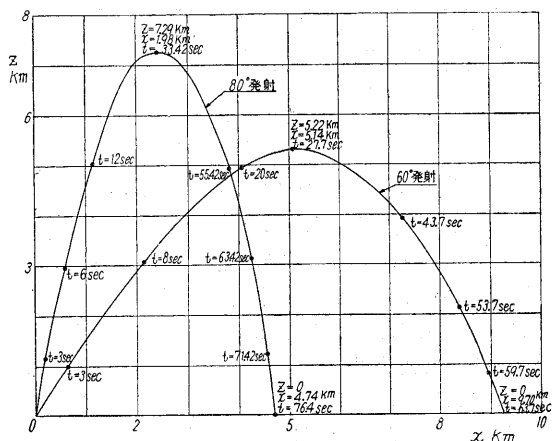
第 3 図 海上における $D_0 v_z/v$ および $D_0 v_x/v$

これに空気密度変化率 $e^{-\alpha z}$ を乗ずることにより、容易に各高度でのロケットの空気抵抗特に $D_z v_z/v$ を知ることができ非常に便利である。また $D_z v_x/v$ は第 3 図において v_x と v_z とを逆に読み取れば良いことになる。

5. 性能書

i カッパ 128J-S 型ロケットの性能 (80°, 60° 発射)

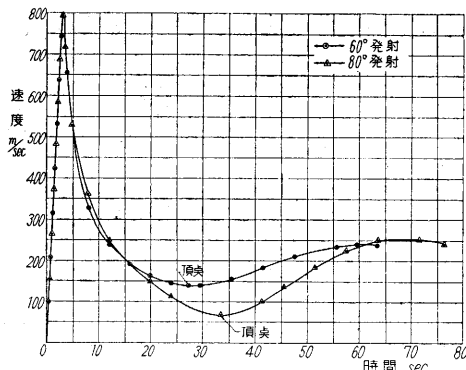
31 年 9 月に飛しょうされたカッパ 128J-S 型はすべて真西に向け、発射角 60° で発射された。計算式は(1)および(2)式、空気抵抗係数は第 2 図を使い、step-by



第 4 図 128J-S 型の 60°, 80° 発射 Trajectory

第 1 表 カッパ 128J-S 型ロケットの性能

燃焼中						
sec <i>t</i>	km <i>Z</i>	km <i>x</i>	m/s <i>v</i>	m/s <i>v_z</i>	m/s <i>v_x</i>	m/s ² <i>dv/dt</i>
0	0	0	0	0	0	247.7
0.4	0.017	0.010	100.2	85.3	52.7	261.3
0.8	0.069	0.043	206.1	174.1	110.4	273.4
1.2	0.157	0.099	315.7	265.3	171.1	271.3
1.6	0.281	0.180	423.4	354.6	231.3	270.1
2.0	0.440	0.284	531.3	443.7	292.2	268.8
2.4	0.636	0.413	638.4	532.0	353.0	265.8
2.8	0.866	0.567	744.7	619.3	413.6	655.9
3.0	0.994	0.653	797.9	662.9	444.0	—
燃焼後 (上昇)						
4.0	1.596	1.059	655	540.4	369.6	-105.7
8.0	3.114	2.148	327	258.7	199.4	-29.0
12.0	3.958	2.860	237	172.2	162.5	-14.0
16.0	4.538	3.479	191	120.1	148.9	-11.0
20.0	4.930	4.063	163	76.3	143.6	-10.3
24.0	5.154	4.631	145	35.8	140.1	-10.0
27.66	5.219	5.139	138	0	137.9	-9.8
(落下)						
29.66	5.200	5.413	139	-19.6	136.3	-9.8
35.66	4.906	6.216	156	-78.0	131.3	-9.5
41.66	4.271	6.987	181	-133.1	125.6	-8.3
47.66	3.330	7.720	210	-178.7	116.5	-6.5
53.66	2.160	8.380	232	-210.4	102.3	-4.1
59.66	0.85	8.940	240	-223.7	86.5	-2.2
63.43	0	9.270	238	-225.4	78.5	—

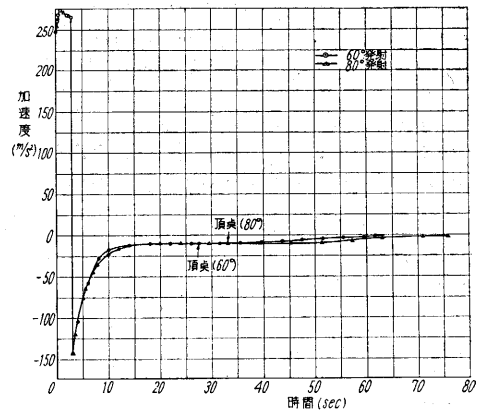


第 5 図 128J-S の速度—時間曲線

-step method で計算を行った。なお飛しょう直前に行った重量測定結果とは多少 ($\pm 0.5\text{kg}$) 異なる重量配分で計算されているが、これは発射寸前に注入する発煙剤等によるものでやむを得なかった。

重量配分および推力

pay load 6.0 kg, 推力 988.2 kg
 全備重量 37.80kg, (1号機測定値 37.43 kg)
 燃焼時間 3.0 sec



第 6 図 加速度—時間曲線

ii カッパ 128J-T 型ロケットの性能 (60°発射)

31 年 12 月飛しょうしたカッパ 128J-T 型は、pay load および尾翼形状が多少変わったのみで性能は 128J-S と大差はない。本計算は下記重量配分のもの、およびその pay load が 2 kg 増加したものについて行ったが、そ

第 2 表 カッパ 128J-T 型ロケットの性能

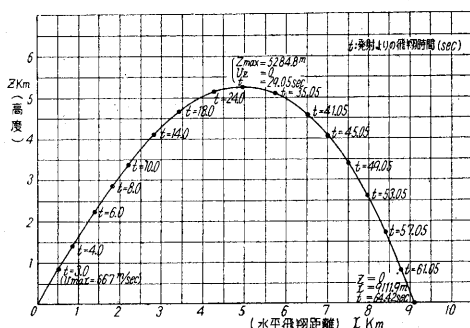
燃焼中 (60°発射)						
sec <i>t</i>	km <i>Z</i>	km <i>x</i>	m/s <i>v</i>	m/s <i>v_z</i>	m/s <i>v_x</i>	m/s ² <i>dv/dt</i>
0	0	0	0	0	0	—
0.4	0.014	0.010	85	72	44	223
0.8	0.059	0.036	173	148	90	232
1.2	0.134	0.081	267	227	138	232
1.6	0.240	0.146	363	306	186	224
2.0	0.370	0.229	450	382	232	222
2.4	0.546	0.331	536	458	278	220
2.8	0.744	0.452	623	533	323	221
3.0	0.854	0.518	671	570	346	221
燃焼後 (上昇)						
4.0	1.415	0.860	570	484	301	-74
8.0	2.879	1.815	333	203	192	-29
12.0	3.785	2.507	247	188	162	-16
16.0	4.428	3.120	200	135	148	-11
20.0	4.878	3.700	169	91	143	-10
24.0	5.159	4.262	148	50	139	-10
28.0	5.279	4.811	137	10	136	-9.8
29.05	5.285	4.954	135	0	135	-9.8
(落下)						
31.05	5.265	5.224	142	-20	135	-9.8
37.05	4.972	6.021	164	-78	131	-9.5
43.05	4.334	6.796	185	-134	127	-9.0
49.05	3.402	7.532	286	-184	119	-7.2
55.05	2.185	8.205	384	-219	106	-4.2
61.05	0.811	8.802	255	-236	94	-2.1
64.42	0	9.112	254	-238	87	-1.9

の結果にほとんど差が無いので後者は省略した。計算式計算法、空気抵抗係数はすべてカッパ 128J-S 型と同じである。

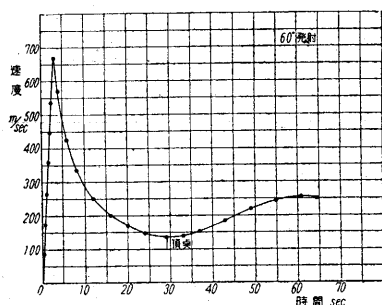
重量配分および推力

	計算に使った値	4 号 機	5, 6号機	7 号 機
W_0	44.0 kg	45.35 kg	45.56 kg	44.67 kg
T	988.2 kg	988.2 kg	988.2 kg	988.2 kg
τ	3.0 sec	3.0 sec	3.0 sec	3.0 sec

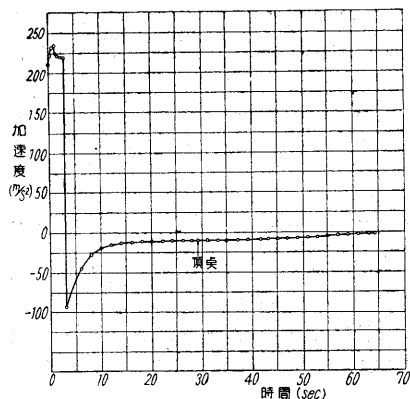
W_0 ; 燃焼前の重量 T ; 推力 τ ; 燃焼時間



第 7 図 128J-T 型 60° 発射 Trajectory



第 8 図 速度—時間曲線



第 9 図 加速度—時間曲線

iii 推薬重量変化による性能変化

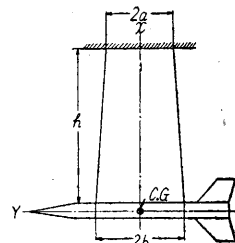
一般にロケットの上昇性能は、main rocket の mass ratio (推薬重量/全備重量) の変化によりその性能が変化することが知られている。したがってここでは main

rocket の推薬重量を変化させその上昇性能がどう変化するかを調べてみた。計算はカッパ 128J および 128S 型についてそれぞれ 1 段、2 段、3 段の垂直上昇性能を求めた。main rocket のエンジン部、頭部、尾翼部等の重量は全然変化せず、また多段ロケットにおいて booster は 220 B を使用しこの parameter は全然変えない。推薬重量の変化による推力、燃焼時間の変化は、推薬の specific impulse, linear burning rate, specific weight 等は変化しないとして算出した、

空気抵抗係数は第 2 図参照。計算法は逐次近似で燃焼中を行い、燃焼後は Z-V diagram method でそれぞれ行った。計算表および Z-V で曲線は非常にスペースを取るの、ここにはその結果である性能比較表のみを次頁に記す。

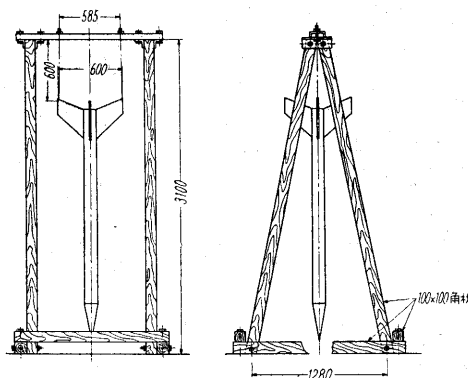
6. 慣性モーメント計算

ロケットの飛しょう特性を論ずる上において、重心周りの慣性モーメントが問題になる。これには第 10 図、第 11 図に示すように、2 つの軸に関して考えられる。この値は計算で直接求めることも可能であるが、幾何学的に複雑な形をしたものについての計算は大変である。一般にこの値を求めるのに使われている



第 10 図

方法は“二本吊り”といわれている方法で、第 10 図はロケットの I_y を求める時の吊り方を示し第 11 図は I_x を求める時の吊り方およびその測定台の設計図面である。知ろうとする軸に直角に細い紐または針金で吊るし、そ



第 11 図 カッパ 128 J 型ロケットの縦軸方向慣性モーメント測定装置

の軸の周りに振るのである。その時の周期を求めれば、次の式で慣性モーメント I_y および I_x が得られる。

$$I = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \frac{Wab}{h} \quad \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^2$$

ここで T ; 周期 (sec) I ; 慣性モーメント

W ; ロケットの重量 a, b, h は第 10 図参照

第 3 表 性能比較表 (推進重量変化による)

推進重量比 名 称	128 S → 100% 128 J → 100%	128 S → 91% 128 J → 91%	128 S → 77% 128 J → 77%
128 S 3 段	$Z_{max}=147.4 \text{ km}$ $t_1=197.3 \text{ sec}$ $t_2=14.6 \text{ sec}$ $t_3=30.5 \text{ sec}$	$Z_{max}=137.0 \text{ km}$ $t_1=185.5 \text{ sec}$ $t_2=15.6 \text{ sec}$ $t_3=26.8 \text{ sec}$	$Z_{max}=113.4 \text{ km}$ $t_1=169.0 \text{ sec}$ $t_2=15.6 \text{ sec}$ $t_3=27.2 \text{ sec}$
128 S 2 段	$Z_{max}=66.1 \text{ km}$ $t_1=130.1 \text{ sec}$ $t_2=19.5 \text{ sec}$	$Z_{max}=49.5 \text{ km}$ $t_1=124.2 \text{ sec}$ $t_2=25.6 \text{ sec}$	
128 S 1 段	$Z_{max}=11.7 \text{ km}$ $t_1=39.7 \text{ sec}$	$Z_{max}=9.6 \text{ km}$ $t_1=38.5 \text{ sec}$	
128 J 3 段	$Z_{max}=145.7 \text{ km}$ $t_1=198.0 \text{ sec}$ $t_2=18.7 \text{ sec}$ $t_3=37.0 \text{ sec}$	$Z_{max}=127.0 \text{ km}$ $t_1=179.6 \text{ sec}$ $t_2=16.5 \text{ sec}$ $t_3=29.8 \text{ sec}$	$Z_{max}=109.8 \text{ km}$ $t_1=166.2 \text{ sec}$ $t_2=16.5 \text{ sec}$ $t_3=27.9 \text{ sec}$
128 J 2 段	$Z_{max}=48.5 \text{ km}$ $t_1=116.0 \text{ sec}$ $t_2=23.0 \text{ sec}$	$Z_{max}=41.6 \text{ km}$ $t_1=101.3 \text{ sec}$ $t_2=24.3 \text{ sec}$	
128 J 1 段	$Z_{max}=8.2 \text{ km}$ $t_1=35.7 \text{ sec}$	$Z_{max}=7.9 \text{ km}$ $t_1=37.8 \text{ sec}$	
各 main 主要諸元	128 S main $W_0=53.1 \text{ kg}$ $T=2,260 \text{ kg}$ $\tau=2.0 \text{ sec}$ 128 J main $W_0=37.5 \text{ kg}$ $T=1,507 \text{ kg}$ $\tau=2.0 \text{ sec}$	128 S main $W_0=50.95 \text{ kg}$ $T=2,380 \text{ kg}$ $\tau=1.7 \text{ sec}$ 128 J main $W_0=36.1 \text{ kg}$ $T=1,614 \text{ kg}$ $\tau=1.7$	128 S main $W_0=47.91 \text{ kg}$ $T=2,218 \text{ kg}$ $\tau=1.6 \text{ sec}$ 128 J main $W_0=34.05 \text{ kg}$ $T=1,479.1 \text{ kg}$ $\tau=1.6 \text{ sec}$

Booster (いずれも共通である)

〔注〕 上表の記号の内 t_1 , t_2 , t_3 は $W_0=112.7 \text{ kg}$, $\tau=8,752 \text{ kg}$, $T=1.4 \text{ sec}$ t_1 ; 最高高度 ($v=0$) に達する時間 (sec) t_2 ; 2 段 Booster 点火までの時間 (sec) t_3 ; main 点火までの時間 (sec)

カップ 128J-S 型の際は、測定装置が間に合わなかったため行えずカップ 128J-T 型について測定を行った。

I_x については、4 号機は日本電気 K.K., 5, 6, 7 号機

機 体 名	I_x (推進なし)	I_y (推進あり)
4 号 機	1.26	0.012
5, 6 号機	1.34	0.018
7 号 機	1.24	0.012

は明星電気において測定した。 I_y はすべて秋田実験場のテスト・スタンド内に組み立てた測定台で測定を行った。測定、計算結果は

上の表の通りである。

推進装填の場合は危険のため測定を省略した。

6. 結 び

以上カップ・ロケット一段式、多段式の性能計算および慣性モーメント測定法について述べた。

性能計算で常に問題になる空気抵抗係数曲線についていろいろの説があるが、実際にその値を測定できぬ今日、外国ですでに発表されているものを参照する以外にない。なおカップ 128J-T に搭載した加速度計から逆算された空気抵抗一時間曲線および飛しょう時間等を考え合わせると、われわれが参照している空気抵抗係数曲線

から計算された値にかなり正確に一致していることがわかった。したがって空気抵抗係数はかなり適当な値を使っていると思われる。本報告に記載した性能表およびそのグラフを各研究報告解説の参考としていただけたら幸甚である。なお本報告を終るに当り、種々親切、丁寧にご指導下さった糸川教授、秋葉録二郎氏に深く感謝致すと同時に、慣性モーメントの測定に当たっていただいた富士精密工業 K.K. 垣見恒男氏に深く感謝す。(1957.1.26)

文 献

- (1) 秋葉録二郎 “ロケットの垂直上昇性能と最適推力計画” 生産研究第 8 巻第 6 号 p. 14.
- (2) 渡辺勝・三井田純一 “微分解析機による観測ロケットの性能計算例” 生産研究第 8 巻第 6 号 p. 10
- (3) R. N. Wimpres “Internal Ballistics of Solid-fuel Rockets” 1950.
- (4) 銭福星・中村巖 “性能計算” 生産研究第 8 巻第 4 号 p. 42.
- (5) Malssem S. Jones “A Method for Estimating Altitude Performance of Balloon launched Rockets” Jet Propulsion Oct. 1955, p. 531.