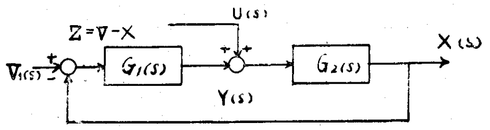
研 究 速 報

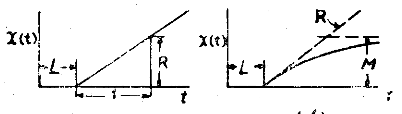
むだ時間のある制御系の根軌跡

高 橋 安 人

根軌跡法は線型制御回路の計算に用いられる一手法で周波数応答法の欠けたところを補うものといわれている。Evansが提案し[1]，時にわが国では野本明によつて紹介され研究されてきた[2]。最近アメリカでは Yeh らによつて4次までの集中学数系が研究されている[3]が，分布常数系については早くから野本明の研究がある。ここに筆者は野本の研究を拡張し，プロセスの代表特性に主たる制御動作を加えたときの代表根の図解法を示し，これによつて求めた根軌跡線図上に制御動作調整効果を表わし，諸研究者の最適調整条件も図上に付記して，プロセス制御論への根軌跡法の実用化を図つた。



第1図　閉ループ構成要素



(a)　(b)

第2図　制御対象の過渡応答

研究した回路は第1図のもので，ここに制御装置の伝達函数 $G_1(s)$ は比例 (P)，積分比例 (PI)，微分比例 (PD)，微積分比例(PID)のもの，すなわち一般に

$$G_1(s)=S\left(1+\frac{N}{s}\right)(1+Ds)$$

S は比例感度，N はリセット率，D は微分時間とする。また制御対象特性は第2図すなわち

(a) に対し　$G_2(s)=Re^{-sL}/s$

(b) に対し　$G_2(s)=Re^{-sL}/(R/M+s)$

とする。以上から求まる回路一巡伝達函数を

$$G_1(s)\cdot G_2(s)=k\,G(s)$$

とおくと無次元化して

$$k\,G(s)=k\frac{e^{-q}}{q+a}(1+qd)\cdot\left(1+\frac{n}{q}\right)$$

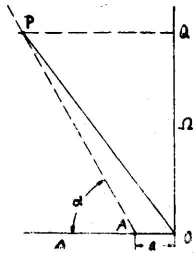
ただし

$$k=SRL,\quad q=SL,\quad a=RL/M,\quad n=NL,\quad d=D/L$$

となる。そして根軌跡が位相条件，

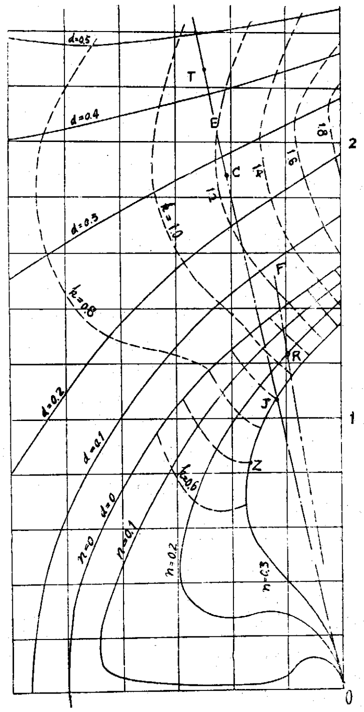
$$LG=\pm(2n+1)\pi,\quad n=0,1,2,\cdots\cdots$$

から求まるのであるが，その操作は簡単な図解になる。たとえば P 制御では $q=-\triangle+j\Omega$ なる複素面上で，原点0から $\overline{OA}=a$ にとり，任意の $\overline{AP}$ 上に高さ $\Omega=\overline{OQ}=2\pi n+\alpha$ となるように P をとればよい（第3図）。



第3図　P制御の図解

第4図がこの種の図解で求めた軌跡例である。図中の $\overline{OE}$ が25%減衰線，PI 制御($n=0$ 線下方）に対しては J 点が Cohen-Coon の最適点，Z が Ziegler-Nichols 第2法によるそれ，$1/e$ 減衰を示す $\overline{OF}$ 線上の R点が Rutherford の最適点である。また PD 制御($n=0$ 線上方）では C 点が Cohen-Coon の最適点，T点が過渡応答最小条件からかつて高橋が求めた最適点である。最適点はある程度便宜的にきめられるもので，外乱のパタンによつても違うが，このように根軌跡面上で見渡すと大体どの辺が適当かということや，最適条件の背景をなすインホメーションをつかむことができる。ただし上記でふれなかつた実根の作用も忘れてはならない。



第4図　PI および PD 制御の代表根軌跡　$a=0$ の場合

さらにこの研究で筆者は図上で代表根の振幅を求めて行う過渡応答の図解法を示し，また将来の根軌跡の研究が実用性を無視した形式論におちいらないよう戒めた。ここに本研究に対する野本明，大島康次郎氏の討論，Dr. Cohen の資料送付を感謝する。

(1953・11・12 福岡にて発表)

1) W.R. Evans, Trans AIEE, 67 (1948) 547
2) 野本明，Proc. 2nd Jap. Nat. Congress for Appl. Mech. (1952) 359
3) V.C.M, Yeh, ASME Paper 53—F—7, 53—F—21 (1953—10)