

# 材 料 の 残 留 応 力 の 大 き さ

—— 転 位 の 立 場 か ら ——

神 前 熙

材料の塑性加工の問題は材料力学的な面からも転位の物理という面からも研究が進められている。材料の“残留応力”という観点からこの2つの立場の結びつきを考えてみよう。

転位の理論 (dislocation theory) も最近では相当いろいろの方面に手足をのびしているようですが、転位というものはもともと金属の塑性変形を説明するためにみちびかれた考えですから、その性格上いわば“材料力学”的な面を相当含んでいるようです。現在の転位論の進歩の段階では、実用材料の力学的な問題に应用することはそう困難ではありませんし、ある意味では——つまり“転位の物理”を研究するよりは“転位の材料力学”を研究する方が——より容易だと思われます。この方向で一番われわれにとって魅力的なのは“材料の破壊および疲労”の転位論でしょう。ここではこの面への発展に対する一つの試みとして“材料の残留応力”について考えてみましょう。

× × × × × × ×

登場人物A, Bは物理屋とご下承下さい。

- A: 相変らず忙しそうにしているが、また学会の泥縄でもやっているんだらう。
- B: いやそれよりも生産研究の原稿に頭をなやましてるんだ。この頃は“転位論入門”では原稿のタネにはならないからね。それで一つ、“塑性力学”と“転位論”との共通の広場といったところをねらっているんだ。
- A: 転位というものは塑性変形の話の中にでてくるわけだろう。してみると、転位というものは塑性力学の中に含まれるわけじゃないのかね。
- B: いやそうとばかりは云えないんだ。つまり“塑性力学”という言葉と“塑性力学の立場”とは少し違うよ。僕のいうのは“塑性力学の立場”と“転位論の立場”との間の共通の広場という意味だね。いま考えているのは“残留応力”の問題なんだ。君は物理屋だから残留応力といってもピンとこないかもしれないが……。
- A: まてよ、たしか、ベッカー・デーリングの磁気の本で Innere Spannung という言葉にお目にかかったことがあるよ。
- B: そうそうそれだよ。実はこの問題を考えるにいたったいきさつも、そのマグネ屋さんのお蔭なんだが、それはあとまわしとして、こういうことがあるんだ。つまり、残留応力というのは外から力を加えていない状

態で材料の内部に残っている応力だね。材料の中のある部分とある部分とが互におしっくらをしている状態だ。ところで、Aなる部分とBなる部分とがおしあっているとすると、そのA部とB部との間にはなにか先天的に異なったことがないといけなわけだろう。たとえば材料に“一様な応力”を外から加えて“一様な塑性変形”をさせたとするね。もしも変形が試料のあらゆる部分について同じならば、材料の各部分は全く同じ取扱いをうけた訳だろう。(もちろん変形させる前の状態は各部同一にしておいた場合だよ) こういう場合が先天的になにも異なったことがない場合であって、このときは外力を取除いた場合には残留応力があり得ないよ。

- A: なるほど、残留歪みはあるが残留応力はないということだね。
- B: そうだ。一様な残留歪み(いわゆる塑性歪み)だけのこって残留応力はのこらない。これが“塑性力学の立場”だね。いわば材料の塑性的性質というものをストレス～ストレーン曲線でおきかえて考える立場——つまりマクロ的立場だね。
- A: しかしまてよ。実際に“一様な残留歪み”というものを実現させることが可能かね。あらゆる不均一性を取り除いてしまうことが……。
- B: それには問題が2つあるんだ。第一は“巨視的にみて一様でない残留歪みの場合”だ。たとえば棒を「曲げ」とか「振り」とかで塑性変形させる場合だよ。この場合には“塑性力学の立場”からも残留応力が計算できるんだ。Nadai の“Plasticity”の本にもこの場合の計算例がかいてあるようだ。
- A: なるほど、しかし“不均一な塑性歪み”から残留応力が求められるんだらう。塑性変形させてしまっから外力を取除く場合には、材料は“弾性的に”あと戻りをするわけだろう。すると、不均一な塑性変形を起させるまでは塑性力学の問題だが、外力をとり除くところは弾性力学の問題のようだね。
- B: まあそういうことになるね。そうそう、残留応力というものはなにも塑性変形の結果起るとは限らないよ。弾性変形だけでもできるんだ。たとえば「熱応力」——「やきばめ」の問題——なんかそれだね。弾性力

学の本には大抵いであるよ。余談だが“転位”という言葉と概念とは“弾性体の残留応力”というもののにその源を発しているんだよ。

ところで、さっきのつづきだが、第二番目は、巨視的にみて一様な残留歪みであっても、残留応力を生じる場合だ。

A：さっきの話と矛盾しそうだぜ。

B：金属材料はすべてといっていい位、小さい結晶のあつまりからなり立っているだろう。つまり少しこまかいところに話をうつせば、材料は決して先天的に一様でなんかないさ。

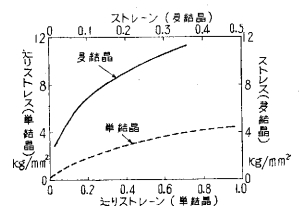
A：すると単結晶ではどうだということになるが……。

B：いよいよ本論にはいるわけだが問題はこうだよ。単結晶を“巨視的にみて”一様に变形させる場合から話を始めよう。実験的にいえば、一様な断面をもった単結晶——例えば単結晶の丸棒——を引っ張って塑性変形を起させる場合だね。もちろん、丸棒の長さは両端の「掴み」の影響を無視できる位に充分長いものとしよう。こういう条件のもとでの単結晶の塑性変形は、ストレス～ストレーン曲線で「巨視的に」記述することができる。ところで「単結晶の丸棒」といってもその丸棒軸（いいかえれば荷重方向）の結晶学的な方向はピンからキリまでいろいろある訳だ。単結晶の塑性変形はよく知っているように「向き面」と「向き方向」という大へん著しい異方性をもっているわけだから、このようなストレス～ストレーン曲線は試料軸の結晶方向によって大いに変るわけだ。この曲線を、「向き応力～向き歪」の関係にかき直せば、ほぼ試料軸の如何にはよらない一義的な曲線であらわし得ることも古くから知られている。もっとも実際にはこの“一義的な曲線”からある系統的ずれがあって、大いに問題があるんだが、とにも角にも単結晶の“一様な変形”におけるストレス～ストレーンの関係が試料軸の結晶方向に大いに依存するものだということが大事なことなんだ。

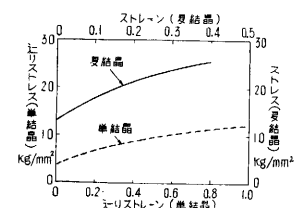
つぎに、多結晶の“一様な変形”を考えてみよう。多結晶金属の棒を構成している結晶粒の一つ一つを考えてみるとその結晶学的方向はその棒の軸に対していろいろな方向をむいている。ということは結局、各結晶粒がたとえば試料軸方向の荷重に対して巨視的な意味での力学的性質が皆ちがっていることになるだろう。つまり多結晶の充分長い丸棒を引っ張って“一様に変形”させてもその各結晶粒は各自別々の変形をするわけだ。

A：なるほど、一つ一つの結晶粒を別々にとり出していわば“単結晶的に”変形させておいてからそいつをくっつけて「連続の条件」を満足させてやったような状態が実現されるわけだね。

B：君のいま云った「連続の条件」を満足させながら変形するというのが単結晶と多結晶との巨視的な力学的性質に反映している訳なんだ。たとえば第1図は純アルミニウム、第2



第1図 アルミニウムのストレス～ストレーン曲線



第2図 鉄のストレス～ストレーン曲線

つぎに多結晶を塑性変形させてから外力を取り去る場合を考えてみよう。いままでのことから、外力を加えたときに起った多結晶粒の変形量の差が原因になって“残留応力”が生じることは不思議はないわけだね。つまり「残留応力は外力を加えた状態における変形の不均一性にもとづいて起る」というのがさっきもいったようにこの問題の根本定理なんだね。

ところでいよいよ単結晶の一様な変形の場合にも残留応力が起るという話をしよう。

A：いよいよ dislocation が出てくるのかね。

B：そうだ。いままでの議論はすべて——多結晶にしる単結晶にしる——試料の力学的性質を「ストレス～ストレーンの関係」という巨視的な量であらわすという立場だった訳だ。これが“塑性力学の立場”なんだがこの立場からは「単結晶の一様な変形」での残留応力は出てこないんだ。こういう場合の残留応力を考えるためには「単結晶の塑性変形は“転位”というものを単位として不均一に起る」ということを考える必要があるわけだ。

A：そういえばいつか「塑性変形に起る不均一性」という題で「生産研究」にかいていたね。（5巻3号 53頁）

B：ところでこの場合の残留応力というものはいままで考えてきた巨視的な場合と一寸ちがう点というか注意しなければならないことがいくつかあるんだ。

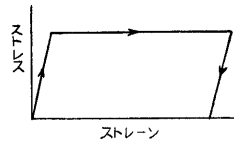
まず第一に、「残留応力」が転位にもとづいて起るためには転位が結晶の中に「残留」していることが必要になるね。ところが転位というものは“塑性変形”を記述するために“発明”された訳だから、外力をと

り去ったあとに、転位が残留することは一寸別の話になってくるんだ。という意味は“転位”が結晶の内部を動けば動いただけ変形に寄与するのだが、その動いたあとには何も残さない性質を元来もっているわけなんだ。だから転位が結晶の表面へぬけ出してしまえば“塑性変形”はおこるが結晶内部には何も残さなくてもよいんだ。

ところが実際には“転位自身が内部に残留しているか”または“転位以外の何ものかを残しているか”のどちらかまたはどちらもが起っているという実験的証拠があるんだ。こういう実験的根拠はいろいろあるがそのうちで一番いちじるしいのが“加工硬化”という現象なんだ。

A：だって第1図とか第2図とかでわかるように加工硬化というものは金属の塑性変形にはつきものだろう。加工硬化している以上残留応力が存在するのは当然じやないかね。

B：そう簡単にわり切ってしまうと問題は無いね。天下泰平だよ。しかし、こういうことも考えられるんだ。第1図とか第2図とかはどちらも室温でのデータなんだ。ご覧のようにどちらも加工硬化している訳だ。しかしもっと高い温度で塑性変形させる場合はどうだろう。一般的にいうて、変形温度をどんどんあげてゆけばだんだん“加工硬化を伴わない塑性変形”をやるようになるんだ。また図のような、ストレス～ストレーン曲線というものは荷重増加速度の函数だから、適当な条件——実験温度と実験時間——をえらんでやればふつうの金属でも第3図のようなストレス～ストレーン曲線をえがくようになるわけだ。第3図のような変形が内部に何も残さないことがたしかめられるならば、このような材料では“転位にもとづく残留応力”はな



第3図 加工硬化をと  
もなわなない塑性変形

いね。ただし、前にあげた

“マクロ的残留応力”はこの場合にもあり得る訳だ。  
A：なる程、つまり、加工硬化をもたらずような（内部に転位をのこすという意味で）結晶の一樣な変形によっては転位による残留応力だけしかないし、加工硬化をともなわなない結晶ではマクロ的不均一による残留応力だけしかないという訳だね。

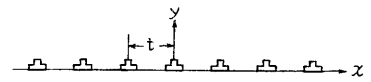
B：ところで、いまの転位による残留応力“ミクロ残留応力”と前の“マクロ残留応力”との間の一番いちじるしい差はその値の大きさということなんだ。

第2図のような鉄の場合を考えてみよう。マクロ的な立場にたつ以上、材料の残留応力というものには限度があるわけだね。この場合でいうと、多結晶では、せいぜい 30kg/mm<sup>2</sup>、単結晶ではせいぜい 15kg/mm<sup>2</sup>

というわけだね。ところが一方、ミクロ残留応力になると、はるかに大きい値になれるんだ。実際に、鉄の単結晶についての学習院大学の近角さんの実験値では 400kg/mm<sup>2</sup> という大きい値が得られているんだ。（『金属物理』vol. 1. No. 1 および 2, (1955)）

A：しかし転位のまわりの歪の場というものは相当 short-range なものだから、中心から数原子距離位はなれるとすぐ減衰してしまいそうなものなのに“残留応力”というような相当 long-range なものをもたらずというのは少し奇妙だね。

B：もっともな疑問なんだが、一寸あたってみるとそうでもないことがわかるよ。もちろん、転位が一本だけあったのでは駄目だがね。ばたとえ第4図のように転位が一列横隊にならんでい



第4図 残留双型転位の分布

は双型の転位 (edge-dislocation) が同じ向き面 (x-z 平面) の上で等間隔でならんだ場合だ。いま簡単のために x 方向には左右どちらへも無限にならんでいる場合を考える。この場合 x 方向の残留応力成分  $\sigma_{xx}$  は y の正負によって符号が変わって

$$\sigma_{xx} = \pm \frac{1}{2} \frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{b}{t} \quad \text{となる}$$

b は転位の向きベクトル (Burgers vector) だから格子常数と考えられる。t が b の n 倍の大きさだとすれば、 $\nu$  はポアソン比だから上の式は大体

$$\sigma_{xx} \approx \pm \frac{E}{2n} \quad \text{だね。}$$

E はヤング率だから鉄の場合 20,000kg/mm<sup>2</sup> つまり、 $\sigma_{xx}$  が 400kg/mm<sup>2</sup> になるためには

$$n \approx 25 \quad \text{だね。}$$

双型転位が 20 乃至 30 原子距離の間隔で横にならぶということはある程度得ることだから 400kg/mm<sup>2</sup> の値はそう不思議ではない。しかも、この場合の  $\sigma_{xx}$  という残留応力は、y' の正の側および負の側で一定値で、y=0 から y=±∞にまでおよんでいるんだぜ。この計算には、転位のまわりの弾性歪の場を使っているから転位のすぐ近くでは使えない式なんだ。という意味は、君がさっきいった short-range effect をとり去ってしまってもなおかつ、これ位の値をもった残留応力が、ずっと一面におこっているというわけだね。

A：双型転位が向き面上にならぶというのはよさそうな話なんだが、どうもそこまで long-range な応力分布が出る——しかも 100kg/mm<sup>2</sup> の桁の大きさの応力が出るというのは少しおどかさされたようだが。

B：もちろん第4図のは一寸極端かもしれないね。つまり転位が右へならえて無限遠まで行儀よくならんでい

るというんだからね。

しかし、たとえばこのような一列横隊の転位の列が左の方と右の方とで2つの自由表面でおわっているとしよう。この場合はさっきのとはむしろ逆の極端な場合だよ。つまり「自由表面」というものはストレスを緩和する最も有力なファクターだからね。実さいには結晶内部にある「転位に対する障壁」具体的にいうと析出粒子とかサブバウンダリーとか、でこのような横隊がおわっているんだからね。

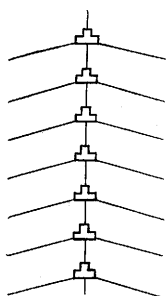
いま、2つの自由表面の間の距離を $D$ とする。第4図でいうと、 $x$ 方向にはかった結晶の幅が $D$ の長さというわけだ。この場合について前と同じような弾性論的に計算してみると、前と違って $\sigma_{xx}$ の値は、 $y$ の正側と負側で $y$ の絶対値の増加とともにだんだん減衰してゆくのだが $\sigma_{xx}$ がゼロになるのが大体 $y = \pm \frac{D}{2}$

のところだね。 $y = 0$ の極く近くでは第4図の場合と同様に $y$ の正負によって $\sigma_{xx} \approx \pm E/2n$ になる。この場合にも $D$ 位の相当な長さの範囲にわたって残留応力がおきてるわけだ。

A: 相当長範囲な残留応力が出ることはよくわかったよ。双型転位というのは第4図の例だと、一本の転位について、一枚づつ半無限の $y-z$ 平面をくさび型に完全結晶に挿入するんだと考えれば、 $n$ 原子距離に1つの双型転位をつくるということは、いまのくさび型の歪みを $y$ の正側と負側とで半分づつうけもつとして $\epsilon_{xx} = 1/2n$ 、だから $\sigma_{xx} = (1/2n) \times E$ となると考えてもいいのかね。

B: いまの場合にはそう考えてもいいんだが、それでは一寸困る場合があるんだよ。たとえば第5図のような双型転位の配置を考えよう。

よく本に出てくる簡単な結晶粒境界をあらわす転位配置だね。いまの君のやり方でゆくと、このような結晶境界でも相当大きい「残留応力」になりそうだろう。しかし第5図の配置では計算してみると、1本の転位と同じ位、またはそれ以下(!)の short-range の歪しか出ないんだよ。



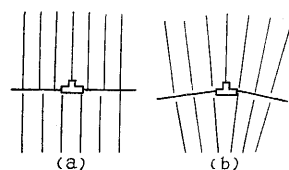
第5図 結晶粒界を「表現」するような双型転位の分布

これを直観的に説明するところということになると思うんだ。双型転位としてふつう君がいまいったように原子面を一枚挿入したという意味で第6図(a)のようなモデルを考えるんだ。ところが僕のいいたいのは第6図(b)のように傘型にかいた方が誤解を少くすることなんだ。このモデルはいろいろのことの直観的説明にいろいろ利点であるんだがいまの当面の問題も

その1例だね。

第5図の例は第6

図(b)のような「傘」をかさねるんだから、抵抗が少いわけなんだ。第4図の例は傘



を横にならべておい。第6図 双型転位の「模型」で横から( $x$ 方向)おしつけるわけだ。つまり横の間隔 $l$ をとらせるために無理させるわけだから「傘」が抵抗するだろう。これが2つの場合の残留応力の差となってあらわれる訳だよ。

A: 第4図から第5図へうつることによってエネルギーをへらす過程が軟化過程(ポリゴニゼーション)というわけだね。

B: ところで本題にもどって「ミクロ残留応力」が「マクロ残留応力」にくらべて遙かに大きい値になるということの物理的意味を考えてみよう。

「マクロ残留応力」は「転位をふくんでいる物体」に加えられる応力だね。これに反して「ミクロ残留応力」は「転位をふくんでいない物体」つまり「完全結晶」に加えられる応力によってよからう。「転位をふくむ物体」は外から力が加えられると転位が移動することによって力が「緩和」されるから10乃至30kg/mm<sup>2</sup>以上の応力とはかからないわけだ。「完全結晶」だと「応力緩和」の原因となる転位が存在しないから100kg/mm<sup>2</sup>以上の応力にも耐えられるということになるね。

A: すると「ミクロ残留応力」は一体どこまで大きくなり得るのだろうか?

B: 「完全結晶」に「むり」をおこさせる応力がある上限値に相当するわけだね。理論的に2, 3の考え方からあたってみると、この上限値は大体 $G/10$ 位になる。(Gは剛性率)これ位の値の応力が加わると、完全結晶の中に新しい「転位」(多分転位の輪)が発生して、この新生された転位が移動して応力を緩和するわけだ。鉄の場合だとGは8,000kg/mm<sup>2</sup>だから残留応力の上限値は800kg/mm<sup>2</sup>になる。この値は実は温度によってかわるので、室温でこれ位になるわけなんだが、さっきの近角さんの値400kg/mm<sup>2</sup>は妥当な値といえるだろうね。

B: 実さいの多結晶金属だと、マクロ残留応力の場の中に転位が残留しているから、相当大きい値になりそうだね。

B: つまり第4図のような転位集団にマクロ残留応力が「外力」の形で加えられた場合の「ミクロ残留応力」というわけだね。ただどんな場合にも「上限値」は常にさっきの $G/10$ でおさえられているわけだね。

いま考えてきたような「ミクロ残留応力」を考えたのは実は「材料の破壊」という問題を考えるためなんだよ。いわば「転位の集団」から「割れ目」への「転移」という問題になるんだ。しかし、それ以外にもいまのような「ミクロ応力」の考えを必要とする場合が実用材料には案外多いようだね。いずれにしても、ミクロ的な因子が原因になって巨視的な現象を起すという面白い問題なんだが大分しやべり疲れたようだからこの辺でおわりにしよう。(1955. 3. 31)