

ペンシル・ロケット燃焼室の音響特性

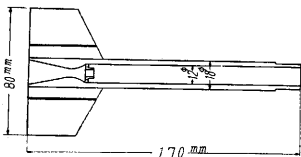
銭 福 星

まえがき

一般に固体燃料を使用するロケットは、燃焼室自体の内に燃料を自蔵するのでその容積は非常に大きく、従って燃料の燃焼中に燃焼室内でガスの振動が発生することが考えられる。この振動は燃料の燃焼に対して不安定な影響を与え、従ってロケットの飛翔特性に著しい影響を及ぼすことは一般に良く知られている。ロケット・エンジンは一端開方のパイプと考えられ、そのエンジンの内部形状に固有なある振動数で振動するものと思われる。この音響特性を解析することは容易ではないが、実験および解析を行った結果を以下に述べることにする。

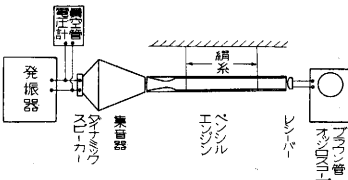
(1) 実験方法 測定は次の4ケースについて行った。

- a. エンジンのみの場合, b. エンジンに「プロペラント押え」を入れた場合, c. エンジンに「プロペラント押え」および固体燃料 (half プロペラント) を入れた場合, d. エンジンに「プロペラント押え」および固体燃料 (full プロペラント) を入れた場合



第1図 ペンシル・エンジン エネルギーが支持体に吸収されないようにエンジン部を絹糸で吊る等の考慮をはらった。なお実験を行うに当り、

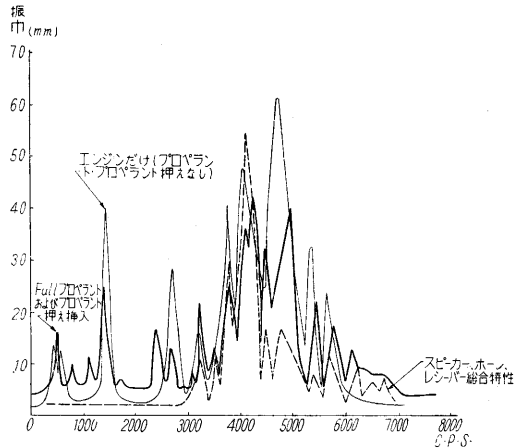
スピーカー、ホーン、レーザー等の測定装置だけの周波数特性を測定した。第3図(a)



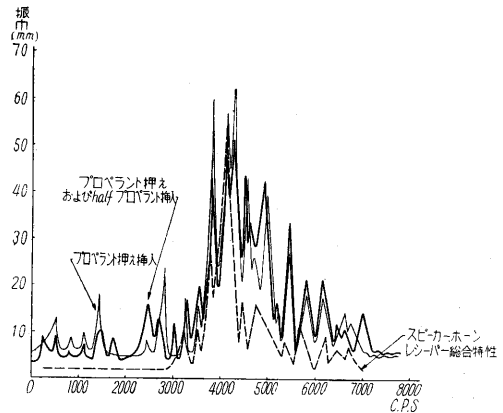
第2図 実験装置の概略図

および第3図(b)の点線の曲線がこれである。測定方法は第2図の如く、CR 発振器に発生した 30c. p. s. ~ 10,000c. p. s. の可聴周波をダイナミック・スピーカーに導き集音器を通してエンジンのノズル側よりエンジン内に導きエンジン他端に置いたクリスタル、レーザーでこれを受けてブラウン管オシロスコープで観察測定した。第3図(a), 第3図(b)の実線がその測定結果である。

またエンジンの側壁の平行な部分の模型を透明なアクリル樹脂で作り、これに実機のノズルを取付け、樹脂管



(a)



(b)

第3図 ペンシル・ロケットエンジンの音響特性内に硝子、コルク、白墨の微粉を撒布し、前記と同様の方法でノズルより音波を送り共振を観察して管の振動数を求めようと試みたが、振動エネルギー不足のため正確に測定することはできなかった。

(2) 数理的解析 解析的にノズルの音響特性を求めるために、ノズルをまっすぐな様な管と仮定し、管の内壁における摩擦を省略する。解析は次の三つの場合について行った。

- a. エンジン内の縦振動 (一端は閉、一端は開)
- b. エンジン内の強制縦振動 (一端は閉、一端は開)
- c. エンジン内の横振動

本実験では a, b の両方の要素をも帯びているものと考えられる。

a) エンジン内の縦振動 いまエンジンを一様な一端は閉じ、一端は開いた管と見なし、管の長さを l , ξ を媒質の変位、管に沿った長さを x , 音速を c とすれば、エンジン内の媒質が満たすべき微分方程式と両端における条件は次の通りである。

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (0 < x < l) \quad (1)$$

$$\xi = 0 \quad (x = 0) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0 \quad (x = l) \quad (3)$$

この方程式の解は

$$\xi_s = B_s \sin \frac{(2s-1)\pi}{2l} x \cos \left\{ \frac{(2s-1)\pi}{2l} ct + \varepsilon_s \right\} \quad (4)$$

$$(s = 1, 2, 3, \dots),$$

この規準振動の波長を λ_s とすると

$$l = \frac{(2s-1)\lambda_s}{4} \quad (5)$$

すなわち、管長は $\lambda_s/4$ の奇数倍となり、外部からの音波の $1/4$ 波長の奇数倍がノズルの長さに等しくなるような振動数で共振することを示す。

この計算と本実験の結果と比較するために、第 3 図 (a), 第 3 図 (b) で共振が起っていると思われる振動数および波長を第 1 表に掲げる。第 1 表はプロペラント押えだけを入れて実験した結果を示しているが、プロペラントおよびプロペラント押えを入れても共振の起る振動数は非常にこれによく一致している。

第 1 表 共振周波数およびその波長

| 外部から送った音波の振動数 (c. p. s) | その波長 (m) | 1/4 波長 (m) | 3/4 波長 (m) |
|-------------------------|----------|------------|------------|
| 545 | 0.156 | 0.156 | 0.312 |
| 835 | 0.407 | 0.102 | 0.204 |
| 1120 | 0.303 | 0.0759 | 0.152 |
| 1450 | 0.234 | 0.0586 | 0.117 |
| 2800 | 0.121 | 0.0304 | 0.0608 |
| 3230 | 0.105 | 0.0263 | 0.0527 |
| 3520 | 0.096 | 0.0241 | 0.0483 |
| 4070 | 0.0835 | 0.0208 | 0.0418 |
| 4490 | 0.0757 | 0.0189 | 0.0379 |
| 4900 | 0.0693 | 0.0173 | 0.0347 |
| 5450 | 0.0623 | 0.0156 | 0.0312 |
| 6150 | 0.0553 | 0.0138 | 0.0277 |
| 6500 | 0.0523 | 0.0130 | 0.0262 |
| 6990 | 0.0486 | 0.0121 | 0.0243 |

ノズルの長さは第 1 図の如く 170mm で、 $f = 545$ c. p. s. 1450 c. p. s., 2800 c. p. s. 等の振動数においてその波長がノズルの長さの 1, 3, 5... 倍になっており、これ等の振動数における共振はエンジン内の規準振動によるものと思われる。

b) エンジン内の強制縦振動 ノズルの一端 ($x=l$) を閉じ、一端 ($x=0$) より強制により単振動を起させるとノズル内の媒質が満たす可き方程式および両端の条件は

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (0 < x < l) \quad (6)$$

$$\xi = \beta \cos pt \quad (x = 0) \quad (7)$$

$$\xi = 0 \quad (x = l) \quad (8)$$

これを解いて一般解

$$\xi = \beta \frac{\sin \frac{p}{c}(l-x)}{\sin \frac{p}{c}l} \cos pt \quad (9)$$

従って共振点においては $\frac{p}{c}l = s\pi$ ($s = 1, 2, 3, \dots$)

$$\text{すなわち} \quad l = \frac{s\pi c}{p} \quad (s = 1, 2, 3, \dots) \quad (10)$$

(9) 式の波長を λ とすれば

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi c}{p} \quad (11)$$

従って管の長さ l が強制振動の波長の $1/2$ の整数倍に等しい時共振する。第 1 表に示す通り実験値も大体においてこの条件を満足している。

c) エンジン内の横振動 エンジン内でプロペラントが燃焼する場合、一般にその軸方向の振動ばかりでなく radial mode, tangential mode の音響学的振動が混然と入り交っていると考えられる。これを解析すれば、Rayleigh の解を書き直して⁽¹⁾

$$\delta_p = \sum_{m, n, n_z} \left[J_m \left(\frac{d_{mn} r}{R} \right) \right] \cos \left(\frac{n_z \pi z}{L} \right) [A_1 \cos(m\varphi + \omega t - \delta_1) + A_2 \cos(m\varphi - \omega t - \delta_2)]$$

ただし、 δ_p ; 平均圧力との圧力差

r, φ, z ; 円筒座標

R, L ; 円筒の半径および長さ

m, n, n_z ; tangential, radial, axial mode の

振動の wave number

J_m ; m 次のベッセル函数

$\alpha_{m, n}$; $dJ_m(\pi x)/dx$ の n th root

A_1, A_2 ; 振幅に関する定数

δ_1, δ_2 ; 位相に関する定数

ω ; circular frequency

混成振動の振動数は

$$\nu_{m, n, n_z} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{\alpha_{m, n}}{R} \right)^2 + \left(\frac{n_z}{L} \right)^2}$$

c ; 媒質内の音速

純粋の radial vibration に対しては

$$\delta_p = A_m J_m(kr) \cos(m\theta + \delta) \cos(kct + \varepsilon),$$

r, θ は円筒座標 $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ k は $J'_m(ka) = 0 = 0$ の根である。特に $m = 0, 1$ ではそれぞれ

$$\frac{ka}{\pi} = 1.2179, 2.2330, \dots$$

$$\frac{ka}{\pi} = 0.586, 1.697, \dots$$

これによりエンジン内の radial vibration の振動数が求められる。

本実験については糸川教授、数理解析については熊谷教授のご指導をいただいたことについて厚く御礼申し上げます。次第であります。(1956. 4. 15)