

サンプル値制御の応用

森 政 弘

1. ま え が き

近年の通信技術および情報理論の高度の発達とサイバネ的観点の普及に原因してか、数年前より連続信号の代りにサンプル値信号（やはり連続信号と同じように情報を運ぶ）を用いる制御方式への関心が高まってきた。とくに 1953 年以降 z -変換法¹⁾²⁾ に立脚したサンプル値制御系の解析と設計の理論が相当な発展を示し、現在も急速に進展している。

しかしこのサンプル値制御方式は実際には時間的な間欠制御や、信号を変調して搬送波にのせる方法を用いた制御としてかなり古くから用いられている。ただその製作者も使用者もそれがサンプル値制御の原始形であることには気づいていなかっただけのことであると思われる。たとえば自動調整では、1929 年に発電機の AFC に採用されており、プロセス制御では、古典的ともいえる落下桿制御装置による制御がこれに相当する。またレーダによる正確な方位追

従のためのある種のサーボ機構もサンプル値の利用によるものと考えられる。しかし現在でもサンプル値制御は上述の z -変換法による理論が活発に使われるほど盛んに実用されてはいないようである。むしろ非常に近い将来でのサンプル値制御の利用の準備として、その理論が実際に先立って目ざましい進展を見せているのではなからうか。サンプル値制御の将来の進歩や必要性の増大はきっと、通信の分野で FM が出現しパルス技術が用いられ出してから PCM に到達するまでの、あのはなばなしい発展に比すべきものがあるかと想像される。サンプル値制御の広範な応用は今後の課題であると考えられる。

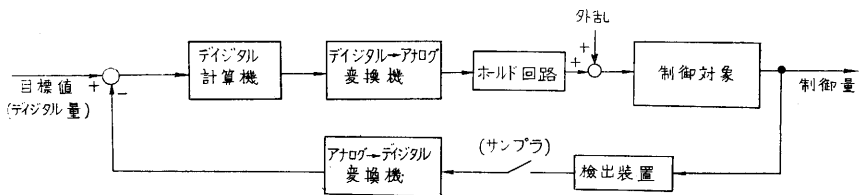
したがって以下では現在用いられているサンプル値制御の実際例の二三と、今後サンプル値制御が応用されると予想される方向とを説明する。

2. デジタル計算機が関係する制御

大きな組織系統や自動制御系群の中核として、この運転に必要な複雑な問題を解き適切な指令を出してその群を支配するのに、デジタル計算機を用いるという考え

はすでに発表されている³⁾。デジタル計算機では本質的にその入出力にサンプル値が要求される。またその計算が複雑なもので一計算を完了するのにある程度の時間を必要とすることもある。したがってデジタル計算機を用いる制御系は必然的にサンプル値制御系となる。このような場合はその機能が人間の動作に非常に近く、したがってその系は非常に高度なサンプル制御系になると考えられる。そのサンプリング周期も、現在実用されたり近い将来に用いられると思われる簡単な系（後述）におけるように一定とは限らず、必要に応じてその周期を調節するようなものも考えられようし、またその計算も多くは非線形のものになるであろうと想像される。

デジタル計算機はこのような大規模な制御に用いられるばかりでなく、第 1 図のように一つの制御系の中



第 1 図 デジタル計算機を制御装置として用いた制御系

制御装置として用いることができる⁴⁾。この場合、計算が線形のものであれば、そのプログラムは次式を解くためのものになる。

$$x_n = a_0 y_n + a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + \dots + a_j y_{n-j} - b_1 x_{n-1} - b_2 x_{n-2} - \dots - b_k x_{n-k} \quad (1)$$

ただし x_n : 時刻 nT (T はサンプリング周期, n は整数) での計算機出力

y_n : " " 入力

a, b : プログラムにより定まる定数

(1)式のデジタル計算機の入出力関係はパルス伝達関数 $G^*(z)$ としてつぎのように周波数領域で表わすことができるので、普通の回路と同様にとり扱うことができる(後述 3(a)参照)。

$$G^*(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_j z^{-j}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_k z^{-k}} \quad (2)$$

ここで $z = e^{sT}$ (s はラプラス変換の演算子)。この z^{-1} はおくれ演算子とでも名付けられる性質のもので、 z^{-n} はサンプリング周期 T の n 倍の時間だけサンプル値信号をおくらすことを意味する。

またこのほか第 1 図の制御系でのデジタル計算機には簡単な非線形のものから、さらに進んで統計計算、相関関数の計算、予測など、さらに高級な頭脳の動作までも行うようなものが用いられると想像される。

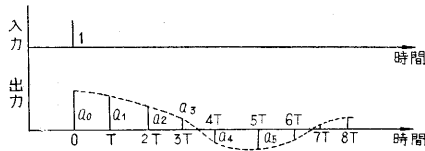
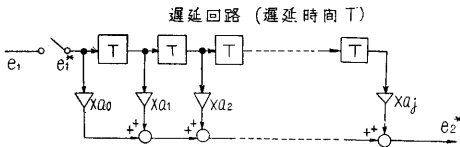
ここでは注意せねばならぬことがある。それは一般にデジタル計算機はアナログ計算機とちがいで、その計算精度はいくらでも上げられるから、デジタル計算機を用いた制御ではいくらでも精密な制御が可能とは論断できぬことである。実際の制御量はほとんどアナログ量だから、デジタル計算機を用いるためには、かならずアナログ→デジタル変換機が必要になるが、この変換機の精度に限度があるので、第 1 図のように制御装置としてデジタル計算機を用いる場合はそれで制御の精度が決ってしまうからである。

もちろん以上の諸計算はアナログ方式でもよい場合もある(3(a)参照)。

デジタル計算機の制御装置としての利用は今後の問題である。

3. パルス技術を利用する場合

(a) 遅延回路制御装置 第 2 図のように遅延回路と増幅器(そのおのおののゲインが a_0, a_1, \dots, a_j) とを組



第 2 図 遅延回路による任意特性回路実現とそのインパルス応答 (T はサンプリング周期)

合せたサンプル値回路のインパルス応答は、図示のように a_0, a_2, \dots, a_j になる。このことを前述のおくれ演算子 z^{-1} を用いて表わすと、この系のパルス伝達関数 $G^*(z)$ は

$$G^*(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_j z^{-j} \quad (3)$$

となる。(z^{-n} の項の係数 a_n がサンプリング時刻 nT での出力の大きさを表わす)。

したがってゲイン a_0, a_1, \dots, a_j を調節すればかなり広範囲にそのインパルス応答が変えられる——還言すればかなり自由に、希望の入出力特性を持つ回路を実現できる。遅延回路と増幅器の数を無限に増せば(3式は無限級数となり) a_0, a_1, a_2, \dots のゲインを調節することにより任意の入出力特性を持つ回路が得られる。しかし

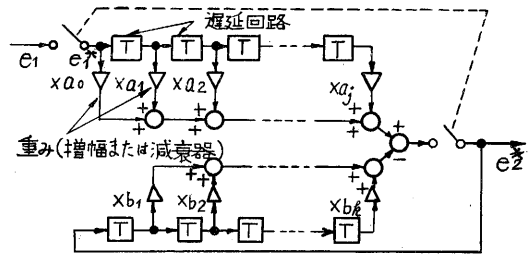
事実上これらの要素の数を無限に用意することは不可能である。そこで第 2 図の回路にフィードバックを付け第 3 図に示した回路にすると、そのパルス伝達関数は(3式)の形のものに分母が加わり、(2式)に等しい形が得られる。

$$G^*(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_j z^{-j}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_k z^{-k}} \quad (4)$$

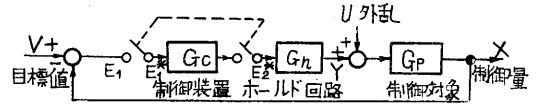
この分子分母間の割算を実行すると一般に $G^*(z)$ はつぎの無限級数となる。

$$G^*(z) = c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots \quad (5)$$

したがって、有限個の要素を用いた第 3 図の回路は第 2 図の回路で要素数を無限個にした場合のものと同値になる。われわれは第 3 図の回路で任意の入出力特性の系を



第 3 図 遅延回路制御装置



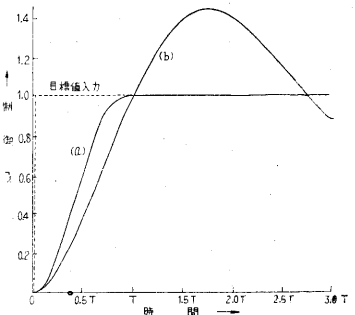
第 4 図 遅延回路制御装置による制御

実現することができる。これはサンプル値系の一つの特徴である。

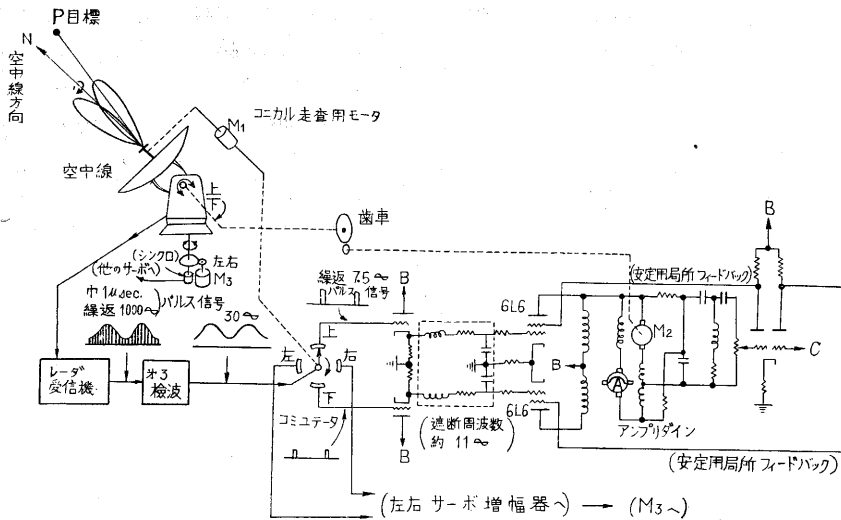
ゆえに第 3 図の回路を第 4 図の制御装置 G_c として用いてそのゲイン $a_0, a_1, \dots, a_j, b_1, b_2, \dots, b_k$ を調節すれば、たいいてい特性の制御対象を理想的に制御できるように制御系全体の特性を調整することが可能となる。

これは現在自動制御で常識となっている連続 PID 制御(比例、積分、微分の三動作を制御装置に行わせる制御)よりもずっと自由度に富み、(経費の点は現状では別問題として、少くとも動作上は)より理想に近い制御方式である¹²⁾。

たとえば伝達関数が $1/s(s+\alpha)$ という普通の電動機を段状目標値入力に対し、よい追従特性を示すように制階御しようという場合、この遅延回路制御装置を用いれば第 5 図(a)



第 5 図 目標値の変遷に対する、遅延回路制御装置による制御(a)と、通常の連続制御(b)との比較。(T)はサンプリング周期



第 6 図 レーダのコニカル走査とそのサンプル値制御系の一例

を示す。因みに連続制御で行えば同図(b)のような応答になる。

(b) レーダより目標値が与えられるサーボ機構

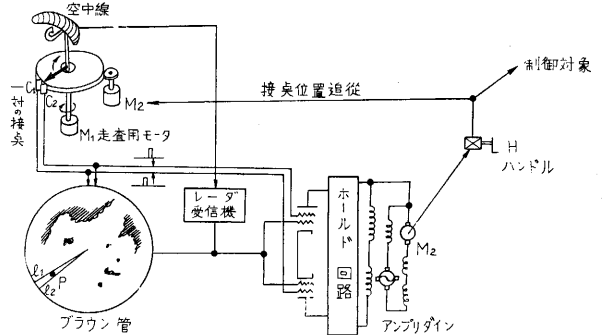
レーダにより目標を検出して、その出力を目標値とするサーボ機構では、その空中線走査のためにサンプル値制御とならざるを得ない。またレーダ出力とサーボ機構の間にデジタル計算機が入る場合も考える。このような場合もちろんサンプル値制御となる。

第 6 図はコニカル走査をして正確に空中線を目標に追従させるためのサーボ機構の一例である。空中線以外の物体を正確に目標方向に追従させるには、じかにこのレーダ出力を目標値とせず、このサーボ機構により正確に空中線を目標に向け、その空中線に取付けたシンクロを介して別のサーボ機構に目標値を与える。(この後者のサーボ機構は連続方式である)。

目標 P が空中線の方向 N よりわずかずれているとレーダ受信機出力はコニカル走査の周波数 30 Hz でそのずれに比例した深さの変調を受ける。この変調出力を検波した後、コンピュータで上下左右の 4 成分に切替える。するとその一成分の出力信号は繰返し周波数 7.5 Hz のパルス信号となる。したがってこの 7.5 Hz がこの場合ではサンプリング周波数になると考えられる。これらの信号は上下、左右と組になって、それぞれ増幅されてからホルドされてアンプリダインを介して、空中線を受信機出力が変調されなくなるまで駆動する。このようにして N は P と一致する。P が移動すれば N はそれに自動的に追従する。(しかしこのサンプル値制御では、系全体の時定数に比してサンプリング周期はかなり短いから、解析や、設計は、連続制御理論でも行うことができる)。

また第 7 図はレーダで PPI 表示 (Plane Position Indication) をしながらその中の特定の目標に空中線以外の物体の向きを追従させるためのサーボ機構である (岡本

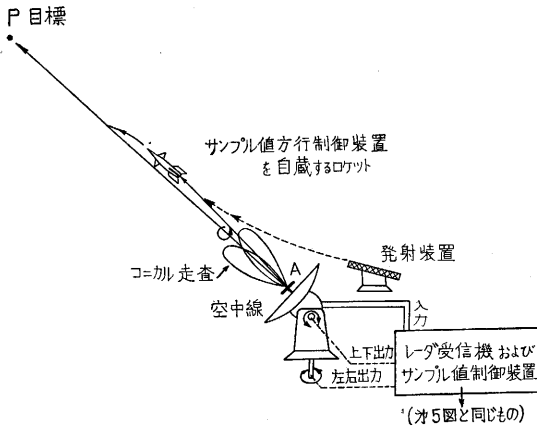
式)。前の例では空中線(パラボラ反射鏡)自体は走査せず、その中のダイポールだけが回転していたが、この場合は PPI 表示のため空中線全体が毎分約 4 回転ぐらいの速さで回転する。したがってサンプリング周期は約 15 秒になる。この程度のサンプリング周期になると、(系全体の時定数を考慮して)連続制御理論では誤差が大なるのでサンプル値制御理論によってとり扱わねばならぬと考える。



第 7 図 PPI 追従機構 (図本式)

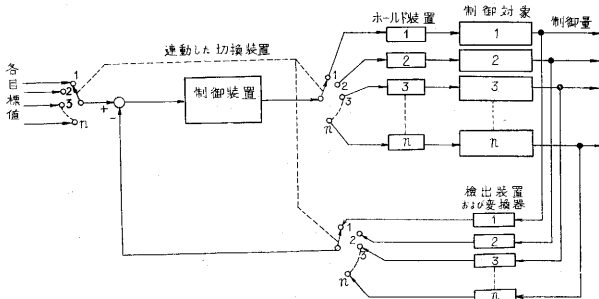
回転空中線の下部にとり付けたワイヤーと非常に接近した一対の接点 C₁, C₂ とで空中線の一回転ごとに時間がほんのわずかずれた 2 個のパルスが、ちょうど空中線が目標の方向を向いた時に発生する。この 2 個のパルスは PPI 表示回路に送られ図示のようにブラウン管上で目標 P をはさむ 2 本の線 l₁, l₂ を出す。一方これらはアンプリダイン駆動用のプッシュプル増幅器にも加えられているので、もしも目標 P がその方向を変化させにかけると、プッシュプル増幅は平衡が破れアンプリダインを駆動し、制御対象と接点 C₁, C₂ とを同時に回転させる(このときブラウン管上では線 l₁, l₂ のいづれか一方と目標 P とが重なっている)。そして接点 C₁, C₂ が目標の方向を向くとこの不平衡は止り、制御対象の駆動も止る。同時にブラウン管上では l₁, l₂ は P をちょうどその間にはさんでいることになる。目標が移動すれば、一対の接点 C₁, C₂ も制御対象もそれに追従し続ける。ハンドル H は、最初に特定の目標に接点 C₁, C₂ および制御対象を向けるためのものである。

以上のほかにレーダで目標を追従しつつ、そのレーダ空中線の方向にロケットを誘導する Beam riding 方式も、やはりサンプル値制御の応用である。第 8 図にこの



第 8 図 Beam riding 方式

Beam riding 方式を示す。空中線は第 6 図と同一のサンプル値制御によりコニカル走査をしつつ目標 P に追従している。発射装置より出射したロケットは、発射後もなくコニカル走査をしている電波ビームの場の中に入る。するとロケットが自蔵する受信機はこの電波を受信し始める。もしもロケットの位置が空中線と目標を結ぶ直線 AP より外れておれば、コニカル走査のためその受信機出力は、このずれに比した変調出力を出す。ロケット内ではこの出力を上下左右に向けて舵を自動制御しつつ、直線 AP に乗って目標にばく進する。このロケット

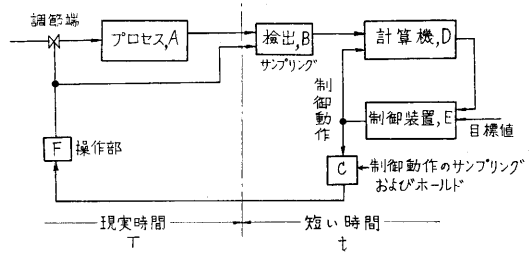


第 9 図 多点制御方式

内の自動制御系も第 6 図のサンプル値制御系と同様のものである。

(c) 多点制御方式⁹⁾ 万能式デジタル計算機やその他の高級な高速度計算機を制御装置として用いる場合は、第 9 図のようなサンプル値多点制御方式を採用し、その計算機の高速度性を十分に活用して 1 個の計算機で多数の制御対象を制御するようにするのが経済的である。この場合は第 9 図に示した切換装置以外に計算機の中にも、制御対象が変わるとに計算機がそれに適応した計算が行えるようにするためのプログラミング切換装置が必要である。

また現行のプロセス制御でも、同一パネルにとりつけられた数十の調節計のうち比例感度、積分時間、微分



第 10 図 2-時間系制御

時間などがほとんど同じ値に設定されているような場合は、やはりこの多点制御方式を採用することが考えられる。このための切換技術とホールド回路はおおいに研究する必要がある。

4. 2-時間系制御¹⁰⁾¹¹⁾

デジタル計算機に限らず一般に計算機を制御装置として用いるとき、その計算にある程度の時間を必要とする場合は、その制御系は必然的にサンプル値制御系となる点、逆にまたサンプル値制御方式にすると連続方式では行い難いすぐれた制御方式が採用できる。

たとえば Ziebolz, Paynter の 2-時間系制御方式(第 10 図)はこの適例である、これは制御対象よりはるかに高速度の計算機によって時間を縮小した制御対象のモデルを作り、これにより制御量の未知の値を予測して制御を行うとするもので、そのために繰返し式計算機を用い、その初条件をサンプリングによって定めようとするのである。

これまでの制御系では害のあるおくれを減らすのに微分動作を付けることを考えたが、それには設計上の限界があるし、制御動作自体もまた予め決めた型を作りこんだものであった。だがこの 2-時間系制御では時間を縮小したモデルによって予測を行うし、また繰返し計算の速度が高いと、いくつかの動作をしらべて、そのときどきに応じて最適の制御動作を行うことが可能になる。

第 10 図の右半は左半にくらべて時間単位が短くしてある。プロセス応答は B によりサンプリングする。これが計算機 D へ送られて、つぎの条件下で Δt だけ将来の値が計算される。

- a あとから外乱はつけ加わらない。
- b 予定された外乱だけが加わる。
- c 将来の値はプロセス固有の作用の影響を受ける。

この計算機 D はプロセス A のアナログであって、その出力は同じ初条件下における $\Delta T = s \Delta t$ (ただし $s = T/t$) の間のプロセスの出力と一致する筈である。

この方法によると計算機は手軽ですみ、オシログラフ上で制御装置の調整も即座にでき、制御装置の自動調整への道も開く。たとえば非線形性や異常のため制御量が許容限界をこえるときは、そのことが短時間 Δt でわ

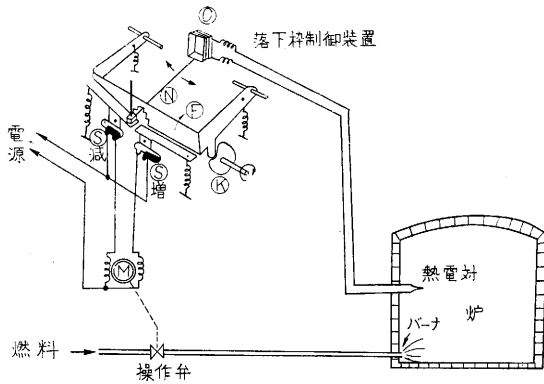
かるので、制御装置の調整をとり直すことになるが、そのためには十分な時間的余裕があるということにもなる。

サンプリングによりそのモデルに初条件を与えて制御量の未来の値を予測し、繰返し計算を行っていくつかの動作をしらべて、その時々最適の制御動作を行うようにする方式である。

5. 落下枠制御装置

検出装置の出力パワーが、そのままでは負荷を操作できないほど小さいとき、増幅器なしで大きな負荷を操作して自動制御することがサンプル値制御方式を採用して、特殊のホールド機構を用いると可能になる。

この代表例としては、温度などの制御に広く用いられている落下枠制御装置があげられる。第 11 図で制御装置内の可動線輪 C は炉内に挿入された熱電対よりの微弱電力で駆動される。これはこのままではスイッチなどを



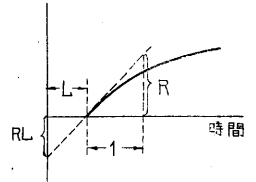
第 11 図 落下枠制御装置による炉内温度制御

直接負荷として動かすことはできない。しかし枠 F が一定時間ごとに指針 N を押し下げる。指針が 2 枚の接触板の間にあるうちは（制御偏差がほとんど零のうち）指針 N が押し下げられてもいづれの水銀スイッチ S は閉じない。指針がこの零位置からずれたときに、はじめていづれの水銀スイッチが閉じ、その閉じている時間は、指針のずれが大きくなるほど長くなる。指針は落下枠で押えられることにより、スイッチを動作させることができるようになったわけである。スイッチが閉じるとモータが回り、操作弁が開閉し、炉への燃料が加減される。落下枠はサンプルとホールドの両役を行うことになるわけである。

6. むだ時間の大きな系の制御

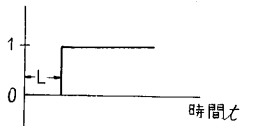
一般に制御対象のインディシャル応答が第 12 図の場合、図示の RL が大きいほど連続制御方式では不安定となり制御が困難となる。つまりむだ時間 L が大になれば時定数も大にして R を小にせねば連続制御は困難に

なる。例えば、この極限の場合をえ $RL \rightarrow \infty$ 、つまりインディシャル応答が第 13 図の純粹むだ時間系を比例制御するならば、それはかならず発振してしまう。しかし実際には RL の大きい制御対象はたくさん存在する。上水道の流量制御はこの良い例である。



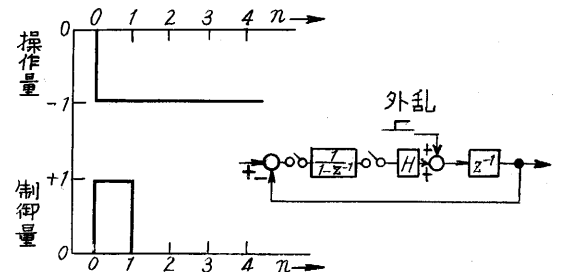
いま第 13 図の純粹むだ時間系を前述の 3(a) の遅延回路制御装置を用いて閉ループパルス伝達関数が z^{-1} になるように制御してみよう。このようにするにはこの制御装置の伝達関数は $1/(1-z^{-1})$ となり、制御系は第 14 図のようになる。ただし H はホール

第 12 図 プロセスのインディシャル応答



第 13 図 純粹むだ時間系とその伝達関数は e^{-sL} 乱→制御量までのパルス伝達関数は $(1-z^{-1})$ になり、第 14 図のように単位階段状の外乱入力に対しては 1 サンプル周期だけ偏差が出るだけでその後は偏差零という見事な制御をする。

これは一例にすぎぬが、系の時定に比してむだ時間が



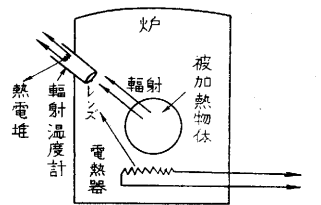
第 14 図 第 13 図の系の 3(a) の方式による制御とそのインディシャル応答、 H は零次ホールド

大きい場合はサンプル値制御方式にして遅延回路制御装置を用いると（連続制御より）よい制御結果がえられる。

7. 連続的な検出が不能の場合

この場合は必然的にサンプル値制御になる。

一例は第 15 図のような場合に精密にその温度を検出して制御せねばならぬ時である。精密に被加熱物体の温度を放射高温計を用いて計ろうとしても加熱用電熱器からの放射が混入するので誤差がでる。したがってこの場合は炉の時定数に比して非常に短い時間だけ電熱を切り、その瞬間



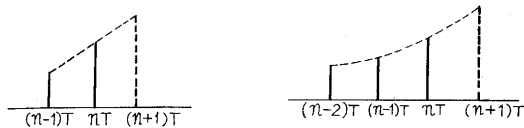
第 15 図 連続検出不能の精密検出

定数に比して非常に短い時間だけ電熱を切り、その瞬間

に温度を検出すればよい。ただしこのサンプリング動作にしたため、制御成績が悪くなつては意味がないから制御装置としては遅延回路式のものを用いてすぐれた制御成績をあげるべきである。

8. 1 次または 2 次の予測機実現の手段として¹³⁾

nT の時刻に、第 16 図のように $(n-1)T$ および nT での波形 $r(t)$ のサンプル値を知つて $(n+1)T$ での波形 $r(t)$ の値を予測する回路を 1 次の予測機 (Linear Predictor) という。サンプル値制御を利用するとこれがたやすく実現できる。1 次の予測は次式で表わされる。



第 16 図 1 次の予測 第 18 図 2 次の予測

$$r\{(n+1)T\} = r(nT) + [r(nT) - r\{(n-1)T\}] \quad (6)$$

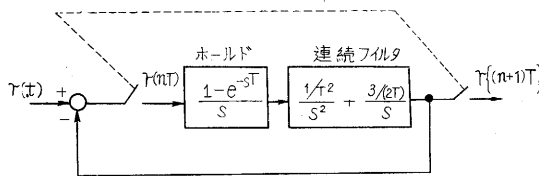
これを書き直すと

$$r\{(n+1)T\} = 2r(nT) - r\{(n-1)T\} \quad (7)$$

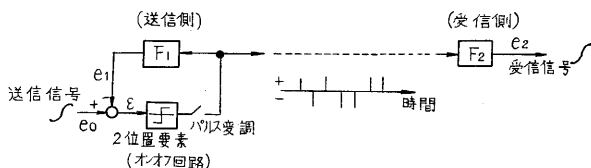
つまり

$$r(nT) = 2r\{(n-1)T\} - r\{(n-2)T\} \quad (8)$$

(7) 式の計算をサンプリング閉回路で実現するには第 17 図のようなサンプル値制御系を作ればよい。同様にして第 18 図の 2 次の予測 (Quadratic Prediction) を行うこともサンプル値制御系で実現できる。



第 17 図 1 次の予測回路



第 19 図 定差変調

9. 定差変調¹⁴⁾¹⁵⁾でのサンプル値制御回路

第 19 図の定差変調 (Δ 変調) 回路はサンプル値オンオフ制御回路である。これは一単位符号のパルス符号変調 (PCM) と考えることができる。この方式の特徴は本格的な PCM ほども成績はよくないが、装置が安価にできる点にある。

10. あとがき

以上にサンプル値制御が用いられている例の二三および今後用いられるであろうと考えられる場合を述べたが計算機あるいは人工頭脳の進歩とともに将来盛んにサンプル値制御が応用されるに違いない。予測機の制御系へ

の応用もサンプル値制御方式の採用により容易になると思う。(1956. 10. 22)

文 献

- 1) R. H. Barker: "The Pulse Transfer Function and Its Application to Sampling Servo Systems," Proc. IEE, Pt. IV, no. 43, July 1952, pp.302-317.
- 2) 森政 弘: "サンプル値制御系とその統計的とり扱い", 電気通信学会 1956, 7, 26, 自動制御研究専門委員会資料.
- 3) A. A. Cohen: "The Role of General Purpose Digital Computers in Automatic Control and Information Systems," IRE Convention Record, pt. 4, 1954, pp. 82-86.
- 4) W. K. Linvill, J. M. Salzer: "Analysis of Control Systems Involving Digital Computers," Proc. IRE, July 1953, pp. 901-906.
- 5) J. M. Salzer: "Frequency Analysis of Digital Computers Operating in Real Time," Proc. IRE, Feb. 1954, pp. 457-466.
- 6) A. R. Bergen, J. R. Ragazzini: "Sampled-Data Processing Techniques for Feedback Control Systems," Trans. AIEE. pt. II, vol. 73, Nov. 1954, pp. 236-247.
- 7) E. I. Jury, W. Schroeder: "Discrete Compensation of Sampled-Data and Continuous Control System," Electronics Research Laboratory Report, no. 154, Series 60, 1955, Univ. of Calif.
- 8) H. M. James, N. B. Nichols, R. S. Philips: "Theory of Servomechanisms," 1947, McGraw-Hill, pp. 212-224.
- 9) 森 政弘: 昭和 29 年特許願, 第 11085 号
- 10) H. Ziebolz, H. M. Paynter: "Possibilities of a twotime scale computing system for control and simulation of dynamic systems," National Electronic Conference, Chicago.
- 11) 高橋安人: 自動制御研究集会資料, No. 58, 1954, pp. 39-43.
- 12) 森 政弘: "ある計算機制御系の過渡応答", 自動制御, vol. 3, no. 1, 1956, pp. 25-33.
- 13) J. G. Truxal: "Automatic Feedback Control System Synthesis," McGraw-Hill, 1955, pp. 544-545.
- 14) W. Jackson: "Communication Theory" Butterworths, London, 1953, pp. 119-137, Deltamodulation-A Method of PCM Transmission Using The 1-Unit Code, F. De Jager 147.
- 15) 北川敏男: "続サイバネティックス", みすず書房 1954, pp. 41-43.