

電 氣 式 微 分 解 析 機

—— 電 氣 試 験 所 型 ——

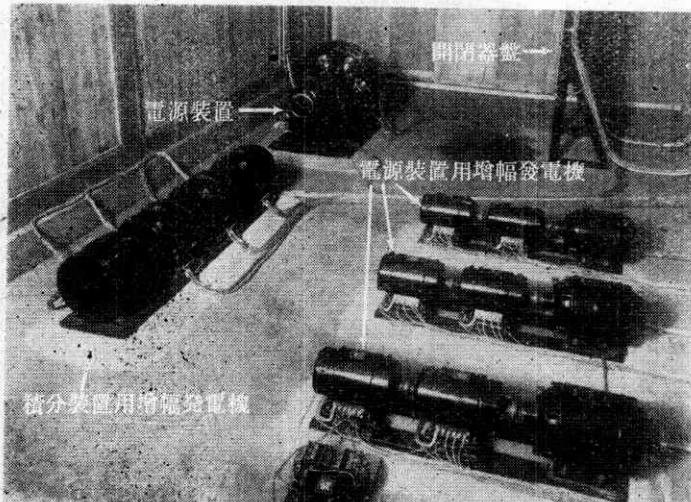
伊 藤 努 ・ 乘 松 立 木 ・ 松 野 茂 利

この微分解析機は微分方程式を解く原理的構成においては機械式微分解析機と同じであるが、主要部の積分機が電気的な積分方法をとっており、各変数が電気量で代表されるので、機械の接続が接続盤においてプラグ、コードのぬきさして自由に行えるという長所を有する。装置の数は増えるが平面的配置は融通がきく。機械式微分解析機の構想と精度を保ちながら、電気式の特徴を巧みに取り入れたものと見なすことができる。

1. 緒 言

今回電気試験所に新しく設置した微分解析機は多年電気試験所において研究してきた電位差式算法を応用したものであつて、従來の型の微分解析機と全く異つた構造と特徴をもつている。

すなわち本機は電位差を基礎にして組立てられており電気式精密積分機、精密電位差計等によつて方程式の各項に該当する一連の電位差を作りこれと閉接續して一種の自動平衡装置を形成させたものであつて、自變數を表わす電位差を強制變化させれば求める微分方程式の解が出力卓上に自畫されるよつになつている。



第 1 圖 電 源 部

本機の現在容量は次の通りである。

積分機	3
單素子入力卓	2
2 素子入力卓	1
2 素子出力卓	1
常數係數裝置	5
函數乘算裝置 $f_1(x) \times f_2(x)$	2
自變數電源	6

であつて3階までの任意の常微分方程式を解くことができる。

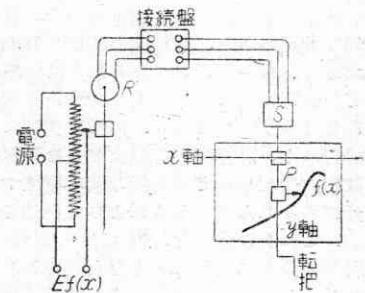
なお本機は今年中に積分機3個、極座標式入力卓1個2素子出力卓1個、函數乘算裝置2個、正弦函數裝置1個を追加し6階用に擴張することになつている。

2. 演算機素の概要

微分方程式の中に現れる各項に比例した電位差を取り出し、かつ部分的な計算を行うために次のような演算機素が使用されている。

(1) 函數導入裝置

これは微分方程式中に含まれている既知函數を導入するための装置であつて第2圖に示すように直流セルシを介して入力卓と組合された精密摺動抵抗を使用している。

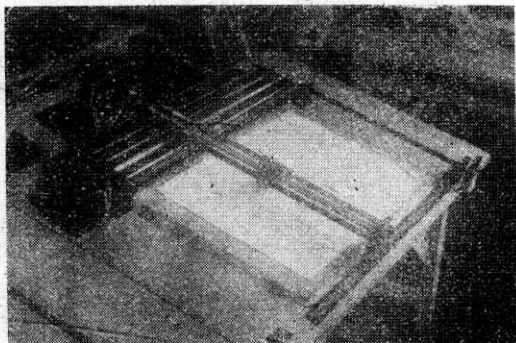


第 2 圖 函數導入裝置

すなわちx軸の回轉につれて入力卓の轉把により指針Pを卓上の方眼紙に畫かれた曲線 $f(x)$ 上を追隨させればPの動きは直流セルシの送、受信機SおよびRを介して摺動抵抗の可動接點に傳えられる。

から摺動抵抗の出力端子間に $f(x)$ 比例した電位差 $Ef(x)$ が現れる。

S および R は接線盤上の挿込みプラグにより任意に相手を選択して接続される。



第3圖 単素子入力卓

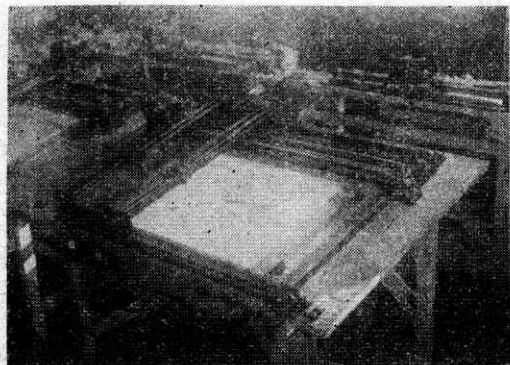
第3圖は単素子入力卓を示す。x 軸および y 軸の有効範囲はそれぞれ 720 耗, 520 耗で送りねちの積算誤差は 0.1 耗以下に保たれている。



第4圖 線型精密摺動抵抗

第4圖は線形精密摺動を示す。可動接点の送りねちを入力卓の y 軸と同一のものを使用し、かつ抵抗分布の様子は全使範囲にわたり 0.02% 以内に保たれている。

時間遅れを伴う問題を解くために 2 素子入力卓を必要とする場合がある。これは第5圖に示す通り一つの x 軸



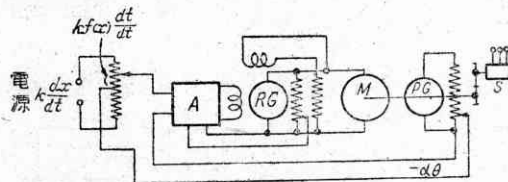
第5圖 2 素子入力卓

によつて同時に送られる 2 本の y 軸を有しており、右側の y_1 に取り付けられたペンの畫く曲線を左側の y_2 軸に取りつけた指針によつて一定間隔のずれを以て追跡し y_2 軸の回轉を摺動抵抗に伝えるのである。 y_1, y_2 軸の間隔 τ は 0~100 耗の範囲で任意の値に精密調整できる。線形摺動抵抗をこの 2 素子入力卓に組合せれば $f(x-\tau)$ なる形の函数を含んだ式を取扱うことが可能である。

なお入力卓は上に示したような直角座標式のものの他に例えば周期函数を導入する場合等では極座標を用いた方が便利な場合があるので極座標式入力卓を近く追加することになっている。

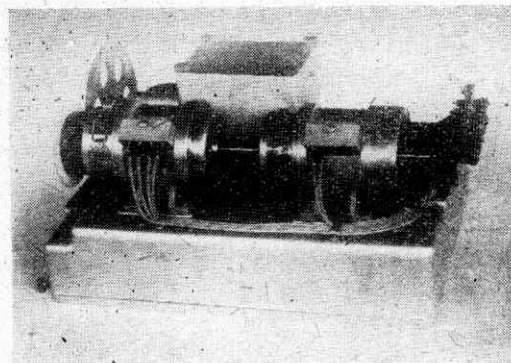
(2) 積分機

被積分函数に比例した電位差によつて直流電動機の精密速度制御を行わせる方法を使用している。すなわち第6圖で M は特殊構造の精密直流分巻電動機であつて、



第6圖 積分回路

これに直流のパイロット発電機 PG が直結されている(第7圖)。 PG は特殊構造の永久磁石型発電機であつて一定の出力電流以下で使用すれば 0~1500 rpm の速度範囲においてその出力電圧は 0.01% 以内の精度で電機子の回轉速度に直線比例する。



第7圖 積分機素

電子管増巾器 A と回轉機 KG は特殊の増巾発電装置を形成して、その総合利得は約 4 萬倍である。

被積分函数 $f(x)$ を表す摺動抵抗の電源には後に述べる自變數電源装置によつて $E=k dx/dt$ が供給される。

この装置全體が一つの閉じた自動速度制御系を形成しており被積分函数 $f(x)$ と積分電動機 M の回轉速度 $\dot{\theta}$ の間には

$$F_1(P)\dot{\theta} = \mu F_2(P) \left\{ k f(x) \frac{dx}{dt} - a \dot{\theta} \right\} \quad (1)$$

の関係があり μ を充分高く取つておけば最終的には

$$\dot{\theta} \doteq \frac{k}{a} f(x) \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

であり、また回路の各常數を選定して系の安定度と即應性を適當に取り過渡現象を有効に抑壓させれば充分正確に

$$\theta = \frac{k}{a} \int f(x) \frac{dx}{dt} dt$$

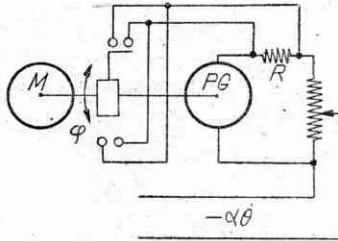
$$= \frac{k}{\alpha} \int f(x) dx \quad (3)$$

なる関係をもたせることができる。事実われわれの積分機においては好条件の下では擾亂の影響は 0.01 秒以内に抑壓されている。

この積分機は閉じた制御系をなしているから増巾器がその機能を失わない限り積分誤差は常に一定の限界以内に保持される特徴がある。また k および α は可変であるからこれらを変えることによつて積分機常数を自由に變更することが可能である。

次にガタ補正について一言する。微分解析機の各部分の機械的、電気的

ガタはもちろんできる限り少くするよう留意しているがそれにもかかわらず若干のガタはまぬかれない。



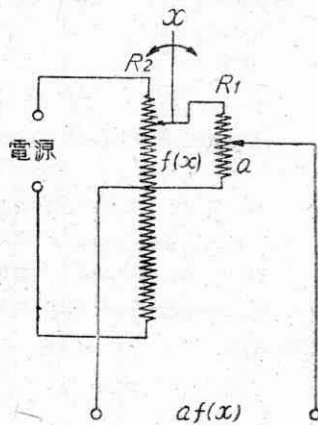
第 8 圖 春隙補償装置

本機では第 8 圖の方法によつてガタの影響を補正している。すなわち積分機が逆轉する際その逆轉の瞬間より一定の區間だけ饋還率 α を變えることによつて積分機自身の回轉速度を適當に増速させるのである。

補正の程度は角度 φ または R の大きさを變えることによつて任意に調節される。

(3) 乗算装置

乗算はすべて電位差式分壓法によつて行つている。例えば $af(x)$ のように常數の乗算は第 9 圖のような回路を用いる。 R_1 は 4 桁のダイヤル型線形精密抵抗を使用し、 R_2 には (1) に述べたと同一構造の精密摺動抵抗を使用する。ただし R_2 の抵抗素子は線形ではなく R_1 への分流補償を自動的に行い得るようその抵抗分布をあらかじめ計算して作ったものである。



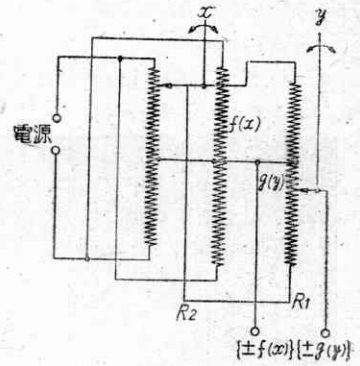
第 9 圖 係數回路

また $f(x) \times g(y)$ のように函數と函數の乗算を行うには第 10 圖のような回路を用いる。 $f(x)$ および $g(x)$ はおのおの土の兩域に點化して差支ない。

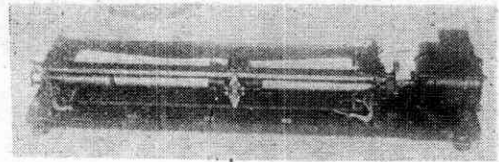
この場合 R_1 は線形、 R_2 は補償巻線が施されており、 2 本の R_2 は全く同一構造になつている (第 11 圖)。

(4) 加算および減算

加算計算は直列加算または並列加算法によつている。直列加算の場合には加算される項の數だけの獨立電源が必要である (第 12 圖)。並列加算は第 13 圖のように高抵抗を通

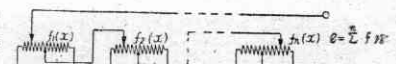


第 10 圖 乗算回路



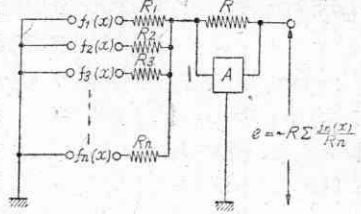
第 11 圖 2 素子精密摺動抵抗

して並列接續するから電源は 1 個でよいが高抵抗の精度に限界があるので高い精度の計算を望むことは困難である。



第 12 圖 直列加算回路

本機は 6 個の獨立電源を備えており必要に應じて直列、並列の使い分けを行うようになつている。



第 13 圖 並列加算回路

(5) 同期連結装置

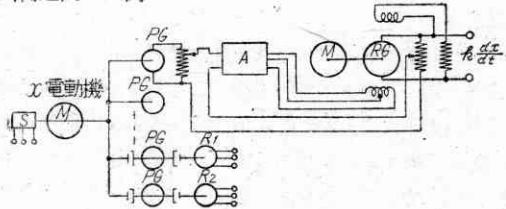
本機の各回轉機構間の連結は直流セルシンによつて行う。 D.C. 200 V, 出力 30 W, 24 ステップのものを使用し、セルシンの送、受信機と驅動または被驅動機構間の増速または減速比は齒車の取換へによつて普通 3 段に換えられるようになってゐる。減速比を最大に取つた場合セルシンの 1 ステップは被驅動機構の實角に直して 3° に設計されている。

(6) 自變數電源装置

時間に対する自變數の變化率を任意に選定し、かつまた微分解析機の操作中でも必要に應じて自變數の變化率を變え得るようにするために使用されるものであつて、微分解析機の各摺動抵抗はすべて自變數電源より供給される。自變數電源装置の構造は第 14 圖に示す通り遠隔操作によつてその速度を任意に變えられるモ電動機 M によつて同時に驅動される 6 個のパイロット發電機 PG の發生電壓を (2) に述べたと同様な増巾發電装置によつて

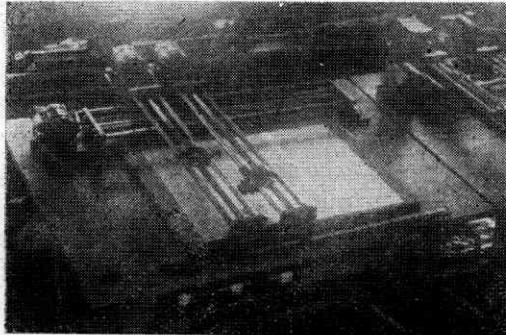
おのおの電力増巾し6個の独立した $k dx/dt$ 電源を得るものである。

PG は積分機に使用したものと同一構造のものを使用している。増巾発電装置は単に電力増巾のみを行うものであつて、その出力電圧は増巾利得によつて左右されることなく饋還比によつて定まるものであるから出力電圧 $k dx/dt$ は PG の精度すなわち 0.01% の精度で M の回転速度に比例している。



第 14 圖 自變數電源回路

6 個の PG の中 2 個は切換機構により M より切り離して直流セルシンの受信機 R_1, R_2 に結合することもできるようになつている。だからこの場合もし R_1 の相手方の送信機を y で駆動したとすればこの PG の発生電圧は $k dy/dt$ になるから $k dy/dt$ 電源が得られる。だからこの $k dy/dt$ 電源より (2) の被積分函数を表す摺動抵抗を饋電すれば



第 15 圖 2 素子出力卓

$$\theta = \int k f(x) \frac{dy}{dt} dt = \int k f(x) dy$$

なる積分が行われる。

x 電動機 M に連結された送信機 S は微分解析機の各部の x 機構例えば入、出力卓の x 軸を駆動するための受信機に接続される。

(7) 2 素子出力卓

解答を直角座標曲線として方眼紙上に自畫させるための装置であつて、1 本の横軸とこれに直交しかつおのおの独立に回転し得る 2 本の縦軸を有し、それぞれペンを備えていて 2 種類の解を同時に畫くことができる。その構造、寸法および精度等は大體前に述べた 2 素子入力卓と同様である(第 15 圖)。

横軸および縦軸にはそれぞれ専用のセルシン受信機が傳えられていて求める解の種類に応じてそれぞれ對應する相手方の送信機に接続するのである。

(8) 接続盤

計算回路を形成するための計算回路接続盤と各機構部を連結するためのセルシン接続盤からなつている。前者は電話交換用のプラグ、ジャックを使用し、後者は 3 本足の挿込みプラグによつて接続を行う。

3. 微分解析機の設定および計算回路の構成

解くべき方程式が與えられるとまず式の形を檢討し、そのまゝ微分解析機にかけられない場合には變數變換その他の方法によつてなるべく都合のよい形に變換する。

次に方程式の各項を表示するに必要な演算機素を選定してこれに既知の値を導入する、例えば係數装置の目盛を各常數係數の値に合せまた既知函数が與えられておればこれを畫いた方眼紙を入力卓に貼付して導入の準備をする。次に各積分機の積分常數を方程式の要求する値に調整し、かつ各機素の可動部分の位置を與えられた初期値に合せる。

これで機素の設定が終つたわけであるから計算回路接続盤上で各機素の直列または並列加算接続を行う一方セルシン接続盤により各セルシンの相對應する送、受信機を接続すればこれで一切の準備が完了する。そこで操作盤上の起動ボタンを押せば微分解析機が起動して x 軸が回転するから入力卓の監視者は指針の先端が曲線はずれないよう絶えず轉把を回して追跡して行けば出力卓に求める方程式の解が自畫される。

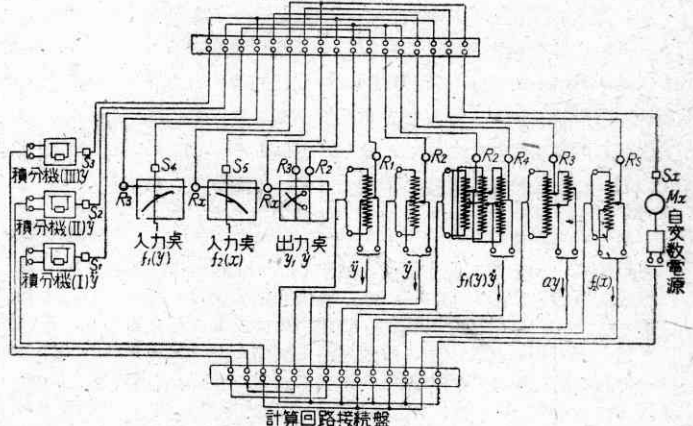
次に 1 例として

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + f_1(y) \frac{dy}{dx} + ay = f_2(x) \tag{4}$$

を解く場合を例示する。(4) 式を書き改めれば

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = f_2(x) - f_1(y) \frac{dy}{dx} - ay \tag{5}$$

となるからこれを微分解析機で解くには第 16 圖のようセルシン接続盤



第 16 圖 微分解析機接続盤接続例

に接続すればよい。第 16 圖は並列加算法を用いた場合であるが、直列加算による場合は計算回路の接続を第 12 圖に準じて行えばよいのである。

1 本の解を求めるために要する時間は標準の運轉状態では約 8 分である。もつともこの時間は電動機の回轉速度を變えることによつて自由に調節することができるわけであるが、あまり早くすると入力卓の追跡誤差が大きくなる。

4. 演算精度

各機素の精度は上記の通りいずれも 0.01~0.02% 以内に收められている。實際に得られる解の精度は式の形によつても異なるので一概にいえないが正弦振動の式を入れて圓線圖試験を行つた結果は出力卓上に半径 200 耗の圓を畫せた場合圖面の上の食い違いは認められない。

ガタ補正装置を使用しない場合と使用した場合の差異は圓線圖試験の結果にはほとんど現れてこない。換言すれば現在の所では 2 階程度の解法にはほとんど影響を與えない位に各部の背隙が小さく保たれているわけである。

實際に數値解を求める場合において最も大きい誤差の原因となるのは導入函數の追跡の巧拙と方眼紙の目盛の不正確さである。

追跡誤差の影響は x 軸のスケールを延長することによつて急速に改善されることが理論的にも明かにされているのでこの點はあまり問題にならないが、問題は方眼紙の精度である。現在の所では例え實温を恒温恒濕に保つたとしても方眼紙の精度を 0.1% 以内に保持することは困難と思われる。

この點本機の各部の精度が不釣合に高く作られているかのような印象を受けるかも知れないが、方眼紙の問題は別に改善の方法を考えているし、また假りにこのことを度外視したとしても、この種の機械は誤差の傳播の影響が大きいので容量を大にして高階の式を取扱う場合には、個々の機素の精度はできるだけ高く取つておかないと信頼し得る解が得られないからである。

次に將來の問題としてわれわれは函數追跡の手数を省くと同時に演算精度を高める手段として既知函數の導入を Code System によつて自動的に行うと同時に出力卓の代りに解答を印字することを考えている。こうすれば方眼紙の問題も同時に解決されるわけである。

Code による函數の導入は本機では極めて簡単に、し

かも支障なく行うことができる。

5. 特 長

本機は種々の特長をもつているがその主なものを列記すれば次の通りである。

(1) 外國の方式と比較して製作が非常に容易であり現在のわが國の技術でも容易に高精度の装置が得られる。ことに積分機は closed cycle になつているので信頼性が高い。

(2) 計算回路がすべて電氣的に構成されているので自由度が高く、例えば積分常數のようなものも自由に調節することができるし、また導入函數の振巾を種々に變えて多くの解を求める場合にも一々曲線を書き改める必要がなく、單にダイヤルを調節するだけで導入函數の倍率を變えることができる。このことは操作能率を高める上において非常な利點である。

(3) 新しい方程式を解く場合に計算回路の構成は接続盤のプラグの差換によつて行われるから能率が良い。

(4) 2 素子精密摺動抵抗によつて函數の乗算を非常に容易に行い得るから、從來の方式のものに比較し同數の積分機を備えていればより高い階數の微分方程式を解くことができる。

(5) Code System による 函數導入の實現が容易である。

(6) 階數の高い大規模の装置を作る場合に有利である。

各機素の配置が自由であり、かつ立體的に配置できるから所要床面積はるかに少い。

(7) 各機素の連結、開放が自由に行えるのみならず機素の大部分のものがその性質上微分解析機以外の他の計算にも流用できるので利用率が非常に高い。

6. 結 言

本機は電氣試験所で設計、綜合組立および細部調整を擔當しその製作は東京計器株式會社(元東京航空計器)をわずらわしたものであるが、何分にも新しい方式を採用したものであるから將來さらに改善すべき點も認められるので、今後さらにその特長を活かし不備の點を改良して行き度いと考へ大方の御支援を願つて止まない。

(27.1.24)

(33 ページから續く)

また他の一例として原子構造に關する Schrödinger 方程式の取扱いにらいてのべれば、等價回路は第 10 圖の通りで、これは常微分方程式を定差方程式でおきかえることにより得られる。この等價回路で回路のパラメーターを組織的に變えて固有函數が見出される。すなわち第 10 圖の回路でキャパシタンスを變えて入力電流が 0 となるように調整すれば共振状態となり、この共振周波數

が固有値に相當するわけである。

5. 結 言

以上交流計算盤は電力技術上に重要な役割を有しており、その活用により電力技術の飛躍的發展を期待し得ると共に、他の工學部門にも廣い應用分野を見出し得るのである。終に、この稿の作成に協力された電氣試験所交流計算盤研究室日高一彦、深尾毅その他の諸君に感謝する次第である。(27.1.19)