

歯車ポンプの閉じ込みと逃げ溝の流体力学

宮 津 純

1. 緒言

歯車ポンプの歯のかみ合い部分で液が歯の間に閉じ込められて、その閉じ込み容積が変化すると、中の液はすきまを通して、無理に押し出されるか吸い込まねばならない。その場合、外部との流通に無理があるほど、閉じ込み内部の圧力は著しく変動する。もし、外部との流通を許すほどのすきまがなければ、歯車は回転できないはずである。このような閉じ込みの作用は、歯車ポンプに往復ポンプが干渉するようなものであって、ポンプの振動、脈動の原因となるばかりでなく、吐出し量、効率にも悪影響がある。

これを緩和する手段として、閉じ込みの内部と外部との流通を、逃げ溝によって容易にする方法はすでに実用され、各種の工夫も提出されているが、その効果を検討するに足るほどの解析は従来示されていない。

本文は、粘性流体を対象として、歯車ポンプの閉じ込み動力および逃げ溝の効果を、流体力学的に解析した結果の解説である。

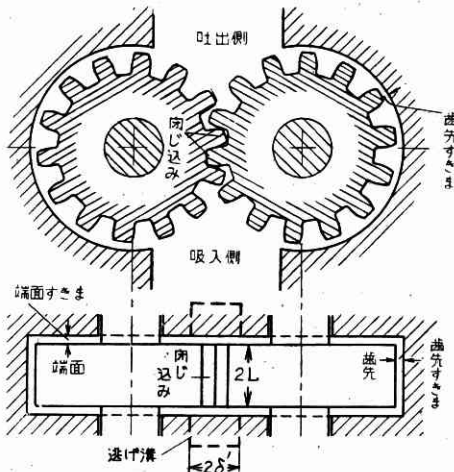
歯車ポンプの閉じ込みによる動力損失と閉じ込み内部の圧力変動の大きさを算定し、また一般に、端面逃げ溝の有無および溝の抵抗の有無によって、ポンプ吐出し量にどのような影響があるかを解説した。

きと同時に、歯が外回りに運んできた液を、そこでえぐり出して吐出し側に留める、というポンプとして重要なはたらきもする。しかし運ばれてきた液は歯のかみ合いによって残らずそこで押出されるということは

なく、一部は残って吸い込み側へ戻る。そのとき、かみ合う歯と歯の間に閉じ込められる液は一定量であるのに、閉じ込みの容積は一定でなくて、歯の回転につれて変化するのだから、そこに問題が生ずるのである。

インボリュート歯車の場合には、閉じ込み容積は、閉じ初めに最大で、それより減少して最小となり、その後逆に増大して、閉じ放しのときまた最大（閉じ初めと同大）となる。従って閉じ込みの初めには高圧を、閉じ込みの終りには低圧を生ずる。

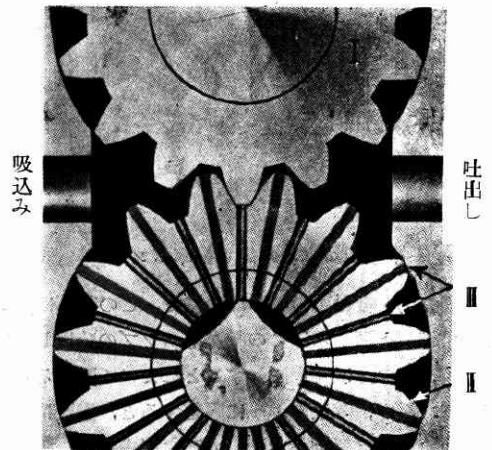
逃げ溝 閉じ込みの内部を外部と通じて、閉じ込み容積の変化に即応して、無理なく流体の出し入れを行い、閉じ込みの内部に圧力の変動を起さないようにするものである。下記のようなものが考えられている。(1)



第 1 図 歯車ポンプ略図

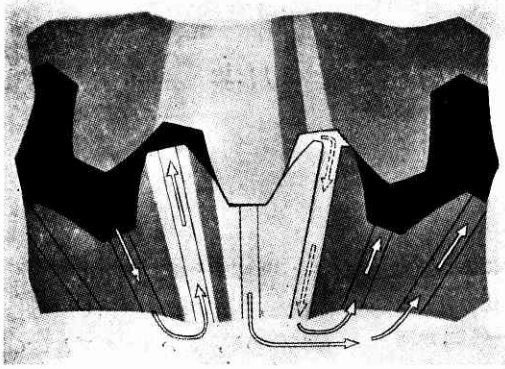
2. 閉じ込みと逃げ溝

閉じ込み 歯車は駆動軸と被動軸とに取りつけ（第 1 図）、一方を駆動してポンプ作用をさせるのであるが、この場合の歯のかみ合いは、被動軸へ回轉を伝えるはたら

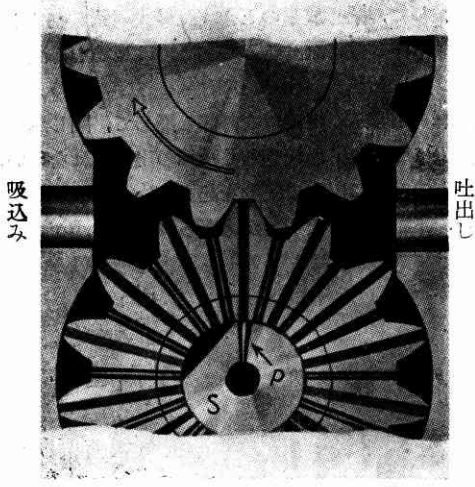


第 2 図 歯溝と軸溝を有する歯車ポンプ

第 2 図の例 駆動歯車 I は軸に固定されているが、被動歯車 II はその（溝のある）軸上を自由に回る。被動歯車の歯先と歯元には放射状の逃げ溝 II が通り、それによって、歯間に閉じ込められた液は、軸溝を経てポンプの吐出し側にもどり、閉じ初めに過重の圧力の生ずることを防ぐ。閉じ込みの中央を過ぎると、軸溝を通して吸込み側からの吸込みが起り、低圧の発生を防ぐ。溝を通る



第3図 閉じ込みの内部と外部との流通流れは第3図に示すようである。被動車の軸は第2図の位置に固定されているが、もしこの軸を回わしうるようにすれば、ポンプの吐出し量を変えることができる。たとえば、この軸を数度だけ右に回しておけば、歯溝は軸溝を介して互に通じ合うので、液は吐出し側から吸込み側へもどり、それだけポンプの吐出し量は減る。この方法でポンプ吐出し量は約 66% 位まで減らし得る。



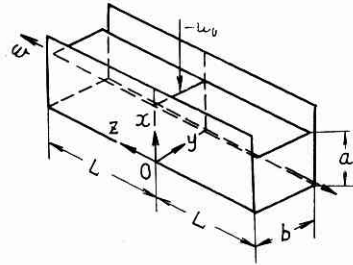
第4図 二重吐出し歯車ポンプ

第4図の例 被動車の軸Sは中空で、この軸溝は溝Pによって歯溝と通じる。この軸溝もポンプの吐出し量を与えるが、その量は軸を回わすことによって変えることができる。軸を、図示のように固定すると、歯間に閉じ込められた液だけ、軸溝を通して吐き出される。軸を僅か右に回わしておくと、吐出し量の一部が歯溝をぬけて軸溝を通ることになる。この軸溝の流れによってポンプ吐出し量の約 10~30% は変えられる。

普通の用途には、かんたんな端面逃げ溝が用いられる。これは、歯車の回転部分とは無関係に、歯車端面に面する外箱に穿った溝である(第1図)。構造かんたん、製作容易であることから広く用いられている。本文ではこの逃げ溝について考える。

3. 閉じ込みの圧力

第5図は歯車ポンプの歯の閉じ込みを示す模型図である。すなわち横断面の一樣な流路に側方から板を押し込む(または引き抜く)とする。



第5図 歯の閉じ込み模型図

側方から板を押し込む場合には、流体は両端に向かって押し出され、流路に沿う流れを生ずる。この流速を w とし、板を押し込む速度を u_0 とする。流路の内部には $w=0$ となる断面ができる。それは、流体が流路の両側に向かって二分されるその分岐断面である。ここを $z=0$ に選ぶと、任意の断面 z における圧力 p は次のようにあらわされる。(2)

$$p_1 = p - p_0 = -\frac{1}{2} c \rho (L^2 - z^2)$$

ここに p_0 は閉じ込みの開口 ($z=L$) における圧力、 ρ は流体密度、 p_1 は開口を基準とした圧力上昇をあらわす。これについては一般に次の結論に達する。

圧力上昇 p_1 は流路に沿って放物線的に変化し、中央断面において最大(最小)となる。歯がくい込む場合に最大であり、抜ける場合に最小である。

この結論は流路断面が一樣である限り、断面の形には無関係である。いま最大の圧力上昇を p_{1max} とすれば

$$p_{1max} = -\frac{1}{2} c \rho L^2$$

この c を求めることは、流れの運動方程式を解くことに帰着して面倒であるが、流体の粘性のみ考慮して、加速度を無視する場合には次のようになる。(3)

$$c = \frac{12\nu}{a^3 b} \frac{dA}{d\theta} \omega$$

ここに ν は動粘性係数、 ω は歯車の角速度、 b は閉じ込みの横断面 A を矩形と考える場合の一定の幅、 a は矩形の他の一辺をあらわす(第5図)。インボリュート歯型の場合、 A は歯車の回転角 θ にたいして $A = A_0 + A_1 \theta^2$ であらわされ、 A_0, A_1 は歯型の計算によって求められる定数である。閉じ込みの範囲は $\theta = -\theta_1$ から $\theta = +\theta_1$ までである。加速度を考慮する場合には c に更に他のものが附加される。(4)

4. 閉じ込み流れの摩擦動力

内部の圧力にたいして側壁を押し込み、または引き出すには仕事をしなければならない。内部の圧力は $p_1 +$

p_0 であるが、まず p_1 の方のみについて考える。可動壁に作用する全圧力 (p_1 によるもの) P_1 は

$$P_1 = b \int_{-L}^L p_1 dz = b \int_{-L}^L \frac{1}{2} \rho c (z^2 - L^2) dz = -\frac{2}{3} \rho c b L^3$$

この c は前項に述べたものである。閉じ込み範囲 $\theta = -\theta_1 \sim +\theta_1$ である仕事 E_1 は

$$E_1 = \int P_1 u_0 dt = \int P_1 \frac{da}{dt} dt = \int P_1 da$$

ただし $da = (dA/d\theta) (d\theta/b)$ であるから

$$E_1 = -\frac{4}{3} A_1 \rho L^3 \int_{-\theta_1}^{+\theta_1} \frac{c \theta d\theta}{b}$$

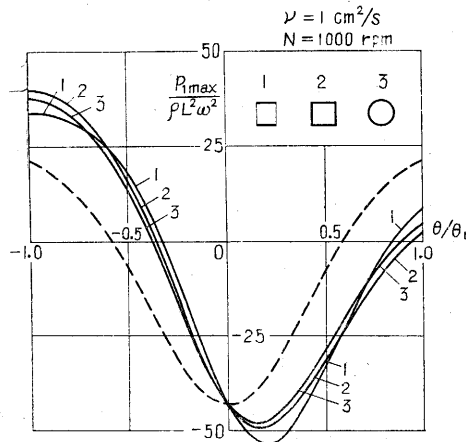
c の中の加速度による効果は、 $\theta=0$ に関して対称となるので、 E_1 の積分では効果をもたない。従って E_1 の積分は、けっきょく粘性に関係する項だけになる。

歯車の歯数を n 、歯に背隙はないとすれば、1 回転中に生ずる閉じ込み数は $2n$ 、この 1 回転に要する時間は $2\pi/\omega$ である。したがって単位時間に生ずる閉じ込み数は $n\omega/\pi$ である。よって閉じ込み部分に要する、歯車の単位時間の平均仕事は次式のようにあらわされる。

$$E = \frac{n}{\pi} \omega E_1 = -\frac{8\mu n L^3 \omega^2}{b\pi} \int_{-\theta_1}^{+\theta_1} \frac{1}{a^3} \left(\frac{dA}{d\theta} \right)^2 d\theta$$

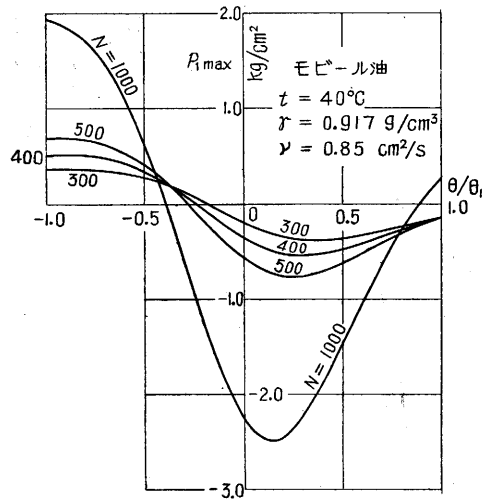
すなわち平均所要動力は ω^2 に比例する。

実例計算 実験に使用した歯車ポンプにたいし、閉じ込み部分の圧力変化と所要動力とを計算する。歯車の寸法は次の通りである。歯数 $n=18$ 、圧力角 25° 、モジュール $M=3$ 、歯車の幅 $2L=44.92\text{mm}$ 、頂隙 $a_0=0.86\text{mm}$ 、背隙はないとする。この数値から、ベース円半径 $R_B=24.47\text{mm}$ となる。更に幾何学的計算から、閉じ込み断面積 A のうち $A_1=R_B^2\pi\theta^2/n$ となり、 θ の範囲は $\theta = (-0.1493 \sim +0.1493) \text{ rad}$ となる。 $b=2.81\text{mm}$ とする。これらの値を用いて計算した結果が第 6、7 図に示されている。(6)



第 6 図 閉じ込みの奥の圧力上昇 p_{1max} に関する $p_{1max}/\rho L^2 \omega^2$ と断面形との関係 (破線は粘性効果のない状態)

第 6 図の破線は加速度だけの効果を示すもので、これは $\theta=0$ にたいして対称である。実線は閉じ込みの断面形を 3 種に仮定して行った計算結果であるが、その相違は小さい。第 7 図は内部の圧力上昇そのものを示している。



第 7 図 閉じ込みの奥の圧力上昇 p_{1max} と回転数との関係 (正方形断面)

また所要動力の計算値は、馬力であらわして $0.0177 \times 10^{-6} \gamma \nu N^2$

となる。ただし γ の単位は g/cm^3 、 ν の単位は cm^2/s で N は rpm である。一方、端面、歯先、軸受、かみ合い部分を含めた所要馬力の実測値は $0.365 \times 10^{-6} \gamma \nu N^2$ であって、上の計算値はこれの $1/20$ の程度である。

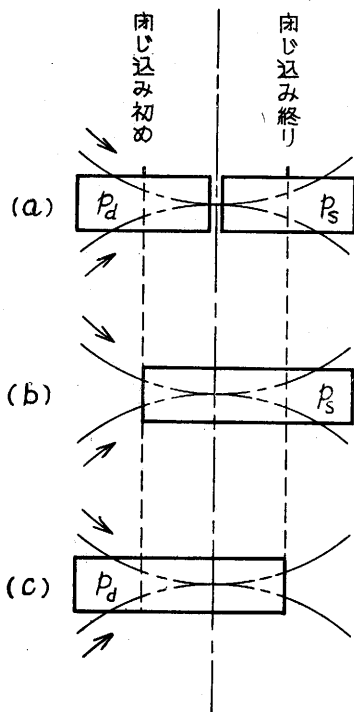
5. 逃げ溝と吐出し量との基本関係

第 8a 図は閉じ込みの前半を吐出し側へ、後半を吸込み側へ通じる端面逃げ溝を示している。これでは、初めに閉じ込んだ液は全部吐出し側に押し込まれ、そのあとへは吸込み側から吸込むので、ポンプ吐出し量は、閉じ込みなしの場合と変わらない。

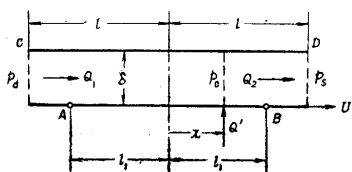
第 8b 図は閉じ込みの全期間を吸込み側に通じる逃げ溝を示す。これでは初めに閉じ込んだ体積 ΔV の液は、吸込み側に戻るから、 $\Delta V(p_a - p_s)$ だけ、液エネルギーが減少し、それだけポンプの運転エネルギーも減少する。(ただし p_a は吐出し圧力、 p_s は吸込み圧力)。

第 8c 図は閉じ込みの全期間を吐出し側へ逃がす逃げ溝を示す。これでは初めに閉じ込んだ体積 ΔV の液は一旦は吐出し側へ送られるが、つづいてまたそこから吸い戻されるので、けっきょく ΔV だけは吸込み側へ戻る。従って、液のエネルギーと運転エネルギーとは共にそれだけ減少する。以上のことから、逃げ溝は第 8a 図のように、二つの歯車の中心を結ぶ線に関し、対称に設ける方が吐出し量は増加する。

6. 流動抵抗がある場合の逃げ溝と吐出し量との関係



第8図 端面逃げ溝の例



第9図 逃げ溝のない端面すきまの中の流れを示す図

閉じ終りとすれば、 x は A から B へと動く、すきまの大きさを δ 、その長さを $2l$ 、奥行（紙面に直角）を δ' とする。 δ' には、はっきり仕切りがあるわけではないが、閉じ込みの開口の幅よりは広いと思われる。逃げ溝がある場合には、逃げ溝の半幅に近いものとみてよからう。いま Q' を閉じ込みから端面に単位時間に押し出される体積（ただし δ' の単位幅あたりのもの）とすると、一つの端面に単位時間に押し出される量は $\delta'Q'$ である。これは閉じ込み容積の減少速度に他ならないから

$$\delta'Q' = -L \frac{dA}{dt}$$

ただし、 L は歯幅（軸に平行）の半分、 t は時間である。すなわち、一つの端面には、閉じ込みの半分だけ押し出されるとみている。また A は閉じ込み面積（車軸に直角な断面積）であり、インボリュート歯型の場合には、歯車の回転角 θ に対して $A = A_0 + A_1\theta^2$ である。閉じ込み面積（の中心）も、歯車と同速度で回転すると考えれば、 θ は閉じ込み面積（の中心）の座標（閉じ込

み中央位置から測り、回転方向にを正とする）を示すとみられる。よって、車軸中心から閉じ込み面積（の中心）までの半径を R とすれば、閉じ込み面積（の中心）の座標は $x = R\theta$ となる、閉じ初めを $-\theta_1$ 、閉じ終りを $+\theta_1$ としているから、閉じ初めの座標は、 $x_1 = -R\theta_1$ ($\equiv -l_1$)、閉じ終りの座標は $x_2 = +R\theta_1$ ($\equiv +l_1$) である。また歯車の角速度 ω は $\omega = d\theta/dt$ 、これらを用いると、

$$Q' = -\frac{L}{\delta'} \frac{dA}{dt} = -\frac{L\omega}{\delta'} \frac{dA}{d\theta} = \frac{2L\omega A_1\theta}{\delta' R} = -\frac{2L\omega A_1}{\delta' R} = -qx, \quad q = 2L\omega A_1/\delta' R$$

上式に負号がつくのは、 A の減少の時に押し出し ($Q' > 0$)、 A の増加の時に吸い込む ($Q' < 0$) からである。

吐出し圧力は p_d 、吸込み圧力は p_s である。閉じ込みの位置の断面圧力は p_0 であるが、その左側と右側のそれぞれの流れ Q_1, Q_2 に、二次元層流の圧力と流量との関係を適用して、それらの諸関係から、閉じ込み期間中に吸込み側へ流入する量を計算すれば次のようになる。

$$\frac{2\delta' l_1}{R\omega} Q - \frac{1}{3} \frac{q\delta' l_1^3}{R\omega l}$$

Q は閉じ込みのない状態のもので、このすきを吸込み側へ流れる量 (δ' の単位幅あたり) をあらわす。従って上式の第1項は、閉じ込みのない状態の下で、閉じ込み期間に、吸込み側へ逆流する量である。第2項は、閉じ込みのための逆流量の減少、いいかえれば、閉じ込みの作用で吐出し側へ送り込んだ量であり、次のように書きかえられる。

$$\frac{1}{3} \frac{q\delta' l_1^3}{R\omega l} = \frac{LA_1 l_1^2}{R^2} \times \frac{2}{3} \left(\frac{l_1}{l}\right) = LA_1 \theta_1^2 \times \frac{2}{3} \left(\frac{l_1}{l}\right)$$

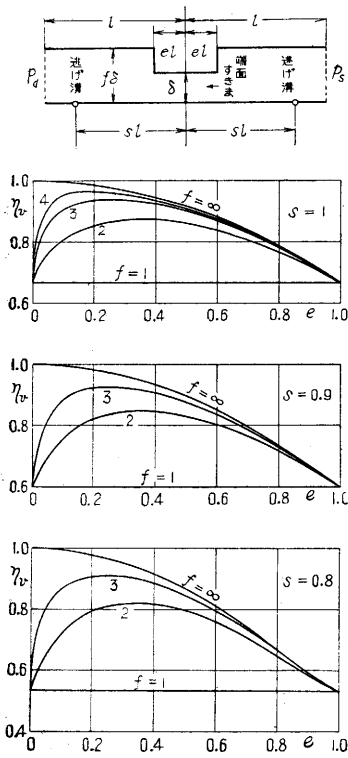
さて閉じ込み面積は $A = A_0 + A_1\theta^2$ であって、その最大の変化は $A_1\theta_1^2$ 、これに相当する液の体積は $LA_1\theta_1^2$ である。このすべてが吐出し側へもどされる状態を基準にとり、それとの比で吐出し側への押し込み効果を表わす。それを容積効率と名づけて、 η_v と書けば

$$\eta_v = \frac{2}{3} \frac{l_1}{l}$$

となる。これは第9図の場合、すなわち $l_1 \leq l$ に対して成立する。すなわち容積効率は端面部分の短いほど大きい。この結果は、次項に述べる一般の場合の一部分に該当している。

6.2 逃げ溝の大きさの影響

逃げ溝が十分に大きくない時には、流動抵抗が加わり、溝の内部は外部と違った圧力になる。しかも、吐出し吸込みの両側に開く溝は端面すきま (δ) によって通じ合う(第10図上)。いま逃げ溝の深さを δ の f 倍、閉じ込み



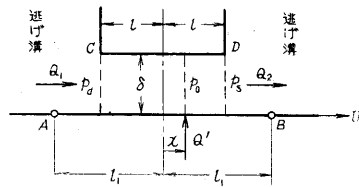
第10図 対称逃げ溝の寸法と容積効率との関係

深いほど (f の大きいほど) 効果がある。すなわち溝の抵抗は小さいほど効果的である。

(3) 溝の抵抗が全然なければ ($f = \infty$) 隔壁はうすいほど効果がある。しかし抵抗があれば ($1 < f < \infty$)、隔壁の厚さに最良値があり、その最良値は、溝の長さと同深さによって変る。

7. 大きい逃げ溝の容積効率

逃げ溝は、流れに抵抗を与えない位の大きさにするのが理想的である。この状態は第11図のように表わして



第11図 大きい逃げ溝間の隔壁すきまの中の流れを示す図

の容積効率は溝の隔壁の厚さによって変り次のようになる。

$$0 \leq l/l_1 \leq 1 \text{ にたいし } \eta_v = 1 - \frac{1}{3} (l/l_1)^2$$

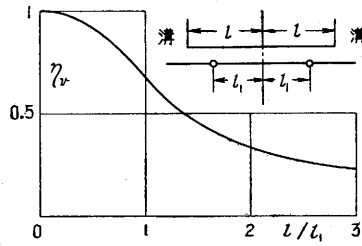
$$1 \leq l/l_1 \text{ にたいし } \eta_v = \frac{2}{3} (l_1/l)$$

第12図は第 9, 11 図の場合をまとめて示したものである。これよりすれば対称逃げ溝は、たがいに近接して設け

範囲 ($2l_1$) を溝の長さ ($2l$) の s 倍、隔壁の長さを溝の長さの e 倍として同様の計算を行うと、 η_v を f, e, s の函数として定めることができる。第10図下はそれを示したものである。これより次のことがわかる。

(1) 閉じ込みの長さは溝の長さに対して大きいほど (s の大きいほど) 効果がある。

(2) 溝は

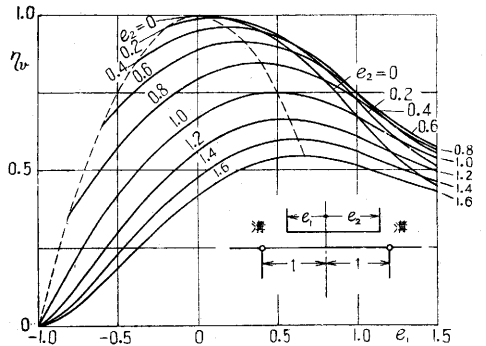


第12図 大きい対称逃げ溝の位置と容積効率との関係

るほど、容積効率を向上させることができる。第 8a 図のように、うすい隔壁で仕切られる場合には $\eta_v = 1$ になる。

非対称逃げ溝

が偏る場合 逃げ溝が閉じ込みの中央に関して非対称に偏る場合には、その容積効率は第 13 図に示すようになる。ただし e_1, e_2 は、閉じ込み中央から溝の端までの距離 (閉じ初めまたは閉じ終りに至る長さを 1 とする) をあらわし、 e_1 は左向きを正、 e_2 は右向きを正とする。第 13 図よりわかるように、 e_2 一定で考えれば、容積効率を極大にする e_1 が存在する。例えば $e_2 = 1$ のときには、 $e_1 = 0.5$ で $\eta_v = 0.75$ となり、これが極大値である。



第13図 対称逃げ溝の偏りと容積効率との関係

閉じ込みの後半は吸込み作用を行うのであるが、そこでは第 6 図からもわかるような低圧のために、キャピテーションを生ずるおそれがある。キャピテーションが発生して液の吸い込みが完全に行われなくなると、閉じ込みの容積効率は上に得たものとは変ってくるが、本文ではそれには触れないこととする。

8. 逃げ溝に要する動力

圧力 p_0 に打ち勝って押し出すに要する仕事 (一つの閉じ込み期間の) を E_0 とすると、次のようになる。

(1) $l_1 \leq l$ の場合 (第 9 図)

$$E_0 = - \int p_0 L dA = \delta' \int p_0 Q' dt = - \frac{q \delta'}{R \omega} \int_{-l_1}^{+l_1} p_0 x dx$$

式中の p_0 は $x = -l_1 \sim +l_1$ において次の値をとる。

$$p_0 = \frac{1}{2} p_s \left(1 + \frac{x}{l} \right) + \frac{1}{2} p_a \left(1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{6 \mu q l^2}{\delta^3} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} \right)$$

ただし $q = \frac{2L\omega A_1}{\delta'R}$

したがって

$$E_0 = \frac{2}{3} \left(\frac{l_1}{l} \right) \left(\frac{LA_1 l_1^2}{R^2} \right) (p_a - p_s) + \frac{32}{5} \frac{\mu}{\delta^3} \left(\frac{LA_1 l_1^2}{R^2} \right)^2 \frac{R\omega}{\delta'} \left[\frac{5}{2} \left(\frac{l}{l_1} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{l_1}{l} \right) \right]$$

右辺の第1項は、閉じ込みによって漏れを減らした量に $(p_a - p_s)$ を乗じたもの、すなわちポンプ仕事である。第2項は、すきまの摩擦のために余分にした損失仕事であって、 p_a, p_s には無関係となっている。 l の大きいほどポンプ仕事は小さく、損失仕事は逆に大きくなる。

とくに $l = l_1$ の場合には

$$E_{0l=l_1} = \frac{2}{3} \left(\frac{LA_1 l_1^2}{R^2} \right) (p_a - p_s) + \frac{32}{5} \frac{\mu}{\delta^3} \left(\frac{LA_1 l_1^2}{R^2} \right)^2 \frac{R\omega}{\delta'}$$

(2) $l_1 \geq l$ の場合 (第11図)

p_0 は (1) の場合 (第9図) と異なり、 $x = -l_1 \sim +l_1$ において次の値をとる。

$$x = -l_1 \sim -l, \quad p_0 = p_a$$

$$x = -l \sim +l, \quad p_0 \text{ は前と同じ式で与えられる。}$$

$$x = +l \sim +l_1, \quad p_0 = p_s \quad \text{よって}$$

$$E_0 = -\frac{q\delta'}{R\omega} \int_{-l_1}^{+l} p_0 x dx = \frac{2}{3} \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{l}{l_1} \right)^2 \right] \times \left(\frac{LA_1 l_1^2}{R^2} \right) (p_a - p_s) + \frac{32}{5} \frac{\mu}{\delta^3} \left(\frac{LA_1 l_1^2}{R^2} \right)^2 \frac{R\omega}{\delta'} \left(\frac{l}{l_1} \right)$$

右辺の第1項は閉じ込みによるポンプ仕事、第2項は摩擦に対して余分にする仕事である。

とくに $l = l_1$ なる場合は (1) の結果と一致する。

上の (1), (2) の場合の結果は、まとめて次のように書くことができる。

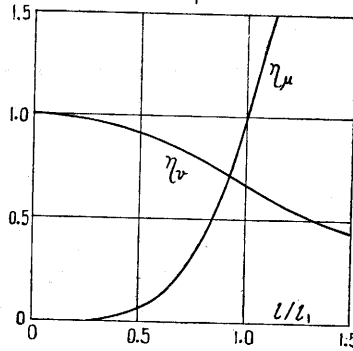
$$E_0 = \eta_v \frac{LA_1 l_1^2}{R^2} (p_a - p_s) + \frac{32}{5} \eta_\mu \frac{\mu}{\delta^3} \left(\frac{LA_1 l_1^2}{R^2} \right)^2 \frac{R\omega}{\delta'}$$

ここに η_v は容積効率であり、前に求めてある。 η_μ は E_0 の第2項 (μ を含む項) にかかる係数であり、上に求めたようである。すなわち

$$l_1 \leq l, \quad \eta_v = \frac{2}{3} (l/l_1), \quad \eta_\mu = \frac{5}{2} (l/l_1) - \frac{3}{2} (l_1/l)$$

$$l_1 \leq l, \quad \eta_v = 1 - \frac{1}{3} (l/l_1)^2, \quad \eta_\mu = (l/l_1)^4$$

これをまとめて示せば第14図のようである。



第14図 大きい対称逃げ溝の位置と η_v, η_μ との関係

9. 結言

本文は、歯車ポンプの閉じ込みと逃げ溝にたいする、流体力学的研究の結果を解説したものである。

(1) 閉じ込みの内部に生ずる、圧力分布の一般性質を解説し、その奥に生ずる最大(最小)圧力の変動を、

実例について示した。

(2) 閉じ込み内部の、粘性流れに要する動力を計算し、それが、実測による全摩擦動力の $1/20$ の程度であることを示した。

(3) 端面逃げ溝のつけ方と吐出量との基本的関係を解説し、逃げ溝の大きさおよび位置と容積効率との関係を明らかにした。

(4) 大きい対称逃げ溝の、容積効率にたいする隔壁の厚さと偏りの影響を明らかにした。

(5) 対称逃げ溝の流れに要する動力を算定し、その成分をなすポンプ仕事と附加的摩擦仕事との大きさを求め、それらが、逃げ溝隔壁の厚さによってどのように変わるかを明らかにした。(1954. 8. 10)

文 献

- (1) Kristal and Annett, Pumps (1940), 139 ページ
- (2) 機械学会論文集, 19巻81号, 22ページ (昭和28)
- (3) 註(2), 26ページ. 係数 K_1 は語をかんたんにするための除いてある。
- (4) 註(2), 28 ページ. および註(5)。
- (5) 近刊の機械学会論文集に掲載の予定。

(19ページから続く)

文 献

1. H. J. S. Sand, J. Chem. Soc., 91, 373 (1907)
2. J. J. Lingane, Anal. Chim. Acta, 2, 589 (1948)
3. 岡・武藤, 工化, 56, 58 (1953)
4. L. L. Lingane, Electroanalytical Chemistry, Interscience Pub., New York (1953)
5. 武藤, 電気化学, 22, 385 (1954)
6. 武藤, エレクトロロシアン, 2, (1953)
7. M. L. Greenough, W. E. Williams & J. K. Taylor, Rev. Sci. Inst., 22, 484 (1951)

8. 岡・武藤・永塚, 分析化学, 2, 198 (1953)
9. 生産研究, 5, 251 (1953)
10. 武藤・永塚, 学振報告, 19委 3204 (1954)
11. 岡・武藤・永塚, 工化, 56, 838 (1953)
12. J. H. Hildebrand, J. Am. Chem. Soc, 29, 447 (1907) 及び H. Ginsberg, Z. anorg. Chem., 167 183 (1927)
13. J. J. Lingane, Ind. Eng. Chem., Anal. Ed., 18 429 (1946)
14. 岡・武藤, 分析化学討論会 (昭和28年11月, 京都大学) にて講演, 要旨は析分化学, 3, 83 (1954)