

位置決め制御の高速・高精度化
に関する研究

山 田 一 郎

目 次

第1章 序論	1
1. 1 位置決め制御の高速・高精度化における課題	1
1. 2 本研究の目的・意義	2
1. 3 本研究の概要	3
第2章 機械的な振動特性を考慮した高速位置決め制御	5
2. 1 まえがき	5
2. 2 位置決め機構の基礎方程式	6
2. 2. 1 機械的な振動特性を考慮したサーボモータ系	6
2. 2. 2 剛体負荷系をもつサーボモータ系	7
2. 3 最適レギュレータ理論の応用	8
2. 3. 1 最小エネルギー制御の定式化と計算例	8
2. 3. 2 実験装置と実験結果	11
2. 4 固有振動が最小エネルギー制御の特性に及ぼす影響	12
2. 4. 1 最小エネルギー制御の理論解析	12
2. 4. 2 固有振動の影響	15
2. 5 まとめ	18
付録A 最適位置決め軌道の定数方程式	19
付録B 不等式制約条件がある位置決め制御の近似解法	20
B. 1 駆動制約条件がある最小エネルギー制御	20
B. 2 2次計画問題への変換	21
B. 3 数値計画法プログラムによる計算例	23
図面	26
第3章 基本的な位置決め制御系の残留振動特性	36
3. 1 まえがき	36
3. 2 位置決め制御系の基本構成	36
3. 3 位置決め制御の評価	38

3. 3. 1	残留振動の解析	38
3. 3. 2	評価基準 ε_l , ε_m	41
3. 3. 3	評価基準 A_l	41
3. 4	パラメータ変動による残留振動特性	42
3. 4. 1	固有振動数の変動による振動負荷系の残留振動特性	42
3. 4. 2	慣性モーメントの変動による剛体負荷系の残留振動特性	46
3. 5	まとめ	48
付録C	負荷およびモータの残留振動	49
図面		52
第4章	パラメータ変動に強い位置決め制御系の設計法	63
4. 1	まえがき	63
4. 2	複数設定値系の設計法	64
4. 3	複数設定値系の残留振動特性	66
4. 4	複数設定値系の設計法とパラメータ感度を考慮した設計法との関係	68
4. 4. 1	パラメータ感度を考慮した設計法	68
4. 4. 2	2つの設計法の対応関係	70
4. 5	プリンタ・キャリッジ送り機構への応用	75
4. 5. 1	キャリッジ送り機構の動特性	75
4. 5. 2	複数設定値系による位置決め制御	76
4. 6	まとめ	77
図面		78
第5章	オブザーバを用いた高速位置決め制御	87
5. 1	まえがき	87
5. 2	サーボモータ系の状態推定の基礎	87
5. 2. 1	サーボモータ系の可観測性	87
5. 2. 2	n次元状態オブザーバ	92
5. 3	離散時間オブザーバ回路の概要	93
5. 4	サーボモータ系の状態推定と位置決め制御	95

5. 5 プリンタ・キャリッジ送り機構への応用	97
5. 6 まとめ	99
図面	100
第6章 オブザーバによる固体摩擦の推定と位置決め制御	108
6. 1 まえがき	108
6. 2 固体摩擦が作用するサーボモータ系の基礎方程式	109
6. 3 固体摩擦の非線形特性を考慮した適応オブザーバの設計	111
6. 3. 1 可観測性の検討	111
6. 3. 2 適応オブザーバの設計	113
6. 4 リアプノフの安定論に基づく適応オブザーバの設計	116
6. 5 適応オブザーバによる状態推定結果	118
6. 5. 1 実験装置の概要	118
6. 5. 2 状態推定結果の比較	119
6. 6 位置決め制御における固体摩擦の補償	121
6. 6. 1 固体摩擦の補償入力	121
6. 6. 2 サーボモータ系の位置決め制御への適用	124
6. 7 まとめ	125
付録D 離散時間系における取り扱い	126
図面	128
第7章 結論	142
謝辞	144
参考文献	145

第 1 章 序論

1.1 位置決め制御の高速・高精度化における課題

位置決め技術はプリンタ、磁気ディスク、光ディスクなどの情報機器、LSI製造装置、産業用ロボットなどの多くの機械装置に共通の基礎技術である。最近の位置決め技術は、エレクトロニクス技術の発達により、サーボモータなどの電気モータを用いた位置決めが主流となっており、カム機構などを用いた以前の機械的な位置決めに比べれば、位置決め速度、位置決め精度とも飛躍的に向上している。しかしながら、オフィス・オートメーション（O. A.）やファクトリ・オートメーション（F. A.）の進展に伴って、情報機器や産業用ロボットなどに対する高性能化の要求は高まる一方であり、さらに高速で高精度な位置決め技術が必要とされている。

位置決め的高速・高精度化のためには、直流サーボモータやエンコーダなどのサーボ機器要素の高性能化や、送り案内機構系の高剛性軽量化など、ハードウェア面からの検討がこれまで以上に重要であることは言うまでもない。^{1)・2)}しかしながら、最近のマイクロ・コンピュータの発達によって、これまで机上の空論に等しかった高度の制御理論が、実際の機械装置の運動制御にも経済的に利用できるようになりつつあり、位置決め的高速・高精度化においても、ソフトウェア面からの検討、すなわち、位置決め制御の検討が非常に重要になってきている。^{3)・4)}

位置決め制御の高速化にあたっては、サーボモータなどのアクチュエータの性能を十分に発揮させる必要があり、このため、アクチュエータの使用限界を考慮して位置決め規準軌道を設計する必要がある。アクチュエータとしてサーボモータを用いる場合には、一般に、最大電流あるいは発熱量（定格電流）が制約条件となり、これを考慮した最短時間位置決め制御は、それぞれ、三角形の速度規準曲線あるいは放物線の速度規準曲線を用いて実現できる。ただし、従来の磁気ディスク、プリンタ、XYプロッタ、NC工作機械などの位置決めにおいては、実用的な観点から、両者の中間的な特性をもつ台形の速度規準曲線が用いられることが多い。^{5)～10)}また、固有振動数が比較的低いロボット・アームの位置決めにおいては、加速度の不連続がなく、加速域より減速域を長くした仮想カム曲線を用いた制御などによって、高速化による残留振動の発生を少なくする工夫をしている。^{11)～14)}しかしながら、これらの位置決め制御では、位置決め軌道が機構系の固有振動

を直接的に考慮して設計されていないので、高速化には限界があり、位置決め時間は固有振動周期の3～5倍までが実用範囲とされている。

したがって、高速で高精度の位置決め制御を実現する上で、今後は、位置決め機構の機械的な振動特性を考慮に入れた位置決め制御系の設計法を明らかにすることが重要と考えられる。また、位置決め的高速化に伴って、機構系のパラメータの変動が大きな影響を及ぼすことが予想されるので、パラメータ変動が位置決め制御特性に及ぼす影響とその補償方法を明らかにすることも重要な課題である。

また、変位信号や速度信号などの状態信号の検出も高速で高精度な位置決めを実現する上で重要である。エンコーダやタコジェネレータなどの機械的な検出器を多数実装すると、装置が大型化し、経済性の点で不利であるし、検出器が比較的大きい現状では動特性の点でも問題がある。そこで、実際の装置では、速度信号などは変位信号の微分や電子的タコメータ¹⁵⁾などの電気回路的な手段によって検出されることが多いが、高周波領域での雑音や低速度域での品質劣化などの問題がある。一方、現代制御理論によれば、オブザーバ¹⁶⁾やカルマン・フィルタ¹⁷⁾などの推定理論がほぼ確立されているが、高速な位置決め制御への応用はまだ少なく、負荷系の状態信号検出への適用など検討すべき課題も多い。

さらに、送り案内機構系の固体摩擦やガタなども、位置決め的高速・高精度化の大きな阻害要因である。これらは、機構設計や機構要素の改良によって、できるかぎり除去すべき要因であるが、さらに高速で高精度な位置決めを達成するためには、固体摩擦の補償法など制御面からの検討も重要と思われる。

1.2 本研究の目的・意義

本研究は、情報機器や産業用ロボットなどの高性能化をはかるため、これらの各種自動化機器に共通の基本技術であるサーボモータによる“Point-to-Point”の位置決め制御を対象として、上述した位置決め制御の高速・高精度化における諸課題を検討したものである。さらに、本研究では、現代制御理論の成果を十分に取り込み、合理的で汎用的な位置決め制御法の確立を目的としている。このため、位置決め制御法の理論的・計算的な検討にとどまらず、実験的検証によって有効性を明確にしている。

1.3 本研究の概要

本研究の内容を概括すると、第2章では負荷系の機械的な振動特性を考慮した高速位置決め制御について検討し、第3章では、基本的な位置決め制御系についてパラメータ変動に起因する残留振動特性を明らかにしている。さらに、第4章ではパラメータ変動に強い位置決め制御系の設計法を提案している。また、第5章では負荷系の状態推定にオブザーバを用いる高速位置決め制御について検討し、第6章では固体摩擦を推定する適応オブザーバの設計法と、これを用いた固体摩擦の補償方法を明らかにしている。

さらに詳細に述べると、第2章では位置決め機構の機械的な振動特性を考慮した高速な位置決め制御法を明らかにするため、負荷系を1自由度振動系にモデル化したサーボモータ系の位置決め制御について検討している。まず、最適レギュレータ理論を適用すれば、1自由度振動系を残留振動なく、かつ、最小の入力エネルギーで位置決めできることを具体的に示すとともに、系の固有振動数が入力エネルギーや最大電流などの主な位置決め制御特性に及ぼす影響を理論的に明らかにしている。

第3章では位置決め制御の良否を残留振動によって評価することとし、まず、残留振動の解析を行い、その評価基準を明らかにしている。次に、第2章で示したサーボモータ系の最小エネルギー制御を実現する3つの基本的な位置決め制御系について、固有振動数や慣性モーメントなどのパラメータが設計値から変動することによって生ずる残留振動の増加特性を計算・実験の両面から詳細に検討し、高速位置決め時の特徴と問題点を明らかにしている。

第4章ではパラメータ変動に強い位置決め制御系の設計法として、パラメータの複数の値に対して残留振動が少なくなるように制御系を構成する“複数設定値系の設計法”を示し、その有効性を実験で確認している。また、従来のパラメータ感度関数を用いる設計法との関係を理論的に明らかにしている。さらに、プリンタ・キャリッジ送り機構の位置決め制御へ応用した結果を示している。

第5章ではサーボモータ系の状態推定について、可観測性などの基本検討を行うとともに、 n 次元オブザーバを用いて1自由度振動負荷系の高速位置決め制御を実現した結果を示している。さらに、プリンタ・キャリッジ送り機構の位置決め制御へのオブザーバの応用例を示している。

最後に、第6章では位置決め制御の高速、高精度化を阻害する大きな要因の一つである固体摩擦の推定方法と補償方法を検討している。まず、サーボモータ系の速度、電流などの状態量に加えて、これに作用する非線形の固体摩擦をも推定できる適応オブザーバの設計法を示し、従来のオブザーバとの実験的な特性比較により、その有効性を確認している。さらに適応オブザーバを用いた固体摩擦の補償方法を示すとともに、サーボモータ系の位置決め制御に応用した結果を示している。

第2章 機械的な振動特性を考慮した高速 位置決め制御^{18)～20)}

2.1 まえがき

Point-to-Pointの位置決め制御は、プリンタのキャリッジの位置決めや磁気ディスク装置の磁気ヘッドの位置決めに見られるように、多くの機械装置に共通する基本技術であり、ますます高速化、高精度化が望まれている。

一般に、このようなPoint-to-Pointの位置決め制御は、制御対象を現在位置から目標位置近傍まで高速移動させるアクセス制御モードと、その後、制御対象を目標位置に保持する位置制御モードとのデュアルモードで構成されることが多い。^{7)・9)} ここで、アクセス制御の終端時刻（位置決め時刻）での位置決め誤差は位置制御時に残留振動として現われる。したがって、位置決め制御の高速化には位置決め誤差の少ない高速なアクセス制御の方法を確立することが重要である。

従来の磁気ディスク、プリンタなどに用いられているアクセス制御の代表的な方法は、台形の速度規準曲線を目標位置までの残差距離の関数として作成しておき、速度をこれに追従させる方法である。^{1)・6)} この方法には、速度規準曲線を1種類作成しておくだけで、任意のストロークのアクセス制御をフィードバック系として実現できるなどの利点があるが、加速度が不連続であるため高速な領域では残留振動が発生し易く、ロボットのような負荷の大きなものには不適當とされている。そこで、固有振動数が比較的低いロボット・アームなどのアクセス制御では、加速度の不連続がなく、減速区間を加速区間よりも長くした仮想カム曲線制御などを用いて、高速化による残留振動の発生を少なくする工夫がされている。^{11)～14)} しかし、系の機械的な振動特性を直接的に考慮していないので、高速化には限界があり、位置決め時間は固有振動周期の3倍程度までとされている。また、入力エネルギーの最小化なども考慮されていない。

一方、ストロークの小さな位置決め制御には、変位、速度および電流の定係数フィードバック系がそのまま利用されることも多い。この方法は、アクセス制御と位置制御が一体となったものと考えられ、モータ側の状態のほかに負荷側の状態をフィードバックすれば、高速な位置決めを実現することも可能である。しかし、後述するように、高速化に伴って入力エネルギーが著しく増加する欠点があり、ストロークの大きな位置決めに対しては特

に不利である。

高速化に伴うこれらの問題に対し、従来の対策は主として系の固有振動数の増大、すなわち機構の剛性の増加によっているが、これには機構の重量あるいは材料特性による制約がある。また、サーボモータには単位時間当りの入力エネルギー、すなわち発熱量に制限があり、モータ重量が制約される多くの機器では、モータの発熱によって高速化が支配されることが多い。したがって、系の機械的な振動特性を考慮するとともに、できるかぎり入力エネルギーの小さなアクセス制御の検討が重要となる。^{21) ~ 23)}

本章では、2.2節で位置決め機構の基本方程式を導き、2.3節で目標時間において振動負荷系を目標位置に静止させることと、入力エネルギーを最小化することを条件とする最適レギュレータ問題として位置決め制御を扱うことにより、上記の問題に対処できることを具体的に示した。また、2.4節では、系の固有振動が、入力エネルギーや伝達系の最大ねじれ量など、実用の際に問題となる主な制御特性に及ぼす影響を明らかにした。

2.2 位置決め機構の基礎方程式

2.2.1 機械的な振動特性を考慮したサーボモータ系 (振動負荷系をもつサーボモータ系)

位置決め制御の高速化には、負荷系の機械的な振動特性を考慮する必要があるが、1次の固有振動が主要因となることが多い。そこで、負荷系を1自由度振動系にモデル化し、この負荷系をサーボモータによって駆動する図2.1の位置決め制御機構を考える。ブロック図を図2.2に示すこの系の動特性は以下の微分方程式で表される。

$$\left\{ \begin{array}{l} J_l \frac{d\omega_l(t)}{dt} + c_l \omega_l(t) + k \{ \theta_l(t) - \theta_m(t) \} = 0 \\ J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} + c_m \omega_m(t) + k \{ \theta_m(t) - \theta_l(t) \} = K_T i(t) \\ L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + K_E \omega_m(t) = e(t) \end{array} \right. \quad (2.1)$$

ここで、 $\theta_l(t)$; 負荷の角変位、 $\omega_l(t)$; 負荷の角速度、 $\theta_m(t)$; モータの角変位、 $\omega_m(t)$; モータの角速度、 $i(t)$; モータの電流、 $e(t)$; モータの電圧、 t ; 時間、 J_l ; 負荷の慣性モーメント、 J_m ; モータの慣性モーメント、 k ; 伝達系のねじりばね定数、 c_l ; 負荷の粘性減衰係数、 c_m ; モータの粘性減衰係数、 K_T ; モータのトルク定数、

K_E ; モータの誘起電圧定数, R ; モータの巻線抵抗, L ; モータの巻線インダクタンスである.

つぎに, 位置決め時間 T , 位置決め角 θ_0 として以下の無次元量を定義する.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(\tau) = \frac{\theta_1(t)}{\theta_0}, \quad x_2(\tau) = \frac{\omega_1(t) \cdot T}{\theta_0}, \quad x_3(\tau) = \frac{\theta_m(t)}{\theta_0}, \quad x_4(\tau) = \frac{\omega_m(t) \cdot T}{\theta_0} \\ u(\tau) = \frac{K_T T^2}{J_m \theta_0} i(t), \quad v(\tau) = \frac{K_T T^2}{R J_m \theta_0} e(t), \quad \tau = \frac{t}{T}, \\ \alpha = \frac{J_l}{J_m}, \quad \lambda = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k(J_m + J_l)}{J_m J_l}} \cdot T, \\ \eta_l = \frac{c_l T}{J_l}, \quad \eta_m = \frac{c_m T}{J_m}, \quad \tau_m = \frac{R J_m}{K_T K_E T}, \quad \tau_e = \frac{L}{R T} \end{array} \right. \quad (2.2)$$

これにより, 無次元化された系の状態方程式は (2.3) 式となる. また, 原点を位置決めの目標位置とすると初期条件は (2.4) 式となる.

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{A} \mathbf{x}(\tau) + \mathbf{b} v(\tau) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{x}(0) = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.4)$$

ここで,

$$\mathbf{x}(\tau) = [x_1(\tau) \quad x_2(\tau) \quad x_3(\tau) \quad x_4(\tau) \quad u(\tau)]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4\pi^2 \lambda^2}{1+\alpha} & -\eta_l & \frac{4\pi^2 \lambda^2}{1+\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{4\pi^2 \alpha \lambda^2}{1+\alpha} & 0 & -\frac{4\pi^2 \alpha \lambda^2}{1+\alpha} & -\eta_m & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_e \tau_m} & -\frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{b} = \left[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{\tau_e} \right]^T$$

2.2.2 剛体負荷系をもつサーボモータ系

ここでは, 位置決め制御の特性を比較検討する上で基準となる剛体負荷系をもつサーボ

モータ系の基礎方程式をまとめておく。

図2.3 にブロック図を示すように、サーボモータによって駆動される負荷系が剛体とみなせるとき、前項の振動負荷系の場合と同様に、位置決め角 θ_0 、位置決め時間 T を用いて無次元化を行えば、系の状態方程式、初期条件はそれぞれ以下のように求められる。

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{b}v(\tau) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{x}(0) = [1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.7)$$

ここで、

$$\mathbf{x}(\tau) = \begin{bmatrix} x_1(\tau) \\ x_2(\tau) \\ u(\tau) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{\eta}{1+\alpha} & \frac{1}{1+\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau_e \tau_m} & -\frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(\tau) = \frac{\theta(t)}{\theta_0}, \quad x_2(\tau) = \frac{\omega(t) \cdot T}{\theta_0}, \quad u(\tau) = \frac{K_T T^2}{J_m \theta_0} \cdot i(t), \\ v(\tau) = \frac{K_T T^2}{R J_m \theta_0} \cdot e(t), \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad \alpha = \frac{J_l}{J_m}, \\ \eta = \frac{(c_l + c_m) T}{J_m}, \quad \tau_m = \frac{R J_m}{K_T K_E T}, \quad \tau_e = \frac{L}{R T} \end{array} \right. \quad (2.9)$$

2.3 最適レギュレータ理論の応用

2.3.1 最小エネルギー制御の定式化と計算例

Point-to-Pointの位置決めでは途中の軌道は自由であり、位置決め時刻($\tau = 1$)に負荷系を目標位置(原点)に残留振動なく静止できれば十分である。しかしながら、実機構の高速な位置決めにおいては、モータのもつ性能を十分に発揮させるために位置決めに必要な入力エネルギー、すなわち、モータの発熱量 $P = \int_0^1 u^2 dt$ をできる限り小さくすることが重要となるので、最小エネルギー制御としての検討が必要である。

この問題は2次形式の評価関数

$$J = \mathbf{x}^T(1) \mathbf{M} \mathbf{x}(1) + \int_0^1 \{ \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + v^2 \} d\tau \quad (2.10)$$

$$\mathbf{M} = \text{diag} [m_1, m_2, m_3, m_4, m_u]$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag} [0, 0, 0, 0, q_u]$$

を最小とする制御時間が有限の最適レギュレータ問題^{24), 25)}として定式化することができる。ここで、評価関数の第1項は位置決め誤差の評価、積分の第1項はモータ発熱量(入力エネルギー)の評価、積分の第2項は入力電圧の評価である。したがって、重み係数行列 \mathbf{M} 、 \mathbf{Q} を繰返し試行によって適当に定めれば、近似的に最小エネルギー制御を求めることができる。

周知のように、この最適レギュレータ問題の解は、Riccati方程式

$$\dot{\mathbf{R}}(\tau) = \mathbf{R}(\tau) \mathbf{b} \mathbf{b}^T \mathbf{R}(\tau) - \mathbf{R}(\tau) \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{R}(\tau) - \mathbf{Q}, \quad \mathbf{R}(1) = \mathbf{M} \quad (2.11)$$

を逆時間で解けば、最適制御則

$$v_0(\tau) = \mathbf{k}^T(\tau) \cdot \mathbf{x}(\tau), \quad \mathbf{k}(\tau) = -\mathbf{R}(\tau) \cdot \mathbf{b} \quad (2.12)$$

の形で与えられる。ここで、制御時間が有限であるので、最適制御則をそのまま実現する位置決め制御系は時変係数フィードバック系となるが、計算機を含むデジタル制御系を用いれば実現は容易である。

つぎに、この時変係数フィードバック系による位置決め制御の計算例を示す。サーボモータ系の各定数を表2.1に示すものとして、位置決め角 $\theta_0 = \pi/10$ rad, 位置決め時間 $T=16\text{ms}$ の位置決め制御を考える。この位置決めは、位置決め時間 T と系の固有振動周期 $T_0 = 2\pi \sqrt{J_m J_l / k} (J_m + J_l)$ (≈ 13.9 ms)との比で定義される固有振動数パラメータ λ が1に近い高速な位置決めである。位置決め誤差の許容値を、たとえば

$$\left\{ \begin{array}{l} |\theta_l(T)/\theta_0| \leq 0.01, \quad |\theta_m(T)/\theta_0| \leq 0.01 \\ |\omega_l(T)| \leq 5 \text{ rpm}, \quad |\omega_m(T)| \leq 5 \text{ rpm} \\ |i(T)| \leq 0.5 \text{ A} \end{array} \right. \quad (2.13)$$

とし、これを満足するまで評価関数(2.10)の重み係数行列 \mathbf{M} 、 \mathbf{Q} を変更して設計を繰返せば

$$\mathbf{M} = \text{diag} [1.4 \times 10^4, 1.4 \times 10^3, 2.1 \times 10^4, 2.1 \times 10^3, 1]$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag} [0, 0, 0, 0, 1]$$

のとき、以下に示すような時変係数フィードバックによる位置決め制御系が設計できる。

図2.4(a) に位置決め軌道 $(\theta_l, \omega_l, \theta_m, \omega_m, i)$ 、図2.4(b) に入力電圧 e 、図2.4(c) にフィードバック係数 $(K_{\theta l}(t), K_{\omega l}(t), K_{\theta m}(t), K_{\omega m}(t), K_i(t))$ の計算結果を示す。また、この場合の入力エネルギー $P = \int_0^1 u^2 d\tau$ は61.8となる。

ところで、(2.10)式の評価関数によらず、2次形式の評価関数

$$J = \int_0^\infty \{ \mathbf{x}^T \mathbf{Q}' \mathbf{x} + v^2 \} d\tau$$

$$\mathbf{Q}' = \text{diag} [q_1, q_2, q_3, q_4, q_u]$$
(2.14)

を用いれば、最適制御則

$$v(\tau) = \mathbf{k}_0^T \cdot \mathbf{x}(\tau)$$
(2.15)

が得られる。したがって、重み係数行列 \mathbf{Q}' を適当に大きくとれば、所定の位置決め時間で十分に位置決め誤差の少ない位置決め制御が定係数フィードバック系として実現できる。

たとえば、評価関数(2.14)の重み係数行列 \mathbf{Q}' を

$$\mathbf{Q}' = \text{diag} [7.1 \times 10^4, 3.3 \times 10^3, 2.0 \times 10^4, 1.4 \times 10^2, 1]$$

とすれば、図2.5 に示すように、先に示した(2.13)式の位置決め誤差の許容値を満足する位置決め制御系が設計できる。この例は、入力エネルギー $P = \int_0^1 u^2 d\tau$ が極力小さくなるように重み係数行列 \mathbf{Q}' をいろいろに変化させて設計を行ったものであるが、入力エネルギー P は 653.7 と著しく大きくなる。

このように、定係数フィードバック系による位置決め制御では、位置決め時刻における位置決め誤差を小さく抑え、高精度な位置決めを実現しようとするとき、時変係数フィードバック系による位置決め制御（最小エネルギー制御）に比べて、入力エネルギーが著しく大きくなり、高速な位置決めを実現するうえで不利である。

表2.1 サーボモータ系の定数

負荷の慣性モーメント	J_l	6 3 2	$g \cdot cm^2$
モータの慣性モーメント	J_m	7 7 0	$g \cdot cm^2$
ねじりばね定数	k	7.1 1	$N \cdot m / rad$
負荷の粘性減衰係数	c_l	5.39×10^{-5}	$N \cdot m \cdot s / rad$
モータの粘性減衰係数	c_m	1.47×10^{-5}	$N \cdot m \cdot s / rad$
モータのトルク定数	K_T	0.1 3 1	$N \cdot m / A$
モータの誘起電圧定数	K_E	0.1 3 1	$V \cdot s / rad$
モータの抵抗	R	0.9 4	Ω
モータのインダクタンス	L	0.5 0	mH
*) 系の固有振動周期	T_0	1 3.9	ms

*)

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_m J_l}{k(J_m + J_l)}}$$

2.3.2 実験装置と実験結果

実験に用いたサーボモータ系の外観を図2.6 に示す。図からもわかるように、ここでは、サーボモータと負荷ロータを細い伝達シャフトで結合することによって1自由度振動負荷系を実現している。また、サーボモータ系の諸定数は表2.1 のとおりである。

つぎに、図2.7 に振動負荷系の最小エネルギー位置決め制御を時変係数フィードバック系によって実現する位置決め制御装置の構成を示す。この装置では、図2.4(c) に示すような時変フィードバック係数 $K(t) = [K_{\theta d}(t), K_{\omega d}(t), K_{\theta m}(t), K_{\omega m}(t), K_i(t)]^T$ を

$$K'(i) = K\left(\frac{2i-1}{2}\Delta T\right), \quad (i=1, 2, \dots, n, n=T/\Delta T)$$

のようにサンプリング周期 ΔT ごとのデータに離散化してデータ・テーブルの形でミニコンのメモリに記憶しておき、制御入力の演算時にミニコンより順次出力することにより、時変係数フィードバック系を実現している。また、各状態量とフィードバック係数との乗算を5個の16ビット乗算器を用いて並列に処理し、演算の高速化をはかることにより、サ

ンプリング $\Delta T = 100 \mu\text{s}$ のデジタル制御系を実現している。

さて、図2.4 には前項で計算例を示した振動負荷系の位置決め制御を、この装置を用いて実際に行った結果を示してあるが、実験結果は計算結果とよく一致している。このことは、最適レギュレータ理論の適用によって、振動負荷系の高速な位置決め制御が実現できることを具体的に示している。

2.4 系の固有振動が最小エネルギー制御の特性に及ぼす影響

前節では、位置決め機構のもつ機械的な振動特性、すなわち固有振動を考慮した最小エネルギー位置決め制御の実施例を示したが、ここでは、系の固有振動が入力エネルギーなどの主な制御特性に及ぼす影響を検討する。解析を容易にするため、モータの電気時定数 L/R が位置決め時間 T に比べて十分小さいとし、 $\tau_e = (L/R) / T \ll 1$ を省略する。この場合、電流 u を位置決め機構の入力と考えることができる。したがって、状態方程式 (2.3) は次式のように簡略化される。

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}(\tau) + \mathbf{b}_0 u(\tau) \quad (2.16)$$

ここで、

$$\mathbf{x}(\tau) = \begin{bmatrix} x_1(\tau) \\ x_2(\tau) \\ x_3(\tau) \\ x_4(\tau) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\Omega^2}{1+\alpha} & -\eta_1 & \frac{\Omega^2}{1+\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\alpha\Omega^2}{1+\alpha} & 0 & -\frac{\alpha\Omega^2}{1+\alpha} & -\eta_m \end{bmatrix}$$

ただし、 $\Omega = 2\pi\lambda$

2.4.1 最小エネルギー制御の理論解析

さて、状態方程式 (2.16) で表わされる位置決め機構に対して、初期条件 (2.17)、終端条

件(2.18)を満たし、かつ評価関数(2.19)を最小とする最小エネルギー制御を求める。

$$\mathbf{x}(0) = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^T \quad (2.17)$$

$$\mathbf{x}(1) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.18)$$

$$P = \int_0^1 u^2 d\tau \quad (2.19)$$

ここで、随伴変数ベクトルを

$$\mathbf{p}(\tau) = [p_1(\tau) \quad p_2(\tau) \quad p_3(\tau) \quad p_4(\tau)]^T$$

とすると、ハミルトニアンHは

$$H = \mathbf{p}^T (\mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{b}_0 u) + u^2 \quad (2.20)$$

となり、これより最適入力 $u_0(\tau)$ は

$$u_0(\tau) = -\frac{1}{2} \mathbf{b}_0^T \mathbf{p}(\tau) \quad (2.21)$$

で与えられ、正準方程式は

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(\tau) \\ \dot{\mathbf{p}}(\tau) \end{bmatrix}}_D = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & -\frac{1}{2} \mathbf{b}_0 \mathbf{b}_0^T \\ 0 & -\mathbf{A}_0^T \end{bmatrix}}_D \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\tau) \\ \mathbf{p}(\tau) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

となる。ここで、行列 \mathbf{A}_0 , D の特性方程式をそれぞれ $g_{A0}(s)$, $g_D(s)$ とすると

$$g_D(s) = g_{A0}(s) \cdot g_{A0}(-s) \quad (2.23)$$

の関係がある。正準方程式(2.22)を初期条件(2.17)、終端条件(2.18)のもとで解けば、最適入力 $u_0(\tau)$ および位置決め軌道 $\mathbf{x}(\tau)$ が求められる。また、評価関数の値、すなわち、入力エネルギー P は次式で求められる。²⁶⁾

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \{ \mathbf{x}^T(0) \mathbf{p}(0) - \mathbf{x}^T(1) \mathbf{p}(1) \} \\ &= \frac{1}{2} \{ p_1(0) + p_3(0) \} \end{aligned} \quad (2.24)$$

(1) 粘性摩擦が無視できる場合

$\eta_l = 0$, $\eta_m = 0$ の場合には、行列 \mathbf{A}_0 の特性方程式は

$$g_{A0}(s) = s^2(s^2 + \Omega^2) = 0 \quad (2.25)$$

であるから、ハミルトン行列Dの固有値は(2.23)式により

$$s = \pm i \Omega \text{ (2重根)}, \quad 0 \text{ (4重根)}$$

である。したがって、 c_i ($i = 1 \sim 8$) を未知定数として

$$\begin{aligned} x_1(\tau) = & c_1 \tau \cos \Omega \tau + c_2 \tau \sin \Omega \tau + c_3 \cos \Omega \tau + c_4 \sin \Omega \tau \\ & + c_5 \tau^3 + c_6 \tau^2 + c_7 \tau + c_8 \end{aligned} \quad (2.26)$$

と表わすことができ、(2.21), (2.22)式の関係により最適入力 $u_0(\tau)$ は次式となる。

$$u_0(\tau) = 6(1+\alpha) \left(-\frac{c_2}{3} \Omega \cos \Omega \tau + \frac{c_1}{3} \Omega \sin \Omega \tau + c_5 \tau + \frac{c_6}{3} \right) \quad (2.27)$$

ここで、定数 c_i ($i = 1 \sim 8$) は初期条件(2.17), 終端条件(2.18)より以下のように求められる。

$$\left\{ \begin{aligned} c_1 &= -\frac{12\Omega}{4} \cos \frac{\Omega}{2} \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \\ c_2 &= -\frac{12\Omega}{4} \sin \frac{\Omega}{2} \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \\ c_3 &= -\frac{6}{4} \left\{ \Omega^2 \sin^2 \frac{\Omega}{2} + \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \left(4 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \right\} \\ c_4 &= \frac{12}{4} \left\{ \Omega \sin^2 \frac{\Omega}{2} + 2 \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \right\} \\ c_5 &= \frac{2\Omega^3}{4} \left\{ \Omega \sin^2 \frac{\Omega}{2} - \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \right\} \\ c_6 &= -\frac{3\Omega^3}{4} \left\{ \Omega \sin^2 \frac{\Omega}{2} - \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \right\} \\ c_7 &= -\frac{12\Omega}{4} \left\{ \Omega \sin^2 \frac{\Omega}{2} + \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \right\} \\ c_8 &= 1 + \frac{6}{4} \left\{ \Omega^2 \sin^2 \frac{\Omega}{2} + \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \left(4 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right) \right\} \end{aligned} \right. \quad (2.28)$$

ただし、

$$A = \Omega^3 \left(\Omega - 2 \sin \frac{\Omega}{2} \cdot \cos \frac{\Omega}{2} \right) - 24 \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right)^2 \quad (2.29)$$

また、入力エネルギーは(2.24)式より

$$\begin{aligned} P &= 6 (1 + \alpha)^2 c_5 \\ &= 12 (1 + \alpha)^2 \left\{ 1 + \frac{24}{A} \left(2 \sin \frac{\Omega}{2} - \Omega \cos \frac{\Omega}{2} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.30)$$

となる。

(2) 粘性摩擦が無視できない場合

$\eta_l \neq 0$, $\eta_m \neq 0$ の場合には、行列 A_0 の特性方程式は

$$g_{A0}(s) = s \left\{ s^3 + (\eta_l + \eta_m) s^2 + (\Omega^2 + \eta_l \eta_m) s + \frac{\alpha \eta_l + \eta_m}{1 + \alpha} \Omega^2 \right\} \quad (2.31)$$

となる。特性方程式(2.31)に重根がないとして、0以外の3根を $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ とすれば、ハミルトン行列Dの固有値は(2.23)式により

$$s = \pm \beta_1, \pm \beta_2, \pm \beta_3, \quad 0 \text{ (2重根)}$$

である。したがって

$$x_1(\tau) = \sum_{i=1}^3 c'_i \cdot e^{-\beta_i \tau} + \sum_{i=1}^3 c'_{i+3} \cdot e^{\beta_i \tau} + c'_7 \tau + c'_8 \quad (2.32)$$

と表わされ、結局、最適入力 $u_0(\tau)$ は次式となる。

$$u_0(\tau) = \frac{1 + \alpha}{\Omega^2} \sum_{i=1}^3 \{ g_{A0}(-\beta_i) \cdot e^{-\beta_i \tau} \cdot c'_i \} + (\alpha \eta_l + \eta_m) c'_7 \quad (2.33)$$

また、入力エネルギーは(2.24)式より次式となる。

$$P = -(\alpha \eta_l + \eta_m)^2 c'_7 \quad (2.34)$$

ここで、定数 c_i ($i = 1 \sim 8$)は初期条件(2.17)、終端条件(2.18)より導かれる連立一次方程式の解として求められる。〔付録A〕

2.4.2 固有振動の影響

位置決め制御系を設計するためには、モータなどの選定をするうえで、位置決めに必要な入力エネルギー P 、最大電流 $|u|_{\max}$ などを明らかにしておく必要がある。また、機構伝達系を設計するうえで、伝達系に発生する最大トルク、すなわち、負荷とモータとの

最大ねじれ量 $|x_1 - x_3|_{\max}$ を明らかにしておくことも重要である。

ここでは、系の固有振動が上記の制御特性に及ぼす影響を、位置決め時間 T と系の固有振動周期 T_0 との比で定義される固有振動数パラメータ $\lambda = \Omega / 2\pi$ に着目して整理する。

(1) 入力エネルギー P に及ぼす影響

図2.8 は、固有振動パラメータ λ と入力エネルギー P との関係を (2.30)、(2.34) 式より計算した結果である。 $\eta_l \neq 0$ の場合の特性は慣性モーメント比 $\alpha = 1$ として計算してある。また、結果は $\eta_l = \eta_m = 0$ の場合の剛体負荷系の位置決めに必要な入力エネルギー P_0 で基準化してあるが、 P_0 は (2.30) 式において $\Omega \rightarrow \infty$ とすれば次式で与えられる。

$$P_0 = 12(1 + \alpha)^2 \quad (2.35)$$

いま、 $\eta_l = \eta_m = 0$ の曲線に着目すると、(2.30) 式により常に $P/P_0 \geq 1$ であることが示される。このことは、振動負荷系の位置決めには、剛体負荷系の位置決めに必要な入力エネルギー P_0 以上の入力エネルギーが必要であることを示している。ここで、 $P/P_0 = 1$ となる λ の値 λ_i ($i = 1, 2, \dots$; $\lambda_i < \lambda_{i+1}$) は表2.2 のように求められる。

さて、 $\eta_l \neq 0$ の場合も含めて、 $\lambda > \lambda_1 \approx 1.43$ では P/P_0 はほぼ一定であるが、 λ が λ_1 より小さくなると P/P_0 は急激に増加する。また、 η_l が大きくなると P/P_0 は増加する。

表2.2 $P/P_0 = 1$ となる λ の値 ($\eta_l = \eta_m = 0$)

λ_1	1.430
λ_2	2.459
λ_3	3.471
λ_4	4.477
λ_5	5.482
λ_{10}	10.490

(2) 最大電流 $|u|_{\max}$ に及ぼす影響

図2.9 は、固有振動数パラメータ λ と最大電流 $|u|_{\max}$ との関係を (2.27), (2.33) 式より計算した結果である。結果は $\eta_l = \eta_m = 0$ の場合の剛体負荷系の位置決めに必要な最大電流 $|u_0|_{\max}$ で基準化してある。 $|u_0|_{\max}$ は (2.27) 式において $\Omega \rightarrow \infty$ とすれば次式で与えられる。

$$|u_0|_{\max} = 6(1 + \alpha) \quad (2.36)$$

入力エネルギーの場合と同様に、 $\lambda > \lambda_1 \approx 1.43$ では $|u|_{\max} / |u_0|_{\max}$ はほぼ一定であるが、 λ が λ_1 より小さくなると $|u|_{\max} / |u_0|_{\max}$ は急激に増加する。また、 η_l が大きくなると $|u|_{\max} / |u_0|_{\max}$ は増加する。

(3) 最大ねじれ量 $|x_1 - x_3|_{\max}$ に及ぼす影響

図2.10は、固有振動数パラメータ λ と最大ねじれ量 $|x_1 - x_3|_{\max}$ との関係を示したものである。

$\eta_l = \eta_m = 0$ の場合、(2.22), (2.26) 式より

$$\begin{aligned} x_1(\tau) - x_3(\tau) = (1 + \alpha) \left\{ c_1 \left(\tau \cos \Omega \tau + \frac{2}{\Omega} \sin \Omega \tau \right) + c_2 \left(\tau \sin \Omega \tau - \frac{2}{\Omega} \cos \Omega \tau \right) \right. \\ \left. + c_3 \cos \Omega \tau + c_4 \sin \Omega \tau - \frac{6}{\Omega^2} c_5 \tau - \frac{2}{\Omega^2} c_6 \right\} \end{aligned} \quad (2.37)$$

となるので、結果は $(1 + \alpha)$ で基準化してある。

図より、 λ が小さくなるにつれて $|x_1 - x_3|_{\max}$ が急激に増加することが知られる。また、 η_l が大きくなると $|x_1 - x_3|_{\max}$ が増加する。

以上示したように、振動負荷系の位置決め制御においては、位置決め時間 T と系の固有振動周期 T_0 との比で定義される固有振動数パラメータ λ によって、入力エネルギーなどの制御特性が支配される。また、入力エネルギーなどの制約条件が与えられれば、図2.8～図2.10より、最小エネルギー位置決め制御の高速化の限界、すなわち、 λ の最小値を求めることができる。

2.5 まとめ

位置決め制御の高速化をねらいとして、負荷系の機械的な振動特性を考慮したサーボモータ系の最小エネルギー位置決め制御について検討を行った。

最初に、この問題を最適レギュレータ問題として取り扱うことにより、時変係数フィードバック系によって、位置決め時間 T が系の固有振動周期 T_0 と同程度の高速な位置決めが実現できることを具体的に示した。

さらに、系の固有振動が主な制御特性に及ぼす影響を、位置決め時間 T と系の固有振動周期 T_0 との比として定義される固有振動数パラメータ λ に着目して整理することにより

- (1) 振動負荷系の位置決めに必要な入力エネルギー P と剛体負荷系の位置決めに必要な入力エネルギー P_0 の間には $P/P_0 \geq 1$ の関係がある。
- (2) $\lambda > \lambda_1 \approx 1.43$ の比較的低速な領域では、入力エネルギー P および最大電流 $|u|_{\max}$ は剛体負荷系の位置決めと同程度である。
- (3) $\lambda < \lambda_1 \approx 1.43$ の高速な領域では、 λ が小さくなると、入力エネルギー P および最大電流 $|u|_{\max}$ は剛体負荷系の位置決めに比べて急激に増加する。
- (4) 最大ねじれ量 $|x_1 - x_3|_{\max}$ は λ が小さくなるにつれて急激に増加する。

ことなどを明らかにした。

このほか、実用のためには、最大電流などの不等式制約条件を考慮した位置決め制御の解法が必要になる場合もあるが、これについては付録Bに数値計画法を用いた近似解法を示しておく。

〔付録A〕 最適位置決め軌道の定数方程式

$$\begin{bmatrix}
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
 -\beta_1 & -\beta_2 & -\beta_3 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & 1 & 0 \\
 \beta_1^2 & \beta_2^2 & \beta_3^2 & \beta_1^2 & \beta_2^2 & \beta_3^2 & 0 & 0 \\
 -\beta_1^3 & -\beta_2^3 & -\beta_3^3 & \beta_1^3 & \beta_2^3 & \beta_3^3 & 0 & 0 \\
 r_1 & r_2 & r_3 & \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & 1 & 1 \\
 -\beta_1 r_1 & -\beta_2 r_2 & -\beta_3 r_3 & \beta_1 \delta_1 & \beta_2 \delta_2 & \beta_3 \delta_3 & 1 & 0 \\
 \beta_1^2 r_1 & \beta_2^2 r_2 & \beta_3^2 r_3 & \beta_1^2 \delta_1 & \beta_2^2 \delta_2 & \beta_3^2 \delta_3 & 0 & 0 \\
 -\beta_1^3 r_1 & -\beta_2^3 r_1 & -\beta_3^3 r_3 & \beta_1^3 \delta_1 & \beta_2^3 \delta_2 & \beta_3^3 \delta_3 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 c'_1 \\
 c'_2 \\
 c'_3 \\
 c'_4 \\
 c'_5 \\
 c'_6 \\
 c'_7 \\
 c'_8
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 1 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \tag{A.1}$$

ただし、 $r_i = e^{-\beta_i}$, $\delta_i = e^{\beta_i}$ ($i=1, 2, 3$)である。

実際の位置決め制御系においては、電流あるいは電圧の最大値の制限など、種々の不等式制約条件があり、これらを考慮に入れた位置決め制御の検討も必要である。一般に、状態変数および入力に不等式制約条件のある最適制御問題を解析的に取り扱うことは困難であり ²⁸⁾、汎用プログラムの準備されている線形計画法、2次計画法などの数理計画法 ²⁹⁾の適用が有効と考えられるが ^{30), 31)}、実際の問題への応用はあまりなされていない。ここでは、1自由度振動負荷系をもつサーボモータ系の位置決めに関して、不等式制約条件を考慮した最小エネルギー制御問題を、汎用の数理計画法プログラムを用いて解いた結果について報告する。

B.1 駆動制約条件のある最小エネルギー制御

実際の位置決め制御系においては、モータあるいはパワー・アンプ等を使用する上で、電流 i 及び電圧 e の最大値の制約が問題となることが多い。そこで、電流 i および電圧 e について不等式の駆動制約条件を考慮する。また、位置決めを終端条件も、各状態変数の終端値が許容値以内であるとして、不等式の終端条件とするのがより一般的である。

このような不等式制約条件を考慮した最小エネルギー制御問題は以下のように、状態方程式(B.1)、初期条件(B.2)、終端条件(B.3)、駆動制約条件(B.4)、および評価関数(B.5)で表現される。

〔状態方程式〕

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1(\tau) = x_2(\tau) \\ \dot{x}_2(\tau) = -\frac{4\pi^2\lambda^2}{1+\alpha}x_1(\tau) - \eta_1x_2(\tau) + \frac{4\pi^2\lambda^2}{1+\alpha}x_3(\tau) \\ \dot{x}_3(\tau) = x_4(\tau) \\ \dot{x}_4(\tau) = \frac{4\pi^2\alpha\lambda^2}{1+\alpha}x_1(\tau) - \frac{4\pi^2\alpha\lambda^2}{1+\alpha}x_3(\tau) - \eta_mx_4(\tau) + u(\tau) \\ \dot{u}(\tau) = -\frac{1}{\tau_e\tau_m}x_4(\tau) - \frac{1}{\tau_e}u(\tau) + \frac{1}{\tau_e}v(\tau) \end{array} \right. \quad (B.1)$$

〔初期条件〕

$$\begin{cases} x_1(0) = 1 \\ x_2(0) = 0 \\ x_3(0) = 1 \\ x_4(0) = 0 \\ u(0) = 0 \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

〔終端条件〕

$$\begin{cases} |x_1(1)| \leq \varepsilon_1 \\ |x_2(1)| \leq \varepsilon_2 \\ |x_3(1)| \leq \varepsilon_3 \\ |x_4(1)| \leq \varepsilon_4 \\ |u(1)| \leq \varepsilon_u \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

〔駆動制約条件〕

$$\begin{cases} |u(\tau)| \leq u_{\max} & (\text{電流の絶対値の制約}) \\ |v(\tau)| \leq v_{\max} & (\text{電圧の絶対値の制約}) \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

〔評価関数〕

入力エネルギー（モータの発熱量）

$$J = \int_0^1 \{u(\tau)\}^2 d\tau \longrightarrow \min \quad (\text{B.5})$$

B.2 2次計画問題への変換

(B.1) ～ (B.5)式で定式化された問題を2次計画問題に変換する方法として2つの方法がある³⁰⁾。第1の方法は系を離散値系に変換し、状態方程式等を離散化する方法である。また、第2の方法は状態変数および入力をLegendre多項式などの直交関数系の有限項で表現する方法である。ここでは第2の方法を用いる。

状態変数 $\mathbf{x}(\tau) = [x_1(\tau) \ x_2(\tau) \ x_3(\tau) \ x_4(\tau) \ u(\tau)]^T$ および入力 $v(\tau)$ を(B.6)式のようにLegendre多項式 $P_i(2\tau-1)$ (付図B.1)の有限項を用いて近似する。

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(\tau) = \sum_{i=0}^{m_1} a_i P_i(2\tau - 1) \\ x_2(\tau) = \sum_{i=0}^{m_2} b_i P_i(2\tau - 1) \\ x_3(\tau) = \sum_{i=0}^{m_3} c_i P_i(2\tau - 1) \\ x_4(\tau) = \sum_{i=0}^{m_4} d_i P_i(2\tau - 1) \\ u(\tau) = \sum_{i=0}^{m_u} u_i P_i(2\tau - 1) \\ v(\tau) = \sum_{i=0}^{m_v} v_i P_i(2\tau - 1) \end{array} \right. \quad (B.6)$$

ここで、 $a_i, b_i, c_i, d_i, u_i, v_i$ は i 次の Legendre 多項式の係数である。
また、 $m_1, m_2, m_3, m_4, m_u, m_v$ は状態変数あるいは入力を変換する Legendre 多項式の最高次数であり、状態方程式 (B.1) を考慮すると、

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = m_3 = p \\ m_2 = m_4 = m_u = m_v = p - 1 \end{array} \right. \quad (B.7)$$

とするのが合理的である。

さて、状態方程式 (B.1)、初期条件 (B.2)、終端条件 (B.3) は、(B.6) 式を代入すれば、Legendre 多項式の係数 $a_i, b_i, c_i, d_i, u_i, v_i$ の関係式に変換できる。たとえば、状態方程式 (B.1)、初期条件 (B.2)、終端条件 (B.3) の第 1 式はそれぞれ以下のように変換される。

〔状態方程式〕の第 1 式

$$\left\{ \begin{array}{l} 2(2j + 1) \sum_{i=0}^{n_1} a_{2i+j+1} = b_j, \quad n_1 = \left\lfloor \frac{p-j-1}{2} \right\rfloor \\ (j = 0, 1, 2, \dots, p-1) \end{array} \right. \quad (B.8)$$

〔初期条件〕の第 1 式

$$\sum_{i=0}^p (-1)^i a_i = 1 \quad (B.9)$$

〔終端条件〕の第1式

$$-\varepsilon_1 \leq \sum_{i=0}^p a_i \leq \varepsilon_1 \quad (\text{B.10})$$

一方、駆動制約条件(B.4)については、位置決め制御区間 $0 \leq \tau \leq 1$ を n_c 等分し、各時刻 $\tau_i = i \cdot \Delta\tau$ ($\Delta\tau = 1/n_c$, $i = 0, 1, 2, \dots, n_c$) で考慮することになれば、次のように変換される。

〔駆動制約条件〕

$$\left\{ \begin{array}{l} -u_{\max} \leq \sum_{j=0}^{p-1} P_j (2i \cdot \Delta\tau - 1) \cdot u_j \leq u_{\max} \\ -v_{\max} \leq \sum_{j=0}^{p-1} P_j (2i \cdot \Delta\tau - 1) \cdot v_j \leq v_{\max} \end{array} \right. \quad (\text{B.11})$$

$$(i = 0, 1, 2, \dots, n_c)$$

また、評価関数(B.5)は(B.6)の第5式を代入し、Legendre多項式の直交性に関する公式を用いれば次式に変換される。

〔評価関数〕

$$J = \sum_{j=0}^{p-1} \frac{1}{2j+1} u_j^2 \longrightarrow \min \quad (\text{B.12})$$

以上示したように、不等式制約条件付きの最小エネルギー制御問題は、線形制約式(B.8)～(B.11)のもとで2次形式の評価関数(B.12)を最小とするLegendre多項式の係数 a_j ($j = 0, 1, \dots, p$), b_j ($j = 0, 1, \dots, p-1$), c_j ($j = 0, 1, \dots, p$), d_j ($j = 0, 1, \dots, p-1$), u_j ($j = 0, 1, \dots, p-1$), v_j ($j = 0, 1, \dots, p-1$) を求める2次計画問題に変換できる。

B.3 数理計画法プログラムによる計算例

前節に示したように、不等式制約条件のある最小エネルギー制御問題は、評価関数 J が2次形式であるので、2次計画問題に変換される。この2次計画問題は、一般の非線形計画問題の中では最も体系的な解析法が見出されている問題であるが、現在使用されている
(注1)
2次計画法の汎用プログラムでは比較的小さな問題しか解くことができない。

ところで、2次計画問題を含む一般の非線形計画問題は、評価関数等を表わす非線形関

数が

- ① 非線形関数 F が n 変数関数であるとする、

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n)$$

と、 n 個の 1 変数関数 $f_i(x_i)$ の和で表わすことができる。すなわち、非線形関数 F が分離可能 (Separable) である。

- ② 各 1 変数関数 $f_i(x_i)$ が折線関数で近似できる。

という条件を満足する場合には、線形計画問題の一種である Separable Programming (SEP) 問題に変換して扱うことができる。この SEP の解法は比較的应用範囲が広く、収束も安定している。そこで、現在使用されている汎用の数理計画法プログラム^{32), 33)}では SEP を一つのモードとして準備しているものが多く、また、かなり大きな問題までも解くことができる。
(注 2)

さて、前節 (B.8) ~ (B.12) 式で定式化した 2 次計画問題は補助変数を導入して評価関数 (B.12) を折線関数で近似すれば SEP 問題に変換でき、汎用の数理計画法プログラムを用いて解を求めることができる。

付図 B.2 は付表 B.1 に定数を示すサーボモータ系の最小エルネギー位置決め制御を電流 i および入力電圧 e の最大値を $i_{\max} = 6.5$ [A], $e_{\max} = 15$ [V] とし、終端条件を $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0.01$, $\varepsilon_u = 0.5$ として求めたものである。ここで、状態変数および入力を表現する Legendre 多項式の最高次数は $m_1 = m_3 = 15$, $m_2 = m_4 = m_u = m_v = 14$ とした。この問題は SEP 問題として、行数 200, 列数 1052 とかなり大きなものであるが、繰返し回数 755 回, CPU 時間 83.4 秒で最適解が得られている。

(注 1) CRC (センチュリー・リサーチ・センター) 社の 2 次計画法プログラム MWOLF で扱える問題は行数 (制約式の数) 50, 列数 (変数の数) 100 までである。

(注 2) DEMOS-E の数理計画法プログラム MPS では行数 2,000, 列数 7,000 以下の問題が、CRC 社の数理計画法プログラム FMPS では、経済ベースで行数 2,000 ~ 3,000, 列数 10,000 程度の問題が扱える。ただし、両者とも列数は SEP 補助変数の数を含めた値である。

付表B.1 サーボモータ系の定数

負荷の慣性モーメント	J_L	6 3 2	$\text{g} \cdot \text{cm}^2$
モータの慣性モーメント	J_m	7 7 0	$\text{g} \cdot \text{cm}^2$
ねじりばね定数	k	2 0.9	$\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad}$
粘性減衰係数	c_L, c_m	0	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$
モータのトルク定数	K_T	0.1 3 1	$\text{N} \cdot \text{m} / \text{A}$
モータの誘起電圧定数	K_E	0.1 3 1	$\text{V} \cdot \text{s} / \text{rad}$
モータの抵抗	R	0.9 4	Ω
モータのインダクタンス	L	0.5 0	mH

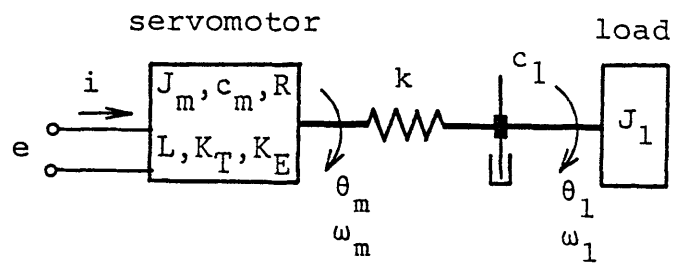


図2.1 機構振動を考慮したサーボモータ系の解析モデル

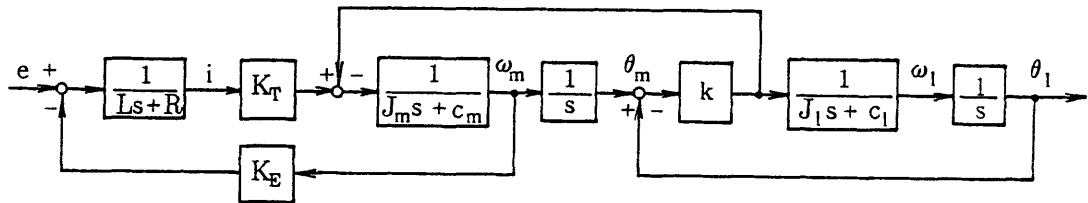


図2.2 1自由度振動負荷系をもつサーボモータ系のブロック図

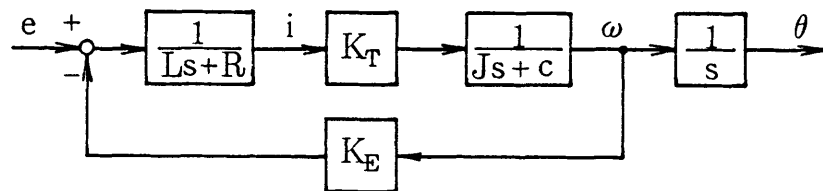
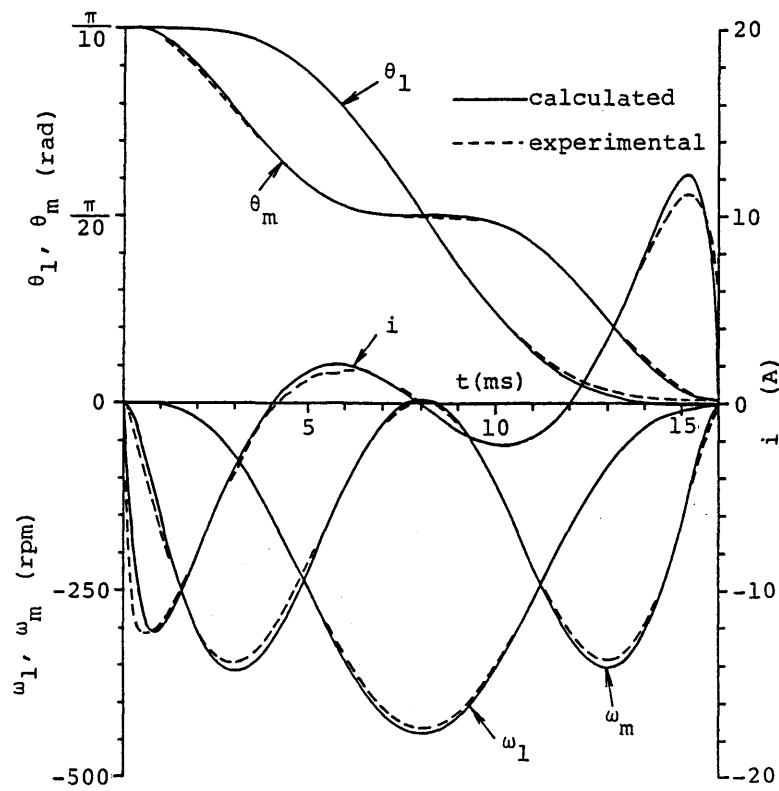
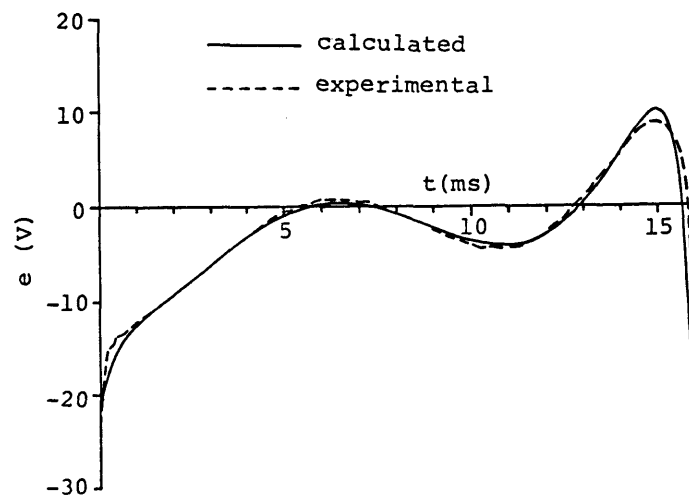


図2.3 剛体負荷系をもつサーボモータ系のブロック図

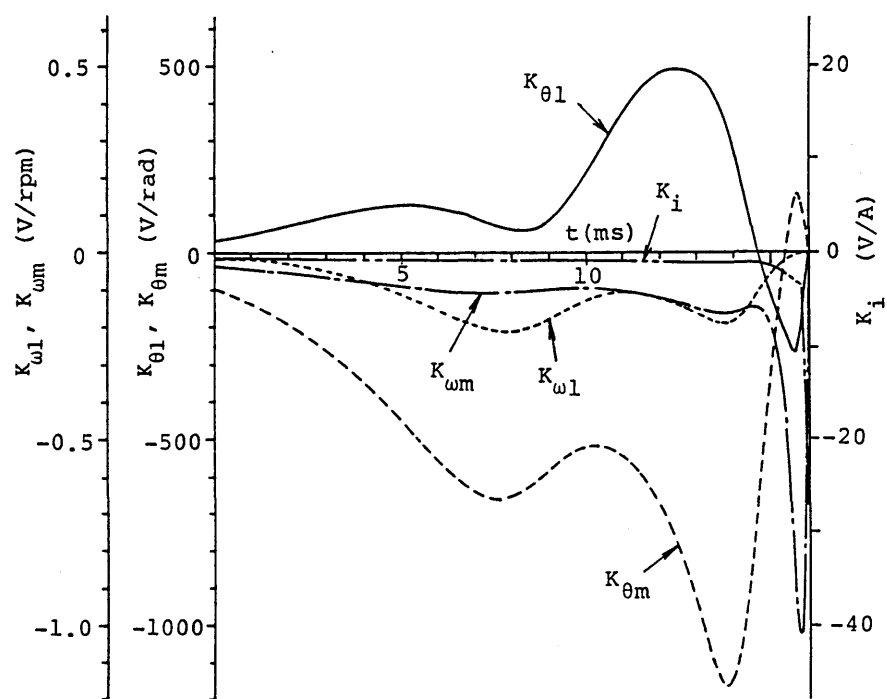


(a) Positioning trajectory



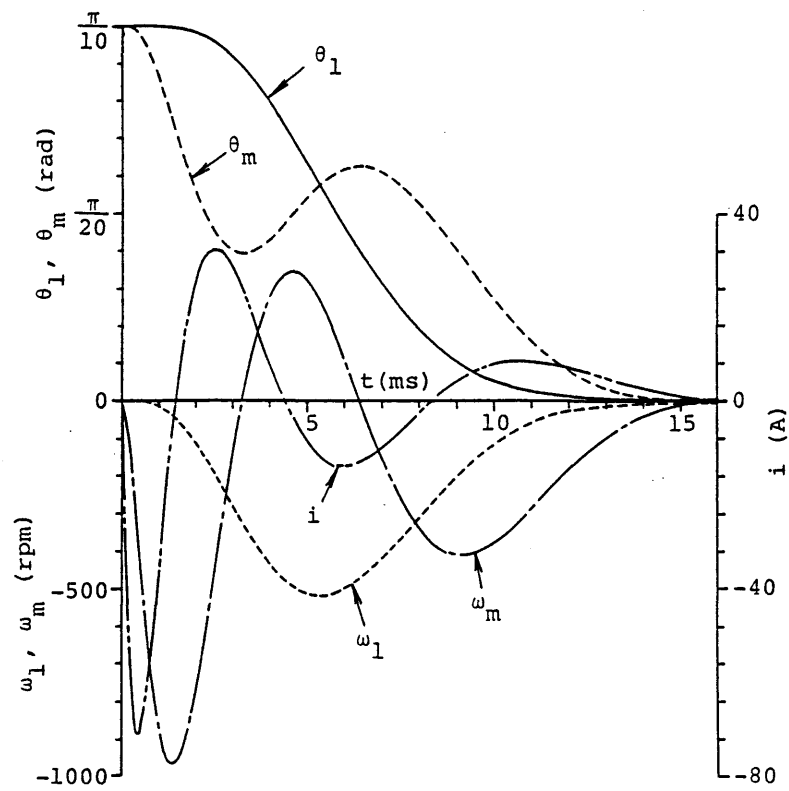
(b) Input voltage

図2.4 振動負荷系をもつサーボモータ系の位置決め制御
(時変係数フィードバック系)

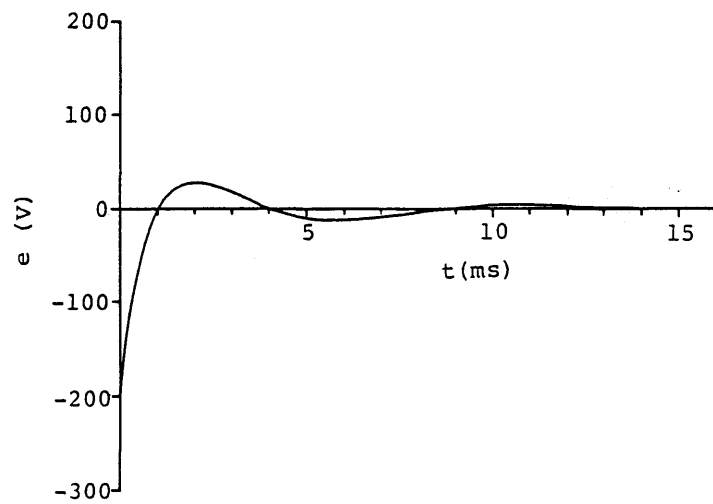


(c) Time-varying feedback coefficients

図2.4 振動負荷系をもつサーボモータ系の位置決め制御
(時変係数フィードバック系)

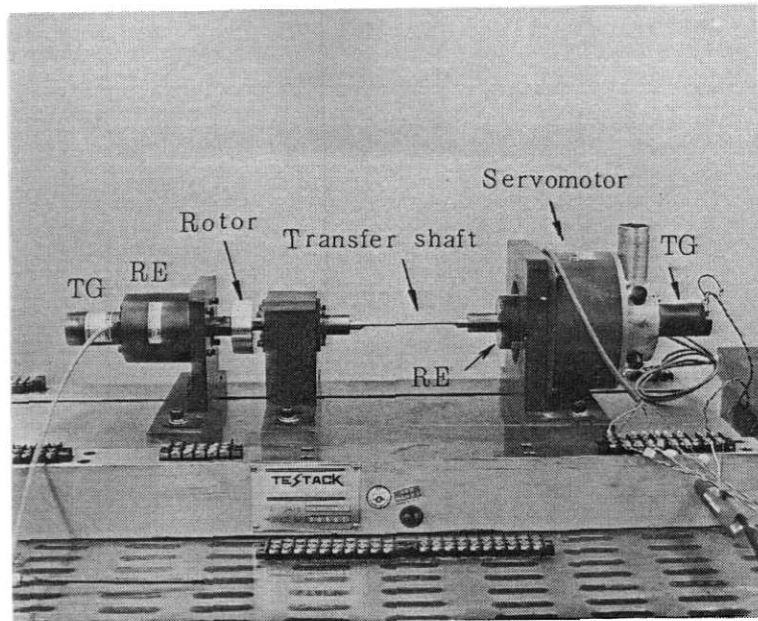


(a) Positioning trajectory



(b) Input voltage

図2.5 振動負荷系をもつサーボモータ系の位置決め制御
(定係数フィードバック系)



RE : Rotary encoder
TG : Tachgenerator

図2.6 位置決め実験装置の外観

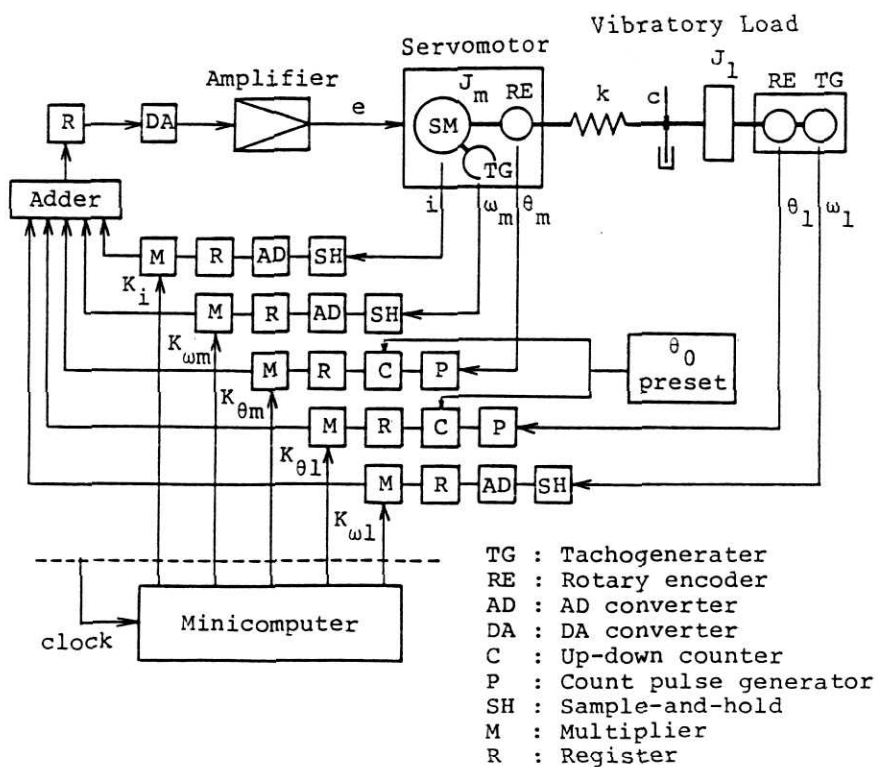


図2.7 位置決め制御系の構成

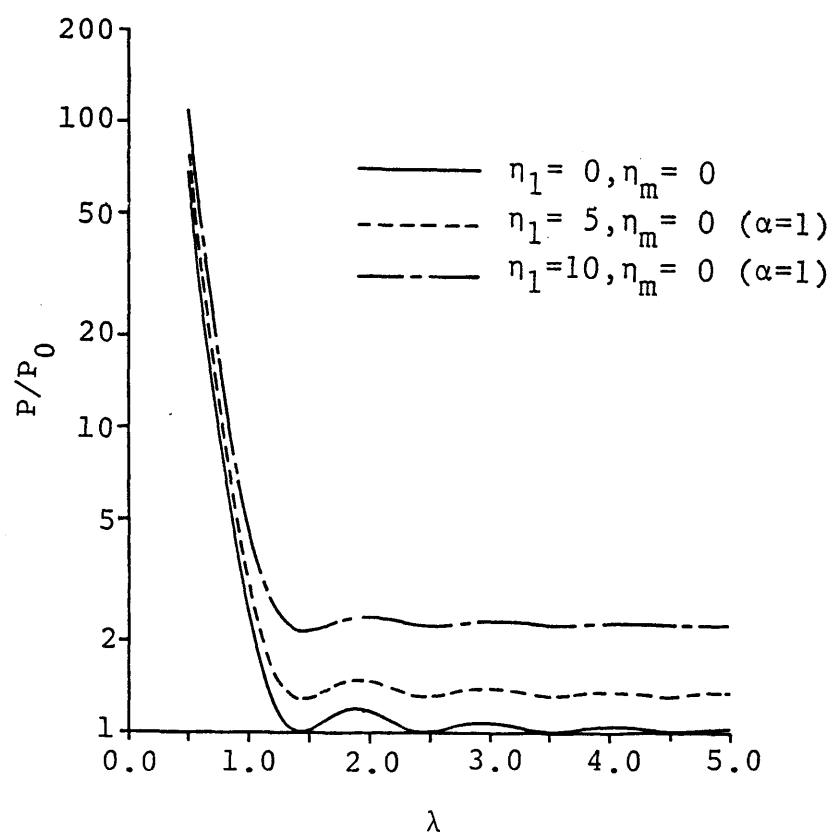


図2.8 固有振動数が入力エネルギー P に及ぼす影響

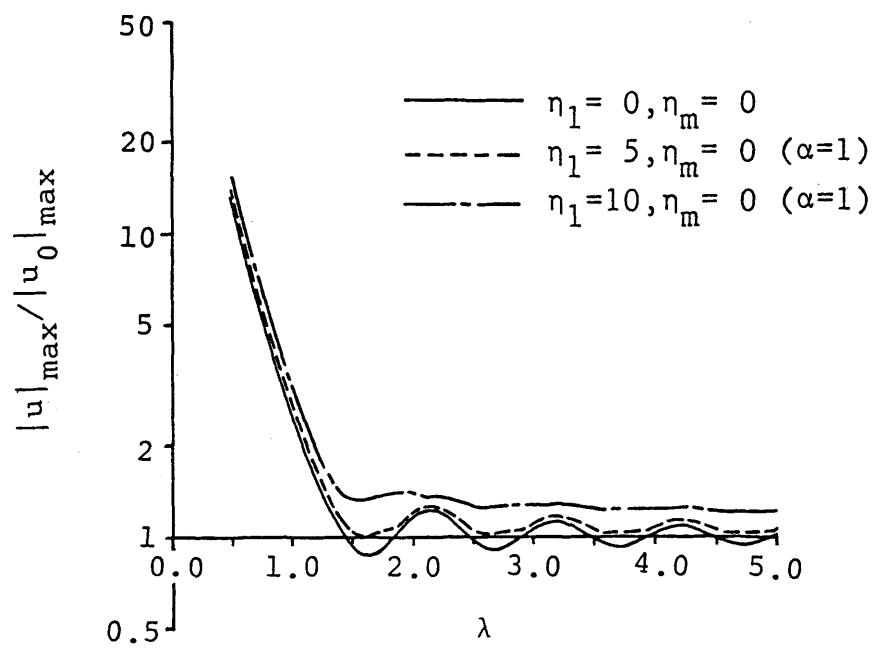


図2.9 固有振動数が最大電流 $|u|_{\max}$ に及ぼす影響

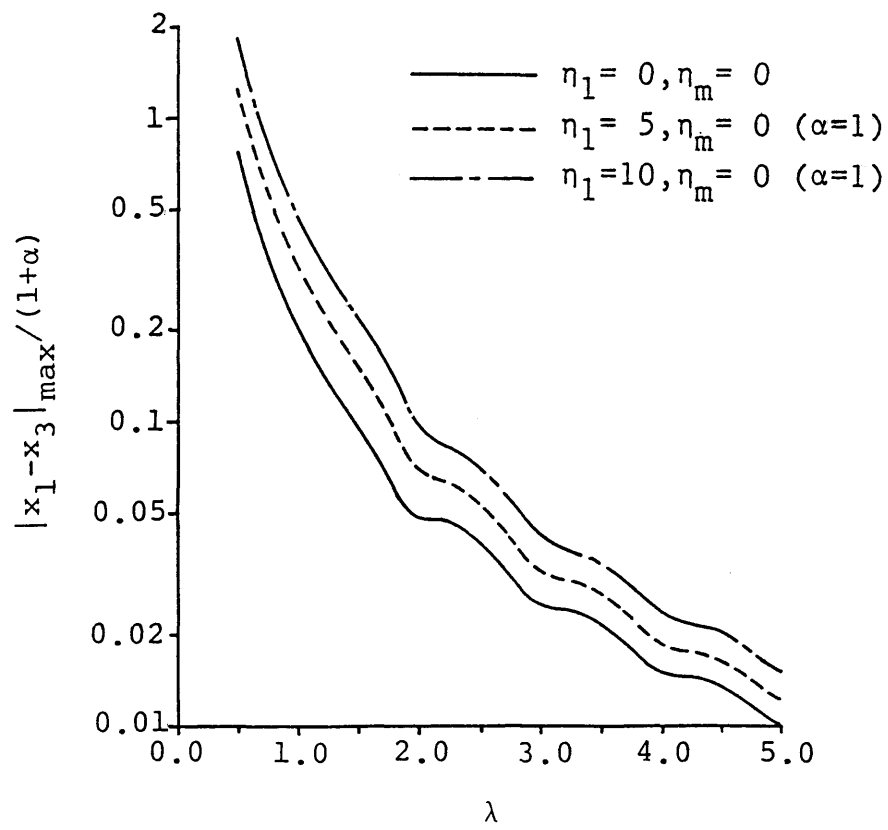
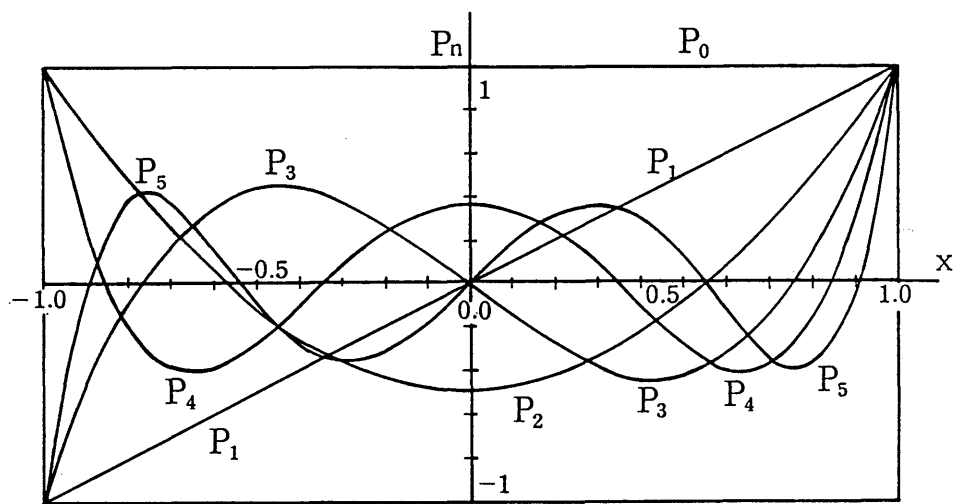
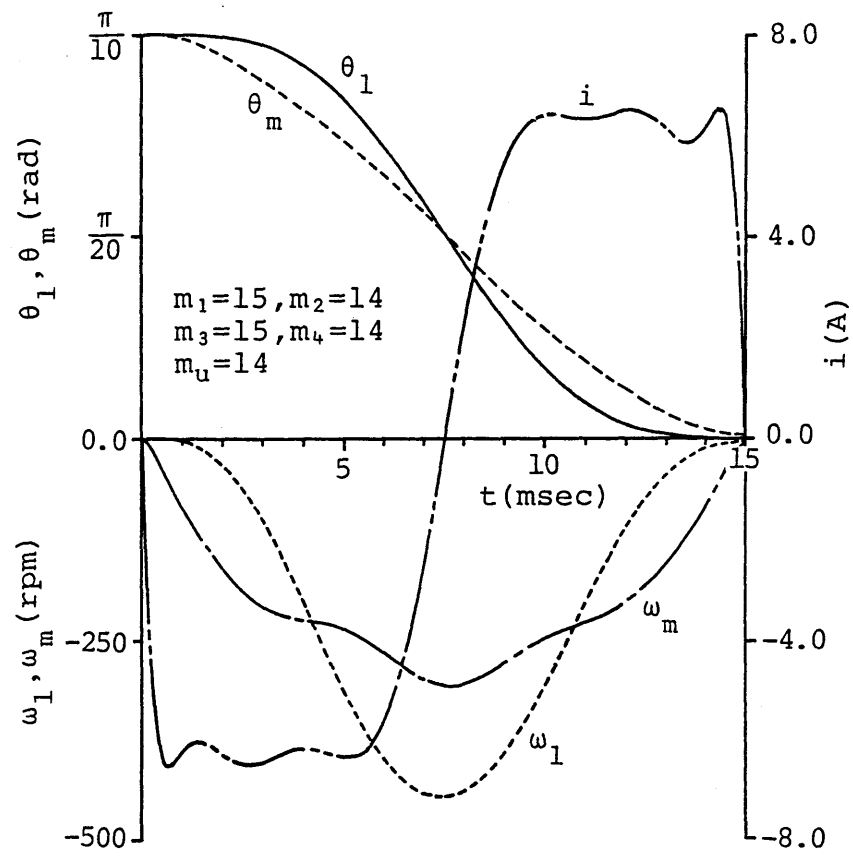


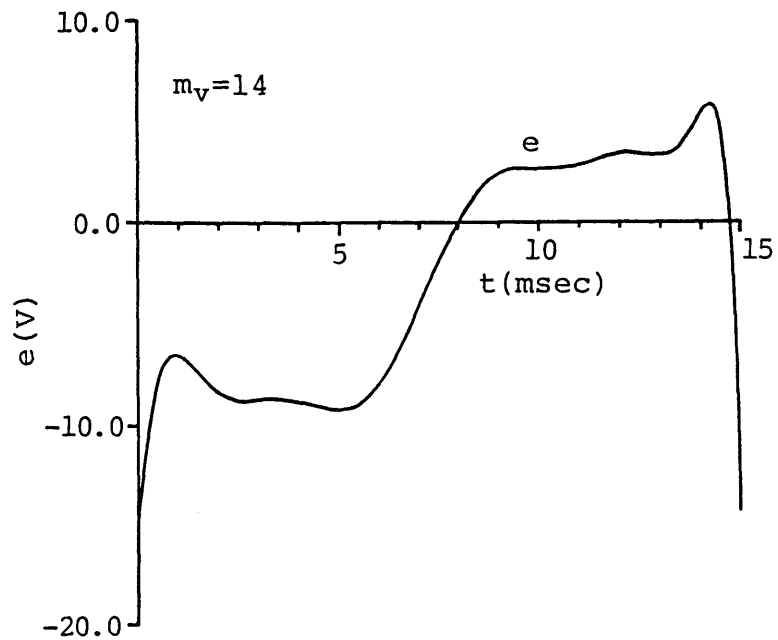
図2.10 固有振動数が最大ねじれ量 $|x_1(\tau) - x_3(\tau)|$ に及ぼす影響



付図B.1 Legendre多項式 $P_n(x)$



(a) Angular displacements θ_1, θ_m ,
angular velocities ω_1, ω_m , and current i



(b) Voltage e

付図B.2 電流および入力電圧の最大値の制約を考慮した
位置決め制御の計算例

第3章 基本的な位置決め制御系の残留振動特性^{34)~36)}

3.1 まえがき

前2章で述べたように、位置決め機構のもつ機械的な振動特性を考慮すれば、入力エネルギーの増加を避け、かつ、位置決め時間が系の固有振動周期と同程度の高速な位置決め制御を実現することもできる。

ただし、前章の検討では位置決め機構のパラメータ変動は考慮されていない。すなわち、位置決め機構のパラメータの値が設計値から変化することや、位置決め機構のモデルと実際の機構とのパラメータの値の不一致などは考慮されていない。しかし、実際の機構のパラメータの値が設計値と異なることはしばしば起ることである。したがって、あらかじめ設計された制御系がパラメータ変動後にどのような特性をもつか、言い変えるならば、位置決め制御系として十分に機能するかどうかを検討しておくことが重要である。

このような観点から、本章では、位置決め制御系の良否を残留振動によって評価することとし、基本的な構成の位置決め制御系について、パラメータ変動に起因する残留振動の増加傾向、すなわち、残留振動特性を計算、実験の両面から明らかにしている。なお、これに先立ち、3.2 節では位置決め制御系の基本構成、3.3 節では位置決め制御の評価についてまとめてある。

3.2 位置決め制御系の基本構成

前章に示したように、サーボモータ系の高速な位置決め制御問題は、2次形式の評価関数

$$J = \mathbf{x}^T(1)\mathbf{M}\mathbf{x}(1) + \int_0^1 (\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} + v^2) d\tau \quad (3.1)$$

$$\mathbf{M} = \text{diag} [m_1, m_2, m_3, m_4, m_u]$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag} [0, 0, 0, 0, q_u]$$

を最小とする最適レギュレータ問題として定式化するのが適切であり、このとき、最適入力 $v_o(\tau)$ は行列リカッチ方程式

$$\begin{cases} \dot{R}(\tau) = R(\tau) \mathbf{b} \mathbf{b}^T R(\tau) - R(\tau) \mathbf{A} - \mathbf{A}^T R(\tau) - \mathbf{Q} \\ R(1) = \mathbf{M} \end{cases} \quad (3.2)$$

の解を用いて、最適制御則

$$\mathbf{v}_0(\tau) = \mathbf{K}^T(\tau) \cdot \mathbf{x}(\tau), \quad \mathbf{K}(\tau) = -R(\tau) \cdot \mathbf{b} \quad (3.3)$$

より計算できる。

さて、(3.3) 式の最適入力 $\mathbf{v}_0(\tau)$ は図3.1 (a)～(c)に示すような種々の構成の制御系によって与えることができる。ここで、図3.1 (a)はフィードフォワード制御系であり、最適入力 $\mathbf{v}_0(\tau)$ はフィードフォワード $r(\tau)$ のみによって与えられ

$$\mathbf{v}_0(\tau) = r(\tau) \quad (3.4)$$

である。つぎに、図3.1 (b)は定係数フィードバック系であり、最適入力 $\mathbf{v}_0(\tau)$ は定係数フィードバック $\mathbf{K}_0^T \cdot \mathbf{x}(\tau)$ とフィードフォワード $r'(\tau)$ の和として与えられ

$$\mathbf{v}_0(\tau) = r'(\tau) + \mathbf{K}_0^T \cdot \mathbf{x}(\tau) \quad (3.5)$$

である。また、図3.1 (c)は時変係数フィードバック系であり、(3.3) 式の最適制御則をそのまま実現するものである。

図3.1 (a)～(c)の3つの基本的な位置決め制御系は、位置決め機構のパラメータが一定で、設計値から変化しない場合には同一の特性を示すが、パラメータが変化すると異なった特性を示すこととなる。そこで、本章では、これらの基本的な位置決め制御系についての残留振動特性を比較検討する。

ただし、各制御系とも、アクセス制御が終了した後の位置制御区間 ($\tau \geq 1$) においては、2次形式の評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q}' \mathbf{x} + v^2) d\tau \quad (3.6)$$

$$\mathbf{Q}' = \text{diag} [q'_1, q'_2, q'_3, q'_4, q'_u]$$

より求められる図3.1 (d)の定係数フィードバック系の構成をとるものとする。したがって、位置制御区間の入力 $v(\tau)$ は

$$v(\tau) = \mathbf{K}_p^T \mathbf{x}(\tau) \quad (3.7)$$

で与えられる。

3.3 位置決め制御の評価

3.3.1 残留振動の解析

前述したように、Point-to-Pointの位置決め制御は、制御対象を現在位置から目標位置まで高速移動させるアクセス制御（ $0 \leq \tau \leq 1$ ）と、その後、制御対象を目標位置に保持する位置制御（ $\tau \geq 1$ ）とのデュアルモードで構成されることが多い。この場合、位置決め時刻（ $\tau = 1$ ）における位置決め誤差は位置制御時に残留振動として現れる。したがって、パラメータ変動に対する位置決め制御系の良否は残留振動の多少によって評価するのが適当と考えられる。

このため、まず、サーボモータ系の残留振動を解析する。ここでは、振動負荷系をもつサーボモータ系〔(2.3) 式〕の解析のみを行うが、剛体負荷系をもつサーボモータ系〔(2.6) 式〕の解析も同様である。

さて、サーボモータ系の残留振動は、位置決め時刻 $\tau = 1$ における位置決め誤差 $\mathbf{x}(1)$

$$\mathbf{x}(1) = [x_{1f} \ x_{2f} \ x_{3f} \ x_{4f} \ u_f]^T \quad (3.8)$$

と位置制御時のフィードバック係数 K_p

$$K_p = [-\kappa_1 \ -\kappa_2 \ -\kappa_3 \ -\kappa_4 \ -\kappa_5]^T \quad (3.9)$$

とから計算できるが、位置制御の開始時点を新たな時間の原点 $\tau' = 0$ （ $\tau' = \tau - 1$ ）

とすれば、位置制御区間の初期条件は次式となる。

$$\begin{cases} x_1(0) = x_{1f} \\ x_2(0) = x_{2f} \\ x_3(0) = x_{3f} \\ x_4(0) = x_{4f} \\ u(0) = u_f \end{cases} \quad (3.10)$$

また、(3.7) 式に示したように、位置制御は、一般に、状態変数の定係数フィードバックによって行なわれるので、入力 $v(\tau')$ は

$$\begin{aligned} v(\tau') &= K_p^T \cdot \mathbf{x}(\tau') \\ &= -\kappa_1 \cdot x_1(\tau') - \kappa_2 \cdot x_2(\tau') - \kappa_3 \cdot x_3(\tau') - \kappa_4 \cdot x_4(\tau') - \kappa_5 \cdot u(\tau') \end{aligned} \quad (3.11)$$

と表される。これを系の状態方程式 (2.3) に代入して整理すれば

$$x_1^{(v)} + d_4 x_1^{(M)} + d_3 \ddot{x}_1 + d_2 \dot{x}_1 + d_1 \dot{x}_1 + d_0 x_1 = 0 \quad (3.12)$$

ここで,

$$\left\{ \begin{aligned} d_0 &= \frac{1}{\tau_e} \cdot \frac{\Omega^2}{1+\alpha} \cdot (\kappa_1 + \kappa_3) \\ d_1 &= \frac{1}{\tau_e} \left\{ \frac{\Omega^2}{1+\alpha} \kappa_2 + \eta_1 \kappa_3 + \frac{\Omega^2}{1+\alpha} \left(\kappa_4 + \frac{1}{\tau_m} \right) + \frac{(\alpha \eta_1 + \eta_m) \Omega^2}{1+\alpha} (\kappa_5 + 1) \right\} \\ d_2 &= \frac{(\alpha \eta_1 + \eta_m) \Omega^2}{1+\alpha} + \frac{1}{\tau_e} \left\{ \kappa_3 + \eta_1 \left(\kappa_4 + \frac{1}{\tau_m} \right) + (\Omega^2 + \eta_1 \eta_m) (\kappa_5 + 1) \right\} \\ d_3 &= \Omega^2 + \eta_1 \eta_m + \frac{1}{\tau_e} \left\{ \left(\kappa_4 + \frac{1}{\tau_m} \right) + (\eta_1 + \eta_m) (\kappa_5 + 1) \right\} \\ d_4 &= \eta_1 + \eta_m + \frac{1}{\tau_e} (\kappa_5 + 1) \end{aligned} \right. \quad (3.13)$$

ただし, $\Omega = 2\pi\lambda$

を得る.

また,

$$\left\{ \begin{aligned} x_1(0) &= c_0 \\ \dot{x}_1(0) &= c_1 \\ \ddot{x}_1(0) &= c_2 \\ \ddot{x}_1(0) &= c_3 \\ x_1^{(M)}(0) &= c_4 \end{aligned} \right. \quad (3.14)$$

とすると, (2.3), (3.10)式の関係より, 次式を得る.

$$\left\{ \begin{array}{l} c_0 = x_{1f} \\ c_1 = x_{2f} \\ c_2 = -\frac{\Omega^2}{1+\alpha} x_{1f} - \eta_l x_{2f} + \frac{\Omega^2}{1+\alpha} x_{3f} \\ c_3 = \eta_l \cdot \frac{\Omega^2}{1+\alpha} x_{1f} - \left(\frac{\Omega^2}{1+\alpha} - \eta_l^2 \right) x_{2f} - \eta_l \cdot \frac{\Omega^2}{1+\alpha} x_{3f} + \frac{\Omega^2}{1+\alpha} x_{4f} \\ c_4 = \frac{\Omega^2}{1+\alpha} (\Omega^2 - \eta_l^2) x_{1f} + \eta_l \left(2 \frac{\Omega^2}{1+\alpha} - \eta_l^2 \right) x_{2f} \\ \quad - \frac{\Omega^2}{1+\alpha} (\Omega^2 - \eta_l^2) x_{3f} - (\eta_l + \eta_m) \cdot \frac{\Omega^2}{1+\alpha} x_{4f} + \frac{\Omega^2}{1+\alpha} u_f \end{array} \right. \quad (3.15)$$

さて、(3.12)式を Laplace変換すると

$$X_1(s) = \mathcal{L}[x_1(\tau')] = \frac{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0}{D(s)} \quad (3.16)$$

ここで、

$$D(s) = s^5 + d_4 s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0 \quad (3.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} e_4 = c_0 \\ e_3 = c_1 + d_4 c_0 \\ e_2 = c_2 + d_4 c_1 + d_3 c_0 \\ e_1 = c_3 + d_4 c_2 + d_3 c_1 + d_2 c_0 \\ e_0 = c_4 + d_4 c_3 + d_3 c_2 + d_2 c_1 + d_1 c_0 \end{array} \right. \quad (3.18)$$

である。

(3.16)式を逆Laplace 変換すれば負荷の残留振動 $x_1(\tau')$ が求まり(2.3) 式の関係より、モータの残留振動 $x_3(\tau')$ が求められる。ここで、〔付録C〕に示すように、位置制御時の特性方程式 $D(s) = 0$ が重根をもたないとすれば、 $x_1(\tau')$ 、 $x_3(\tau')$ は次のように表現できる。ただし、 m_1 は特性方程式の実根の数で、 $m_2 = (5 - m_1) / 2$ である。

$$x_1(\tau') = \sum_{i=1}^{m_1} a_i e^{-\mu_i \tau'} + \sum_{j=1}^{m_2} b_j e^{-\nu_j \tau'} \cos(\omega_j \tau' - \phi_j) \quad (3.19)$$

$$x_3(\tau') = \sum_{i=1}^{m_1} a'_i e^{-\mu_i \tau'} + \sum_{j=1}^{m_2} b'_j e^{-\nu_j \tau'} \cos(\omega_j \tau' - \phi'_j) \quad (3.20)$$

3.3.2 評価基準 ε_l , ε_m

(3.19), (3.20) 式で表される残留振動の評価基準として, 図3.2 に示すように, 負荷およびモータの残留振動振幅に対応する以下の量を定義する.

$$\begin{aligned} \varepsilon_l &= \max_{t \geq T} \left| \frac{\theta_l(t)}{\theta_0} \right| = \max_{\tau \geq 1} |x_1(\tau)| \\ \varepsilon_m &= \max_{t \geq T} \left| \frac{\theta_m(t)}{\theta_0} \right| = \max_{\tau \geq 1} |x_3(\tau)| \end{aligned} \quad (3.21)$$

本論文では, 残留振動の評価を主にこの評価基準 ε_l , ε_m で行っている. ε_l , ε_m は実際の測定が比較的容易であり, 残留振動特性 (パラメータの変動に起因する残留振動の増加傾向) を実験で検証するのに好都合な量である. ただし, ε_l , ε_m を求めるには残留振動の時間経過を比較的長い区間に渡って精度よく計算する必要がある, 残留振動特性を計算するにはかなりの計算量が必要となる.

3.3.3 評価基準 A_1

(3.19)式より, 残留振動の評価基準 A_1 を次式で定義する.

$$A_1 = \sum_i |a_i| + \sum_j |b_j| \quad (3.22)$$

この定義式より, $\tau' \geq 0$ とすれば

$$\begin{aligned} A_1 &\geq \sum_i |a_i e^{-\mu_i \tau'}| + \sum_j |b_j e^{-\nu_j \tau'} \cos(\omega_j \tau' - \phi_j)| \\ &\geq \left| \sum_i a_i e^{-\mu_i \tau'} + \sum_j b_j e^{-\nu_j \tau'} \cos(\omega_j \tau' - \phi_j) \right| = |x_1(\tau')| \end{aligned} \quad (3.23)$$

を得る. これに評価基準 ε_l の定義式(3.21)を考慮すれば, 評価基準 A_1 と評価基準 ε_l の関係として次式を得る.

$$A_1 \geq \varepsilon_l \quad (3.24)$$

評価基準 A_1 は評価基準 ε_l , ε_m に比べると残留振動の時間経過を計算する必要がないので, 残留振動特性を求めるのに要する計算量は少ない. ただし, (3.24)式に示すように, 残留振動振幅の上限を与える量であるので, 評価基準として妥当かどうかの検討が必

要である。以下では、 A_1 を ε_l , ε_m と比較して示し、評価基準としての妥当性も合わせて検討してある。

3.4 パラメータ変動による残留振動特性

3.4.1 固有振動数の変動による振動負荷系の残留振動特性

実際の位置決め機構においては、固有振動数が変化することが多い。例えば、シリアルプリンタのキャリッジ送り機構においては、キャリッジの位置によって、ロープ系やベルト系の剛性が変化し、固有振動数が変化する。また、ロボット等のリンク機構においては、姿勢によって等価慣性モーメントが変化し、系の固有振動数が変化することとなる。

ここでは、(2.3) 式で表されるサーボモータ系の固有振動数パラメータ λ が設計値 λ_0 から変化することによって生じる残留振動に着目し、残留振動特性を計算、実験の両面から検討した結果を述べる。ここで、固有振動パラメータ λ は、(2.2) 式より、位置決め時間 T と固有振動周期 T_0 :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{J_m J_l / k (J_m + J_l)}$$

との比に等しく $\lambda = T/T_0$ である。したがって、 λ が小さい程、高速な位置決めと考えることができる。図3.3～図3.5 は図3.1(a)～(c) に示した3つの基本的な位置決め制御系についての残留振動特性を、それぞれ、設計値 λ_0 が1.08と1.85の場合について示したものである。

ここで、位置決め制御系の設計において、アクセス制御時の最適入力 $v_0(\tau)$ は評価関数(3.1)の重み係数行列 M , Q を

$$M = \text{diag} [1.25 \times 10^4, 1.25 \times 10^3, 1.87 \times 10^4, 1.87 \times 10^3, 1]$$

$$Q = \text{diag} [0, 0, 0, 0, 1]$$

として求めたものであるが、この M , Q の値は各設計値 λ_0 において、位置決め時刻

($\tau = 1$) における位置決め誤差 $|x_1(1)|$, $|x_3(1)|$ が0.01程度となるように選ばれている。

また、位置制御時のフィードバック係数 K_p は評価関数(3.6)の重み係数行列 Q' を

$$Q' = \text{diag} [1.25 \times 10^3, 1.25 \times 10^2, 1.25 \times 10^3, 1.25 \times 10^2, 10]$$

として設計したもので

$$\lambda_0 = 1.08 \text{ のとき}$$

$$K_p = [15.15 \quad -7.76 \quad -65.10 \quad -21.26 \quad -2.54]^T$$

$$\lambda_0 = 1.85 \text{ のとき}$$

$$K_p = [9.11 \quad -5.99 \quad -59.06 \quad -21.27 \quad -2.54]^T$$

となる。なお、このフィードバック係数 K_p が異なれば残留振動の評価基準 ε_l 、 ε_m の値は多少変化するが、以下に示す残留振動特性は概ね同様の傾向を示す。

図3.3～図3.5より、いずれの制御系においても、設計値 λ_0 が大きいほど、すなわち、位置決め時間 T が固有振動周期 T_0 に比べて大きいほど、広い範囲のパラメータ変動に対して残留振動の小さいことが示される。また、フィードフォワード制御系(図3.3)においては設計値 λ_0 以外の点においても周期的に残留振動の小さくなる点が現れてくるが、時変係数フィードバック系(図3.5)においてはこのような傾向はなく、概して、設計値 λ_0 から離れると残留振動は大きくなる傾向にある。定係数フィードバック系(図3.4)は両者の中間的な傾向を示している。

また、図中の実験値は2章に示した計算機制御系(サンプル周期 $100\mu s$)を用いて位置決め制御を行った結果であるが、いずれも計算結果とよく一致している。ここで、実験では伝達シャフトのねじりばね定数 k を変化させて固有振動数パラメータ λ を変化させている。また、位置決め時間 $T=15ms$ 、位置決め角 $\theta_0 = \pi/10 \text{ rad}$ である。実験に用いたサーボモータ系の定数を表3.1に、伝達シャフトのねじりばね定数 k を表3.2に示す。

このように、制御系の構成によって残留振動特性に違いはあるが、いずれにしても、高速な位置決めを行う場合には固有振動数パラメータ λ が設計値 λ_0 からわずかに変動しても残留振動は非常に大きくなる。

さて、図3.3～図3.5では評価基準 ε_l 、 ε_m を用いて残留振動特性を示したが、図3.6～図3.8に設計値 $\lambda_0=1.454$ の場合の残留振動特性を ε_l 、 ε_m と A_1 の両者を用いて示す。これより、残留振動の評価に A_1 を用いても概ねさしつかえないことがわかるが、設計値 λ_0 が小さい場合には、 A_1 は ε_l 、 ε_m に比べて非常に大きな値になるこ

ともあり，残留振動の絶対量を見積る場合には注意が必要である。

表3.1 振動負荷系をもつサーボモータ系の定数

負荷の慣性モーメント	J_L	6 3 2	$g \cdot cm^2$
モータの慣性モーメント	J_m	7 7 0	$g \cdot cm^2$
ねじりばね定数	k	表 4. 2	
負荷の粘性減衰係数	c_L	5.39×10^{-5}	$N \cdot m \cdot s / rad$
モータの粘性減衰係数	c_m	1.47×10^{-5}	$N \cdot m \cdot s / rad$
モータのトルク定数	K_T	0.1 3 1	$N \cdot m / A$
モータの誘起電圧定数	K_E	0.1 3 1	$V \cdot s / rad$
モータの抵抗	R	0.9 4	Ω
モータのインダクタンス	L	0.5 0	mH

表3.2 伝達シャフトのねじりばね定数

No	直径 d (mm)	長さ ℓ (mm)	*1) ねじりばね定数 k (N · m / rad)	*2) 固有振動数 パラメータ $\lambda = T / T_0$
2	3	1 3 3	4.3 6	0.8 4 6
4	3	1 0 0	5.9 0	0.9 8 4
5	3	8 9	6.7 5	1.0 5
6	3	8 0	7.2 2	1.0 8
7	3.2 5	8 0	9.6 7	1.2 6
8	3.5	8 0	1 3.2	1.4 5
9	3.7 5	8 0	1 7.6	1.7 0
10	4	8 0	2 1.3	1.8 5
11	4.2 5	8 0	2 8.0	2.1 4
12	4.5	8 0	3 4.6	2.3 8
13	4.7 5	8 0	4 2.5	2.6 4
14	5	8 0	4 9.9	2.8 6
15	5.2 5	8 0	6 0.2	3.1 4
17	5.2 5	6 7	6 8.2	3.3 5
19	5.2 5	5 7	7 8.2	3.5 8
21	6	8 0	9 3.9	3.9 3

*1) $J_L = 632 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ の負荷慣性をとりつけたサーボモータ系の固有振動数より逆算.

*2) $J_m = 770 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$, $J_L = 632 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$, $T = 15 \text{ ms}$ の場合の計算値.

3.4.2 慣性モーメントの変動による剛体負荷系の残留振動特性

位置決め機構の伝達系の剛性が十分に高く、系の固有振動が無視できる場合には、負荷系を剛体とみなすことができる。このような剛体負荷系を持つサーボモータ系についても、負荷慣性モーメントの変動が位置決め特性に及ぼす影響を明らかにしておくことが重要と考えられる。ここでは、(2.6)式で表わされるサーボモータ系の慣性モーメント比 α が設計値 α_0 から変化することによって生じる残留振動特性を検討した結果を示す。

図3.9～図3.11は図3.1(a)～(c)に示した3つの基本的な位置決め制御系についての残留振動特性を、設計値 α_0 が0.759の場合について、位置決め時間 T をパラメータとして示したものである。ここで、いずれの場合にも、位置決め制御系は、設計値 α_0 におけるモータの位置決め誤差 $|x_1(1)|$ が0.005程度となるように設計されている。

図より、いずれの制御系においても、 α が設計値 α_0 から離れるほど残留振動は大きくなるが、位置決め時間が短いほどパラメータ変動に敏感で、残留振動が急激に大きくなることがわかる。図3.12には3つの基本的な制御系の残留振動特性を比較して示すが、時変係数フィードバック系が最もパラメータ変動に強く、定係数フィードバック系、フィードフォワード制御系の順に弱くなることがわかる。

また、図中の実験値は計算機制御系（サンプリング周期 $\Delta T = 400 \mu s$ ）を用いて位置決め制御を行った結果であるが、いずれも計算結果とよく一致している。ここで、実験では、負荷の慣性モーメント J_L を変化させて、慣性モーメント比 α を変化させている。

表3.3，表3.4に実験に用いたサーボモータ系の定数を示す。

以上示したように、制御系の構成によってパラメータ変動に対する強さに違いがあり、時変係数フィードバック系が慣性モーメント比 α の変動に最も強い。しかしながら、時変係数フィードバック系を含めて、いずれの制御系においても、高速な位置決めになるほど、慣性モーメント比 α のわずかな変動に対しても大きな残留振動が発生するようになる。

表3.3 剛対負荷系をもつサーボモータ系の定数

負荷の慣性モーメント J_L	表 4. 4	
モータの慣性モーメント J_m	7 8 4	$g \cdot cm^2$
粘性減衰係数 $c (= c_L + c_m)$	3.96×10^{-5}	$N \cdot m \cdot s / rad$
モータのトルク定数 K_T	0.1 2 6	$N \cdot m / A$
モータの誘起電圧定数 K_E	0.1 2 6	$V \cdot s / rad$
モータの抵抗 R	0.9 8 5	Ω
モータのインダクタンス L	0.4 5	mH

表3.4 負荷の慣性モーメント

No	負荷ロータの慣性モーメント $J_r (g \cdot cm^2)$	負荷の慣性モーメント ^{*3)} $J_L (g \cdot cm^2)$	慣性モーメント比 $\alpha = J_L / J_m$
2	1 8 4	2 4 7	0.3 1 6
4	3 0 6	3 6 9	0.4 7 1
7	5 3 1	5 9 5	0.7 5 9
9	6 1 5	6 7 8	0.8 6 5
11	8 0 1	8 6 4	1.1 0
14	9 2 2	9 8 6	1.2 6
17	1 2 3 8	1 3 0 1	1.6 6

*3) $J_L = J_r + J_o$, $J_o = 63.5 g \cdot cm^2$

3.5 まとめ

実際の位置決め機構を考えてみると、機構系のパラメータの値が変化することもしばしばある。したがって、機構系のパラメータ変動が位置決め特性に及ぼす影響を明らかにしておくことが重要である。

このような観点から、本章では、位置決め制御の良否を残留振動で評価することとし、固有振動数パラメータ λ や慣性モーメント比 α の変動に起因する残留振動特性を、3つの基本的な構成の制御系（時変係数フィードバック系、定係数フィードバック系、フィードフォワード制御系）について明らかにした。

その結果、制御系の構成によって残留振動特性に違いはあるが、いずれにしても、高速な位置決めを行う場合には、固有振動数パラメータ λ や慣性モーメント比 α のわずかな変動に対して大きな残留振動が発生する。したがって、高速な位置決めを実現するためには、パラメータ変動に対して低感度な位置決め制御法の検討が必要となる。特に、固有振動数パラメータ λ の変動に対しては、フィードバックによる効果はほとんど期待できず、高速な位置決め制御を実現する上で対策が必要である。

$$X_1(s) = \frac{e_4 s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0}{D(s)} \quad (C.1)$$

上式の逆Laplace 変換は、特性方程式 $D(s) = 0$ が重根をもたないとすれば、以下のよう求められる。

$$(i) \quad D(s) = (s + \mu) \{ (s + \nu_1)^2 + \omega_1^2 \} \{ (s + \nu_2)^2 \} \quad \text{のとき}$$

$$\begin{aligned} x_1(\tau) = & \frac{e_4 \mu^4 - e_3 \mu^3 + e_2 \mu^2 - e_1 \mu + e_0}{\{ (\nu_1 - \mu)^2 + \omega_1^2 \} \{ (\nu_2 - \mu)^2 + \omega_2^2 \}} \cdot e^{-\mu \tau} \\ & + \frac{1}{\omega_1} \sqrt{\frac{R^2 + Q^2}{\{ (\mu - \nu_1)^2 + \omega_1^2 \} [\{ (\nu_2 - \nu_1)^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2 \}^2 + 4 \omega_2^2 (\nu_2 - \nu_1)^2]}} \\ & \cdot e^{-\nu_1 \tau} \cos(\omega_1 \tau - \phi_1) \\ & + \frac{1}{\omega_2} \sqrt{\frac{T^2 + X^2}{\{ (\mu - \nu_2)^2 + \omega_2^2 \} [\{ (\nu_2 - \nu_1)^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2 \}^2 + 4 \omega_2^2 (\nu_2 - \nu_1)^2]}} \\ & \cdot e^{-\nu_2 \tau} \cos(\omega_2 \tau - \phi_2) \end{aligned} \quad (C.2)$$

$$\left\{ \begin{aligned} R &= e_4 (\nu_1^4 + \omega_1^4 - 6 \nu_1^2 \omega_1^2) + e_3 \nu_1 (3 \omega_1^2 - \nu_1^2) + e_2 (\nu_1^2 - \omega_1^2) - e_1 \nu_1 + e_0 \\ Q &= e_4 \cdot 4 \nu_1 \omega_1 (\omega_1^2 - \nu_1^2) + e_3 \omega_1 (3 \nu_1^2 - \omega_1^2) - e_2 \cdot 2 \nu_1 \omega_1 + e_1 \omega_1 \\ T &= e_4 (\nu_2^4 + \omega_2^4 - 6 \nu_2^2 \omega_2^2) + e_3 \nu_2 (3 \omega_2^2 - \nu_2^2) + e_2 (\nu_2^2 - \omega_2^2) - e_1 \nu_2 + e_0 \\ X &= e_4 \cdot 4 \nu_2 \omega_2 (\omega_2^2 - \nu_2^2) + e_3 \omega_2 (3 \nu_2^2 - \omega_2^2) - e_2 \cdot 2 \nu_2 \omega_2 + e_1 \omega_2 \\ \phi_1 &= \tan^{-1} \left(\frac{R}{Q} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\omega_1}{\mu - \nu_1} \right) + \tan^{-1} \left[\frac{2 \omega_1 (\nu_2 - \nu_1)}{(\nu_2 - \nu_1)^2 \omega_1^2 + \omega_2^2} \right] \\ \phi_2 &= \tan^{-1} \left(\frac{T}{X} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\omega_2}{\mu - \nu_2} \right) + \tan^{-1} \left[\frac{2 \omega_2 (\nu_1 - \nu_2)}{(\nu_2 - \nu_1)^2 + \omega_1^2 - \omega_2^2} \right] \end{aligned} \right. \quad (C.3)$$

(ii) $D(s) = (s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)\{(s + \nu)^2 + \omega^2\}$ のとき

$$\begin{aligned}
x_1(\tau) = & \frac{e_4 \mu_1^4 - e_3 \mu_1^3 + e_2 \mu_1^2 - e_1 \mu_1 + e_0}{(\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)\{(\nu - \mu_1)^2 + \omega^2\}} \cdot e^{-\mu_1 \tau} \\
& + \frac{e_4 \mu_2^4 - e_3 \mu_2^3 + e_2 \mu_2^2 - e_1 \mu_2 + e_0}{(\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)\{(\nu - \mu_2)^2 + \omega^2\}} \cdot e^{-\mu_2 \tau} \\
& + \frac{e_4 \mu_3^4 - e_3 \mu_3^3 + e_2 \mu_3^2 - e_1 \mu_3 + e_0}{(\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)\{(\nu - \mu_3)^2 + \omega^2\}} \cdot e^{-\mu_3 \tau} \\
& + \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{R^2 + Q^2}{\{(\mu_1 - \nu)^2 + \omega^2\}\{(\mu_2 - \nu)^2 + \omega^2\}\{(\mu_3 - \nu)^2 + \omega^2\}}} \\
& \cdot e^{-\nu \tau} \cos(\omega \tau - \phi)
\end{aligned} \tag{C.4}$$

$$\left\{ \begin{aligned} R &= e_4(\nu^4 + \omega^4 - 6\nu^2\omega^2) + e_3\nu(3\omega^2 - \nu^2) + e_2(\nu^2 - \omega^2) - e_1\nu + e_0 \\ Q &= e_4 \cdot 4\nu\omega(\omega^2 - \nu^2) + e_3\omega(3\nu^2 - \omega^2) - e_2 \cdot 2\nu\omega + e_1\omega \\ \phi &= \tan^{-1}\left(\frac{R}{Q}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\mu_1 - \nu}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\mu_2 - \nu}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\mu_3 - \nu}\right) \end{aligned} \right. \tag{C.5}$$

(iii) $D(s) = (s + \mu_1)(s + \mu_2)(s + \mu_3)(s + \mu_4)(s + \mu_5)$ のとき

$$\begin{aligned}
x_1(\tau) = & \frac{e_4 \mu_1^4 - e_3 \mu_1^3 + e_2 \mu_1^2 - e_1 \mu_1 + e_0}{(\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)(\mu_4 - \mu_1)(\mu_5 - \mu_1)} \cdot e^{-\mu_1 \tau} \\
& + \frac{e_4 \mu_2^4 - e_3 \mu_2^3 + e_2 \mu_2^2 - e_1 \mu_2 + e_0}{(\mu_1 - \mu_2)(\mu_3 - \mu_2)(\mu_4 - \mu_2)(\mu_5 - \mu_2)} \cdot e^{-\mu_2 \tau} \\
& + \frac{e_4 \mu_3^4 - e_3 \mu_3^3 + e_2 \mu_3^2 - e_1 \mu_3 + e_0}{(\mu_1 - \mu_3)(\mu_2 - \mu_3)(\mu_4 - \mu_3)(\mu_5 - \mu_3)} \cdot e^{-\mu_3 \tau} \\
& + \frac{e_4 \mu_4^4 - e_3 \mu_4^3 + e_2 \mu_4^2 - e_1 \mu_4 + e_0}{(\mu_1 - \mu_4)(\mu_2 - \mu_4)(\mu_3 - \mu_4)(\mu_5 - \mu_4)} \cdot e^{-\mu_4 \tau} \\
& + \frac{e_4 \mu_5^4 - e_3 \mu_5^3 + e_2 \mu_5^2 - e_1 \mu_5 + e_0}{(\mu_1 - \mu_5)(\mu_2 - \mu_5)(\mu_3 - \mu_5)(\mu_4 - \mu_5)} \cdot e^{-\mu_5 \tau}
\end{aligned} \tag{C.6}$$

以上をまとめると、特性方程式 $D(s) = 0$ が重根をもたないとき、負荷の残留振動 $x_1(\tau)$ は次式のように表現できる。ただし、 m_1 は特性方程式の実根の数、 $m_2 = (5 - m_1) / 2$ である。

$$x_1(\tau) = \sum_{i=1}^{m_1} a_i e^{-\mu_i \tau} + \sum_{j=1}^{m_2} b_j e^{-\nu_j \tau} \cos(\omega_j \tau - \phi_j) \quad (C.7)$$

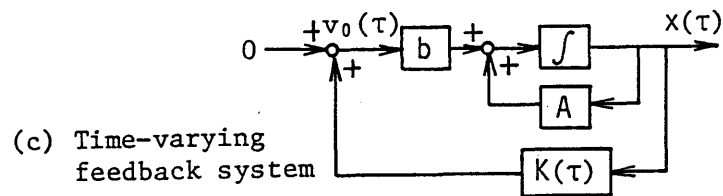
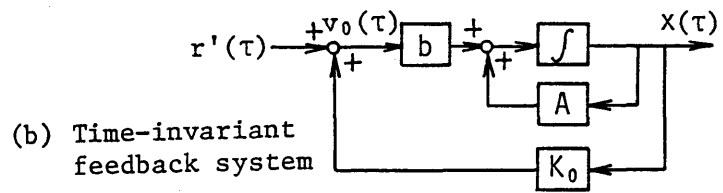
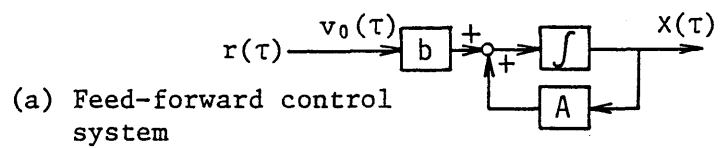
したがって、(3.3) 式の関係より、モータの残留振動 $x_3(\tau)$ は次式のように求められる。

$$x_3(\tau) = \sum_{i=1}^{m_1} a'_i e^{-\mu_i \tau} + \sum_{j=1}^{m_2} b'_j e^{-\nu_j \tau} \cos(\omega_j \tau - \phi'_j) \quad (C.8)$$

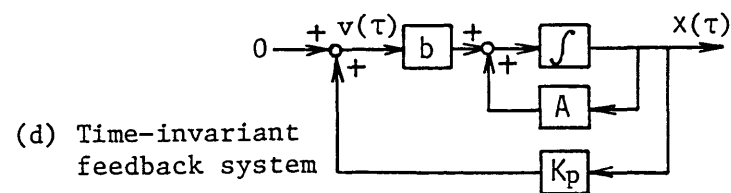
ここで

$$\left\{ \begin{array}{l} a'_i = a_i \left\{ 1 + \frac{(1+\alpha)(-\eta_1 \mu_i + \mu_i^2)}{\Omega^2} \right\} ; \quad i = 1 \sim m_1 \\ b'_j = b_j \sqrt{A_j^2 + B_j^2} , \quad \phi'_j = \phi_j + \tan^{-1}\left(\frac{B_j}{A_j}\right) ; \quad j = 1 \sim m_2 \\ A_j = 1 + \frac{(1+\alpha)\{-\eta_1 \nu_j + (\nu_j^2 - \omega_j^2)\}}{\Omega^2} \\ B_j = \frac{(1+\alpha)(-\eta_1 \omega_j + 2\nu_j \omega_j)}{\Omega^2} \end{array} \right. \quad (C.9)$$

である。



Access control



Position control

図3.1 位置決め制御系の基本構成

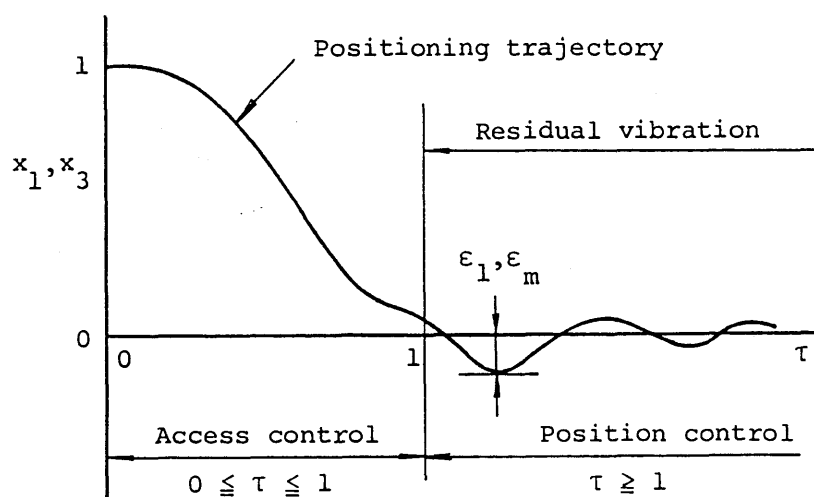


図3.2 残留振動の評価

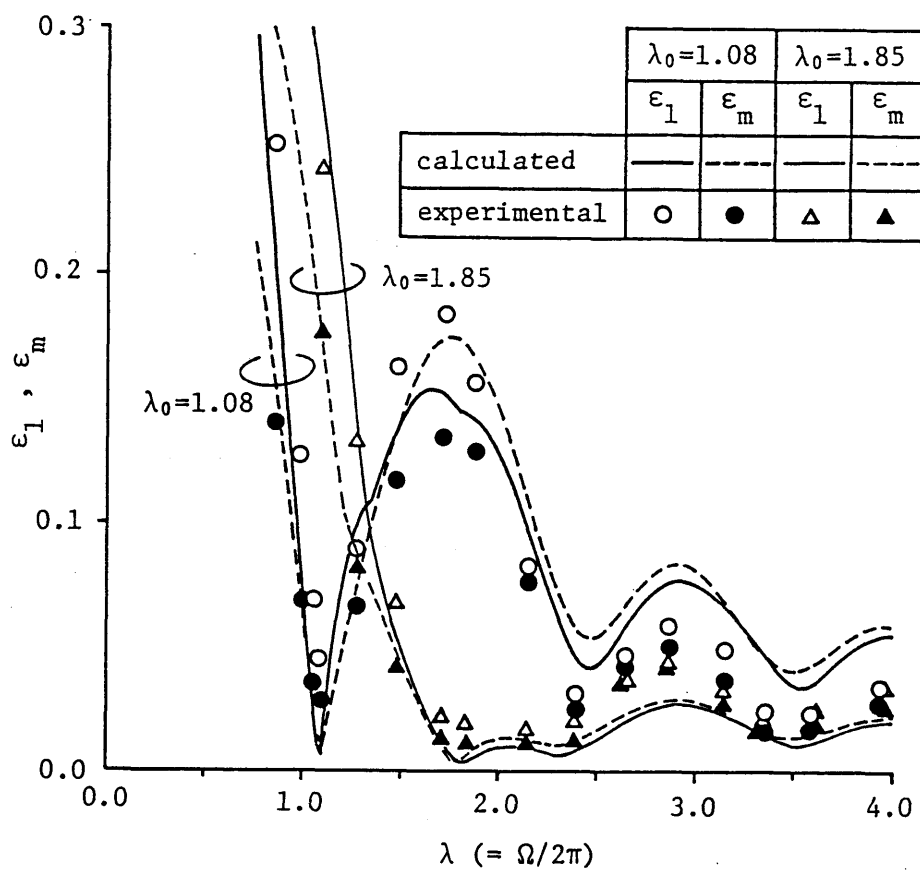


図3.3 振動負荷系の残留振動特性
(フィードフォワード系; $\lambda_0=1.08, 1.85$)

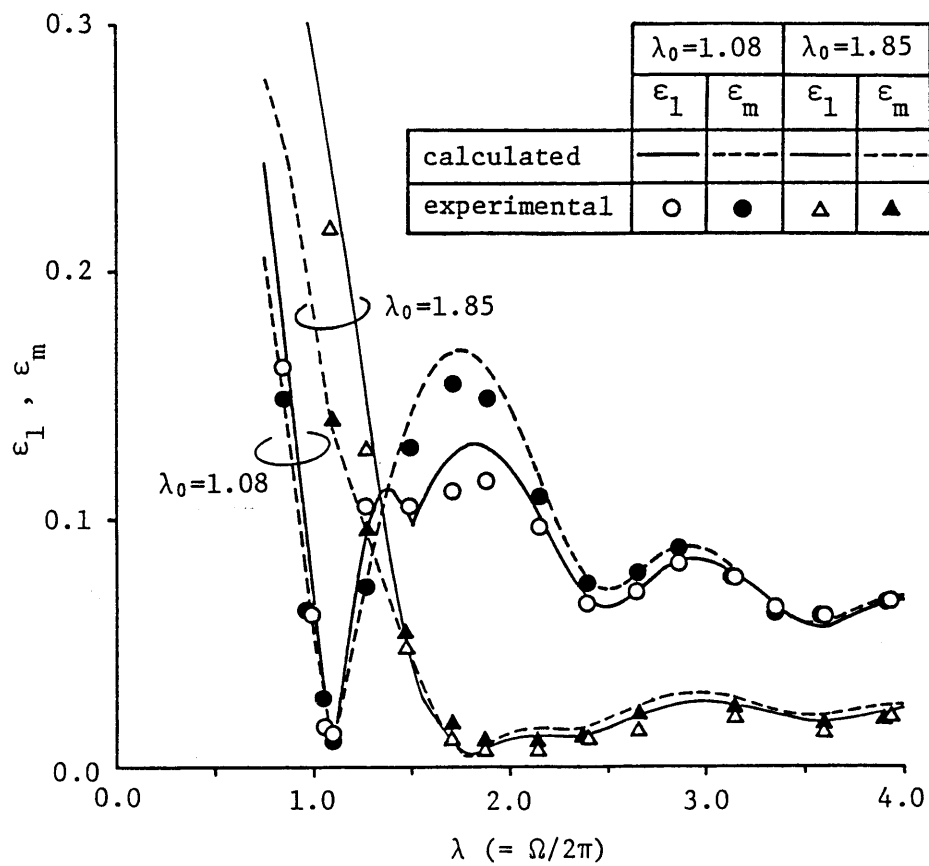


図3.4 振動負荷系の残留振動特性
(定係数フィードバック系； $\lambda_0=1.08, 1.85$)

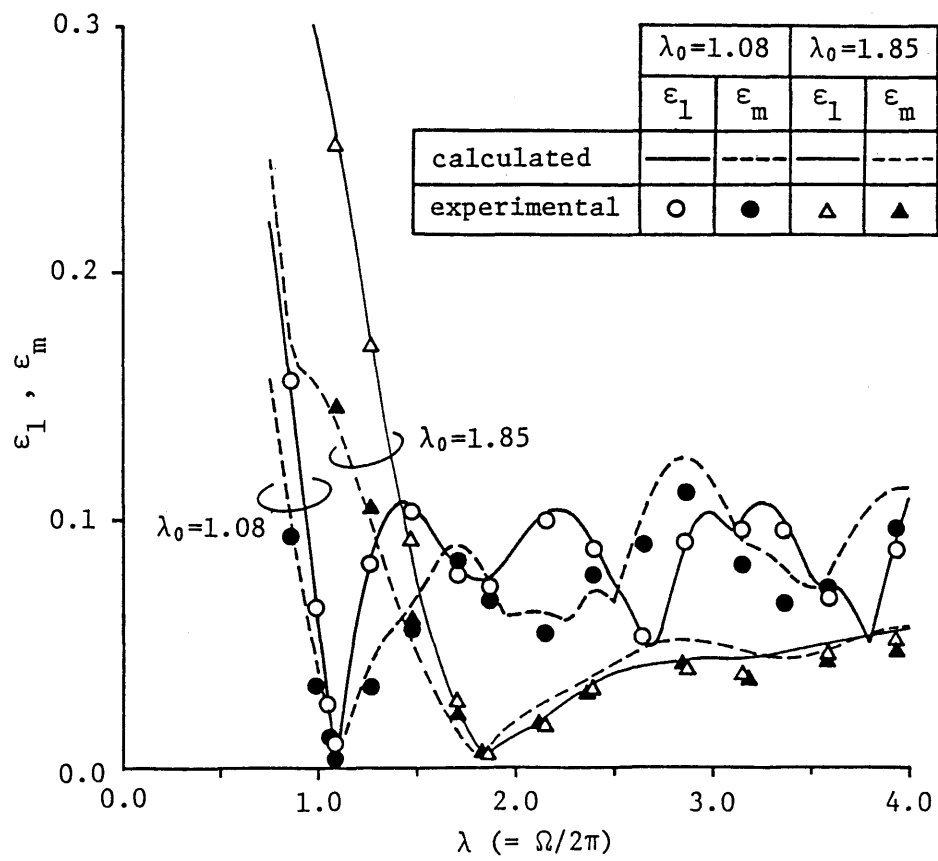


図3.5 振動負荷系の残留振動特性
(時変係数フィードバック系 ; $\lambda_0=1.08, 1.85$)

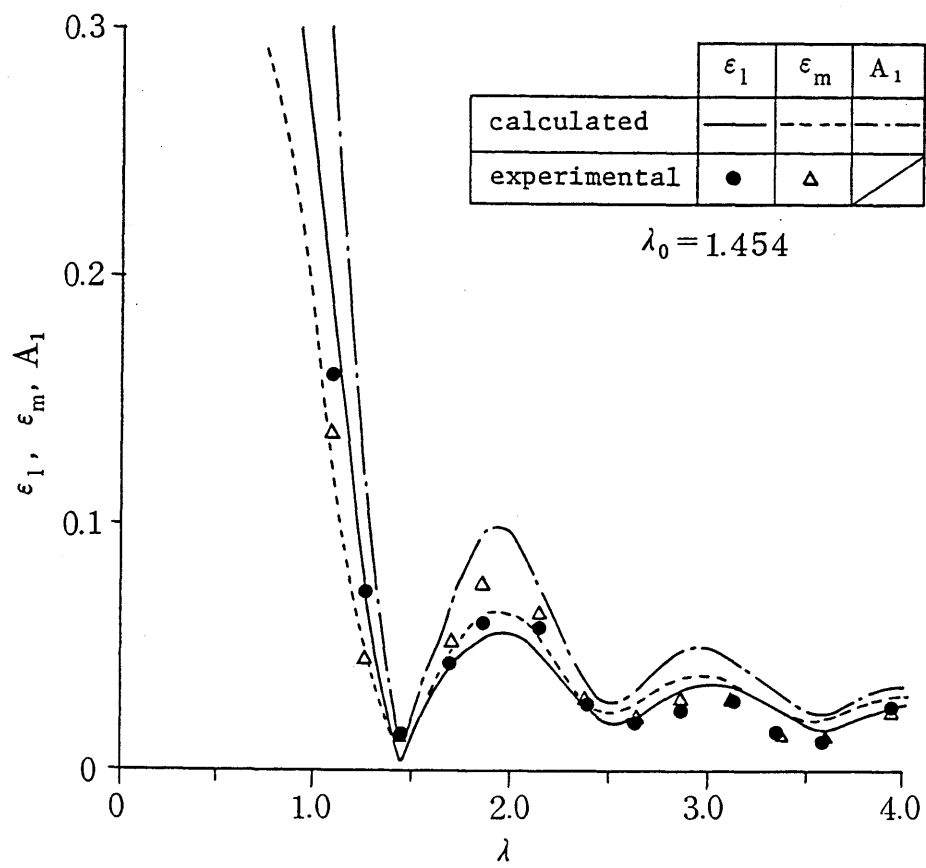


図3.6 振動負荷系の残留振動特性 (ϵ_l , ϵ_m と A_l)
(フィードフォワード系; $\lambda_0 = 1.454$)

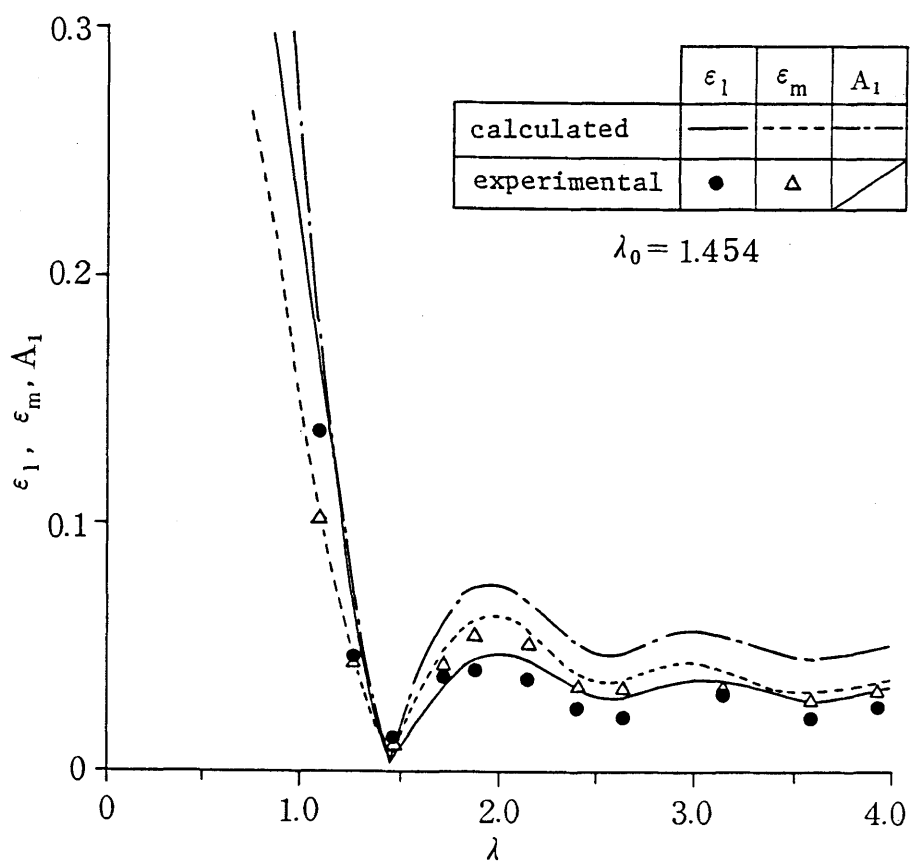


図3.7 振動負荷系の残留振動特性 (ε_l , ε_m と A_l)
(定係数フィードバック系; $\lambda_0 = 1.454$)

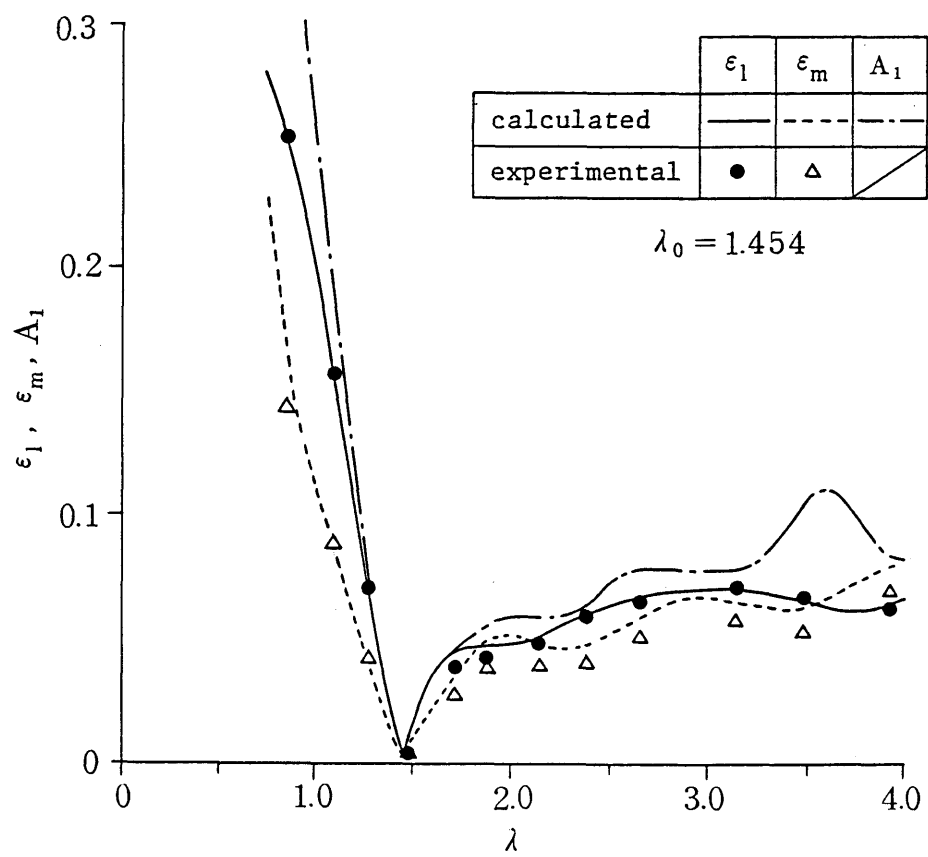


図3.8 振動負荷系の残留振動特性 (ϵ_l , ϵ_m と A_l)
(時変係数フィードバック系; $\lambda_0 = 1.454$)

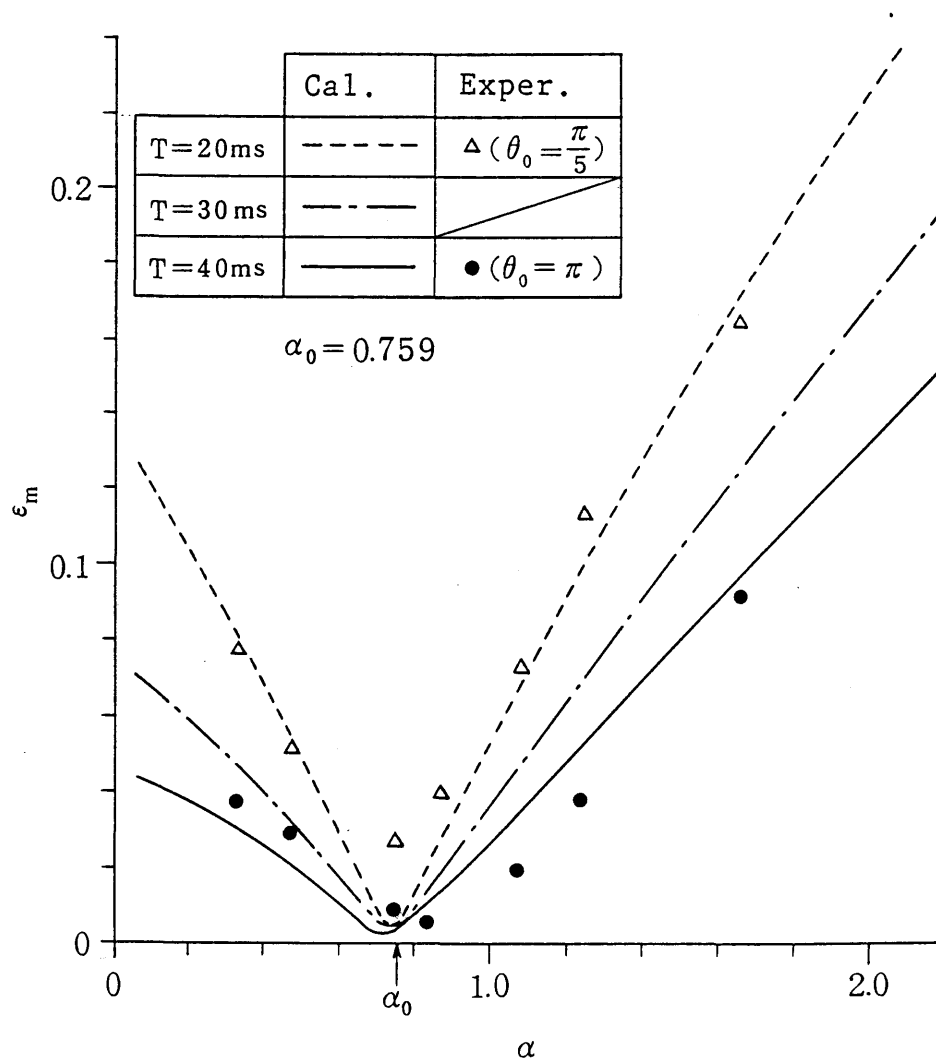


図3.9 剛体負荷系の残留振動特性
(フィードフォワード系； $\alpha_0=0.759$)

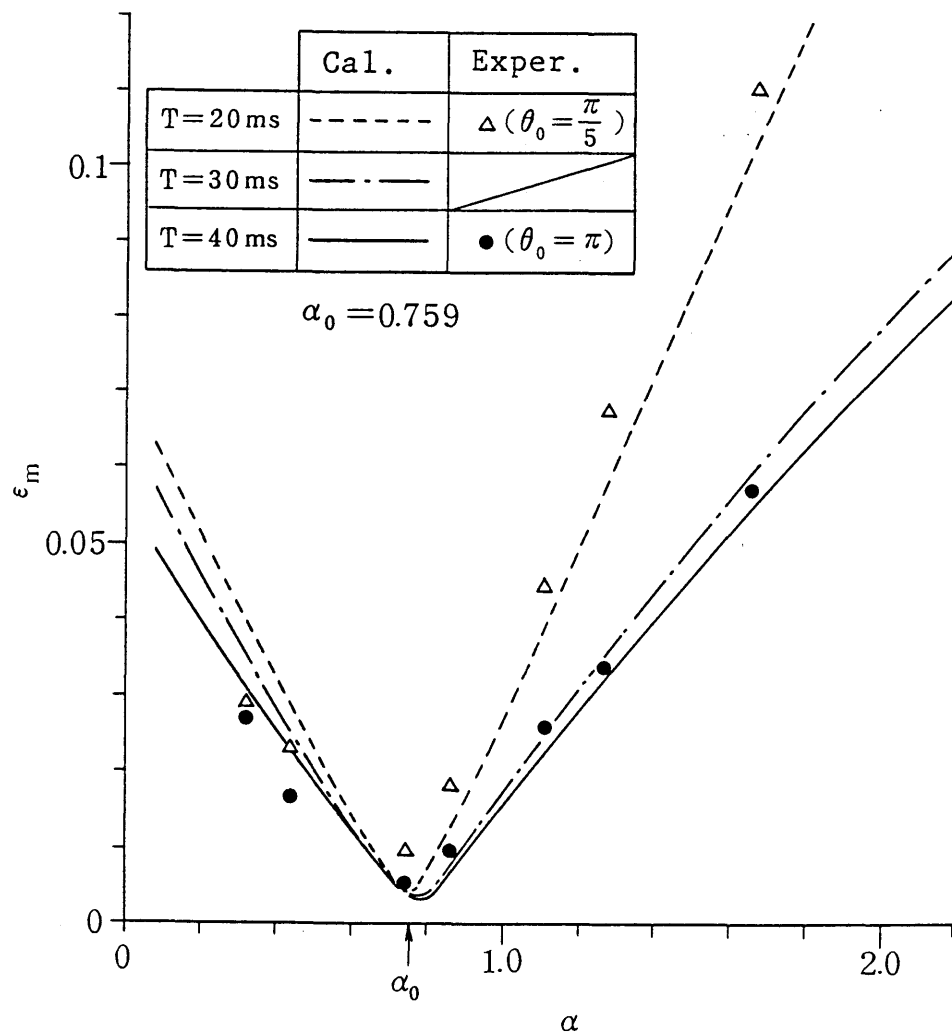


図3.10 剛体負荷系の残留振動特性
(定係数フィードバック系； $\alpha_0=0.759$)

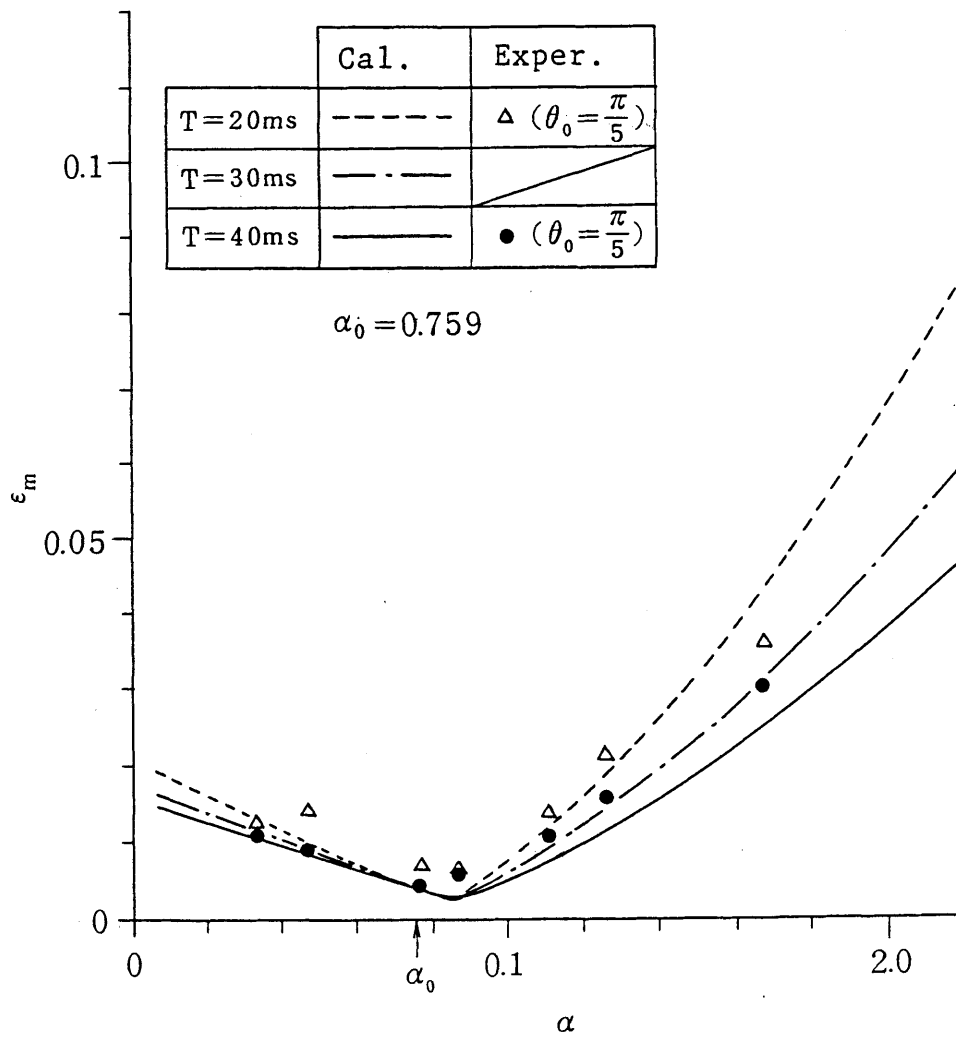


図3.11 剛体負荷系の残留振動特性
(時変係数フィードバック系； $\alpha_0 = 0.759$)

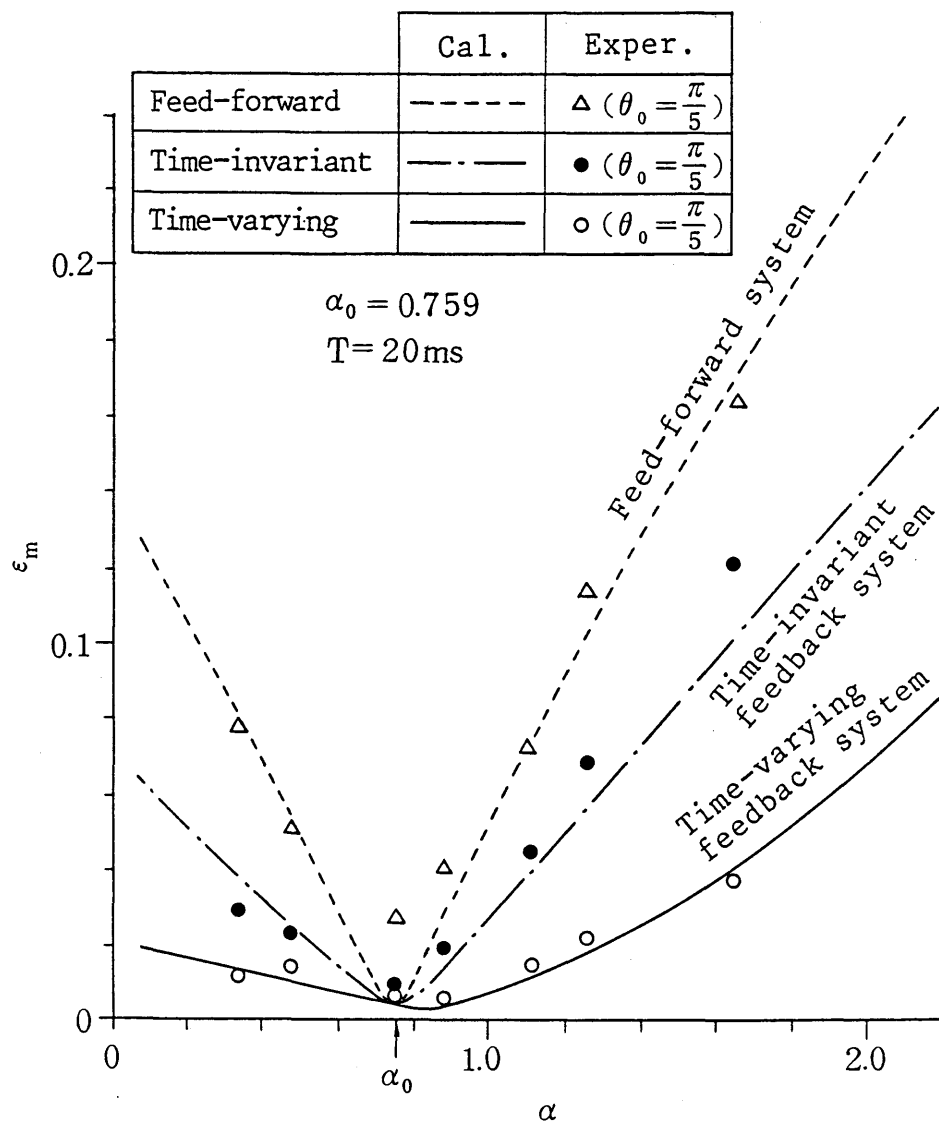


図3.12 制御系の構成が剛体負荷系の残留振動特性に及ぼす影響 ($\alpha_0 = 0.759$, $T = 20\text{ms}$)

第4章 パラメータ変動に強い位置決め制御系の設計法^{34), 35), 37)}

4.1 まえがき

前3章ではパラメータ変動に起因する残留振動特性を検討したが、一つの結論として、高速な位置決めの領域になるほどパラメータ変動が残留振動を増大することが明らかとなった。したがって、パラメータの値が変動したり、正確に把握できないことの多い実際の機構装置の高速な位置決めを実現するためには、パラメータ変動に強い位置決め制御系の設計法が必要である。

これまで、カム機構を用いた位置決めに関しては、立ち上がり時間などの系のパラメータ変動に強いカム輪郭を時間の多項式として決定するポリダインカムの設計法^{38) ~ 40)}が検討されている。しかしながら、現在普及しているサーボモータによる位置決め機構とは構造が異なり、また、フィードバック系の構成や入力エネルギーの最小化などの観点からの検討はない。

一方、サーボ系の設計問題として、系のパラメータ変動に対して“頑健な (robust)”あるいは“構造安定な (structurally stable)”と呼ばれる設計法がいくつか提案されているが^{41) ~ 43)}、いずれもパラメータ変動に対して定常特性を補償することに主眼があり、過渡特性が問題となる高速な位置決め制御には適用できない。また、感度関数を用いるパラメータ感度を考慮した設計法も知られているが⁴⁴⁾、この方法が有効であるのはパラメータ変化が小さい場合に限られる。

このような観点から、本章では、4.2節、4.3節で、比較的広い範囲のパラメータ変動に対して位置決め時の残留振動が小さく、かつ、入力エネルギーの小さな位置決め制御系が設計できる“複数設定値系の設計法”を示すとともに、その効果を計算、実験によって確認している。また、4.4節では複数設定値系の設計法と従来のパラメータ感度を考慮した設計法との関係を明らかにし、さらに、4.5節では実際のプリンタ・キャリッジ送り機構の位置決め制御に応用した結果を示している。

4.2 複数設定値系の設計法

ここでは、(2.3) 式で表わされる位置決め機構の固有振動数パラメータ λ を変動パラメータとして、パラメータ変動に強い複数設定値系の設計法を示す。まず、変動パラメータ λ に対して n 個の設計値 λ_{oi} ($i=1, 2, \dots, n$) を設定し、 $\lambda = \lambda_{oi}$ のときの位置決め機構の係数行列を A_i 、状態ベクトルを $x_i(\tau)$ とする。ここで、図4.1 に示すように、 n 個の位置決め機構 (A_i, b) ($i=1, 2, \dots, n$) を並列結合した拡大系 (\tilde{A}, \tilde{b}) を導入すると、この拡大系の状態方程式、初期条件はそれぞれ(4.1), (4.2) 式となる。

$${}_n\dot{x}(\tau) = \tilde{A} \cdot {}_n x(\tau) + \tilde{b} v(\tau) \quad (4.1)$$

$${}_n x(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ \vdots \\ x_n(0) \end{bmatrix} = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 : 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 : \dots : 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T \quad (4.2)$$

ここで、

$${}_n x(\tau) = \begin{bmatrix} x_1(\tau) \\ x_2(\tau) \\ \vdots \\ x_n(\tau) \end{bmatrix}, \quad x_i(\tau) = \begin{bmatrix} x_{i1}(\tau) \\ x_{i2}(\tau) \\ x_{i3}(\tau) \\ x_{i4}(\tau) \\ u_i(\tau) \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (4.3)$$

$$\tilde{A} = \text{diag}[A_1, A_2, \dots, A_n]$$

$$\tilde{b} = \begin{bmatrix} b \\ b \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}$$

この拡大系 (\tilde{A}, \tilde{b}) は構成要素である n 個の位置決め機構 (A_i, b) が共通の固有値 0 をもつので可制御ではない。したがって、一般には、拡大系の終端値 ${}_n x(1)$ を 0 とすることはできないが、現実の位置決め制御においては終端値 ${}_n x(1)$ を許容値以下にすることができれば十分である。そこで、拡大系 (\tilde{A}, \tilde{b}) に対して、2 次形式の評価関数

$$\tilde{J} = {}_n\mathbf{x}^T(1) \cdot {}_n\mathbf{M} \cdot {}_n\mathbf{x}(1) + \int_0^1 ({}_n\mathbf{x}^T \cdot {}_n\mathbf{Q} \cdot {}_n\mathbf{x} + v^2) d\tau \quad (4.4)$$

ここで、例えば

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_n\mathbf{M} = [{}_n\mathbf{M}_{ij}] = \text{diag} [{}_n\mathbf{M}_{11}, {}_n\mathbf{M}_{22}, \dots, {}_n\mathbf{M}_{nn}] \\ \quad {}_n\mathbf{M}_{ii} = \text{diag} [m_{i1}, m_{i2}, m_{i3}, m_{i4}, m_{iu}] \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ {}_n\mathbf{Q} = [{}_n\mathbf{Q}_{ij}] = \text{diag} [{}_n\mathbf{Q}_{11}, {}_n\mathbf{Q}_{22}, \dots, {}_n\mathbf{Q}_{nn}] \\ \quad {}_n\mathbf{Q}_{ii} = \text{diag} [0, 0, 0, 0, q_{iu}] \quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{array} \right. \quad (4.5)$$

を最小とする最適入力 $v_o(\tau)$ を求めれば、変動パラメータ λ の n 個の設計値 λ_{oi} ($i = 1, 2, \dots, n$) およびその近傍において、位置決め時の残留振動が小さく、且つ、入力エネルギー $P = \int_0^1 u^2 d\tau$ の小さな位置決め制御が設計できると思われる。以後では、このようにして設計した位置決め制御系を“ n 設定値系”あるいは“複数設定値系”と呼ぶことにする。この n 設定値系の最適入力 $v_o(\tau)$ は最適レギュレータ理論の適用により容易に求められる。

図4.2 は $\lambda_{o1} = 1.454$, $\lambda_{o2} = 1.75$, $\lambda_{o3} = 2.0$ を設計値とする3設定値系の位置決め軌道を各設計値について示したものである。固有振動数パラメータ λ が変化しても、位置決め時刻 $T = 15 \text{ ms}$ で良好な位置決めが実現される様子がわかる。

このように、複数設定値系を用いれば、パラメータ変動を補償する位置決め制御が実現できる。ただし、上述した設計法において、拡大系は設計のために導入した仮想の系であるから、最適レギュレータ理論の適用によって最適制御則、すなわち、最適フィードバック系が得られても、このままではフィードフォワード制御系としてしか実現できない。

つぎに、複数設定値系をフィードバックを含む制御系として実現する方法を示す。

(2.3) 式の位置決め機構に外乱を補償する適当なフィードバックを施すと、系の状態方程式は

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(\tau) &= (\mathbf{A} + \mathbf{b}\mathbf{k})\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{b}v(\tau) \\ \mathbf{k} &= [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_u] \end{aligned} \quad (4.6)$$

となる。ここで、上述したフィードフォワード制御系の場合と同様に、変動パラメータ λ に対して n 個の設計値 λ_{oi} ($i = 1, 2, \dots, n$) を設定し、 n 個の位置決め機構

$(\mathbf{A}_i + \mathbf{b} \mathbf{k}, \mathbf{b}) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$ を並列結合した図4.3 の拡大系を導入すると、拡大系の状態方程式は

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = (\widetilde{\mathbf{A}} + \widetilde{\mathbf{B}} \widetilde{\mathbf{K}}) \cdot \mathbf{x}(\tau) + \widetilde{\mathbf{b}} v(\tau) \quad (4.7)$$

$$\widetilde{\mathbf{B}} = \text{diag}[\mathbf{b}, \mathbf{b}, \dots, \mathbf{b}]$$

$$\widetilde{\mathbf{K}} = \text{diag}[\mathbf{k}, \mathbf{k}, \dots, \mathbf{k}]$$

となる。そこで、この拡大系に対して評価関数(4.4) を最小とする最適入力 $v_o(\tau)$ をもとめれば、定係数フィードバック $\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}(\tau)$ とフィードフォワード $v_o(\tau)$ の和として複数設定値系を実現することができる。

4.3 複数設定値系の残留振動特性

ここでは、複数設定値系の残留振動特性を3章で示した1設定値系、すなわち、固有振動数パラメータ λ の変動を考慮しないで設計した位置決め制御系の残留振動特性や、パラメータ感度を考慮した感度設計系(4.4節参照)の残留振動特性と比較検討し、その効果を明らかにする。

図4.4 は1設定値系の残留振動特性をフィードフォワード系について再び示したものである。前述したように、ここに示したフィードフォワード系に限らず、定係数フィードバック系あるいは時変係数フィードバック系においても、 λ が設計値 $\lambda_o = 1.454$ から離れると残留振動は急激に大きくなる。なお、設計値における入力エネルギーは、 $P \approx 41.6$ である。

同じく、図4.4 に2次の感度設計系の残留振動特性を示す。設計値 $\lambda_o = 1.454$ の近傍でその効果がみられるが、設計値における入力エネルギーは $P \approx 189$ とかなり大きなものとなる。

これに対し、図4.5 は図4.2 に位置決め軌道を示したフィードフォワードの3設定値系の残留振動特性を示したものである。ここで、3つの設計値は $\lambda_{o1} = 1.454$, $\lambda_{o2} = 1.75$, $\lambda_{o3} = 2.0$ であり、設計に用いた重み係数行列 ${}_3\mathbf{M}$, ${}_3\mathbf{Q}$ [(4.5) 式] は

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_3\mathbf{M} = \text{diag} [{}_3\mathbf{M}_{11}, {}_3\mathbf{M}_{22}, {}_3\mathbf{M}_{33}] \\ {}_3\mathbf{M}_{11} = {}_3\mathbf{M}_{22} = \text{diag} [3.12 \times 10^4, 3.12 \times 10^3, 4.37 \times 10^4, 4.37 \times 10^3, 1] \\ {}_3\mathbf{M}_{33} = \text{diag} [1.25 \times 10^4, 1.25 \times 10^3, 1.87 \times 10^4, 1.87 \times 10^3, 1] \\ {}_3\mathbf{Q} = \text{diag} [{}_3\mathbf{Q}_{11}, {}_3\mathbf{Q}_{22}, {}_3\mathbf{Q}_{33}] \\ {}_3\mathbf{Q}_{11} = {}_3\mathbf{Q}_{22} = {}_3\mathbf{Q}_{33} = \text{diag} [0, 0, 0, 0, 1] \end{array} \right.$$

である。図より、 $\lambda = 1.5 \sim 2.0$ の比較的広い範囲で残留振動が小さくなっており、固有振動数パラメータ λ の変動に強い位置決め制御系となっていることがわかる。また、各設計値における入力エネルギーは $P_1 \approx 62.9$, $P_2 \approx 63.1$, $P_3 \approx 63.3$ でありほぼ等しい。

また、図4.6 は定係数フィードバックをもつ3設定値系の残留振動特性を示したものである。ここで、3つの設計値はフィードフォワードの3設定値系と同じく $\lambda_{01} = 1.454$, $\lambda_{02} = 1.75$, $\lambda_{03} = 2.0$ であり、設計に用いたフィードバック係数 \mathbf{k} および重み係数行列 ${}_3\mathbf{M}$, ${}_3\mathbf{Q}$ [(4.5) 式] は、

$$\mathbf{k} = [12.79 \quad -6.56 \quad -62.77 \quad -21.29 \quad -2.54]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_3\mathbf{M} = \text{diag} [{}_3\mathbf{M}_{11}, {}_3\mathbf{M}_{22}, {}_3\mathbf{M}_{33}] \\ {}_3\mathbf{M}_{11} = {}_3\mathbf{M}_{22} = {}_3\mathbf{M}_{33} = \text{diag} [3.74 \times 10^4, 3.74 \times 10^3, 5.61 \times 10^4, 5.61 \times 10^3, 1] \\ {}_3\mathbf{Q} = \text{diag} [{}_3\mathbf{Q}_{11}, {}_3\mathbf{Q}_{22}, {}_3\mathbf{Q}_{33}] \\ {}_3\mathbf{Q}_{11} = {}_3\mathbf{Q}_{22} = {}_3\mathbf{Q}_{33} = \text{diag} [0, 0, 0, 0, 1] \end{array} \right.$$

である。図より、フィードフォワードの3設定値系の場合と同様に $\lambda = 1.5 \sim 2.0$ の比較的広い範囲で残留振動が小さくなっており、固有振動数パラメータ λ の変動に強い位置決め制御系となっていることがわかる。また、各設定点における入力エネルギーは $P_1 \approx 52.5$, $P_2 \approx 52.5$, $P_3 \approx 52.3$ である。

このように、複数設定値系を用いれば、1設定値系に比べて入力エネルギーは増加するが、パラメータ感度を考慮した感度設計系に比べて入力エネルギーの増加も少なく、また、比較的広い範囲のパラメータ変動に強い位置決め制御系が設計できることが示された。

なお、図4.4 ～図4.6 の残留振動特性の計算において、各制御系は、設計値 $\lambda_0 = 1.454$ で評価値 ε_l , ε_m が同程度となるように設計されている。また、位置制御時のフィードバック係数は \mathbf{K}_p は

$$K_p = [12.79 \quad -6.56 \quad -62.77 \quad -21.29 \quad -2.54]^T$$

である。

4.4 複数設定値系の設計法と感度を考慮した設計法との関係

ここでは前4.2節で述べた複数設定値系の設計法とパラメータ感度を考慮した設計法（感度設計法）との関係について考察する。まず、感度設計法を整理し、つぎに状態方程式の対応関係および評価関数中の重み係数行列の対応関係を明らかにする。これによって、 n 設定値系の設計法が n 個の設計値 λ_{oi} ($i=1, 2, \dots, n$) を 1 点に近づけていった極限において、 $(n-1)$ 次の感度設計法と一致することが示される。

4.4.1 パラメータ感度を考慮した設計法（感度設計法）

パラメータの変動を考慮した制御系の設計法として、感度関数を用いた設計法が知られている。ここで、変動パラメータを λ とすると、設計値 λ_{o1} における j 次の感度関数 y_j は

$$y_j = \left. \frac{\partial^j x}{\partial \lambda^j} \right|_{\lambda = \lambda_{o1}} \quad (4.8)$$

で定義される。

さて、設計値 $\lambda = \lambda_{o1}$ における状態方程式を

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + b v, & A_1 = A(\lambda_{o1}) \\ x_1(0) = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T \end{cases} \quad (4.9)$$

で表すと、(4.8) 式より、次の感度方程式が得られる。

$$\begin{cases} \dot{y}_j = \frac{\partial^j A_1}{\partial \lambda_{o1}^j} \cdot x_1 + \sum_{k=1}^j \frac{j!}{(j-k)!k!} \left(\frac{\partial^{j-k} A_1}{\partial \lambda_{o1}^{j-k}} \right) \cdot y_k \\ y_j(0) = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

ここで、状態ベクトル x_1 と m 次までの感度関数 y_j ($j=1, 2, \dots, m$) を新たな状態

ベクトルとするつぎの拡大系を考える。

$$\begin{cases} {}_m\mathbf{z}(\tau) = \hat{\mathbf{A}} \cdot {}_m\mathbf{z}(\tau) + \hat{\mathbf{b}} \cdot v(\tau) \\ {}_m\mathbf{z}(0) = [\mathbf{x}_1^T(0), 0, 0, \dots, 0]^T \end{cases} \quad (4.11)$$

ただし,

$$\begin{cases} {}_m\mathbf{z}(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(\tau) \\ \mathbf{y}_1(\tau) \\ \mathbf{y}_2(\tau) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_m(\tau) \end{bmatrix} \\ \hat{\mathbf{A}} = [\hat{\mathbf{A}}_{ij}] ; \hat{\mathbf{A}}_{ij} = \begin{cases} \frac{(i-1)!}{(i-j)!(j-1)!} \cdot \frac{\partial^{i-j} \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}^{i-j}} ; i \geq j \\ 0 & ; i < j \end{cases} \\ \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4.12)$$

m 次の感度設計法とは、拡大系(4.11)に対して2次形式の評価関数

$$\hat{J} = {}_m\mathbf{z}^T(1) \cdot {}_m\mathbf{N} \cdot {}_m\mathbf{z}(1) + \int_0^1 ({}_m\mathbf{z}^T \cdot {}_m\mathbf{R} \cdot {}_m\mathbf{z} + v^2) d\tau \quad (4.13)$$

$${}_m\mathbf{N} = [{}_m\mathbf{N}_{ij}] ; {}_m\mathbf{N}_{ji} = {}_m\mathbf{N}_{ij}^T$$

$${}_m\mathbf{R} = [{}_m\mathbf{R}_{ij}] ; {}_m\mathbf{R}_{ji} = {}_m\mathbf{R}_{ij}^T$$

を最小とする最適入力を求めるものである。

4.4.2 2つの設計法の対応関係

まず、2設定値系の設計法を例にとりて、感度設計法との関係を明らかにする。

(4.1), (4.4)式より、 $\lambda = \lambda_{01}$, $\lambda = \lambda_{02}$ を設計値とする2設定値系の状態方程式および評価関数は次式となる。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{b} v \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_2 + \mathbf{b} v \end{cases} \quad (4.14-1)$$

$$\quad (4.14-2)$$

$$\widetilde{J} = {}_2\mathbf{x}^T(1) \cdot {}_2\mathbf{M} \cdot {}_2\mathbf{x}(1) + \int_0^1 ({}_2\mathbf{x}^T \cdot {}_2\mathbf{Q} \cdot {}_2\mathbf{x} + v^2) d\tau \quad (4.15)$$

ここで、

$${}_2\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \cdots \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}, \quad {}_2\mathbf{M} = \begin{bmatrix} {}_2\mathbf{M}_{11} & {}_2\mathbf{M}_{12} \\ \cdots & \cdots \\ {}_2\mathbf{M}_{12}^T & {}_2\mathbf{M}_{22} \end{bmatrix}, \quad {}_2\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} {}_2\mathbf{Q}_{11} & {}_2\mathbf{Q}_{12} \\ \cdots & \cdots \\ {}_2\mathbf{Q}_{12}^T & {}_2\mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix}$$

ここで

$$\Delta h_1 = \lambda_{02} - \lambda_{01} \quad (4.16)$$

とし、パラメータ感度関数 \mathbf{y}_j を用いると

$$\begin{cases} \mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_1 + \mathbf{y}_1 \cdot \Delta h_1 + \frac{1}{2!} \mathbf{y}_2 \cdot (\Delta h_1)^2 + \cdots \\ \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1 + \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}} \cdot \Delta h_1 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}^2} \cdot (\Delta h_1)^2 + \cdots \end{cases} \quad (4.17)$$

となる、これを(4.14-2)式に代入して整理すると

$$\begin{aligned} & \left\{ \dot{\mathbf{y}}_1 - \left(\frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}} \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_1 \right) \right\} \\ & + \frac{1}{2!} \Delta h_1 \left\{ \dot{\mathbf{y}}_2 - \left(\frac{\partial^2 \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}^2} \mathbf{x}_1 + 2 \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}} \mathbf{y}_1 + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_2 \right) \right\} \\ & + \frac{1}{3!} (\Delta h_1)^2 \left\{ \dot{\mathbf{y}}_3 - \left(\frac{\partial^3 \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}^3} \mathbf{x}_1 + 3 \frac{\partial^2 \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}^2} \mathbf{y}_1 + 3 \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}} \mathbf{y}_2 + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_3 \right) \right\} + \cdots = 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

を得る。よって $h_1 \rightarrow 0$ の極限において (4.10) 式に対応する 1 次の感度方程式

$$\dot{\mathbf{y}}_1 = \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial \lambda_{01}} \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_1 \quad (4.19)$$

が導かれる。

このように、 $h_1 \rightarrow 0$ の極限において、2 設定値系の状態方程式は 1 次の感度設計系の状態方程式に一致することが示された。

つぎに、2 つの設計法の評価関数の対応関数を検討する。さて、(4.13) 式より、1 次の感度設計法の評価関数 \hat{J} は

$$\hat{J} = {}_1\mathbf{z}^T(1) \cdot {}_1\mathbf{N} \cdot {}_1\mathbf{z}(1) + \int_0^1 ({}_1\mathbf{z}^T \cdot {}_1\mathbf{R} \cdot {}_1\mathbf{z} + v^2) d\tau \quad (4.20)$$

であるが、ここで

$$w_1 = {}_1\mathbf{z}^T(1) \cdot {}_1\mathbf{N} \cdot {}_1\mathbf{z}(1) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T(1) & \mathbf{y}_1^T(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1\mathbf{N}_{11} & \cdots & {}_1\mathbf{N}_{12} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ {}_1\mathbf{N}_{12}^T & \cdots & {}_1\mathbf{N}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(1) \\ \mathbf{y}_1(1) \end{bmatrix} \quad (4.21-1)$$

$$w_2 = {}_1\mathbf{z}^T \cdot {}_1\mathbf{R} \cdot {}_1\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \mathbf{y}_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1\mathbf{R}_{11} & \cdots & {}_1\mathbf{R}_{12} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ {}_1\mathbf{R}_{12}^T & \cdots & {}_1\mathbf{R}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{y}_1 \end{bmatrix} \quad (4.21-2)$$

とする。一方、感度関数 \mathbf{y}_1 の定義より

$$\mathbf{y}_1 = \left. \frac{\partial \mathbf{x}_1}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{01}} = \lim_{\Delta h_1 \rightarrow 0} \frac{\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1}{\Delta h_1} \quad (4.22)$$

と書けるので、これを (4.21) 式に代入すると

$$\begin{aligned}
w_2 &= \lim_{\Delta h_1 \rightarrow 0} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T & \frac{\mathbf{x}_2^T - \mathbf{x}_1^T}{\Delta h_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_1R_{11} & \vdots & {}_1R_{12} \\ \hdashline & & \\ {}_1R_{12}^T & \vdots & {}_1R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \frac{\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1}{\Delta h_1} \end{bmatrix} \\
&= \lim_{\Delta h_1 \rightarrow 0} \left[\mathbf{x}_1^T \left\{ {}_1R_{11} - \frac{{}_1R_{12} + {}_1R_{12}^T}{\Delta h_1} + \frac{{}_1R_{22}}{(\Delta h_1)^2} \right\} \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2^T \cdot \frac{{}_1R_{22}}{(\Delta h_1)^2} \cdot \mathbf{x}_2 \right. \\
&\quad \left. + \mathbf{x}_1^T \left\{ \frac{{}_1R_{12}}{\Delta h_1} - \frac{{}_1R_{22}}{(\Delta h_1)^2} \right\} \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_2^T \left\{ \frac{{}_1R_{12}^T}{\Delta h_1} - \frac{{}_1R_{22}^T}{(\Delta h_1)^2} \right\} \mathbf{x}_1 \right] \\
&= \lim_{\Delta h_1 \rightarrow 0} (\mathbf{x}_1^T \ \mathbf{x}_2^T) \begin{bmatrix} {}_1R_{11} - \frac{{}_1R_{12} + {}_1R_{12}^T}{\Delta h_1} + \frac{{}_1R_{22}}{(\Delta h_1)^2} & \vdots & \frac{{}_1R_{12}}{\Delta h_1} - \frac{{}_1R_{22}}{(\Delta h_1)^2} \\ \hdashline & & \\ \frac{{}_1R_{12}^T}{\Delta h_1} - \frac{{}_1R_{22}^T}{(\Delta h_1)^2} & \vdots & \frac{{}_1R_{22}}{(\Delta h_1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.23-1}$$

同様にして

$$w_1 = \lim_{\Delta h_1 \rightarrow 0} (\mathbf{x}_1^T(1) \ \mathbf{x}_2^T(1)) \begin{bmatrix} {}_1N_{11} - \frac{{}_1N_{12} + {}_1N_{12}^T}{\Delta h_1} + \frac{{}_1N_{22}}{(\Delta h_1)^2} & \vdots & \frac{{}_1N_{12}}{\Delta h_1} - \frac{{}_1N_{22}}{(\Delta h_1)^2} \\ \hdashline & & \\ \frac{{}_1N_{12}^T}{\Delta h_1} - \frac{{}_1N_{22}^T}{(\Delta h_1)^2} & \vdots & \frac{{}_1N_{22}}{(\Delta h_1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(1) \\ \mathbf{x}_2(1) \end{bmatrix} \tag{4.23-2}$$

を得る。

したがって、2 設定値系の評価関数 \tilde{J} [(4.4) 式] の重み係数行列 ${}_2M$, ${}_2Q$ を

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_2M_{11} = {}_1N_{11} - \frac{{}_1N_{12} + {}_1N_{12}^T}{\Delta h_1} + \frac{{}_1N_{22}}{(\Delta h_1)^2} \\ {}_2M_{12} = \frac{{}_1N_{12}}{\Delta h_1} - \frac{{}_1N_{22}}{(\Delta h_1)^2} \\ {}_2M_{22} = \frac{{}_1N_{22}}{(\Delta h_1)^2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} {}_2Q_{11} = {}_1R_{11} - \frac{{}_1R_{12} + {}_1R_{12}^T}{\Delta h_1} + \frac{{}_1R_{22}}{(\Delta h_1)^2} \\ {}_2Q_{12} = \frac{{}_1R_{12}}{\Delta h_1} - \frac{{}_1R_{22}}{(\Delta h_1)^2} \\ {}_2Q_{22} = \frac{{}_1R_{22}}{(\Delta h_1)^2} \end{array} \right. \quad (4.24)$$

とすれば

$$\hat{J} = \lim_{\Delta h_1 \rightarrow 0} \tilde{J} \quad (4.25)$$

となることが示される。

以上より重み係数行列に (4.24) 式の関係があれば、 $h_1 \rightarrow 0$ の極限において、すなわち、2 個の設計値を1 点に近づけていった極限において2 設定値系の設計法が1 次の感度設計法と一致することが示される。

一般の n 設定値系の設計法においても、重み係数行列を

$$\left\{ \begin{array}{l} {}_nM_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^n ({}_{k-1}G_i \cdot {}_{\ell-1}G_j \cdot {}_{n-1}N_{k\ell}) \\ {}_nQ_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{\ell=1}^n ({}_{k-1}G_i \cdot {}_{\ell-1}G_j \cdot {}_{n-1}R_{k\ell}) \end{array} \right. \quad (4.26)$$

ここで

$$\left\{ \begin{array}{ll} {}_jG_k = (-1)^p \left(\prod_{i=1}^{k-1} \frac{1}{\Delta h_i} \right) \times \left(\sum_{i_1=1}^k \sum_{i_2=i_1}^k \cdots \sum_{i_p=i_{p-1}}^k \frac{1}{\Delta h_{i_1} \Delta h_{i_2} \cdots \Delta h_{i_p}} \right) & \\ p = j - k + 1 & ; 2 \leq k \leq j \\ {}_jG_k = (-1)^j \left(\frac{1}{\Delta h_1} \right)^j & ; k = 1 \\ {}_jG_k = \frac{1}{\Delta h_1 \Delta h_2 \cdots \Delta h_j} & ; k = j + 1 \\ {}_jG_k = 0 & ; k \geq j + 2 \end{array} \right. \quad (4.27)$$

のようにとれば、 n 個の設計値を1点に近づけていった極限において、 $(n-1)$ 次の感度設計法に一致することが帰納法によって証明できる。したがって、複数設定値系の設計法は感度設計法を含む、より一般的な設計法であるといえる。

4.5 プリンタ・キャリッジ送り機構への応用

4.5.1 キャリッジ送り機構の動特性

プリンタ・キャリッジ送り機構の概略図を図4.7に示すが、印字機構部を搭載したキャリッジはロープ系を介してサーボモータによって駆動される。図4.8は実際のキャリッジ送り機構の周波数特性を示したものであるが、ロープ系の弾性により概ね1自由度の振動特性を示しており、高速で高精度な位置決めを実現するためには、キャリッジおよびロープ系よりなる負荷系を1自由度振動系として取扱う必要がある。⁴⁵⁾

さて、キャリッジの変位 X_1 、速度 V_1 、モータの角変位 θ_m 、角速度 ω_m 、電流 i および入力電圧 e に対する無次元量 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 、 u および v を

$$\begin{cases} x_1(\tau) = \frac{X_1(t)}{X_0}, & x_2(\tau) = \frac{T \cdot V_1(t)}{X_0}, & x_3(\tau) = \frac{r \cdot \theta_m(t)}{2X_0} \\ x_4(\tau) = \frac{rT \cdot \omega_m(t)}{2X_0}, & u(\tau) = \frac{rK_T T^2}{2J_m X_0} i(t), & v(\tau) = \frac{rK_T T^2}{2R J_m X_0} e(t) \end{cases} \quad (4.28)$$

とし、状態ベクトル $\mathbf{x}(\tau)$ を

$$\mathbf{x}(\tau) = [x_1(\tau), x_2(\tau), x_3(\tau), x_4(\tau), u(\tau)]^T$$

とすれば、キャリッジ送り機構の状態方程式および初期条件はそれぞれ(2.3)、(2.4)式で表わされる。ここで、 X_0 はキャリッジの位置決め距離、 T は位置決め時間、 r はモータのプーリー半径である。また、行列 \mathbf{A} およびベクトル \mathbf{b} の各無次元パラメータの定義式(2.2)において、 J_1 はキャリッジの等価慣性モーメント、 k はロープ系の等価ねじりばね定数、 c_1 はキャリッジの等価粘性係数とする。ここで、キャリッジの質量 m 、ロープ系のばね定数 k^0 、キャリッジの粘性減衰係数 c_1^0 とすれば

$$J_1 = \frac{mr^2}{4}, \quad k = \frac{k^0 r^2}{4}, \quad c_1 = \frac{c_1^0 \cdot r^2}{4} \quad (4.29)$$

である。

表4.1はキャリッジ送り機構の定数を示したものである。

ここで、ロープ系のばね定数 k^0 は、キャリッジおよびロープ系よりなる負荷系を1自由度振動系と仮定して、図4.8の周波数特性より求めている。キャリッジ位置により、キ

キャリッジの質量 m には $\pm 2.5\%$ 、ロープ系のばね定数 k^0 には10%程度の差が見られる。

表4.1 プリンタ・キャリッジ送り機構の定数

キャリッジの質量 m	中 央	1 1 6 0	g
	右 端	1 1 3 2	g
	左 端	1 1 8 7	g
ロープ系のばね定数 k^0	中 央	3.71×10^5	N/m
	右 端	4.08×10^5	N/m
	左 端	4.02×10^5	N/m
キャリッジの粘性減衰係数 c_L^0		2 6	N · s / m
モータのプーリー半径 r		1 9.4	mm
モータの慣性モーメント J_m		1 0 3 0	g · cm ²
モータの粘性減衰係数 c_m		4.9×10^{-4}	N · m · s / rad
モータのトルク定数 K_T		0.1 3 2	N · m / A
モータの起動電圧定数 K_E		0.1 3 2	V · s / rad
モータの抵抗 R		1.1 0	Ω
モータのインダクタンス L		0.4 5	mH

4.5.2 複数設定値系による位置決め制御

キャリッジ送り機構のロープ系のばね定数 k^0 は表4.1に示すように、キャリッジ位置によって10%程度変化する。また、位置決め制御系の設計時に正確な値を把握することも困難であるし、経時的な変化も予想される。そこで、ここでは、キャリッジ送り機構の位置決め制御にパラメータ変動に強い複数設定値系の設計法を適用した結果を示す。

さて、位置決め時間を $T=12\text{ms}$ とすると、キャリッジ位置が中央の場合のばね定数 k の値に対して $\lambda=1.55$ である。そこで、 $\lambda_{01}=1.45$ 、 $\lambda_{02}=1.60$ 、 $\lambda_{03}=1.75$ を設定値とする3設定値系を用いて位置決め制御系を設計した。

図4.9(a)は3設定値系の残留振動特性を示したものであるが、 $\lambda=1.45\sim 1.9$ の比較的広い範囲で残留振動を $\varepsilon_L < 0.015$ 、 $\varepsilon_m < 0.015$ とすることができ、図4.9(b)の1設定値系に比べて、 λ の変動に強い位置決め制御系となっていることがわかる。なお、3設定値

系はモータの状態フィードバックを含む形で設計されており、フィードバック係数 k は

$$k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -24.2 & -9.71 & -0.63 \end{bmatrix}$$

である。

この3設定値系を用いて、キャリッジ送り機構の高速な位置決め制御 ($T=12\text{ms}$, $X_0=2.54\text{mm}$) を行った際の位置決め軌道を図4.10に示すが、計算値と実測値は比較的よく一致している。また、位置決め精度も良好で、キャリッジの位置によらず、 $\varepsilon_l < 0.03$, $\varepsilon_m < 0.03$ とすることができた。

4.6 まとめ

機構系の高速な位置決めを実現しようとする、系のパラメータ変動が大きな問題となる。このため、本章では、パラメータ変動に強い位置決め制御系の設計法について検討を行った。

まず、パラメータ変動に強い位置決め制御系の設計法として、複数設定値系の設計法を示し、この設計法が比較的広い範囲のパラメータ変動に対して有効であることを計算、実験の両面から確認した。また、この複数設定値系の設計法が n 個の設計値を1点に近づけていった極限において $(n-1)$ 次の感度設計法に一致することを明らかにし、従来の感度設計法を含むより一般的な設計法であることを示した。

さらに、3設定値系を適用して、実際のプリンタ・キャリッジ送り機構の高速位置決めを行ったところ、 $\varepsilon_l < 0.03$, $\varepsilon_m < 0.03$ の良好な位置決め精度が得られ、その効果を実証することができた。

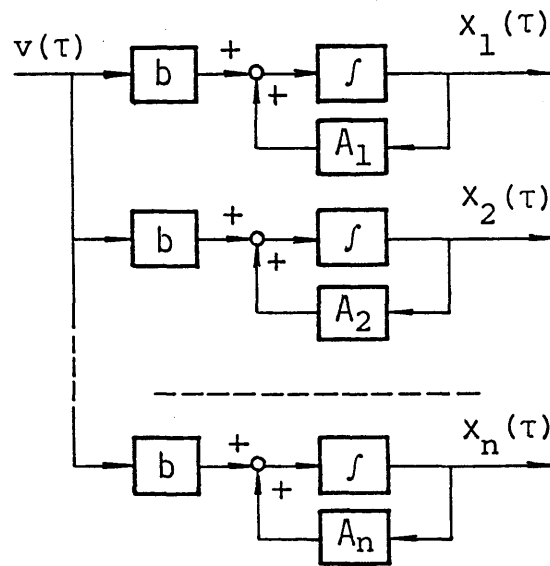


図4.1 拡大系のブロック図
(位置決め機構の並列結合系)

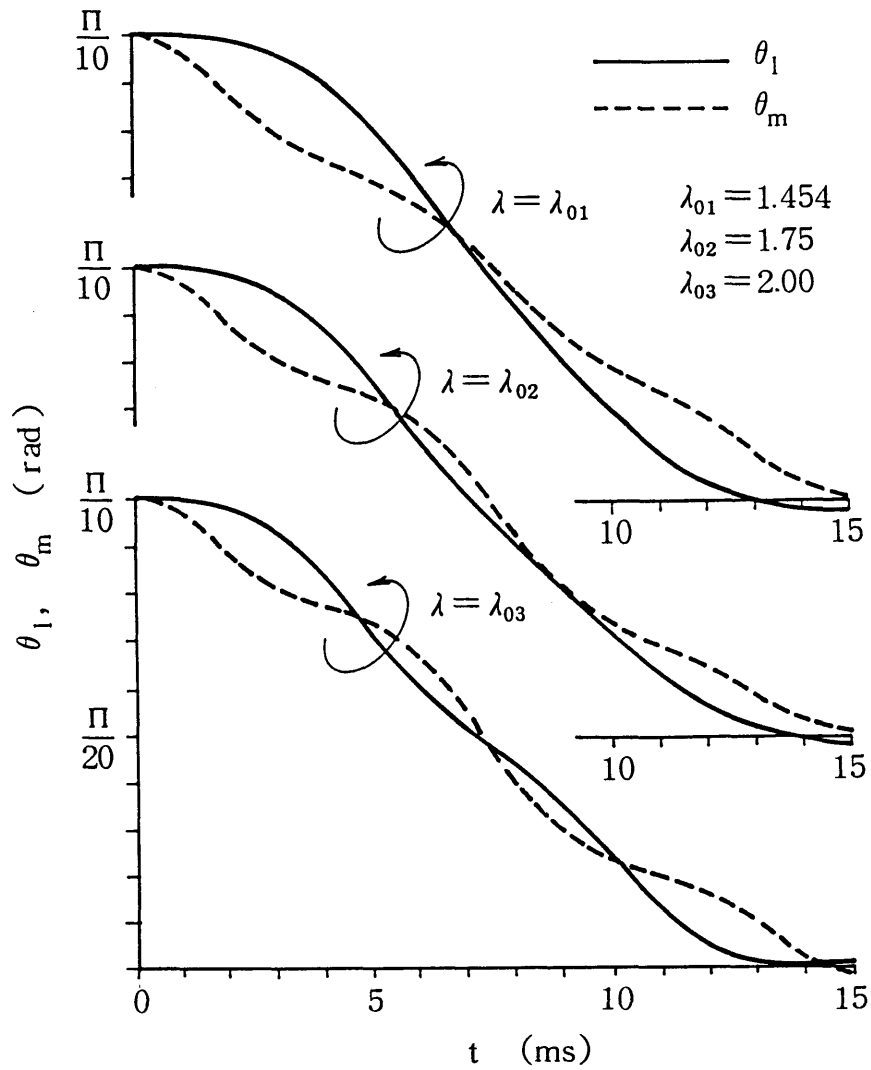


図4.2 3 設定値系の位置決め軌道

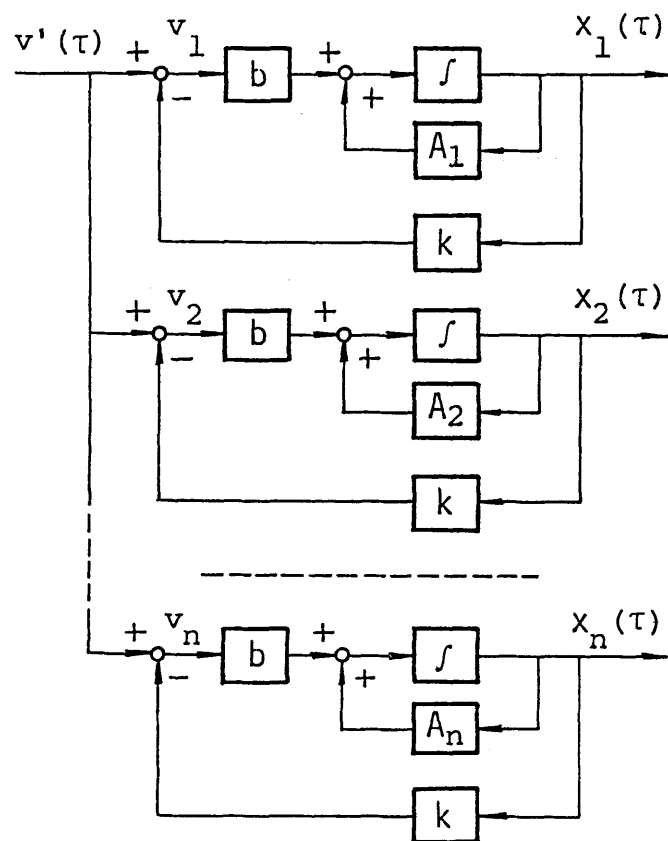


図4.3 フィードバックをもつ拡大系のブロック図
(フィードバックを施した位置決め機構の並列結合系)

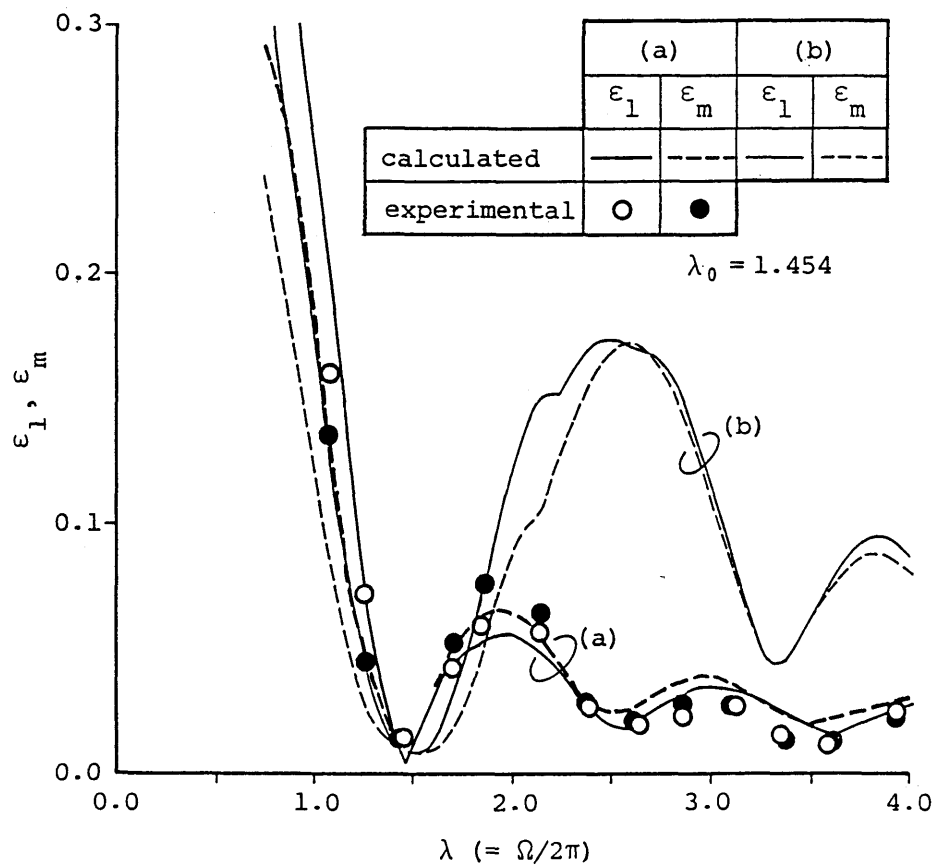


図4.4 振動負荷系の残留振動特性
 (フィードフォワード系; $\lambda_0 = 1.454$)
 (a) 1 設定値系 (パラメータ変動を考慮しない系)
 (b) 2 次の感度設計系

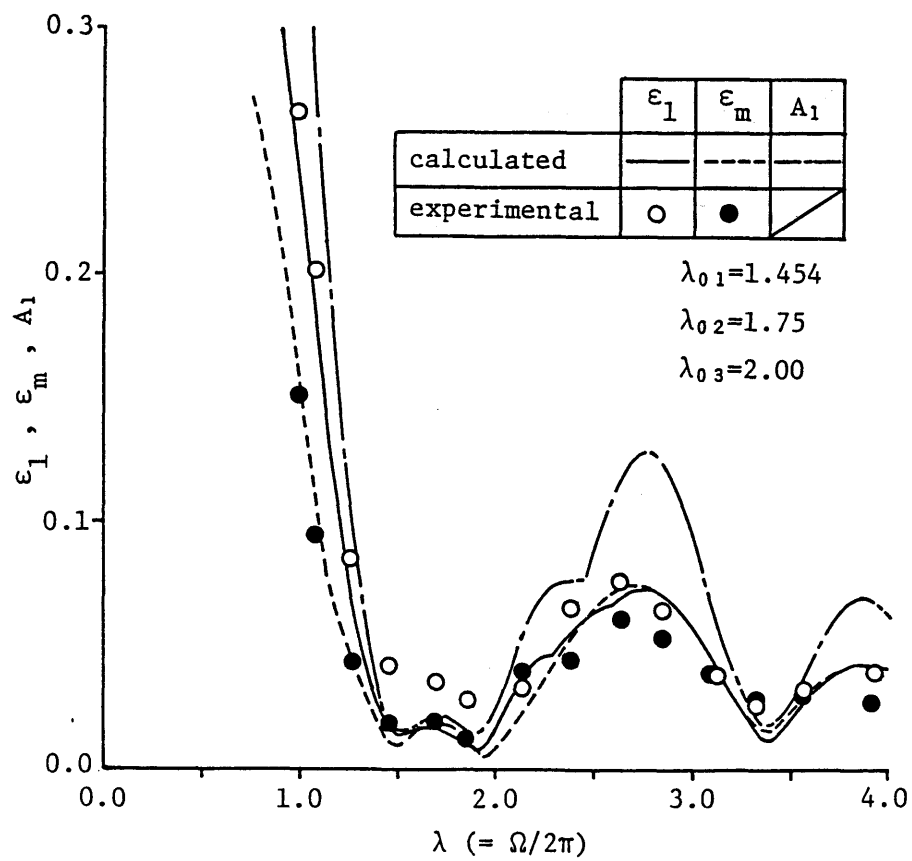


図4.5 振動負荷系の残留振動特性
 — フィードフォワードの3設定値系 —

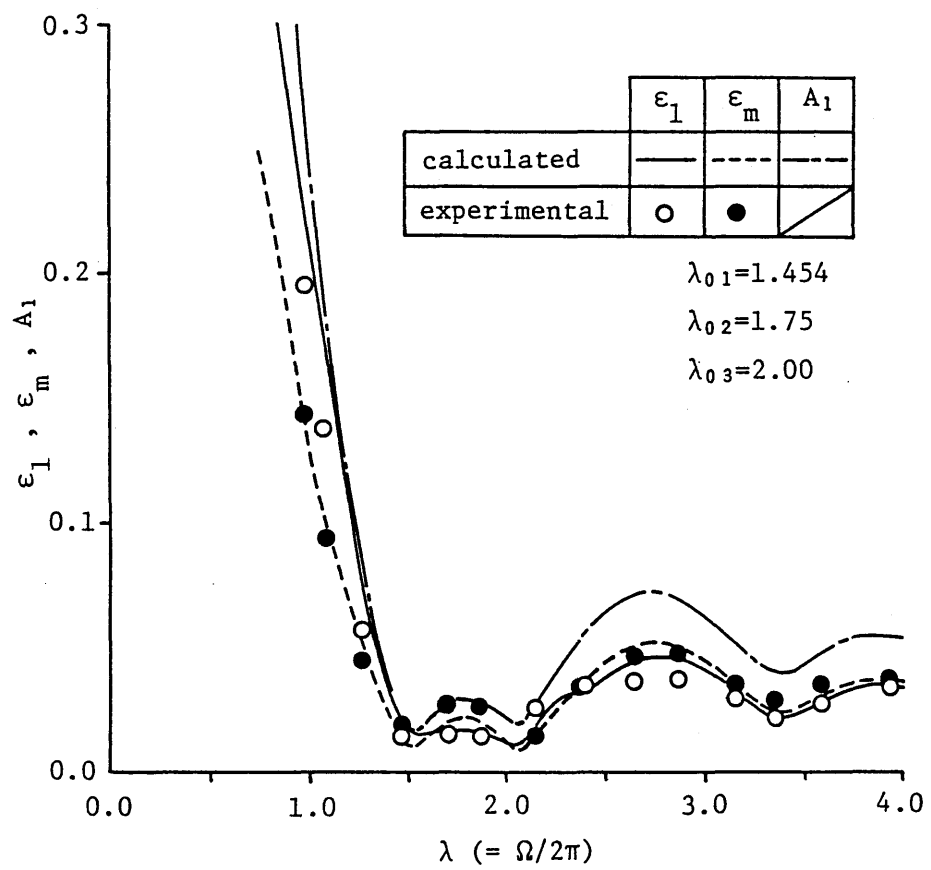


図4.6 振動負荷系の残留振動特性
 — 定係数フィードバックをもつ3設定値系 —

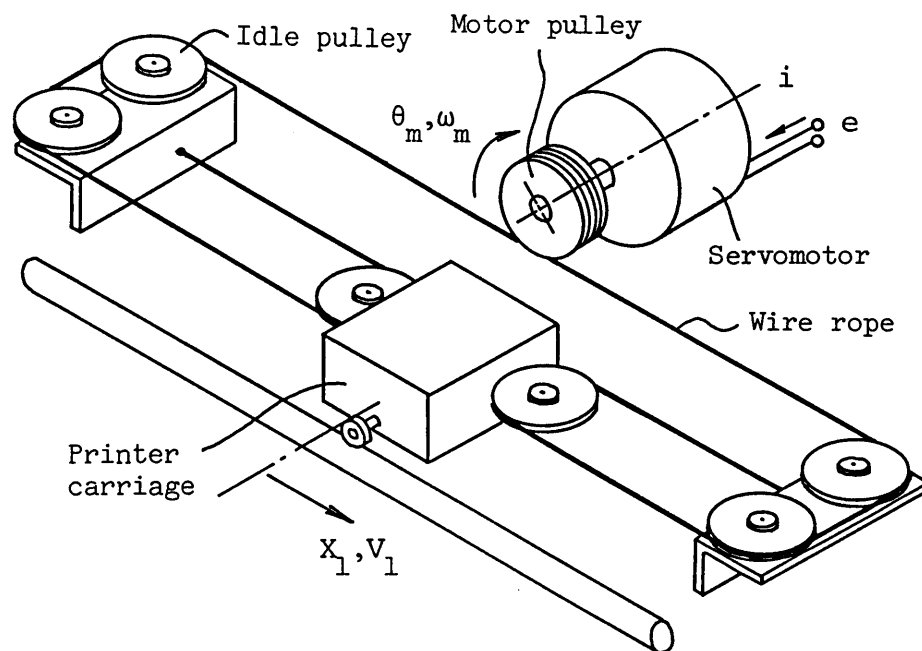


図4.7 プリンタ・キャリッジ送り機構の概略図

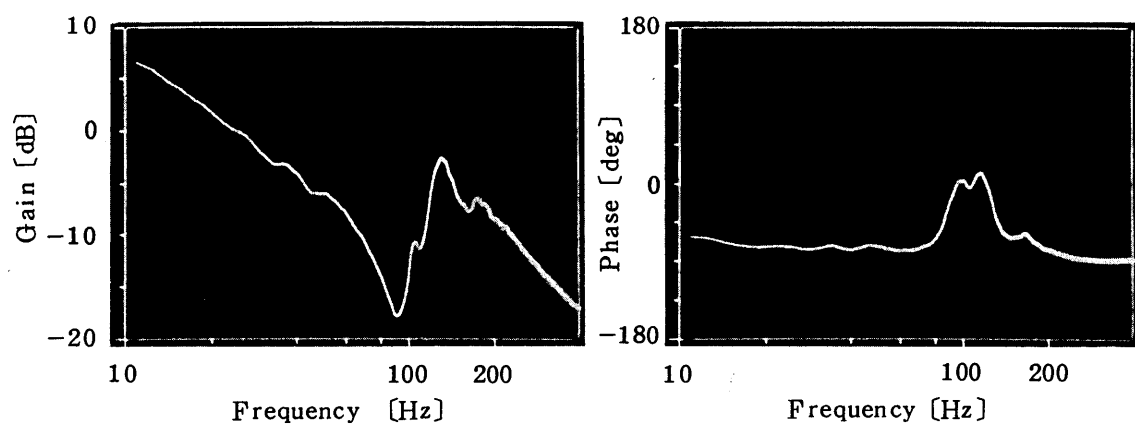
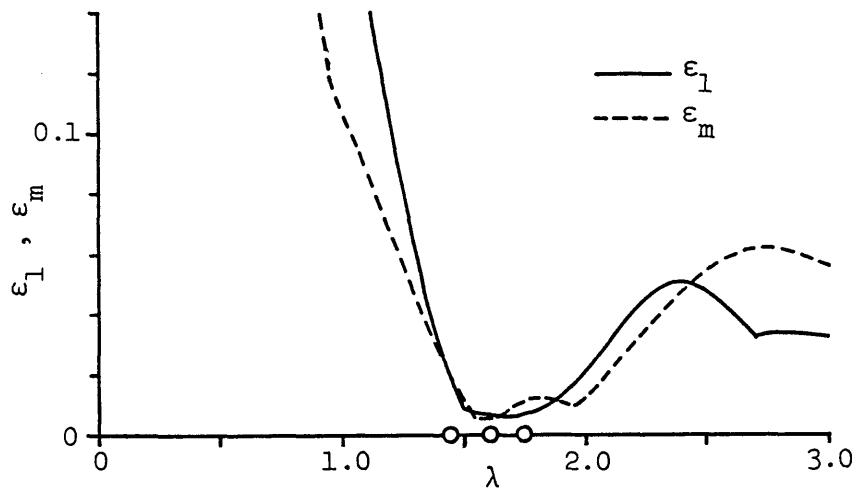
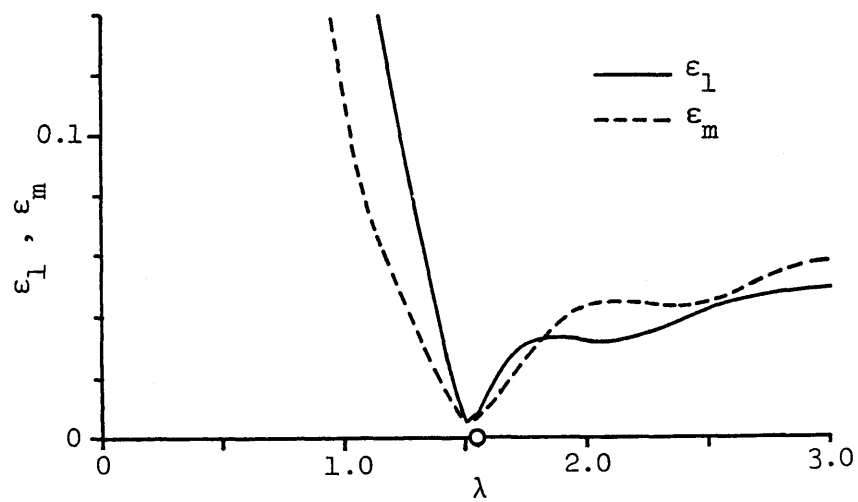


図4.8 プリンタ・キャリッジ送り機構の周波数特性 $\omega_m(s)/i(s)$

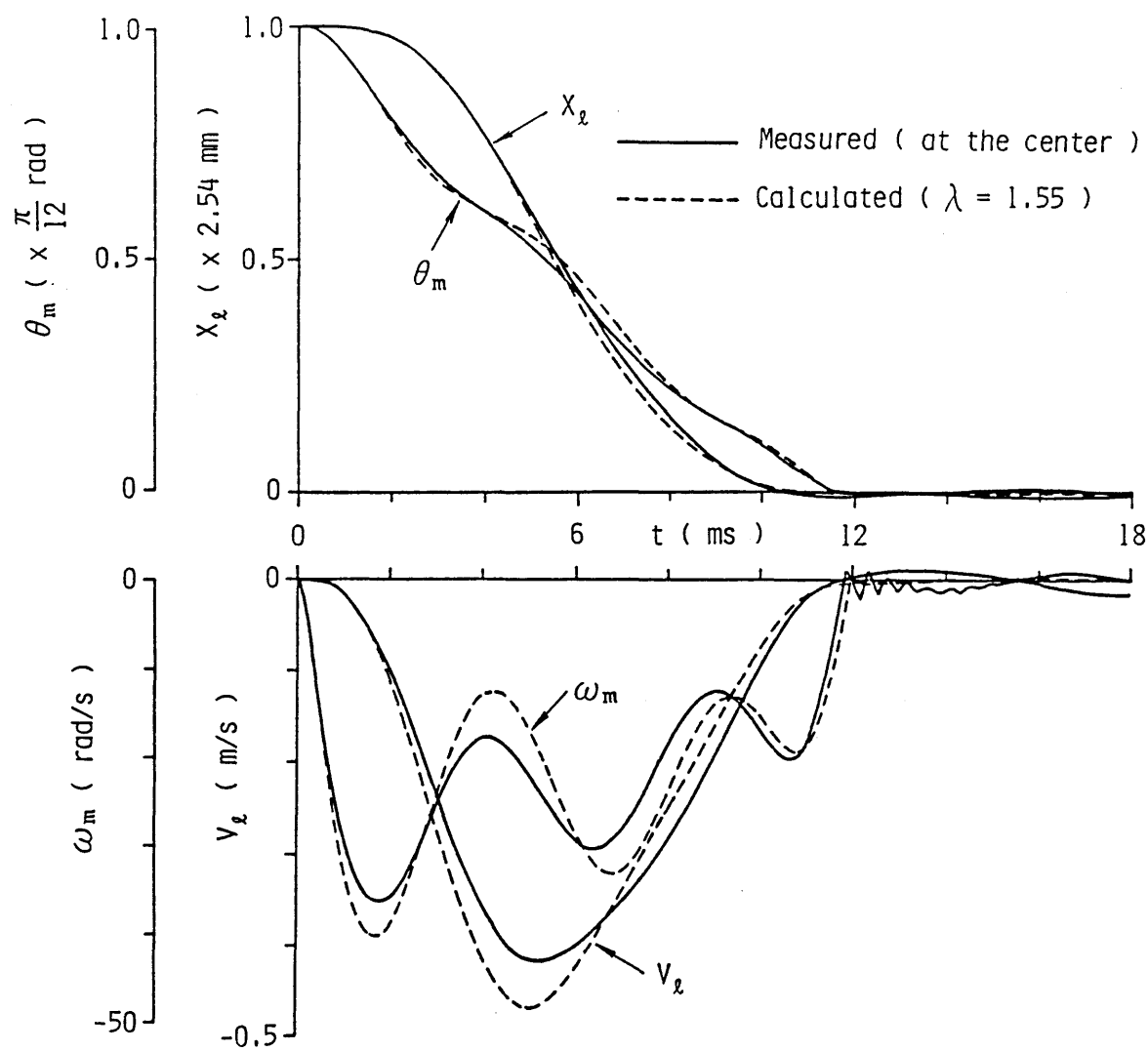


(a) System with 3 design points



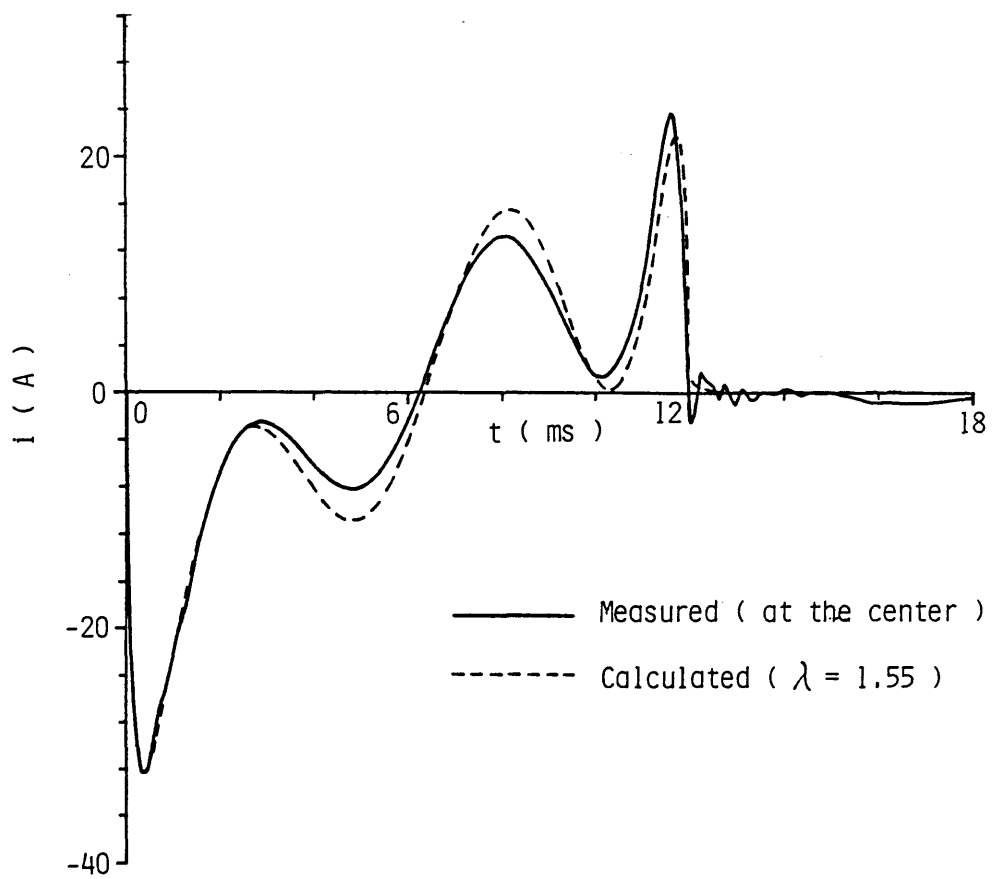
(b) System with 1 design point

図4.9 キャリッジ送り機構の残留振動特性(計算値)
 (a) 3設定値系; $\lambda_o = 1.45, 1.60, 1.75$
 (b) 1設定値系; $\lambda_o = 1.55$

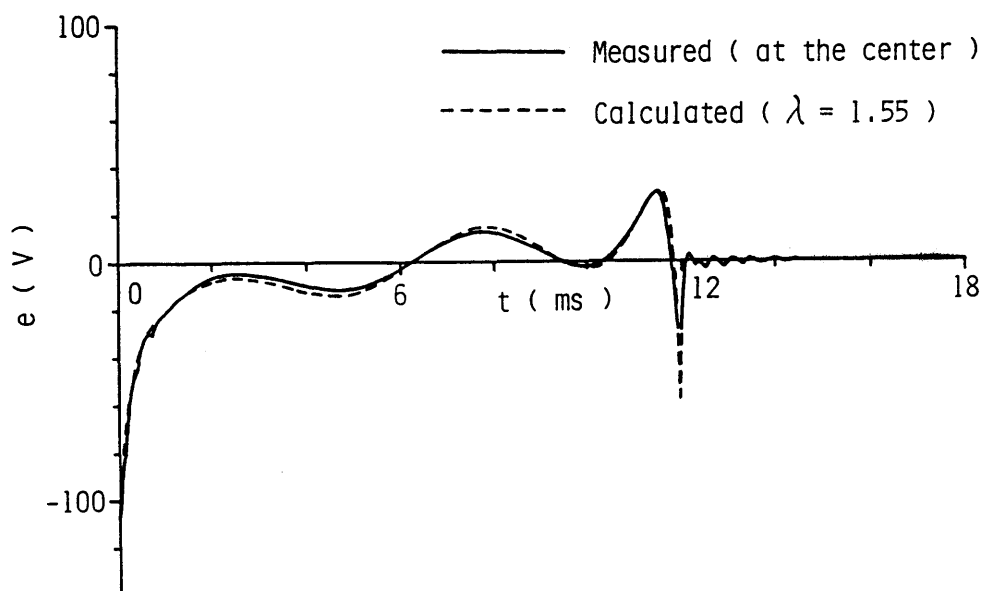


(a) Displacements X_l, θ_m and velocities V_l, ω_m

図4.10 複数設定値系によるプリンタ・キャリッジ送り機構の位置決め制御



(b) Current i



(c) Input voltage e

図4.10 複数設定値系によるプリンタ・キャリッジ送り機構の位置決め制御

第5章 オブザーバを用いた高速位置決め制御^{46), 47)}

5.1 まえがき

これまで述べたように、高速でかつ高精度な位置決め制御を実現するには、位置信号や速度信号などの系の状態信号を正確に検出し、フィードバックすることが基本となる。しかしながら、情報機器をはじめとする実際の機械装置では、高精度なエンコーダやタコジェネレータなどの検出器を多数実装すると、装置の容積や価格の点で不利となり、動特性の点でも問題が生じてくる。このような観点から、実際の装置では、スムーザ^{48), 49)}や電子タコメータ⁵⁰⁾などの電気回路的な手段で、状態信号の高精度な検出を実現している。一方、現代制御理論ではオブザーバ¹⁶⁾やカルマン・フィルタ¹⁷⁾などの推定理論がほぼ確立されているが、高速な位置決め制御への応用例^{49), 50)}はまだ少ない。

本章では、上記の観点から、サーボモータ系の高速位置決め制御にオブザーバを適用した結果を述べる。まず、5.2節でサーボモータ系の可観測性と n 次元オブザーバの基礎理論をまとめ、5.3節では高速な状態推定を行うために試作した離散時間オブザーバ回路の概要を述べる。次に、5.4節では1自由度振動負荷系をもつサーボモータ系の位置決め制御にオブザーバを適用した結果を示す。さらに、5.5節では実際のプリンタ・キャリッジ送り機構の高速な位置決め制御にオブザーバを適用した結果を示す。

5.2 サーボモータ系の状態推定の基礎

5.2.1 サーボモータ系の可観測性

一般に、サーボモータ系の状態方程式および出力方程式はそれぞれ、次の(5.1)、(5.2)式で表わされる。

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{b}v(\tau) \quad (5.1)$$

$$\mathbf{y}(\tau) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\tau) \quad (5.2)$$

ここで、 $\mathbf{x}(\tau)$ は状態変数ベクトル、 $\mathbf{y}(\tau)$ は観測出力ベクトル、 $v(\tau)$ は入力であり、 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 、 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ 、 $v \in \mathbb{R}^1$ 、 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ 、 $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ とする。

上記のサーボモータ系に対してオブザーバを構成するとき、オブザーバの極配置が任意に設定でき、推定誤差の収束を理論上はいくらでも早くできるための必要十分条件は、サーボモータ系が可観測であることである。サーボモータ系が可観測であるための必要十分条件は

$$\text{rank } O = n \quad (5.3)$$

である。ただし、行列 O は次式で定義される $n \times n$ 行列であり、可観測行列と呼ばれる。

$$O \triangleq \begin{bmatrix} C \\ C A \\ \vdots \\ C A^{n-1} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

以下では具体的なサーボモータ系について、その可観測性を検討した結果まとめておく。なお、可観測性の検討は連続時間系について行ったが、離散時間系としても同様である。

(1) 剛体負荷系の可観測性

図2.3 にブロック図を示すようにサーボモータによって駆動される負荷系が剛体とみなせるとき、状態方程式(5.1)の行列 A およびベクトル b は

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{\eta}{1+\alpha} & \frac{1}{1+\alpha} \\ 0 & -\frac{1}{\tau_e \tau_m} & -\frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

と表わされる。

また、出力方程式(5.2)の行列 C は一般性を失うことなく

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix}, \quad c_i = 0 \text{ or } 1 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5.6)$$

と表わすことができる。

したがって、可観測行列 O は(5.4)～(5.6)式より

$$0 = \left[\begin{array}{ccc} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \\ \hline 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -c_2 \cdot \frac{\eta}{1+\alpha} & c_2 \cdot \frac{1}{1+\alpha} \\ 0 & -c_3 \cdot \frac{1}{\tau_e \tau_m} & -c_3 \cdot \frac{1}{\tau_e} \\ \hline 0 & -c_1 \cdot \frac{\eta}{1+\alpha} & c_1 \cdot \frac{1}{1+\alpha} \\ 0 & \frac{c_2}{1+\alpha} \left(\frac{\eta^2}{1+\alpha} - \frac{1}{\tau_e \tau_m} \right) & -\frac{c_2}{1+\alpha} \left(\frac{\eta}{1+\alpha} + \frac{1}{\tau_e} \right) \\ 0 & c_3 \cdot \frac{1}{\tau_e \tau_m} \left(\frac{\eta}{1+\alpha} + \frac{1}{\tau_e} \right) & c_3 \cdot \frac{1}{\tau_e} \left\{ \frac{1}{\tau_e} - \frac{1}{(1+\alpha) \tau_m} \right\} \end{array} \right] \quad (5.7)$$

となる。これより、 $c_i = 0$ あるいは1 ($i = 1, 2, 3$)として可観測性を検討すると表5.1の結果を得る。したがって、サーボモータ系が可観測であるための必要十分条件は角変位 θ が検出されることである。

(2) 1 自由度振動負荷系の可観測性

負荷系の機械的な振動特性を考慮するため、図2.2 にブロック図を示すように負荷系を1自由度振動系にモデル化したとき、状態方程式(5.1) の行列Aおよびベクトルbは

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{4\pi^2\lambda^2}{1+\alpha} & -\eta_l & \frac{4\pi^2\lambda^2}{1+\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{4\pi^2\alpha\lambda^2}{1+\alpha} & 0 & -\frac{4\pi^2\alpha\lambda^2}{1+\alpha} & -\eta_m & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_e\tau_m} & -\frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{b} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} \tag{5.8}
 \end{aligned}$$

と表される。

1 自由度振動負荷系をもつサーボモータ系の可観測性も、剛体負荷系をもつサーボモータ系の可観測性と同様に、一般的に検討することができるが、ここでは出力方程式(5.2) の行列Cのいくつかの場合について検討した結果を表5.2 にまとめて示す。表5.2 より、負荷の角変位 θ_l か、あるいはサーボモータの角変位 θ_m のいずれかが検出されれば、サーボモータ系が可観測であることがわかる。

表5.1 剛体負荷系の可観測性

m	観 測 状 態 量			rankO	可観測 ○ 非可観測 ×
	θ_m [x_1]	ω_m [x_2]	i [u]		
3	○	○	○	3	○
2	○	○		3	○
	○		○	3	○
		○	○	2	×
1	○			3	○
		○		2	×
			○	2	×

表5.2 1自由度振動負荷系の可観測性

m	観 測 状 態 量					rankO	可観測 ○ 非可観測 ×
	θ_l [x_1]	ω_l [x_2]	θ_m [x_3]	ω_m [x_4]	i [u]		
3			○	○	○	5	○
2	○	○				5	○
			○	○		5	○
			○		○	5	○
				○	○	4	×
1	○					5	○
		○				4	×
			○			5	○
				○		4	×
					○	4	×

5.2.2 n次元状態オブザーバの構成

(1) 連続時間系のn次元状態オブザーバ

(5.1), (5.2)式の連続時間系で表現されるサーボモータ系に対するルーエンバーガー(Luenberger)のn次元状態オブザーバの構成は次式となる。

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(\tau) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(\tau) + \mathbf{b}v(\tau) + \mathbf{K}(\mathbf{y}(\tau) - \hat{\mathbf{y}}(\tau)) \quad (5.9)$$

ここで, $\hat{\mathbf{x}}(\tau)$ は状態変数ベクトル $\mathbf{x}(\tau)$ の推定値, $\hat{\mathbf{y}}(\tau)$ は観測出力ベクトル $\mathbf{y}(\tau)$ の推定値, \mathbf{K} はオブザーバのゲイン行列であり, $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$, $\hat{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ である。

オブザーバの推定誤差 $\boldsymbol{\varepsilon}(\tau)$ を

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\tau) = \mathbf{x}(\tau) - \hat{\mathbf{x}}(\tau) \quad (5.10)$$

とすれば, (5.1), (5.9)式より誤差方程式は

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(\tau) = \hat{\mathbf{A}}\boldsymbol{\varepsilon}(\tau), \quad \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C} \quad (5.11)$$

となる。したがって, 行列 $\hat{\mathbf{A}}$ の固有値がすべて安定になるように, オブザーバのゲイン行列 \mathbf{K} を選べば, $\tau \rightarrow \infty$ で $\boldsymbol{\varepsilon}(\tau) \rightarrow \mathbf{0}$ となり, 推定誤差 $\boldsymbol{\varepsilon}(\tau)$ は収束する。一般に, サーボモータ系が可観測であれば, 行列 \mathbf{K} を適当に選んで, 行列 $\hat{\mathbf{A}}$ の固有値を任意に設定できる。

(2) 離散時間系のn次元状態オブザーバ

連続時間系の状態方程式 (5.1), 出力方程式 (5.2) で表現されるサーボモータ系が, 計算機などによりデジタル制御されるとき, サンプルング周期を Δ とすると, 離散時間系の状態方程式, 出力方程式はそれぞれ,

$$\mathbf{x}(i+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(i) + \mathbf{b}_d v(i) \quad (5.12)$$

$$\mathbf{y}(i) = \mathbf{C} \mathbf{x}(i) \quad (5.13)$$

となる。ここで, \mathbf{A}_d , \mathbf{b}_d は推移行列 $\Phi(\tau)$ を用いて次のように表わされる。

$$\begin{cases} \mathbf{A}_d = \Phi(\Delta) = e^{\mathbf{A}\Delta} \\ \mathbf{b}_d = \left(\int_0^\Delta \Phi(\tau) d\tau \right) \cdot \mathbf{b} = \left(\int_0^\Delta e^{\mathbf{A}\tau} d\tau \right) \cdot \mathbf{b} \end{cases} \quad (5.14)$$

さて, (5.12), (5.13)のように, 離散時間系として表現されたサーボモータ系に対するn次元状態オブザーバも, 連続時間系の場合と同様に

$$\hat{\mathbf{x}}(i+1) = \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{x}}(i) + \mathbf{b}_d v(i) + \mathbf{K}_d (\mathbf{y}(i) - \hat{\mathbf{y}}(i)) \quad (5.15)$$

で与えられる。ここで、推定誤差 $\varepsilon(i)$ を

$$\varepsilon(i) = \mathbf{x}(i) - \hat{\mathbf{x}}(i) \quad (5.16)$$

とすれば、誤差方程式は(5.12), (5.14)式より

$$\varepsilon(i+1) = \hat{\mathbf{A}}_d \varepsilon(i), \quad \hat{\mathbf{A}}_d = \mathbf{A}_d - \mathbf{K}_d \mathbf{C} \quad (5.17)$$

となる。したがって、行列 $\hat{\mathbf{A}}_d$ の固有値 Z_k ($k = 1, 2, \dots, n$) がすべて

$|Z_k| < 1$ を満足するようにオブザーバのゲイン行列 \mathbf{K}_d を選べば、 $i \rightarrow \infty$ で $\varepsilon(i) \rightarrow 0$ となり、推定誤差 $\varepsilon(i)$ は収束する。

このように、離散時間系についても連続時間系とはほぼ同様の手順で n 次元オブザーバを実現することができる。しかしながら、連続時間系から離散時間系への変換を解析的に行うことは困難であり、一般には数値計算によって(5.14)式の \mathbf{A}_d , \mathbf{b}_d を求めることとなる。数値計算の手法としては、次式による収束計算法が最も実際的であると思われる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A} \Delta} = \mathbf{I} + \Delta \mathbf{A} + \frac{\Delta^2}{2!} \mathbf{A}^2 + \frac{\Delta^3}{3!} \mathbf{A}^3 + \dots \\ \mathbf{b}_d = \left(\int_0^\Delta e^{\mathbf{A} \tau} d\tau \right) \cdot \mathbf{b} \\ \quad = \left(\mathbf{I} + \frac{\Delta}{2!} \mathbf{A} + \frac{\Delta^2}{3!} \mathbf{A}^2 + \frac{\Delta^3}{4!} \mathbf{A}^3 + \dots \right) \cdot \Delta \mathbf{b} \end{array} \right. \quad (5.18)$$

5.3 離散時間オブザーバ回路の概要

ここではサーボモータ系の高速位置決め制御を行うために試作した離散時間オブザーバ回路の概要を示す。このオブザーバ回路はサーボモータ系の状態推定を行うとともに、状態量の実測値あるいは推定値を用いてサーボモータ系の制御入力を計算する機能をもっている。図5.1 は、1自由度振動負荷系をもつサーボモータ系の状態推定が実現できるオブザーバ回路のブロック図を示しているが、計算精度を上げるため、(5.15)式を書き直した下記の(5.19)式に基づいて推定値 $\hat{\mathbf{x}}(i)$ の計算を行っている。すなわち、 i 時点の推定値 $\hat{\mathbf{x}}(i)$ 、観測値 $\hat{\mathbf{y}}(i)$ 、入力 $v(i)$ より変化分 $\delta \hat{\mathbf{x}}(i)$ を計算し、 $\hat{\mathbf{x}}(i)$ に加算することによって $(i+1)$ 時点の推定値 $\hat{\mathbf{x}}(i+1)$ を計算している。なお、剛体負荷系をもつサーボモータ系のオブザーバも図5.1のブロック図の一部を用いれば実現できる。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}(i+1) = \hat{\mathbf{x}}(i) + \delta \hat{\mathbf{x}}(i) \\ \delta \hat{\mathbf{x}}(i) = (\mathbf{A}_d - \mathbf{I}) \hat{\mathbf{x}}(i) + \mathbf{b}_d v(i) + \mathbf{K}_d (\mathbf{y}(i) - \hat{\mathbf{y}}(i)) \end{cases} \quad (5.19)$$

さて、図5.2 はオブザーバ回路の具体的な構成を示したものである。オブザーバ回路は制御回路部、入力回路部、出力回路部、演算回路部などからなる。入力回路部ではパルス信号2点（エンコーダからの変位信号 x_1 , x_3 ），アナログ信号4点（タコジェネからの速度信号 x_2 , x_4 , モータの電流 u , モータの制御入力 v ）をとり込むことができる。出力回路部では推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ あるいは推定誤差 ϵ をモニタ用にアナログ信号として出力する他、サーボモータ系への制御入力 v をアナログ信号として出力する。

一方、演算回路部では2個の並列乗算器と加算器などにより、図5.1 のブロック図の計算を行う。ここで、オブザーバの各定数 \mathbf{A}_d , \mathbf{b}_d , \mathbf{K}_d , 推定初期値 $\hat{\mathbf{x}}(0)$ および制御入力の計算に必要なフィードバック係数 k_c などは操作パネルあるいはミニコンからオンラインで任意の値をメモリに設定することができる。

このオブザーバ回路では2個の並列乗算器を用い、さらにAD変換、演算処理、データラッチ、DA変換等のシーケンスの制御信号を制御回路部のP-ROMで発生することにより高速化をはかり、図5.1 のブロック図の計算を $100\mu s$ で実現できるようにした。また、P-ROMのプログラムを変更すれば、ブロック図を変更することも可能である。

図5.3 はオブザーバ回路の動作を確認するため、1自由度振動負荷系をもつサーボモータ系に対して負荷系の状態量 $x_1(i)$, $x_2(i)$ を推定するオブザーバを構成し、推定誤差 $\epsilon(i)$ が収束する様子を検討したものである。ここで、オブザーバの極配置は

$$Z = 0.37, \quad 0.98 \pm 0.03j, \quad -0.13 \pm 0.14j$$

とし、推定誤差の初期値 $\epsilon(0)$ は

$$\epsilon(0) = [0.5 \quad -0.5 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

とした。

図より、計算値と実験値は良く一致しており、高速な状態推定を行うオブザーバ回路が実現できたと言える。

5.4 サーボモータ系の状態推定と位置決め制御

第2章に示したように、サーボモータ系の状態量 $X(i)$

$$X(i) = [\theta_1(i), \omega_1(i), \theta_m(i), \omega_m(i), i(i)]^T$$

がすべて検出できれば最適レギュレータを構成することによって高速な位置決めが実現できる。しかしながら、実際のサーボモータ系では状態量のすべてを検出することは困難であり、オブザーバなどによる状態量の推定が必要とされる。ここで、オブザーバを位置決め制御に用いる場合には、推定初期値 $\hat{X}(0)$ を位置決め開始時にかなり正確に与えることができ、推定誤差の初期値 $\delta(0) = X(0) - \hat{X}(0)$ をほぼ0とできるので、オブザーバは主に外乱等によって生じる推定誤差 $\delta(i) = X(i) - \hat{X}(i)$ を減衰させることとなる。ここでは、前節で示した負荷系の角変位 θ_1 と角速度 ω_1 を推定する n 次元オブザーバを、第2章に示した1自由度振動負荷系をもつサーボモータ系の位置決め制御に適用した結果を示す。

図5.4は、固有振動周期 $T_0 = 13.9\text{ms}$ のサーボモータ系を、実測値 $X(i)$ を用いた時変係数フィードバック系によって、位置決め時間 $T = 16\text{ms}$ で高速に位置決めした場合について、状態量の実測値 $X(i)$ と推定値 $\hat{X}(i)$ を比較して示したものである。また、図5.5は各状態量の推定誤差 $\delta(i)$ を示したものである。ここで、 n 次元オブザーバの極配置は、前節と同じく

$$Z = 0.37, \quad 0.98 \pm 0.03j, \quad -0.13 \pm 0.14j$$

であり、推定初期値 $\hat{X}(0) = X(0)$ となっている。図5.4、図5.5より、電流 i が急激に変化する位置決め開始と終了で推定誤差が大きくなっているが、推定結果は概ね良好である。

つぎに、同じ位置決め制御をオブザーバの推定値を用いて行って結果を示す。表5.3は、負荷系の状態量として推定値 $\hat{\theta}_1$ 、 $\hat{\omega}_1$ を用いて位置決めを行った場合の位置決め精度を、実測値 θ_1 、 ω_1 を用いた場合と比較して示したものである。ただし、位置決め精度の評価には第3章で示した負荷およびモータの残留振動振幅 ε_1 、 ε_m を用いており、

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_l = \max_{t \geq T} \left| \frac{\theta_l(t)}{\theta_0} \right| = \max_{\tau \geq 1} |x_1(\tau)| \\ \varepsilon_m = \max_{t \geq T} \left| \frac{\theta_m(t)}{\theta_0} \right| = \max_{\tau \geq 1} |x_3(\tau)| \end{array} \right. \quad (5.20)$$

である。表5.3 より、推定値を用いると位置決め精度は0.01程度悪くなるが、概ね良好な位置決めが実現できることが確認できた。

表5.3 サーボモータ系の位置決め精度の比較

	残留振動振幅	
	ε_l	ε_m
実測値 θ_l , ω_l を用いた場合	0.007	0.007
離散時間オブザーバによる 推定値 $\hat{\theta}_l$, $\hat{\omega}_l$ を用いた場合	0.019	0.015

位置決め時間 $T = 16\text{ms}$, 固有振動周期 $T_0 = 13.9\text{ms}$

5.5 プリンタ・キャリッジ送り機構への応用

第4章で動特性を示したように、プリンタのキャリッジ送り機構は、ロープ系の弾性によって概ね1自由度の振動特性を示す。したがって、高速で高精度な位置決めを実現するためには、キャリッジの変位 X_L 、速度 V_L をもフィードバックすることが望ましい。しかしながら、キャリッジの変位 X_L 、速度 V_L を直接に検出するセンサーを取付けることは一般に困難である。そこで、キャリッジの状態量 X_L 、 V_L を推定する n 次元オブザーバを構成し、時変係数フィードバック系による位置決め制御（第2章）や複数設定値系による位置決め制御（第4章）をこのオブザーバを用いて行った結果を示す。ここで、以下の位置決め制御に用いたオブザーバは、前節と同様に、サンプリング周期 $\Delta T = 100 \mu s$ の離散時間オブザーバとして構成し、極配置を

$$Z = 0.976 \pm 0.047j, -0.708, -0.506, 0.278$$

としている。また、オブザーバの設計には、表4.1に示したキャリッジ送り機構の定数の中から、キャリッジが中央にある場合の定数を代表値として用いた。

さて、図5.6は位置決め距離 $X_0 = 2.54\text{mm}$ 、位置決め時間 $T = 12\text{ms}$ ($\lambda = T/T_0 = 1.550$)の高速な位置決めをパラメータ変動を考慮しない1設定値系（時変係数フィードバック系）によって行ったときの位置決め軌道を示したものであるが実験値と計算値は概ね一致している。ここで、キャリッジの変位 X_L と速度 V_L の実験値にはオブザーバによる推定値が示してあるが、図5.7にリニア・エンコーダを取付けて測定した推定誤差 ΔX_L を示すように、良好な、推定結果が得られている。また、表5.4に示すように、位置決め精度は $\varepsilon_L < 0.05$ 、 $\varepsilon_m < 0.04$ 程度であるが、この原因としてはロープ系のばね定数の変動、フレームの高次振動、ガイド機構の固体摩擦の影響などが考えられる。

つぎに、ロープ系のばね定数の変動の影響を除くため、同じ条件の高速位置決めを $\lambda_{01} = 1.45$ 、 $\lambda_{02} = 1.60$ 、 $\lambda_{03} = 1.75$ を設計値とする3設定値系を用いて実現した結果を示す。ここで、3設定値系は状態フィードバックを含む形で設計し、これをオブザーバを用いて実現している。なお、フィードバック係数 k は

$$k = [-25.6 \quad -18.7 \quad -85.7 \quad -42.6 \quad -6.15]$$

である。さて、図5.8に推定誤差 ΔX_L を示すように、この場合も良好な推定結果が得られ、第4章の図4.10とほぼ同一の良好な位置決め軌道が実現される。

さらに，表5.4 に示すように，位置決め精度は， $\varepsilon_l < 0.03$ ， $\varepsilon_m < 0.02$ となり，1 設定値系の場合の約 2 倍に向上する。

表5.4 オブザーバを用いたキャリッジ送り機構の位置決め制御の精度

($X_o = 2.54\text{mm}$ ， $T = 12\text{ms}$)

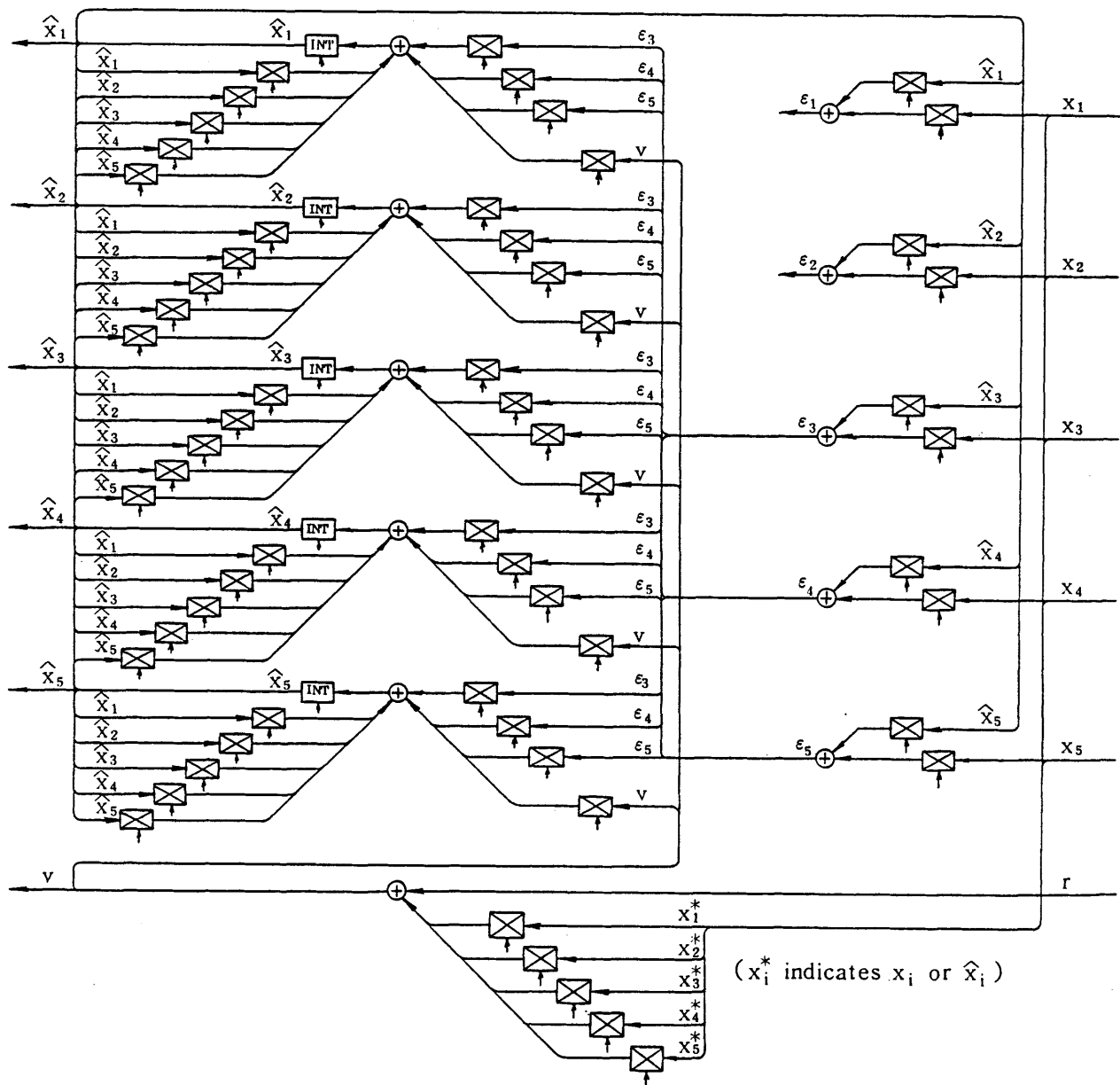
	キャリッジ 位置	残留振動振幅	
		ε_l	ε_m
1 設定値系 (時変係数 フィードバック系)	中 央	0.0 4 0	0.0 3 0
	右 端	0.0 3 0	0.0 3 0
	左 端	0.0 4 5	0.0 3 5
3 設定値系	中 央	0.0 2 0	0.0 1 5
	右 端	0.0 2 0	0.0 1 0
	左 端	0.0 2 5	0.0 1 5

5.6 まとめ

実際の機械装置では、位置決め制御に必要な状態信号のすべてを直接検出することは困難であり、このために、十分な位置決め精度が得られないことも多い。このような観点から、本章ではオブザーバを用いたサーボモータ系の位置決め制御について検討した。

まず、サーボモータ系の状態推定に関する基礎事項を整理するとともに、サーボモータ系の状態推定がサンプリング周期 100 μ s で実現できる高速な離散時間オブザーバ回路を試作し、基本機能を確認した。つぎに、1 自由度振動負荷系をもつサーボモータ系の高速位置決めをオブザーバを用いて行い、良好な位置決め精度が得られることを示した。

さらに、実際のプリンタ・キャリッジ送り機構の高速な位置決め制御を、パラメータ変動に強い 3 設定値系によって設計し、オブザーバを用いて実現したところ、パラメータ変動を考慮しない 1 設定値系に比べて約 2 倍の位置決め精度が得られた。この結果、パラメータ変動がある実機構の高速位置決めには、オブザーバを用いた複数設定値系の位置決め制御が有効であることが示された。ただし、ここでは、オブザーバの設計にはパラメータ変動は考慮されておらず、さらに高精度な位置決めを実現するためには、低感度オブザーバの設計法など、オブザーバの設計法に関する検討が必要になると思われる。



$\begin{array}{c} \boxed{\times} \xrightarrow{a} \\ \downarrow b \end{array}$: Multiplier

$\begin{array}{c} \boxed{\text{INT}} \xrightarrow{a} \\ \downarrow b \end{array}$: Integrator
 (b: initial value)

$x_1 \sim x_5$: State variables
 $\epsilon_1 \sim \epsilon_5$: Error signals
 $\hat{x}_1 \sim \hat{x}_5$: Estimated state variables
 r : Feedforward
 v : Control variable
 (Motor input)

図5.1 オブザーバ回路のブロック図

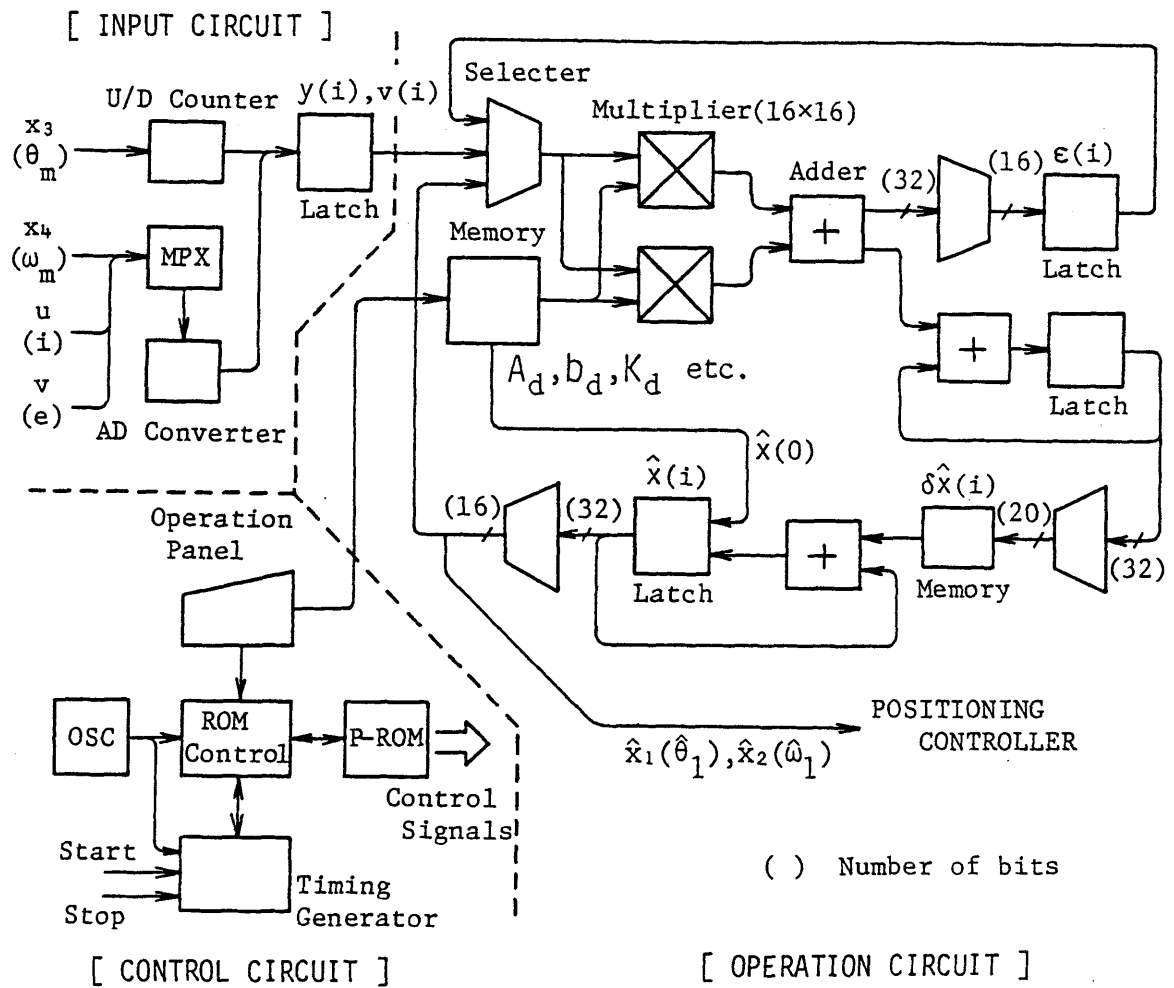


図5.2 オブザーバ回路の構成

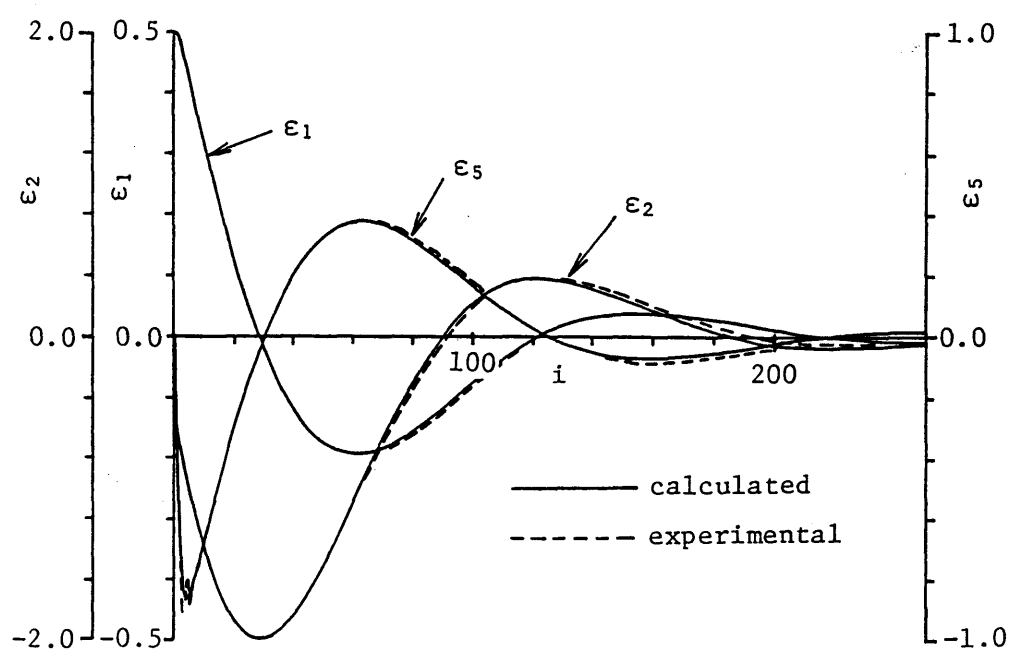


図5.3 推定誤差 ϵ の挙動

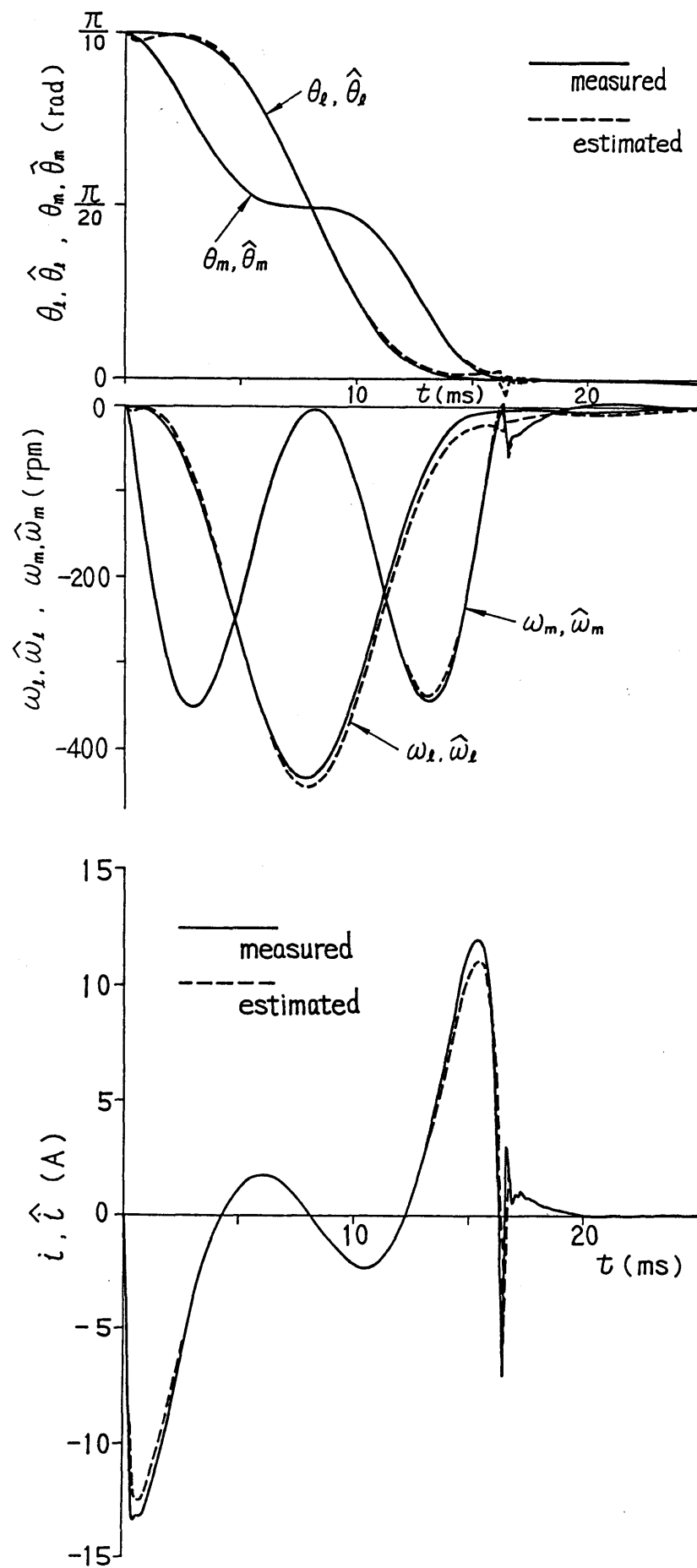


図5.4 振動負荷系の位置決め時における状態量の実測値とオブザーバによる推定値の比較

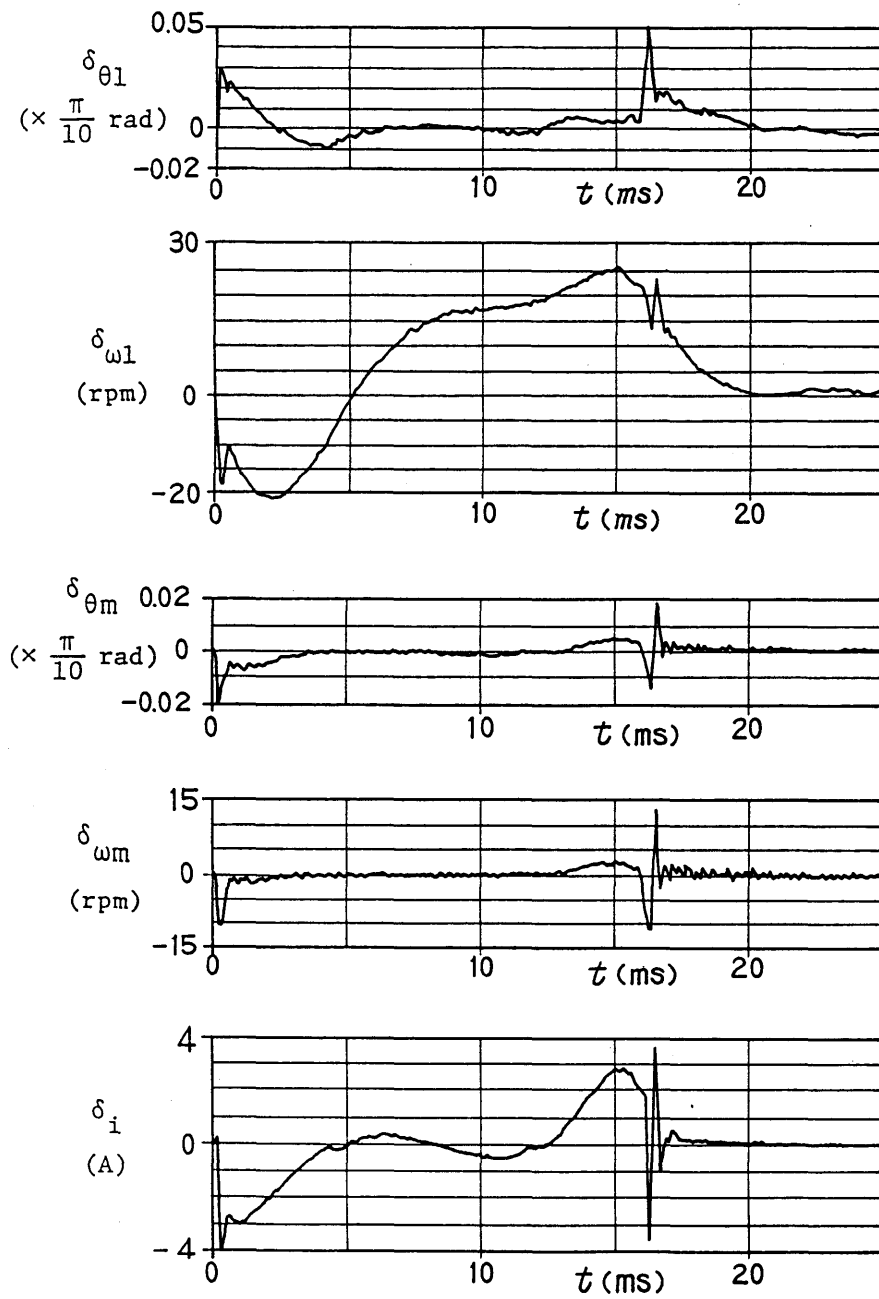
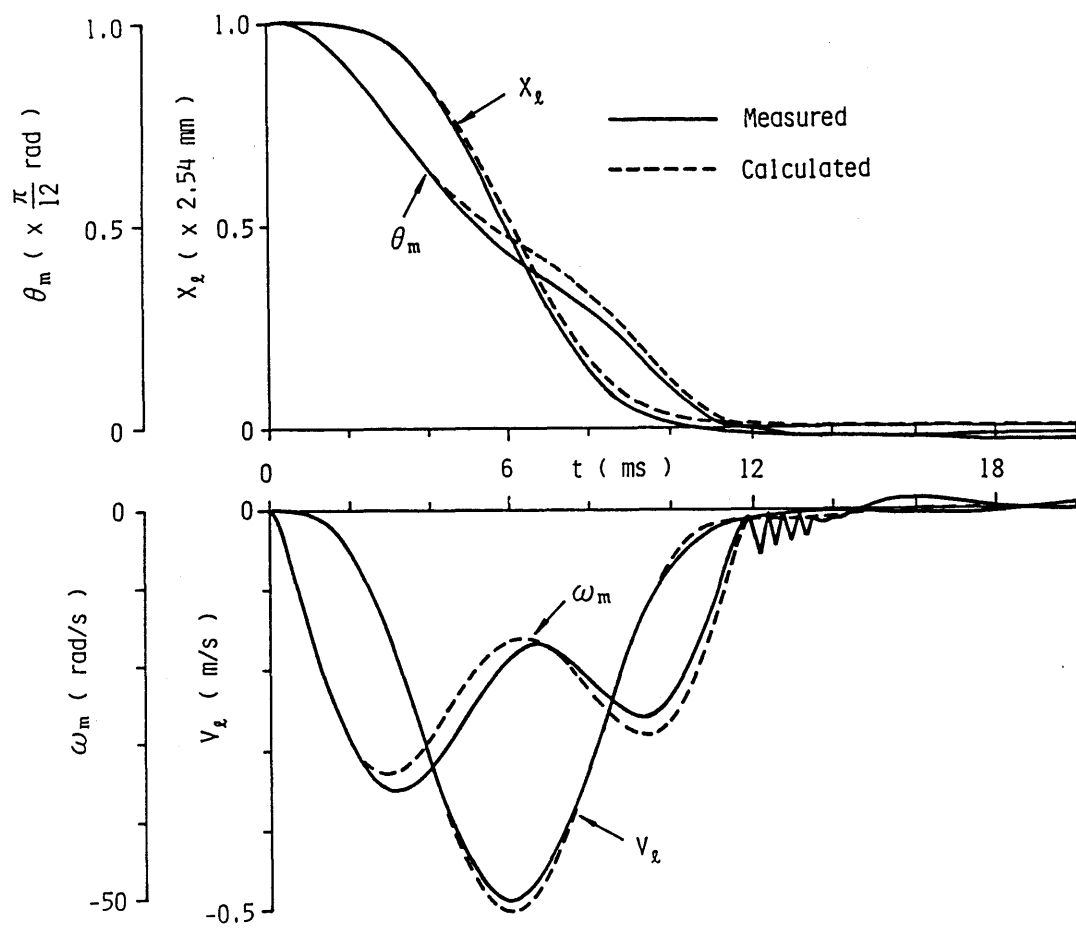
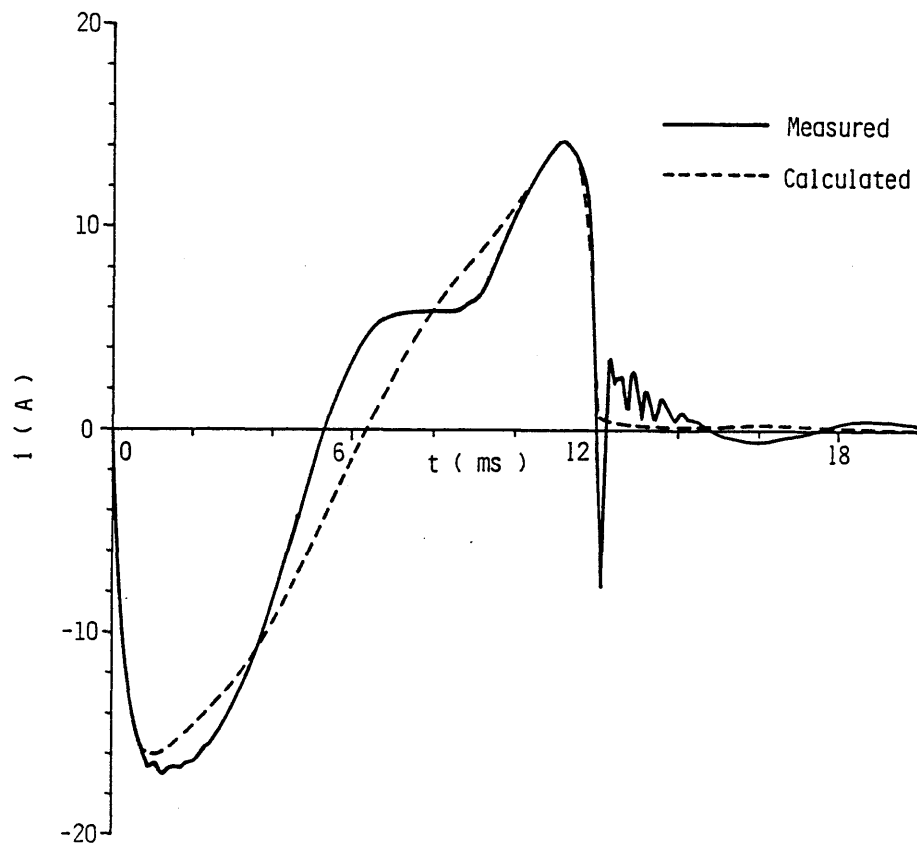


図5.5 振動負荷系の位置決め時におけるオブザーバの推定誤差

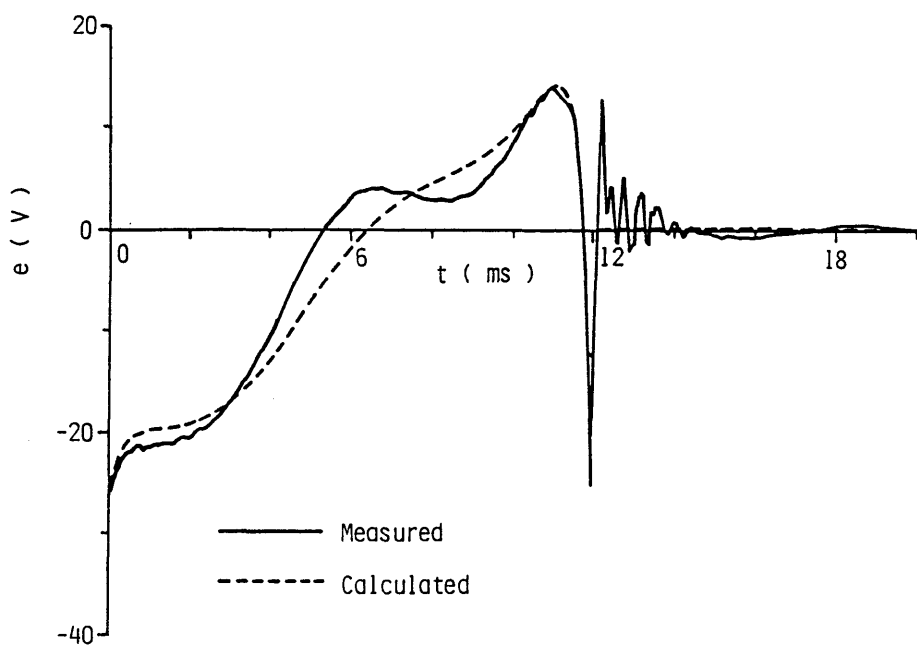


(a) Displacements X_2, θ_m and velocities V_2, ω_m

図5.6 オブザーバを用いたキャリッジ送り機構の位置決め制御 (1 設定値系; $T=12 \text{ ms}$)



(b) Current i



(c) Input voltage e

図5.6 オブザーバを用いたキャリッジ送り機構の位置決め制御 (1 設定値系; $T = 12 \text{ ms}$)

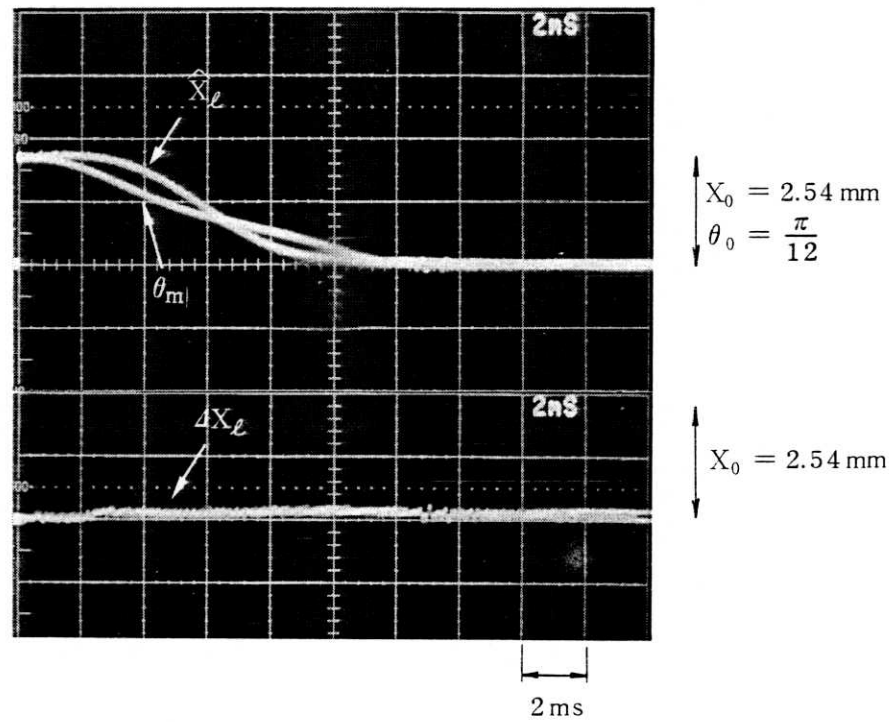


図5.7 オブザーバを用いたキャリッジ送り機構の位置決め軌道の実測値（1 設定値系； $T=12$ ms）

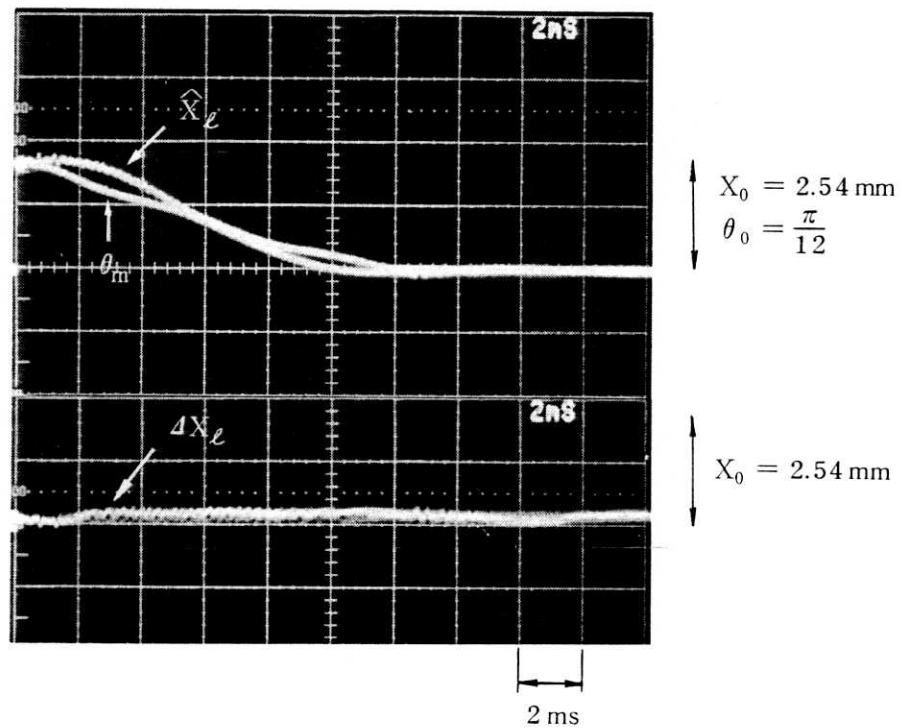


図5.8 オブザーバを用いたキャリッジ送り機構の位置決め軌道の実測値（3 設定値系； $T=12$ ms）

第6章 オブザーバによる固体摩擦の推定と位置決め制御^{51)~53)}

6.1 まえがき

機構系に作用する固体摩擦の補償も高速・高精度な位置決めを実現する上で重要であり、固体摩擦の非線形特性を十分に考慮した状態推定法および位置決め制御法が必要とされている。

周知のように、固体摩擦は速度の正、負、零の符号などに依存する非線形特性を示す。そこで、この固体摩擦の非線形特性が及ぼす悪影響を除くために、ディザ信号を重畳して固体摩擦を線形化する方法⁵⁴⁾が知られているが、ディザ信号の選定が難かしく、雑音の発生などにも問題がある。

最近では、外乱に低感度な制御系を固体摩擦の補償に利用する研究^{55)~57)}も行われているが、低感度性の増大にはフィードバックゲインの点で限界があるし、速度、電流などの状態量が検出できない場合についてはふれられていない。また、モデル規範形適応制御によって固体摩擦を補償する研究^{58)~60)}も行われているが、固体摩擦の非線形特性が十分に考慮されているとは言えないし、状態量が検出できない場合には拡張誤差信号を用いるなど適応制御系の構成は複雑なものとなる。

一方、状態量と外乱とを同時に推定できる外乱オブザーバの研究^{61)~63)}が行われており、実機構の位置決め制御において有力な手段と考えられるが、固体摩擦の非線形特性を考慮に入れたオブザーバの設計法は明らかにされていない。

本章は、このような観点から、固体摩擦の非線形特性を考慮した一種の適応オブザーバの設計法とこの適応オブザーバを用いた固体摩擦の補償方法を明らかにし、さらに、サーボモータ系の位置決め制御への適用を検討したものである。

6.2 固体摩擦が作用するサーボモータ系の基礎方程式

さて、固体摩擦が働くサーボモータ系のブロック図を図6.1 に示すが、この系の運動方程式は

$$\begin{cases} J \frac{d\omega}{dt} + c\omega = K_T i + T_f \\ L \frac{di}{dt} + Ri + K_E \omega = e \end{cases} \quad (6.1)$$

で表わされる。ここで、 $\theta(t)$;角変位、 $\omega(t)$;角速度、 $i(t)$;電流、 $e(t)$;電圧、 t ;時間、 J ;慣性モーメント、 K_T ;モータのトルク定数、 K_E ;モータの誘起電圧定数、 R ;モータの巻線抵抗、 L ;モータの巻線インダクタンス、 c ;粘性減衰係数、 T_f ;固体摩擦である。また、図6.2 に示すように、固体摩擦 T_f は角速度 ω の符号などに依存する非線形な特性を示すが、運動状態($\omega \neq 0$)での固体摩擦の絶対値を固体摩擦の大きさと呼ぶこととし、これを $T_{f0} (>0)$ とすれば

$$T_f = \begin{cases} -T_{f0} ; & \omega > 0 \text{ のとき} \\ -T_{f0} ; & \omega = 0 \text{ かつ } K_T i > T_{f0} \text{ のとき} \\ -K_T i ; & \omega = 0 \text{ かつ } |K_T i| \leq T_{f0} \text{ のとき} \\ T_{f0} ; & \omega = 0 \text{ かつ } K_T i < -T_{f0} \text{ のとき} \\ T_{f0} ; & \omega < 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (6.2)$$

と表わされる。

ここで、基準角変位 θ_0 、基準時間 T を用いて無次元化を行うと、サーボモータ系の状態方程式(6.1)は(6.3)式に、固体摩擦の非線形特性(6.2)は(6.4)式に書き直すことができる。

$$\begin{cases} \dot{x}_1(\tau) = x_2(\tau) \\ \dot{x}_2(\tau) = -\eta x_2(\tau) + u(\tau) + r(\tau) \\ \dot{u}(\tau) = -\frac{1}{\tau_e \tau_m} x_2(\tau) - \frac{1}{\tau_e} u(\tau) + \frac{1}{\tau_e} v(\tau) \end{cases} \quad (6.3)$$

$$r(\tau) = \begin{cases} -r_0 & ; \quad x_2 > 0 \text{ のとき} \\ -r_0 & ; \quad x_2 = 0 \text{ かつ } u > r_0 \text{ のとき} \\ -u(\tau) & ; \quad x_2 = 0 \text{ かつ } |u| \leq r_0 \text{ のとき} \\ r_0 & ; \quad x_2 = 0 \text{ かつ } u < -r_0 \text{ のとき} \\ r_0 & ; \quad x_2 < 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (6.4)$$

ただし,

$$\begin{cases} x_1(\tau) = \frac{\theta(t)}{\theta_0}, \quad x_2(\tau) = \frac{T\omega(t)}{\theta_0}, \quad u(\tau) = \frac{K_T T^2}{J\theta_0} i(t), \\ v(\tau) = \frac{K_T T^2}{RJ\theta_0} e(t), \quad r(\tau) = \frac{T^2}{J\theta_0} T_f(t), \quad r_0 = \frac{T^2}{J\theta_0} T_{f0}, \\ \eta = \frac{cT}{J}, \quad \tau_m = \frac{RJ}{K_T K_E T}, \quad \tau_e = \frac{L}{RT}, \quad \tau = \frac{t}{T} \end{cases} \quad (6.5)$$

である.

ここで, 固体摩擦の大きさ r_0 を

$$\dot{r}_0 = 0 \quad (r_0 = \text{const.}) \quad (6.6)$$

として状態変数に加え, さらに角速度 x_2 の符号関数

$$f(x_2) = \begin{cases} 1 & ; \quad x_2 > 0 \\ 0 & ; \quad x_2 = 0 \\ -1 & ; \quad x_2 < 0 \end{cases}, \quad g(x_2) = \begin{cases} 1 & ; \quad x_2 > 0 \\ 0 & ; \quad x_2 = 0 \\ -1 & ; \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (6.7)$$

を導入して, 固体摩擦 r の非線形特性(6.4) を角速度 x_2 の符号にのみ依存する形に簡単化すれば, すなわち

$$u(\tau) + r(\tau) \doteq f(x_2) \cdot u(\tau) - g(x_2) \cdot r_0(\tau) \quad (6.8)$$

とすれば, サーボモータ系の状態方程式(6.3) は次式に書き直すことができる.

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{A}(\mathbf{x}_2) \cdot \mathbf{x}(\tau) + \mathbf{b}v(\tau) \quad (6.9)$$

ここで,

$$\mathbf{x}(\tau) = \begin{bmatrix} x_1(\tau) \\ x_2(\tau) \\ u(\tau) \\ r_0(\tau) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}(\mathbf{x}_2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\eta & f(x_2) & -g(x_2) \\ 0 & -\frac{1}{\tau_e \tau_m} & -\frac{1}{\tau_e} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_e} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

この状態方程式(6.10)における固体摩擦の取り扱い、 $x_2 = 0$ かつ $|u| > r_0$ となる一瞬を除けば(6.4)式と同じであり、状態推定を行う上で十分な近似と考えられる。

6.3 固体摩擦の非線形特性を考慮した適応オブザーバの設計

6.3.1 可観測性の検討

固体摩擦が作用するサーボモータ系(6.9), (6.10)において、固体摩擦 r (固体摩擦の大きさ r_0)は直接に検出できないとすると、出力方程式は一般に

$$\mathbf{y}(\tau) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\tau) \quad (6.11)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad c_i = 0 \text{ or } 1 \quad (i=1, 2, 3) \quad (6.12)$$

と表わすことができる。

ここで、可観測行列 \mathbf{O} を求めると

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^3 \end{bmatrix}$$

$$= \left[\begin{array}{cccc} c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 \\ \hline 0 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 \eta & c_2 f(x_2) & -c_2 g(x_2) \\ 0 & -c_3 \frac{1}{\tau_e \tau_m} & -c_3 \frac{1}{\tau_e} & 0 \\ \hline 0 & -c_1 \eta & c_1 f(x_2) & -c_1 g(x_2) \\ 0 & c_2 \left\{ \eta^2 - \frac{1}{\tau_e \tau_m} \cdot f(x_2) \right\} & -c_2 \left(\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) \cdot f(x_2) & c_2 \eta \cdot g(x_2) \\ 0 & c_3 \frac{1}{\tau_e \tau_m} \left(\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) & c_3 \frac{1}{\tau_e} \left\{ \frac{1}{\tau_e} - \frac{1}{\tau_m} \cdot f(x_2) \right\} & c_3 \frac{1}{\tau_e \tau_m} \cdot g(x_2) \\ \hline 0 & c_1 \left\{ \eta^2 - \frac{1}{\tau_e \tau_m} \cdot f(x_2) \right\} & -c_1 \left(\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) \cdot f(x_2) & c_1 \eta \cdot g(x_2) \\ 0 & O_{11,2} & O_{11,3} & -c_2 \left\{ \eta^2 - \frac{1}{\tau_e \tau_m} \cdot f(x_2) \right\} \cdot g(x_2) \\ 0 & O_{12,2} & O_{12,3} & -c_3 \frac{1}{\tau_e \tau_m} \left(\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) \cdot g(x_2) \end{array} \right] \quad (6.13)$$

$$O_{11,2} = c_2 \left\{ -\eta^3 + \frac{1}{\tau_e \tau_m} \left(2\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) \cdot f(x_2) \right\}$$

$$O_{11,3} = c_2 \left\{ \left(\eta^2 + \eta \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e^2} \right) - \frac{1}{\tau_e \tau_m} \cdot f(x_2) \right\} \cdot f(x_2)$$

$$O_{12,2} = -c_3 \frac{1}{\tau_e \tau_m} \left\{ \left(\eta^2 + \eta \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e^2} \right) - \frac{1}{\tau_e \tau_m} \cdot f(x_2) \right\}$$

$$O_{12,3} = -c_3 \frac{1}{\tau_e} \left\{ \frac{1}{\tau_e^2} - \frac{1}{\tau_m} \left(\eta + 2 \frac{1}{\tau_e} \right) \cdot f(x_2) \right\}$$

となる。したがって、系が可観測 (rank $O = 4$) であるためには、少なくとも $c_1 \neq 0$ 、すなわち、角変位 x_1 を検出することが必要である。

6.3.2 適応オブザーバの設計

固体摩擦が作用するサーボモータ系に対して、角変位 x_1 を検出し、角速度 x_2 、電流 u 、固体摩擦 τ (固体摩擦の大きさ τ_0) を推定するオブザーバの設計を考える。ただし、角速度 x_2 の符号 (正, 負, 零) は検出可能であるとする。

まず、角速度 x_2 の符号によってダイナミックスの変化する次式のシステムを考える。

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(\tau) = \mathbf{A}(x_2) \cdot \hat{\mathbf{x}}(\tau) + \mathbf{b}v(\tau) + \mathbf{K}(x_2)(y(\tau) - \hat{y}(\tau)) \\ y(\tau) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\tau), \quad \hat{y}(\tau) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(\tau), \quad \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \end{cases} \quad (6.14)$$

ここで $\hat{\mathbf{x}}(\tau)$ は状態ベクトル $\mathbf{x}(\tau)$ の推定値、 $\mathbf{K}(x_2)$ は角速度 x_2 の符号に依存したゲイン行列で

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(\tau) &= [\hat{x}_1(\tau) \ \hat{x}_2(\tau) \ \hat{u}(\tau) \ \hat{\tau}_0(\tau)]^T \\ \mathbf{K}(x_2) &= [k_1(x_2) \ k_2(x_2) \ k_3(x_2) \ k_4(x_2)]^T \end{aligned} \quad (6.15)$$

である。

上記のシステムによって、固体摩擦の大きさおよび電流の推定値 $\hat{\tau}_0$ 、 \hat{u} が得られれば、(6.4) 式の関係より固体摩擦の推定値 $\hat{\tau}$ を得ることができる。したがって、問題は推定誤差 $\varepsilon(\tau)$ が角速度 x_2 の符号によらず収束するようなゲイン行列 $\mathbf{K}(x_2)$ を求めることである。

さて、誤差方程式は(6.9), (6.14)式より次式となる。

$$\dot{\varepsilon}(\tau) = \tilde{\mathbf{A}}(x_2) \cdot \varepsilon(\tau) \quad (6.16)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \varepsilon(\tau) &= \mathbf{x}(\tau) - \hat{\mathbf{x}}(\tau) = [\varepsilon_1(\tau) \ \varepsilon_2(\tau) \ \varepsilon_3(\tau) \ \varepsilon_4(\tau)]^T \\ \tilde{\mathbf{A}}(x_2) &= \mathbf{A}(x_2) - \mathbf{K}(x_2) \cdot \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -k_1(x_1) & 1 & 0 & 0 \\ -k_2(x_2) & -\eta & f(x_2) & -g(x_2) \\ -k_3(x_2) & -\frac{1}{\tau_e \tau_m} & -\frac{1}{\tau_e} & 0 \\ -k_4(x_2) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.17)$$

ここで、誤差方程式(6.16)の収束性を支配する行列 $\tilde{\mathbf{A}}(x_2)$ の特性方程式を求めると

$$\begin{aligned}
& s^4 + s^3 \left\{ k_1(x_2) + \left(\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) \right\} + s^2 \left\{ k_1(x_2) \cdot \left(\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) + k_2(x_2) + \left(\eta \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e \tau_m} \cdot f(x_2) \right) \right\} \\
& + s \left\{ k_1(x_2) \left(\eta \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e \tau_m} \cdot f(x_2) \right) + k_2(x_2) \cdot \frac{1}{\tau_e} + k_3(x_2) \cdot f(x_2) - k_4(x_2) \cdot g(x_2) \right\} \\
& - k_4(x_2) \cdot g(x_2) \cdot \frac{1}{\tau_e} = 0
\end{aligned} \tag{6.18}$$

となる。したがって、ゲイン行列 $K(x_2)$ を

$$\begin{cases} k_1(x_2) = k_{10} = \text{const.}, & k_2(x_2) = k_{20} = \text{const.}, & k_3(x_2) = k_{30} = \text{const.}, \\ k_4(x_2) = -k_{40} \cdot g(x_2); & k_{40} = \text{const.} > 0 \end{cases} \tag{6.19}$$

とすれば、 $x_2 \neq 0$ および $x_2 = 0$ の場合について以下の議論が成立する。

(1) $x_2 \neq 0$ のとき

(6.7), (6.19) 式より、特性方程式 (6.18) は次式となる。

$$\begin{aligned}
& s^4 + s^3 \left\{ k_{10} + \left(\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) \right\} + s^2 \left\{ k_{10} \left(\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) + k_{20} + \left(\eta \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e \tau_m} \right) \right\} \\
& + s \left\{ k_{10} \left(\eta \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e \tau_m} \right) + k_{20} \cdot \frac{1}{\tau_e} + k_{30} + k_{40} \right\} + k_{40} \cdot \frac{1}{\tau_e} = 0
\end{aligned} \tag{6.20}$$

したがって、 k_{10} , k_{20} , k_{30} , k_{40} を適当に定めれば行列 $\tilde{A}(x_2)$ の固有値を安定化でき、推定誤差 $\epsilon(\tau)$ は収束する。

(2) $x_2 = 0$ のとき

(6.7), (6.19) 式より、特性方程式 (6.18) は次式となる。

$$s \left(s + \frac{1}{\tau_e} \right) \{ s^2 + (k_{10} + \eta) s + k_{10} \eta + k_{20} \} = 0 \tag{6.21}$$

したがって、 $s = 0$, $-1/\tau_e$ を常に固有値にもつが、これ以外の固有値を λ_1 , λ_2 とすれば、誤差方程式 (6.16) の解は次式のように求められる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1(\tau) = a_1 e^{\lambda_1 \tau} + a_2 e^{\lambda_2 \tau} \\ \varepsilon_2(\tau) = b_1 e^{\lambda_1 \tau} + b_2 e^{\lambda_2 \tau} \\ \varepsilon_3(\tau) = c_1 e^{\lambda_1 \tau} + c_2 e^{\lambda_2 \tau} + c_3 e^{-\frac{1}{\tau_e} \tau} \\ \varepsilon_4(\tau) = d \end{array} \right. \quad (6.22)$$

ただし、 $a_1 \sim d$ は初期条件によって定まる定数で

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 = (\lambda_1 + k_{10}) a_1, \quad b_2 = (\lambda_2 + k_{10}) a_2, \\ c_1 = -\frac{k_{30} + \frac{1}{\tau_e \tau_m} (\lambda_1 + k_{10})}{\lambda_1 + \frac{1}{\tau_e}} a_1, \\ c_2 = -\frac{k_{30} + \frac{1}{\tau_e \tau_m} (\lambda_2 + k_{10})}{\lambda_2 + \frac{1}{\tau_e}} a_2 \end{array} \right. \quad (6.23)$$

の関係がある。

漸近安定でない固有値 $s = 0$ のために、 $\varepsilon_4(\tau) = \text{const.}$ となり、固体摩擦の大きさ τ_0 の推定は一時停止する。しかしながら、 k_{10} 、 k_{20} を適当に定め、固有値 λ_1 、 λ_2 を安定にすれば、他の状態変数、すなわち、角速度 x_2 、電流 u の推定は可能である。

以上の議論より、(6.14)、(6.19) 式のシステムを用いれば、サーボモータ系が常に静止している場合を除き、角速度 x_2 、電流 u と同時に固体摩擦 τ を推定するオブザーバが構成できることが示された。図6.3 にブロック図を示すが、このオブザーバは角速度 x_2 の符号に応じてパラメータの値が変化する一種の適応オブザーバである。ただし、この適応オブザーバは角速度 x_2 の符号の正、負、零の個々の領域での安定性に基づいて導出されており、符号変化が非常に頻繁な場合でも安定であるという厳密な保証はないが、実用上問題はないと考えられる。Liapunov の安定論に基づく厳密な意味で安定な適応オブザーバの設計法については次の6.3節に示すが、角速度 x_2 が（符号だけでなく）検出可能であることが必要となる。

6.4 リアプノフの安定論に基づく適応オブザーバの設計

ここでは固体摩擦が作用するサーボモータ系において、角変位 x_1 に加えて角速度 x_2 が（符号だけでなく）検出できるとして、電流 u および固体摩擦 τ （固体摩擦の大きさ τ_0 ）を推定する適応オブザーバをリアプノフ（Liapunov）の安定論に基づいて設計する。

(6.10)式のサーボモータ系に対するオブザーバとして、前節と同様に、角速度 x_2 の符号によってダイナミックスの変化する次式のシステムを考える。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(\tau) &= \mathbf{A}(x_2) \cdot \hat{\mathbf{x}}(\tau) + \mathbf{b}v(\tau) + \mathbf{K}(x_2)(y(\tau) - \hat{y}(\tau)) \\ \mathbf{K}(x_2) &= \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \\ k_{31} & k_{32} \\ k_{41} & k_{42} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}(\tau) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\tau), \quad \hat{\mathbf{y}}(\tau) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(\tau) \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.24)$$

ここで、 $\mathbf{K}(x_2)$ は角速度 x_2 の符号に依存するゲイン行列であるが、上述のように、その要素は単に k_{ij} ($i = 1 \sim 4$, $j = 1, 2$) と表わすこととする。

誤差方程式は(6.10), (6.24) 式より

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(\tau) &= \tilde{\mathbf{A}}(x_2) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\tau) \\ \tilde{\mathbf{A}}(x_2) &= \mathbf{A}(x_2) - \mathbf{K}(x_2) \cdot \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -k_{11} & -(k_{12} - 1) & 0 & 0 \\ -k_{21} & -(k_{22} + \eta) & f(x_2) & -g(x_2) \\ -k_{31} & -(k_{32} + \frac{1}{\tau_e \tau_m}) & -\frac{1}{\tau_e} & 0 \\ -k_{41} & -k_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.25)$$

となるが、この誤差方程式を具体的に記述すると

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = -k_{11} \varepsilon_1 - (k_{21} - 1) \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_2 = -k_{21} \varepsilon_1 - (k_{22} + \eta) \varepsilon_2 + f(x_2) \cdot \varepsilon_3 - g(x_2) \cdot \varepsilon_4 \\ \dot{\varepsilon}_3 = -k_{31} \varepsilon_1 - (k_{32} + \frac{1}{\tau_e \tau_m}) \varepsilon_2 - \frac{1}{\tau_e} \varepsilon_3 \\ \dot{\varepsilon}_4 = -k_{41} \varepsilon_1 - k_{42} \varepsilon_2 \end{cases} \quad (6.26)$$

となる。

ここで、Liapunov 関数の候補を

$$V = \frac{a}{2} \varepsilon_1^2 + \frac{b}{2} \varepsilon_2^2 + \frac{c}{2} \varepsilon_3^2 + \frac{d}{2} \varepsilon_4^2, \quad a, b, c, d > 0 \quad (6.27)$$

とすれば、 $V \geq 0$ であるので、 $\dot{V} \leq 0$ とすることができれば V が Liapunov 関数となり、角速度 x_2 の符号によらず、推定誤差 ε が収束することが保証されている。

さて、上式を微分し、(6.26)式の関係を用いれば

$$\begin{aligned} \dot{V} &= a \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_1 + b \varepsilon_2 \dot{\varepsilon}_2 + c \varepsilon_3 \dot{\varepsilon}_3 + d \varepsilon_4 \dot{\varepsilon}_4 \\ &= -ak_{11} \varepsilon_1^2 - b(k_{22} + \eta) \varepsilon_2^2 - c \frac{1}{\tau_e} \varepsilon_3^2 - \{ a(k_{12} - 1) + bk_{21} \} \varepsilon_1 \varepsilon_2 \\ &\quad + \{ b f(x_2) - c(k_{32} + \frac{1}{\tau_e \tau_m}) \} \varepsilon_2 \varepsilon_3 - ck_{31} \cdot \varepsilon_1 \varepsilon_3 - dk_{41} \cdot \varepsilon_1 \varepsilon_4 \\ &\quad - \{ b g(x_2) + dk_{42} \} \varepsilon_2 \varepsilon_4 \end{aligned} \quad (6.28)$$

となる。ここで、ゲイン行列 $K(x_2)$ を

$$\begin{cases} k_{ij} = k_{ij}^0 = \text{const.} & (i=1 \sim 3, j=1, 2) \\ k_{41} = 0 \\ k_{42} = -\frac{b}{d} g(x_2) = -k_{42}^0 \cdot g(x_2), \quad k_{42}^0 = \text{const} > 0 \end{cases} \quad (6.29)$$

とすれば

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -[\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3] \cdot Q \cdot [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3]^T \quad (6.30) \\ Q &= \begin{bmatrix} ak_{11}^0 & \frac{1}{2} \{ a(k_{12}^0 - 1) + bk_{21}^0 \} & \frac{1}{2} ck_{31}^0 \\ \frac{1}{2} \{ a(k_{12}^0 - 1) + bk_{21}^0 \} & b(k_{22}^0 + \eta) & \frac{1}{2} \{ c(k_{32}^0 + \frac{1}{\tau_e \tau_m}) - b f(x_2) \} \\ \frac{1}{2} ck_{31}^0 & \frac{1}{2} \{ c(k_{32}^0 + \frac{1}{\tau_e \tau_m}) - b f(x_2) \} & c \frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

となる。したがって、行列 Q が正値行列となれば、 $\dot{V} \leq 0$ となることがわかる。

さて、行列 $Q = [q_{ij}]$ が正値行列となるための必要十分条件は、行列 Q の 3 つの主小行列式が

$$q_{11} > 0, \det \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} > 0, \det \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} = \det Q > 0 \quad (6.31)$$

となることであるが、 k_{ij}^0 ($i = 1 \sim 3, j = 1, 2$) を適当に定めれば、これを満足させることができる。例えば

$$\begin{cases} k_{11}^0 > 0, & k_{22}^0 > \frac{b}{4c} \tau_e - \eta, \\ k_{12}^0 = 1, & k_{21}^0 = k_{31}^0 = 0, & k_{32}^0 = \frac{1}{\tau_e \tau_m} \end{cases} \quad (6.32)$$

とすれば

$$\begin{cases} q_{11} = a k_{11}^0 > 0, & \det \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} = a b k_{11}^0 (k_{22}^0 + \eta) > 0, \\ \det Q = \frac{a b c k_{11}^0}{\tau_e} \left[\left\{ k_{22}^0 - \left(\frac{b}{4c} \tau_e - \eta \right) \right\} + \frac{b}{4c} \tau_e \{ 1 - f(x_2) \} \right] > 0 \end{cases} \quad (6.33)$$

となって、(6.31)式を満足する。

このように、行列 Q を正値行列にすることができ、 $\dot{V} \leq 0$ となることが示されるので、 V は Liapunov 関数となる。

以上の検討より、角速度 x_2 が符号だけでなく大きさも検出できるときには、

(6.24), (6.29) 式のシステムによって、角速度 x_2 の符号変化がどのように起っても安定な、すなわち、厳密な意味で安定な適応オブザーバが構成できることが示された。

6.5 適応オブザーバによる状態推定結果

ここでは、6.2節の設計法に基づく図6.3の適応オブザーバを用いて、固体摩擦が作用するサーボモータ系の状態推定を行った結果について述べる。

6.5.1 実験装置の概要

適応オブザーバ回路のブロック図を図6.4に示す。ここでは5.3節に概要を示した離散時間をオブザーバ回路を用い、ミニコンによって、角速度 x_2 (ω) の符号を判別し、これに応じて、系行列 A_d 、 b_d およびゲイン行列 K_d を変化させることにより、サンプリ

ング周期 $\Delta T = 400\mu s$ の離散時間適応オブザーバ〔付録 D〕を実現している。

また、図 6.5 は実験に用いたサーボモータ系の外観を示したものであるが、パウダー・クラッチを用いて固体摩擦 T_f を作用させている。このサーボモータ系の諸定数を表 6.1 に、パウダー・クラッチの特性を図 6.6 に示しておく。

表 6.1 サーボモータ系の諸定数

慣性モーメント (パウダー・クラッチを含む)	J	1 0 1 0	$g \cdot cm^2$
モータのトルク定数	K_T	0.1 2 6	$N \cdot m / A$
モータの誘起電圧定数	K_E	0.1 2 6	$V \cdot s$
モータの抵抗	R	0.9 8 5	Ω
モータのインダクタンス	L	0.4 5	mH
粘性減衰係数	c	4.0×10^{-5}	$N \cdot m \cdot s$

6.5.2 状態推定結果の比較

ここでは適応オブザーバの効果を示すために、適応オブザーバによる状態推定結果を(1)固体摩擦を無視したオブザーバ、(2)固体摩擦を定常外乱として考慮したオブザーバ、(3)固体摩擦の非線形特性を速度の正負 2 符号によって考慮したオブザーバによる状態推定結果と比較して示す。なお、適応オブザーバ以外の各オブザーバの構成は以下になる。

(1) 固体摩擦を無視したオブザーバ

(6.14), (6.19) 式のオブザーバにおいて

$$f(x_2) = 1, \quad g(x_2) = 0 \quad (6.34)$$

としたものに相当する。当然のことながら固体摩擦は推定できない。

(2) 固体摩擦を定常外乱として考慮したオブザーバ

(6.14), (6.19) 式のオブザーバにおいて

$$f(x_2) = 1, \quad g(x_2) = 1 \quad (6.35)$$

としたものに相当する。この場合、定常外乱と見なされる固体摩擦 τ の推定値は

$$\hat{\tau}(\tau) = -\hat{\tau}_0(\tau) \quad (6.36)$$

となる。

(3) 固体摩擦の非線形特性を速度の正負 2 符号によって考慮したオブザーバ

(6.14), (6.19) 式のオブザーバにおいて

$$f(x_2) = 1, \quad g(x_2) = \begin{cases} 1 & ; x_2 \geq 0 \text{ のとき} \\ -1 & ; x_2 < 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (6.37)$$

としたものに相当する。この場合、固体摩擦 τ の推定値は

$$\hat{\tau}(\tau) = \begin{cases} -\hat{\tau}_0(\tau) & ; x_2 \geq 0 \text{ のとき} \\ \hat{\tau}_0(\tau) & ; x_2 < 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (6.38)$$

となる。

さて、図6.7 は $T_{r0} = 0.27 \text{ N} \cdot \text{m}$ ($2.75 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$) の固体摩擦が作用するサーボモータ系を周波数 8 Hz, 振幅 4 V の正弦波で加振したとき、サーボモータ系が固体摩擦の影響によって一時停止を含む定常運動をする様子を示したものである。この場合の状態推定を適応オブザーバをはじめとする種々のオブザーバで行った結果を図6.8 ~ 図6.10 に示す。ここで、図6.8, 図6.9 はそれぞれ角速度の実測値 ω と推定値 $\hat{\omega}$, 電流の実測値 i と推定値 \hat{i} を、図6.10 は推定誤差 $\Delta \omega$, Δi を示しているが、いずれも推定が定常状態に達したのちの結果を示したものである。これより、適応オブザーバ以外の上述のオブザーバでは、角速度 ω の符号変化に応じて比較的大きな推定誤差 $\Delta \omega$, Δi が生じることがわかる。これに対し、適応オブザーバでは固体摩擦の非線形特性が十分に補償され、良好な状態推定が実現されている。

また、固体摩擦 τ および固体摩擦の大きさ T_{r0} の推定結果を図6.11, 図6.12 に示す。図6.11 には適応オブザーバによる固体摩擦および固体摩擦の大きさの推定値 $\hat{\tau}$, \hat{T}_{r0} が収束する様子を示すが、収束後の \hat{T}_{r0} は実測値と良く一致している。

一方、図6.12 に示すように、固体摩擦を定常外乱としたオブザーバや固体摩擦を速度の正負 2 符号によって考慮したオブザーバでも固体摩擦の推定値は得られるが、角速度 ω の符号が変化した際に誤差が生じている。

以上のように、固体摩擦が働くサーボモータ系の状態推定に対し、6.3 節に設計法を示した速度の符号情報（正、負、零）を用いる適応オブザーバが有効であることが確認された。

なお、比較に用いた各離散時間オブザーバにおいて、ゲイン行列 $K_d(\omega)$ は

$$K_d(\omega) = [0.3 \quad 100[S^{-1}] \quad 2.67[A] \quad -5.61 \cdot g(\omega)[Nm]]^T$$

である。したがって、離散時間適応オブザーバの極は

$$x_2 \neq 0 \text{ のとき } z = 0.437, 0.787, 0.927 \pm 0.168j$$

$$x_2 = 0 \text{ のとき } z = 0.417, 0.850 \pm 0.132j, 1.0$$

となっている。

6.6 位置決め制御における固体摩擦の補償

6.6.1 固体摩擦の補償入力

固体摩擦の影響を考慮しないで設計したサーボモータ系への入力を基本入力 v_0 と呼ぶことにすると、一般には

$$v_0 = R_0 + K_1 \cdot x_1 + K_2 \cdot x_2 + K_u \cdot u \quad (6.39)$$

で与えられる。ここで、 R_0 はフィードフォワード入力、 K_1 、 K_2 、 K_u はフィードバック係数である。固体摩擦が作用しない場合、状態変数 x_1 、 x_2 、 u を特に、 x_1^0 、 x_2^0 、 u^0 と表わすこととすれば、(6.3)、(6.39)式より、この場合の状態方程式は

$$\begin{cases} \dot{x}_1^0 = x_2^0 \\ \dot{x}_2^0 = -\eta x_2^0 + u^0 \\ \dot{u}^0 = -\frac{1}{\tau_e \tau_m} x_2^0 - \frac{1}{\tau_e} u^0 + \frac{1}{\tau_e} (R_0 + K_1 \cdot x_1^0 + K_2 \cdot x_2^0 + K_u \cdot u^0) \end{cases} \quad (6.40)$$

となる。つぎに、固体摩擦が作用する場合、固体摩擦の影響を補償する補償入力を v^* とし、サーボモータ系への入力 v を基本入力 v_0 と補償入力 v^* の和として

$$v = v_0 + v^* \quad (6.41)$$

で与えるものとする。ここで、新たに

$$u^* = u + r \quad (6.42)$$

を定義し、(6.39)、(6.41)、(6.42)式を用いて状態方程式(6.3)を書き直せば、固体摩擦が作用する場合の状態方程式は

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\eta x_2 + u^* \\ \dot{u}^* = -\frac{1}{\tau_e \tau_m} x_2 - \frac{1}{\tau_e} u^* + \frac{1}{\tau_e} (R_0 + K_1 \cdot x_1 + K_2 \cdot x_2 + K_u \cdot u^*) \\ \quad + \frac{1}{\tau_e} (v^* + r + \tau_e \dot{r} - K_u \cdot r) \end{cases} \quad (6.43)$$

となる。

ここで、固体摩擦が作用しない場合の位置決め軌道を基準として、これからの軌道誤差 e を

$$e = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T = [x_1 - x_1^0 \ x_2 - x_2^0 \ u^* - u^0]^T \quad (6.44)$$

とすると、(6.40), (6.43) 式より

$$\dot{e} = A_0 e + b_0 (v^* + r + \tau_e \dot{r} - K_u r) \quad (6.45)$$

ただし、

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\eta & 1 \\ \frac{K_1}{\tau_e} & \frac{K_2}{\tau_e} - \frac{1}{\tau_e \tau_m} & \frac{K_u}{\tau_e} - \frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix}, \quad b_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} \quad (6.46)$$

が導かれる。したがって、行列 A_0 の固有値を安定、すなわち、位置決め制御系をフィードバック係数 K_1 , K_2 , K_u を適当に選んで安定に設計すれば、補償入力 v^* を

$$\begin{aligned} v^* &= -r - \tau_e \dot{r} + K_u r \\ &\doteq -r + K_u \cdot r \quad (\because \tau_e \ll 1) \end{aligned} \quad (6.47)$$

とすることにより、軌道誤差 e が収束し、固体摩擦がサーボモータ系の運動に及ぼす影響を補償できる。

ところで、サーボモータ系の実際の位置決め制御では、状態変数が一部しか検出できず、さらに、固体摩擦の値も正確には把握できないことが多い。このような場合には6.2節あるいは6.3節に設計法を示した適応オブザーバを用いて固体摩擦の補償を行うことが考えられる。

すなわち、適応オブザーバによる推定値を用いて、(6.39)式の基本入力 v_0 および (6.47)式の補償入力 v^* を

$$\begin{cases} v_0 = R_0 + K_1 \hat{x}_1 + K_2 \hat{x}_2 + K_u \hat{u} \\ v^* = -\hat{r} + K_u \hat{r} \end{cases} \quad (6.48)$$

のように構成すれば、この場合の状態方程式は(6.3), (6.41), (6.42), (6.48)式より

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\eta x_2 + u^* \\ \dot{u}^* = -\frac{1}{\tau_e \tau_m} x_2 - \frac{1}{\tau_e} u^* + \frac{1}{\tau_e} \{ R_0 + K_1 \hat{x}_1 + K_2 \hat{x}_2 + K_u (\hat{u} + \hat{r}) + (r - \hat{r}) \} \end{cases} \quad (6.49)$$

($\because \tau_e \ll 1$)

となる。ここで、(6.8) 式より導かれる

$$\begin{cases} r = (f(x_2) - 1) \cdot u - g(x_2) \cdot r_0 \\ \hat{r} = (f(x_2) - 1) \cdot \hat{u} - g(x_2) \cdot \hat{r}_0 \end{cases} \quad (6.50)$$

の関係に留意すれば、(6.40), (6.49) 式と(6.16)式より、軌道誤差 e と適応オブザーバの推定誤差 ε とからなる誤差システムの方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{\tau_e} & -\frac{K_2}{\tau_e} & -\frac{(K_u-1)f(x_2)+1}{\tau_e} & -\frac{(K_u-1)g(x_2)}{\tau_e} \end{matrix} \\ 0 & \tilde{A}(x_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (6.51)$$

となり、この誤差システムの固有値が行列 A_0 の固有値と行列 $\tilde{A}(x_2)$ の固有値とからなることがわかる。したがってオブザーバを用いない位置決め制御系と適応オブザーバがいずれも安定であれば、軌道誤差 e は収束する。

さて、オブザーバを用いない位置決め制御系は、前述のように、フィードバック係数 K_1 , K_2 , K_u を適当に選んで安定にできる。一方、6.2節あるいは6.3節において、適応オブザーバの安定性、すなわち、推定誤差 ε が収束することが証明されている。ここで、 $x_2 = 0$ の場合、6.2節に示すように、 ε_4 の収束だけが一時的に停止する。しかし

ながら、(6.51)式より、軌道誤差 e は ε_4 と無関係となり、 $x_2 = 0$ の場合でも収束することが示される。

このように、適応オブザーバによる推定値を用いて、(6.48)式のように基本入力 v_0 と補償入力 v^* を構成すれば、固体摩擦を補償する位置決め制御が実現できることがわかる。なお、このときの位置決め制御系のブロック図を図6.13に示しておく。

6.6.2 サーボモータ系の位置決め制御への適用

図6.14～図6.17は固体摩擦が作用するサーボモータ系（表6.1）の高速位置決め制御に、上述の適応オブザーバを用いる固体摩擦の補償方法を適用した結果を示したものである。ここで、固体摩擦を考慮しないで設計する位置決め制御系の基本入力〔(6.39)式〕は、モータの発熱量を最小とする最小エネルギー制御として求め、これを適応オブザーバによって得られる状態変数の推定値 $\hat{\theta}$ 、 $\hat{\omega}$ 、 \hat{i} を用いた時変係数フィードバック系として実現している。なお、位置決め角 $\theta_0 = \pi/5$ 、位置決め時間 $T = 40\text{ms}$ である。また、固体摩擦の大きさ $T_{f0} = 0.27 \text{ N} \cdot \text{m}$ とし、適応オブザーバには6.4節と同じものを用いた。

さて、図6.14～図6.17は定常状態に達したのちの結果を示しているが、図6.14に示すように、適応オブザーバを用いた固体摩擦の補償により、固体摩擦が無い場合の計算値とほぼ同一の良好な位置決め軌道が実現できる。図6.15には、固体摩擦の推定結果を示すが、固体摩擦の大きさの推定値 \hat{T}_{f0} は実測値と良く一致している。また、図6.16には電流 i と固体摩擦の推定値 \hat{T}_f を示すが、固体摩擦に相当する分だけ電流が増加して固体摩擦の影響が補償されることがわかる。図6.17は入力電圧 e と補償入力 e^* を示したものである。

以上示したように、適応オブザーバを用いた固体摩擦の補償方法をサーボモータ系の高速位置決め制御に適用したところ、良好な結果が得られ、この補償方法の有効性が確認できた。

なお、ここではサーボモータ系の位置決め制御への適用例を示したが、本章で示した固体摩擦の補償方法は汎用的な手法であり、一般の機械機構の運動制御に適用することも可能である。

6.7 まとめ

位置決め制御の高速・高精度化をはかる上で、機構系に作用する固体摩擦の補償が重要となる。このため、本章では、機構系の状態量と同時に非線形の固体摩擦をも推定する適応オブザーバの設計法と、これを用いた固体摩擦の補償方法について検討を行った。

まず、固体摩擦の非線形特性を考慮するため、速度の正、負、零の符号情報に応じてパラメータの値を変化させる適応オブザーバの設計法を示すとともに、この適応オブザーバが、固体摩擦を無視したオブザーバや、固体摩擦を定常外乱として考慮したオブザーバなどと比較して、非常に良好な特性を示すことを実験で確認した。

さらに、適応オブザーバを用いた固体摩擦の補償方法を示し、これをサーボモータ系の高速位置決め制御に適用したところ、固体摩擦が無い場合の計算値とほぼ同一の位置決め軌道が実現でき、補償方法の有効性を確認することができた。

[付録D] 離散時間系における取扱い

サンプリング周期を Δ とすると、連続時間系の状態方程式 (6.9) に対応する離散時間系の状態方程式は次式となる。

$$\mathbf{x}(i+1) = \mathbf{A}_d(x_2) \cdot \mathbf{x}(i) + \mathbf{b}_d(x_2) \cdot v(i) \quad (\text{D.1})$$

ただし,

$$\begin{cases} \mathbf{A}_d(x_2) = \Phi(\Delta) = e^{\mathbf{A}(x_2) \cdot \Delta} \\ \mathbf{b}_d(x_2) = \left[\int_0^\Delta \Phi(\tau) d\tau \right] \mathbf{b} = \left[\int_0^\Delta e^{\mathbf{A}(x_2) \cdot \tau} d\tau \right] \mathbf{b} \\ \Delta = \frac{\Delta T}{T} \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

である。ここで、推移行列 $\Phi(\tau)$ はジョルダン(Jordan)標準形、シルベスター(Sylvester)の補間公式、ラプラス変換などの種々の方法で解析的に求めることができるので、離散時間系の系行列 $\mathbf{A}_d(x_2)$ 、 $\mathbf{b}_d(x_2)$ の具体的な形は以下のようになる。

$$\mathbf{A}_d(x_2) = \begin{bmatrix} 1 & H(0) + \frac{1}{\tau_e} H(-1) & H(-1) \cdot f(x_2) & -\{H(-1) + \frac{1}{\tau_e} H(-2) + \frac{\Delta}{\tau_e \mu_1 \mu_2}\} \cdot g(x_2) \\ 0 & 1 + H(1) + \frac{1}{\tau_e} H(0) & H(0) \cdot f(x_2) & -\{H(0) + \frac{1}{\tau_e} H(-1)\} \cdot g(x_2) \\ 0 & -\frac{1}{\tau_e \tau_m} H(0) & 1 + H(1) + \eta H(0) & \frac{1}{\tau_e \tau_m} H(-1) \cdot g(x_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.3})$$

$$\mathbf{b}_d(x_2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_e} \{ H(-2) - \frac{\Delta}{\mu_1 \mu_2} \} \cdot f(x_2) \\ \frac{1}{\tau_e} H(-1) \cdot f(x_2) \\ H(0) + \eta H(-1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.4})$$

ここで、 μ_1, μ_2 は (6.9) 式のサーボモータ系の特性方程式

$$s^2 \left\{ s^2 + \left(\eta + \frac{1}{\tau_e} \right) s + \left(\eta \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_e \tau_m} \cdot f(x_2) \right) \right\} = 0 \quad (D.5)$$

の $s = 0$ (重根) 以外の固有値であり、

$$\left\{ \begin{array}{l} H(n) = \mu_1^n \cdot h_1(D) + \mu_2^n \cdot h_2(D) \\ h_1(D) = \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} (e^{\mu_1 D} - 1) \\ \quad = \frac{\mu_1 D}{\mu_1 - \mu_2} \left(1 + \frac{1}{2!} \mu_1 D + \frac{1}{3!} \mu_1^2 D^2 + \frac{1}{4!} \mu_1^3 D^3 + \dots \right) \\ h_2(D) = \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} (e^{\mu_2 D} - 1) \\ \quad = \frac{\mu_2 D}{\mu_2 - \mu_1} \left(1 + \frac{1}{2!} \mu_2 D + \frac{1}{3!} \mu_2^2 D^2 + \frac{1}{4!} \mu_2^3 D^3 + \dots \right) \end{array} \right. \quad (D.6)$$

である。

さて、離散時間オブザーバの構成は

$$\hat{\mathbf{x}}(i+1) = \mathbf{A}_d(x_2) \cdot \hat{\mathbf{x}}(i) + \mathbf{b}_d(x_2) \cdot v(i) + \mathbf{K}_d(x_2)(y(i) - \hat{y}(i)) \quad (D.7)$$

となる。(D.3), (D.4) 式に示すように、系行列 $\mathbf{A}_d(x_2)$, $\mathbf{b}_d(x_2)$ の要素の多くが角速度 x_2 の符号変化に伴って変化することとなるが、ゲイン行列 $\mathbf{K}_d(x_2)$ を

$$\mathbf{K}_d(x_2) = \begin{bmatrix} k'_{10} \\ k'_{20} \\ k'_{30} \\ -k'_{40} \cdot g(x_2) \end{bmatrix} \quad (D.8)$$

とすれば目的とする適応オブザーバが構成できることを連続時間系の場合と同様に示すことができる。

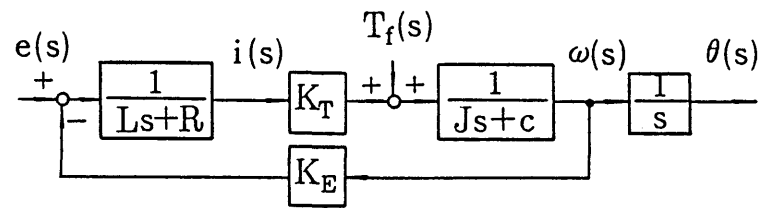


図6.1 固体摩擦が作用するサーボモータ系のブロック図

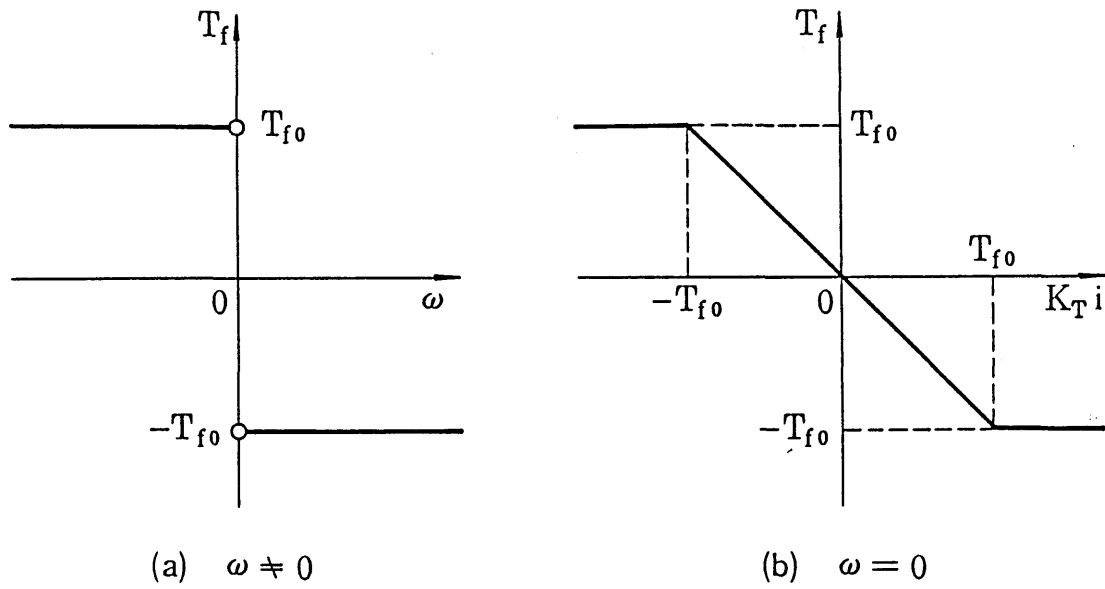


図6.2 固体摩擦の非線形特性

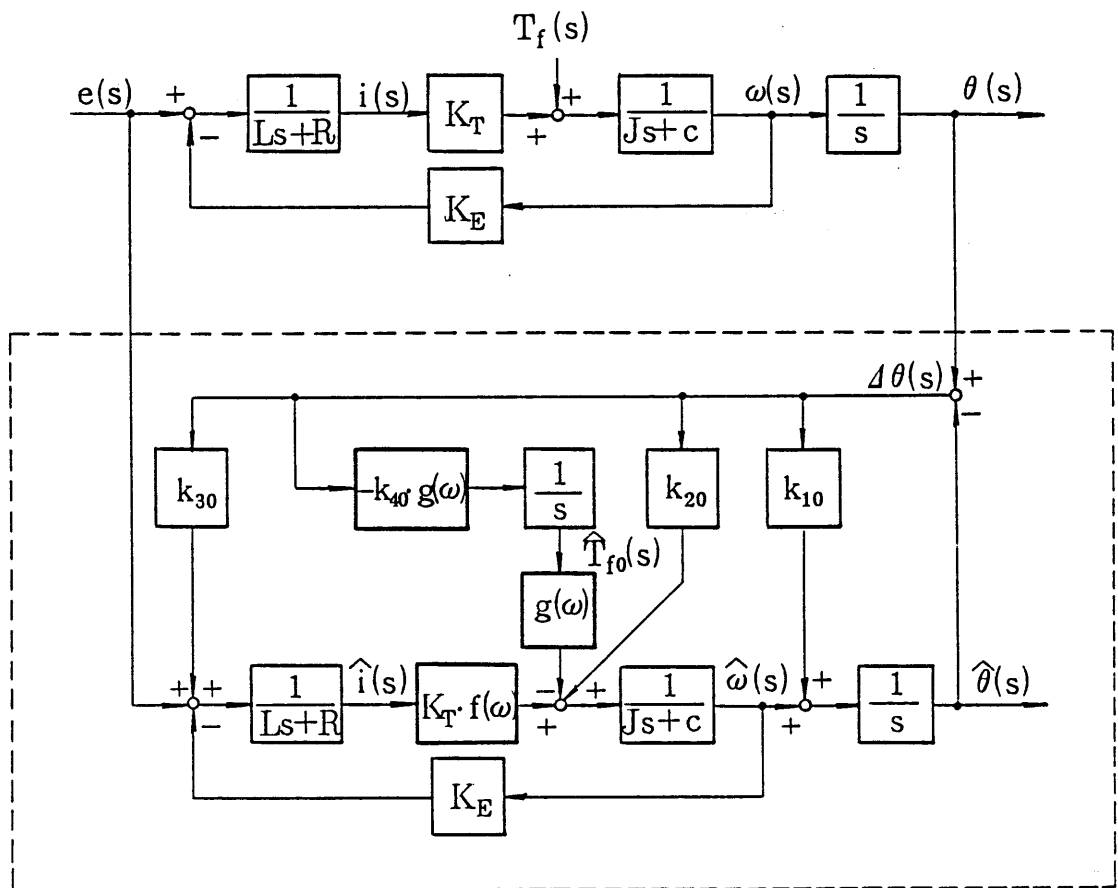


図6.3 適応オブザーバのブロック図

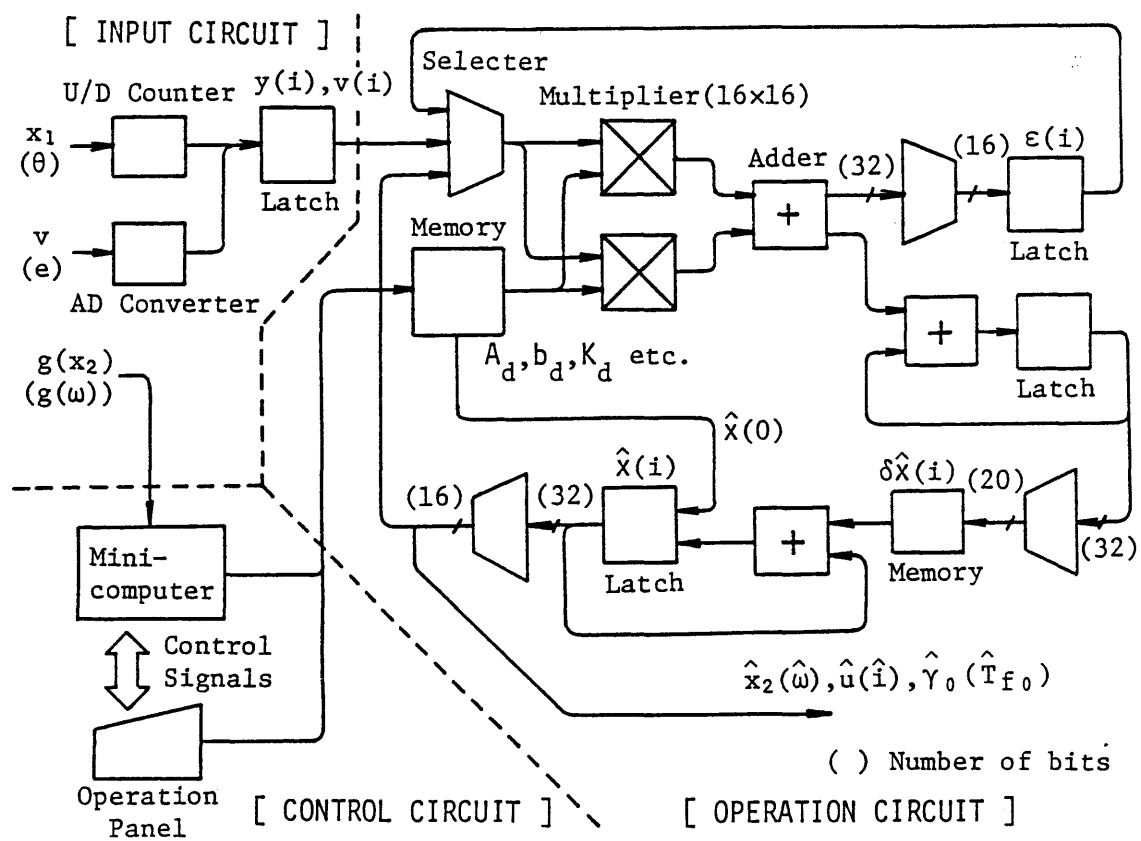


図6.4 適応オブザーバ回路のブロック図

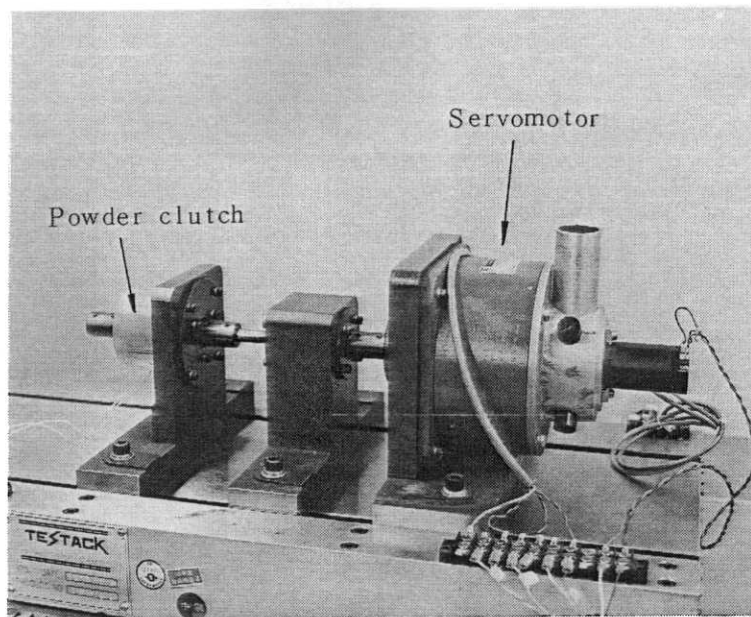


図6.5 サーボモータ系の外観

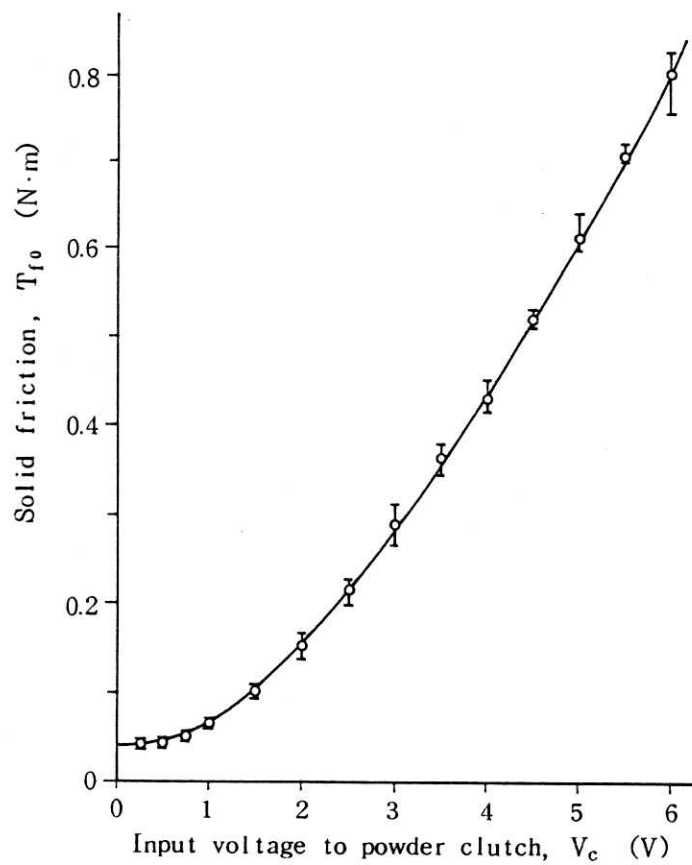


図6.6 パウダー・クラッチの特性

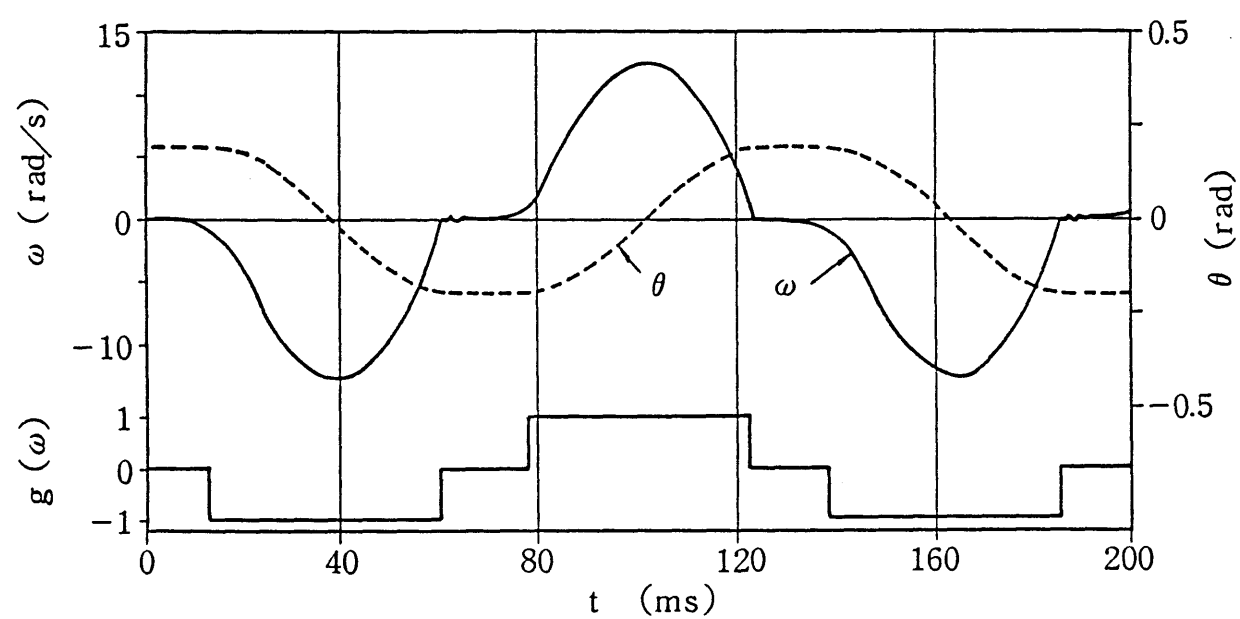
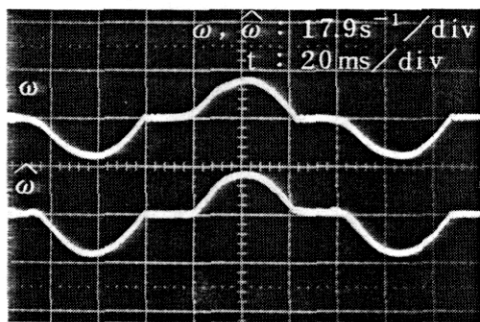
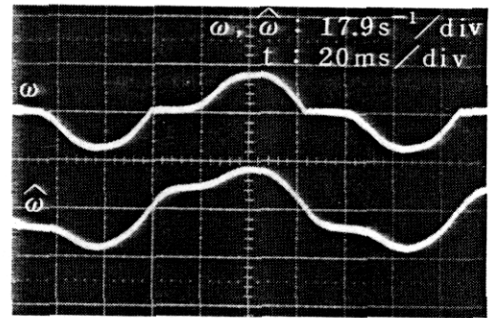


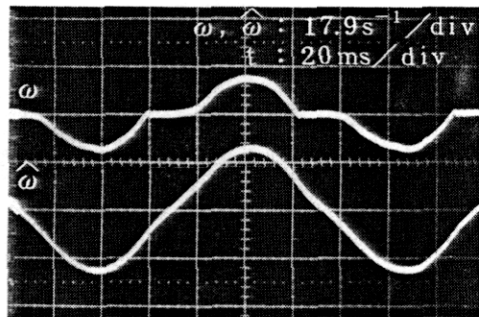
図6.7 固体摩擦によるサーボモータ系の停滯振動



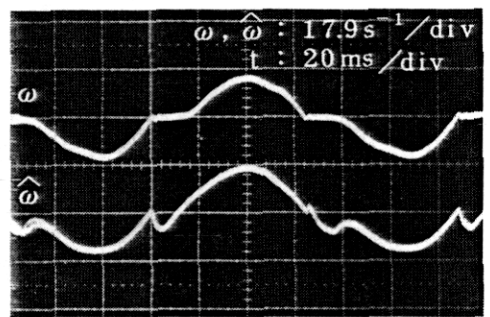
(i) Adaptive observer



(iii) Constant disturbance

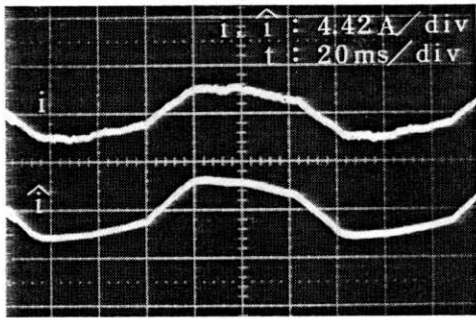


(ii) Without compensation

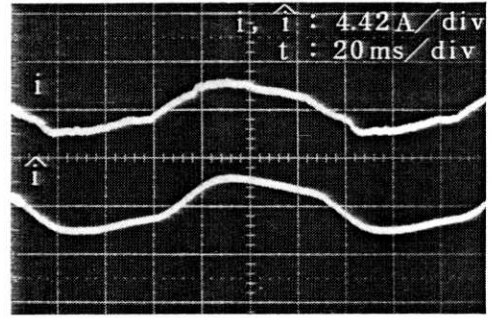


(iv) Two signs

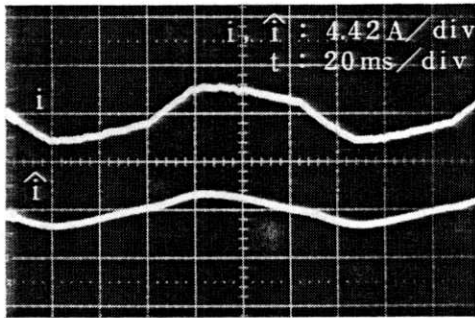
図6.8 各種オブザーバによる角速度の推定値 $\hat{\omega}$ の比較



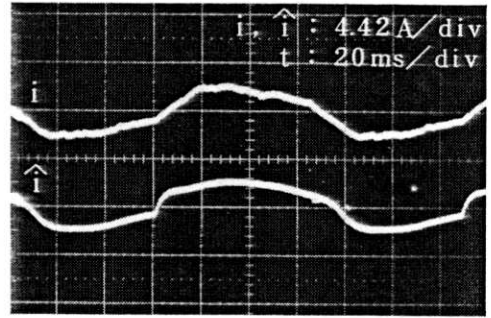
(i) Adaptive observer



(iii) Constant disturbance

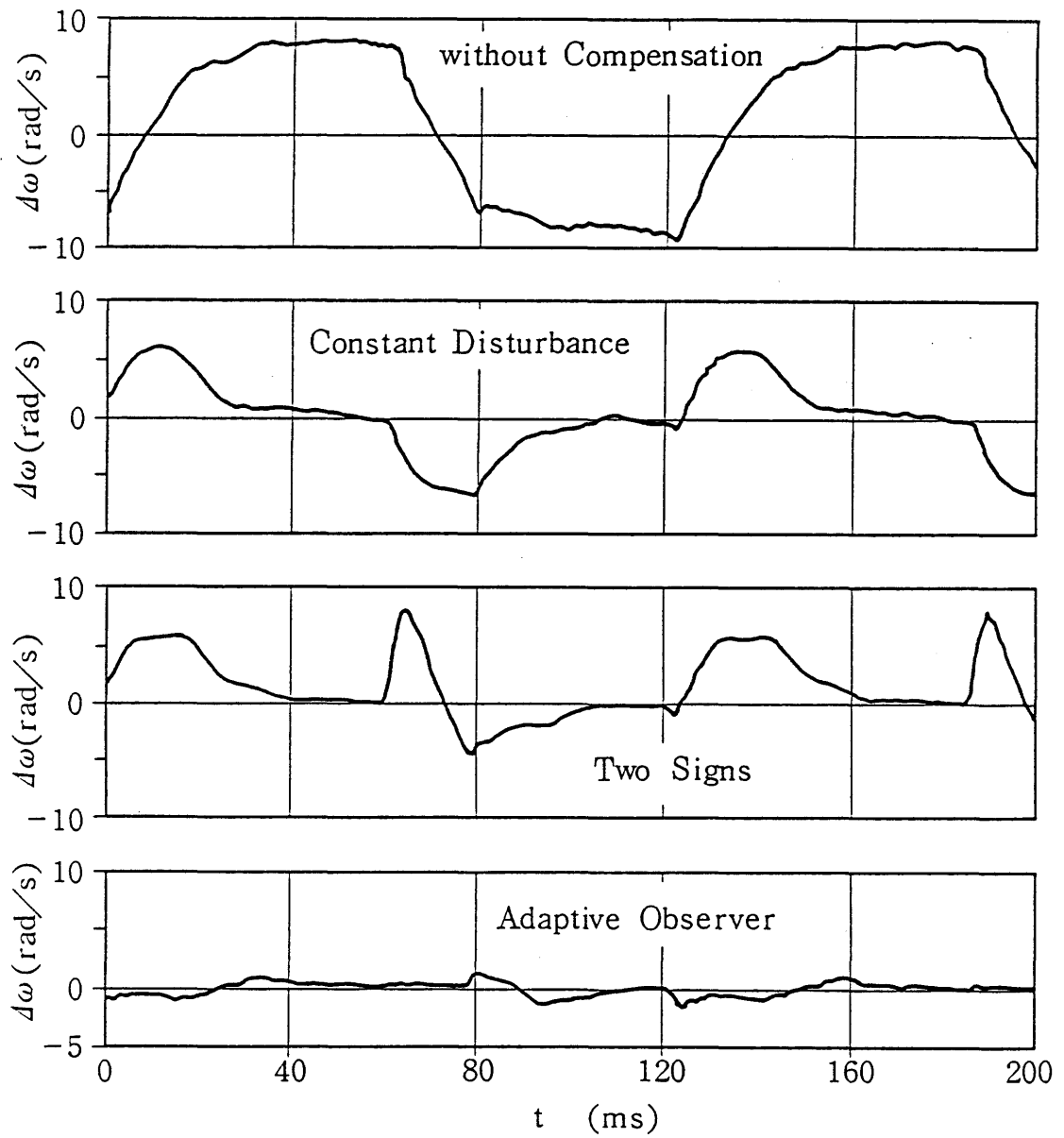


(ii) Without compensation



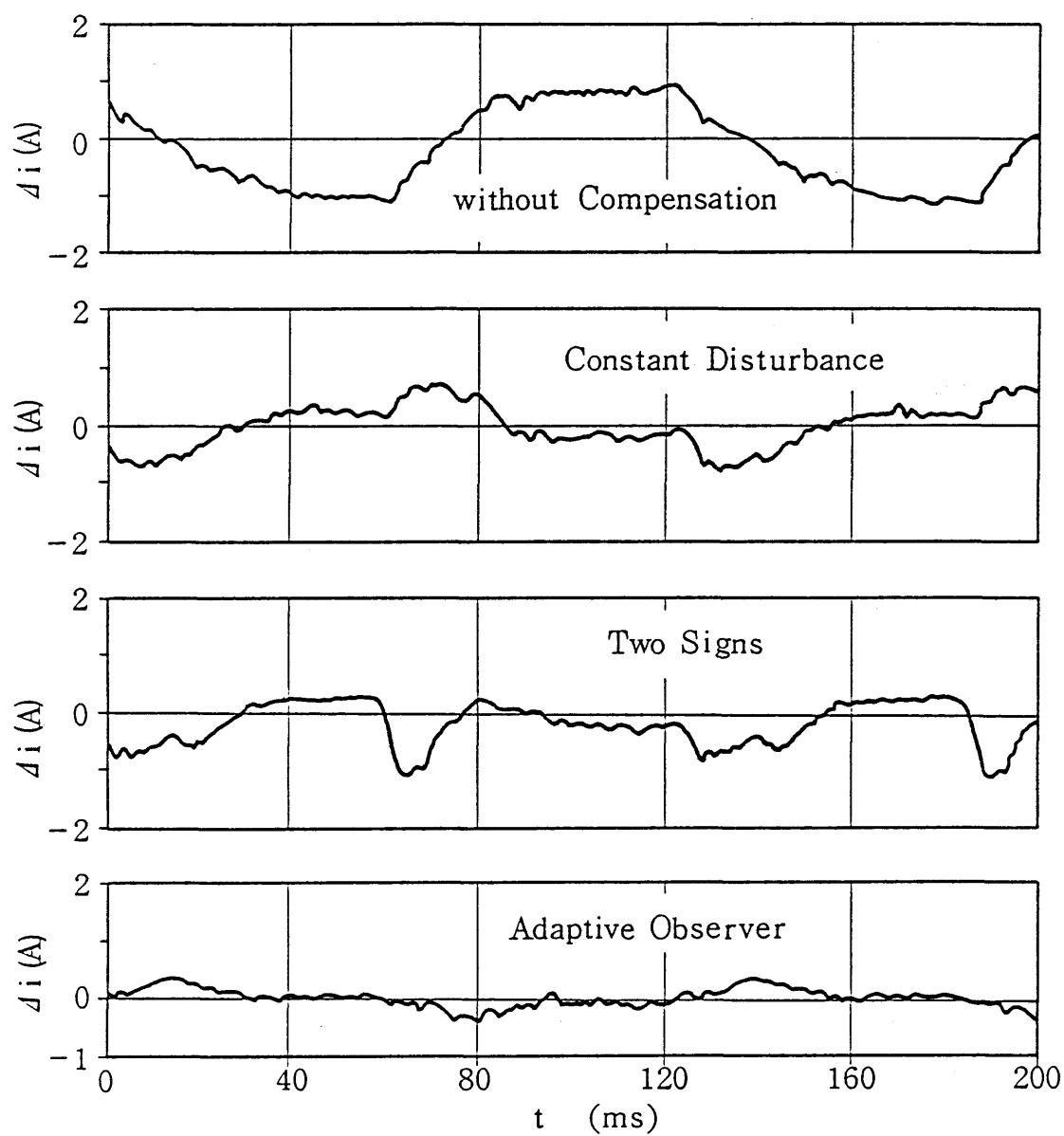
(iv) Two signs

図6.9 各種オブザーバによる電流の推定値 \hat{i} の比較



(a) Estimation error of angular velocity, $\Delta\omega$

図6.10 各種オブザーバによる状態推定誤差の比較



(b) Estimation error of current, Δi

図6.10 各種オブザーバによる状態推定誤差の比較

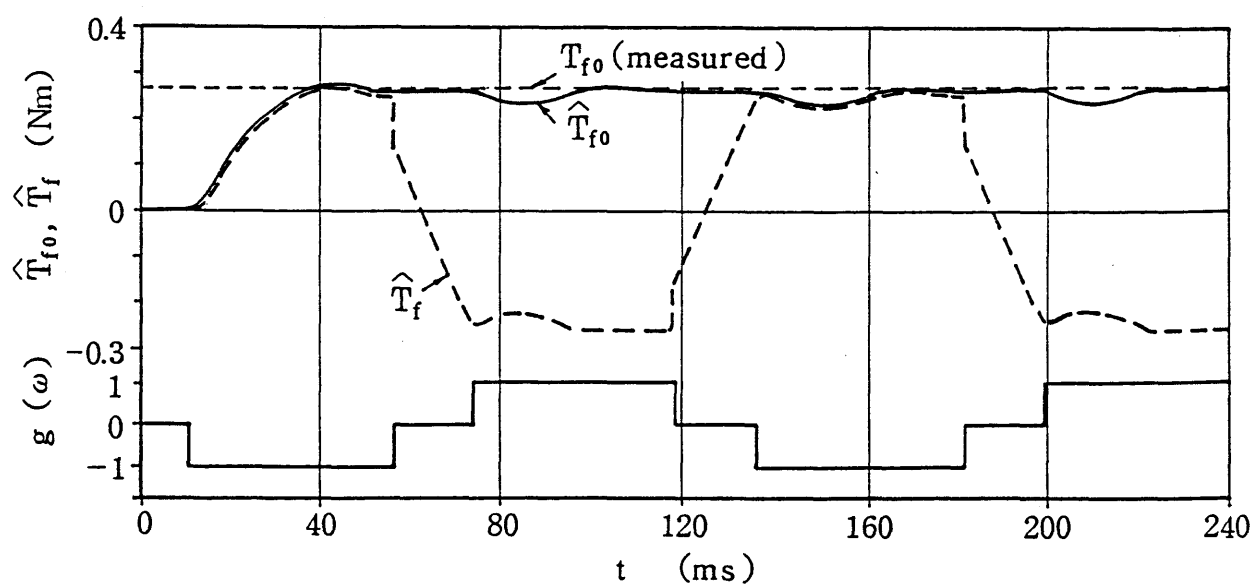
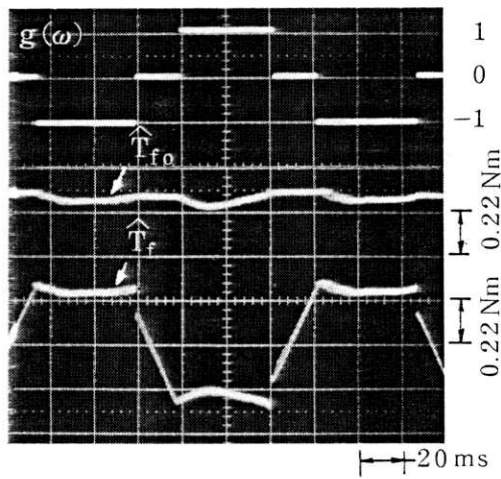
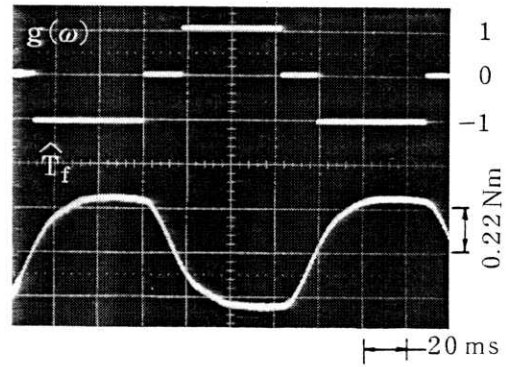


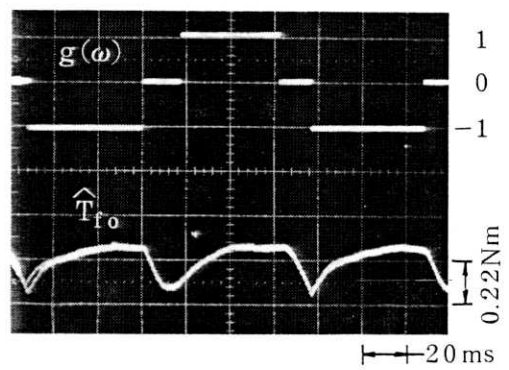
図6.11 適応オブザーバによる固体摩擦の推定値 \hat{T}_f , \hat{T}_{fo}



(i) Adaptive observer



(iii) Constant disturbance



(iv) Two signs

図6.12 各種オブザーバによる固体摩擦の推定値 \hat{T}_f (\hat{T}_{fo})

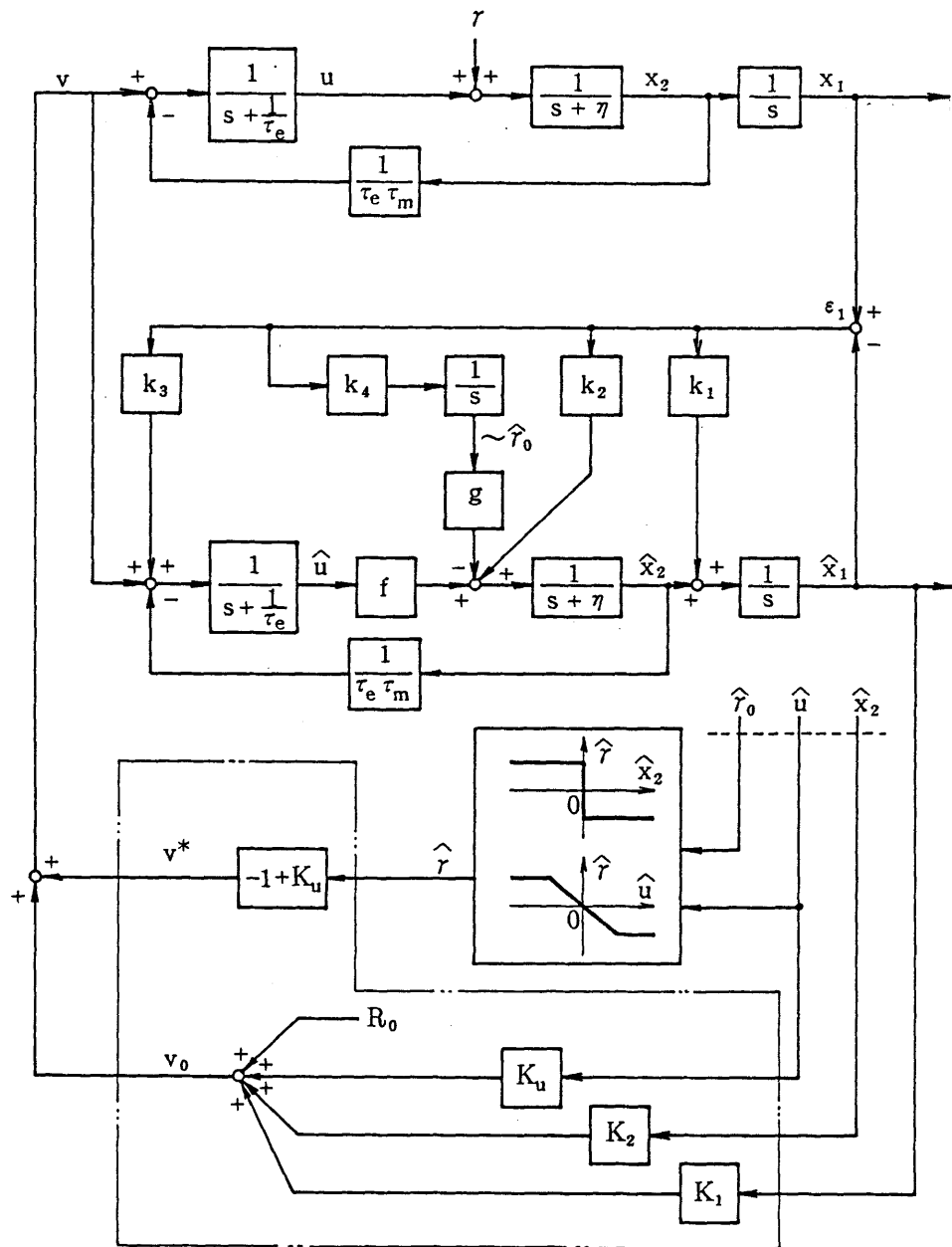


図6.13 固体摩擦を補償する位置決め制御系のブロック図

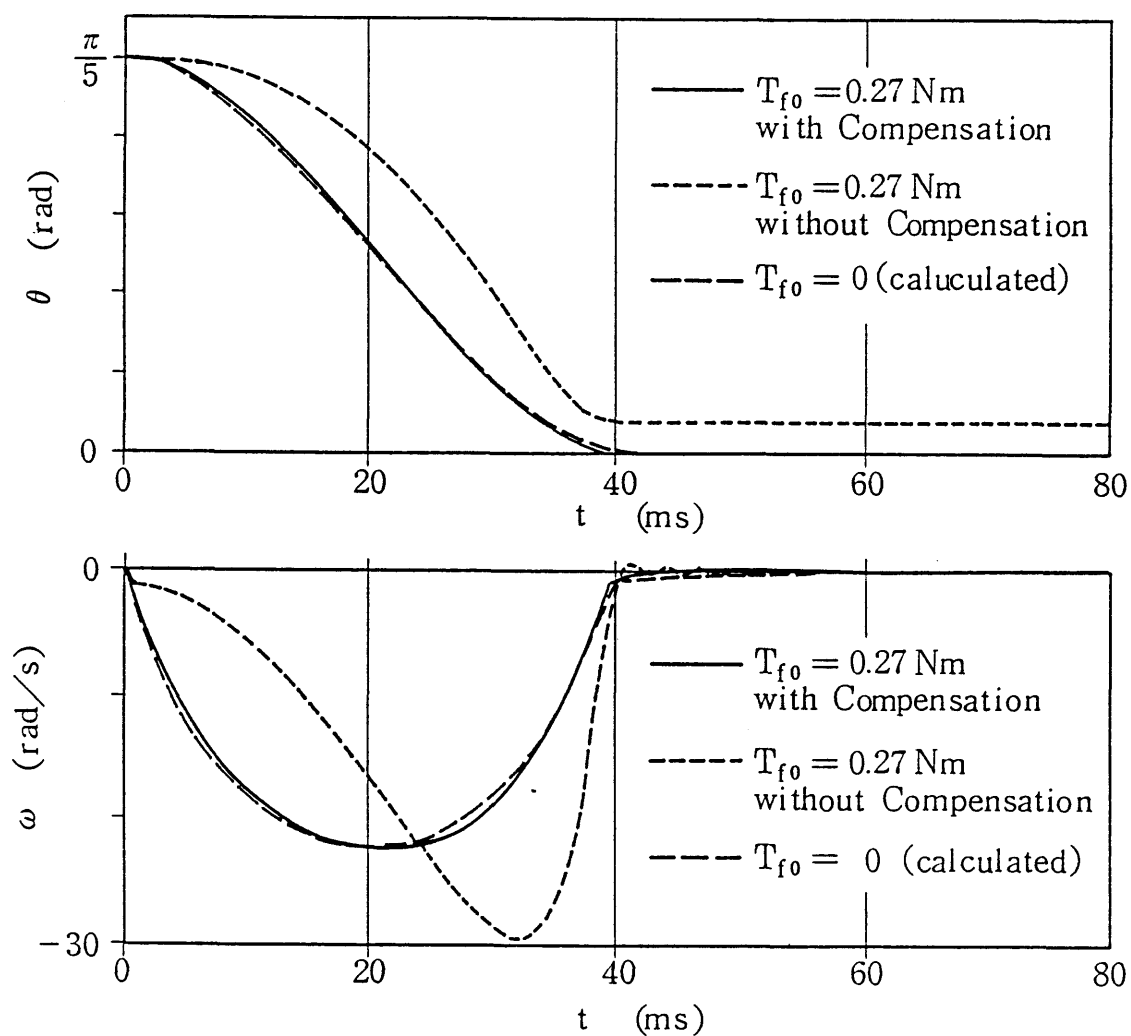


図6.14 角変位 θ , 角速度 ω
(固体摩擦を補償した位置決め制御)

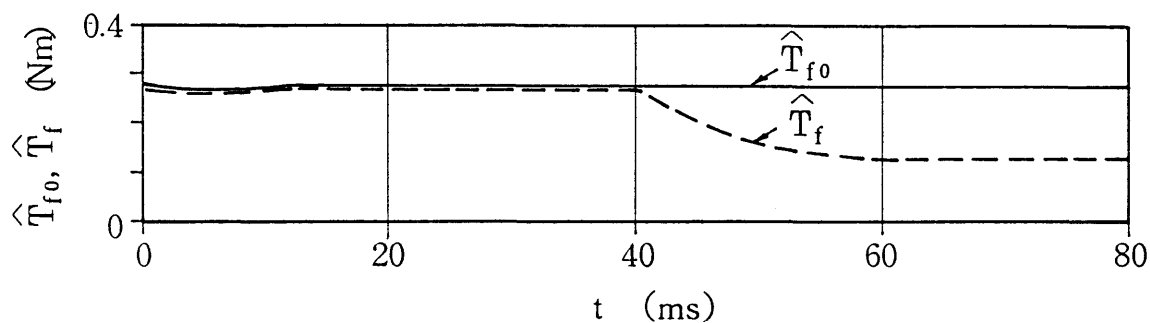


図6.15 固体摩擦の推定値 \hat{T}_f , \hat{T}_{f0}
(固体摩擦を補償した位置決め制御)

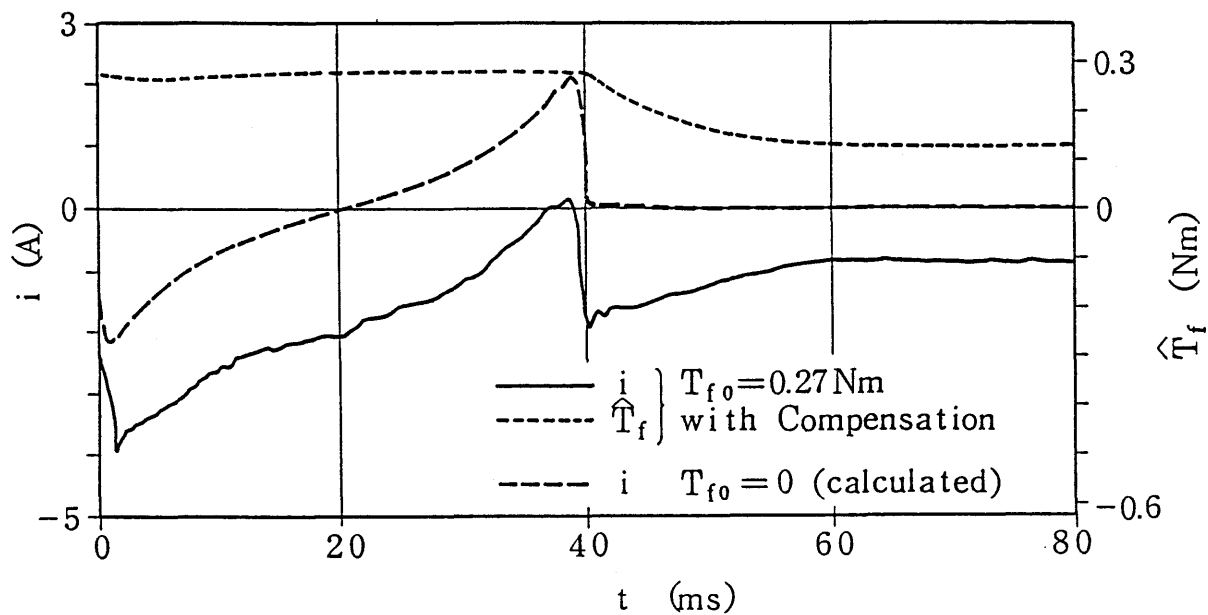


図6.16 電流 i ，固体摩擦の推定値 \hat{T}_f
(固体摩擦を補償した位置決め制御)

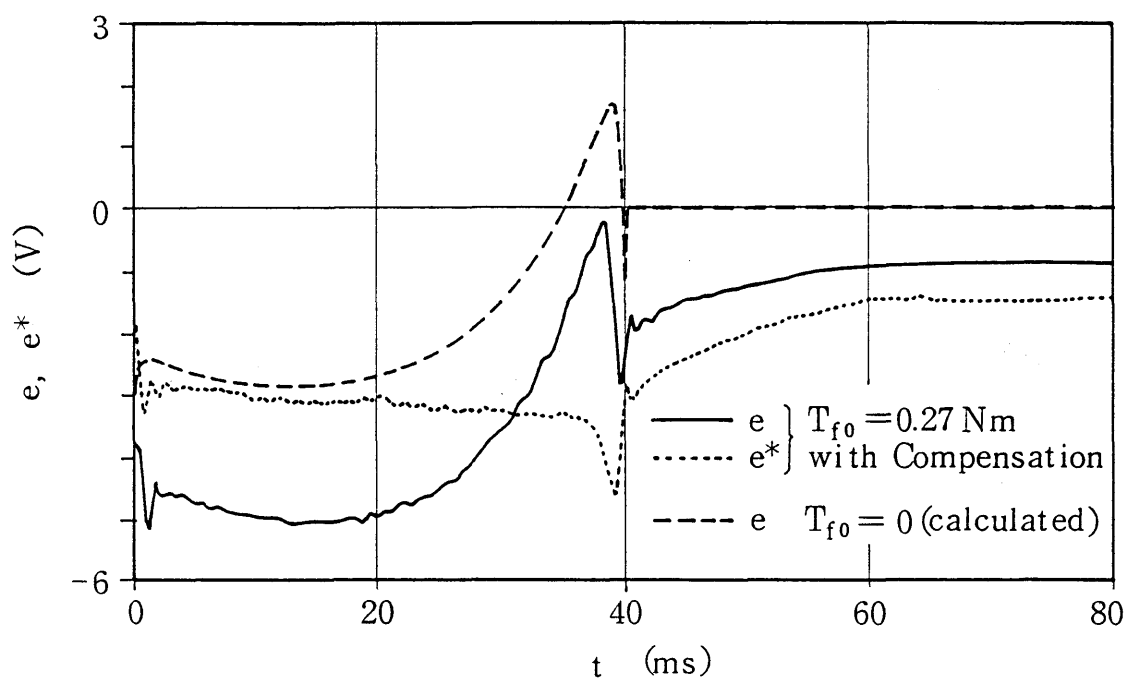


図6.17 入力電圧 e ，補償入力 e^*
(固体摩擦を補償した位置決め制御)

第7章 結論

情報機器や産業用ロボットなどの高性能化をねらいとして、共通の基本技術であるサーボモータを用いた位置決め制御の高速・高精度化における種々の問題点を理論的、実験的に検討し、位置決め制御系の基本的な設計法を明らかにした。以下に、本研究で得られた成果の概要をまとめて示す。

第1章は序論であり、位置決め制御の高速・高精度化における研究課題を整理するとともに、本研究の概要をまとめて示した。

第2章では、機械的な振動特性を考慮に入れた高速な位置決め制御法を明らかにするため、負荷系を一自由度振動系にモデル化したサーボモータ系の最小エネルギー制御について検討した。最初に、この問題が2次形式の評価関数を最小とする最適レギュレータ問題として定式化できることを明らかにし、位置決め時間 T が系の固有振動周期 T_0 と同程度の高速な位置決め制御が時変係数フィードバック系を用いて実現できることを具体的に示した。さらに、位置決め時間 T と系の固有振動周期 T_0 の比である固有振動数パラメータ λ を高速化の指標として導入し、固有振動数パラメータ λ が入力エネルギーや最大電流などの主な制御特性に及ぼす影響を明らかにし、高速な位置決め制御系を設計する上での指針を与えた。

第3章では、高速化に際して問題となる機構系のパラメータ変動の影響を残留振動で評価することとし、まず、残留振動の解析によってその評価基準を明らかにした。つぎに、固有振動数パラメータ λ や慣性モーメント α の変動に起因する残留振動特性を、3つの基本的な構成の位置決め制御系（時変係数フィードバック系、定係数フィードバック系、フィードフォワード系）について明らかにした。この際、制御系の構成によって残留振動特性に違いはあるが、いずれにしても、高速な位置決めを行う場合には、固有振動数パラメータ λ や慣性モーメント α の変動に対して低感度な位置決め制御法が必要となることも明らかになった。特に、固有振動数パラメータ λ の変動に対しては、フィードバックによる効果はほとんどなく、高速・高精度な位置決めを実現する上で対策が必要である。

第4章では、パラメータ変動に強い位置決め制御系の設計法として、複数設定値系の設計法を提案した。この設計法の特徴は、変動パラメータに対して複数個の設計値を設け、各々の設計値に対応する位置決め機構を並列結合した拡大系を導入することである。この拡大系に対して位置決め制御系を設計すれば、比較的広い範囲のパラメータ変動に強い位

位置決め制御系が得られることを計算，実験の両面から確認した。また，この複数設定値系の設計法が， n 個の設計値を 1 点に近づけていった極限において， $(n-1)$ 次の感度設計法に一致することを理論的に明らかにし，従来の感度設計法を含むより一般的な設計法であることを示した。さらに，実際のプリンタ・キャリッジ送り機構の高速位置決めへの適用により，その効果を実証することができた。

第 5 章では，高速な位置決め制御へのオブザーバの適用を検討した。まず，サーボモータ系の可観測性などを整理するとともに，負荷系の高速な状態推定を実現する離散時間オブザーバを試作し，オブザーバによる推定値を用いても実測値を用いた場合とほぼ同様の良好な位置決めが実現できることを確認した。さらに，実際のプリンタ・キャリッジ送り機構の高速位置決めへの適用により，その効果を確認することができた。

第 6 章では，高速・高精度化を阻害する大きな要因の一つである固体摩擦の推定方法と補償方法を明らかにした。まず，サーボモータ系の状態量とともに，非線形の固体摩擦をも推定する適応オブザーバの設計法を示すとともに，従来のオブザーバと比較して非常に良好な特性を示すことを実験で確認した。さらに，この適応オブザーバを利用した固体摩擦の補償方法を示し，サーボモータ系の高速位置決め制御への適用によって，補償方法の有効性を確認した。

以上示したように，本研究では，位置決め的高速・高精度化を阻害する主な問題点について検討し，位置決め制御系の基本的な設計法を明らかにした。また，本研究の手法は汎用的な手法であり，位置決め制御にとどまらず，機構系の運動制御一般に適用することが可能である。

謝 辞

終わりに、本論文をまとめるに際し、懇切なる御指導と御鞭撻を賜った東京大学工学部 三浦宏文教授、高野政晴教授、吉本堅一教授、井上博允教授、および東京大学生産技術研究所 樋口俊郎助教授に対し、謹んで感謝の意を表します。

また、本研究は日本電信電話公社（現日本電信電話株式会社）電気通信研究所において行ったものであるが、本研究の機会を与えられ、また、本研究の遂行にあたって終始御指導頂いた元横須賀電気通信研究所中川特別研究室長（現東海大学工学部教授）中川三男博士に対し、謹んで感謝の意を表します。また、有益な御助言を頂いた武蔵野電気通信研究所 電子装置研究部ファイル記憶研究室長 板生 清博士、同所 松田隆一調査役、西村 国俊調査役、および横須賀電気通信研究所 深谷健一調査役に対して、心から感謝の意を表します。

さらに、実験装置の製作に御協力頂いた株式会社安川電機製作所、日立電子エンジニアリング株式会社の関係各位に対して、深く感謝の意を表します。

参考文献

- (1) 中川；高速・精密サーボ系の機構設計—情報機器における实例から—，計測と制御，18-11，932/938 (1979)
- (2) 高野；ロボットの高速化，精密機械，51-1，68/72 (1985)
- (3) 大島；サーボ技術マニュアル（下巻），新技術開発センター (1981)
- (4) 中川；最近の位置決め制御，精密機械，49-7，829/784 (1983)
- (5) F.R.Hertrich；Average Motion Times of Positioners in Random Access Devices，IBM J. RES. Develop.，9-2，124/133 (1965)
- (6) R.K.Oswald；Design of Disk File Head-Positioning Servo，IBM J. Res. Develop.，18-6，506/512 (1974)
- (7) 三矢；磁気ディスクのヘッド位置決め技術，日本機械学会第573回講習会「情報機器におけるメカトロニクス技術」，71/80 (1984)
- (8) 中西；磁気ディスク装置における位置決め，精機学会第111回講習会「最近の精密位置決め技術」，45/55 (1983)
- (9) 柳川，奥中，勝川，後藤，川崎；モータ制御式60字/秒プリンタの実用化，電気通信研究所研究実用化報告，27-8，1787/1814 (1978)
- (10) 落合；XYプロッタにおける高速サーボ技術，日本機械学会第573回講習会「情報機器におけるメカトロニクス技術」，41/50 (1984)
- (11) H.Makino, N.Furuya；Motion Control of a Jointed Arm Robot Utilizing a Micro-computer，Proc. 11th ISIR, Tokyo, 405/412 (1981)
- (12) 牧野，村田，古屋；SCARAロボットの開発，精密機械，48-3，378/383 (1982)
- (13) 中野；ロボットにおける位置決め制御技術，日本機械学会第573回講習会「情報機器におけるメカトロニクス技術」，51/59 (1984)
- (14) 神谷，岡部，横山；関節形ロボットの高速化のための運動制御，精密機械，48-7，887/892 (1982)
- (15) R.K.Oswald；An Electronic Tachometer for Disk File Motion Control，IEEE Trans. on Magnetics, MAG-11-5，1245/1246 (1975)
- (16) D.G.Luenberger；Observing the State of a Linear System，IEEE Trans. on Military Electronics, MIL-8-2，74/80 (1964)

- (17) R.E.Kalman, R.S.Bucy ; New Results in Linear Filtering and Prediction Theory,
Trans. of ASME, Series D, 83-1, 95/108 (1961)
- (18) 山田, 中川 ; 機械的な振動特性を考慮したサーボモータ系の位置決め制御, 計測自動制御学会論文集, 18-1, 84/91 (1982)
- (19) 山田, 中川 ; サーボモータによる振動負荷の位置決め制御の検討 (第1報) , 第21回自動制御連合講演会, 425/426 (1978)
- (20) 山田, 中川 ; サーボモータによる振動負荷の位置決め制御の検討 (第2報) , 第18回 SICE 学術講演会, 391/392 (1979)
- (21) 野波, 東, 戸谷 ; 回転軸系の起動・停止時のねじり振動制御, 日本機械学会講演論文集, No.840-3, 133/140 (1984)
- (22) 小野 ; 振動機構系の最適な高速起動制御 (第1報) , 日本機械学会講演論文集, No.847-2, 90/97 (1984)
- (23) P.Meckel, W.Seering ; Active Damping in a Theree-Axis Robotic Manipulator,
Trans. of ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 107-1, 38/46 (1985)
- (24) B.C.Kuo ; Automatic Control Systems (3rd ed.), Prentice-Hall Inc.,
Englewood Cliffs (1975)
- (25) 伊藤 ; システム制御理論 (第6版) , 第6章, 昭晃堂 (1979)
- (26) 有本 ; 線形システム理論 (第4版) , 第7章, 産業図書 (1977)
- (27) 山田, 中川 ; サーボモータによる振動負荷の位置決め制御の検討 (第3報) , 第22回自動制御連合講演会, 357/358 (1979)
- (28) 黒田 ; 状態に制限のある制御系の最適制御, システムと制御, 15-3, 249/255 (1971)
- (29) 関根 ; 数理計画法 I , II (岩波講座基礎工学 5) , 岩波書店, (1973)
- (30) K.A.Fegley, S.Blum, J.O.Bergholm, A.J.Calise, J.E.Marowitz, G.Porcelli,
L.P.Sinha ; Stochastic and Deterministic Design and Control Via Linear and Quadratic Programming, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-16-6, 759/765 (1971)
- (31) J.E.Marowitz, K.A.Fegley ; System Design Using Quadratic Programming, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-16-3, 241/247 (1971)

- (32) Bonner & Moore Associates, Inc. ; Functional Mathematical Programming System CDC 6600 (1971)
- (33) 日本電信電話公社 ; DEMOS - E 数理計画法説明書 (その1) , (その2) (1976)
- (34) 山田, 中川 ; 位置決め制御系の残留振動特性と複数設定値系による低感度設計, 計測自動制御学会論文集, 18-11, 1059/1066 (1982)
- (35) I.Yamada, M.Nakagawa ; Reduction of Residual Vibrations in Positioning Control Mechanism, Trans. of ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 107-1, 38/46 (1985)
- (36) 山田, 中川 ; 位置決め制御系のパラメータ変動による残留振動特性, 第19回 SICE 学術講演会, 429/430 (1980)
- (37) 山田, 中川 ; 固有振動数の変動を考慮したサーボモータ系の位置決め制御, 第23回自動制御連合講演会, 331/332 (1980)
- (38) 板生, 神崎 ; ポリダインカムによるタイプヘッドの高速位置決め, 精密機械, 37-3, 204/211 (1971)
- (39) 板生, 神崎 ; 任意の残留振動特性をもつカムの設計法, 精密機械, 38-3, 289/296 (1972)
- (40) K.Kanzaki, K.Itao ; Polydyne Cam Mechanism for Typehead Positioning, Trans. of ASME, Journal of Engineering for Industry, 94-1, 250/254 (1972)
- (41) E.J.Davison ; The Robust Control of a Servomechanism Problem for Linear Time-Invariant Multivariable Systems, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-21-1, 25/35 (1976)
- (42) O.A.Sebak, W.M.Wonham ; A Design Procedure for Multivariable Regulators, Automatica, 12-5, 467/478 (1976)
- (43) 古田, 原 ; サーボ技術と現代制御論, 計測と制御, 19-10, 953/961 (1980)
- (44) 井上 ; 感度を考慮した最適制御のシンセシス, 計測と制御, 9-8, 565/579 (1970)
- (45) K.Fukaya, T.Siratori ; Dynamically Optimum Design of Rope-Pulley Spacing Mechanism, ASME Paper No. 79-DET-34 (1979)
- (46) 山田, 中川 ; オブザーバを用いたサーボモータ系の高速位置決め制御, 第24回自動制御連合講演会, 177/178 (1981)

- (47) 山田, 中川 ; オブザーバを用いたプリンタ機構の高速位置決め制御, 精機学会中国・四国, 九州支部 57年度秋期学術講演会, 33/34 (1982)
- (48) 秋田 ; 多関節形ロボットアームの運動制御, 計測と制御, 22-7, 640/646 (1983)
- (49) 田丸, 永山 ; カルマン・フィルタを用いたねじり共振系の位置決め制御, 計測自動制御学会論文集, 20-7, 641/647 (1984)
- (50) 秋田, 内山, 玉虫, 比屋根 ; オブザーバを用いた高速移動台の制御, 第19回 SICE 学術講演会, 369/370 (1980)
- (51) 山田, 中川 ; 固体摩擦の影響を除去する適応オブザーバの検討, 第21回 SICE 学術講演会, 495/496 (1982)
- (52) 山田, 中川 ; オブザーバによる固体摩擦の推定と位置決め制御, 第22回 SICE 学術講演会, 835/836 (1983)
- (53) 山田 ; オブザーバによる固体摩擦の推定と位置決め制御, 計測自動制御学会論文集, (投稿中)
- (54) 榎木, 桑原, 砂原 ; 自動制御工学—非線形制御理論編, 117/132, 養賢堂 (1977)
- (55) 大槻, 平井, 池辺 ; 負荷無反応形直流電気サーボ機構の基礎的検討, 計測自動制御学会北海道支部学術講演会, ***/** (1982)
- (56) 大槻, 平井, 浜野, 池辺 ; 負荷無反応形直流電気サーボ機構の実験的検討, 第25回 自動制御連合講演会, 355/356 (1982)
- (57) 白, 辻澤, 田川 ; 低感度高速電気サーボ系設計の基礎的研究, 計測自動制御学会論文集, 19-8, 636/641 (1983)
- (58) J.W.Gilbart, G.C.Winston ; Adaptive Compensation for an Optical Tracking Telescope, Automatica, 10-2, 125/131 (1974)
- (59) S.I.Haque, R.V.Monopoli ; Discrete Adaptive Control of Radio Telescope, Application of Adaptive Control (K.S.Narendra, R.V. Monopoli ed.), 397/421, Academic Press (1980)
- (60) 田村, 市川, 小滝, 天野 ; クーロン摩擦を受ける直流サーボモータ系の適応制御系の構成, 計測自動制御学会論文集, 20-3, 227/232 (1984)
- (61) R.S.Meditch, G.H.Hostetter ; Observers for Systems with Unknown and Inaccessible Input, Int.J.Control, 19-3, 473/480 (1974)
- (62) 木村 ; 多変数制御系の理論と応用—VI, システムと制御, 22-10, 606/615 (1978)

- (63) J.S.Burdess, A.V.Metcalf ; The Active Control of Forced Vibration Produced by Arbitrary Disturbances, Trans. of ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 107-1, 33/37 (1985)