水面波の反射に関する計算

服　部　剛

無限の深さを持つ水域に鉛直な平面壁が設けられているならば，それの一方側から投射した二次元の水面波は全部反射されて逆行する。しかるに壁の吃水が有限である場合は（第1図）投射波の一部は反射されるが他部は壁の下をくぐり抜けて反射側の水域に進入し，そこで新たな波を起すことになろう。このような現象は水面波に限らず，あらゆる種類の波についても見られることは周知の通りであるが，水面波の場合は固体境界（本例では壁）の他に，水面で圧力一定（＝大気圧）というもう一つの境界条件を満足せねばならぬために，例えば音波のような粗密波の反射・廻折等の現象における境界条件の取扱に比べはるかに困難なものとなるのである。

筆者は先に，水面下に週期的な攪乱源があるときに発生する表面波の理論式 (2) を導いたのであるが，その応用の一例としてこの問題を取上げて見た。そして適当な工夫を施して，二つの境界条件の中，固体境界の方は考慮に入れずにすむように，言いかえればおのづから忠実に満足できるようにした。

さて，表面波の速度ポテンシアル ϕ は，ラプラスの方程式 $\Delta\phi=0$，及び水面における圧力条件を満足すべきものとして，次のように求められる。

$$\phi=Ae^{\alpha y}\cos(\sigma t\pm\alpha x) \quad\cdots\cdots(1)$$

A は振巾，$2\pi/\sigma$ は週期，$2\pi/\alpha$ は波長である。なお，以後 $\alpha=\sigma^2/g$ を1とする単位を使うことにすれば (1) は簡単に次のように書かれる。

$$\phi=Ae^{y}\cos(t\pm x) \quad\cdots\cdots(1')$$

水面下に週期的な水の運動があると，それが水面に攪乱を与えて波を起す原因となる。結果のみ示せば，速度ポテンシアル $\psi\sin t$ を持つ水の運動によつて起される表面波の中，正及び負の無限遠に進行する波は

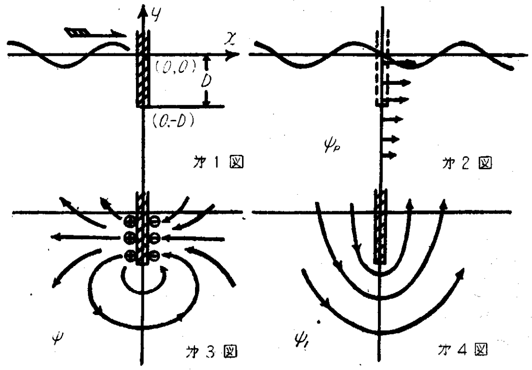
$$\phi_{\pm\infty}=e^{y}\cos(t\mp x)\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\partial\psi}{\partial y}\right]_{y=0,x=\lambda}\times\cos\lambda\,d\lambda \quad (2)$$

となる。これは水面附近に境界がない場合である。又，境界があるときでも，例えば第1図のような $x=0$ の一部を形作る垂直な境界で，水の運動がそれに関して左右対称である場合には，$x=0$ を通して水の流れはないのであるから，その全体を境界として考えても，或は境界が全然ないと考えてもよいから，この場合も (2) 式が適用できることになる。

本例の場合，始め境界がないと考えれば（第2図），進行波

$$\psi_p=Ae^{y}\cos(t-x) \quad\cdots\cdots(3)$$

は $x=0$ 上 $y=-h$ では x 方向の速度成分 $u_0=-Ae^{-h}\sin t$ を持つから，そこの dh なる部分を通過する流量は u_0dh である。(0, 0) から (0, $-D$) までが壁であるためには，そこで x 方向に流過する水があつてはならない。従つて，その部分の壁の前面には強さ u_0dh の吹出しを，後面には同じ強さの吸込を分布させればよいことがわかる。この吹出し・吸込の分布による水の運動を ψ とする（第3図）。



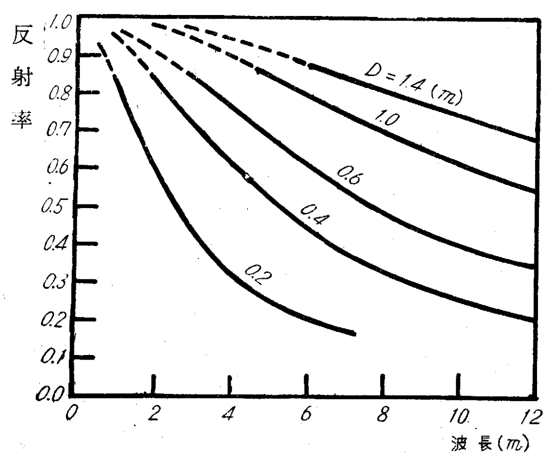
第 1, 2, 3, 4 図

ψ_p に ψ を加えることにより壁の条件は満足されるが，$x=0$ の壁以下の部分は x 方向の速度成分を持つている。そこで，それと一致した速度成分を持つ第4図の境界の周りの流れ ψ_1 を求めて差引いた $\psi_2=\psi_p+\psi-\psi_1$ を考えると，ψ_2 は $x=0$ 全体にわたつて x 方向の流れを持たないから，前述の場合に帰し，発生する波は (2) 式に $[\partial\psi_2/\partial y]_{y=0,x=\lambda}$ を入れれば求まることになる。

上の要領に従つて，投射波 (3) に対する反射波

$$\psi_{-\infty}=A'e^{y}\cos(t+x) \quad\cdots\cdots(4)$$

の振巾 A' を数種類の境界の吃水に関して計算した。第5図には反射率 A'/A の投射波波長に対する曲線を示した。(1953. 2. 23)



第　5　図