

圓錐レンズによる像について

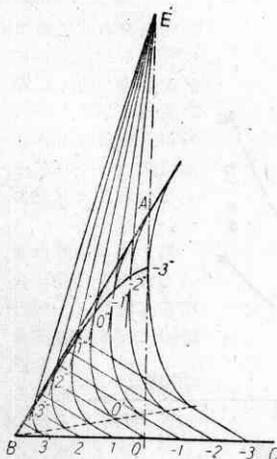
—プラスチック・レンズの一面—

豊田 利幸 (應數)

いままでレンズといえば、できるだけ眞實を歪めないで寫すことが重要であつた。そして歪曲の變構を究明するために收差論が學問として發展してきたことは周知のことである。これを逆に使つて例へば與えられた圖形を一定の法則に従うように歪めることもできるはずである。では具體的に例へばどんなことができるであろうか。

ここに圓錐レンズというのは合成樹脂を直圓錐の形に仕上たものをさす。球面或は拋物面等従來レンズと呼ばれてきたものと本質的に違ふ點は光軸に尖點をもつことである。したがつて光軸上から底面におかれた圖形を見るときは、單なる歪曲像ではなくて本號口繪にあるような今まで見られなかつた像が得られるのである。

この像の性質を調べるために、まず圓錐の頂角を 60° 屈折率を 1.5 として屈折法則から像を作圖によつて求めてみよう。中心軸に關して廻轉對稱であるから、中心からの距離がどのように變るかを調べればよい。第 1 圖で中心軸を含む一つの斷面を ABC, A を頂點, AO を中心軸, E を目の位置とする。底面上の一點 O を出た光は火面 O'O'' を作つて外へ出るから、E で見るときは(寫眞機ならばうんと絞つて) E からこの火面に引いた切線の切點 O'' に O があるように、浮上つて見える。底面上の點列 1, 2, 3 も同様にして 1', 2'', 3'' の位置に見える。ここで注意しなければならないのは、中心軸 AO に關して反對側の點 -1, -2, -3 等が作る火面も今と同じ側に入りこんでいることである。いまその火面が中心軸に切つるような點を -3 とすると、O と -3 と



第 1 圖 圓錐レンズによる結像の説明

の間の點は前と同じ側に、即ち點列 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3 は少し彎曲して 3'', 2'', 1'', 0'', -1'', -2'', -3'' として

見えることになる。

これをもとにして任意の固形の像を作圖することは容易である。例へば第 2 圖で黒く塗つた部分は斜線を施した圖形の像を作圖したので、實際のものと一致する(寫眞 4)。ただし O を中心軸と一致させる。この圖形を組合せれば、他の圖形の像も理解することができよう。(口繪及本文寫眞参照)

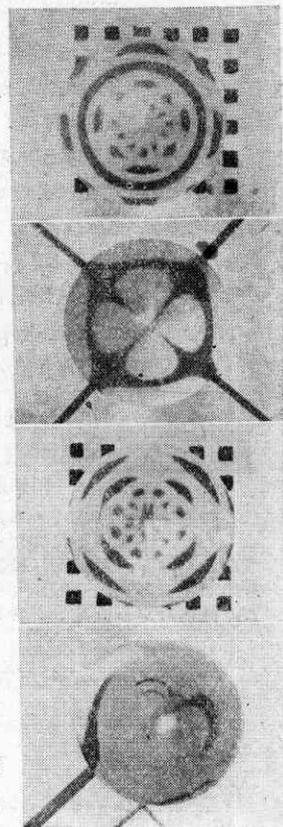
次にこの寫像を數式であらわしてみよう。簡單のため $B3'' 2'' \dots -3''$ を一直線と見做す近似をとり、中心軸から O'' までの距離を a, OB を L, O と -3 との距離を l とする。圖形上の點を極座標 (r, θ) であらわすとき、その像の極座標 (R, θ) は：
 $r > l$ のときには、

$$\begin{cases} R = r + a \left(1 - \frac{r}{L}\right) \\ \theta = \theta, \end{cases} \quad (1)$$

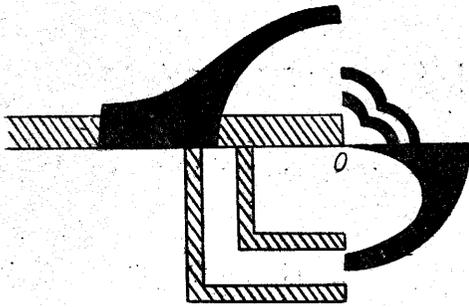
また、 $r \leq l$ のときには二通りに寫像され、上式の他に

$$\begin{cases} R = a \left(1 - \frac{r}{l}\right) \\ \theta = \theta + \pi \end{cases} \quad \dots (2)$$

の點に寫像される。これから半径 l の圓の外側にある圖形は「たいこ」型の歪曲



寫眞. 上から順次 (1), (2), (3), (4)



第2圖 圓錐レンズで見る圖形(斜線)とその像(黒い部分)

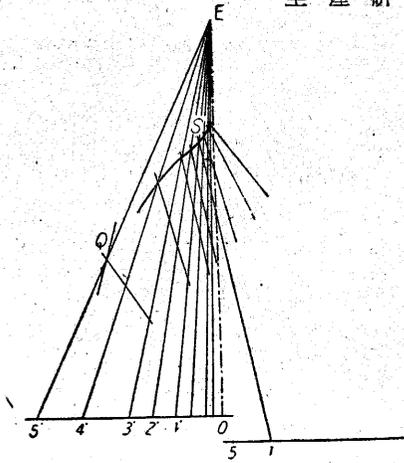
をうけ、中心 O は半径 a の圓周上に擴つて見えることがわかる。

今度は逆に上のような意味で寫像關係が與えられた場合、圓錐のかわりにどのような曲面をもつてくればよいかを考える。例えば (2) のかわりに

$$\begin{cases} R = \frac{1}{r} \\ \theta = \theta + \pi \end{cases} \dots \dots \dots (3)$$

をとつてみよう。ここで $\theta = -\theta$ ならば確かに「等角寫像」の一つになるわけであるが、これは廻轉對稱のレンズでは原理的に不可能である。しかし、とにかく (3) を實現させるだけでも興味がある。

第3圖はこれを作圖によつて求めたものである。次にその作圖の要點を説明しよう。例えば底面上の點1の像が直線 $E1'$ 上にできるとする。1を出た光線のどれか一つは、 $E1'$ 上のどこかで屈折して $E1'$ の方向にならねばならない。いまその點を S とすれば、S は境界面上の點で、且つ入射屈折の兩光線が與えられているから、S



第3圖 (3) 式の寫像を與える錐面の作圖

における境界面の法線を求めることは容易である。(1) 1に近接した點の像はやはり $E1'$ に近接した直線上にできるはずであるから、一階の微分方程式を圖式的に解く要領で、折線として境界を求めることができる。ただし第3圖では5なる點を $E5'$ 上に寫像するすることができない。これは $5Q; QE$ が屈折法則を滿すような境界面は存在しないからである。従つて(3)を滿す r には制限があることがわかる。

ここに述べた作圖法によれば(3)を一般化して

$$\begin{cases} R = f(r) \\ \theta = \theta + \pi \end{cases} \dots \dots \dots (4)$$

を求めることも同様にしてできる。

最後にこの研究を御示唆且つ圓錐レンズを貸與下さつた久保田教授に厚く感謝の意を捧げる。(2)(3)

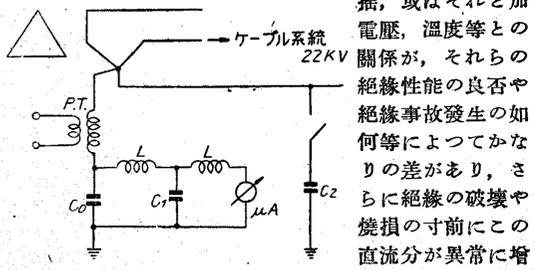
(1) 黒田著 光學 4 頁参照
 (2) 應用物理學會講演 昭和 24 年 4 月
 (3) 照明學會誌 24 年 10 月號

速報 20

絶縁の不良劣化の新検知方法

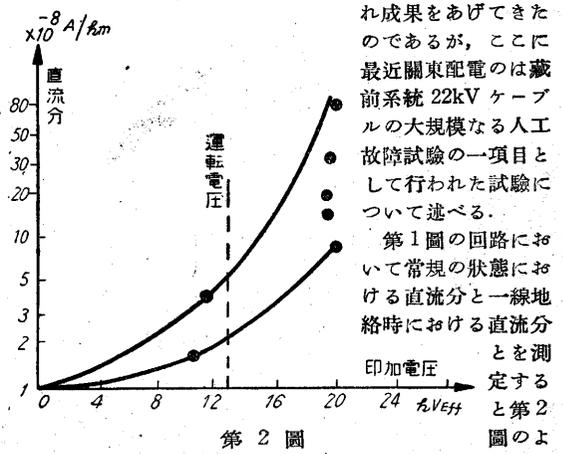
福田節雄・馬場準一 (電氣)

この方法は、筆者の一人が発見した新しい原理に基づくもので、絶縁の不良劣化の検知に對する有力な方法である。即ち、電線路、機器等に商用周波の交番電壓を印加するとき、一般にその漏洩電流或は充電電流にごく微弱ながら直流分が含まれ、その大小、方向、動



第1圖

揺、或はそれと加電壓、温度等との關係が、それらの絶縁性能の良否や絶縁事故發生の如何等によつてかなりの差があり、さらに絶縁の破壊や焼損の寸前にこの直流分が異常に増大することがある



第2圖

れ成果をあげてきたのであるが、ここに最近關東配電のは藏前系統 22kV ケーブルの大規模なる人工故障試験の一項目として行われた試験について述べる。第1圖の回路において常規の状態における直流分と一線地絡時における直流分を測定する」と第2圖のよう