鑄物の凝固速度

千々岩健兒

鑄物のガン，巣や龜裂を防ぐにも，いわゆる冷し金を合理的に使用するにも，根本的に考えるならばどうしても鑄物の凝固速度にまでさかのぼらねばならない．この複雑な問題に關係する多くの因子を取り上げ，實驗によりそれらの影響を研究したものである．

緒　言

熔けた金屬を鑄型に鑄込んだ際の凝固の狀況ならびにその發達速度を知ることは，鑄造作業において，はなはだ重要なことである．鑄物の缺陷の中最も多い巣および龜裂は凝固狀態の不適當によると考えてよい．從つて，從來この方面の研究は相當に多いが，鑄物の形狀が複雜で種類多く，また鑄込條件も同一でなく，金屬によつても異なるため，未だ解決されない狀態にある．この研究では簡單な形狀のものについて實驗を行い．その結果について考察し，その結論を敷衍して他の場合におよぼし，困難なこの問題の解決に資したいと思う．

1.　この問題に關係のある現場的な二三の例を拾つてみよう．肉厚の相異なる部分から成りたつている鑄物では，肉の厚い部分は薄い部分にくらべて凝固がおくれる。ところが金屬は凝固に際して一般に收縮するので，最後に凝まるところには湯の供給が行われず，そのために空洞ができる．（このすのことを**ひけす**といつて，ガスによるすと區別している）この巣は金屬固有の性質であり，設計變更，鑄造計畫の變更以外には防ぐことが困難である．鑄造計畫の一方法として，厚肉部分に冷し金をいれて，中心までの凝固時間が，他の薄肉部分と同一にするようにに調節すれば，**ひけす**を防ぐことができる．また鑄物の上方部分が下方部分よりもやや遲く凝まり上方からの湯の補給が最後までできるように，冷し金の厚さを選べば完全な鑄物ができる．この冷し金の決め方については現在現場的經驗のみにたよつている。

2.　1の場合とほぼ同樣な問題として押湯がある．鑄物の押湯は一番最後に凝まるように計畫せねばならない．押湯の役目は鑄物本體へ壓力を加えることもあるが，最後まで湯を補給し本體に**ひけす**ができないようにするのにある．そのためにはできるだけ大きな押湯を用いればよいのであるが，歩留りが悪くなる．そこで最小の押湯で最大の效果を收めるように工夫することが必要である．これに對する對策はどうすればよいだろうか．

3.　鑄物各部の凝固速度，冷却速度が異なると鑄造歪または龜裂が表われる．これを防ぐためには冷却速度の均一化を計らねばならない．その一方法として湯口，湯道，押湯の位置等を加減し，薄肉部は高溫，厚肉部は低溫の湯になるようにすることが必要である．

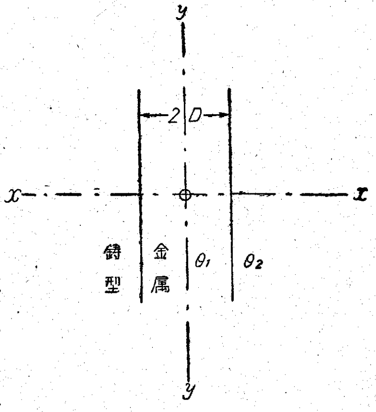
4.　Ingot Case の溫度分布を求めることや，Ingot の凝固時間，凝固速度を求める問題は，Case の壽命，Ingot の性質と重要な關係がある．從來いくつかの假定を設けて熱傳導の方程式を解き，實測した値と比較する方法や，初めから實驗一本にたより實驗式をつくる試みが行われ，凝固に影響をおよぼす諸因子の解明に進んでいる．この研究はこれらの解決に役立ちまた密接な關連を有するものである．

方　針

圓柱狀鑄物をパイプ狀の鑄型（鑄鐵型，アルミ型，黑鉛型，砂型）に鑄込み，金屬の凝固速度を測定する．この場合，凝固に影響をおよぼすと考えられる諸因子を變え，その影響の程度を調らべる．この結果を次元解析を用いて整理し，どの場合にも適用できる相似法則をたてることを試みた．なお從來の研究結果を參照し，また比較檢討を加えた。

次元解析

凝固速度は前述の通り多くの因子によつて影響をうける．すなわち①金屬の性質②鑄型の性質③鑄造條件④製品の形狀である．從つてわれわれはまず凝固に影響をおよぼす獨立の諸因子を拾いあげることに注目せねばならない．從來の實驗を廣くみわたし，またいくつかの豫備實驗より考察して次のように考える．初めに最も簡單な場合として $x-x$，$y-y$，$z-z$ 方向に無限にひろがりを有す



第1圖

る鑄型内に $y-y$, $z-z$ 方向には無限の大きさを有し, $x-x$ 方向の厚さ $2D$ なる鑄物を鑄込んだ時の, 任意の點の溫度を知ること(第1圖)について考えてみる. この場合影響をおよぼす諸因子として第1表のものをあげる

第 1 表

因子	基本單位				記號
	長さl	時間t	溫度ϑ	熱量q	
任意の點の溫度	0	0	1	0	θ_x
金屬の過熱溫度	0	0	1	0	$\theta-\theta_0$
凝固溫度−鑄型溫度	0	0	1	0	$\theta_0-\Theta$
金屬の熱傳導率	−1	−1	−1	1	K_1
鑄型の 〃	−1	−1	−1	1	K_2
金屬の溫度傳導率	2	−1	0	0	a_1
鑄型の 〃	2	−1	0	0	a_2
鑄物の肉厚	1	0	0	0	D
任意點の位置	1	0	0	0	x
鑄込後の時間	0	1	0	0	τ

ことができる. すなわち任意點の溫度はこれら9ツの因子の函數である ((1)式). これらの因子がたがいに獨立であり表のような基本單位から成り立つていれば, 基本單位として四ツをとるので, π 定理により上のの變數因子を含む關係式 ((2) 式) は 10−4=6 の變數の函數として表わすことができる. すなわち $\theta_x/\theta-\theta_0$, $\theta_0-\Theta/\theta-\theta_0$, a_2/a_1, K_2/K_1, x/D, $\tau a_1/D^2$ の 6 を含む式である. そこで

$$\theta_x=f(\theta-\theta_0, \theta_0-\Theta, a_1, a_2, K_1, K_2, D, x, \tau) \quad \ldots\ldots(1)$$

または

$$\varphi(\theta_x, \theta-\theta_0, \theta_0-\Theta, a_1 \ldots\ldots\ldots\ldots \tau)=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

として表わされた關係式は

$$\theta_x/\theta-\theta_0=f_1(\theta_0-\Theta/\theta-\theta_0, a_2/a_1, K_2/K_1, x/D, \tau a_1/D^2) \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

または

$$\varphi_1(\theta_x/\theta-\theta_0, \theta_0-\Theta/\theta-\theta_0, a_2/a_1, \ldots, \tau a_1/D^2)=0 \quad (4)$$

となる. この關係式はまた次のようにしても求めることができる.

$$\partial\theta_1/\partial\tau=a_1\partial^2\theta_1/\partial x^2 \quad (-D<x<D) \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

$$\partial\theta_2/\partial\tau=a_2\partial^2\theta_2/\partial x^2 \quad (-D<x,\ x>D) \ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

境界條件

$x=\pm D$ において τ に無關係に

$$K_1\partial\theta_1/\partial x=K_2\partial\theta_2/\partial x \ldots\ldots(7), \quad \theta_1=a_2\theta_2 \ldots\ldots\ldots(8)$$

初期條件

$$\tau=0 \text{ において } \theta_1=\theta \ldots\ldots(9), \quad \theta_2=0 \ldots\ldots\ldots(10)$$

(5) (6) 式を境界條件, 初期條件を滿足するようにとけばよい.

(5)〜(10) の式を無次元數のみよりなる式に書きかえてみる.

$$\left.\begin{array}{ll} T=a_1\tau/D^2 & X=x/D \\ \vartheta_1=\theta_1-\theta/\theta & \vartheta_2=(\theta_2-\theta)/\theta \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

とおけば

(5) 式は $\partial\vartheta_1/\partial T=\partial^2\vartheta_1/\partial X^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$

(6) 〃 $\partial\vartheta_2/\partial T=(a_2/a_1)\partial^2\vartheta_2/\partial X^2 \ldots\ldots\ldots\ldots(13)$

(7) 〃 $\partial\vartheta_1/\partial X=(K_2/K_1)\partial\vartheta_2/\partial X \ldots\ldots\ldots\ldots(14)$

(8) (9), (10) 式は $\vartheta_1=\vartheta_2 \ldots(15)$, $\vartheta_1=0 \ldots(16)$

$\vartheta_2=-1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(17)$

となり, (5)〜(10) をとくことは (12)〜(17) を解くことに歸着する. すなわち ϑ_1, ϑ_2 は T すなわち $a_1\tau/D^2$ と X すなわち x/D の函數であるが, その形は

$$\pi_1=c_2/a_1 \quad \pi_2=K_2/K_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(18)$$

の値が等しければ同じ形になる. だから

$$\vartheta_1=\varphi_1(a_1\tau/D^2, x/D, a_2/a_1, K_2/K_1) \ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

$$\vartheta_2=\varphi_2(a_1\tau/D^2, x/D, a_2/a_1, K_2/K_1) \ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

となり, この結果は前に求めた結果と同じである. (Θ がないので前の式より $\theta_0-\Theta/\theta-\theta_0$ の項が減つている)

さて, このたび行なつた實験では圓筒形の鑄型內に熔融金屬を鑄込んだので, 前述の諸因子の他に, 冷し金または鑄型の肉厚, 熔融金屬の對流の影響を考慮に入れる必要がある. その結果

$$\theta_x/\theta-\theta_0=f(a_1\tau/D_1^2, D_2/D_1, a_2/a_1, K_2/K_1, a_1/\nu, x/D_1, D_1^3(\theta_0-\Theta)\beta g/\nu^2, \theta_0-\Theta/\theta-\theta_0) \ldots(21)$$

ただし, D_1: 鑄型の內徑 D_2: 鑄型の外徑

ν : 金屬の動粘性係數 g; 重力の加速度

β : 金屬の體膨脹係數 θ_x: 任意の點の溫度

中心が凝固するまでの時間を求めることにすれば, $x=\dfrac{D_1}{2}$, $\theta_x=\theta_0$ となるので

$$\frac{a_1\tau}{D_1^2}=\varphi(D_2/D_1, a_2/a_1, K_2/K_1, a_1/\nu, \theta_0-\Theta/\theta-\theta_0, D_1^3(\theta_0-\Theta)\beta g/\nu^2) \ldots\ldots\ldots\ldots(22)$$

となる. この D_2/D_1, a_2/a_1 ......等の相互作用はわからないので, 一番簡單な場合を假定して, 次式のように表わされるとする.

$$\frac{a_1\tau}{D_1^2}=C\cdot f_1(D_2/D_1)\cdot f_2(a_2/a_1)\cdot f_3(K_2/K_1)\cdot f_4(P_r)\cdot f_5(\theta_0-\Theta/\theta-\theta_0)\cdot f_6(G_r) \ldots\ldots\ldots\ldots(23)$$

$$P_r=a_1/\nu, \quad G_r=D_1^3(\theta_0-\Theta)\beta g/\nu^2$$

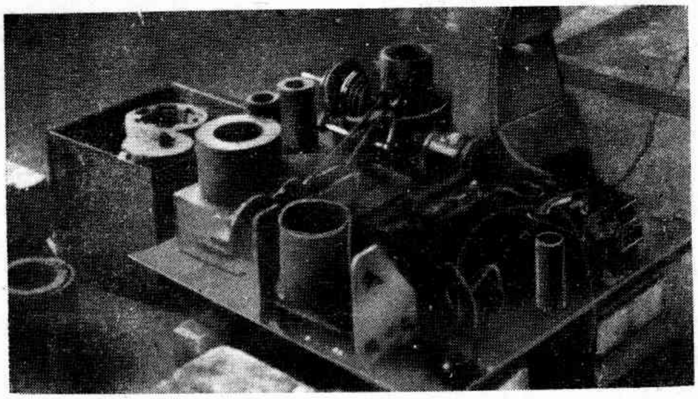
この式において實驗結果より, $f_1 \ldots\ldots f_6$ をきめ, 最後に C の値について檢討し, この實驗式が, どの程度の完全さをもつものかについて調べる.

實 驗

本實驗では金屬, 鑄型, 製品形狀として第2表のもの

第 2 表

金 屬	亜鉛, 鉛, アルミニウム
鑄 型	砂型, 鑄鐵型, アルミニウム型, 黒鉛型
形 狀	內徑 40 〃 〃 〃 60 80 〃 〃 外徑 45 55 65 85 100 85 100 120
パイプ狀	內徑 80 〃 〃 〃 外徑 140 160 200 240



第　2　圖

を用い，鑄造條件を一定にするため第2圖の鑄込み裝置を使用した．

第 3 表

メッシュ	%
20	0.35
28	1.40
35	2.06
48	2.88
65	16.52
90	30.36
150	32.40
200	4.90
270	3.46
270下	1.40

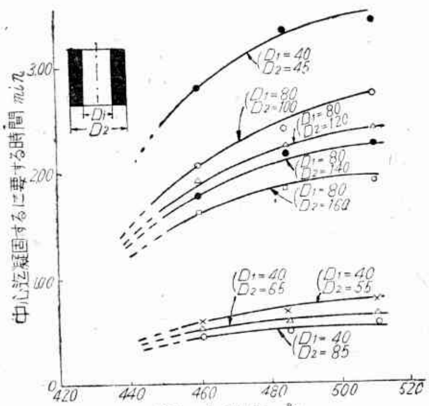
金屬の熔解はすべて鐵坩堝を用い，エレマ電氣爐によつている．砂は川口砂を使用したが，手で搗固め完全乾燥した．粒度分布は第3表の通りである．

凝固發達の狀況，ならびに中心までの凝固所要時間を知るには次の二方法がある．

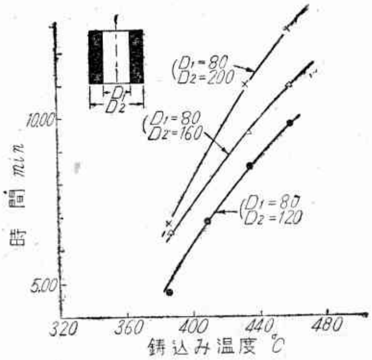
1. 金屬内の溫度分布を時間と共に測定する方法
2. 注湯後一定時間して，型をひつくり返えし，未凝固部分を流しだし凝固層の厚さを測定する方法

この二つの方法による實驗結果は必ずしも一致しない．すなわち 1 による時は挿入する熱電對の影響があり，2 による時は空氣にふれる部分からもある程度凝固が發達するため，中心凝固の時期を正確につかめない難點がある．

この實驗では 1.2 をしばしば併用したが主に 2 の方法によつている．



第3圖　亜鉛を鑄鐵製金型に鑄込んだ場合



第4圖　鉛を乾燥砂型に鑄込んだ場合

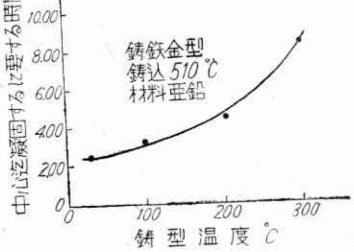
まず凝固に影響をおよぼす各因子の影響を別個に調べてみよう．

1.　鑄込み溫度の影響（第3圖，第4圖）

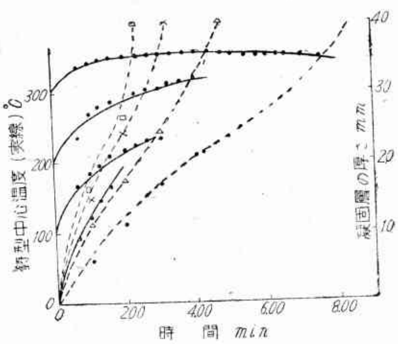
亜鉛を鑄鐵金型に鑄込んだ場合，中心迄凝固するに要する時間と鑄込溫度の關係を第 3，4 圖に示す．凝固所要時間は鑄込溫度と凝固溫度との差の平方根にほぼ比例することが見られる．

2.　鑄型溫度の影響（第5圖，第6圖）

亜鉛を外徑 120，内徑 80，高さ 120 の鑄鐵製金型（あらかじめ一定溫度迄加熱しておく）に鑄込んだ時について第 5 圖に示す．そしてこの場合鑄型中心點（徑 100，高さ 60 の點）の溫度變化狀況，ならびに凝固層發達の狀況を第 6 圖に示す．



第5圖　鑄型溫度の影響

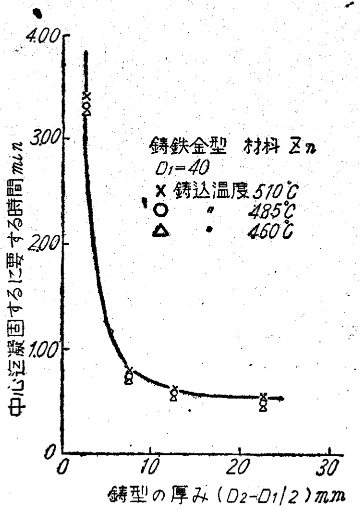


第6圖　鑄型の溫度變化

3.　鑄型の厚さの影響（第7圖）

内徑を一定にして，鑄型（鑄鐵製並びに砂型）の肉厚を變え，その影響を調べてみると第7圖のようになる．

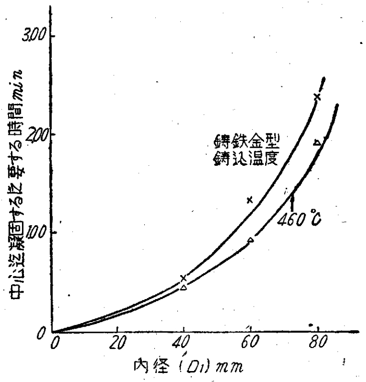
この結果，肉厚がある程度以上になれば影響が少なく，砂型鑄物ではほとんど差異がみられない．肉の薄い部分では影響がいちじるしい．



第7圖　鑄型の厚さの影響

4. 鑄物の大きさの影響(第8圖)

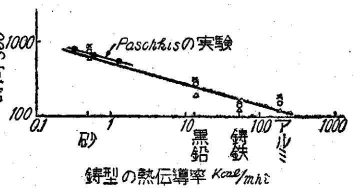
金型，砂型の肉厚を一定にし，鑄込その他の條件も同じにして，鑄型の内徑をいろいろにかえてみると，第8圖のような結果となる．すなわち中心までの凝固所要時間は内徑のほぼ2乘に比例するという知られた結果を得る．



第8圖　鑄物の大きさの影響

5. 鑄型の性質の影響（第9圖）

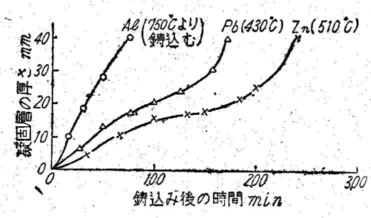
V. Paschkis が鑄型の熱傳導率と，中心までの凝固時間との關係を鑄鋼について求め，型の熱傳導率の大きいところ (0.8 Btu/Ft hr °F 程度）では大した影響がみられないが小さいところ (0.4 Btu/Ft hr°F) では凝固時間が相當に増すといつている．しかしこの範圍はごくわづかの範圍であるので，砂型，鑄鐵型，黑鉛型，アルミ型と廣く熱傳導率の範圍をかえて實驗を行つてみた．その結果を第9圖に示す．比較のため Paschkis の實驗結果も同圖の上に示しておく．アルミ型でこの線からはづれるのは膨脹のために，鑄込まれた金屬の凝固した表面と型面との間に空氣の膜ができ，そのため金屬から型への熱移動がさまたげられるのによるらしい．この點から型の膨脹係數も考慮に入れる必要がありはしないかと考える．



第9圖　鑄型の熱傳導率の影響

6. 金屬による影響（第10圖）

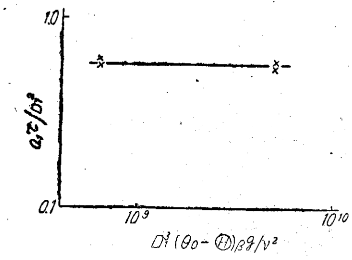
この點についてはあまり詳しく研究していない．アルミニウム，亜鉛，鉛の三種類の實驗の結果第10圖のような線圖を得た．これを P_r 數だけで整理することは困難なようである．さらに詳細に多數の材料について實驗してみなければならない．



第10圖　金屬による相違

7. 對流による影響（第11圖）

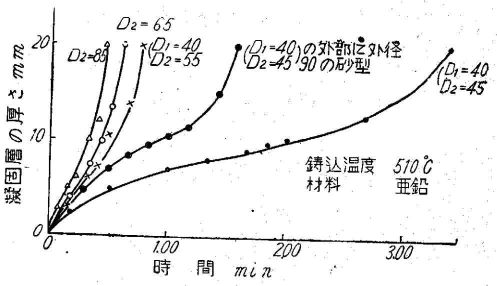
この點についても今まで全然わかつていない．今後研究の豫定であるがそれには D_2/D_1 を一定としておいて D_1 をかえ $a_1\tau/D_1^2$ と G_r との關係を實驗すればよい．または D_2/D_1 と $a_1\tau/D_1^2$ との關係がわかつてから $a_1\tau/D_1^2$ と G_r との關係を求めればよいと思う．現在までのとぼしい Data からその傾向をさぐつてみると大體第11圖のような傾向となる．



第11圖　對流の影響

8. 凝固層發達の狀況（第12圖）

數多くの實驗の中から一例をあげると第12圖のように，初めは急激に途中は徐々に，そしてまた最後は急激に凝固する．この結果は Alexander 氏の實驗と同一傾向を示すものであり，C.E. Sims 氏の主張する $x=K\sqrt{t}$（x は凝固層の厚さ，K は鑄型の性質等によつてかわる定數，t は鑄込後經過時間）からはずれることを示している．



第12圖　凝固層發達の狀況

總　括

以上のような各項が凝固に影響をおよぼすことがわかつたので，これら多くの因子の影響についてくわしい實驗をおこない，前にのべた (23) 式によつて全實驗を整理し，各因子の影響の程度ならびに相互の關係を定量的に定めてみる．現在まだ實驗回數が少ないため全部を包括するような實驗式をあげることができないが，大體次の關係がある．

$$a_1\tau/D_1^2=C\left(\frac{\theta-\theta_0+\frac{1}{2}\frac{Q}{c}}{\theta_0-\Theta}\right)^{0.5}(K_2/K_1)^{-0.4}(D_2-D_1/D_1)^{-0.1}\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

ただし$D_2/D_1>1.1$, $\frac{D_1^3(\theta_0-\Theta)\beta g}{\nu^2}$ の影響はない,

C: 亜鉛 0.5, 鉛 0.3, アルミニウム 0.4

Q: 凝固潜熱, c: 金屬比熱

この實驗式では, 30 % 程度の誤差がみられる. しかし今までの實驗とちがつて, 相互の關係が明瞭となり, 影響の程度が數量的に表わされているので, 利用價値が高い. 例えば先にあげた冷し金の肉厚の決定, 肉厚異なる場合中心までの凝固時間を同一にするための鑄型の加熱溫度等を知ることができる.

附　記

この論文でふれなかつた鑄物の體積, 表面積の影響についてはChvorinov の實驗がある. 中心までの凝固時間 τ と 體積/表面積 D_0 との關係が一つの線上にのり, 大體

$$\tau\propto D_0^2$$

の關係がなりたつている. 從つて本論文中 D で表わした値にD_0 をとればこの點も考慮に入れた實驗式となり, 利用面もさらに擴大される. (27.2.27)

文　獻

(1) V. Paschkis, Trans. American Foundrymen's Society vol. 58 (1950) 147.
(2) B.H. Alexander, 〃 〃 〃 270,
(3) C.W. Briggs, The Metallurgy of Steel Castings (1946)
(4) N. Chvorinov, Foundry Trade Journal Aug. 10 (1939) 95.
(5) C. Schwartz, Archiv Eisenhüttenw. Sept. (1931) 139. Oct. (1931) 177
(6) S. Saito, Tohoku Imp. Univ. vol. 10 (1921) 305.
(7) 松浦, 金屬學會誌 別册 (1941)

「自動制御」に關する新しい飜譯

ドイツのオッペルト博士は戰前からわが國によく知られていた自動制御界の巨匠である. 特に 1940 年に Luftfahrt forschung に掲載された彼の論文は, 調速, 飛行機の制御から溫度の自動調節にいたるまでの多種多様の自動制御問題が統一された理論體系でまとめられることをはじめて明快に指摘して, 當時の世界の眼をあつめたものだつた.

第2次大戰は 1942 年から 1945 年まで日本を世界の學界から切りはなしてしまつたが, 戰後復刊されて入つてきた VDI にはいち早く彼の論文があらわれた. それは戰前の手法を全く改めた新しいベクトル算法によるものだつた. その後アメリカの雜誌が, 彼の著書が2册ドイツで出版されたことを傳えてきた. 戰前の彼の整然とした論法から推してそれはさぞ美しい配列のものだろうと想像され, 戰後までの彼の進展から察して, その内容はきつと up to date の手法によるものだろうと推測されていたところ, 圖らずも 1950 年はじめ頃, 彼自身から高橋 (安人) 教授のもとへこれが2組贈られてきた. その1組は日本の自動制御技術者に最も利用されるところへ寄付されたいとの手紙がついていた.

1950 年 5 月の航空郵便で高橋教授は邦譯の希望を書き送つた. それに對しオッペルト博士からはただちに快諾の返信があつた. しかし出版界の事情がはつきりしないままに1年餘を經過し, 1951 年秋になつて出版が具體化してきたとき, 1951 年10月末のオッペルト博士の航空郵便は, もし高橋教授が同意するならば日本語版のために改訂增補を行いたい旨を申入れてきた. 原著は戰争直後のもので, その後世界の狀勢もはつきりしてきたし, 1951 年にはイギリスで國際自動制御會議も開かれたし, 博士自身が最近發表した研究もあるから, それらを加えて最新のものにしようとの趣旨である. もちろん, 高橋教授は折返しこれに同意した.

いたるところに改訂增補を加えた2册の本の原稿はパンアメリカンの航空小包によつて 1952 年1月に丸ビルに到着した. この原稿は直ちに高橋教授によつて邦譯され, 5 月頃には出版されることになつた. 原書名その他はつぎの通りである.

1 册は Grundgesetze der Regelung; 基礎自動制御論, もう1册は Stetige Regelvorgänge; 連續自動制御論, (金澤　科學技術社刊)

前者は自動制御全體に共通の考え方を, たくさんの圖表と, 微分方程式, 過渡應答, 周波特性の3者を平行に進める論法で紹介したものである. また後者は比例, 積分式等の連續制御の諸問題を, 特に數多くのベクトル軌跡によつて明快に展望している.

自動制御問題のベクトル解法 (周波リスポンス法) を記した專門書としてはこれが本邦ではじめてのものだろう. 入手し難いドイツの文献であること, しかも特に日本語版のために改訂された最新版である點, 大きさがちようど手頃であることなども數えられる. なおオッペルト博士は現在ハルトマンブラウン社の技師として自動調節計製作の第一線に活躍中である.

(1952.3.10)