—計算機の論理—

後藤以紀

1. 概説

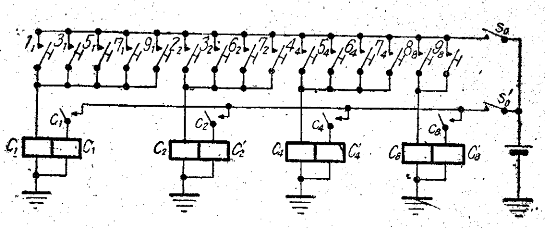
計算機械は，數を表現する型式にしたがつて二つに大別されている．その一つは，數をグラフで表わしたり，あるいは電壓値，電流値等のような物理的の量で表わす型で，これを**模倣型**(または相似型) (analogue type) といい，他の一つは數字で表わすもので**計數型** (digital type) という．前者には最も簡單なものとしては計算尺があり，最も精巧なものには微分解析機が擧げられる．後者のうち最も簡單なものは算盤で，最も高級なものには電磁繼電器または電子管繼電器等を多數使用して複雜な計算を行う計數型計算機がある[1][2][3]．

本特集號には，微分解析機及び電子管式計算機については解說があるから，本文には電磁繼電器式の計數型計算機の基本的回路の動作を說明し，さらに論理數學を應用した新しい設計法によつて得られた回路を紹介する．

2. 繼電器式の演算回路の例

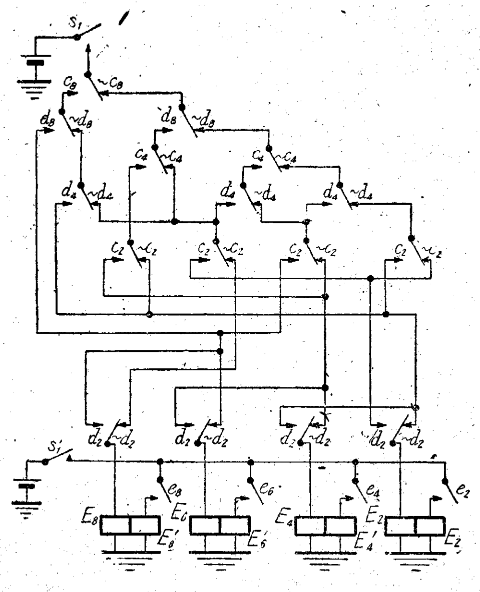
演算回路の設計に對する論理數學の應用を紹介する前に，ハーバート大學の計算機[1]の基本回路を例にとつて繼電器式演算回路の動作を說明してみよう．

加減乘除の計算を10進法のままで行う場合には，數を表わすのに1桁につき少くとも9個の繼電器を必要とする．これに反して，1桁毎に2進法を用いると1桁につき 1, 2, 4, 8 に對して働く繼電器 E_1, E_2, E_4, E_8 を使用して，たとえば6を表わすのには E_2 と E_4 とを働かせばよいから繼電器の數を約半分に減少することができる．さらに進んで完全に2進法を用いるならば，たとえば10桁の場合に10進法90個に對して，2進法では $n\log_{10}2=\log_{10}10=10$ により $n=10/0.30\fallingdotseq 30$ であるから，約1/3の個數となる．ただし，これは數の表現だけの話であるが，2進法の場合には一番始めと終りとにそれぞれ10進法より2進法への變換及びその逆變換を必要としそれにも繼電器を使用するので，上記の繼電器數の比の通りにはならないが，種々の計算にも2進法の方が簡單なので，規模の大きい計算機では2進法の方が有利である．

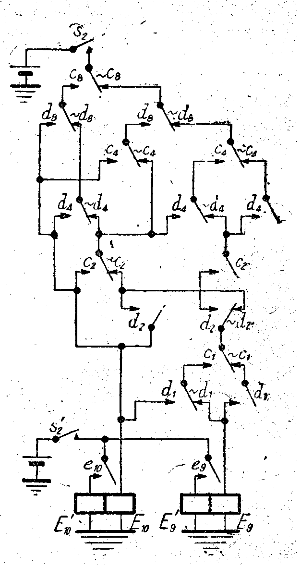


第1圖

まず10進法1桁毎に2進法を利用する場合の加算の原理を說明しよう．10進法1桁から2進法への變換は，第1圖のように1桁毎に C_1, C_2, C_4, C_8 の4個の繼電器を置く．たとえば最初にスイッチ s_0 が入れてあるとし，9のボタンを押すと，9_1 及び 9_8 の接點が閉じ，C_1, C_8 の繼電器が勵磁される．それによつて接點 c_1, c_8 が閉じるから，豫めスイッチ s_0' が閉じてあると保持用の勵磁卷線 C_1', C_8' も勵磁されて接點 c_1, c_8 は保持される．他の桁についても同樣である．零の場合は勵磁されない．二つの數 C と D とを加え合わす爲には被加數 C に



第2圖



第3圖

對する上記の繼電器と同様に，加數 D に對する繼電器も勵磁されねばならない．

$C+D$ を求めるにはある桁の數の和が 10 になると1桁上げねばならないし，9 になると，もし下の桁より上つてくる場合には結局上の桁へ上ることになる．したがつてある桁の數の和が 9 の場合と 10 の場合とは特別扱が必要である．

最も簡單なのは偶數と偶數との和であつて，第2圖は一つの桁についてこれを表わしてある．たとえば $C=2$, $D=6(=2+4)$ 即ち $2+6=8$ の場合には第2·2圖において（s_1 と s_1' とは入れてあるとする），上から電源，s_1, $\sim c_8$ (C_8 が勵磁されないときは $\sim c_8$ の接點がついている．他も同様)，$\sim d_8$, $\sim c_4$, d_4 (D_4 が勵磁されると接點 d_4 が閉じる．他も同様)，c_2, d_2, E_8 に通じる．續いて s_1', e_8, E_8' が勵磁され接點 e_8 が保持される．

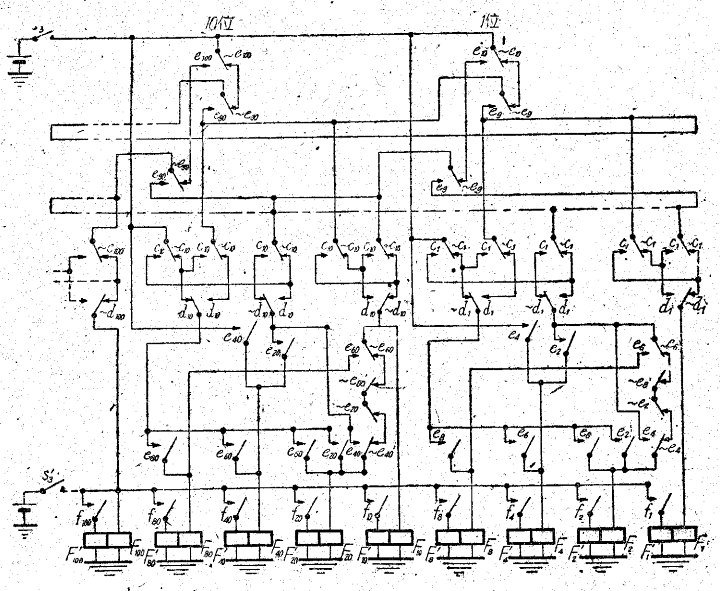
次に $C=4$, $D=6(=2+4)$ のときは，第2圖の E_2 乃至 E_8 はいづれも勵磁されないが，第3圖で電源，s_2, $\sim c_8$, $\sim d_8$, c_4, d_4, $\sim c_2$, d_2, E_{10} が通じ，續いて電源，s_2', e_{10}, E_{10}' が通じて e_{10} が保持される．この第2圖，第3圖は加算の補助回路で，各桁に同形の回路が用意されて居る．

加算の主回路は第4圖に示すように，最小限度の例として2桁の場合を描いてある．桁數が多くても同様である．

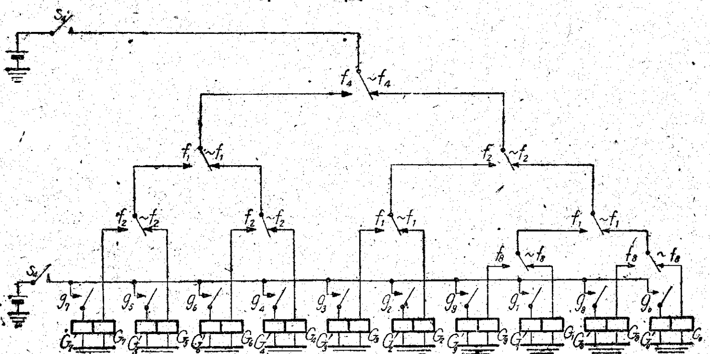
たとえば $C=24$, $D=67$ のときは，10 位の桁では前述の $2+6=8$ の場合と同じで第2圖の E_{80}'（10位だから E_8' の代りに E_{80}'）が勵磁される．1位の桁では $C=4$, $D=1+2+4$ で，第2圖の E 繼電器は勵磁されないが，第3圖の電源，s_2, $\sim c_8$, $\sim d_8$, c_4, d_4, $\sim c_2$, d_2, E_{10} が通じ，それにしたがつて s_2', e_{10}, E_{10}' が勵磁され保持される．そうすると第4圖の加算回路において，1位の桁で電源，s_3, e_{10}, $\sim e_9$, $\sim c_{10}$, $\sim d_{10}$, F_{10}, が通じ，10 位の桁の接續では，電源，s_3, $\sim e_{100}$, $\sim e_{90}$, $\sim c_1$, d_1, F_1 が通じる．また，電源，s_3, $\sim c_{10}$, $\sim d_{10}$, e_{80}, F_{80} も通じる．これにともなつて電源，s_3', f_{10}, F_{10}' 及び f_1, F_1' 及び f_{80}, F_{80}' が勵磁され保持される．第4圖の破線の回路はさらに上の桁に擴張する場合に接續される方向を示す．

最後に，このような1桁毎の2進法表示を 10 進法表に變換するには，第5圖の回路を各桁に置かねばならぬ．第1位の桁に對しては，電源，s_4, $\sim f_4$, $\sim f_2$, f_1, $\sim f_8$, G_1 が通じ，したがつて，電源，s_4', g_1, G_1' が勵磁され保持される．10 位の桁に對しては，電源，s_{40}, $\sim f_{40}$, $\sim f_{20}$, $\sim f_{10}$, f_{80}, G_{80} が通じ，したがつて，電源，s_{40}', g_{80}, G_{80}' が勵磁され保持される．これで 81 の表字器が動作できるのである．以上は加算回路の例を示したのであるが減算の場合には 99……9 に對する補數を加えるので，たとえば4桁の計算機と假定すれば，

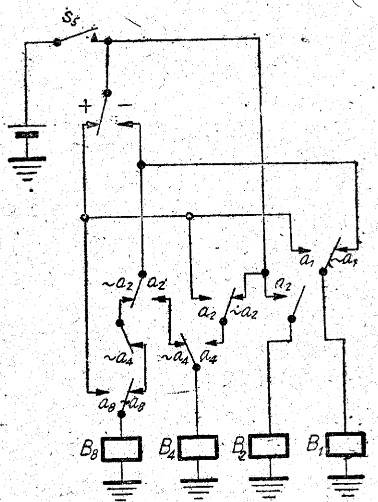
$$67-24=67+(9999-0024)-10000+1$$
$$=67+9975-10000+1$$



第 4 圖



第 5 圖



第 6 圖

$=10042-10000+1$

$=43$

となる順序で計算するのである．9−4=6 及び $90-2^0=80$ を求める回路は第6圖に示す通りであつて，＋−の切換スイッチの−がつけば補數に變換される．＋のときはもとのままである．(ただし，自己保持回路の記載を省略した)．−24 の代りにまず 9975 を加えて，その爲に最上位の桁を超えて桁上げされるはずの 10042 の數字1は最下桁(すなわち1位)に加えられるように作つてある．第4圖の鎖線の接續がその作用をする．

乘算は加算のくり返しで，除算は減算のくり返しで求められるわけである．複雜な計算もその組合わせで行われ，その爲に部分的計算結果の數字を一時保持して蓄えておく裝置を多數具えている．s_0, ……, s_5 等の制御スイッチも順次に時間を定めてカムで動作されるようになつている．指數函數，三角函數，その他の函數の計算及び微分方程式の解法のようなものも逐次數値計算によつて計算される．

3. 計算機と論理學との關係(4)

論理學では種々の條件，命題などの間の論理的關係を式で表わすことができる．たとえば，「天氣がよい」ならば「遠足に行く」という關係を「天氣がよい」→「遠足に行く」と書く．また「天氣がよくない」ことを ∼「天氣がよい」と書いて否定を表わす．そしてある條件が眞であるときにはそれの眞理値は1であるといい，僞であるときには眞理値が0であるという．普通の數學の式についても同樣で，ある條件を否定すればその條件の眞理値は反對となる．たとえば，$\sim x=1 \rightleftarrows x \neq 1$

で，⇄は兩方の關係が互に必要にして充分な條件であることを表わす．すなわち對等な關係である．兩者の眞理値は常に等しいことになる．また，

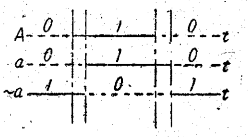
$$(x=\text{實數})\cdot(y=\text{實數}) \rightarrow \{(x=0)\cdot(y=0) \rightleftarrows x^2+y^2=0\}$$

のように，$x=0$ と $y=0$ との二つの條件が共存していることを $(x=0)\cdot(y=0)$ または・を省略して，$(x=0)(y=0)$ と書き，これを**論理積**という．これは二つの條件の眞理値が共に1なるときにのみ論理積の眞理値が1となることを表わしている．すなわち言葉でいえば「……と……と」に相當している．次に

$$(x=0) \vee (y=0) \rightleftarrows xy=0$$

のように，∨は「または」の關係を表わし，**論理和**と稱する．少くともいずれか一方の眞理値が1なるときに論理和の眞理値は1となる．

計算機では，ある初期値を與えて，それに定められた計算方法によつて答を出すのであるから，條件の關係は當然論理的な記號で書表わされるはずである．特に計數型の場合には，計算には第2節で述べたように電磁繼電器や眞空管繼電器などが使われるし，加算とか乘算とかの各種の計算機構同志の連絡制御にも繼電器がしばしば使用される．前述のように，電磁繼電器ならば勵磁卷線(たとえば A)に電流が通じると (このとき $A\equiv1$ で表わす)，それに屬する接點(たとえば a) が閉じ(眞理値 $a\equiv1$ で表わす)，電流が止まれば ($A\equiv0$) 接點は開く ($a\equiv0$)．A と a との關係は第7圖のように，a の動作は A より一般には少し遲れる．もし反對動作をする接點ならば $\sim a$ で表わされる．眞空管繼電器の場合は，格子電壓を增すべき回路が構成された瞬間から眞理値 $A\equiv1$ となり，次に格子電壓を減ずべく回路が變更された瞬時から $A\equiv0$ となるとすればよい．陽極電流が流れ出す瞬間から $a\equiv1$ となり，次に $A\equiv0$ となつた爲に陽極電流が減り始めた瞬間から $a\equiv0$ とする．このように眞空管繼電器及び陽極回路でも，電磁繼電器及びその接點でも，その動作狀態を眞理値1に對應させ，不動作狀態を眞理値0に對應させて，論理式で扱うことができる．

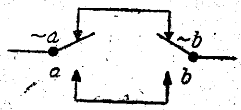


第 7 圖

たとえば，二つの繼電器接點 a と b とが直列になつている場合は，兩方閉じているときにのみ回路が通じることになるから，その開閉狀態は論理積 ab で表わされる．a と b とが並列になつている場合は，いずれか一方が閉じていれば回路が通じるから，論理和 $a \vee b$ でその開閉狀態が表わされる．また，$a \rightleftarrows b$ なる關係は，兩者同時に開くかまたは同時に閉じるから，

$$(a \rightleftarrows b) \rightleftarrows ab \vee \sim a \sim b$$

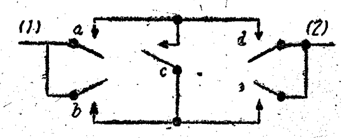
と書直される．これはたとえば第8圖で實現される．なお論理式中の論理計算の順序は，普通の數學の演算を優先にし，∼, ·, ∨, →, ⇄, ≡ の順とする．表わし得る回路は直列と並列とに限らず，もつと一般の場合，たとえば第9圖の端子 (1) より (2) にいたる接續の開閉特性は，



第 8 圖

$$ace \vee ad \vee bcd \vee be$$

で表わされる．これは端子 (1) より (2) にいたる總ての道筋の開閉特性の論理和になつているのである．また，論理計算の途中で



第 9 圖

$$AA \rightleftarrows A,\ A \vee A \rightleftarrows A,\ A \sim A \rightleftarrows O,$$
$$A \vee \sim A \rightleftarrows 1,\ A \vee AB \rightleftarrows A$$

なる關係を利用して論理式を簡單にできる．

計算機の數値計算の順序のようなものは，法則が定めてある以上は必ず論理式で表わされ，それにしたがつて回路を組立てることができるので，遂に頭腦の樣に考え

る機械というほど精巧なものもできるわけである．

4. 論理計算によつて得られる回路[5]

完全な２進法を用いる場合には 10 進法２進法間の相互變換が必要であるが，これは結局

$$a_n 10^n + a_{n-1}10^{n-1} + \cdots\cdots + a_0 = 2^m d_m + 2^{m-1}d_{m-1} + \cdots\cdots + 2d_1 + d_0 \qquad (4\cdot1)$$

なる式を解くことを意味する．ここに $a_0, \cdots\cdots, a_n$ は 0 より９までの整數で，$d_0, \cdots\cdots, d_m$ は０または 1.

また，他の演算たとえば加算は

$$\left.\begin{aligned} X_n &= 2^n x_n + 2^{n-1}x_{n-1} + \cdots\cdots + 2x_1 + x_0, \\ Y_n &= 2^n y_n + 2^{n-1}y_{n-1} + \cdots\cdots + 2y_1 + y_0 \end{aligned}\right\} \qquad (4\cdot2)$$

の和は

$$Z_n = X_n + Y_n = (x_n + y_n)2^n + (x_{n-1} + y_{n-1})2^{n-1} + \cdots\cdots + x_0 + y_0 \qquad (4\cdot3)$$

で，Z_n をさらに２の累乘に書直せば

$$\left.\begin{aligned} &2^0 \text{ の係數} \quad x_0 + y_0 = 2z_0' + z_0 \leqq 2, \\ &2^1 \text{ の係數} \quad x_1 + y_1 + z_0' = 2z_1' + z_1 \leqq 3, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &2^n \text{ の係數} \quad x_n + y_n + z'_{n-1} = 2z_n' + z_n \leqq 3 \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}4)$$

となるから，整頓すれば

$$Z_n = 2^{n+1}z_n' + 2^n z_n + 2^{n-1}z_{n-1} + \cdots\cdots + 2z_1 + z_0 \qquad (4\cdot5)$$

である．結局，一般についてて

$$a_0 + a_1 + \cdots\cdots + a_n = 2^m d_m + 2^{m-1}d_{m-1} + \cdots\cdots + 2d_1 + d_0 \qquad (4\cdot6)$$

なる形の式において $a_0, \cdots\cdots, a_n; d_0, \cdots\cdots d_m$ を０または１とするとき，$a_0, \cdots\cdots$ を與えて $d_0, \cdots\cdots$ を求めるかまたはその逆を求めることになる．處が前述の論理計算と代數計算とを共用して用いると，(4·6) 式の解は論理式で求められるのであつて，

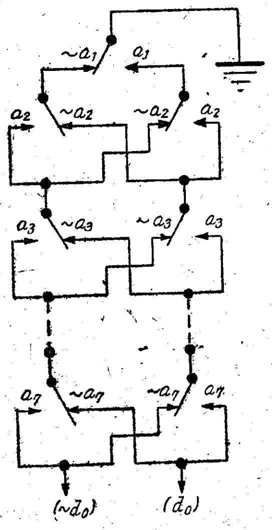
たとえば，$n=7$ とすると $m=2$ となり

$$\left.\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 &= 2b_{11} + b_{10}, \\ a_4 + a_5 + b_{10} &= 2b_{21} + b_{20}, \\ a_6 + a_7 + b_{20} &= 2b_{31} + b_{30}, \\ b_{11} + b_{21} + b_{31} &= 2c_{11} + c_{10} \end{aligned}\right\} \qquad (4\cdot7)$$

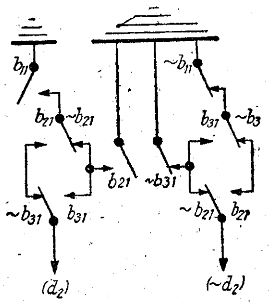
とおけば

$$\left.\begin{aligned} &d_0 \rightleftarrows b_{30} \rightleftarrows (a_7 \rightleftarrows (a_6 \rightleftarrows (\cdots \rightleftarrows (a_3 \rightleftarrows (a_2 \rightleftarrows a_1))\cdots))), \\ &d_1 \rightleftarrows c_{10} \rightleftarrows (b_{31} \rightleftarrows (b_{21} \rightleftarrows b_{11})), \\ &d_2 \rightleftarrows c_{11} \rightleftarrows b_{11}b_{21} \vee b_{21}b_{31} \vee b_{31}b_{11} \end{aligned}\right\} \qquad (4\cdot8)$$

なる形に求められるのである．n, m が多いときも同様である．そして，(4·8) 第１式の形は第 10 圖の回路で實現されるし，第２式も同形式であり，第３式は第 11 圖で實現される．このような基本回路を組合わせると，10 進法より２進法への變換回路の例としては第 12 圖 (10 進法２桁の例) が得られるのである．まず第１圖の接續で各桁毎の２進法に直し，c_1, c_2, c_4, c_8 の代りに第１桁及び第２桁についてそれぞれ c_1, c_2, c_4, c_8 及び $c_{10}, c_{20}, c_{40}, c_{80}$ と書けば，第 12 圖によつて $10a_1 + a_0 = 2^6 d_6 + \cdots + d_0$ の d_0 乃至 d_6 の繼電器 D_0 乃至 D_6 への

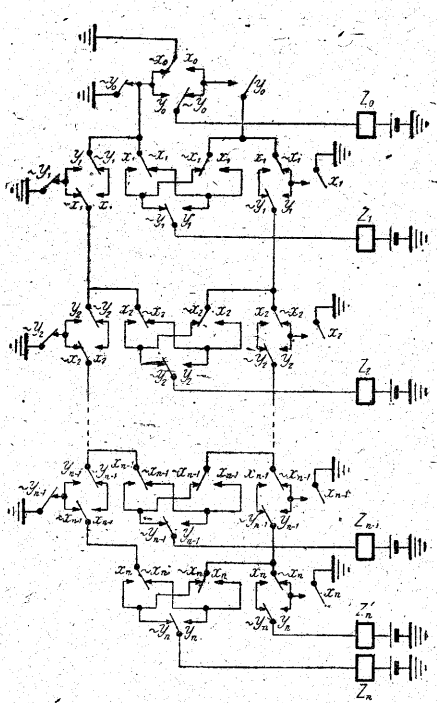


第 10 圖



第 11 圖

接續が表現されるのである (自己保持回路は省略してある)．さて，その d_0 乃至 d_6 を用いて加算を行うには (4·5) 式の z_n', $z_n, \cdots\cdots$ を求めることに歸着する．これも (4·4) 式で明らかなように (4·6) 式の形式の解を求



第 12 圖

めるのであるから，やはり同様に第 10 圖，第 11 圖の組合せで求められ，第 13 圖がそれである．その他乘算回路等も同様にして求められるので加算のくり返しでなく直接乘算を行い得るので計算時間が節約できる．

以上のように論理數學と代數學とを協力させて得た理論によつて種々の演算回路が構成されるので，從來の觀察または經驗によつて求めたものに比して面目を一新し得るものと思われる．(以下 59 頁へつづく)

た研究機關であるが，ここで行われる研究の目的は，その教育活動に活氣を與え，かつ，人類の知識の限界を廣めることにある．そのために，教官陣の教育上の負擔は十分なる研究活動に支障を與えぬ限度に制限せられる．

外部からの援助による研究の管理は，工學部長と各學科の主任の協力の下に，工業協力部(Division of Industrial Cooperation) が當る．外部からの援助による研究は，ここの教育計畫の範圍内であり，かつ，教育に寄與し，さらに，少くとも1名の教官がその研究の主任者となることを受諾するものにかぎつて受け入れられる．研究の成果として得られる發明や特許は，合理的かつ非獨占的に，工業界および一般に有効に役立たせることを原則としている．

學長は James R. Killian, Jr. 氏，工學部長は T.K. Sherwood 氏，工業協力部長は N. McL. Sage 氏，夏季講座長は Walter H. Gale 氏である．

工學部には航空學，建築構造學，工業化學，土木工學，土木工學（水工學專修），土木工學（衞生工學專修），電氣工學，電氣工學（サーボメカニズム專修），機械工學（原動機研究室），機械工學（ガスタービン研究室），氣象學，冶金學，金屬加工研究室，冶金學（鑛物工學專修），冶金學（窯業專修）の學科または研究室があり，工學部とは獨立した機關として，電子學研究所，原子科學および原子工學研究所が設けられている．

コーネル大學工學試驗所

Cornell University Engineering Exp. Station
College of Engineering, Cornell Univ., Ithaca, N.Y.

この試驗所は工科大學に所屬する．コルネル大學では，研究というものは大學教育上に不可缺の要素と考え，その意味において，大學が關與する學術のすべての分野において，基礎知識の擴充に役立つ研究を行うことを目標としている．從つて，特殊な製品または個々の技術の發展よりも，むしろ基礎研究に重點をおく．研究項目は，教授陣または大學院學生が個人的興味から出發する個人研究するものから，數人の研究者，あるいは2以上の學科または分野にまたがる總合研究に至るまで，各種の様態のものがある．外部からの援助は，寄附金，奬學金あるいは委託研究の形で受け入れられる．そして，この學外との連絡をスムースにするために，研究事業を專門的に擔當する副學長とその事務局をおいている．研究活動を大學の教育活動に最も効果的に反映させるために，研究そのものを教官陣および大學院學生の常務的任務の一つとしている．

試驗所長は，工科大學長 S.C. Hollister 氏が兼任し，試驗所および工科大學は，航空工學，化學および冶金工學，土木工學，電氣工學，工業材料，工業力學，工業物理學，機械工學の分野に分かたれている．

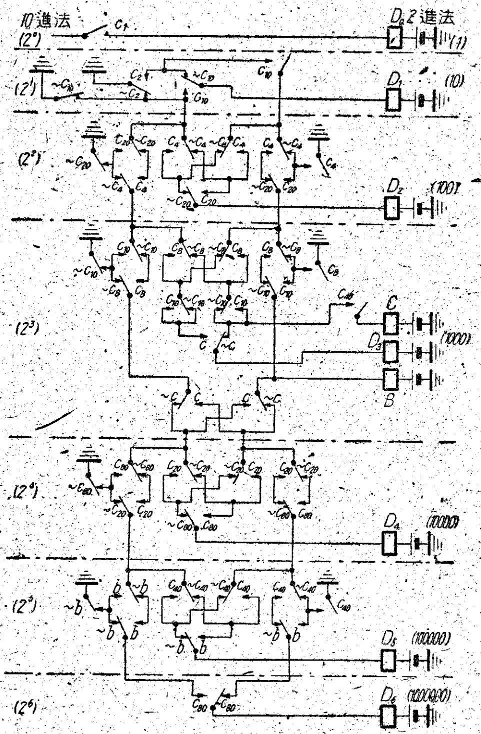
なお，コルネル大學には工科大學とは別個に，航空研究所 (Cornell Aeronautical Laboratory, 4455 Genesee Street, Buffalo 21, N.Y.) がおかれている．この研究所はカーチスライト會社から大學に移管された研究室をニュークレアスとしてでき上つたものである．ここの所員は工科大學に出講し，工科大學の教官の若干名はここの顧問になるという風に，大學の教育との間には密接な連絡を保つている．この研究所の最近1ケ年の研究費は約340 萬ドルである．

エール大學工科大學

Yale University School of Engineering
Sheffield Hall, New Haven, Connecticut

エール大學には，工學的研究を行う獨立した正式の機關はなく，工科大學（學長 Walter J. Wohlenberg 氏）の教官個人または教官群がそれぞれの分野において研究に從事している．ただし，これらの研究は，大學内の適當な機關たとえば特殊研究に對する寄附金に關する委員會によつて管理せられ，研究活動は，主として，各教官の能力，經驗および興味に支配されている現狀である．最近1年間の研究費は，人件費を除き，外部からの寄附金を含めて約 14 萬ドルである．學科としては，工業化學，土木工學，電氣工學，機械工學および冶金學の4學科である．現在研究に從事しているのは，教官 43 名以上と大學院學生約 30 名である．　(27.2.1)

13頁より



第 13 圖

引用文献

(1) Description of a relay calculator by the staff of the computation laboratory, Harvard Univ. press. 1949.
(2) S. B. Williams; A Relay computer for general applications, Bell. Lab. Record, Feb. 1947.
(3) E. G. Andrews: The Bell Computer, Model VI, E. E. Sept. 1949.
(4) 後藤以紀: 通信工學を理解するための數學，第1編繼電器回路，電氣通信學會，昭. 27 年 1 月.
(5) 駒宮安男: 10 進法⇆2 進法變換繼電器回路理論，電氣試驗所彙報，昭 26 年 8 月：電氣計算回路理論，電氣試驗所研究報告第526 號，近刊.