高速空気力学の諸問題

玉　木　章　夫

1. はしがき

航空機の高速化に伴なつて，高速気流の研究は年をおつてさかんになりつつある．問題とする速度範囲も次第に高い方へ移り，現在では音より速い飛行に対する研究が主となっている．従来超音速は砲弾などで問題になるだけであったが，ロケットのために研究がいちじるしく進み，翼や胴体の単独の性質からさらに進んで，これらの組合せに関する研究，安定性，操縦性などの実際的な研究が行われ，また高速飛行の際におこる摩擦のための機体表面の温度上昇あるいはこれに関連する熱伝達の問題などの研究もさかんである．

さらに最近の傾向として，マッハ数 2～4 の，いわゆる中くらいの超音速から一歩進んで，マッハ数 5～10，あるいはそれ以上の″ハイパーソニック″の流れが次第に関心の的となってきている．

ハイパーソニックと反対にマッハ数が1に接近した場合も飛行機にとってはきわめて重要な問題である．このような音に近い流れ（トランソニックの流れ）の研究は，理論，実験とも多くの困難を伴なうため長い間未解決であったが，理論の発展，実験技術の進歩によってようやく解決のいとぐちが見つかり，次第に流れの性質が明らかになってきている．

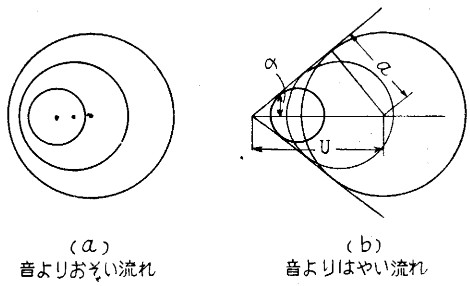
このように急速に発展した高速空気力学の全ぼうを限られた紙面で概観することはとうてい困難であるので，ここでは，いろいろの速度範囲において問題になる，ごく目立った事柄だけを取上げたいと思う．

2. 高速気流の特徴

高速気流の特徴は，流れの中に生ずる圧力差が大きいために圧力による密度の変化（圧縮性）が重要になることである．この圧力差の大きさは ρU^2（ρ：密度，U：速度）で代表されるから，これを気体の体積弾性率 $dp/(d\rho/\rho)$（p：圧力）で割ったものは流れの中の圧力差による気体の体積あるいは密度の変化の度合をあらわす．音速を a とかくとき $a^2=dp/d\rho$ なることに注意すれば上の比は U^2/a^2 となり，流速を音速で割ったもの U/a が圧縮性の影響をきめるパラメーターとなることがわかる．これはマッハ数（あるいはマック）と呼ばれ，ふつうに M をもってあらわされる．

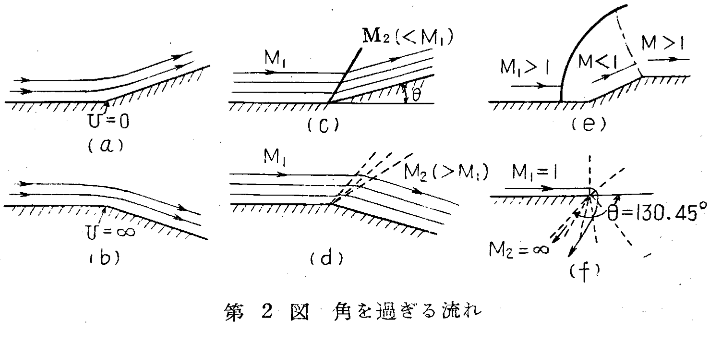
$M<1$，すなわち音よりおそい流れ（亜音速流）と，$M>1$，すなわち音よりはやい流れ（超音速流）との間には本質的な性質の相違がある．後の議論に関係のある点を列記しよう．

（i）断面積のゆるやかに変化する管，あるいは流れの中の1本の流管の中の定常流を考えると，$M<1$ の流れでは断面積が小さくなると速度が大きくなるが，$M>1$ の流れでは逆に断面積が大きくなるときに速度が大きくなる．そして $M<1$ の流れが $M>1$ に加速されるためには管の断面積が一旦せばまったのちに拡げられなければならず，その最小断面で $M=1$ となる．



第 1 図　流れの中の攪乱の伝播

（ii）流れの中の一点に小さな圧力の攪乱を与えると，これは流体に対して音速 a でひろがるが，流体が全体として速度 U で流れるから，$U/a=M<1$ ならばこの攪乱は第1図（a）のように無限上流までさかのぼるが，$M>1$ ならば攪乱のおよぶ範囲は半頂角 $\alpha=\sin^{-1}(1/M)$ の円錐内に限られる．この角をマッハ角，円錐をマッハ錐と呼ぶ．



第 2 図　角を過ぎる流れ

(iii) 第2図のような角をすぎる流れを考えよう．音よりおそい場合，(a)のような凹面では角の点で速度が0となり，(b)のような凸面では縮まない流体と考えれば角の点で速度が無限大となる．音よりはやい場合，凹面(c)では，与えられた上流のマッハ数 $M_1(>1)$ に対して角 θ がある値より小さければ，角の点からでる不連続な圧力上昇（衝撃波）を経て，表面に沿う $M_2(<M_1)$ の一様流に飛躍的に移る．凸面(d)では，角の点を中心とする放射状の膨脹領域を経て表面に沿う $M_2(>M_1)$ の一様流へと有限な速度変化をする．もつとも(c)の場合，θ が大きくなるにしたがって M_2 は小さくなり，$M_2<1$ となると，もはやこのような型の流れは不可能になる．しかし斜面の長さが (e)図のように有限で第二の凸角をもつ場合には，第一の角より上流に〝離れた衝撃波〟をもつ流れが可能である．そして衝撃波と第二の角との間に音よりおそい領域ができる．この型の流れは翼が音速に近い気流の中にある場合に実現される．そして前縁のとがった翼では主流のマッハ数が大きくなると衝撃波は前縁に付いて(c)図の型になるが，前縁の丸い翼ではいくらマッハ数を上げても衝撃波が完全に前縁に付くことはない，また(d)の場合，θ が大きいほど M_2 は大きく，圧力は低い．そして空気（比熱比 $\gamma=1.4$）では $M_1=1$ の流れが $\theta=130.45°$ だけ偏向すると真空になる．これ以上の角度ではキャビテーションをおこす．実際にはこれより小さい角度で流れが表面から剝れてしまう．

3. 音よりおそい流れ

翼を過ぎる流れを考えることとする．流れの速度がいたるところ音速より小さい場合には，流れの性質を端的に表わすものとして Prandtl-Glauert の法則がある．これは翼が十分薄いとして，そのまわりで主流に附加される速度が主流そのものに比べて十分小さいことを仮定して導かれるもので，次のようにいい現わされる．

主流のマッハ数が M_∞ である場合の翼のまわりの流れは，翼幅が $\sqrt{1-M_\infty{}^2}$ 倍に縮小し，翼の厚み，そり，迎角が $1/\sqrt{1-M_\infty{}^2}$ 倍に拡大された低速($M_\infty=0$)の流れに相当する．

翼幅が十分大きいときは，この方向の状態変化は無視できるから二次元的な流れとして考えればよい．この場合には，翼面上の圧力係数 $C_p=(p-p_\infty)/(1/2\cdot\rho_\infty U_\infty{}^2)$（ただし p は翼面上の静圧，∞ は主流をあらわす） が低速の場合の $1/\sqrt{1-M_\infty{}^2}$ 倍になること，また揚力係数 $C_L=L/(1/2\cdot\rho_\infty U_\infty{}^2 S)$ (L：揚力，S：翼面積)，あるいは揚力傾斜 $dC_L/d\alpha$ (α：迎角) が低速の場合の $1/\sqrt{1-M_\infty{}^2}$ 倍となることなどが導かれる．

翼幅が有限の場合に上の法則をあてはめ，楕円型揚力分布を仮定すると，高速の場合の揚力傾斜：

$$a_c=\frac{dC_L}{d\alpha}=\frac{a_{oi}}{\sqrt{1-M_\infty{}^2}+a_{oi}/\pi A}$$

が得られる．(1)(2) ここに $a_{oi}=2\pi$，A は縦横比（(翼幅)^2/(翼面積)）をあらわす．低速の場合の $dC_L/d\alpha$ を a_i であらわせば

$$\frac{a_c}{a_i}=\frac{2+A}{2+\sqrt{1-M_\infty{}^2}\,A}$$

となる．これから A が小さいほど $dC_L/d\alpha$ に対する圧縮性の影響が小さいことがわかる．この式は元来が A があまり小さくない場合の理論にもとづいているから，極端に翼幅の小さい場合に適用することは無理であるが，それにしても A が小さくなるにつれて圧縮性の影響が消えて行くという性質を示しているといえよう．

翼幅のきわめて小さい翼，あるいは一般に細長い物体に適用される理論は Jones(3) その他によって戦後に開拓された新しい分野であるが，それによると，ごく細長い物体，翼などの空気力学的特性は，少くとも $M_\infty=1$ の近くでマッハ数によらないことが示される．

4. 音に近い流れ

Prandtl-Glauert の法則は M_∞ があまり高くない間（ふつうの翼型では 0.7～0.8 くらいまで）は実験とよく合う．しかし M_∞ がさらに1に近づくとこの法則は成立たなくなる．翼の最大厚附近の速度は主流の速度より大きいから，主流が音速に近づくと，まずこの附近の流速が音速に達する．さらに主流がはやくなると，最大厚附近には音よりはやい領域がひろがり，速度が最大の点，いいかえると圧力が最低の点が下流へ移動する．そしてこのように一旦超音速に加速された流れは衝撃波を経て再び音速以下にもどる．このように低速の場合と本質的にちがった流れの形をとるので，Prandtl の法則のように低速の場合に引直して考えることができなくなるのである．

翼面上に超音速域が発達すると，最低圧力点の後退，衝撃波によるエネルギーの損失，衝撃波による流れの剝離などのために翼の抵抗が急に増大する．翼に揚力がある場合，上面についで下面にも超音速ができて負圧が増すため揚力が急に減る．そして頭下げのモーメントが急に増して来る．また剝離のために翼の振動その他いろいろ都合の悪いことが起る．

衝撃波は音よりはやい流れの中でなければ定常的には存在しないが，翼面上で局所的にすこしでも音速をこすと直ちに連続的な流れが破れて衝撃波ができるのか，それともある程度超音速域をもった連続な流れが存在するものかは，古くから問題になっていることである．

今日では，少なくとも特定の形の物体で，特定のマッハ数に対して，部分的に超音速を含むいわゆる混合型の連続な渦なしの流れの存在は理論的に示されているが(4)，

一方においてこれは孤立解であって，物体の形やマッハ数がすこしでも変ると連続流が破壊されるような性質のものであり，従って実際には存在し得ないものだとする考え方がある.[5] もちろんこれらは粘性を無視した完全流体としての理論であるから，実際とはいくらか違うということも考えられる.

この問題についてわれわれは一昨年から，生研6×9.2 cm 誘導式高速風洞を用いて実験を行っている. 実験は干渉計による圧力分布の測定とシュリーレン法とを併用して翼面上の衝撃波の発生をしらべるもので，現在までに玉田翼型（玉田博士[4]により $M_\infty=0.745$ のとき混合型の連続解の存在が確かめられた形）および厚み比10%の楕円柱についての実験を行つた. 後者は翼面上の速度分布が平坦であるという特徴をもっている. 紙面が限られているので詳細の報告は別の機会にゆずるとして主な結果だけを挙げたい（流れの写真の一部は既に本誌に報告されている[6]).

(i) 翼面上のマッハ数が1に近づいた状態では，後流の渦からたくさんの弱い圧縮波が出て，これが翼面附近を上流にさかのぼって行く.

(ii) 翼面上に音よりはやい所ができると，その減速領域で上記の波が増幅し，その結果，数本の非定常な衝撃波を伴なう振動性の流れができる. そしてマッハ数が高いほどこの波は強くなる.

(iii) マッハ数がさらに上って音よりはやい領域が発達すると，はじめて定常的な衝撃波が形成される.

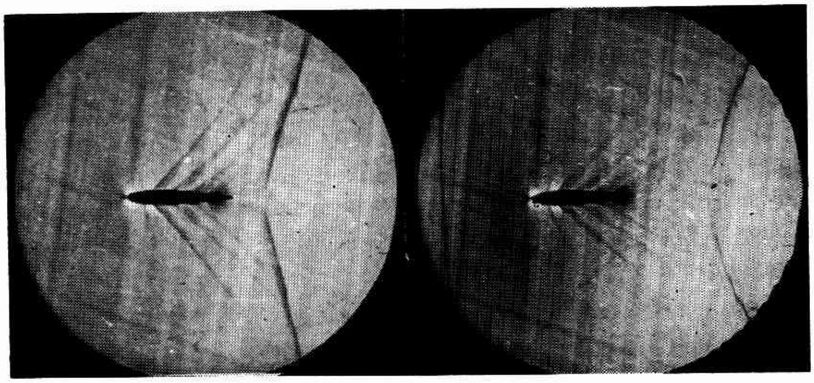
(iv) (ii)の段階における非定常波の強まり方は翼型によって差があり，楕円柱は玉田翼型よりも強まり方がはやい.

(v) 翼前縁にテープをはって境界層を乱流にすると，境界層と衝撃波との干渉（後述）がなくなる. そして(iii)の状態では明瞭な1本の衝撃波ができるのに対して，(ii)では数本の波があり，この両者は判然と区別される. Kuo[7]は，混合型の連続な渦なしの流れの安定を論じ，"超音速の領域に下流から圧縮波がさかのぼるとき，加速領域ではこれがすぐに減衰するが，減速領域では増幅し，ついにはげしくもとの流れを破壊する. したがって混合型の連続流は実際には存在しないのである" と結論している. われわれの実験の結果はこれとよく似ているが，圧縮波が増幅しても平均流をほとんどくずさぬような中間の段階があることから見て，圧縮波の増幅そのものをただちに定常な意味での衝撃波の発生と結び付けることには疑問があると思われる.

さて，衝撃波が発達すると，翼の特性にはいろいろの悪い変化がおこる. これらのことは，M_∞ が0.9くらいまでは風洞実験等によってかなりよくしらべられている.

しかし M_∞ がさらに1に近づくと，風洞壁の影響のため実験は非常に困難になる. それは物体が風路の一部をふさぐために，その上流のマッハ数をある限界以上に上げることができなくなるからである. 同様のことが M_∞ が1よりわずかに高い場合にも言える. したがって $M_\infty \simeq 1$ の実験には，風洞はできるだけ大きく，模型はできるだけ小さくしなければならない. 最近では，風洞壁を薄い鋼板などで作り，自由飛行の場合の流線と同じように変形させることによって壁の影響を除くことが考えられているが，諸外国のこれに関する研究の詳細は明らかにされていない.

一方，衝撃波管を用いると，$M_\infty=1$ の附近では定常流は得られないが，少くとも物体の近くの流れに関するかぎり定常流に近いものを実現することができる. 筆者の研究室でもこの方法によって実験が行われている. 衝撃波管は風洞に比べて費用がかからない点ですぐれているが，気流の持続時間が短いので，物体にはたらく空気力を直接に測定することがむずかしい. 現在ではもっぱらシュリーレン法や干渉計などの光学測定が行われているが，気流が二次元的あるいは軸対称的の場合以外は，干渉計で測定された光路差から，密度ないしは圧力を計算することが困難であるという欠点がある.



(a) $M_\infty=0.98$　(b) $M=1.04$

第3図 翼型を過ぎる音に近い流れ

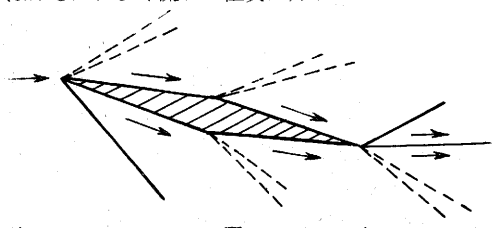
第3図は生研 6×15cm 衝撃波管を用いて，大島耕一君が撮影した，翼型 NACA-0012 を過ぎる $M_\infty=0.98$, 1.04の流れのシュリーレン写真である. 翼面の数ケ所に細いセロテープがはってあり，これからマッハ線が出ているのが音よりはやい領域である. 写真の流れは完全に定常ではなく，(b)図の左端に見える"離れた衝撃波"はまだ上流へ動きつつあるが，翼面附近の流れはほとんど定常になっている. この二つの写真は，(b)図に離れた衝撃波があることの外は非常によく似ている. 実際，この離れた衝撃波は気流にほとんど垂直で曲り方も少なく，

そしてきわめて弱いものであるから，この波の下流は音よりわずかにおそい一様流であると考えてよい．したがって翼のまわりの流れは(a)と同様になるのである．これからわかるように $M_\infty=1$ においては特別な異常はおこらないのである．そして，$M_\infty\to1$ の極限では，M_∞ の変化に対して翼面上のマッハ数が不変になるということを利用すると，抵抗係数，揚力係数などの曲線の $M_\infty=1$ における傾斜が理論的に導かれることが知られている．

音に近い流れの理論の中で特記すべきことは，くさび，二重くさび翼（菱形翼），迎角のある平板などに対して $M_\infty=1$ の解が Guderley 等[8]によって求められたことであろう．またくさびや二重くさび翼型について，M_∞ が1に近い場合の数値解[9]が得られるなど，これまで全然未知であった領域は急速に開拓されつつある．

5.　音よりはやい流れ

前にも述べたように，M_∞ が1よりわずかに大きいときには，さきのとがった物体でも離れた衝撃波ができるが，M_∞ がやや大きくなると衝撃波は先端に付き，流れの場全体が超音速となるから，理論的取扱いも容易になる．また M_∞ が1.5くらいから上は風洞壁の影響の心配もなくなるから実験も容易となり，音に近い流れに比べればはるかによく流れの性質が知られている．

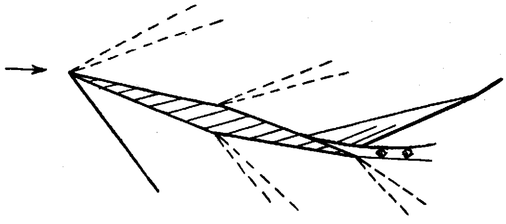


第 4 図　二重くさび翼型を過ぎる音より速い流れ
（実線：衝撃波，破線：膨脹波）

第4図に二重くさび翼を過ぎる流れの模様を示すが，これは第2図 c)，d）を組合わせたものである，この種の流れは（二次元的あるいは軸対称的ならば）特性曲線と衝撃波極線の方法によって図式に解くことができるが，問題を近似化して，翼による攪乱が小さいと仮定すると，流れのポテンシャルの方程式が線型化されて取扱いが容易になり，三次元の流れの計算も可能になる．このようにして三角翼，矢形翼などの実用的な問題が解かれている．

これらの理論は空気の粘性を無視しているから，いくらか実際とちがうことは当然である．ふつうの翼型で M_∞ が 2～3 くらいの場合には，境界層と衝撃波との干渉という現象のために，後縁附近の流れが理論とすこしちがってくるだけと考えてよい（第5図）．

翼の表面に接して境界層と呼ばれる，粘性のために減速された薄い層があることはよく知られている．そこで層の外側の流れが音よりはやくても，層の内側には音よりおそいところがあるわけである．したがって，表面のどこかに流れの急な圧縮あるいは膨脹があると，その圧力が境界層の内側の部分を伝わって上流にさかのぼることができるのである．実際には膨脹の場合よりも，圧縮すなわち衝撃波の場合の方がこの現象がいちじるしい．そして上流にさかのぼった圧力上昇は境界層を厚くさせ，あるいは剝離させるから，層外の流線が偏向し，第2図 c）と同様な斜めな衝撃波を発生させることになる，この現象の特徴は，境界層と層外の衝撃波を伴なつた流れとが循環的に関係しあっていることであり，境界層の存在が表面からずっと離れたところまで影響することがあるという点で注意すべきことである．

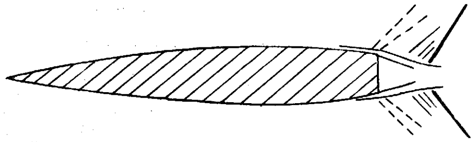


第 5 図　後縁の衝撃波と境界層との干渉

境界層と衝撃波との干渉は層内の流れが層流の場合にはいちじるしく，乱流の場合にはあまり目立たない．後者では層内の速度分布が平坦で，音よりおそい領域が表面のごく近くに限られるからである．

この問題と軌を一にするものに〝底面圧〞の問題がある．砲弾のように後端が平面に切りおとされた物体の抵抗にはこの面の圧力が大きく影響する．

さきに述べた線型の翼型理論によると，超音速においては，前後対称の二重くさびが同じ厚さの翼型の中で最も抵抗が小さいことが示されるが，最近の研究[10]によれば，強度を同じくすれば第6図のように最大厚を後へずらして後端を切り取った方が頂角を小さく，翼を薄くできて，抵抗が小さく，しかも $dC_L/d\alpha$ が大きくなるということが見出されている．この際どのような断面形がよいかということは底面圧が与えられないときまらない．しかも底面圧にもとづく抵抗は中くらいの超音速において翼型の全抵抗の半分以上を占めるものであるから，これを正確に知ることは大切な問題となるのである．



第 6 図　後端の切れた翼型

この場合の流れは第6図のように後端で流れが剝離するが，後端の境界層，渦流域の構造などが外側の膨脹波や衝撃波の形や位置，従って底面の圧力に影響する．この問題については現在でもある程度のことはわかっているが，くわしく見ればまだ不明な点が残っている．

これら一連の粘性の関係した現象は，高速気流の実験においてマッハ数のみならず，レイノルズ数を考慮しなくてはいけないということを改めて痛感させるものである．このことは，摩擦抵抗，表面温度上昇あるいは熱伝達というような境界層に固有の問題についてはいうにおよばぬことである．

したがって実験装置としても，真空槽に大気を吸込む方式の風洞のように，模型の大きさを変えないとマッハ数と独立にレイノルズ数を変えられないものでは不十分である．タンクに蓄えた高圧空気を吹出す方式はこの点では吸込式よりすぐれているが，気流の持続時間をあまり長くできない欠点がある．ことに境界層のように熱的効果が問題となり得る場合の研究には温度の調節のできる変圧風洞のような連続式のものが望ましい．

6. 音よりはるかにはやい流れ

最後に，ロケットの高速化に伴なって必要となってきたハイパーソニックの流れにふれておきたい．

ハイパーソニックというのは大体マッハ数が10くらいから上を指すのであるが，この限界はあまりはっきりしたものではなく，また実際には$M=5$くらいから流れにかなりちがった性質があらわれてくるから，いくらか範囲をひろげて考えてもよいであろう．

第 7 図 ハイパーソニックの流れ

第7図のように翼を過ぎる流れを考えると，マッハ数が大きいことから，前縁の衝撃波と主流との傾きは小さくなる．この衝撃波はそれより下流の翼面の流れに影響を与えるものであるが，マッハ角が小さくなることから衝撃波の前縁に近い部分のほかは翼面に影響を与えないことになる．そこでこの部分の波の形（したがってこれをきめる翼前縁の形）が重要になる．また翼の頭部の圧力は尾部の圧力に比べてはるかに大きくなり，翼の抵抗はほとんどその頭部の流れだけできまってしまうので，けっきょくハイパーソニックの流れでは翼の頭部の形が最も大切になる．

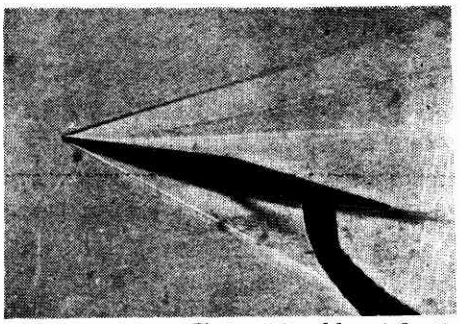
これに関連して粘性の影響を述べなければならない．境界層の理論によると，マッハ数が大きくなるにつれて層の厚さは急速に増す．これは翼の頂角を増したことに相当するから，翼面の圧力は境界層がない場合より高くなる．またマッハ数がきわめて高いときは前縁の衝撃波がほとんど翼面に平行になるから，従来の境界層理論とはちがった粘性流の取扱いが必要になる．この種の研究は最近次第に多くなってきた．

また例えば二重くさび翼の中央の稜線において流れが表面について十分膨脹することができずに剝離してしまうなど，流れの模様は前節に示した完全流体の場合とははなはだしく違ってくるのである．

風洞においてハイパーソニックの流れを実現するには非常に大きな圧力差を必要とするのみならず，空気のはげしい断熱膨脹のために温度が低下し，空気自身が液化するので，これをさけるために空気を予熱する必要を生ずるなど，厄介な問題が多く，風洞の建設には莫大な費用を要する．

このような設備上の難点をさける意味で，衝撃波管の構造に改良を加えて，瞬間的なハイパーソニックの流れを作ることが考えられている．

われわれも昨年来この方法について研究しており，現在は拡散型衝撃波管によってマッハ数5の近くまでの実験ができるようになっている．引きつづき，二重膜の使用によりさらに高いマッハ数を得ることを計画中である．



第 8 図 二重くさび翼型を過ぎる$M_\infty=4.8$の流れ

第8図は筆者の試作した拡散型衝撃波管による$M_\infty=4.8$における二重くさび翼型の流れである．シュリーレン法のナイフエッジを気流に平行に入れてあるから，上面と下面では密度変化に対する黒白が逆になっている．境界層が非常に厚いこと，上面では前縁で境界層が急に厚くなること（局部的に剝離しているとも考えられる）によって前縁から膨脹波でなしに衝撃波を生じ，ついで膨脹波を生じて流線がやや表面に復帰し，つぎに一群の圧縮波によって表面から剝離することなどがわかる．

この写真の流れは，まだ真のハイパーソニックとはいえないが，それでもこのような高速では物体の頭部の流れ，特にそれにおよぼす粘性の影響が重要なことを示していると思われる．(1954. 7. 6)

文 献

(1) Gothert, Lilienthal Gesellschaft 127, 1940
(2) Tsien & Lees, J. Aero. Sci., 12, 173 (1945)
(3) Jones, NACA TR 835 (1946)
(4) 玉田，数理物理学研究 II，107 岩波書店 (1952)
(5) Busemann, Martin's Fluid Dynamics, Vol. IV, McGraw-Hill (1953)
(6) 玉木，生産研究 6 巻 3 号，63 (1954)
(7) Kuo, J. Aero. Sci., 18, 1, (1950)
(8) Guderley-Yoshihara, J. Aero. Sci., 20, 757 (1953); Guderley, J. Aero. Sci., 21, 261 (1954)
(9) Vincenti-Wagoner, NACA TR 1095 (1952)
(10) Chapman, NACA TR 1063 (1952)