ガラスの破壊現象

寺　尾　宣　三

まえがき

材料の機械的性質に関しては古くから多くの研究が行われており，弾性論，塑性論等として発達してきたが，それに続く破壊の段階に到るとすこぶるまとまりのない混乱状態にあるという感を与える。破壊現象において，工業上からみても，又，物性論の興味ある一分野としてもまず問題となるのは，破断強度に関するものであり，現在，われわれの直面している混乱の原因も，大部分のものがこの破断強度に関係している。それは例えば，実際に測定される材料の破断強度が，その材料を構成する原子の凝集力から期待される値よりもはるかに小さいとか，できるだけ一様に作られ試験片について強度を測定しても試験片毎にかなりの変動があるとか，或は，実験条件によつて強度が種々様々に変化するとかいうようなことである。このような問題を解決するためには，均一等方性物質で複雑な変形の比較的少いガラスの如き脆い材料から研究を進めてゆくのが適当と考えられるので，以下では主として，筆者がまで関係してきたガラスに関する問題を取り扱うこととするが，これは又，一般材料についても適用できるものと考えられる。

1) 破断強度

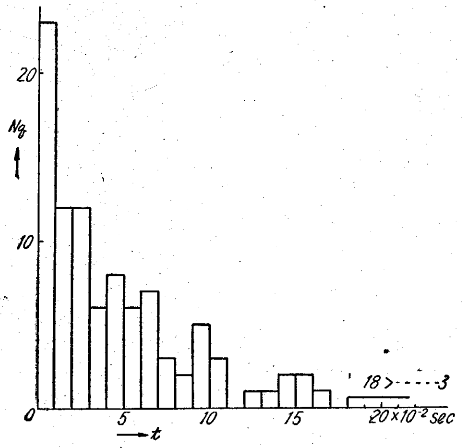
前述のように，破断強度の測定にはいちじるしい変動があらわれるということはよく知られていることであるが，それにもかゝわらず，多くの場合，試験片の調整，測定方法を注意深く実行すればある一定の強度が得られるはずであるという漠然とした期待にもとづいて処理されている。従つて，材料の破断強度についてはいくつかの試験片の平均破断強度のみが意味があり，もし特に，そのばらつきの程度を問題にするときには平均偏差を以てするという態度がとられている[1]。強度のばらつきそのものについても，ただガラスの正規分布に近い分布をするとか，それより少しずれているとかいう程度のことがいくらか問題にされたのみで，このばらつきの性格そのものを実験的に忠実に確かめるということに対してはあまり努力が払われなかつた。材料の内部には微小な欠陥が存在するという考えは，破断強度に関する実験事実から，最初，Griffith 等によつて提案されたものであり[1]，これにもとづいて強度の変動を統計的に説明しようとする試みも行われているが[2]，まだ満足すべきものといい難い。このような欠陥を考慮するにしてもそれ等の，破壊の際の動的な行動を明らかにすることが必要である。それは又，割れ目の発生および成長の機構を明らかにすることであり，これが破壊現象の研究では最も重要な問題と考えられる。

破断強度には荷重を加える時間が大いに関係することはよく知られていることであるが，ガラスについてある一定の時間だけ，一定の荷重をかけ続けた時，どれだけの荷重にたえ得るかという問題は，Glathart，Preston により広い時間範囲にわたつて実験が行われた[3]。しかし，こゝでも強度の平均値のみを考慮し，そのばらつきについては大して注意が払われてはいない。破壊現象に関する研究を進める前に，こゝで少し立ち止つて，ある材料の破断強度とは何かという根本問題をもつとはつきりさせておく必要があるように思われるが，これに対するより積極的な解答の一つが 1948 年，平田教授により提案された。以下，同教授の考察のあとをたどつてみることにしよう[4), 5), 6)]。

われわれの観測し得るいろいろの物理量は物質の素粒子的構造にもとづいて必然的に統計的な性格をもつてくる。特に，微視的変化が一方向に大きく成長して巨視的変化を生ずるような現象においては，考慮し得べきあらゆる条件を一定に保つても，それに対して得られる観測値は決して一定ではなく，いちじるしい変動が認められる。破壊現象のようなものもこの一例である。すなわち，ガラスのような脆い固体を破壊する時，応力がいくらになつた時，どこにどれだけの割れ目が発生するかは確率論的な考察を無視しては論ずることのできない問題である。割れ目の発生位置も必らずしも応力最大の点とは一致せず，又，条件によつては，ほぼ一様とみなし得る歪状態にある部分の非常に多くの点から同時に割目が発生する場合もある[7]。従つて材料の破断強度，割れ目の分布に関しては確率論的な取扱いをすることが必要と考えられる。

このような考えにもとづいて行われた実験の結果は概略次の通りである。両端を自由に支持した細長いガラス試験片の中央にある瞬間に一定の荷重を加え，そのまゝの状態を持続させ試験片が破断するまでの時間を測定する。実際に測定された一例は，普通の単純な弾性理論か

ら計算されるガラス片下面の最大引張り応力がそれぞれ 31.5×10^2, 25.2×10^2, 18.9×10^2, $15.8\times10^2\,kg/cm^2$ で，試験片の総数はおのおのの場合について約 100 本である。一例として $f=31.5\,kg/cm^2$ の場合の割れ目発生の時間おくれ t の変動を示すと第1図のような頻度分布をしている。こゝで N は各場合における試験片の総数，$N\cdot q$ は頻度数を表わす。



第1図：破断の時間おくれの分布(平田)

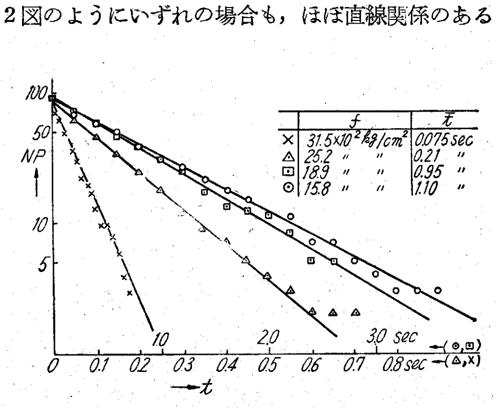
t がこのように変動することについては次のように考える。ガラス板の下面に一定の張力がかゝり始めた瞬間を時間の原点にとると，いゝ割れ目が発生するかは確率の問題であつて，任意の時刻 t において単位時間内に割れ目の発生する確率が $\mu(t)$ であるとする。t と $t+dt$ の間に破断する試験片の割合を $q(t)\cdot dt$，時間のおくれが t よりも大となる確率を $p(t)$ とすれば，これ等の量の間には次のような関係が成り立つ。

$$p(t)=\int_t^\infty q(t)\cdot dt \tag{1}$$

$$p(0)=1 \tag{2}$$

$$\mu(t)dt=-dp/p=-d(lnp) \tag{3}$$

$N\cdot p(t)$ の対数を従軸に，t を横軸にとつて図に示すと第2図のようにいずれの場合も，ほぼ直線関係のあること



第2図：$log\,Np$ と t との関係(平田)

とが知られる。これは (3) 式における μ が t に無関係な常数であることを意味している。すなわち

$$\mu(t)=m,\ p(t)=exp(-mt),\ q(t)=m\,exp(-mt) \tag{4}$$

t の平均値は

$$\bar{t}=\int_0^\infty t\cdot q(t)dt=1/m \tag{5}$$

これは，一定荷重をかけた場合の破壊状態への遷移確率は一定，すなわち，全く偶発的であつて放射性原子もしくは素粒子の崩壊の際の指数法則と同じ法則に従つていることを意味している。f を小さくして t が数分ないし数十分程度の場合にも (4) 式の関係がよくあてはまることは久保田教授によつて報告されている[8)]。この μ が破断強度を考慮する上に重要な意味を持つものであるが，応力 f に対してほぼ

$$\mu=A\,exp(\alpha\cdot f) \tag{6}$$

なる関係が成り立つことが実験的に確かめられた。この割れ目発生の確率 μ は熱力学的な反応速度論の考えにもとづいて次のように書き表わすことができる[9)]。

$$\mu=a\,exp[-(E_0-E)/kT] \tag{7}$$

こゝで，E_0 は外力がない場合の破壊の活性化エネルギーであり，E は外力によつて加えられるエネルギー，k は Boltzmann 常数，T は絶対温度である。このような式が成り立つものとすれば (6) 式から実験的に，E は応力 f に比例することが分る。すなわち，

$$E=\beta f \tag{8}$$

$$a\,exp(-E_0/kT)=A \tag{9}$$

$$\beta/kT=\alpha \tag{10}$$

一般の破壊試験では時間に比例して増加する荷重を加えるような場合が多いのであるが，この出の強度分布は (6) 式より導くことができる。すなわち，荷重速度を r とすれば

$$f=rt \tag{11}$$

$$\mu(t)dt=A\,exp(\alpha\,rt)dt=-d(lnp) \tag{12}$$

$$p=exp[A/\alpha\,r\{1-exp(\alpha\,rt)\}] \tag{13}$$

$$q=A\,exp(\alpha\,rt)exp[A/\alpha\,r\{1-exp(\alpha\,rt)\}] \tag{14}$$

割れ目が発生するまでの時間 t の平均値は

$$t=\int_0^\infty t\cdot q\cdot dt \tag{15}$$

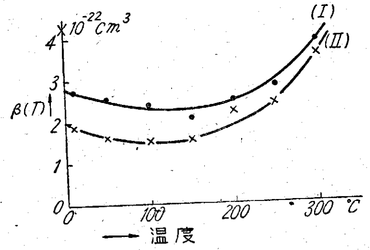
であるから，この時の応力，すなわち，平均破断応力は

$$f=r\int_0^\infty t\,q\,dt \tag{16}$$

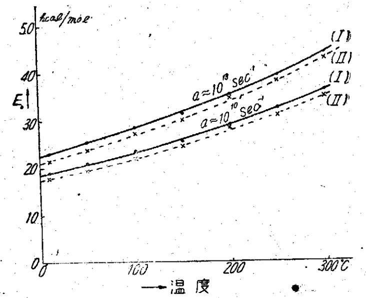
となり，A が r と共にとならない限り，破断強度は荷重速度と共に急激に大きくなる。実際には，条件により A も変化するが，それでも荷重速度の変化による破断強度の変化は (7) 式で議論することができる[10)]。

次に，μ について問題となるのはガラスを構成する原子，分子，もしくはそれ等の集団のある状態におけるエネルギーに関係するファクターであるが，その中でも最も重要なのは (7) 式からも予想されるように温度の影響

である。試験片の幅 10.0 mm，2つの支持枕の間隔 100 mm で厚さが (I) 2.0 mm，(II) 1.65 mm なるソーダ石灰ガラスについて常温から 300°C までの温度範囲で行つた実験結果の一例では[11]，(8) 式の β として第3図のような値が得られた。又，活性化のエネルギー $-E_0$ は (7) 式の係数 a が厳密には決めることができないので，はつきりした値は求められないけれども，$a \approx kT/h \approx 10^{13} sec^{-1}$ とした時，および $a \approx 10^{10} sec^{-1}$ とした場合の E_0 と温度との関係は第4図のようになる。a が多少変化したとしても E_0 の決定には大して影響せず，数十 $kcal/mol$ 程度の値で温度と共に増加する。



第3図　$\beta(T)$



第4図　破壊の活性化エネルギー E_0

粘性，その他の現象から推定される原子移動の活性化エネルギー 150 $kcal/mol$ にくらべるとかなり小さい。これは，或は，破壊機構に関係する単位が原子，分子よりも相当大きなものであることを裏書きしているのかも知れない。材料のエネルギー状態に関係するものとしては更に吸着ガスの影響があり，ガラスの場合には特にいちじるしい影響をおよぼす。例えば水蒸気の吸着は強度をいちじるしく低下せしめる。実際，湿度の影響を調べた結果では (7) 式の E の方は変化しないが，E_0 が，湿度大となるにつれて小となり平均破断強度が低下することが知られた[12]。

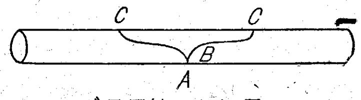
最近，破壊現象を反応速度論の考えによつて取り扱うことが多くの人々によつて試みられているが[13)~17)]，このような理論を採用する際にも，まず重要なのは破壊の機構としてどのようなモデルを用いるかということである。それには割れ目の発生及び成長の機構を明らかにしなければならない。その際には，前述のように，今まで多くの人々によつて研究の対象となつてきたガラスの一種の domain 構造にもとづく破壊の機構，或はもつと特殊な機構[18), 19)]が問題となるであろう。

2)　割れ目の枝分れ

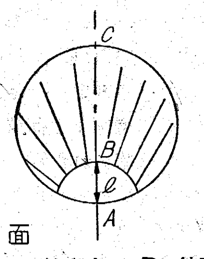
ガラスのような脆い固体が急激に破壊する時には枝分れを伴う割れ目を発生する[20]。この枝分れがどのような機構で生ずるかは，現在，ほとんどわかつていないのであるが，大体，次のように考えることができるであろう。すなわち，ある極限値以上に歪のポテンシャル・エネルギーが蓄積された後，ある一点から破壊が始まりつぎつぎと枝分れしながら割れ目が成長してゆく時，割れ目の先端は歪エネルギーの集中した特異点であり，何時それが枝分れをするかは確率の問題である。従つて割れ目がある点で枝分れを生じ，次に再び枝分れを生ずるまでの割れ目の長さに関しては破断強度に関する統計理論と同様な取り扱いのできることが予想される。ガラス板の，熱歪によつて略一様な歪状態にある field に発生する多数の枝分れを持つ菊花状の割れ目についての測定結果は，この考えの妥当なことを示している[21]。金属材料では普通扱われている程度の応力範囲では，枝分れを伴う程の割れ目は観察されていない。割れ目の形態としては，むしろ粒子がゆるく結合されている粘土のようなものと似ている。非常に硬い鋼でも，やつとゆるやかな彎曲を以て伸びてゆくガラスの，のろい割れ目に相当する割れ目がみられるに過ぎないが，将来，応力がはるかに大となり，組織も緻密なものが得られるようになれば金属材料についても枝分れの現象は観察されるであろう。

3)　破断強度と鏡面との関係

ガラス棒を曲げ，もしくは引張りによつて破断すると，破断面には第5図で示すように一ケ所，鏡のように滑らかな部分があり，その周縁部から鳥羽状の割れ目が重なり合つて発達している。これは，ガラスのような脆い材料が急激に破壊する場合には必らず最初に発生するもので Spiegel（鏡面）と名づけられている[4), 20), 22)]。



(a) ガラス棒の割れ目



(b)破面

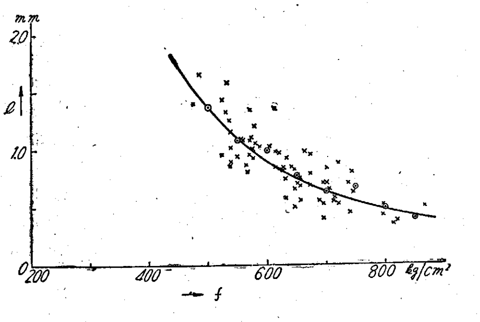
A: 割れ目の始発点　B: 鏡面の終端

第5図　鏡　面

この鏡面に着目してガラスの破断強度の変動を解決しようとする試みが，1930年台に主としてドイツでSmekal一派の人達によつて行われたことがある[23)〜29)]。その基礎となつている考えの概略は次の通りである。すなわち，破壊のはじまりにおいては，まずこの鏡面が極めてゆるやかに成長し，この周縁部から急に速度を増す。そのために，鏡面の部分は応力を負担せず，本当の強度には関係しないと考える。すると断面積 q なるガラス棒を軸方向に引張つた時，L なる荷重で破断したとすれば，破断強度 Z は習慣上 $Z=L/q$ で定義されているが，この場合には真の破断強度 Z_0 として

$$Z_0=L/q-s=Z/1-s/q \tag{17}$$

をとる方が合理的であるという考えである。彼等の実験結果を検討してみると Z_0 の値のばらつきは Z のそれにくらべれば相当小さくなつてはいるが，それでもなお，かなりの変動がみられる。鏡面の成長速度は決してのろいものではなく，(17) 式の物理的意義については更に検討を要するものと考えられる。ただ，今までの実験結果からはつきりといい得ることは，Z が大きい場合には発生する鏡面は小さいということで，このことは機械的な衝撃によつて発生する割れ目についても熱的な歪によつて発生する割れ目についてもあてはまることである[4),30)]。第6図は，この一例として両端を支持した直径4.8 mm のガラス丸棒の中点に時間に比例して増加する荷重を加えて行つた破断試験において，発生する鏡面の大きさを表わす dimension l（第5図）と引張り応力 f との関係を示したものである。



第6図　鏡面の大きさと破断強度との関係

ある一点から割れ目が発生し，それが枝分れを起した時に鏡面の境界が決定されることを考えれば，この鏡面の大きさと破断強度との間には，前で扱つた枝分れと同様に，破断強度に関する統計理論がそのまゝ適用できることが予想される。ガラス丸棒に一定荷重をかけた場合および前述の時間と共に増加する荷重をかけた場合の実験結果から次のことが結論された[31)]。すなわち，鏡面が l だけ成長した時枝分れを起す確率を $\mu(l)$ とする。一定荷重をかけて破断せしめた場合の実験結果によれば $\mu(l)=A(l-l_0)$ となる。こゝで，l_0 はその応力のもとで発生する最小の鏡面の大きさであり，A はある常数を表わす。この μ は一般には応力 f の函数で，次のように書き表わすことができる。

$$\mu(l)=A(l-l_0)F(f) \quad \cdots\cdots l>l_0$$
$$=0 \quad \cdots\cdots l\leqq l_0 \tag{18}$$

従つて

$$p=exp\left[-\frac{A(l-l_0)^2}{2}F(f)\right] \tag{19}$$

$$q=A(l-l_0)F(f)\cdot exp\left[-\frac{A(l-l_0)^2}{2}F(f)\right] \tag{20}$$

l の平均値は

$$\bar{l}=\int_{l_0}^{\infty} l\cdot q\cdot dl \tag{21}$$

$F(f)=exp(\alpha f)$ とすれば

$$\bar{l}-l_0=C\,exp(-\alpha f/2) \tag{22}$$

なる関係が得られる。これも詳細な点については種々議論の余地はあるが，実験的にほぼあてはまることが確かめられた。

4）割れ目の空間的分布

両端が2つの楔で支えられた細長いガラス片の中央に荷重をかける場合には，割れ目の発生する位置は当然中央部に集中するものと考えられやすいが，実際には割れ目の発生する領域は，試験片全体の広い領域にわたつている。上に述べたいくつかの実験についてみると，大きな応力で破断する場合には，その位置は分散する傾向を示しており，これと同様なことは Preston, Baker によつても注意されている[32)]。これは，当然実験条件によつても変るものであろうが，更に，均一な応力状態にある部分では割れ目の発生は全く偶発的に起ることが知られている[33)]。従つて，割れ目発生の位置についてもやはり確率論的な取り扱いが必要となるのではないかと考えられる。すなわち，試験片内の各点に附随して割れ目発生の確率を表わすある状態量を導入することが有効となるであろう。この量はもちろん，各点の応力の函数であるが，前述の破断の確率 μ は，この状態量を試験片全体について積分した　ので表わすことができるはずである。μ は，決して上で扱つたように，試験片の最大応力 f のみに支配されるものではない。試験片の大きさ，応力の加え方等によつて破断強度がいちじるしく異つてくるという実験事実，例えば，一般に試験片が大きい程，強度は小，又，曲げ試験よりも引張り試験による破断強度が小さいというようなこと――これ等は要するに，応力を受けている部分の容積が大きい程，破断を起す確率 μ が大となることを意味しているように思われる――が綜合的に解決できるのではないかと期待される。又，ある点で割れ目が発生した時，それがどのような形態を以て成長してゆくかということも将来に残された問題である。

む す び

たがいに境界を接して存在する2つの相の間にその領域の急激な争奪が起る現象は，一種の破壊現象であると同時に，また成長の現象でもあり，この2つは多くの類似した特質を持つている。その一つは統計的な性格がいちじるしく現われるということである。実際，上述の破断強度に関する問題は，金属材料のみならず[34), 35)]，電気的な破壊現象である空気中の放電[5), 36), 37)]，透電破壊[48)]，マサツ[39), 40)]のような現象にも共通したものであり，また，このような立場から結晶の成長を調べてゆくことも興味ある問題となるであろう。現在，物性論で取り扱われているものは，多くの原子,分子もしくは電子,核子等の集団の平均としての行動が問題となるような種類の現象が多いのであるが，破壊現象においては，平均値そのもののほかに，平均値からのずれの一つ一つが問題となつてくる。物性論において重要な問題となるべき材料の破壊に関しては，さしあたりいちじるしい種々の揺らぎ量を統計的立場から忠実に調べ，更にこれから破壊の機構，物質の内部構造の追及にまで入つてゆくことが一つの行き方となるであろう。こゝでは割れ目の物理学が中心課題となることが予想される。今まで述べてきたことからは，破壊現象に関するこの根本的な問題について本質的な解決が得られたわけではないが，それでもラセン階段を一周り昇つた位の展望はひらけてきたように思う。これがどの程度にまで適用，発展せしめられるかは将来の問題である。統計的な取り扱いは破壊現象を究明する上に必要かくべからざる手段であり，決して現象の真相をぼかすものではない。また，統計的な物理量を，ある確定した量に対して一段と価値の乏しいものと考えることは正しくないであろう。

次に，上述の基礎的な方面と関聯して，応用分野でまず問題となるのは何といつても破断強度のことである。一般に，材料，構造物の強度については精密な計算が行われているにもかゝわらず，最後に経験上導入された安全係数なるものが使用されているが，これは破断強度の統計的性格を十分明らかにすればもつとはつきりとした基礎の上に解決されるべきものである。このことは，困難な問題ではあるが，技術の高度化と共に目的に応じて必らず考慮しなければならなくなるであろう。特に，衝撃的な力の働らく場合，すなわち，非常な短時間内に作用する大きな力，材料の高速度変形とそれに続く破壊とを定量的に追及することは，材料の破壊現象の研究分野において重要な課題となることが予想される。

最後に，本文を草するにあたり，種々御教示をいただいた平田森三先生にお礼を申しあげる。(1952・10・13)

文　献

1) R. N. Haward: The Strength of Plastics and Glass, (1949)
2) B. Epstein: J. App. Phys. 19 (1948) 140
3) J. L. Glathart, F. W. Prerton: J. App. Phys. 17 (1946) 189
4) 平田森三：機械の研究 1 (1949) 182, 231
5) 平田森三：応用統計学 (1949) 11, 01
6) 平田森三：統計数理研究 3 (1949) 57
7) 平田森三：科学 7 (1937) 585
8) 久保田広：応用物理 17 (1948) 286
9) 大森泰輔：九大工学彙報 16 (1942) 239
10) 平田，寺尾：応用物理 20 (1951) 234
11) N. Terao: J. Phys. Soc. Japan 7 (1952) No. 6
12) 平田，寺尾：1992 年 11 月物理学会講演
13) J. C. Fisher, J. H. Hollomon, D. Turnbull,: J. App. Phys. 19 (1948) 775
14) J. C. Fisher: J. App. Phys. 19 (1948) 1062
15) D. Turnbull, J.C. Fisher: J. Chem. Phys. 17 (1949) 71
16) F. B. Hodgdon, D. A. Stuart, F. F. Bjorklund. J. App. Phys. 21 (1950) 1156
17) T. Yokobori: J. Phys. Soc. Japan. 7 (1952) 44, 122
18) J. A. Kies, A. M. Sullivan, G. R. Irwin: J. App. Phys. 21 (1950) 716
19) N. Terao, S. Okada: J. Phys. Soc. Japan. 7 (1952) 427
20) 平田森三：応用物理 5 (1936) 386
21) 寺尾宣三：応用物理 20 (1951) 109
22) W. Winkelmann, O. Schott: Ann. d. Phys. u. Chem. 51 (1894) 718
23) K. H. H. Müller: Zeits. f. Phys. 69 (1931) 431
24) G. Apelt: Zeits. f. Phys. 91 (1934) 336
25) K. Wirtz: Zeitr. f. Phys. 93 (1935) 292
26) A. Smekal: Ergeb. d. Exak. Natw. Bd. 15 (1936) 153
27) K. Mengelkoch: Zeits. f. Phys. 97 (1935) 46
28) M. Eichler: Zeits. f. Phys. 98 (1936) 280
29) G. Schumann: Zeits. f. Phys. 98 (1936) 605
30) 佐々木亘：応用物理 17 (1948) 234
31) 平田，寺尾：1952 年 4 月，物理学会講演
32) T. C. Baker, F. W. Preston: J. App. Phys. 17 (1946) 178
33) M. Hirata: Sci. Pap. I. P. C. R. 16 (1931) 172
34) T. Yokobori: J. Phys. Soc. Japan. 6 (1951) 78, 81; 7 (1952) 48
35) 熊谷，木村：機械の研究 2 (1950) 272
36) L. B. Loeb: Fundamental Process in Electric Discharge in Gases. (1939) 441
37) L. B. Loeb: Rev. Mod. Phys. 20 (1948) 151
38) H. Kawamura, M. Onuki, H. Okura: J. Phys. Soc. Japan. 7 (1952) 528
39) H. Nagasu: J. Phys. Soc. Japan. 6 (1951) 123
40) 曾田範宗：科学 21 (1951) 270

(35 頁から続く)

をもってすれば戦争か平和かの難問題も解決されるとするのであろうが人間本質は変らなくとも，ある目的を達するための時間的問題の工学的解決ができれば，われわれをとりまく問題は解決しそうである。

なほ前例はすべて時間の短縮だけを問題にしたが，更に進んで時間の鑵詰のようなものができて時間が人の意のままになるとする。このときはおよそ人間的慾求に変革が生れ人間革命，社会革命は必至である。

二大問題の一つ，エネルギーについての征服は見事になしとげられたとしてよく，それについては満足すべきものがあるが，その征服では人間革命を起すまでに至らないどころか，反って本来の動物の姿を呼び起すに役立っているように思える。これに反し以上述べたも一つの問題の時間またわこれと同等の効果を発揮する何ものかの物理的,工学的解決方法に成功すれば，人間の本性をエネルギーによる効果とは反対方向への変革をもたらし，世上いわゆる難問題と称するものは無くなること請合であると結論される。(1952・10・25)