

# 天然林の成長に関するシステム論的研究

平田 泰雅\*・箕輪 光博\*

## A System Approach to Forest Growth Modelling of Natural Forests

Yasumasa HIRATA\* and Mitsuhiro MINOWA\*

### I. はじめに

本研究の目的は、天然林における林分構造の動態を林分因子の相互連関に着目したシステム成長モデルを用いて記述することにある。

林分レベルの成長に関してはいろいろな経験的法則が知られており、これらを統一的に説明するためのモデルの開発が進められている。その一つに対数線形システムとしての成長モデルが挙げられる。このシステム論的成長モデルは、林分因子を状態変数として林分因子間の相互作用を記述するものである。その際、林分因子を直接に状態変数とせず一旦対数値に変換した値を用いるモデルが対数線形システムとしての成長モデルであり、同齢単純林を対象とした成長モデルが開発されてきた<sup>1,9,10</sup>。この成長モデルの特徴は、林分因子間の関係に関する従来の経験則をシステムのトラジェクトリの特異な場合として含んでおり、またシステムの解として各林分因子の成長パラメータを明示的に含む新しい成長曲線を提示している点である<sup>13</sup>。

天然林においてはその成長現象が複雑であり、また十分な経年データが得にくいことから、上記のような成長モデルの開発はあまり進んでいない。天然林を対象とした数式モデルでは、南雲<sup>12</sup>、石橋<sup>7</sup>、山本<sup>17</sup>の直径遷移行列を用いたモデルが挙げられる。このモデルでは直径遷移確率を求める際に、全てのデータをある時間断面に射影させるため経年データを必要としない利点を持っているが、一方で対象となる林分の現在までの成長過程を考慮しないということが問題である。これに対し対数線形システムにおいては連立の微分方程式を用いるが、この解法は局所的な変化の法則をつなぎ合わせて大局の法則を求めるものであり、天然林の成長現象を捉えるモデルとして適していると考えられる。

天然林においては特に各林分因子の時間的推移が相互に関連しているため、その成長を論ずる際には各林分因子を「対」にして扱うことが望ましい。そこで本論文は、林分因子の時間的変化と林分因子間の連関について検討し、さらにこれらの林分因子に対数線形システムとしての成長モデルを適用することにより、相互作用がどのように表現できるかを検討するものである。

### II. 資 料

本研究で用いた資料は、東京大学北海道演習林内に設定された固定標準地の定期測定資料である。固定標準地は林分施業法<sup>15</sup>と名付けられた天然林施業による林分の量的・質的变化を調べる

\* 東京大学農学部林学科  
Department of Forestry, Faculty of Agriculture, The University of Tokyo.

ために設定されたものであり、施業の側面からの試験地という経緯を持つが、1958年の林分施業法の開始と同時に設定されて以来、長年にわたって定期的に毎木調査が行われており、天然林の動態を生態学的側面から捉えるための貴重な資料となっている。

固定標準地の設定は1958年から1981年にわたっており、各面積は0.146～1.394 haである。第I作業級に76箇所、第II作業級に30箇所、計106箇所が北海道演習林の択伐・再生林択伐・補植林分のほぼ全域にわたり、林相・土壌条件・地形などの異なる地域に設定されている。

固定標準地の調査は原則として第I作業級で4年毎、第II作業級で5年毎に、5 cm以上の胸高直径を有する林木について毎木調査される。また固定標準地を含む林分に伐採が行われた場合には伐採に伴う測定が行われる<sup>7)</sup>。

しかし残念ながら、1981年の台風により北海道演習林全域にわたり大きな被害を受け<sup>18)</sup>、3箇所の固定標準地については廃止、11箇所については不定期測定に変更を余儀なくされた。

### III. 林分因子の相互関係および時間的变化

#### 1. 立木本数と径級別本数比との関係

林分構造を定量的に把握するには、いくつかの指標となりうる平均量あるいは全体量が用いられるが、これらの量の間にはいくつかの経験則が知られている。ここではその指標のうち立木本数と径級別本数比との関係について検討することにする。

ソ連の生物物理学者ヒルミは、自己間引きが生じている同一樹種、および同齡林分を対象とした立木本数の減少についての考察に先立ち、林分の生育過程を次の3つの期間に区分している。第1期は発芽、植栽から樹冠の閉鎖するまで、第2期は、樹冠の閉鎖から、林木の樹冠下に生じた他種林木等が、実質的になんらかの影響力をもつに至るまでである。この第2期における立木本数の減少の主要因が自己間引きであり、それは植物相互間の種内関係だけが原因となって進行する間引きである。この期間の他の因子の影響は二次的、従属的なものに過ぎず、前の因子に比べ無視することができ、時間の経過とともに起こる立木本数の変化は、いずれも自己間引きのみによって条件づけられるとみて差しつかえない。その後、立木本数がある水準まで減少し、種内関係の緊密さが薄れてくると、やがて第3期となる。この時期の立木本数の減少は大部分が他の因子、すなわち種間関係や寿命による自然枯死等によって決定されるようになる。他種林木との競争がさして激しくなく、そのため共存が可能である限り、相当長い期間にわたって第3期は続くと考えられる<sup>8)</sup>。

同齡単純林の立木本数の変化については、ヒルミの区分した生育過程の第2期に当たる林分について検討が加えられているが、天然林においては生育過程の第3期に当たる林分について議論されなければならず、同齡単純林の場合ほど議論は容易ではない。天然林においては絶えず自然枯死と進界が生じており、立木本数を定義する場合に立木をカウントする直径の下限をどこに設定するかという稚幼樹の個体数の取り扱いが難しい問題となる。しかしここではこの問題に深入りすることは避け、北海道演習林において測定されている直径が5 cm以上のものの立木本数と、小径級6～24 cm、中径級26～38 cm、大径級40 cm以上(2 cm括約)という径級区分による径級別本数比との関係について検討することにする。

天然林の場合においては、自然枯死と進界とは密接な関係があると考えられる。大径級において自然枯死が生じた場合には、光条件および空間配置が大きく変化するため進界が生じやすい条

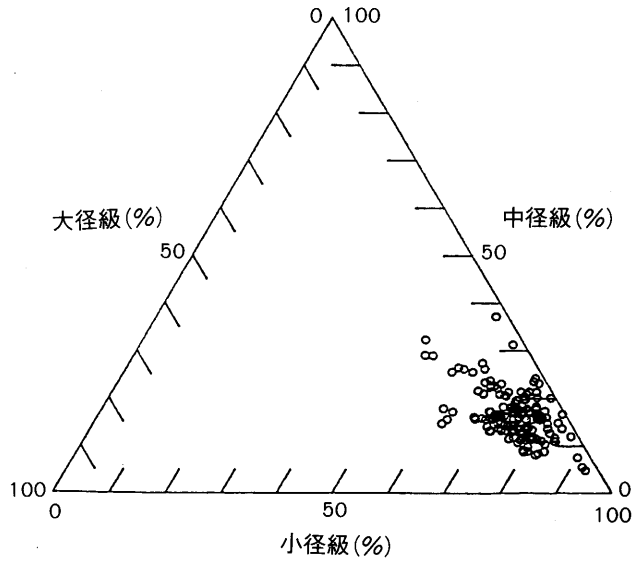


図-1 径級別本数比の分布 (択伐林分第I作業級)

Fig. 1. Distribution of stocking-ratio by diameter class. (The first working circle in selection forests.)

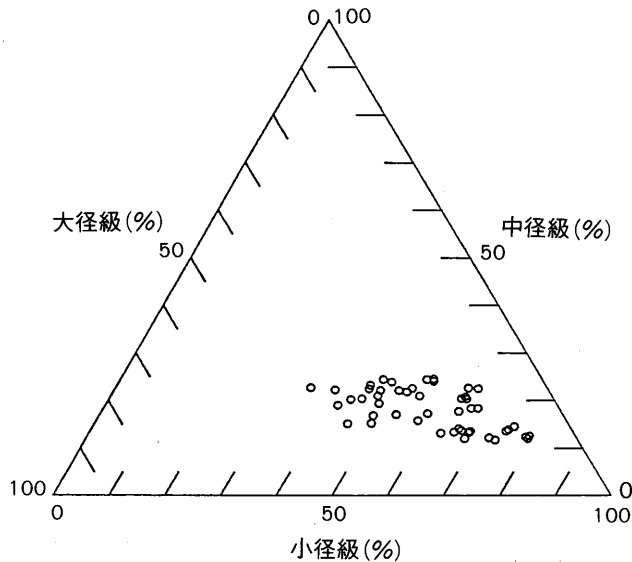


図-2 径級別本数比の分布 (択伐林分第II作業級)

Fig. 2. Distribution of stocking-ratio by diameter class. (The second working circle in selection forests.)

件となると考えられ、また立木本数を増加させる要因である進界木は小径級に加わることから、立木本数は径級別本数比と密接な関係があると考えられる。

そこでまず立木本数と径級別本数比との関係を調べるに先立ち、北海道演習林における天然林

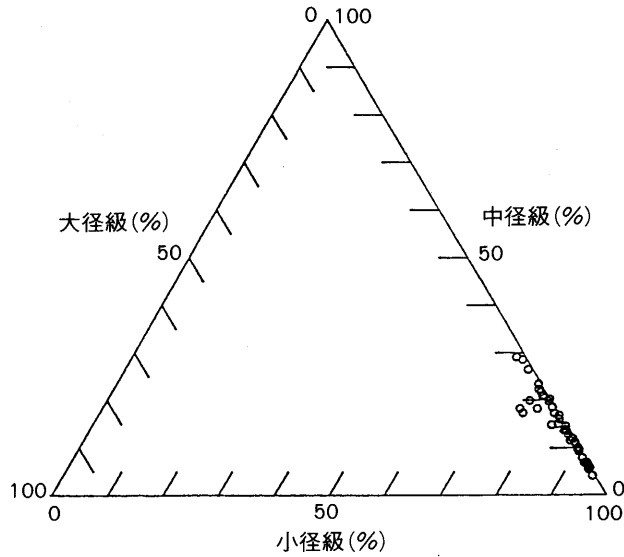


図-3 径級別本数比の分布 (再生林択伐林分)

Fig. 3. Distribution of stocking-ratio by diameter class. (In regenerated selection forests.)

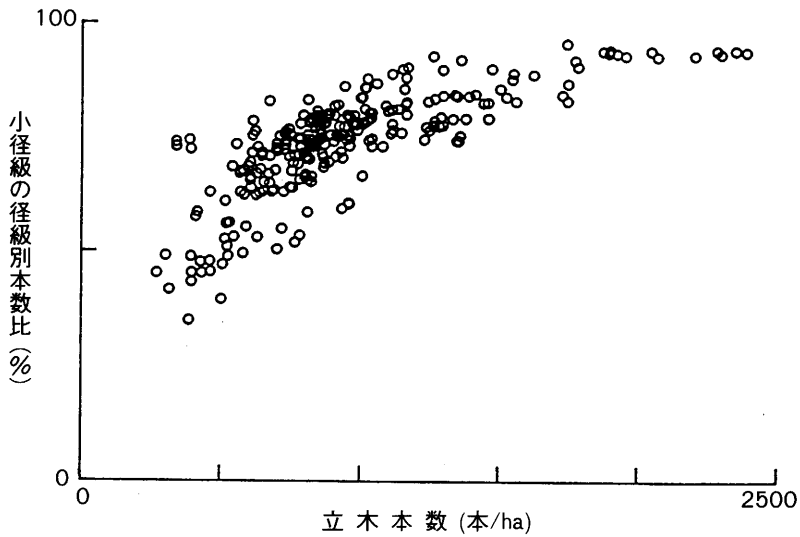


図-4 立木本数と小径級の径級別本数比との関係

Fig. 4. Relationship between stand density and stocking-ratio of small diameter class.

の径級別本数比が林分区分ごとにどのような特徴を持つのかを検討する。ここで林分区分という分類を用いるのは、その特徴をまず施業の立場から捉えるためである。

択伐林分第I作業級(里山)、第II作業級(奥地林)、再生林択伐林分という林分区分における径級別本数比の分布は図-1~図-3のようになった。これらより径級別本数比の分布はそれぞれ固有の特徴をもつことがわかる。すなわち第I作業級の択伐林分では径級別本数比は平均値

小径級：中径級：大径級＝75：16：9（％）

を中心に分布している。第II作業級の択伐林分では中径級の平均割合18％を中心に分布し、小径級の本数比は40～80％と広範囲にわたっている。再生林択伐林分においては大径級がほとんど存在せず、小径級が7割以上を占めている。

以上のように、林分区ごとに径級別本数比の分布はそれぞれ固有の特徴をもつことがわかったが、これは施業の方法を反映していると考えてよい。またこの結果は天然林における径級分布が一様でないことを示している。従って、径級別本数比のみによって天然林全体の林分構造を捉えることはできない。そこで次に施業の方法によらぬ特徴を捉えるため、立木本数と径級別本数比との関係について検討してみよう。

図-4は立木本数と小径級の本数比との関係を示したものであり、立木本数が高い林分ほど小径級の本数比が大きいことがわかる。しかし、立木本数の低い林分においては小径級の本数比は減少しているものの、その分布域は広範囲にわたっている。そこで次に胸高断面積合計を20～25 m<sup>2</sup>、25～30 m<sup>2</sup>、30～35 m<sup>2</sup>、35～40 m<sup>2</sup>、40～45 m<sup>2</sup>の5つの範囲に区分し、各区分ごとに立木本数と小径級の径級別本数比との間にそれぞれGOMPertz関数を当てはめた。ここでGOMPertz関数は、

$$\ln \theta_1 = M(1 - Le^{-k\rho}) \tag{3.1}$$

$\theta_1$ : 小径級の径級別本数比     $\rho$ : 立木本数

と表される。GOMPertz関数はもとはGOMPertzによって生命表の高齢部分の生存数の補正のために作られたものであったが、個体数の増加曲線、個体の大きさの成長曲線としても適合することが少なくない<sup>16)</sup>。 $\theta_1$ と $\rho$ に対して胸高断面積合計の各区分毎に(3.1)式を当てはめた結果は図-

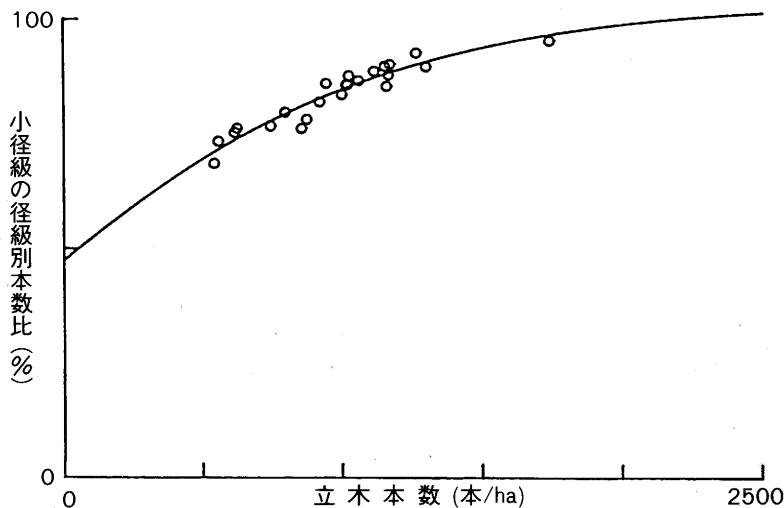


図-5 立木本数と小径級の径級別本数比との間に GOMPertz 関数を当てはめた例（胸高断面積合計 20～25 m<sup>2</sup> の場合）

Fig. 5. An example of fitting GOMPertz function between stand density and stocking-ratio of small diameter class. (20 m<sup>2</sup>～25 m<sup>2</sup> in terms of basal area.)

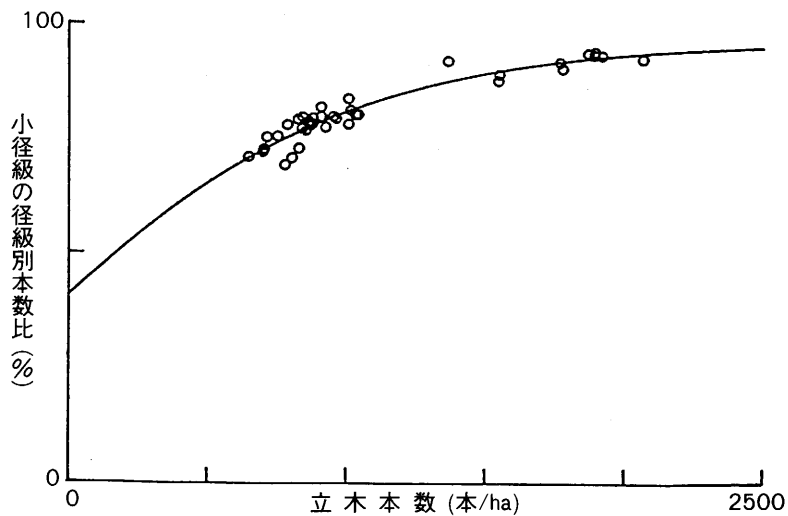


図-6 立木本数と小径級の径級別本数比との間に GOMPERTZ 関数を当てはめた例 (胸高断面積合計 25 ~30 m<sup>2</sup> の場合)

Fig. 6. An example of fitting GOMPERTZ function between stand density and stocking-ratio of small diameter class. (25 m<sup>2</sup>~30 m<sup>2</sup> in terms of basal area.)

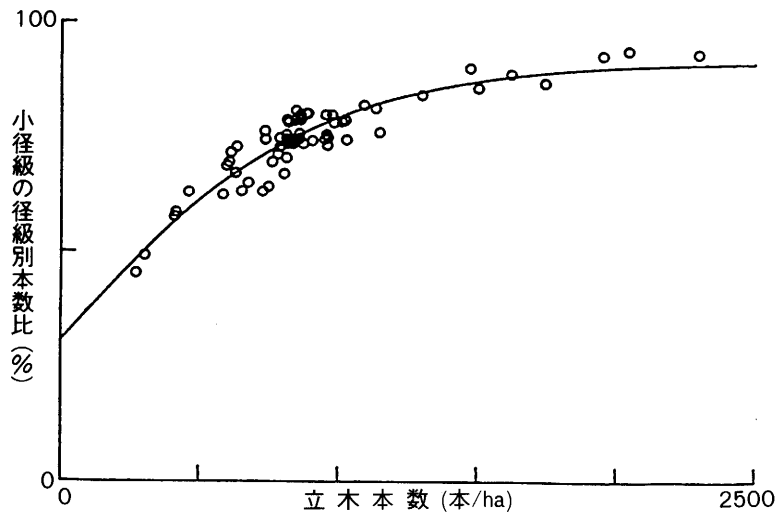


図-7 立木本数と小径級の径級別本数比との間に GOMPERTZ 関数を当てはめた例 (胸高断面積合計 30 ~35 m<sup>2</sup> の場合)

Fig. 7. An example of fitting GOMPERTZ function between stand density and stocking-ratio of small diameter class. (30 m<sup>2</sup>~35 m<sup>2</sup> in terms of basal area.)

5~図-9 のようになった。また胸高断面積合計と (3.1) 式のパラメータ  $M, L, k$  との関係は図-10 ~図-12 のようになった。胸高断面積合計と各パラメータの間には次のような関係がみられる。

$$M = -0.1347G + 4.955 \quad (3.2)$$

$$L = 0.020G^2 - 0.1044G + 1.5326 \quad (3.3)$$

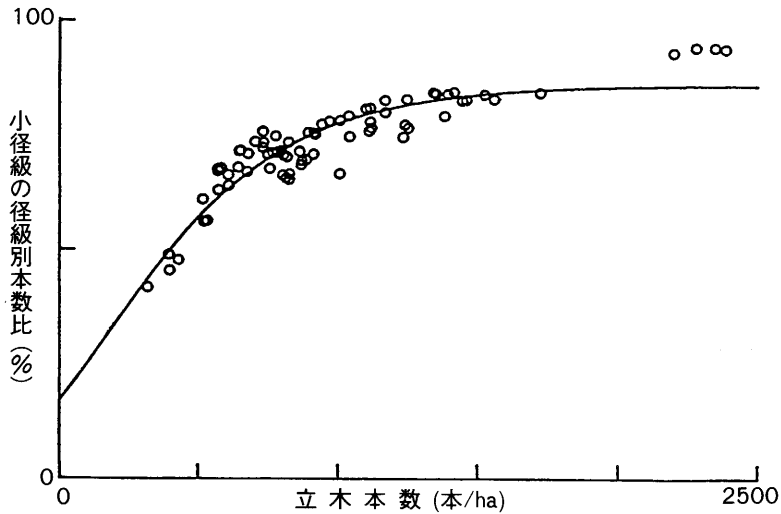


図-8 立木本数と小径級の径級別本数比との間に GOMPERTZ 関数を当てはめた例 (胸高断面積合計 35 ~40 m<sup>2</sup> の場合)

Fig. 8. An example of fitting GOMPERTZ function between stand density and stocking-ratio of small diameter class. (35 m<sup>2</sup>~40 m<sup>2</sup> in terms of basal area.)

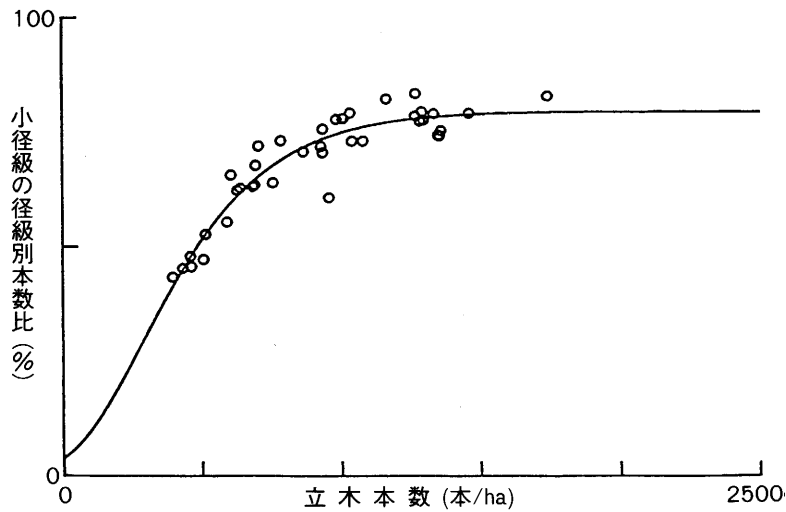


図-9 立木本数と小径級の径級別本数比との間に GOMPERTZ 関数を当てはめた例 (胸高断面積合計 40 ~45 m<sup>2</sup> の場合)

Fig. 9. An example of fitting GOMPERTZ function between stand density and stocking-ratio of small diameter class. (40 m<sup>2</sup>~45 m<sup>2</sup> in terms of basal area.)

$$k = 6.0776 \times 10^{-6} G^2 - 0.00027G + 0.00432 \quad (3.4)$$

これらはそれぞれ高い相関を示している。以上の結果から、胸高断面積合計が与えられたなら、パラメータ  $M, L, k$  は一意的に決定されることがわかる。すなわち、胸高断面積合計を介して立木本数と小径級の径級別本数比との関係を表現することができた<sup>3)</sup>。

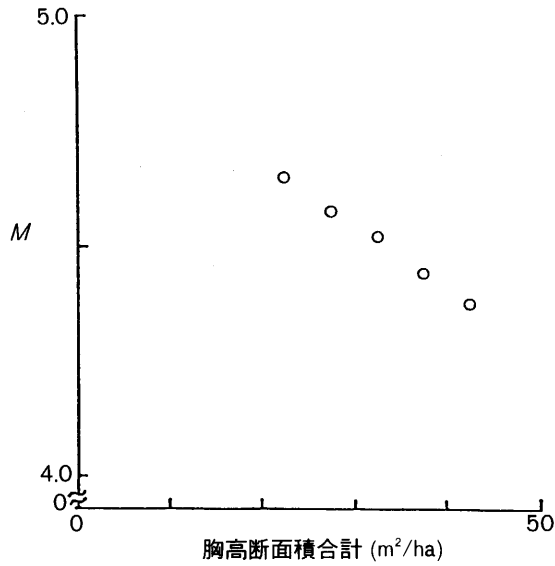


図-10 胸高断面積合計とパラメータ  $M$  との関係

Fig. 10. Relationship between basal area and the parameter  $M$ .

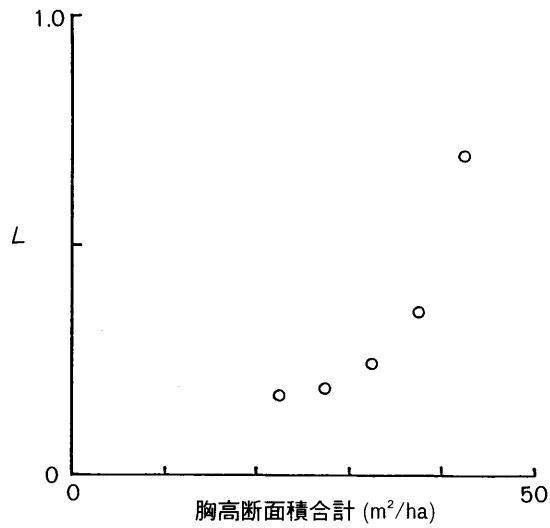


図-11 胸高断面積合計とパラメータ  $L$  との関係

Fig. 11. Relationship between basal area and the parameter  $L$ .

次に、立木本数と中径級および大径級の本数比との関係について検討することにしよう。平均胸高断面積を径級別本数比ベクトル  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  と径級別平均胸高断面積ベクトル  $(g_1, g_2, g_3)$  の径級面から表現すると、

$$g = g_1\theta_1 + g_2\theta_2 + g_3\theta_3 \quad (3.5)$$

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1 \quad (3.6)$$



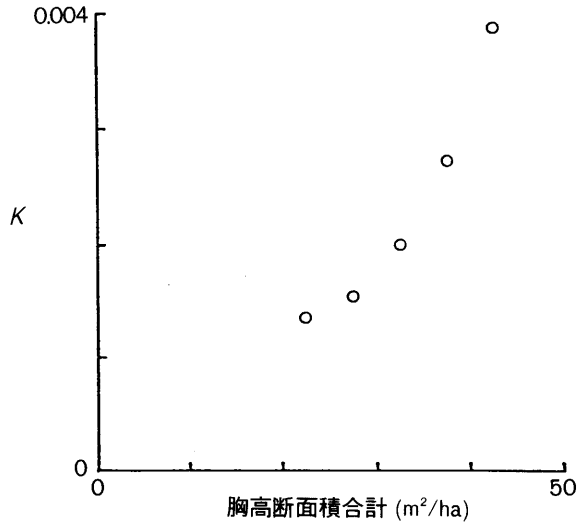


図-12 胸高断面積合計とパラメータ  $k$  との関係

Fig. 12. Relationship between basal area and the parameter  $k$ .

- |                     |             |
|---------------------|-------------|
| $g$ : 平均胸高断面積       | $i=1$ : 小径級 |
| $g_i$ : 径級別平均胸高断面積  | $i=2$ : 中径級 |
| $\theta_i$ : 径級別本数比 | $i=3$ : 大径級 |

となる。また、立木本数  $\rho$ 、胸高断面積合計  $G$ 、平均胸高断面積  $g$  は、

$$g = G/\rho \tag{3.7}$$

なる関係で結ばれている。(3.5)式において径級別平均胸高断面積  $g_i$  は林分によらず一定の値をとるため<sup>2)</sup>、 $g_i$  は(3.5)式の係数とみなすことができる。(3.5), (3.6), (3.7)式より、

$$\theta_2 = \frac{(G/\rho) - g_3 + (g_3 - g_1)\theta_1}{g_2 - g_3} \tag{3.8}$$

$$\theta_3 = \frac{(G/\rho) - g_2 + (g_2 - g_1)\theta_1}{g_3 - g_2} \tag{3.9}$$

が得られる。ここで(3.1), (3.2), (3.3), (3.4)式より、

$$\theta_1 = \Psi_1(G, \rho) \tag{3.10}$$

とみなせるので、

$$a = \frac{1}{g_2 - g_3}, b = g_3 - g_1, c = g_2 - g_1$$

と置き換えると、(3.8), (3.9)式はそれぞれ、

$$\theta_2 = a \{(G/\rho) - g_3 + b\theta_1\}$$

$$\theta_3 = -a \{(G/\rho) - g_2 + c\theta_1\}$$

となり、中径級、大径級の径級別本数比もまた、

$$\theta_2 = \Psi_2(G, \rho) \tag{3.11}$$

$$\theta_3 = \Psi_3(G, \rho) \tag{3.12}$$

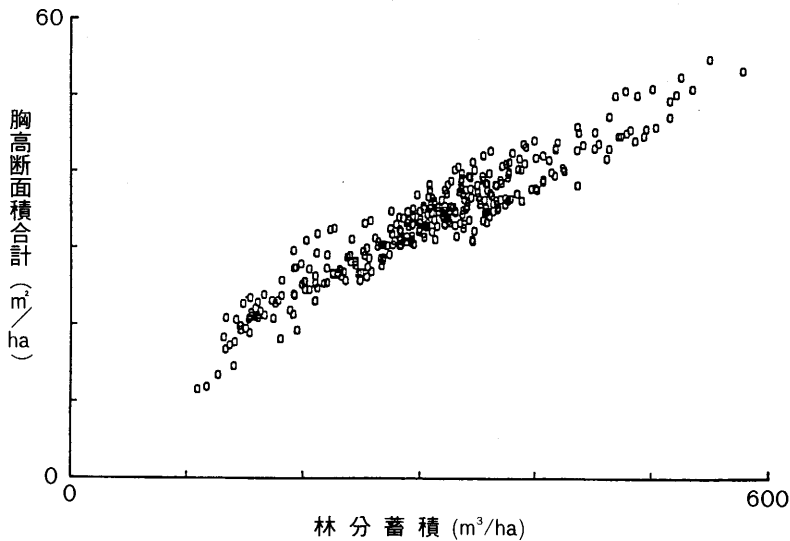


図-13 林分蓄積と胸高断面積合計との関係

Fig. 13. Relationship between volume and basal area.

と表せることになる。

以上のことから、径級別本数比 ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) は立木本数と胸高断面積合計の 2 因子の関数であるとみなすことができる。

## 2. 胸高断面積合計の動態

林分蓄積の動態を捉えることは、天然林の林分構造を把握する上で重要であるばかりでなく、施業の面においても必要であることは改めて強調するまでもないことである。また、胸高断面積合計についても同様のことがいえる。北海道演習林においては一変数材積表を使用しており、林分蓄積と胸高断面積合計の間では高い正の相関がみられる (図-13)。そこで本節においては胸高断面積合計の動態に関して検討することにする。ここで林分蓄積ではなく胸高断面積合計を取りあげるのは、林分蓄積の場合、材積表を用いるため誤差の次元が上がること、また胸高断面積合計の場合、ピッターリッヒ法により毎木調査を行わなくても推定が可能なことなどによる。異齢林における胸高断面積の動態の研究については MOSER<sup>11)</sup> の例がみられる。

### 1) 伐採の胸高断面積合計の動態に与える影響

天然林施業が行われている林分においては伐採が与える影響を考慮しなければならない。そこでここでは伐採という要因が胸高断面積合計の成長にどのような影響を与えているかについて検討することにする。具体的には、伐採が行われる場合、伐採の前と伐採の後では胸高断面積合計の年成長量がどのように変化するかを調べた。

北海道演習林における択伐林分第 I 作業級に属する固定標準地の測定資料のうち、測定期間内に伐採が行われておりその年の前後に測定記録の存在する 21 固定標準地の資料を用いて解析した結果、伐採前の胸高断面積合計の年成長量と伐採後の胸高断面積合計の年成長量との関係は図-14 のようになった。この図から伐採の前後において胸高断面積合計の年成長量はほぼ全ての

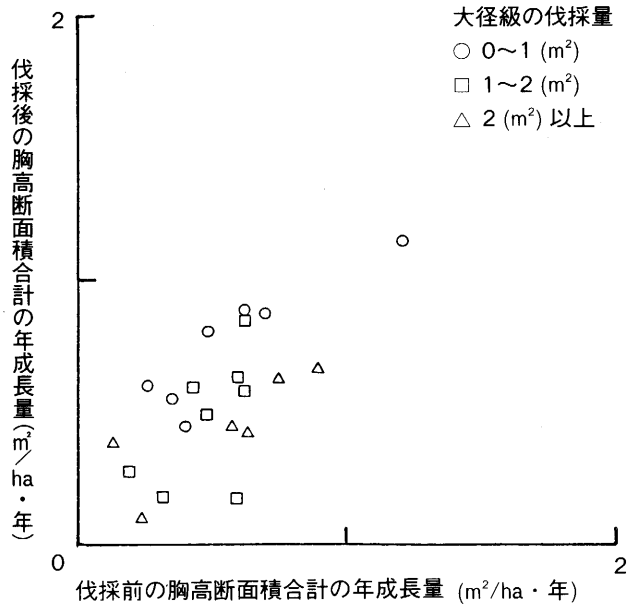


図-14 伐採前後における胸高断面積合計の年成長量の関係

Fig. 14. Relationship between annual growth of basal area before cutting and one after cutting.

表-1  $Y=aX+bu_3+c$  式における回帰分析の結果

Table 1. Regression analysis in terms of  $Y=aX+bu_3+c$

a	0.708
b	-0.054
c	0.282
R <sup>2</sup> 乗	0.557
標本数	21
自由度	18

注) X: 伐採前の胸高断面積合計の年成長量.  
 Y: 伐採後の胸高断面積合計の年成長量.  
 $u_3$ : 大径級の伐採量.

固定標準地において ha 当り  $0\sim 1\text{ m}^2$  であることがわかる。この値が北海道演習林における平均的な年成長量であると考えられる。また全体としては伐採の前後において年成長量があまり変化しない固定標準地が多い。しかし中には年成長量がかなり変化している固定標準地もある。そこでこれらの関係を大径級の伐採量によって分類して検討を行った。図-14 によれば、大径級の伐採量を指標として用いることにより伐採の前後における胸高断面積合計の年成長量の関係が層化されることがわかる。そこで、

$$Y=aX+bu_3+c \tag{3.13}$$

X: 伐採前の胸高断面積合計の年成長量

Y: 伐採後の胸高断面積合計の年成長量

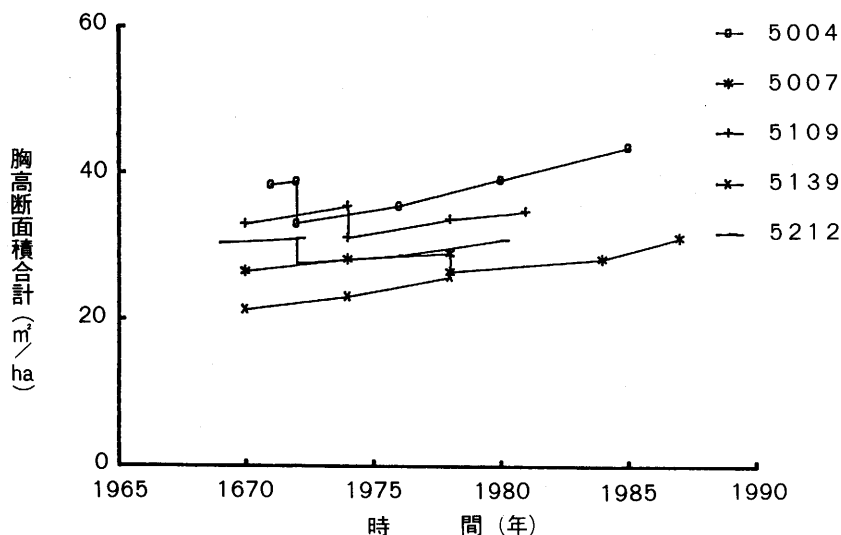


図-15 胸高断面積合計の動態 (択伐林分第I作業級)

Fig. 15. Changes in basal area over time. (The first working circle in selection forests.)

### $u_3$ : 大径級の伐採量

なる回帰直線を用いて回帰分析を行った。その結果は表-1 のようになった。これから大径級の伐採量は伐採前後における胸高断面積合計の年成長量と密接に関係していることがわかる。すなわち、大径級の伐採量が大きいほど伐採後における胸高断面積合計の年成長量が小さくなることがわかる。このことは(3.13)式における  $b$  の値が負の値をとることから明らかである<sup>4)</sup>。これは伐採直後においては、伐採前において大きな成長量を示していた大径級に属する立木が伐採されることにより林分としての成長量が減少するためである。しかし、大径級の立木を伐採することによりそれまでその立木が占めていた占有空間が解放されるので、この傾向は伐採直後のみのものであると考えられる。

### 2) 胸高断面積合計の動態

前項においては、天然林施業が行われている林分において伐採が行われる場合、その伐採が胸高断面積合計の成長にどのような影響を与えるかについて検討した。次にここでは、天然林における胸高断面積合計が時間の経過とともにどのように変化するかを検討する。まず施業の面からの特徴を捉えるため、択伐林分第I作業級、択伐林分第II作業級、再生林択伐林分という林分区分ごとの傾向を代表する胸高断面積合計の動態を示したのが図-15～図-20である。これらの図にしたがって、林分区分ごとに胸高断面積合計の動態について検討することにする。

最初に、択伐林分第I作業級では、胸高断面積合計が  $40 \text{ m}^2$  以下の固定標準地において概ね  $0.5 \sim 1.0 \text{ m}^2/\text{ha}$  の年成長量で推移していることがわかる(図-15)。また、胸高断面積合計が  $40 \text{ m}^2$  を越えている固定標準地においては成長はあまりみられず、胸高断面積合計が減少しているものもみられる(図-16)。

次に、択伐林分第II作業級では、全体の平均をとった場合、胸高断面積合計の成長はほとんどみられない。胸高断面積合計が  $30 \sim 40 \text{ m}^2$  の固定標準地においては若干の成長がみられるが、概

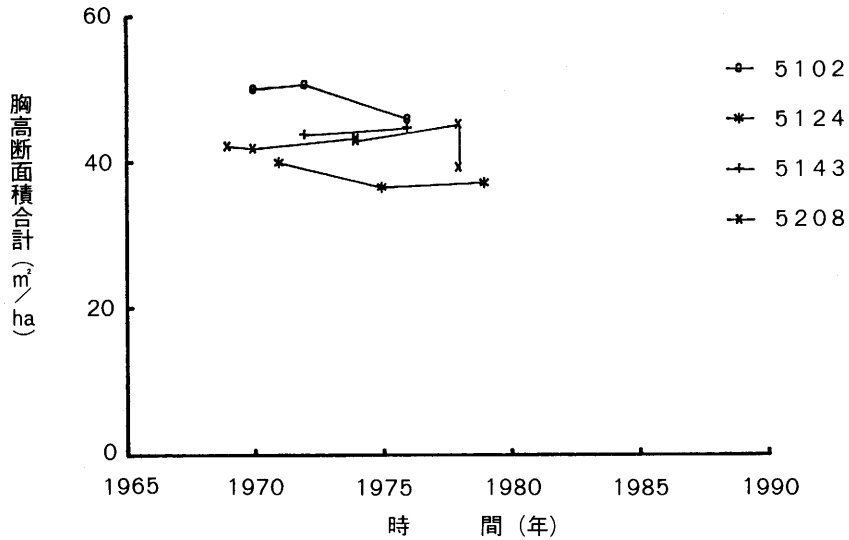


図-16 胸高断面積合計の動態 (択伐林分第I作業級)

Fig. 16. Changes in basal area overtime. (The first working circle in selection forests.)

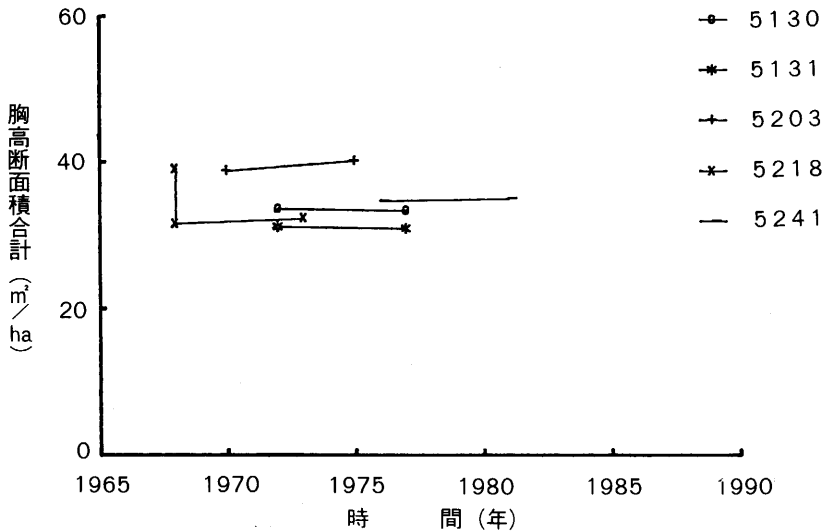


図-17 胸高断面積合計の動態 (択伐林分第II作業級)

Fig. 17. Changes in basal area over time. (The second working circle in selection forests.)

ねその成長はないとみなしてよい (図-17)。胸高断面積合計が  $40 \text{ m}^2$  以上の固定標準地においては半数以上の固定標準地において胸高断面積合計は時間の経過とともに減少していることがわかる (図-18)。

最後に、再生林択伐林分では、どの固定標準地においてもほぼ一様の年成長量をもって胸高断面積合計が推移していることがわかる (図-19)。ただし択伐率が高い固定標準地においては、択

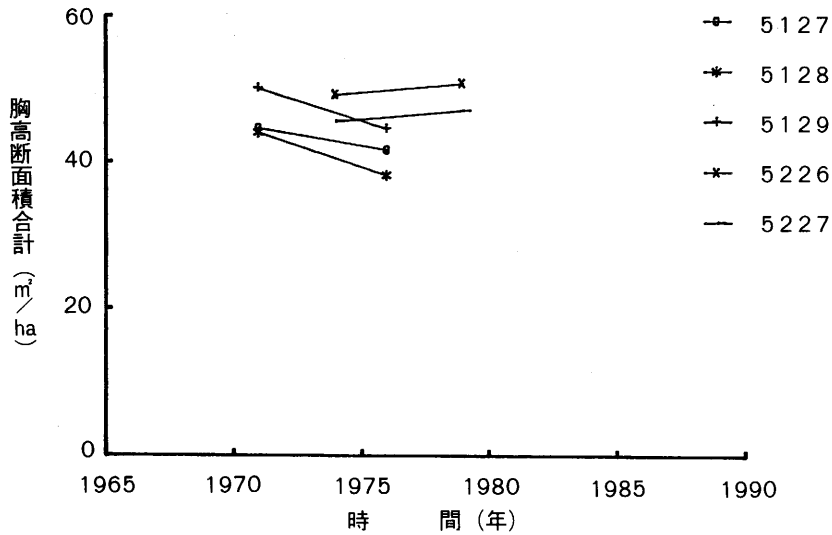


図-18 胸高断面積合計の動態 (択伐林分第II作業級)

Fig. 18. Changes in basal area over time. (The second working circle in selection forests.)

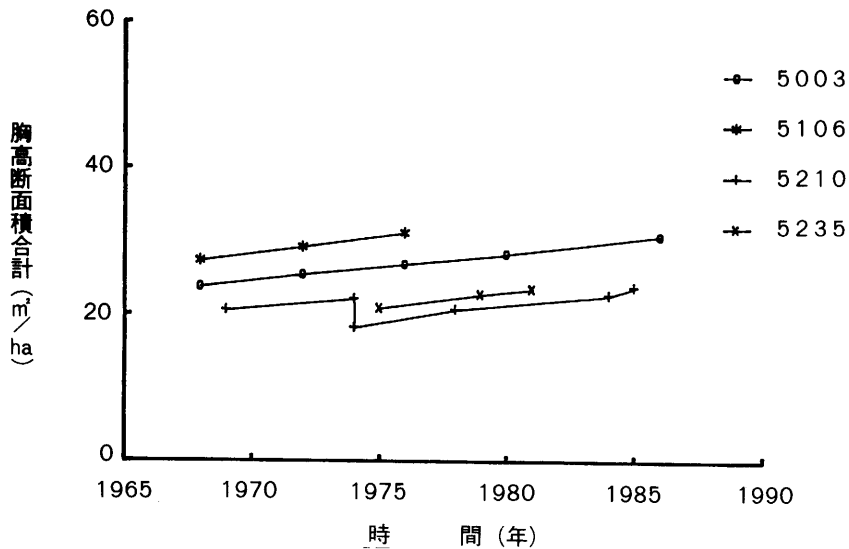


図-19 胸高断面積合計の動態 (再生林択伐林分)

Fig. 19. Changes in basal area over time. (In regenerated selection forests.)

伐後に年成長量が増大しているのがみられた (図-20)。再生林択伐林分においては、同齡單純林と同じような成長の傾向を示すものと考えられる。

以上、天然林における胸高断面積合計の動態を林分区分ごとに検討してきた。そこで次に天然林全体としての特徴を捉えるため、胸高断面積合計と成長量との関係について検討することにする。

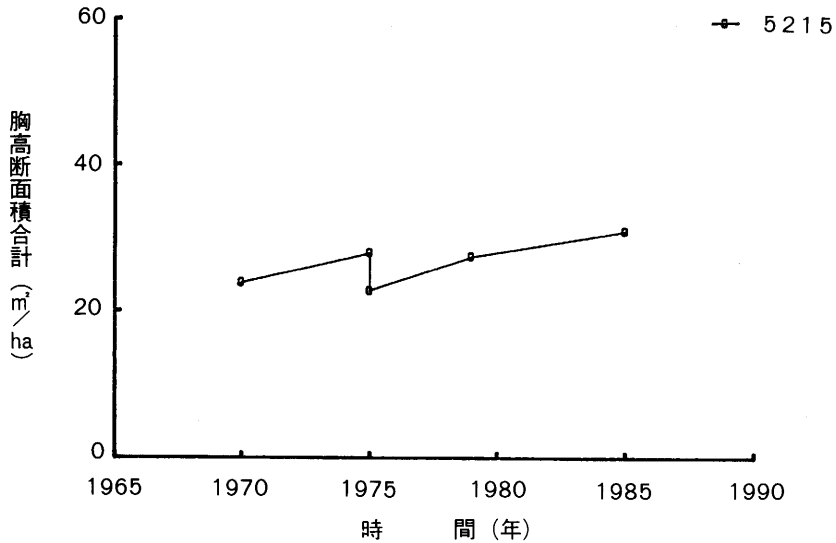


図-20 胸高断面積合計の動態 (再生林択伐林分)

Fig. 20. Change in basal area over time. (In regenerated selection forests.)

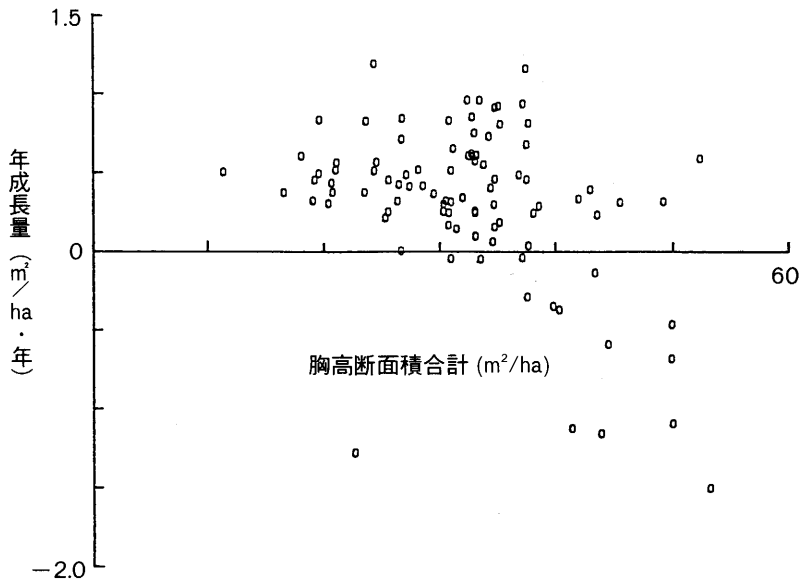


図-21 胸高断面積合計と年成長量との関係

Fig. 21. Relationship between basal area and its annual increment.

まず、胸高断面積合計と成長量との関係を図-21 に示す。これによると胸高断面積合計が 30 m<sup>2</sup> 以上になると負の成長を示すものがでてきているのがわかる。次にこれらのデータを 5 m<sup>2</sup> ごとに区切り、それぞれの平均値をプロットしたのが図-22 である。また同様の手法により、横軸を対数軸に、縦軸を相対成長量に置き換えたものが図-23 である。これらの図から、40~50 m<sup>2</sup>

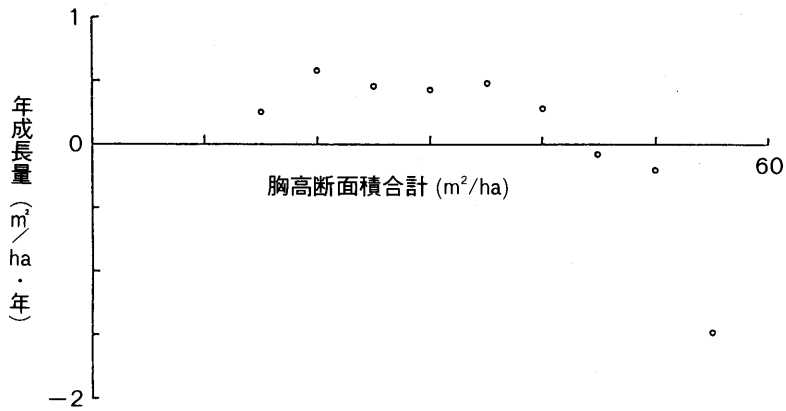


図-22 胸高断面積合計と年成長量との関係

Fig. 22. Relationship between basal area and its annual increment.

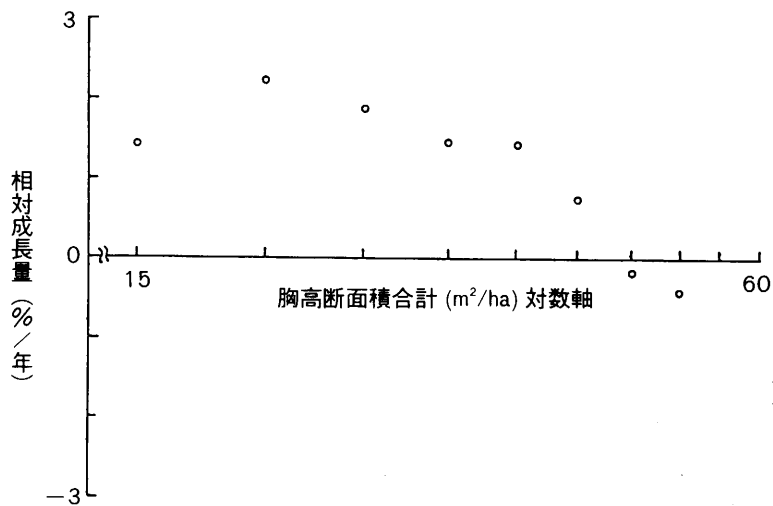


図-23 胸高断面積合計と相対成長量との関係

Fig. 23. Relationship between basal area and its relative growth.

において成長量がゼロになる点が存在し、この点を越えて成長しても、時間の経過とともに成長は負に転じることがわかる。

次に、図-23 において回帰分析を行った。ここでの回帰直線は、

$$\frac{d}{dt}(\ln G) = a \ln G + b \quad (3.14)$$

と表される。ここで(3.14)式は GOMPertz 関数となっている。また(3.14)式の左辺は

$$\frac{d}{dt}(\ln G) = \frac{1}{G} \frac{dG}{dt}$$

となるので相対成長量を表している。回帰分析の結果、



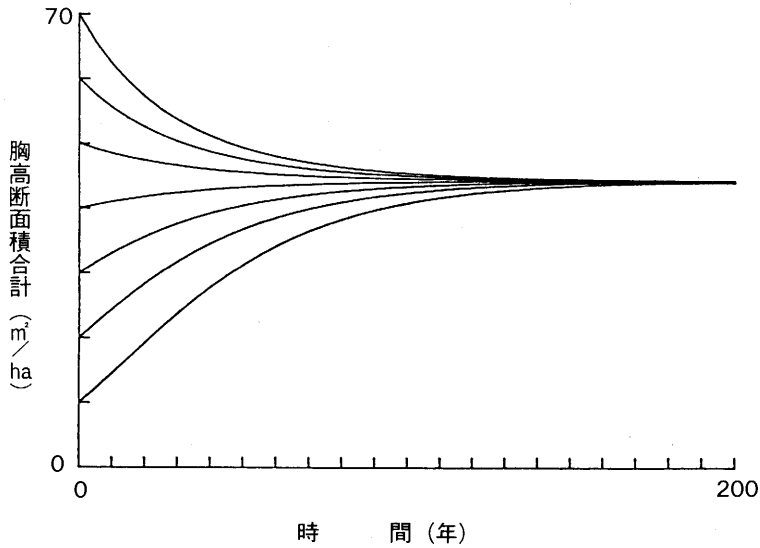


図-24 胸高断面積合計に GOMPERTZ 関数を当てはめた例  
 Fig. 24. Examples of fitting GOMPERTZ function to basal area.

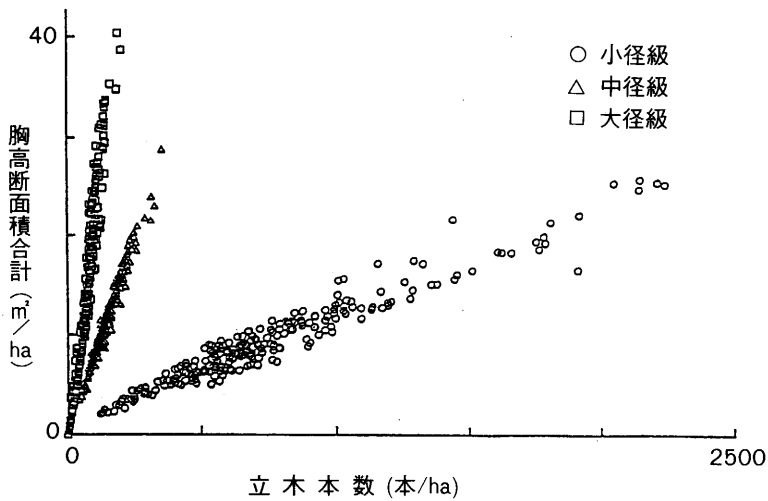


図-25 径級別立木本数と径級別胸高断面積合計との関係  
 Fig. 25. Relationship between stand density by diameter class and basal area by diameter class.

$$a = -0.029 \quad b = 0.11$$

なる値が得られた。この結果をもとに、 $G = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 \text{ m}^2$  の初期値を与えた場合、胸高断面積合計の時間的推移がどのようになるかを示したのが図-24 である。胸高断面積合計が (3.14) 式の回帰直線に沿って成長する場合、各初期状態で始まる林分は時間の経過とともに、

$$G_* = \exp(-b/a) = 44.4 \text{ (m}^2\text{)}$$

に収束することがわかる。

### 3. 平均胸高断面積の変化

#### 1) 伐採による平均胸高断面積の変化

前節までは、天然林の林分構造を立木本数と胸高断面積合計という全体量面から検討してきた。これに対し、本節では平均胸高断面積という平均量を用いて天然林における林分構造の時間的推移を解析することにする。まずここでは伐採によって平均胸高断面積がどのように変化するかについて検討する。

天然林においては、径級別立木本数と径級別胸高断面積合計との関係は図-25 のようになり、各径級とも 0.97 以上の高い正の相関を示す。また各径級における回帰直線はほぼ原点を通る。このことから、適当な径級区分を行うことにより径級別平均胸高断面積は林分によらず一定の値をとることがわかる。北海道演習林における径級区分に従った場合の径級別平均胸高断面積は、

$$g_1 = 0.013 \text{ m}^2, \quad g_2 = 0.078 \text{ m}^2, \quad g_3 = 0.192 \text{ m}^2$$

なる値をとる<sup>2)</sup>。

平均胸高断面積は (3.5) 式より、径級別平均胸高断面積ベクトルと径級別本数比ベクトルとの内積として表されることがわかるが、径級別平均胸高断面積を一定値とみなすことができるならば、径級別本数比のみの関数として取り扱うことが可能である。天然林施業が行われている林分においては回帰年ごとに伐採が行われるため、伐採により径級構成が大きく変化する可能性がある。その場合、径級別平均胸高断面積も変化する可能性があり、径級別平均胸高断面積が変化すると、平均胸高断面積を径級別本数比のみの関数として扱うことはできなくなる。そこで径級別平均胸高断面積に対する伐採の影響について検討する必要がある。ここでは、伐採の前後において径級別平均胸高断面積の値がどのように変化するかを検討することにする。

伐採前の径級別平均胸高断面積に対する伐採後の径級別平均胸高断面積の比の値の分布は図-

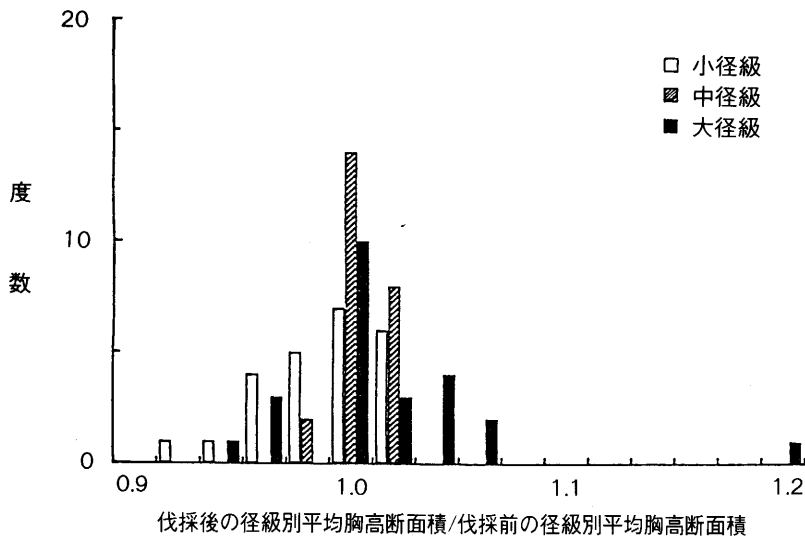


図-26 伐採前に対する伐採後の径級別平均胸高断面積の比の分布

Fig. 26. Distribution of the ratio of mean basal area after cutting to one before cutting by diameter class.

26 のようになった。この図から小径級における比の値は 0.92~1.02 の間にあり、伐採後の径級別平均胸高断面積がやや減少する傾向がみられる。これは択伐を行う際に、小径級の中でも胸高直径の大きな林木を伐採するためと考えられる。中径級における比の値は 0.98~1.02 に含まれており、伐採による径級別平均胸高断面積の変化はないものとみなしてよい。大径級における比の値は 1.00~1.06 にほぼ分布しており、伐採により径級別平均胸高断面積がやや増加する傾向にある。これは胸高直径が大きな優良木を残すような択伐が行われているためと考えられる。1 固定標準地だけ大径級における比の値が 1.22 と高い値をとっているが、これは伐採前における固定標準地内の大径木の木数が少なく、伐採により径級別平均胸高断面積の値が大きく変動したものと考えられる。

しかし、全体としては、その分布は各径級とも 0.96~1.04 に集中しており、径級別平均胸高断面積は伐採の前後においても変化しないとみなしてよい。そこで (3.5) 式において  $g_i$  が変数  $\theta_i$  の係数とみなせるので、伐採により平均胸高断面積がどのように変化するかは、径級別本数比ベクトル  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  が伐採によりどのように変化するかということに依存していると考えられる<sup>4)</sup>。

## 2) 径級別本数比の変化と平均胸高断面積

前項においては、伐採が行われる場合、平均胸高断面積がどの因子の影響を受けて変化するかについて検討した。その結果、径級別平均胸高断面積は伐採により変化しないとみなせることがわかり、(3.5) 式により平均胸高断面積の変化は径級別本数比の変化のみに依存することがわかった。すなわち、

$$g = \Psi(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \quad (3.14)$$

なる関係式が、伐採が行われた場合にも成り立つことが明らかになった。そこで、(3.5) 式の両辺を時間で微分すると、

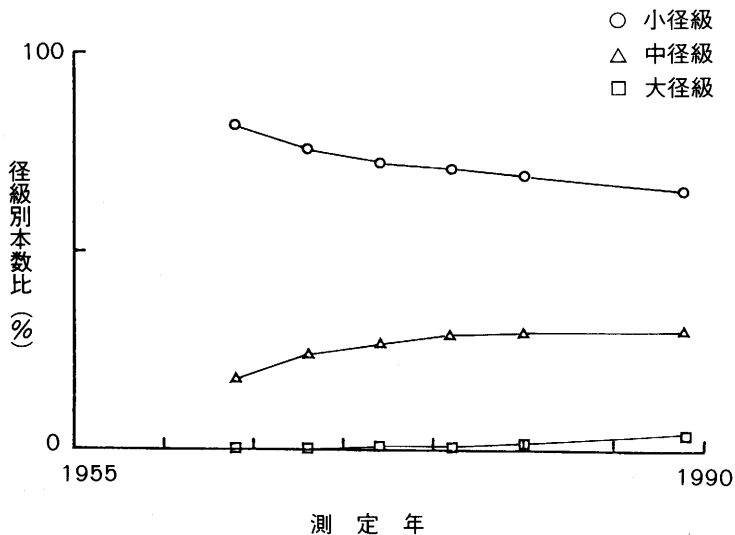


図-27 径級別本数比の時間的变化 (固定標準地番号 5003)

Fig. 27. Periodic changes of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5003])

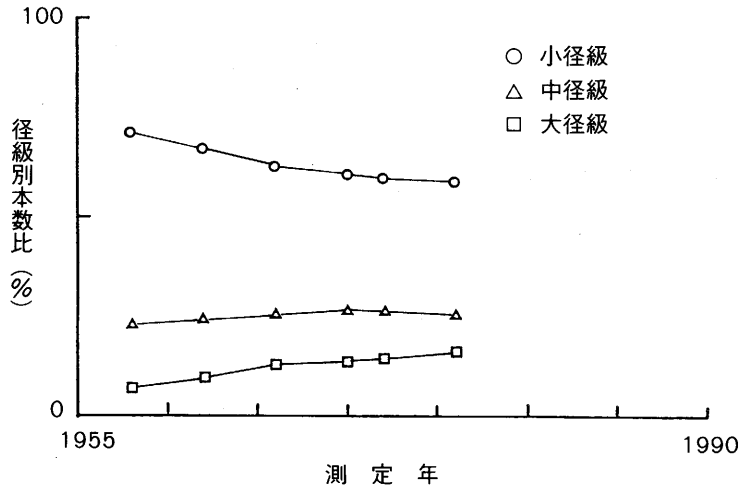


図-28 径級別本数比の時間的变化 (固定標準地番号 5102)

Fig. 28. Periodic changes of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5102].)

$$\frac{dg}{dt} = g_1 \frac{d\theta_1}{dt} + g_2 \frac{d\theta_2}{dt} + g_3 \frac{d\theta_3}{dt} \quad (3.15)$$

となる。(3.15)式において、平均胸高断面積の時間的推移、すなわち  $dg/dt$  は、径級別本数比 ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) の時間的推移すなわち ( $d\theta_1/dt, d\theta_2/dt, d\theta_3/dt$ ) によって表されている。そこで、ここではいくつかの固定標準地について、径級別本数比 ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) が時間とともにどのように変化するかを調べるため、径級別本数比 ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) のトラジェクトリがどのように移動するかを検討することにする。(3.6)式より、(3.5)式における3個の変数のうち1個の変数が消去されるが、ここでは各径級の本数比がどのように変化するかを同時に捉えるために三角図を用いることにする。

ここで用いる資料は、測定期間内に伐採が行われていない固定標準地番号 5003, 5102, 5104 の測定資料、および測定期間内に伐採が行われている固定標準地番号 5109, 5138, 5212 の測定資料である。

まず径級別本数比が時間とともにどのように変化するかを図-27～図-32に示した。これらによれば、測定期間内に伐採が行われていない固定標準地番号 5003, 5102, 5104 においては、径級別本数比の時間的推移には同一の傾向がみられる。小径級の本数比については、時間の経過とともに単調減少をしており、またその減少率は時間の経過とともに小さくなっている。中径級の本数比については、多少の増加傾向がみられるがほぼ安定しており、ある一定の値を中心として若干の振動をしている。大径級の本数比については、小径級の本数比の減少と対応して単調増加の傾向にある。このように小径級の本数比を減少させ、大径級の本数比を増加させるような傾向にある林分は、時間の経過とともに平均胸高断面積を増大させている。

次に測定期間内に伐採が行われている固定標準地番号 5109, 5138, 5212 においては、径級別本数比の時間的推移はそれぞれ固有の特徴をもつ。まず、固定標準地番号 5109 においては、伐採前には径級別本数比の変化はあまりみられないが、伐採後においては、大径級の本数比が増加し小径級の本数比が減少している。この固定標準地においては、伐採前の立木本数が 730 本/ha、

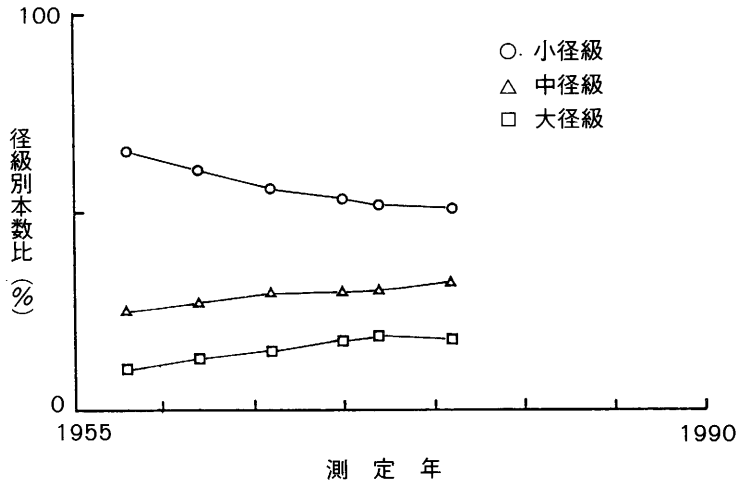


図-29 径級別本数比の時間的变化 (固定標準地番号 5104)

Fig. 29. Periodic changes of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5104].)

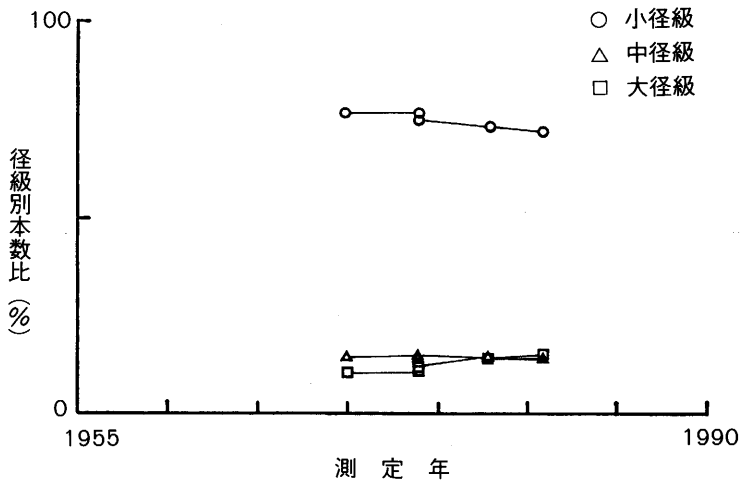


図-30 径級別本数比の時間的变化 (固定標準地番号 5109)

Fig. 30. Periodic changes of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5109].)

本数択伐率が 14.1% であり他の林分と比較して立木本数がやや少なく択伐率がやや高い。また、伐採により径級別本数比は、若干小径級が減少し、大径級が増加しているが、全体として変化がないとみなしてさしつかえない。このことから伐採後この林分においては、単木当りの占有空間が増大し、径級別本数比が前述のように変化したと考えられ、その結果、(3.5)式より平均胸高断面面積が時間とともに増大したと考えられる。

固定標準地番号 5138 においては、伐採による径級別本数比の変化はほとんどみられない。この固定標準地においては、伐採前の立木本数が 1463 本/ha と高く、また本数択伐率が 6.8% と

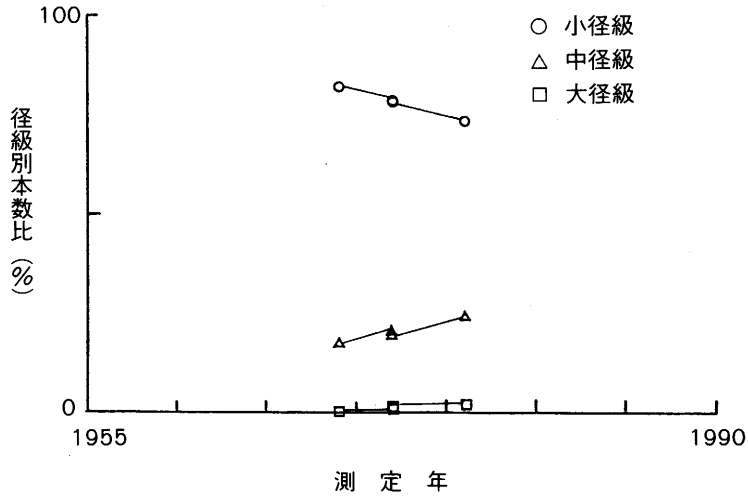


図-31 径級別本数比の時間的变化 (固定標準地番号 5138)

Fig. 31. Periodic changes of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5138].)

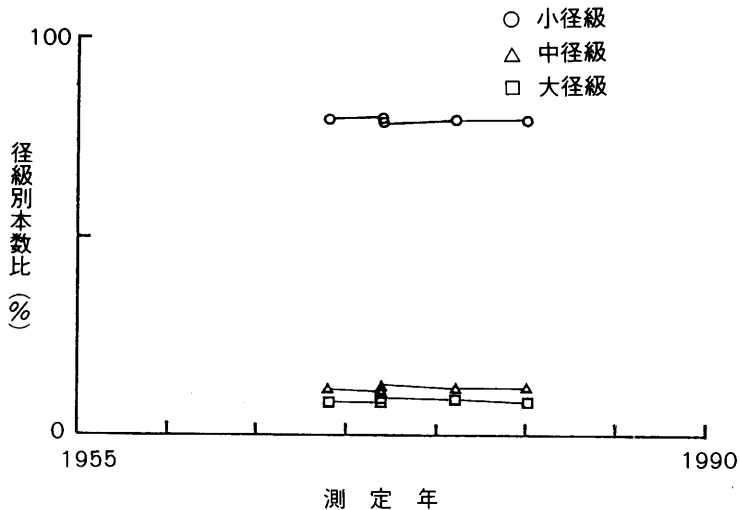


図-32 径級別本数比の時間的变化 (固定標準地番号 5212)

Fig. 32. Periodic changes of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5212].)

あまり高くないことから、光および空間の条件が著しく変化することがないような伐採であると考えられる。従って、伐採前における径級別本数比の変化の傾向が、伐採後もそのまま維持されている。

固定標準地番号 5212 においては、常に径級別本数比が安定しており、伐採による変化もほとんどみられない。このような林分においては平均胸高断面積も常に安定した値をとる。

図-33～図-38 には、各固定標準地における径級別本数比の変化の様子を示した。これらからも上で述べたような傾向が捉えられる。すなわち、測定期間内に伐採の行われていない林分にお

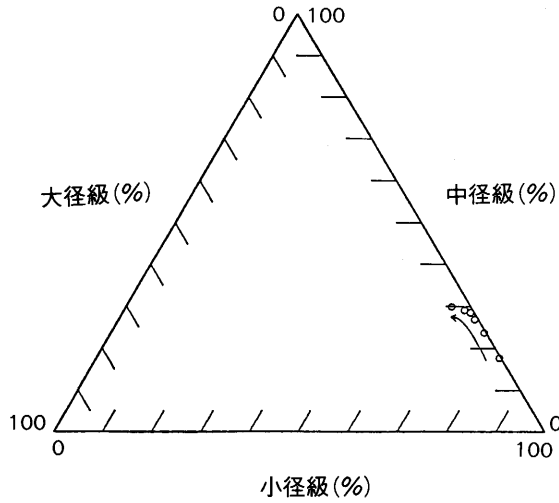


図-33 径級別本数比のトラジェクトリ (固定標準地番号 5003)

Fig. 33. Trajectory of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5003].)

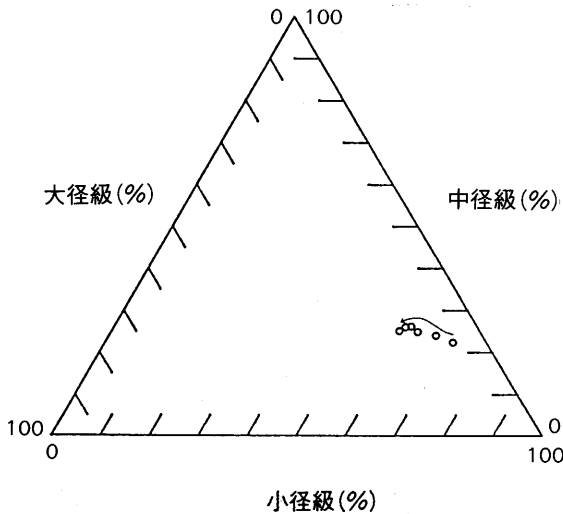


図-34 径級別本数比のトラジェクトリ (固定標準地番号 5102)

Fig. 34. Trajectory of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5102].)

いては、小径級の本数比を減少させ、大径級の本数比を増加させる方向に軌跡が移動している。また、測定期間内に伐採が行われている林分においては、伐採前における林分の立木本数、択伐率、伐採木の径級構成といった要因が、伐採後における軌跡の移動する方向を決定すると考えられる。

以上のように、径級別本数比の変化の傾向を捉えるのは難しいが、時間的推移については、概ね小径級の本数比を減少させ、大径級の本数比を増加させる傾向にあるということができよう。平均胸高断面積はこの径級別本数比の変化にともなって変化しており、前述のように径級別本数

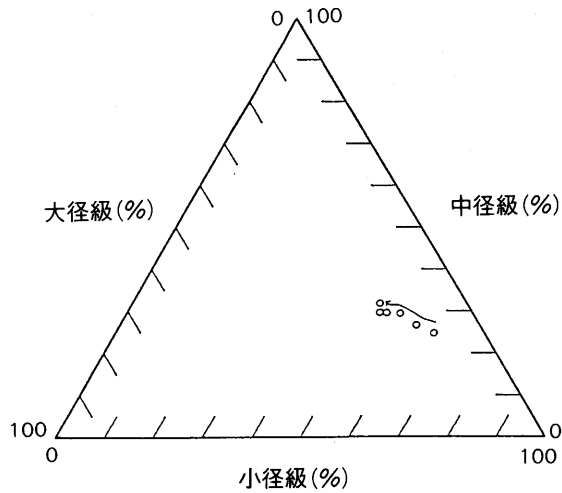


図-35 径級別本数比のトラジェクトリ (固定標準地番号 5104)

Fig. 35. Trajectory of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5104].)

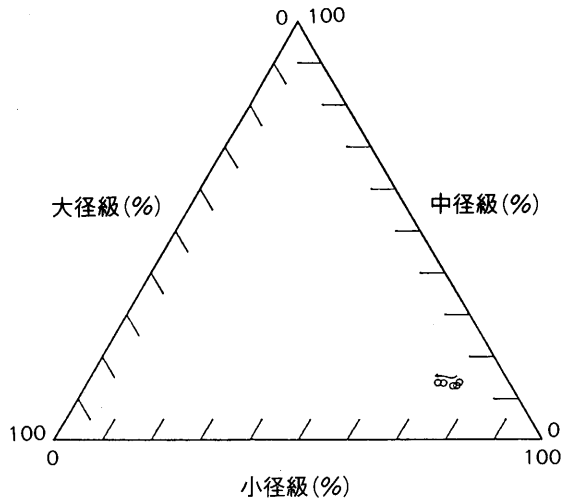


図-36 径級別本数比のトラジェクトリ (固定標準地番号 5109)

Fig. 36. Trajectory of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5109].)

比の関数として取り扱うことが可能である。平均胸高断面積は(3.5)式で示したように、立木本数と胸高断面積合計といった全体量面と、径級別平均胸高断面積と径級別本数比といった径級構成面の2つの側面から表現できるが、一方、径級別本数比は立木本数と胸高断面積合計の2つの全体量の関数として表現することが可能であり、これらのことから、立木本数、胸高断面積合計、平均胸高断面積、径級別本数比といった全体量、平均量、比という形式で表される4つの林分因子の関係が明らかになった。



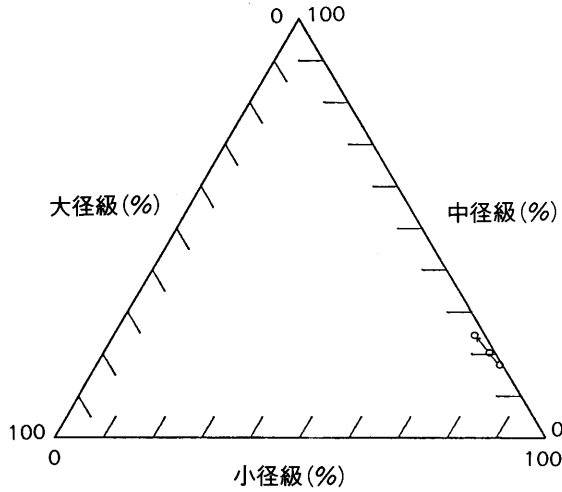


図-37 径級別本数比のトラジェクトリ (固定標準地番号 5138)

Fig. 37. Trajectory of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5138].)

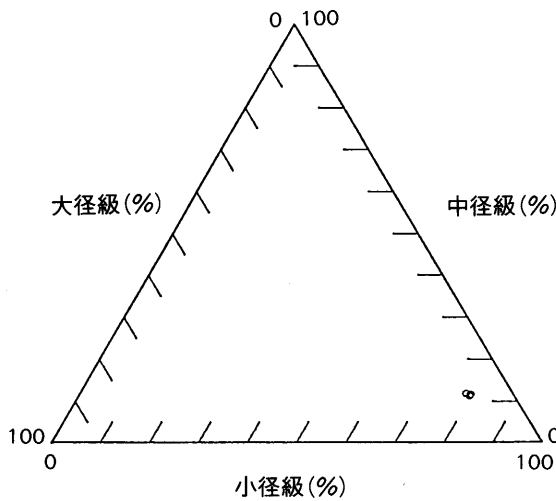


図-38 径級別本数比のトラジェクトリ (固定標準地番号 5212)

Fig. 38. Trajectory of stocking-ratio by diameter class. (Permanent sample plot [5212].)

#### IV. 天然林の成長に関するシステム論的考察

##### 1. ダイナミカルシステムについて

本章においては、天然林における林分構造の時間的推移をシステム論の立場から解析する。近年、ある仮説のもとに林分構造の変化、例えば、直径成長や立木本数の減少などといった現象について、1階あるいは2階の微分方程式による成長曲線が導かれているが、これらを対にして、システムとして捉えるといった研究はあまりなされていない。このようにシステムとして林分構

造を捉えた研究としては、筆者の一人や HARA の人工林における研究がみられる<sup>1,9,10)</sup>。

本章のように、システムを時間的推移から捉える手法はダイナミカルシステムと呼ばれている。これはシステムの入力、状態、出力の関係をそれらの時間的な経過として捉えなくてはならないシステムである。ダイナミカルシステムは、システムの実体を越え、全てのシステムに共通する概念であり、手法であるところが本質的である。すなわち、このシステムが林分構造の時間的推移を表現することのみならず、同じ表現形態をもって物理的現象、あるいは化学的現象などいろいろな分野における現象の変化を説明できるということが重要である<sup>14)</sup>。

ダイナミカルシステム解析の課題の一つは、システムへの入力に変化したとき、状態や出力がそれに対応してどのように変化するか、すなわち状態や出力の入力に対する対応を調べ、システムの性質がそこにどのように反映しているかを解析することである。天然林においては、伐採が行われる場合、伐採量を入力（伐採が行われない場合には入力を 0 とする）、その時の林分構造を状態、そして成長量を出力と考えることにより、林分構造の時間的推移をダイナミカルシステムとして捉えることが可能である。ここでシステムの入力とは状態を変化させる原因となる量、システムの出力は状態の変化の結果として、われわれが観測する量と定義される。

前述のように、人工林において林分構造の時間的推移をシステム論の立場から取り扱った例はみられるが、天然林において林分構造の時間的推移をシステム論的に取り扱った例はみられない。

## 2. 天然林における立木本数と平均胸高断面積のトラジェクトリ

ここでは、天然林における立木本数と平均胸高断面積のトラジェクトリ（以下「 $\rho-g$  トラジェ

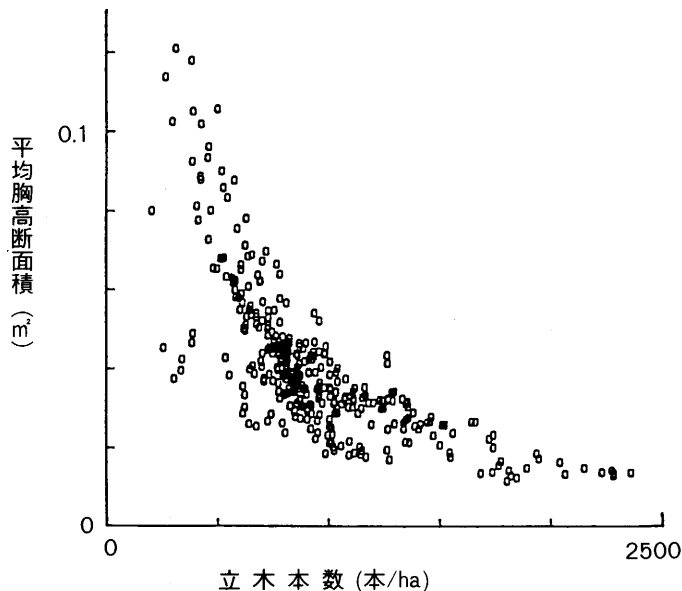


図-39 立木本数と平均胸高断面積との関係

Fig. 39. Relationship between stand density and mean basal area.

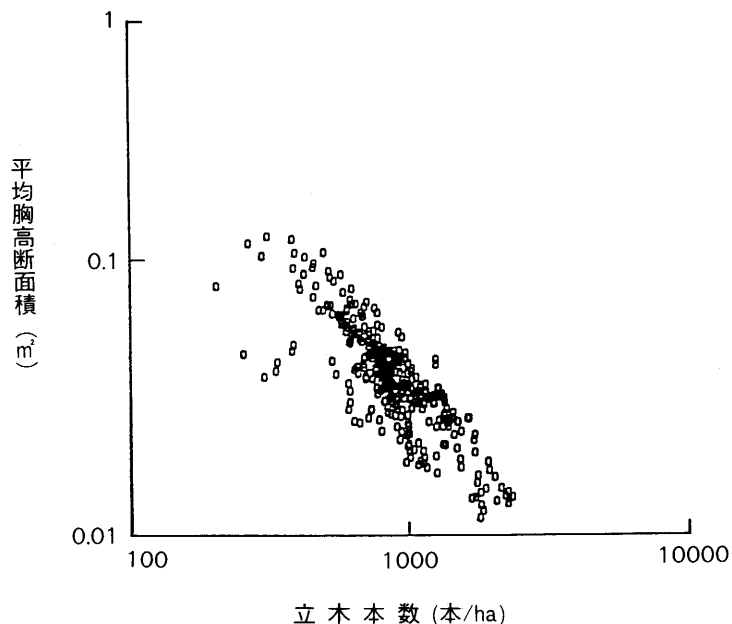


図-40 立木本数と平均胸高断面面積との関係 (両対数軸)

Fig. 40. Relationship between stand density and mean basal area (On a log-log plot.)

クトリ」とする) がどのように変化するかを検討することにしよう。

まず、立木本数と平均胸高断面面積との関係を図-39 に示す。さらにこれを両対数軸の座標系に変換すると図-40 のようになる。この両対数座標系において回帰分析を行った結果、

$$\ln g = -0.950 \ln \rho + 3.14 \quad (4.1)$$

となる回帰式を得、相関係数  $-0.823$  で高い負の相関を示している。ここでこの回帰式の傾きは、

$$d(\ln g)/d(\ln \rho) \simeq -1 \quad (4.2)$$

とみなせることから、(4.2) 式は  $3/2$  乗則<sup>6)</sup> と密接に関係していると考えられる。これは次の2つの仮定をたてることにより導かれる。

仮定 1: 群落は常にうっぺいし、自然間引きは被度 100% を保つように起こる。

仮定 2: 各林木は相似形で比重は等しい。

仮定 1 より、

$$kg = 1/\rho \quad (4.3)$$

また仮定 2 より、 $w$  を平均個体重とすると、

$$g \propto w^{2/3} \quad (4.4)$$

(4.3), (4.4) 式より、

$$w\rho^{3/2} = K \quad (4.5)$$

となる。一方、(4.2) 式より、

$$\rho g = K'$$

となる。この式は、(4.5) 式と同じものを表している。

図-40 には北海道演習林における全測定記録について、その立木本数と平均胸高断面面積をプ

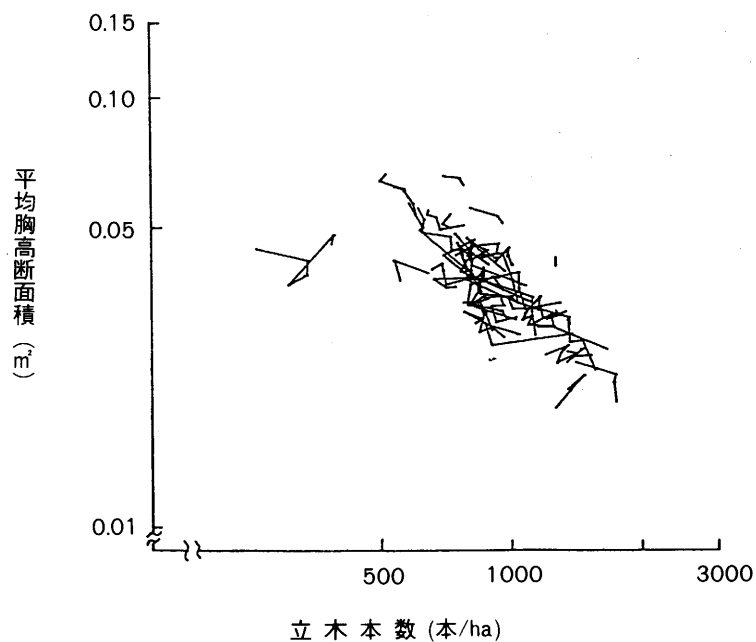


図-41 択伐林分第I作業級における $\rho$ - $g$ トラジェクトリ (両対数軸)

Fig. 41.  $\rho$ - $g$  trajectories in the first working circle in selection stands. (On a log-log plot.)

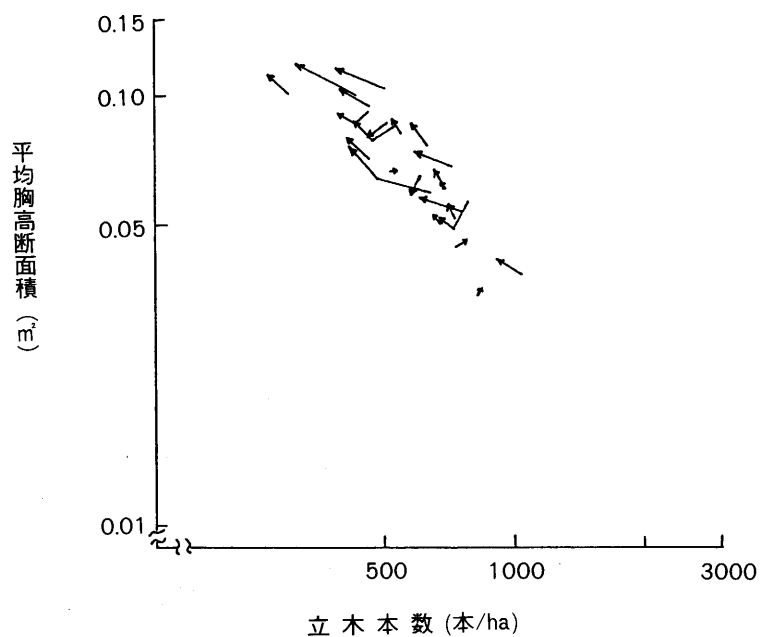


図-42 択伐林分第II作業級における $\rho$ - $g$ トラジェクトリ (両対数軸)

Fig. 42.  $\rho$ - $g$  trajectories in the second working circle in selection stands. (On a log-log plot.)

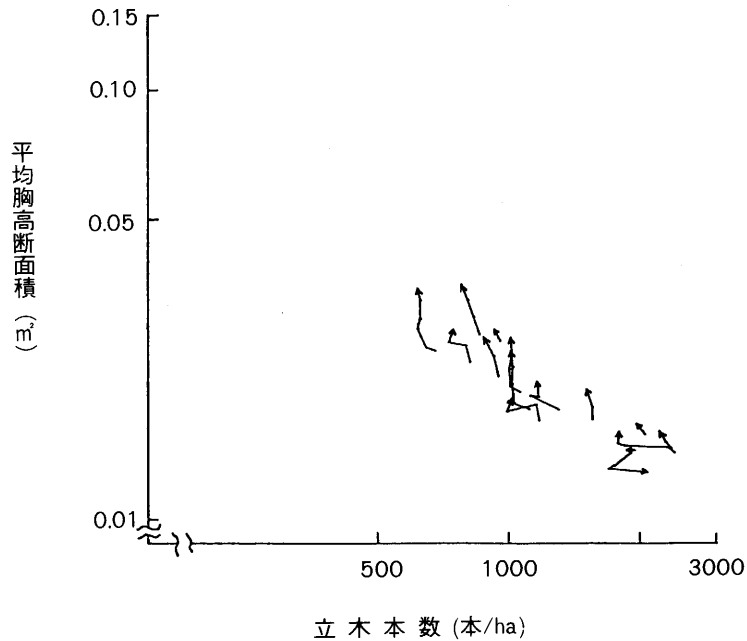


図-43 再生林択伐林分における $\rho$ - $g$ トラジェクトリ (両対数軸)

Fig. 43.  $\rho$ - $g$  trajectories in regenerated selection stands. (On a log-log plot.)

ロットしたが、次に、各固定標準地において立木本数と平均胸高断面積との関係が時間とともにどのように変化するか、すなわち $\rho$ - $g$ トラジェクトリを、択伐林分第I作業級、択伐林分第II作業級、再生林択伐林分という3つの林区分ごとに示したのが図-41～図-43である。これらの図で、トラジェクトリの傾きが-1の場合には胸高断面積合計は不変である。なぜなら

$$G = g\rho$$

であり、y軸における切片は胸高断面積合計を表すからである。

図-41は択伐林分第I作業級での $\rho$ - $g$ トラジェクトリを示したものであるが、全体として傾き-1の直線上を左上に移動していた。しかし択伐林分第I作業級においては伐採の影響も強く、 $\rho$ - $g$ トラジェクトリが大きく左に移動しているのは伐採による立木本数の減少によるものである。

次に図-42によると択伐林分第II作業級では、全体的に $\rho$ - $g$ トラジェクトリが左上に集まっている。また、概ね $\rho$ - $g$ トラジェクトリの傾きは-1であるが、いくつかの固定標準地においては傾きの絶対値が1よりも小さく、胸高断面積合計が減少していることがわかる。これらの固定標準地では胸高断面積合計はかなり大きな値をとっている。これは自己間引きがかなり進行し、立木本数が少なく、大径級の割合が多い林分において、風倒や枯損により、大きな胸高断面積をもつ立木が測定木から外されたためと考えられる。

最後に図-43によると再生林択伐林分では、全体的に $\rho$ - $g$ トラジェクトリが右下に集まっている。また、概ね $\rho$ - $g$ トラジェクトリの傾きの絶対値が1よりも大きい。これは時間の経過とともに各固定標準地において胸高断面積合計が増加していることを示している。

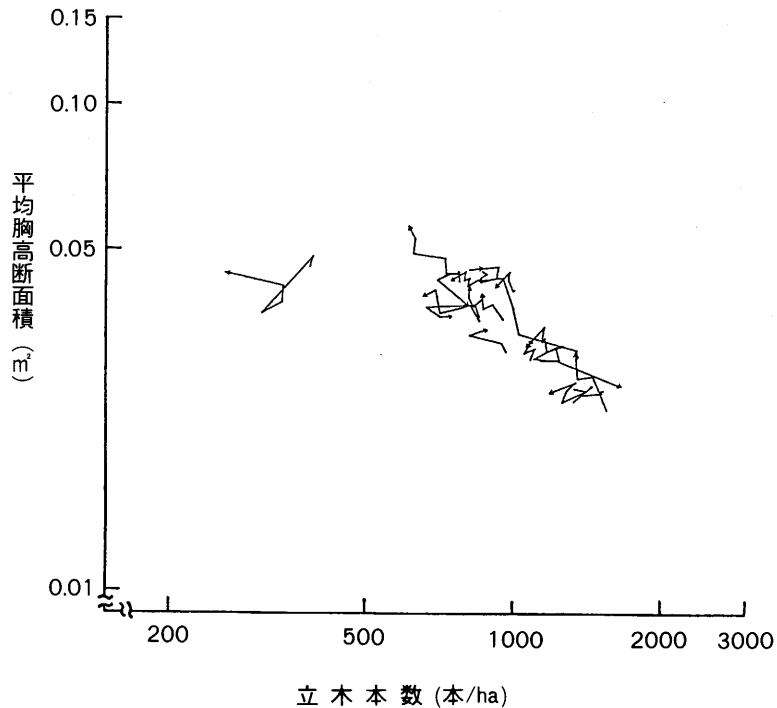


図-44 伐採が行われた固定標準地における $\rho$ - $g$ トラジェクトリ (両対数軸)

Fig. 44.  $\rho$ - $g$  trajectories in the permanent sample plots which have experienced harvesting. (On a log-log plot.)

次に、測定期間内に択伐が行われた林分について、立木本数と平均胸高断面積のトラジェクトリが伐採によりどのように変化するかを図示したのが図-44である。これによれば、各 $\rho$ - $g$ トラジェクトリはいろいろな方向をとりながらもその多くは左上に伸びていることがわかる。これは各固定標準地において、時間の経過とともに小径級の割合が減少し、大径級の割合が増加していることを示している。

これらの $\rho$ - $g$ トラジェクトリを軌跡の形により分類すると二つに分けることができる。その例を図-45に示す。まず第1のパターンとしては固定標準地番号5138の $\rho$ - $g$ トラジェクトリのように、伐採後も伐採前と同様に左上に向かって伸び、その傾きの絶対値が伐採前より大きくなっているものがあげられる。このようなパターンの $\rho$ - $g$ トラジェクトリを示す林分では大径級の伐採本数が比較的小さく、進界木があまりみられず、現存木が大きな成長を示すと考えられる。

これに対して第2のパターンとしては、固定標準地番号5212の $\rho$ - $g$ トラジェクトリのように伐採後に右方向に伸びているものがあげられる。このようなパターンの $\rho$ - $g$ トラジェクトリを示す林分では、大径級の伐採本数が比較的大きく、伐採後に進界木が多くなることによって立木本数が増加する方向、すなわち、右に向かって伸びるものと考えられる。

全体としては第1のパターンが多くみられ、このことから北海道演習林においては、現在の林木の成長を高めるような施業が行われていると考えられる。

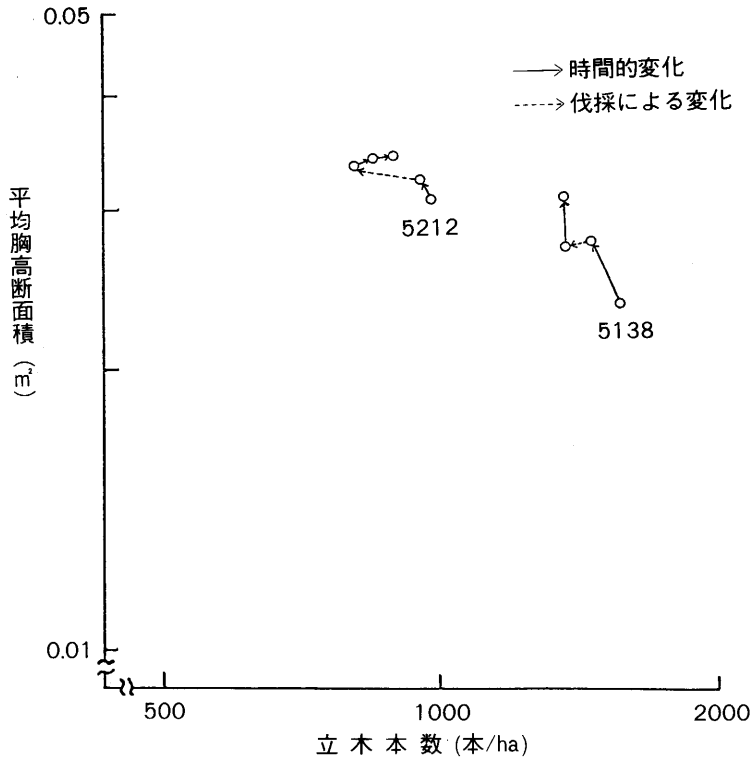


図-45  $\rho-g$  トラジェクトリの例 (両対数軸)

Fig. 45. Examples of  $\rho-g$  trajectories. (On a log-log plot.)

最後に、択伐林分第I作業級における無伐採地区と測定期間内に伐採が行われていない再生林択伐林分に設定された固定標準地の測定記録を用いて、伐採が行われない場合の $\rho-g$ トラジェクトリがどのような軌道をとるかをみておくことにする。前者は固定標準地番号5104の固定標準地であり、後者は固定標準地番号5003の固定標準地である。これらの固定標準地における $\rho-g$ トラジェクトリを図-46に示す。固定標準地番号5104においては、 $\rho-g$ トラジェクトリが傾きを負の範囲で変化させながらも左上に移動していることがわかる。これは時間の経過とともに立木本数が単調減少し、平均胸高断面面積が単調増加していることを示している。しかし最後の測定による $\rho-g$ トラジェクトリは傾きの絶対値が1より小さく、胸高断面面積合計が減少していることがわかる。これは天然林においては胸高断面面積合計が必ずしも単調増加しないことを示している。

固定標準地番号5003においても、 $\rho-g$ トラジェクトリは左上に向かって移動しており、立木本数が単調減少し、平均胸高断面面積が単調増加していることがわかる。この $\rho-g$ トラジェクトリは常に傾きが負で、絶対値が1よりも大きい値をとることから、胸高断面面積合計が単調増加していることがわかる。 $\rho-g$ トラジェクトリが直線 $\ln g + \ln \rho = a$ 上を移動する場合、胸高断面面積合計は不変であり、固定標準地全体でみた場合、前述のように傾き-1の直線上を移動する傾向があることから、再生林択伐林分においてはしばらくの間、胸高断面面積合計を増加させ、ある値

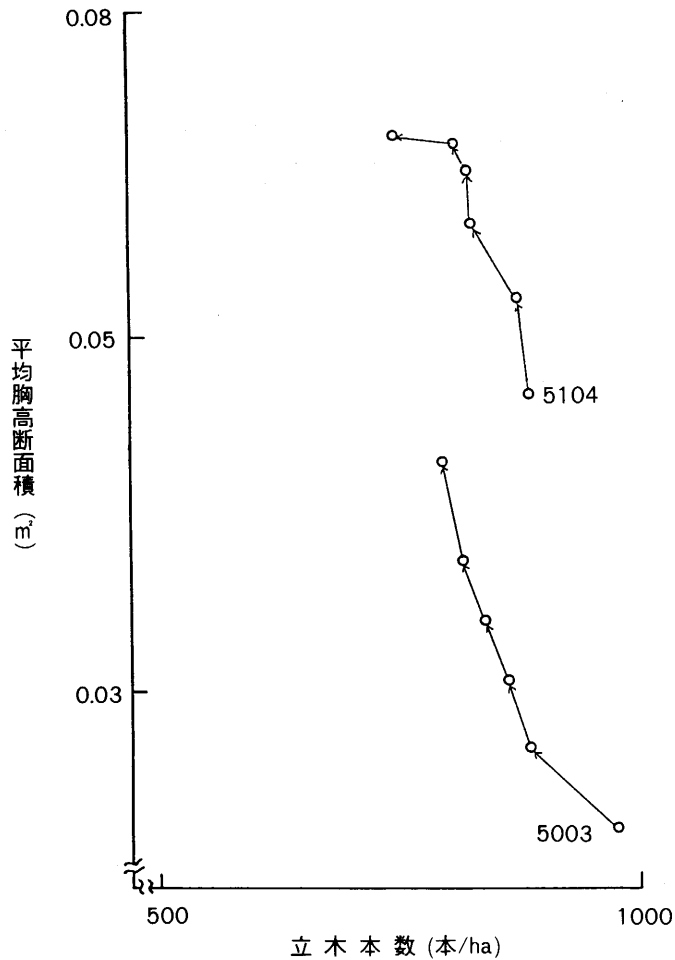


図-46  $\rho$ - $g$  トラジェクトリの例 (両対数軸)

Fig. 46. Examples of  $\rho$ - $g$  trajectories. (On a log-log plot.)

まで増加した後、胸高断面積合計が一定値をとるように  $\rho$ - $g$  トラジェクトリが移動すると考えられる。

### 3. 天然林におけるシステム論の展開

前節においては、天然林における  $\rho$ - $g$  トラジェクトリがどのように移動するかということについて検討を行った。ここではシステム解析の手法を用いて、天然林における林分構造の時間的推移がどのように表現されるかについて検討することにする。

ここでは前節と同様に、立木本数と平均胸高断面積を対数平面上で議論することにする。まず、立木本数と平均胸高断面積についてそれぞれ相対成長量が立木本数と平均胸高断面積の関数であると考えられることとする。



$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \psi_1(\rho, g) \quad (4.6)$$

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \psi_2(\rho, g) \quad (4.7)$$

ここでは対数平面上で議論を進めるため、(4.6)と(4.7)式を次のような対数線形システムの形で表現することにする<sup>5)</sup>。

$$\frac{d}{dt}(\ln \rho) = a_{10} + a_{11} \ln \rho + a_{12} \ln g \quad (4.8)$$

$$\frac{d}{dt}(\ln g) = a_{20} + a_{21} \ln \rho + a_{22} \ln g \quad (4.9)$$

ここで(4.6), (4.7)式の左辺および(4.8), (4.9)式の左辺は、

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{d}{dt}(\ln \rho) \simeq \frac{\Delta(\ln \rho)}{\Delta t} \quad (4.10)$$

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{d}{dt}(\ln g) \simeq \frac{\Delta(\ln g)}{\Delta t} \quad (4.11)$$

なる関係で結ばれているので、実際の解析においては、2時点 $t_1, t_2$ における $(\rho_1, g_1)$ および $(\rho_2, g_2)$ を用いて、

$$\frac{\Delta(\ln \rho)}{\Delta t} \simeq \frac{\ln \rho_2 - \ln \rho_1}{t_2 - t_1} \quad \frac{\Delta(\ln g)}{\Delta t} \simeq \frac{\ln g_2 - \ln g_1}{t_2 - t_1}$$

なる量を相対成長量として扱うことにする。

本節では(4.8)および(4.9)式の6つのパラメータを決定することにより、 $\rho-g$ トラジェクトリがどのように移動するかを検討する。ここでは前節で用いた固定標準地番号5003および5104の測定資料を用いる。

まず、測定資料から求めた6つのパラメータは、固定標準地番号5003においては、

$$\begin{aligned} a_{10} &= 1.4386 & a_{11} &= -0.2550 & a_{12} &= -0.0769 \\ a_{20} &= -0.1419 & a_{21} &= 0.0123 & a_{22} &= -0.0233 \end{aligned}$$

また固定標準地番号5104においては、

$$\begin{aligned} a_{10} &= 2.1914 & a_{11} &= -0.3923 & a_{12} &= -0.1480 \\ a_{20} &= -0.9647 & a_{21} &= 0.1333 & a_{22} &= -0.0326 \end{aligned}$$

となった。ここで、

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \ln \rho \\ \ln g \end{pmatrix}$$

とおき、また上で求めた6つのパラメータから、

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{pmatrix}$$

なる行列を定義することにより、(4.8)および(4.9)式は、

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B} \quad (4.12)$$

と書き換えられる。ここで、

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix}$$

とすると,

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{p}$$

であるから, (4.12) 式に代入すると,

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{A}\mathbf{p} \quad (4.13)$$

となる。 $\mathbf{p}$  は定ベクトルであるから, (4.13) 式は,

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{x} + \mathbf{p}) = \mathbf{A}(\mathbf{x} + \mathbf{p})$$

と書き換えられる。ここで,

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{x} + \mathbf{p}$$

とすると, 結局 (4.12) 式は,

$$\frac{d\mathbf{x}^*}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}^* \quad (4.14)$$

となる。従ってシステム (4.12) あるいは (4.14) の微分方程式の応答は, 行列  $\mathbf{A}$  の固有値および状態遷移行列を求めることにより求めることができる。ここでシステム (4.12) の固有値と初期値応答の関係を具体的に調べておこう。

行列  $\mathbf{A}$  の特性方程式は,

$$\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0 \quad (4.15)$$

となる。この特性方程式 (4.15) の解が, 行列  $\mathbf{A}$  の固有値となる。この行列  $\mathbf{A}$  に対して, ラプラス逆変換を用いる方法によって状態遷移行列  $\Phi(t)$  は,

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\{(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\} \quad (4.16)$$

として求められる。ただし  $\mathbf{I}$  は単位行列である。また  $s$  はラプラス変換の定義

$$\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt = F(s)$$

における  $s$  である。

行列  $\mathbf{A}$  に対し, 実際にこの方法を用いて状態遷移行列を計算しておく。行列  $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$  は

$$\begin{pmatrix} s - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & s - a_{22} \end{pmatrix}$$

であるから, (4.15) 式の解を  $\lambda_1, \lambda_2$  とすれば, この逆行列は,

$$\begin{pmatrix} \frac{s - a_{22}}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)} & \frac{a_{12}}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)} \\ \frac{a_{21}}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)} & \frac{s - a_{11}}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)} \end{pmatrix}$$

となる。ただしここで,

$$\lambda_1 + \lambda_2 = a_{11} + a_{22} \quad (4.17)$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} \quad (4.18)$$

である。これからラプラス逆変換により状態遷移行列  $\Phi(t)$  は,

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} \alpha_1 e^{\lambda_1 t} + \alpha_2 e^{\lambda_2 t} & \beta_1 e^{\lambda_1 t} + \beta_2 e^{\lambda_2 t} \\ \gamma_1 e^{\lambda_1 t} + \gamma_2 e^{\lambda_2 t} & \delta_1 e^{\lambda_1 t} + \delta_2 e^{\lambda_2 t} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

ただし、ここで、

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{a_{22} - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} & \alpha_2 &= \frac{a_{22} - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \\ \beta_1 &= \frac{a_{12}}{\lambda_1 - \lambda_2} & \beta_2 &= \frac{a_{12}}{\lambda_2 - \lambda_1} \\ \gamma_1 &= \frac{a_{21}}{\lambda_1 - \lambda_2} & \gamma_2 &= \frac{a_{21}}{\lambda_2 - \lambda_1} \\ \delta_1 &= \frac{a_{11} - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} & \delta_2 &= \frac{a_{11} - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \end{aligned} \quad (4.20)$$

である。これにより、初期状態  $\ln \rho_0, \ln g_0$  に対する応答

$$\begin{pmatrix} \ln \rho(t) + p_x \\ \ln g(t) + p_y \end{pmatrix} = \Phi(t) \begin{pmatrix} \ln \rho_0 + p_x \\ \ln g_0 + p_y \end{pmatrix}$$

は

$$\begin{pmatrix} \ln \rho(t) + p_x \\ \ln g(t) + p_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \gamma_1 & \delta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ln \rho_0 + p_x \\ \ln g_0 + p_y \end{pmatrix} e^{\lambda_1 t} + \begin{pmatrix} \alpha_2 & \beta_2 \\ \gamma_2 & \delta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ln \rho_0 + p_x \\ \ln g_0 + p_y \end{pmatrix} e^{\lambda_2 t} \quad (4.21)$$

となる。

(4.21)式からわかるように、初期状態に対する応答は、固有値を指数にもつ二つの指数関数の和から構成され、おのおのの指数関数の大きさは初期状態によって定まる。ここで、

$$\alpha_1 \delta_1 - \beta_1 \gamma_1 = \frac{1}{(\lambda_2 - \lambda_1)^2} \{ \lambda_1^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda_1 + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) \} = 0$$

であるから、あらゆる可能性のある初期状態の中で、

$$\alpha_1 (\ln \rho_0 + p_x) + \beta_1 (\ln g_0 + p_y) = 0 \quad (4.22)$$

という関係にある初期状態  $\ln \rho_0, \ln g_0$  に対しては、

$$\gamma_1 (\ln \rho_0 + p_x) + \delta_1 (\ln g_0 + p_y) = 0 \quad (4.23)$$

なる関係が成り立つ。従って (4.20), (4.21), (4.22), (4.23) 式から、

$$\begin{pmatrix} \ln \rho(t) \\ \ln g(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ln \rho_0 + p_x \\ \ln g_0 + p_y \end{pmatrix} e^{\lambda_2 t} - \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

となり、応答の中に  $e^{\lambda_1 t}$  という成分が現れない。すなわち  $\ln \rho(t)$  も  $\ln g(t)$  も  $e^{\lambda_2 t}$  という変化をする。また (4.24) 式から明らかにすべての  $t$  において、

$$\alpha_1 (\ln \rho(t) + p_x) + \beta_1 (\ln g(t) + p_y) = \{ \alpha_1 (\ln \rho_0 + p_x) + \beta_1 (\ln g_0 + p_y) \} e^{\lambda_2 t} = 0$$

である。このことを状態空間のトラジェクトリで述べると、初期状態が直線  $\alpha_1 (\ln \rho + p_x) + \beta_1 (\ln g + p_y) = 0$  上にあると、これから出発するトラジェクトリは常にこの直線上にある。また後で示すように固定標準地番号 5003 および 5104 においては、行列  $A$  の固有値が負なので、時間の経過とともに結節点の方向に向かうことになる。

同様のことが、初期状態の間に、

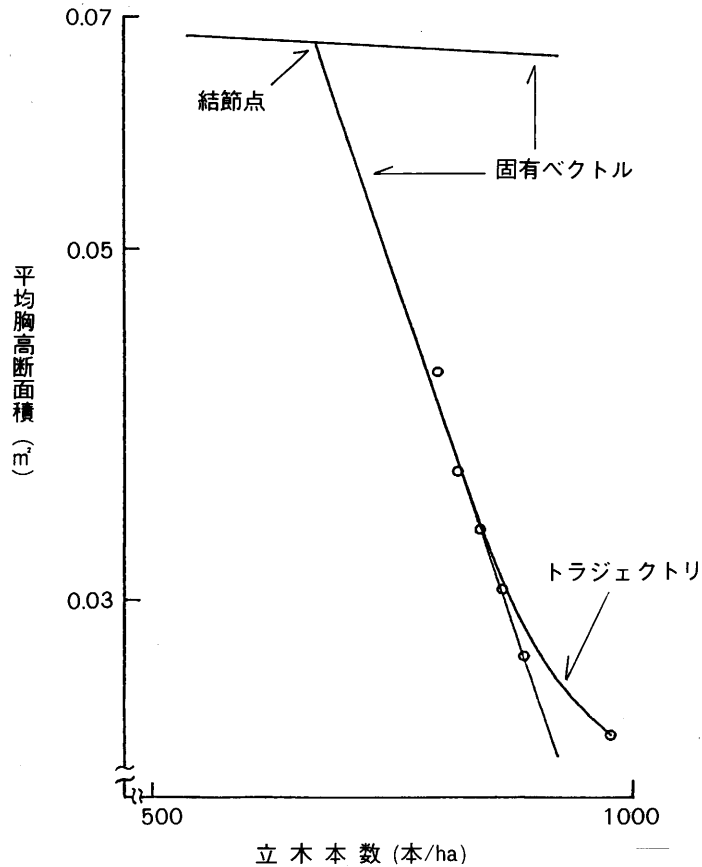
$$\alpha_2 (\ln \rho_0 + p_x) + \beta_2 (\ln g_0 + p_y) = 0$$

という関係があるときに生じる。この場合には応答は、

表-2 固定標準地番号 5003 および 5104 における固有値及び固有ベクトル

Table 2. Eigenvalues and eigenvectors in the permanent sample plot [5003] and [5104]

固定標準地番号	5003	
固有値	-0.027	-0.251
固有ベクトル	(1, -2.960)	(1, -0.054)
固定標準地番号	5104	
固有値	-0.100	-0.325
固有ベクトル	(1, -1.974)	(1, -0.456)

図-47 固定標準地番号 5003 における  $\rho$ - $g$  トラジェクトリと固有ベクトル (両対数軸)Fig. 47.  $\rho$ - $g$  trajectory and eigenvectors in the permanent sample plot [5003]. (On a log-log plot.)

$$\begin{pmatrix} \ln \rho(t) \\ \ln g(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ln \rho_0 + p_x \\ \ln g_0 + p_y \end{pmatrix} e^{\lambda t} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

となり、 $e^{\lambda t}$  という成分が現れない。またトラジェクトリは、直線  $\alpha_2(\ln \rho + p_x) + \beta_2(\ln g + p_y) = 0$  上を結節点に向かう。

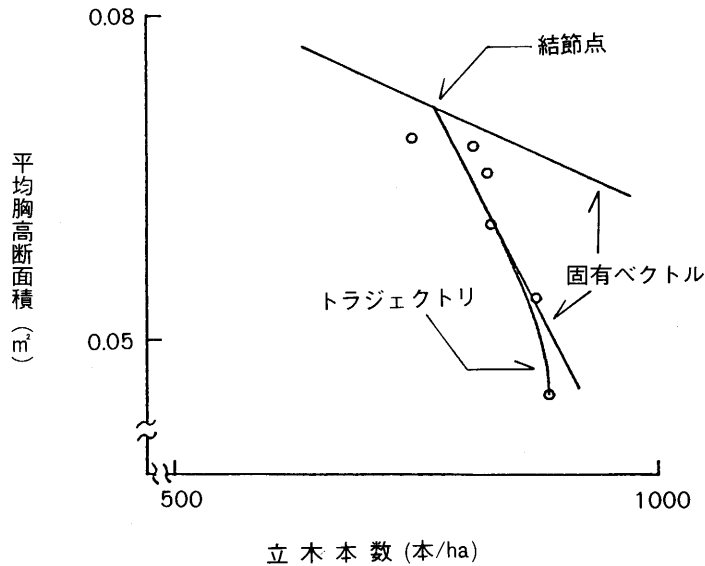


図-48 固定標準地番号 5104 における  $\rho$ - $g$  トラジェクトリと固有ベクトル (両対数軸)  
 Fig. 48.  $\rho$ - $g$  trajectory and eigenvectors in the permanent sample plot [5104]. (On a log-log plot.)

初期条件がこの 2 本の直線上にない場合は、その初期状態から始まる応答には  $e^{\lambda_1 t}$  と  $e^{\lambda_2 t}$  の両方が含まれ、したがって当然、トラジェクトリも直線ではない。しかし、固有値がいずれも負なので、成分の指数関数は  $t \rightarrow \infty$  でゼロに収束し、したがって任意の初期状態からでるトラジェクトリは  $t \rightarrow \infty$  で結節点に収束する。

前述の 2 本の直線は、行列  $A$  の固有ベクトルに相当する。

以上のように、システム (4.12) の自由応答は、固有値で定まる 2 つの指数関数が重ね合わさったものであることが明らかになった。2 つの関数  $e^{\lambda_1 t}$  と  $e^{\lambda_2 t}$  が応答の基本的な形を定めていることから、これをシステムのモードと呼ぶ。システム (4.12) は  $e^{\lambda_1 t}$  と  $e^{\lambda_2 t}$  というモードをもっているが、固有値の位置と、対応するモードの形の関係に注意する必要がある。すなわち、固有値は負の実軸上に 2 つあって、虚軸から遠い固有値、すなわち絶対値の大きい固有値に対応するモードの方が減衰が早い。

固定標準地番号 5003 および 5104 の測定資料で計算した結果、行列  $A$  の固有値および固有ベクトルは表-2 のようになった。どちらの固定標準地においても 2 つの固有値が負の値をとっていることから、これらの固定標準地における  $\rho$ - $g$  トラジェクトリはどちらも結節点 (定常値) に収束することがわかる。これを図-47~図-48 に示す。また、これらの固定標準地におけるシステム (4.23) の応答を図-49~図-50 に示しておく。図-47~図-48 からわかるように、 $\rho$ - $g$  トラジェクトリは固有ベクトルに近づきながら結節点に向かっている。換言するならば、固有ベクトルが  $\rho$ - $g$  トラジェクトリの漸近線となっている。

### V. 考 察

以上の解析を通して、まず北海道演習林内の天然林における立木本数、胸高断面積合計、平均

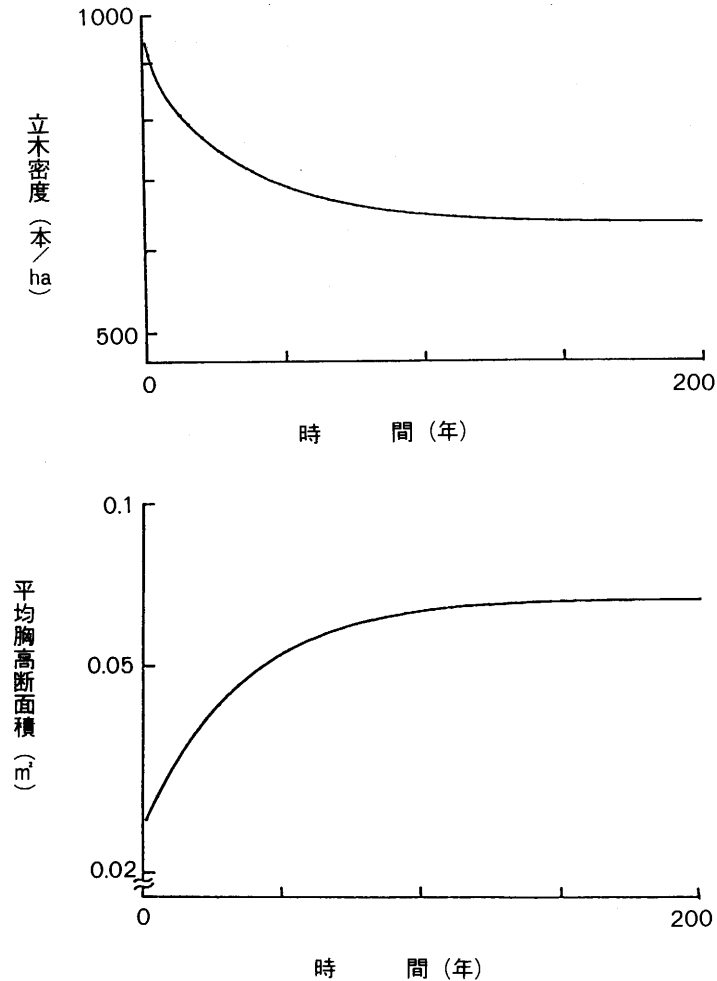


図-49 固定標準地番号 5003 におけるシステム (5.20) の応答

Fig. 49. System responses (5.20) in the permanent sample plot [5003].

胸高断面積、径級別本数比という4つの林分因子の関係が明らかになった。この際、径級別平均胸高断面積が一定の値をとることを示したが、これは北海道演習林における施業の方法と密接に関係していると考えられる。各径級において伐採前の直径階別立木本数と伐採後の直径階別立木本数が大きく異なれば、当然径級別平均胸高断面積は一定値をとらなくなる。したがって北海道演習林では、この分布が変化しないような施業が行われていることになる。

次に、これらの林分因子の成長をシステム論の立場から把握することができた。本論文においては、天然林の成長を捉える指標として立木本数と平均胸高断面積という2つの因子を用いたが、これらの因子間に $3/2$ 乗則と同様の関係がみられた。またこれらの林分因子は線形対数システムの形で表現することが可能であり、線形対数システムの形で表現することにより、この2つの因子の時間的推移を同時に捉えることができることがわかった。

固定標準地における測定資料を用いてシステム解析を行った結果、次のことが明らかになっ

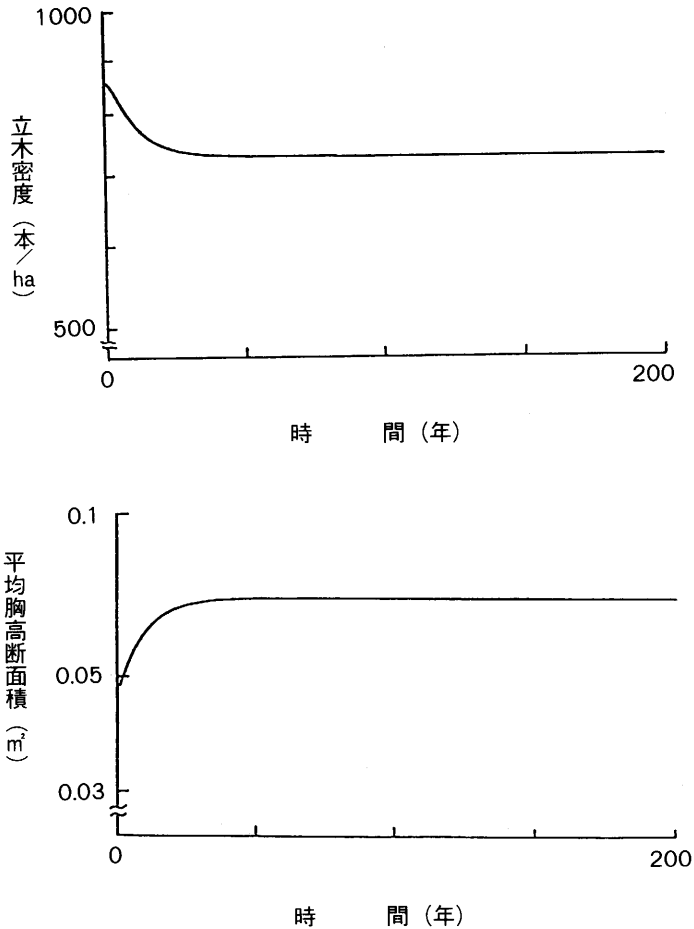


図-50 固定標準地番号 5104 におけるシステム (5.20) の応答  
 Fig. 50. System responses (5.20) in the permanent sample plot [5104].

た。

(1)  $\rho$ - $g$  トラジェクトリの傾きの絶対値は 1 よりも大きい。すなわち、 $\rho$ - $g$  トラジェクトリは概ね胸高断面積合計を増加させるように移動する。

(2)  $\rho$ - $g$  トラジェクトリは  $t \rightarrow \infty$  において安定した値をとる。すなわち、結節点に収束する。これはシステムを表す行列  $A$  の固有値が負であることに相当する。

(3)  $\rho$ - $g$  トラジェクトリは上に述べた行列  $A$  の固有ベクトルを漸近線として移動する。

天然林の成長をシステム解析の手法を用いて捉えるのには、測定回数の問題や林分構造を表現する他の因子との関係、また生態学的裏付けなどといった問題が残されているが、本論文では天然林の成長をシステム論的に捉えられる可能性があることを示した。これにより、他の分野で議論されている安定性の問題が、天然林の成長という側面においても同様の手法を用いて議論することができることが明らかになった。このことは、伐採という入力を行う天然林施業において、成長量を把握するための一つの手法として重要であると考えられる。

## おわりに

本論文では、東京大学北海道演習林内の択伐林分に設定された固定標準地の資料を用いて、天然林における林分因子が他のどの因子の影響を受けているかを検討した。さらにこれらの林分因子間の相互関連に着目したシステム成長モデルを用いて、天然林における林分構造の時間的推移を記述した。

その結果、システム論の立場から天然林の林分構造の予測が可能であることがわかった。このモデルに対する生態学的裏付けおよびこのモデルが施業にどのように活用できるかといったことは今後シミュレーションを通じて検討する必要があるだろう。また、本研究においては資料数の関係から、各林分区分をひとまとめにして解析した部分があるが、今後、資料の充実とともにそれらの各林分区分ごとの解析も可能となるであろう。

最後に、本研究を行うにあたり、長年にわたって積み重ねてこられた貴重な資料を提供して下さった東京大学北海道演習林の歴代ならびに現在の職員の方々に深く感謝の意を表するものである。この貴重な資料がなかったならば、本研究が遂行されることはなかったであろう。

また、本研究を行うにあたり終始御指導いただいた東京大学農学部南雲秀次郎教授、露木 聡助手、農学部演習林渡邊定元教授、山本博一助教授に衷心より深甚の謝意を表するとともに、貴重な助言と指導を賜った元東京大学森林経理者研究室の鷹尾 元氏、谷口政子氏に対して、心より深く感謝を申し上げる。

最後に、直接間接に有用な助言を賜り、また激励して下さった東京大学北海道演習林の芝野伸策技官、井口和信技官、木村徳志技官に厚く御礼申し上げる。

## 要 旨

近年、測定資料が充実してきたこととコンピュータの発達により、いろいろな側面から天然林の成長解析が進められている。本研究は、天然林における各林分因子がどの因子と連関しているかを調べ、択伐林施業が林分の成長に与える影響を検討するとともに、林分因子の時間的推移をシステム論的に解析することを目的としている。解析には、東京大学北海道演習林内の択伐林分および再生林択伐林分に設定された固定標準地の定期測定資料を用いた。

天然林における林分構造を径級別平均胸高断面積ベクトル  $(g_1, g_2, g_3)$  と径級別本数比ベクトル  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  の径級構成面と、立木本数  $\rho$  と胸高断面積合計  $G$  という全体量面から表現する。

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1$$

$$g = G/\rho = g_1\theta_1 + g_2\theta_2 + g_3\theta_3$$

ただし、添字の 1, 2, 3 は小径級、中径級、および大径級、また  $g$  は平均胸高断面積を表している。

まず径級構成の変化を調べるために、径級別平均胸高断面積に対する伐採の影響を調べた。その結果、伐採前後の径級別平均胸高断面積の比の分布は各径級とも 0.96~1.04 に集中していることから、径級別平均胸高断面積は伐採の前後において変化しないことがわかった。また時間的にも径級別平均胸高断面積は変化しなかった。よって  $g$  の時間的推移は径級別本数比ベクトルにのみ依存することがわかった。実際、その時間的推移を分析してみると、径級別本数比ベクトルは概ね  $\theta_1$  が減少し、 $\theta_3$  が増加する方向に変化しているため、北海道演習林では  $g$  が増大するように施業されていることがわかる。



次に、径級別本数比ベクトルの変化を明らかにするために、 $\theta_1$  と  $\rho$  との間に GOMPERTZ 関数

$$\ln \theta_1 = M(1 - Le^{-k\rho})$$

を当てはめた結果、パラメータ  $M$  は胸高断面積合計  $G$  の 1 次式で、 $L, k$  は 2 次式で近似されることがわかった。したがって、 $G$  と  $\rho$  が与えられれば径級別本数比ベクトルが決定されることがわかる。

さらに伐採が  $G$  の動態に与える影響について検討した。その結果、伐採後の  $G$  の年成長量は伐採前の  $G$  の年成長量と大径級の伐採量に密接に関係していることがわかった。またこのことをふまえて  $G$  の動態について検討を行った。

最後に、 $G$  と  $\rho$  もしくは  $g$  と  $\rho$  という全体量の変化を解析するため、 $\rho$  と  $g$  の時間的推移を示すトラジェクトリ（軌道）を次のような対数線形システムの形で表現した。

$$d(\ln \rho)/dt = a_{10} + a_{11} \ln \rho + a_{12} \ln g$$

$$d(\ln g)/dt = a_{20} + a_{21} \ln \rho + a_{22} \ln g$$

この式の 6 つのパラメータを決定することにより、トラジックトリがどのように移動するかを検討した。固定標準地番号 5003（再生林択伐林分）および 5104（択伐林分第 I 作業級）で計算した結果、行列

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

の固有値はどちらも負の値であるので、 $\rho$ - $g$  トラジェクトリは結節点（定常値）に収束することがわかった。このとき行列  $A$  の固有ベクトルは漸近線となっている。

本研究により、システム論の立場から、天然林の林分構造の予測が可能であることがわかった。

キーワード：天然林、林分構造、システム成長モデル、径級区分、トラジェクトリ

## 引用文献

- 1) HARA, T: Modelling the Time Course of Self-thinning in Crowded Plant Populations. *Annals of Botany* **53**, 181-188, 1984.
- 2) 平田泰雅・石橋整司・箕輪光博：天然林の林分構造について (I). 98 回日林論：133-134, 1987.
- 3) ————・—————・—————：天然林の林分構造について (II). 99 回日林論：93-94, 1988.
- 4) ————・箕輪光博・高田功一：天然林の林分構造について (III). 100 回日林論：123-124, 1989.
- 5) ————・高田功一・芝野伸策：天然林の林分構造について (IV). 101 回日林論：187-188, 1990.
- 6) 穂積和夫：植物の相互作用（生態学講座）。124 p., 共立出版, 東京, 1973.
- 7) 石橋整司：シミュレーションモデルに基づく天然林の林分構造の動態に関する研究。東京大学農学博士論文, 187 p., 1988.
- 8) KHILMI, H. F.: Theoretical forest biogeophysics. *Academy of Sciences of the U. S. S. R.* 155 p., 1957 (高橋清訳：森林の生物物理学理論。143 p., 新科学文献刊行会, 米子, 1965.)
- 9) 箕輪光博：林木の生長に関する理論的考察 (III). *日林誌* **65**, 417-426, 1983.
- 10) ————：線形システムとしての林分の生長。林統研誌 **10**, 1-24, 1985.
- 11) MOSER, J. W. 1972. Dynamics of an Uneven-Aged Forest Stand. *Forest Sci.*, **18**, 184-191.
- 12) 南雲秀次郎：択伐林の施業モデル。83 回日林論：83-86, 1972.
- 13) ————・箕輪光博：測樹学。243 p., 地球社, 東京, 1990.
- 14) 示村悦二郎：線形システム解析入門。198 p., コロナ社, 東京, 1987.
- 15) 高橋延清：林分施業法。127 p., 全国林業改良普及協会, 東京, 1971.
- 16) 山岸 宏：生長の生物学。206 p., 講談社, 1977.
- 17) 山本博一：択伐林施業計画のシステム化に関する研究。東大演報 **83**, 31-142, 1990.

18) 渡邊定元ほか：1981年台風15号による東京大学北海道演習林の被害。演習林27, 79-221, 1990.

(1991年4月30日受理)

### Summary

In recent years the accumulation of measurement data and the development of computer technologies have been making it possible to analyze growth process of natural stands from a wide range of aspects. This study is intended to make clear how several stand characteristics are correlated with each other in natural forests and then to examine how natural forest management affects stand growth, and finally to analyze the change of stand characteristics with time in terms of systems science. A part of permanent sample plot data, which have been collected periodically in the Tokyo University Forest in Hokkaido, were used for this study.

Stand structure can be analyzed from the view-points of both diameter class level (small, medium and large) and the stand level. For diameter class level, a three dimensional mean basal area vector ( $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3$ ) associated with the three diameter classes and the corresponding stocking ratio vector ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) are selected as system variables. For stand level, stand density  $\rho$  and stand basal area  $G$ , or mean basal area ( $g = G/\rho$ ) are used.

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1$$

$$g = G/\rho = \mathbf{g}_1\theta_1 + \mathbf{g}_2\theta_2 + \mathbf{g}_3\theta_3$$

Where the subscripts 1, 2, 3 symbolize small, medium and large diameter class respectively.

First, the influence of felling activities on the vector ( $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3$ ) was investigated. It was found that the vector remains constant before and after felling, because the calculated ratios between the corresponding vector components before and after felling are centered on the small range of 0.96-1.04. Besides it did not change with time. From this, it is concluded that the change of mean basal area with time depends only on the stocking ratio vector ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ). In fact, a further investigation of the change of ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) shows that  $\theta_1$  decreases and  $\theta_3$  increases with time. Therefore, stand management seems to have been carried out so that mean basal area  $g$  might increase with time.

Then, to make clear analytically how the vector ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) changes with time, the following function was assumed between  $\theta_1$  and  $\rho$ .

$$\ln \theta_1 = M(1 - Le^{-k\rho})$$

The fitting of this function to data shows that parameter  $M$  can be expressed by a linear function of stand basal area  $G$  and parameters  $L, k$  are approximately expressed by quadratic equations of  $G$ . Therefore, given the values of  $G$  and  $\rho$ , the stocking ratio vector can be estimated.

Furthermore, some examinations were made as to how felling activities affect the dynamics of stand basal area. It was shown that annual increment in basal area after felling has a close relationship with that of basal area before felling and harvested volume from the large diameter class.

Finally, a simultaneous and logarithmic linear differential equation system (systems growth model) was used to analyze the dynamics of stand characteristics such as basal area and stand density in terms of a trajectory.

$$\begin{aligned} d(\ln \rho)/dt &= a_{10} + a_{11} \ln \rho + a_{12} \ln g \\ d(\ln g)/dt &= a_{20} + a_{21} \ln \rho + a_{22} \ln g \end{aligned} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

The values of the six parameters included were examined. For the permanent sample plot 5003 (regenerated selection forests) and 5104 (the first working circle associated with selection forests), the calculated eigen values of matrix  $\mathbf{A}$  were all negative, which shows that each  $\rho$ - $g$  trajectory approaches the corresponding stationary state (node) in a suffi-

cient period of time and that the corresponding eigen vectors are considered as asymptotes which have something to do with the  $3/2$  power law in terms of mathematical ecology.

This study can be expected to make it possible to predict the dynamics of stand structure in natural forests from the view-point of systems science.

**Key words:** Natural forest, Stand structure, Systems growth model, Diameter class, Trajectory