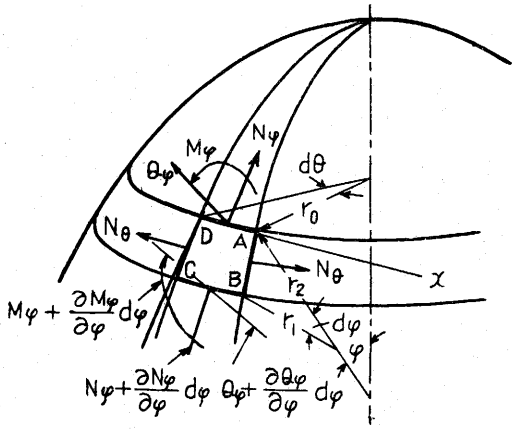
変断面球殻の解

坪井善勝・秋野金次

厚みの薄いドームのような構造物を殻と呼んでいるが，変断面の殻構造の支点附近の応力状態は従来あまりよく解析されていない。ここでは殻構造の一種である球殻について厚みが φ の函数である場合の支点近傍の応力を解析した。



第 1 図

軸方向力を N, 剪断力を Q, モーメントを M とおくと軸対象，無荷重時の殻の基本方程式は

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^2Q\varphi}{d\varphi^2}+\left\{\cot\varphi-\frac{1}{t}\frac{dt}{d\varphi}\right\}\frac{dQ\varphi}{d\varphi}-\left\{\cot^2\varphi-\nu\right.\\&\qquad\left.(1+\cot\varphi\frac{1}{t}\frac{dt}{d\varphi})\right\}Q\varphi=-EtV\\&\frac{d^2V}{d\varphi^2}+\left\{\cot\varphi+\frac{3}{t}\frac{dt}{d\varphi}\right\}\frac{dV}{d\varphi}-\left\{\cot^2\varphi+\nu\right.\\&\qquad\left.(1-\cot\varphi\frac{3}{t}\frac{dt}{d\varphi})\right\}V=-\frac{a^2}{D}Q\varphi\end{aligned}\right\}\cdots(1)$$

ここに

$V=\frac{1}{a}\left(u+\frac{dw}{d\varphi}\right)$

$t=t\ (\varphi)$ ：球殻の厚み

a ：球殻の半径

E ：ヤング率

$D=D\ (\varphi)$ ：版剛度

ν ：ポアソン比

u ：子午線方向の変位

w ：半径方向の変位

今支点近傍の応力を論ずることにして，$\cot\varphi$ を無視する。かつコンクリートのポアソン比を $\nu=0$ とする。さらに，厚み t の変化を exponential で表わすものと仮定し

$$t=t_0e^{2k\varphi}$$

たたし t_o, k は断面の形によつて決る定数。

とおくと，(1) 式は簡単化され，(1) 式から $Q\varphi$ を消去すると，

$$\frac{d^4V}{d\varphi^4}+16k\frac{d^3V}{d\varphi^3}+84k^2\frac{d^2V}{d\varphi^2}+144k^3\frac{dV}{d\varphi}+e^{-4k\varphi}\beta^4V=0\quad\cdots\cdots(2)$$

ここに　$\beta^4=\frac{12\,(1-\nu^2)}{t_0{}^2}\,a^2$

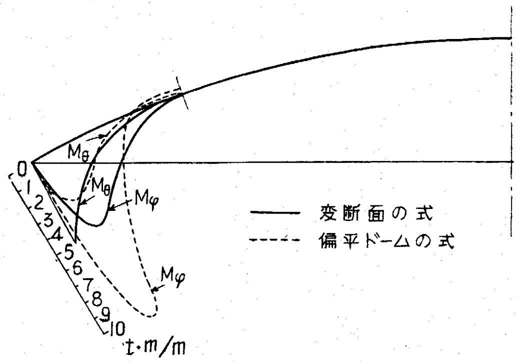
を得る。この微分方程式解は $\sqrt{5}$ 次の modified Bessel function で与えられるが，整数次の解をうる方がよいので，(2)式の第二，三，四項の係数を若干変更して (2)′ 式に書き直す。

$$\frac{d^4V}{d\varphi^4}+17k\frac{d^3V}{d\varphi^3}+88.375k^2\frac{d^2V}{d\varphi^2}+140.8125k^3\frac{dV}{d\varphi}+e^{-4k\varphi}\beta^4V=0\quad\cdots\cdots(2)'$$

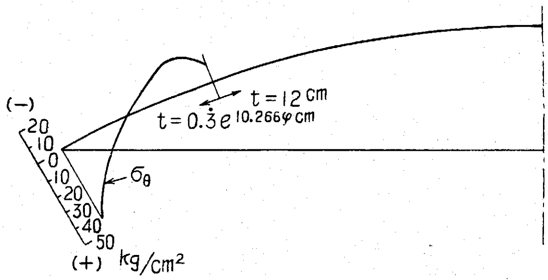
この方程式を解くと

$$V=(\rho x)^{3\cdot25}\left\{J_3(i^{\pm\frac{3}{2}}\rho x)+K_3\,(i^{\pm\frac{1}{2}}\rho x)\right\}$$

ただし　$\rho^4=\beta^4/k^4$, $x=e^{-k\varphi}$



第 2 図　曲げモーメント図



第 3 図　リング方向応力図

が得られ，これより応力計算上必要な Q_φ, N_φ, N_q, M_φ, M_q, v, w が求められる。第 2 図，第 3 図に直径 50 m の円形プラン上を a=50m の球殻で覆つた場合で t_o=0, 003 m, k=5, 1330 のときの解を例示した。

(1953・11・26)