

人工林の直径分布の推移に関する理論的研究

—直径階別枯損確率の推定—

龍原 哲*・箕輪光博**

Studies on the Transition of Diameter Distribution in Coniferous Plantations

—An Estimation of Mortality Probability by Diameter Class—

Satoshi TATSUHARA and Mitsuhiro MINOWA

I. はじめに

本論文は林木の生長と枯死の関係を確率論的視点からモデル化することにより人工林の直径分布の時間的遷移を論じたものである。

直径分布の時間的遷移を確率論的に扱った例としては、鈴木・梅村^{14-17, 21)}, SLOBODA¹⁰⁻¹²⁾, 田中²⁰⁾, 竹内・箕輪¹⁹⁾らの研究がある。特に、鈴木・梅村の研究は、林木の生長過程を拡張モデルで記述したものととしてその後の直径分布の研究に大きく影響を与えた。いずれの研究も、林木の生長と枯死を統合的に扱っているが、直径階別の枯損現象を明示的にモデル化するのに苦慮している。そこで本研究では、直径とその生長量の間確率モデルを想定し、それに基づいて各直径階別の枯損確率を導く方法を理論的に検討した。

なお、モデルの検証には、東京大学秩父演習林の人工林固定標準資料を使用させて頂いた。ここに感謝の意を表する次第である。

II. 既往の確率論的モデル

1. 鈴木・梅村のモデル

鈴木^{14, 15, 17)}は直径生長を拡散過程と見なし、以下のような確率論的生長モデルを提案した。

時刻 τ における直径分布を $\phi(\tau, y)$ で表せば、直径分布 $\phi(\tau, y)$ に関する微分方程式 (林分遷移の基礎方程式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi(\tau, y)}{\partial \tau} &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \{ \alpha(\tau, y) \phi(\tau, y) \} \\ &- \frac{\partial}{\partial y} \{ \beta(\tau, y) \phi(\tau, y) \} - r(\tau, y) \phi(\tau, y) \end{aligned} \quad (2.1)$$

が得られる。林木の平均直径が MITSCHERLICH の法則に従うとし、係数 $\alpha(\tau, y), \beta(\tau, y)$ を

$$\alpha(\tau, y) = 4a^2 k e^{-2ky} \quad (2.2)$$

* 凸版印刷株式会社
Toppan Printing Co., Ltd.

** 東京大学農学部林学科
Department of Forestry, Faculty of Agriculture, University of Tokyo.

$$\beta(\tau, y) = be^{-k\tau} \quad (2.3)$$

とおく。また、枯死する確率は τ, y に無関係に一定である。すなわち時間間隔のみに比例すると考え、係数 $\gamma(\tau, y)$ を

$$\gamma(\tau, y) = c$$

とおく。この仮定から

$$\phi_0(\tau, y) = \frac{e^{-c\tau}}{2\sqrt{\pi a^2(1-e^{-2k\tau})}} \exp\left[-\frac{\{y-b(1-e^{-k\tau})\}^2}{4a^2(1-e^{-2k\tau})}\right] \quad (2.5)$$

のような正規分布の形をした基本解が得られた。任意の初期条件

$$\phi(0, y) = f(y) \quad (2.6)$$

を満足する解は式 (2.5), (2.6) のたたみこみによって

$$\phi(\tau, y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\phi_0(\tau, y-\xi)d\xi \quad (2.7)$$

と得られる。

上述のモデルでは、係数 $\gamma(\tau, y)$ を一定にすることにより、平均直径の上下に対象な分布を得た。しかし、実際の林分の直径分布は非対称なものも多く、また歪度はたいてい正である。

梅村・鈴木²¹⁾は、直径がある大きさ以下のものはすべて枯れてしまうという境界条件を与え、左寄りの分布を表現した。このことは、ある限度以上生長の遅れた林木は被圧、あるいは除伐、間伐などによって生存競争の敗者として除かれてしまうという仕組みをモデルに組み込んだことになる。本来その林分が持っていると思われる直径分布よりもある限度 d 以上生長の遅れたものは死滅するものとして、

$$\varphi_0(\tau, y) = \begin{cases} \frac{e^{-c\tau}}{2\sqrt{\pi t}} \left[\exp\left\{-\frac{(y-m)^2}{4t}\right\} - \exp\left\{-\frac{(y-m+2d)^2}{4t}\right\} \right] & y \geq m-d \\ 0 & y < m-d \end{cases}$$

$$t = \int_0^{\tau} \alpha(\tau, y) du \quad m = \int_0^{\tau} \beta(\tau, y) du \quad (2.8)$$

なる分布を導いた。この解は基本解 (2.5) と異なり、左に偏った非対称な分布となる。

2. SLOBODA・田中のモデル

鈴木¹⁵⁻¹⁷⁾のモデルでは係数 $\alpha(\tau, y), \beta(\tau, y)$ を直径、林齢のいずれかの関数としていた。これに対し、SLOBODA¹⁰⁻¹²⁾は直径、林齢の両方を独立変数とするモデルを提案した。さらに、田中²⁰⁾はSLOBODAのモデルを拡張して次のような仮説を立て、直径に関する微分方程式を導いた。

仮説1 ある林齢 t における定期直径生長量 $\Delta x(t)$ と直径 $x(t)$ の大きさとの間には、正の直線関係が認められる。

仮説2 仮説1で表される直線関係について、直線式のまわりの誤差変動の大きさは直径に依存しない。

仮説3 仮説1で表される直線式のまわりの誤差変動の標準偏差はその時の直径生長量の平均 $\Delta g_x(t)$ に比例する。

仮説4 仮説1で表される直線式のまわりの誤差変動は、全くランダムであって、いわゆる白色雑音である。

仮説5 仮説1で表される直線式の X 切片 $c(t)$ と平均直径 $g_x(t)$ の間には線形関係 $c(t) = \alpha g_x(t) + \beta$ が存在する。これを微分方程式で表現すると式(2.9)のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= \frac{g_x'(t)}{g_x(t) - c(t)} x(t) - \frac{g_x'(t)c(t)}{g_x(t) - c(t)} + r_x g_x'(t) f(t) \\ &= \frac{g_x'(t)}{(1-\alpha)g_x(t) - \beta} x(t) - \frac{g_x'(t)(\alpha g_x(t) + \beta)}{(1-\alpha)g_x(t) - \beta} + r_x g_x'(t) f(t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

ただし,

$f(t)$: 仮説4における白色雑音

田中のモデルでは最終的な優勢木が対象とされており, 枯損は考えられていない。

3. 竹内・箕輪のモデル

竹内・箕輪¹⁹⁾は直径生長を純出生過程とみなし, 次のような仮説を立てた。

仮説(I) 直径を x で表し, 離散量 ($x=0, 1, 2, \dots$) とする。年齢を t で表し, 連続量 ($t \geq 0$) とする。年齢 ($t, t + \Delta t$) の間に直径 x のものが $x+1$ 以上に太る確率を $\lambda_x(t)\Delta t + o(\Delta t)$ とする。 0 (Δt) は $x+2$ 以上に太る確率であり, その大きさは Δt より小さいオーダーである。

仮説(II) 年齢 ($t, t + \Delta t$) の間に直径 x のものが枯死する確率を $\mu_x(t)\Delta t$ とする。年齢 t において直径 x のものが存在する確率を $P_x(t)$ とすると, 仮説から $P_x(t)$ について

$$P_x(t) = -\{\lambda_x(t) + \mu_x(t)\} P_x(t) + \lambda_{x-1}(t) P_{x-1}(t) \quad (x=1, 2, \dots) \quad (2.10)$$

$$P'_0(t) = -\{\lambda_0(t) + \mu_0(t)\} P_0(t) \quad (2.11)$$

$$P_0(0) = 1, P_x(0) = 0 \quad (x \neq 0) \quad (2.12)$$

のような方程式が得られる。そこで, $\lambda_x(t)$ に次のような3つの型を想定して直径分布 $P_x(t)$ について検討した。

1. POISSON 型 $\lambda_x(t) = \alpha(t)$

2. MITSCHERLIC 型 $\lambda_x(t) = \alpha(t)(M-x)$

3. YULE 型 $\lambda_x(t) = \alpha(t)x$

$\mu_x(t)$ が直径の大きさに無関係な場合については簡単な解を導いたが, $\mu_x(t)$ が直径の関数となる場合には簡単な解が得られない。

III 新しいモデル

本論文においても, 以上のモデルと同様に, 林木が生長する過程を確率過程と見なし, 次のような仮定をおく。

仮定1. ある二つの林齢における直径の大きさは単木レベルの生長式とそのまわりの変動を表す項によって結び付けることができる。つまり,

時刻 t における直径を x , 時刻 $t + \Delta t$ における直径を y とすると,

$$y_i = \zeta(x_i) + \varepsilon_i \quad (3.1)$$

ただし,

$\zeta(X_i)$: 単木レベルの生長式

ε_i : 生長式のまわりの変動を表す項

仮定2. 生長式のまわりの変動を表す項 ε_i はある確率分布に従っている。

時刻 t に直径が x であった林木が、時刻 $t + \Delta t$ に直径 y に遷移する確率 $p(y|x)$ は生長式 (3.1) および確率分布によって定義できる。

仮定 3. 直径が生長の過程で負の生長をした木を枯損木とみなす。

時刻 t における直径 x_m の木が、時刻 $t + \Delta t$ となるまでに枯死したとすると、時刻 $t + \Delta t$ の直径は $y_m < x_m$ を満たす y_m によって表される。これによって、枯死木を確率分布の中で同時に扱うことができるようになる。すなわち、時刻 t に直径が x であった林木が、時刻 $t + \Delta t$ までに枯死する確率 $m(t, \Delta t, x)$ は y が x よりも小さくなる確率として、次のように表現できる。

$$\begin{aligned} m(t, \Delta t, x) &= Pr(y < x|x) \\ &= \int_{-\infty}^x p(y|x) dy \end{aligned} \quad (3.2)$$

以上の仮定から、時刻 t に直径が x であった林木が、時刻 $t + \Delta t$ に直径 y に遷移する現実の確率 $p^*(y|x)$ は、

$$p^*(y|x) = \begin{cases} p(y|x) & y \geq x \\ 0 & y < x \end{cases} \quad (3.3)$$

と表される。ここで、 $y \geq x$ である林木は時刻 t から時刻 $t + \Delta t$ までの間に生長したもので、その遷移確率は確率 $p(y|x)$ となり、 $y < x$ である林木はその間に枯死したもので、存在しなくなるからその確率は 0 である。時刻 t および時刻 $t + \Delta t$ における直径分布をそれぞれ $\phi(x)$, $\phi(y)$ とすると、遷移確率密度関数の定義より、

$$\phi(y) = \int_0^{\infty} \phi(x) p^*(y|x) dx \quad (3.4)$$

が成り立つ。ここで、積分の下限はマイナス無限大ではなく 0 となる。なぜなら、式 (3.3) より $y < x$ のとき $p^*(y|x) = 0$ であり、しかも x は正だから、直径分布 $\phi(y)$ は負の値では 0 となるからである。これは、負の値を持つ直径が存在しないことと矛盾しない。

したがって、時刻 t に直径が x であった林木のうち、時刻 $t + \Delta t$ までに枯死する本数を $M(t, \Delta t, x)$ 、林分全体の枯死木本数を $N_m(t, \Delta t)$ とすると

$$M(t, \Delta t, x) = N \phi(x) m(t, \Delta t, x) \quad (3.5)$$

$$N_m(t, \Delta t) = \int_0^{\infty} M(t, \Delta t, x) dx \quad (3.6)$$

ただし、

N : 期首の立木本数

となる。式 (3.4), (3.5), (3.6) は直径分布 ϕ がどのような分布であっても成立する。

本章では、直径分布の遷移において一般的な仮定をおいた。以下の章で、資料の解析結果を基に生長式 $\zeta(x)$ 、生長式のまわりの変動を表す確率分布を具体的に決定し、遷移確率密度関数 $p(y|x)$ を具体的な関数で表現する。

IV. 生長量と生長式

本論文の解析では秩父演習林におけるスギ試験地の直径生長資料²³⁾を用いた。この資料は人工造林地の間伐試験地のもので、これらの中から無間伐区の資料を利用し、6~11年の間隔で生長を解析できるものを選んだ。表IV-1に解析に用いた資料の林齢およびそのときの立木本数を示

す。また各試験地の林分密度と断面積平均直径の関係は表IV-2 のようになる。

表IV-1 試験地の概要
Table IV-1. Summary of experimental plots

試験地	試験番号	面積 (ha)	林 齢	立木本数	ha 当り立木本数
入 山	036B	0.1280	37	163	1273
			43	163	1273
			53	151	1180
			59	147	1148
矢竹沢	503A	0.2387	29	381	1596
			40	359	1504
			48	344	1441
矢竹沢	032D	0.0710	26	112	1577
			29	112	1577
			36	108	1521
			40	107	1507
			49	102	1437
要倉沢	005B	0.0502	26	135	2689
			36	122	2430
			40	113	2251
			50	96	1912

表IV-2 密度と平均直径の関係
Table IV-2. Relationship between number of trees per ha and quadratic mean diameter for each plot

試験地	試験地番号	林 齢	立木密度 (本/ha)	断面積平均直径 (cm)	K^*
入 山	036B	37	1273	24.51	5.334
		43	1273	26.44	5.388
		53	1180	29.08	5.421
		59	1148	30.19	5.435
矢竹沢	503A	29	1596	23.38	5.400
		40	1504	27.21	5.480
		48	1441	29.12	5.509
矢竹沢	032D	26	1577	22.37	5.364
		29	1577	23.24	5.391
		36	1521	25.52	5.440
		40	1507	26.74	5.469
		49	1437	28.93	5.503
要倉沢	005B	26	2689	18.22	5.453
		36	2430	20.61	5.495
		40	2251	21.88	5.500
		50	1912	23.93	5.495

* REINEKE 式⁷⁾ $\log N = -1.605 \log D + K$ (N : 立木本数, D : 断面積平均直径) における K

1. 直径階別生長量

まず次の10測定区間についての直径階別生長量を求める。

試験地	林 齢
入 山 (036B)	37年～43年
	43年～53年
	53年～59年
矢竹沢 (503A)	29年～40年
	40年～48年
矢竹沢 (032D)	26年～36年
	29年～40年
	40年～49年
要倉沢 (005B)	26年～36年
	47年～50年

直径階は2cm括約とする。

各区間における生長量の平均、分散、変動係数はそれぞれ表IV-3～12のようになった。これらの表によると、直径階ごとの生長量の平均は直径が大きくなるにしたがって増加し、変動係数は直径が大きくなるにしたがって減少している。分散については、小さい直径階で小さな値をとるが、直径階全体の傾向は直径にかかわらず一定のものや直径が大きくなるにしたがって大きくなるものがあり、一般的な傾向ははっきりとわからない。

そこで、直径階別生長量の分散の検定を行ったのが、表IV-13～22である。この表によると、小さい直径階のほか、一部の直径階で特異な値をとるものがあり、これらを除いて考えると、直径階別生長量の分散はほぼ一定と見なしても差し支えはなさそうである。

田中のモデル²⁰⁾では、定期生長量と直径の大きさとの間の直線式のまわりの誤差変動の大きさは直径に依存しない、という仮説が立てられている。ここでいう誤差変動の大きさは、生長量の分散と同じものである。他方、白石の直径分散のモデル⁹⁾では、誤差項が直径階に係わらず一定となるモデルのほかに、誤差項が直径階に比例するモデルが設定されている。スギ、ヒノキに関する解析では、誤差項が一定となるのは、比較的若齢の資料に多く、誤差項が直径に比例するのは、壮齢以上の資料が多い、ということが示されている。

直径が小さくなれば生長量の下限が制限され、また枯損する可能性も高いので、小さい直径階で分散が小さくなるのは理にかなっているといえる。しかし、枯損木まで含めて考えると、実際の分散よりも大きな分散を持つと考えることができる。

2. 生長式 $y=ax+b$

最も簡単な生長式として、一次式

$$y=ax+b \quad (4.1)$$

が考えられる。PRODAN⁶⁾、大隅ら⁵⁾は、同齢単純林において期首の直径 x と期間生長量 z_d の間に直線の関係

$$z_d=ad_x+\beta \quad (4.2)$$

を示す傾向が認められることを見いだした。ここで期末直径を y とし、

$$a = \alpha + 1, b = \beta \quad (4.3)$$

とおくと、式(4.1)が得られる。ここで、パラメータ α, β, a, b は期間ごとに変化する定数である。

そこで、二時点の直径の x, y に式(4.1)をあてはめ、そのまわりの誤差について平均二乗誤差(分散)および歪度、尖度を求めた。正規分布では歪度は0、尖度は3になる。誤差分布の正規性を検定するため、歪度 b_1 、尖度 b_2 がそれぞれ

$$|b_1| > \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)} u_{\alpha/2}} \quad (4.4)$$

$$\left| b_2 - \frac{3(n-1)}{n+1} \right| > \sqrt{\frac{24(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)} u_{\alpha/2}} \quad (4.5)$$

ただし、

$u_{\alpha/2}$: 正規分布の片側 $\alpha/2$ 点

の時、正規分布であるとする仮説を捨てる¹⁸⁾。これらの結果を表IV-23~32に示す。

歪度については、一部の直径階で有意差があったが、大部分は有意差がなかった。503A・29~40年および40~48年では4つの直径階で有意差がみられたが、036B・43~53年および53~9年、032D・29~40年、005B・40~50年の4区間では、2つの直径階で、036B・37~43年、032D・26~36年および40~49年、の3区間では1つの直径階で有意差があり、005B・26~36年では全直径階で有意差がなかった。

尖度についても同様である。503A・40~48年では3つの直径階で有意差がみられたが、036B・43~53年、032D・29~40年および40~49年、の3区間では、2つの直径階で、036B・37~43年、503A・29~40年、032D・26~36年、の3区間では1つの直径階で有意差があり、036B・53~59年、005B・26~36年および40~50年の3区間では全直径階で有意差がなかった。

3. 生長式 $y = Ax^b$

生長式として一次式(4.1)を当てはめた結果は、前節の通りであるが、誤差分布の歪度は、若干正に偏っていた。生長式のまわりの変動が対数軸上で正規分布になっていれば、実軸上では平均値より下のほうに偏る、すなわち歪度が正の分布になる。そこで、二時点の直径 x, y をそれぞれ対数軸上にとったときの直線式

$$\log y = a \log x + b \quad (4.6)$$

すなわち

$$y = Ax^b \quad (4.7)$$

ただし、

$$A = e^b, B = a$$

を当てはめることにする。

式(4.1)と同様に、二時点の直径 x, y に式(4.6)をあてはめ、そのまわりの誤差について平均二乗誤差および歪度、尖度を求めた。そして、歪度、尖度について正規性の検定を行った。これらの結果を表IV-33~42に示す。

歪度については、一部の直径階で有意差があったが、大部分は有意差がなかった。式(4.2)に比べ、僅かだけ有意差の検出された直径階の数は少ない。503A・29~40年および40~48年では

4つの直径階で、036B・43～53年では3つの直径階で有意差がみられたが、036B・53～59年、005B・40～50年の2区間では、2つの直径階で、036B・37～43年、032D・6～36年および40～49年の3区間では1つの直径階で有意差があり、032D・29～40年、005B・26～36年の2区間では全直径階で有意差がなかった。

尖度についても同様である。032D・40～49年では3つの直径階で有意差がみられたが、503A・40～48年、032D・29～40年の2区間では、2つの直径階で、036B・37～43年および43～53年503A・29～40年、032D・26～36年、の4区間では1つの直径階で有意差があり、036B・53～59年、005D・26～36年および40～50年の3区間では全直径階で有意差がなかった。

4. 生長式の比較

BAILY¹⁾は単木の生長式を二時点間の直径分布の変換式と見なし、直径分布に仮定した確率密度関数が保存される場合の単木の生長式を導いた。直径分布を正規分布、指数分布等にとすると、単木レベルの生長式は

$$x_2 = \beta_0 + \beta_1(x_1 - \beta_3) \quad (4.8)$$

となり、ワイブル分布、対数正規分布等とすると、

$$x_2 = \beta_0 + \beta_1(x_1 - \beta_3)^{\beta_2} \quad (4.9)$$

となる。ここで、 x_1, x_2 は直径、 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ は定数である。式(4.1)と(4.8)は同じ式である。そして、式(4.7)は式(4.9)の特別な場合であり、箕輪⁴⁾もワイブル分布が式(4.7)に対し、その形を保存することを指摘している。ただし、これらのモデルでは生長のランダムな動きは全く考えられていないのに対し、本論文では生長の偶然性を確率過程と定義している、という違いがある。

生長式として、式(4.1)と(4.7)を用いた場合の違いは次の通りである。

① 前者が一般の場合に原点を通らないのに対して、後者は原点を必ず通る。式(4.1)は若齢期を除くほとんどの場合、係数 b は負になる。このことは、期首直径 x が $x < -a/b$ である林木の期末直径 y が負になることを意味し、現実の状態と矛盾している。これに対して、式(4.6)では、期末直径 y は必ず正になる。もっとも、生長式のまわりの変動を考え、負の生長をした林木が枯死するものとすれば、期首直径 x に対する期末直径平均値が負となっても個々の y が正の値をとることを否定してはおらず、また枯死する木に関しては負の値をとっても特に問題はない。

② 生長式のまわりの変動を正規分布で表すと、前者では誤差の分布は生長式の上下で対称な分布になり、誤差分散は直径に係わらず一定であるのに対して、後者では誤差分布は下に偏った分布になり、誤差分散は直径が大きくなるにしたがって大きくなる。ある期首直径 x に対する期末直径 y の平均値、分散をそれぞれ $E(y_N(x)), D^2(y_N(x))$ 、 $\log x$ に対する $\log y$ の平均値、分散をそれぞれ $a \log x + b, \sigma_{y|x}^2$ とすると、

$$\begin{aligned} E(y_N(x)) &\approx e^{a \log x + b} (1 + \sigma_{y|x}^2 / 2) \\ &= Ax^B (1 + \sigma_{y|x}^2 / 2) \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} D^2(y_N(x)) &\approx (e^{a \log x + b})^2 \sigma_{y|x}^2 \\ &= (Ax^B)^2 \sigma_{y|x}^2 \end{aligned} \quad (4.11)$$

ただし、

$$A = e^b, \quad B = a$$

となることによって示される。したがって後者の場合、直径階別の誤差分散は直径の $2B$ 乗に比例して大きくなる。

また、対数は正の実数においてのみ定義される関数なので、負の値を取らない統計量にとっては便利な性質であるが、その統計量の単位の対数の意味がはっきりしないという論理的な問題がある³⁾。

本章では、式(4.1)、(4.7)を取り上げて検討したが、決定的な優劣はつけ難いので、より単純な式(4.1)を以下の章では用いる。そして、そのまわりの変動は、歪度、尖度についての検定の結果、正規分布に近いと思われるので、正規分布と仮定する。

表IV-3 直径階ごとの生長量
(036B: 37年~43年)

Table IV-3. Diameter increment by diameter class (plot; 036B: age 37-43)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
8	1	0	0.00		
10	0	0			
12	3	0	0.22	0.04	93
14	1	0	0.05		
16	7	0	0.36	0.05	58
18	18	0	1.11	0.98	89
20	15	0	1.11	0.39	56
22	20	0	1.72	1.28	66
24	24	0	1.74	0.44	38
26	31	0	2.06	0.44	32
28	17	0	2.45	0.59	31
30	12	0	2.57	0.56	29
32	7	0	2.54	1.39	46
34	5	0	3.54	0.43	18
36	2	0	3.48	0.03	5

表IV-4 直径階ごとの生長量
(036B: 43年~53年)

Table IV-4. Diameter increment by diameter class (plot; 036B: age 43-53)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
8	1	1			
10	0	0			
12	2	2			
14	2	1	0.05		
16	6	2	0.06	0.01	123
18	9	3	0.22	0.01	42
20	17	2	1.08	1.77	123
22	15	0	0.97	1.07	107
24	15	0	1.41	1.18	77
26	26	1	1.77	1.13	60
28	25	0	2.03	1.03	50
30	15	0	2.89	1.98	49
32	13	0	2.58	0.98	38
34	9	0	2.69	1.09	39
36	2	0	5.40	2.21	27
38	4	0	4.11	0.82	22
40	2	0	2.98	0.28	18

表IV-5 直径階ごとの生長量
(036B: 53年~59年)

Table IV-5. Diameter increment by diameter class (plot; 036B: age 53-59)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
14	1	0	0.25		
16	4	1	0.00	0.00	
18	4	4			
20	10	0	0.04	0.01	237
22	11	0	0.04	0.02	329
24	17	0	0.61	0.64	132
26	15	0	0.37	0.19	117
28	22	0	0.66	0.33	88
30	16	0	1.00	0.23	48
32	15	0	1.01	0.50	70
34	13	0	1.25	0.39	50
36	13	0	1.03	0.32	55
38	2	0	2.20	0.25	22
40	1	0	1.65		
42	6	0	1.65	0.48	42
44	1	0	1.90		

表IV-7 直径階ごとの生長量
(503A: 40年~48年)

Table IV-7. Diameter increment by diameter class (plot; 503A: age 40-48)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
6	1	1			
8	4	3	0.10		
10	5	1	0.01	0.00	243
12	8	2	0.08	0.03	215
14	5	1	0.39	0.50	180
16	13	3	0.03	0.00	253
18	19	0	0.15	0.08	191
20	21	1	0.58	0.32	98
22	39	1	0.89	0.50	79
24	30	0	0.82	0.65	99
26	41	1	1.27	0.47	54
28	46	1	1.44	0.89	65
30	31	0	1.92	0.78	46
32	35	0	1.95	0.98	51
34	28	0	2.52	1.60	50
36	8	0	2.73	1.76	49
38	12	0	2.75	0.47	25
40	4	0	2.11	0.45	32
42	8	0	2.88	0.78	31
44	1	0	2.30		

表IV-6 直径階ごとの生長量
(503A: 29年~40年)

Table IV-6. Diameter increment by diameter class (plot; 503A: age 29-40)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
6	3	0	0.45	0.19	96
8	3	0	0.78	0.83	117
10	8	1	0.50	0.39	126
12	10	1	1.52	1.69	86
14	8	0	1.50	0.81	60
16	28	3	2.72	7.23	99
18	32	0	2.27	1.82	59
20	44	3	2.82	2.22	53
22	59	3	3.19	2.15	46
24	46	2	4.02	3.51	47
26	58	6	4.14	2.27	36
28	38	2	4.87	2.16	30
30	18	0	5.11	2.13	29
32	11	1	5.72	1.31	20
34	11	0	6.01	4.75	36
36	4	0	6.10	1.14	17

表IV-8 直径階ごとの生長量
(032D: 26年~29年)

Table IV-8. Diameter increment by diameter class (plot; 032D: age 26-36)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
6	2	1	1.05		
8	4	1	0.50	0.32	114
10	2	0	0.68	0.03	26
12	3	0	0.85	0.23	56
14	5	0	1.50	0.33	38
16	4	0	1.84	4.38	114
18	9	0	1.26	2.46	124
20	15	0	2.31	0.81	39
22	21	1	2.82	1.46	43
24	15	0	3.17	1.10	33
26	15	0	3.90	1.13	27
28	8	1	4.54	2.73	36
30	6	0	4.47	1.31	26
32	1	0	4.35		
34	2	0	5.05	1.28	22

表IV-9 直径階ごとの生長量
(032D: 29年~40年)

Table IV-9. Diameter increment by diameter class (plot; 032D: age 29-40)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
6	1	1			
8	5	1	0.83	0.40	76
10	2	0	0.73	0.28	73
12	3	0	0.97	0.28	54
14	2	0	0.90	0.02	16
16	5	0	0.89	0.71	94
18	9	0	1.75	3.75	111
20	9	0	1.91	3.88	103
22	23	2	2.62	1.08	40
24	19	0	3.52	1.68	37
26	9	0	3.96	0.78	22
28	9	0	4.78	2.38	32
30	8	1	5.34	2.44	29
32	6	0	5.23	0.86	18
34	0	0			
36	2	0	6.00	1.13	18

表IV-10 直径階ごとの生長量
(032D: 40年~49年)

Table IV-10. Diameter increment by diameter class (plot; 032D: age 40-49)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
8	2	1	0.70		
10	3	2	0.00		
12	2	0	0.03	0.00	126
14	2	0	0.15	0.02	94
16	6	1	0.16	0.03	112
18	4	0	0.04	0.00	121
20	8	1	0.41	0.17	100
22	7	0	0.33	0.07	79
24	13	0	1.07	1.06	96
26	12	0	1.90	1.26	59
28	15	0	1.77	0.63	45
30	9	0	1.84	0.40	34
32	7	0	2.37	0.50	30
34	5	0	2.64	0.11	13
36	5	0	2.89	1.70	45
38	4	0	2.74	0.52	26
40	2	0	3.85	0.00	0
42	0	0			
44	1	0	3.20		

表IV-11 直径階ごとの生長量
(005B: 26年~36年)

Table IV-11. Diameter increment by diameter class (plot; 005B: age 26-36)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
6	2	2			
8	1	1			
10	3	3			
12	8	3	0.24	0.11	138
14	13	3	0.58	0.37	105
16	28	0	1.33	1.12	79
18	29	0	1.60	0.57	47
20	23	1	2.51	1.02	40
22	17	0	2.29	1.10	46
24	8	0	2.44	0.36	25
26	2	0	2.85	0.41	22
28	0	0			
30	1	0	3.55		

表IV-12 直径階ごとの生長量
(005B: 40年~50年)

Table IV-12. Diameter increment by diameter class (plot; 005B: age 40-50)

直径階	本数	枯死木 本数	生長量		
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	変動係数 (%)
10	1	1			
12	2	1	0.00		
14	5	4	0.15		
16	8	2	0.24	0.09	123
18	17	6	0.58	0.14	65
20	21	1	0.50	0.19	86
22	16	0	1.18	0.41	55
24	18	1	2.00	1.39	59
26	14	1	1.92	0.94	51
28	7	0	1.94	0.35	30
30	2	0	2.95	0.41	22
32	1	0	1.10		
34	1	0	2.50		

表IV-13 直径階ごとの分散検定 (036B: 37年~43年)
 Table IV-13. A test for homogeneity of the variance of diameter increment (036B: 37-43)

直径階	本数	分散	0.04	0.05	0.98	0.39	1.28	0.44	0.44	0.59	0.56	1.39	0.43
8	1												
10	0												
12	3	0.04											
14	1												
16	7	0.05	1.10										
18	18	0.98	23.78*	21.67**									
20	15	0.39	9.54	8.69**	2.49								
22	20	1.28	31.22*	28.44**	1.31	3.27*							
24	24	0.44	10.73*	9.78**	2.22	1.13	2.91*						
26	31	0.44	10.73	9.78**	2.22	1.13	2.91**	1.00					
28	17	0.59	14.44*	13.16**	1.65	1.51	2.16	1.35	1.35				
30	12	0.56	13.61	12.40**	1.75	1.43	2.29	1.27	1.06				
32	7	1.39	33.90*	30.89**	1.43	3.55*	1.09	3.16*	2.35	2.49			
34	5	0.43	10.44	9.51*	2.28	1.09	2.99	1.03	1.38	1.30	3.25		
36	2	0.03	1.32	1.45	31.45	12.61	41.29*	14.19	0.07	19.10	18.00	44.84*	13.81

表IV-14 直径階ごとの分散検定 (036B: 43年~53年)
 Table IV-14. A test for homogeneity of the variance of diameter increment (036B: 43-53)

直径階	本数	分散	0.01	0.09	1.77	1.07	1.18	1.13	1.03	1.98	0.98	1.09	2.21	0.82
8	0													
10	0													
12	0													
14	1													
16	4	0.01												
18	6	0.09	14.17*											
20	15	1.77	295.67**	20.87**										
22	15	1.07	178.33**	12.59**	1.66									
24	15	1.18	197.00**	13.91**	1.77	1.10								
26	25	1.13	189.00**	13.34**	1.56	1.06	1.04							
28	25	1.03	171.50**	12.11**	1.72	1.04	1.15	1.10						
30	15	1.98	329.17**	23.24**	1.11	1.85	1.67	1.74	1.92					
32	13	0.98	162.50**	11.47**	1.82	1.10	1.21	1.16	1.06	2.03				
34	9	1.09	182.00**	12.85**	1.62	1.02	1.08	1.04	1.06	1.81	1.12			
36	2	2.21	367.50**	25.94**	1.24	2.06	1.87	1.94	2.14	1.12	2.26	2.02		
38	4	0.82	136.17**	9.61*	2.17	1.31	1.45	1.39	1.26	1.19	1.34	2.70		
40	2	0.28	46.83*	3.31	6.31	3.81	4.21	4.04	3.66	7.03	3.89	7.85		2.91

表IV-15 直径階ごとの分散検定 (036B: 53年~59年)
Table IV-15. A test for homogeneity of the variance of diameter increment (036B: 53-59)

直径階	本数	分散	0.01	0.02	0.64	0.19	0.33	0.23	0.50
14	1								
16	3	0.00							
18	0								
20	10	0.01							
22	11	0.02	2.33						
24	17	0.64	71.44**	30.62**	3.48*				
26	15	0.19	20.56**	8.81**	1.93	1.81			
28	22	0.33	37.11**	15.90**	2.78*	1.25	1.45		
30	16	0.23	25.67**	11.00**	1.30	2.68	1.49	2.15	
32	15	0.50	55.11**	23.62**	1.66	2.09	1.16	1.68	1.28
34	13	0.39	43.00**	18.43**	1.66	2.09	1.05	1.38	1.55
36	13	0.32	35.44**	15.19**	2.02	1.72	1.05	1.38	1.21
38	2	0.25	27.22**	11.67**	2.62	1.32	1.36	1.06	1.58
40	1								1.30
42	6	0.48	53.11**	22.76**	0.74	2.58	1.43	0.48	1.24
44	1								0.96
									1.50
									1.95

表IV-16 直径階ごとの分散検定 (503A: 29年~40年)
Table IV-16. A test for homogeneity of the variance of diameter increment (503A: 29-40)

直径階	本数	分散	0.19	0.83	0.39	1.69	0.81	7.23	1.82	2.22	2.15	3.51	2.27	2.16	2.13	1.31	4.75
6	3	0.19															
8	3	0.83	4.39														
10	7	0.39	2.10	2.10													
12	9	1.69	8.98	2.04	4.29												
14	8	0.81	4.29	1.02	2.05	2.10											
16	25	7.23	38.44*	8.75	18.34**	4.28*	8.97**										
18	32	1.82	9.68	2.20	4.62*	1.08	2.26	3.97									
20	41	2.22	11.82	2.69	5.64*	1.32	2.76	3.25	1.22								
22	56	2.15	11.45	2.61	5.46*	1.27	2.67	3.36	1.18	1.03							
24	44	3.51	18.69*	4.25	8.92*	2.08	4.36*	2.06	1.93	1.58	1.63						
26	52	2.27	12.07	2.75	5.76*	1.34	2.82	3.18	1.25	1.02	1.05	1.55					
28	36	2.16	11.46	2.61	5.47*	1.28	2.67	3.35	1.18	1.03	1.00	1.63	1.05				
30	18	2.13	11.31	2.57	5.40*	1.26	2.64	3.40	1.17	1.05	1.01	1.65	1.07	1.01			
32	10	1.31	6.94	1.58	3.31	1.29	1.62	5.54**	1.39	1.70	1.65	2.96	1.74	1.65	1.63		
34	11	4.75	25.24*	5.74	12.04**	2.81	5.89*	1.52	2.61*	2.13	2.20	1.35	2.09	2.20	2.23	3.64	
36	4	1.14	6.06	1.38	2.89	1.48	1.41	6.34	1.60	1.95	1.89	3.08	1.99	1.89	1.87	1.15	4.17

表IV-17 直径階ごとの分散検定 (503A: 40年~48年)
Table IV-17. A test for homogeneity of the variance of diameter increment (503A: 40-48)

直径階	本数	分散	0.00	0.03	0.55	0.00	0.08	0.32	0.50	0.65	0.47	0.89	0.78	0.98	1.60	1.76	0.47	0.45
6	0																	
8	1	0.00																
10	4	0.00																
12	6	0.03	26.00**															
14	4	0.55	551.00**	21.19														
16	10	0.00	4.00	6.50	137.75**													
18	19	0.08	82.00**	3.15	6.72**	20.50**												
20	20	0.32	320.00**	12.31	1.72	80.00**	3.90**											
22	28	0.50	495.00**	19.04	1.11	123.75**	6.04**	1.55										
24	30	0.65	653.00**	25.12	1.19	163.25**	7.96**	2.04	1.32									
26	40	0.47	468.00**	18.00	1.18	117.00**	5.71**	1.46	1.06	1.40								
28	45	0.89	889.00**	34.19	1.61	222.25**	10.84**	2.78*	1.80	1.36	1.90							
30	31	0.78	783.00**	30.12	1.42	195.75**	9.55**	2.45*	1.58	1.20	1.67	1.14						
32	35	0.98	979.00**	37.65	1.78	244.75**	11.94**	3.06*	1.98	1.50	2.09*	1.10	1.25					
34	28	1.60	1598.00**	61.46	2.90	399.50**	19.49**	4.99**	3.23**	2.45*	3.41**	1.80	2.04	1.63				
36	8	1.76	1756.00**	67.54	3.19	439.00**	21.41**	5.49**	3.55*	2.69	3.75**	1.98	2.24	1.79	1.10*			
38	12	0.47	469.00**	18.04	1.17	117.25**	5.72**	1.47	1.06	1.39	1.00	1.90	1.67	2.09	3.41*	3.74*		
40	4	0.45	447.00**	17.19	1.23	111.75**	5.45**	1.40	1.11	1.46	1.05	1.99	1.75	2.19	3.57	3.93	1.05	
42	8	0.78	778.00**	29.92	1.41	194.50**	9.49**	2.43	1.57	1.19	1.66	1.14	1.01	1.26	2.05	2.26	1.66	1.74
44	1																	

表IV-18 直径階ごとの分散検定 (032D: 26年~36年)
Table IV-18. A test for homogeneity of the variance of diameter increment (032D: 26-36)

直径階	本数	分散	0.23	0.03	0.23	0.33	4.38	2.46	0.81	1.46	1.10	1.13	2.73	1.31
6	1													
8	3	0.23												
10	2	0.03	7.52											
12	3	0.23	1.02	7.35										
14	5	0.33	1.39	10.48	1.43									
16	4	4.38	18.80*	141.32*	19.21*									
18	9	2.46	10.54	79.23*	10.77	13.48*								
20	15	0.81	3.47	26.10	3.55	7.56*	1.78							
22	20	1.46	6.27	47.10*	6.40	2.49	5.41*	3.04						
24	15	1.10	4.71	35.42	4.82	3.38	3.99*	1.68	1.80					
26	15	1.13	4.85	36.42	4.95	3.47	3.88*	2.24	1.36	1.33				
28	7	2.73	11.73	88.16*	11.99	8.41*	1.60	2.18	1.40	1.29	1.03			
30	6	1.31	5.60	42.10*	5.72	4.02	3.36	1.11	3.39*	1.87	2.49	2.42	2.09	
32	1							1.88	1.61	1.12	1.19	1.16		
34	2	1.28	5.49*	41.29*	5.61	3.94	3.42*	1.92	1.58	0.88	1.17	1.13	2.14	1.02

表IV-23 生長式の当てはめ(1) (036B: 37年~43年)

Table IV-23. Fitting of growth equation (1) (036B: 37-43)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
8	1	0	-0.46			
10	0	0	-0.17			
12	3	0	0.11	0.03	0.91	1.27
14	1	0	0.39			
16	7	0	0.68	0.11	-1.01	1.24
18	18	0	0.96	0.94	0.72	1.91
20	15	0	1.25	0.44	0.33	2.72
22	20	0	1.53	1.34	1.66**	5.27**
24	24	0	1.81	0.46	0.25	2.29
26	31	0	2.10	0.40	0.71	3.19
28	17	0	2.38	0.55	0.40	2.21
30	12	0	2.67	0.60	0.25	2.65
32	7	0	2.95	1.57	-0.05	1.21
34	5	0	3.23	0.49	1.36	2.66
36	2	0	3.52	0.06	0.11	0.26

表IV-24 生長式の当てはめ(1) (036B: 43年~53年)

Table IV-24. Fitting of growth equation (1) (036B: 43-53)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
8	1	1	-1.30			
10	0	0	-0.96			
12	2	2	-0.62			
14	2	1	-0.28			
16	6	2	0.06	0.03	0.21	0.65**
18	9	3	0.40	0.09	-0.99	1.52
20	17	2	0.74	1.78	1.31**	2.63
22	15	0	1.08	1.16	1.09	3.03
24	15	0	1.42	1.15	0.42	2.13
26	26	1	1.76	1.08	1.00	3.53
28	25	0	2.10	1.01	-0.11	1.92
30	15	0	2.44	2.26	1.19*	2.59
32	13	0	2.78	1.07	-0.46	1.91
34	9	0	3.12	1.20	-1.25	2.72
36	2	0	3.46	9.44	0.45	0.43
38	4	0	3.80	0.89	0.49	0.79**
40	2	0	4.14	2.41	-0.41	0.36

表IV-25 生長式の当てはめ(1) (036B: 53年~59年)
Table IV-25. Fitting of growth equation (1) (036B: 53-59)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
14	1	0	-0.39			
16	4	1	-0.24	0.09	0.57	0.49
18	4	4	-0.08			
20	10	0	0.07	0.01	-0.10	1.71
22	11	0	0.22	0.05	-0.86	1.09
24	17	0	0.38	0.66	1.58**	3.38
26	15	0	0.53	0.22	-0.24	1.26
28	22	0	0.69	0.33	0.50	2.41
30	16	0	0.84	0.25	0.46	1.69
32	15	0	0.99	0.50	0.92	3.33
34	13	0	1.15	0.42	0.39	1.40
36	13	0	1.30	0.37	-1.16*	2.27
38	2	0	1.46	1.34	0.43	0.40
40	1	0	1.61			
42	6	0	1.76	0.47	-1.28	2.88
44	1	0	1.92			

表IV-26 生長式の当てはめ(1) (503A: 29年~40年)
Table IV-26. Fitting of growth equation (1) (503A: 29-40)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
6	3	0	-0.18	0.55	0.83	1.10
8	3	0	0.24	1.32	0.85	1.13
10	8	1	0.66	0.42	0.83	2.21
12	10	1	1.08	2.07	1.46*	3.11
14	8	0	1.50	0.85	-0.18	1.06
16	28	3	1.92	7.96	2.77**	10.74**
18	32	0	2.34	1.73	0.36	2.42
20	44	3	2.76	2.19	0.63	2.60
22	59	3	3.18	2.16	0.19	2.40
24	46	2	3.60	3.73	1.12**	3.55
26	58	6	4.02	2.13	0.44	2.55
28	38	2	4.44	2.32	0.96*	2.92
30	18	0	4.86	2.13	0.58	2.34
32	11	1	5.28	1.59	0.25	1.86
34	11	0	5.70	4.82	-0.60	2.96
36	4	0	6.12	1.27	0.13	1.12

表IV-27 生長式の当てはめ(1) (503A: 40年~48年)
Table IV-27. Fitting of growth equation (1) (503A: 40-48)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
6	1	1	-1.25			
8	4	3	-1.00			
10	5	1	-0.75	0.82	0.65	0.57**
12	8	2	-0.50	0.48	0.88	1.03
14	5	1	-0.25	1.16	1.17	1.91
16	13	3	0.00	0.01	0.77	2.23
18	19	0	0.25	0.09	0.56	3.19
20	21	1	0.50	0.31	0.81	2.06
22	39	1	0.75	0.50	0.99*	2.29
24	30	0	1.00	0.64	-0.08	1.61
26	41	1	1.25	0.45	0.20	2.30
28	46	1	1.50	0.90	0.83*	4.26
30	31	0	1.75	0.79	1.09*	3.51
32	35	0	2.00	0.96	0.14	2.70
34	28	0	2.25	1.64	1.21**	4.48*
36	8	0	2.50	1.71	1.24	2.99
38	12	0	2.75	0.46	-0.17	1.47
40	4	0	3.00	1.53	-0.85	1.00*
42	8	0	3.25	0.83	-0.76	1.36
44	1	0	3.50			

表IV-28 生長式の当てはめ(1) (032D: 26年~36年)
Table IV-28. Fitting of growth equation (1) (032D: 26-36)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
6	2	1	-0.73			
8	4	1	-0.30	1.32	0.67	0.69
10	2	0	0.14	0.70	0.36	0.25
12	3	0	0.57	0.24	0.80	1.03
14	5	0	1.00	0.44	1.41*	2.61
16	4	0	1.44	4.21	0.49	0.77**
18	9	0	1.87	2.78	0.21	1.60
20	15	0	2.31	0.66	-0.09	1.22
22	21	1	2.74	1.52	-0.28	2.52
24	15	0	3.17	1.05	-0.46	4.03
26	15	0	3.61	1.24	0.49	1.73
28	8	1	4.04	3.01	0.77	1.78
30	6	0	4.48	1.33	0.28	1.76
32	1	0	4.91			
34	2	0	5.34	1.71	-0.42	0.42

表IV-29 生長式の当てはめ(1) (032D: 29年~40年)
Table IV-29. Fitting of growth equation (1) (032D: 29-40)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
6	1	1	-1.23			
8	5	1	-0.73	3.87	0.76	0.80**
10	2	0	-0.23	2.05	0.39	0.31
12	3	0	0.27	0.75	0.70	0.80
14	2	0	0.77	0.02	0.04	0.25
16	5	0	1.26	0.80	-0.59	1.06
18	9	0	1.76	3.87	1.11	2.95
20	9	0	2.26	3.64	0.67	2.35
22	23	2	2.76	1.07	-1.01*	3.43
24	19	0	3.26	1.80	1.12*	5.42**
26	9	0	3.75	0.87	-0.58	2.65
28	9	0	4.25	2.98	1.15	2.72
30	8	1	4.75	2.88	1.30	2.85
32	6	0	5.25	0.86	0.36	1.01
34	0	0	5.75	0.94		
36	2	0	6.24	1.13	-0.34	0.36

表IV-30 生長式の当てはめ(1) (032D: 40年~49年)
Table IV-30. Fitting of growth equation (1) (032D: 40-49)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
8	2	1	-1.25			
10	3	2	-0.95			
12	2	0	-0.66	1.08	0.35	0.25
14	2	0	-0.37	0.56	0.36	0.26
16	6	1	-0.07	0.13	0.92	1.10
18	4	0	0.22	0.04	-0.98	1.43
20	8	1	0.52	0.19	-0.40	1.21
22	7	0	0.81	0.37	-1.01	1.27
24	13	0	1.10	1.12	1.34*	4.46*
26	12	0	1.40	1.42	1.19	2.38
28	15	0	1.69	0.62	0.62	2.14
30	9	0	1.99	0.50	-1.02	2.40
32	7	0	2.28	0.46	-0.17	1.17
34	5	0	2.57	0.12	0.42	1.23
36	5	0	2.87	1.55	0.01	0.84*
38	4	0	3.16	0.62	-1.03	1.56
40	2	0	3.46	0.36	0.40	0.33
42	0	0	3.75			
44	1	0	4.05			

表IV-31 生長式の当てはめ(1) (005B: 26年~36年)

Table IV-31. Fitting of growth equation (1) (005B: 26-36)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
6	2	2	-0.373			
8	1	1	-0.025			
10	3	3	0.323			
12	8	3	0.671	0.32	-0.88	1.01
14	13	3	1.019	0.58	-1.08	1.47
16	28	0	1.367	1.01	0.51	2.41
18	29	0	1.715	0.58	-0.87	3.01
20	23	1	2.063	1.19	0.41	1.86
22	17	0	2.411	1.15	0.30	2.27
24	8	0	2.759	0.41	-1.27	2.15
26	2	0	3.107	0.32	-0.40	0.40
28	0	0	3.455			
30	1	0	3.803			

表IV-32 生長式の当てはめ(1) (005B: 40年~50年)

Table IV-32. Fitting of growth equation (1) (005B: 40-50)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
10	1	1	-1.09			
12	2	1	-0.73			
14	5	4	-0.37			
16	8	2	0.00	0.12	1.37	2.47
18	17	6	0.36	0.21	1.58*	3.25
20	21	1	0.73	0.24	-0.41	1.39
22	16	0	1.09	0.45	0.99	2.59
24	18	1	1.46	1.58	1.67**	3.51
26	14	1	1.82	0.94	-0.06	1.57
28	7	0	2.18	0.43	-0.71	1.36
30	2	0	2.55	0.61	0.50	0.50
32	1	0	2.91			
34	1	0	3.28			

表IV-33 生長式の当てはめ(2) (036B: 37年~43年)
Table IV-33. Fitting of growth equation (2) (005B: 37-43)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
8	1	0	-0.04			
10	0	0	0.10			
12	3	0	0.28	2.06E-04	-0.41	0.49
14	1	0	0.48			
16	7	0	0.70	5.39E-04	-1.02	1.29
18	18	0	0.94	2.49E-03	0.66	1.82
20	15	0	1.20	9.66E-04	0.51	2.97
22	20	0	1.47	2.27E-03	1.61**	4.87**
24	24	0	1.76	6.93E-04	0.42	2.39
26	31	0	2.06	4.92E-03	0.72	3.12
28	17	0	2.38	5.95E-04	0.61	2.18
30	12	0	2.70	5.78E-04	0.10	2.54
32	7	0	3.04	1.39E-03	-0.24	1.12
34	5	0	3.38	2.81E-03	1.06	2.24
36	2	0	3.74	9.00E-05	-0.50	0.50

表IV-34 生長式の当てはめ(2) (036B: 43年~53年)
Table IV-34. Fitting of growth equation (2) (036B: 43-53)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
8	1	1	-0.38			
10	0	0	-0.27			
12	2	2	-0.12			
14	2	1	0.06			
16	6	2	0.28	2.19E-04	-0.90	1.17
18	9	3	0.52	4.91E-04	-0.95	1.16
20	17	2	0.79	3.53E-03	1.15*	2.34
22	15	0	1.07	2.09E-03	1.06	2.96
24	15	0	1.38	1.71E-03	0.39	2.08
26	26	1	1.70	1.34E-03	0.97	3.30
28	25	0	2.05	1.14E-03	-0.07	1.95
30	15	0	2.41	2.08E-03	1.17*	2.50
32	13	0	2.78	8.98E-04	-0.56	1.99
34	9	0	3.17	9.51E-04	-1.34*	2.85
36	2	0	3.57	5.50E-03	0.46	0.44
38	4	0	3.98	4.38E-04	0.04	0.75**
40	2	0	4.41	1.90E-03	-0.40	0.33

表IV-35 生長式の当てはめ(2) (036B: 53年~59年)
Table IV-35. Fitting of growth equation (2) (036B: 53-59)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
14	1	0	-0.19			
16	4	1	-0.11	8.00E-05	0.59	0.54
18	4	4	-0.01			
20	10	0	0.10	3.30E-05	-0.52	1.18
22	11	0	0.22	9.20E-05	-0.84	1.03
24	17	0	0.36	1.04E-03	1.57**	3.30
26	15	0	0.50	2.96E-04	-0.08	1.35
28	22	0	0.65	3.92E-04	0.61	2.46
30	16	0	0.81	2.73E-04	0.56	1.69
32	15	0	0.98	4.61E-04	0.94	3.31
34	13	0	1.15	3.42E-04	0.37	1.41
36	13	0	1.33	2.92E-04	-1.23*	2.34
38	2	0	1.52	7.24E-04	0.44	0.41
40	1	0	1.71			
42	6	0	1.91	2.90E-04	-1.54*	3.28
44	1	0	2.21			

表IV-36 生長式の当てはめ(2) (503A: 29年~40年)
Table IV-36. Fitting of growth equation (2) (503A: 29-40)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
6	3	0	0.30	3.87E-03	0.65	0.92
8	3	0	0.55	1.10E-02	0.67	0.97
10	8	1	0.85	4.92E-03	-0.17	1.10
12	10	1	1.17	1.03E-02	1.31*	2.73
14	8	0	1.51	3.54E-03	-0.29	1.61
16	28	3	1.88	1.83E-02	2.32**	8.37*
18	32	0	2.26	4.04E-03	0.29	2.18
20	44	3	2.66	4.02E-03	0.61	2.50
22	59	3	3.08	3.36E-03	0.21	2.42
24	46	2	3.51	4.70E-03	1.03**	3.36
26	58	6	3.95	2.30E-03	0.54	2.37
28	38	2	4.41	2.20E-03	0.87*	2.76
30	18	0	4.88	1.75E-03	0.44	2.35
32	11	1	5.35	1.10E-03	0.06	2.02
34	11	0	5.84	3.19E-03	-1.00	3.60
36	4	0	6.34	7.33E-04	-0.30	1.16

表IV-37 生長式の当てはめ(2) (503A: 40年~48年)
Table IV-37. Fitting of growth equation (2) (503A: 40-48)

直径階	本 数	枯死木本数	生 長 量			
			平 均 (cm)	分 散 (cm ²)	歪 度	尖 度
6	1	1	-0.38			
8	4	3	-0.34			
10	5	1	-0.27	1.18E-03	0.66	0.58**
12	8	2	-0.16	8.05E-04	1.25	2.17
14	5	1	-0.02	3.88E-03	1.28	2.21
16	13	3	0.13	8.10E-05	-0.97	1.14
18	19	0	0.31	3.13E-04	-0.05	1.99
20	21	1	0.51	7.08E-04	0.70	1.90
22	39	1	0.72	9.77E-04	1.04*	2.31
24	30	0	0.95	1.00E-03	-0.03	1.59
26	41	1	1.19	6.20E-04	0.34	2.32
28	46	1	1.45	1.05E-03	0.89*	4.25
30	31	0	1.72	7.71E-04	1.05*	3.39
32	35	0	2.00	8.37E-04	0.00	2.62
34	28	0	2.29	1.16E-03	0.97*	4.08
36	8	0	2.59	1.05E-03	0.99	2.58
38	12	0	2.90	2.92E-04	-0.75	1.73
40	4	0	3.21	1.14E-03	-0.83	0.95*
42	8	0	3.54	5.69E-04	-1.07	1.53
44	1	0	3.88			

表IV-38 生長式の当てはめ(2) (032D: 26年~36年)
Table IV-38. Fitting of growth equation (2) (032D: 26-36)

直径階	本 数	枯死木本数	生 長 量			
			平 均 (cm)	分 散 (cm ²)	歪 度	尖 度
6	2	1	0.00			
8	4	1	0.20	6.29E-03	0.62	0.69
10	2	0	0.45	1.21E-03	0.38	0.30
12	3	0	0.75	1.01E-03	0.32	0.71
14	5	0	1.08	1.49E-03	1.43*	2.67
16	4	0	1.43	1.29E-02	0.39	0.71**
18	9	0	1.82	6.56E-03	0.05	1.44
20	15	0	2.22	1.35E-03	0.04	1.23
22	21	1	2.65	2.53E-03	-0.17	2.44
24	15	0	3.10	1.47E-03	-0.53	3.88
26	15	0	3.57	1.44E-03	0.50	1.73
28	8	1	4.05	2.75E-03	0.68	1.71
30	6	0	4.55	1.12E-03	0.05	1.66
32	1	0	5.06			
34	2	0	5.59	1.48E-03	-0.50	0.49

表IV-39 生長式の当てはめ(2) (032D: 29年~40年)
Table IV-39. Fitting of growth equation (2) (032D: 29-40)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
6	1	1	-0.16			
8	5	1	0.03	1.99E-02	0.84	0.97*
10	2	0	0.28	4.91E-03	0.47	0.45
12	3	0	0.58	1.84E-03	0.84	1.11
14	2	0	0.93	2.12E-04	-0.49	0.48
16	5	0	1.31	3.12E-03	-0.74	1.14
18	9	0	1.72	9.43E-03	0.96	2.63
20	9	0	2.17	6.87E-03	0.50	2.12
22	23	2	2.63	1.72E-03	-0.84	3.29
24	19	0	3.13	2.47E-03	1.07	4.98**
26	9	0	3.64	1.01E-03	-0.30	2.28
28	9	0	4.18	2.93E-03	1.17	2.68
30	8	1	4.74	2.27E-03	1.25	2.74
32	6	0	5.31	6.26E-04	0.15	0.90
34	0	0	5.91			
36	2	0	6.52	7.55E-04	-0.49	0.49

表IV-40 生長式の当てはめ(2) (032D: 40年~49年)
Table IV-40. Fitting of growth equation (2) (032D: 40-49)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
8	2	1				
10	3	2	-0.40			
12	2	0	-0.28	1.63E-03	0.35	0.25
14	2	0	-0.13	8.67E-04	0.38	0.31
16	6	1	0.06	2.21E-04	0.83	1.05
18	4	0	0.26	1.85E-04	-0.77	0.88*
20	8	1	0.50	4.24E-04	-0.28	1.18
22	7	0	0.75	5.69E-04	-1.03	1.31
24	13	0	1.02	1.70E-03	1.53**	4.86**
26	12	0	1.31	1.90E-03	1.19	2.88
28	15	0	1.62	6.97E-04	0.76	2.14
30	9	0	1.94	4.83E-04	-0.86	2.33
32	7	0	2.28	3.38E-04	-0.24	1.18
34	5	0	2.63	8.50E-05	0.00	1.09
36	5	0	2.99	1.03E-03	-0.28	0.87*
38	4	0	3.37	5.17E-04	-1.05	1.55
40	2	0	3.75	4.60E-05	0.46	0.46
42	0	0	4.15			
44	1	0	4.56			

表IV-41 生長式の当てはめ(2) (005B: 26年~36年)
Table IV-41. Fitting of growth equation (2) (005B: 26-36)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
6	2	2	-0.02			
8	1	1	0.17			
10	3	3	0.40			
12	8	3	0.67	2.19E-03	-0.88	1.00
14	13	3	0.98	2.50E-03	-1.06	1.44
16	28	0	1.30	3.23E-03	0.39	2.21
18	29	0	1.66	1.52E-03	-0.79	2.92
20	23	1	2.03	2.50E-03	0.31	1.91
22	17	0	2.43	2.00E-03	0.16	2.14
24	8	0	2.84	6.99E-04	-1.31	2.15
26	2	0	3.27	5.51E-04	-0.50	0.50
28	0	0	3.71			
30	1	0	4.17			

表IV-42 生長式の当てはめ(2) (005B: 40年~50年)
Table IV-42. Fitting of growth equation (2) (005B: 40-50)

直径階	本数	枯死木本数	生長量			
			平均 (cm)	分散 (cm ²)	歪度	尖度
10	1	1	-0.55			
12	2	1	-0.38			
14	5	4	-0.17			
16	8	2	0.08	1.16E-01	1.37	2.63
18	17	6	0.37	2.10E-01	1.57*	3.22
20	21	1	0.69	2.38E-01	-0.29	1.41
22	16	0	1.05	4.54E-01	1.08	2.73
24	18	1	1.43	1.58E+00	1.65**	3.41
26	14	1	1.83	9.42E-01	-0.14	1.65
28	7	0	2.27	4.26E-01	-0.88	1.39
30	2	0	2.72	6.09E-01	0.42	0.42
32	1	0	3.20			
34	1	0	3.69			

V. 生長式および直径分布の推移

1. 生長式のパラメータ

IVで、生長式として式(4.1)を用い、そのまわりの変動を正規分布によって表現することにした。

式(4.1)のパラメータ a は、

$$\sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2 + \text{誤差分散} \quad (5.1)$$

ただし、

σ_x^2 : 期首の直径分散

σ_y^2 : 期末の直径分散

により⁹⁾、直径分散の拡大化に関係している。 a が大きいほど、期末の直径分散は拡大する。これに対して、パラメータ b の増減は、全ての直径階の生長量に対して一様に影響を及ぼす。 b が大きくなると、全直径階の生長量が増大し、枯損木本数も減少する。原田²⁾は間伐効果が b の増大、および a の減少として現れることを示した。

生長式のまわりの変動誤差の分散を $\sigma_{y|x}^2$ とすると、式(5.1)より $\sigma_{y|x}^2$ もまた直径分散の拡大化に関係している。そして、 $\sigma_{y|x}^2$ が大きくなると、 $y=x$ すなわち $x=b/(1-a)$ 以下では枯損木本数は減少し、それ以上では増加するが、 $x=b/(1-a)$ 以上の立木本数が多い場合には枯損木本数は増加する。

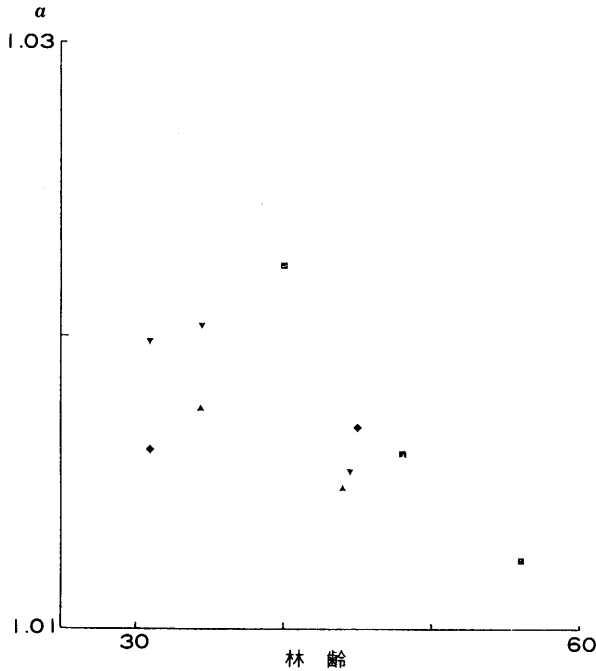
パラメータ a, b および分散 $\sigma_{y|x}^2$ は時間と林分条件の関数である。ところが、本論文で利用している資料は、測定間隔が統一されていないので、これらの値を単純に比較できない。そこで、IVで求められたパラメータ a, b および分散 $\sigma_{y|x}^2$ の値から次のようにして一年当りの平均を求め、その値により比較する。

二時点の間隔が n 年の場合、パラメータ a, b および分散 $\sigma_{y|x}^2$ の値がそれぞれ A, B, Σ^2 であり、一年当りに直したときの値をそれぞれ a', b', σ' とおく。 n 年間に同じ遷移が続くとすると、パラメータの間には

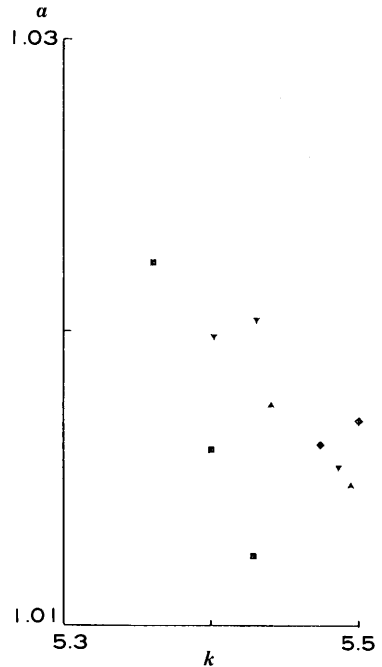
表V-1 パラメータの値と分散

Table V-1. Estimated values of parameters and residual variance associated with the linear growth equation accepted

試験地 番号	林 齢	データ数	最 小 直径階	a	(平均)	b	(平均)	分 散	(平均)
036B	37-43	158	16	1.142	1.0224	-1.594	-0.251	0.621	0.0924
	43-53	143	20	1.170	1.0160	-2.664	-0.248	1.263	0.1092
	53-59	142	20	1.077	1.0124	-1.470	-0.237	0.320	0.0501
503A	29-40	375	10	1.210	1.0175	-1.436	-0.120	3.154	0.2397
	40-48	323	18	1.125	1.0148	-2.001	-0.237	0.733	0.0825
032D	26-36	101	14	1.217	1.0198	-2.035	-0.186	1.584	0.1319
	29-40	106	10	1.249	1.0204	-2.720	-0.223	2.028	0.1494
	40-49	98	16	1.147	1.0154	-2.423	-0.253	0.599	0.0588
005B	26-36	108	16	1.174	1.0161	-1.417	-0.132	0.888	0.0765
	40-50	80	20	1.182	1.0169	-2.913	-0.359	0.759	0.0650



図V-1 パラメータ a の林齢に対する変化
Fig. V-1. Change in the value of parameter (a) over age.



図V-2 パラメータ a の密度に対する変化
Fig. V-2. Change in the value of parameter (a) over (k): k =a constant associated with Reineke's formula.

$$\begin{aligned}
 y &= Ax + B \\
 &= a'(a'(\cdots a'(a'x + b') + b' \cdots) + b') + b' \\
 &= a'^n x + a'^{n-1} b' + a'^{n-1} b' + \cdots + a' b' + b'
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

のような関係が成り立ち、この式から次のような関係が求まる。

$$A = a'^n \tag{5.3}$$

$$B = (a'^{n-1} + a'^{n-2} + \cdots + a' + 1)b' = \frac{a'^n - 1}{a' - 1} b' \tag{5.4}$$

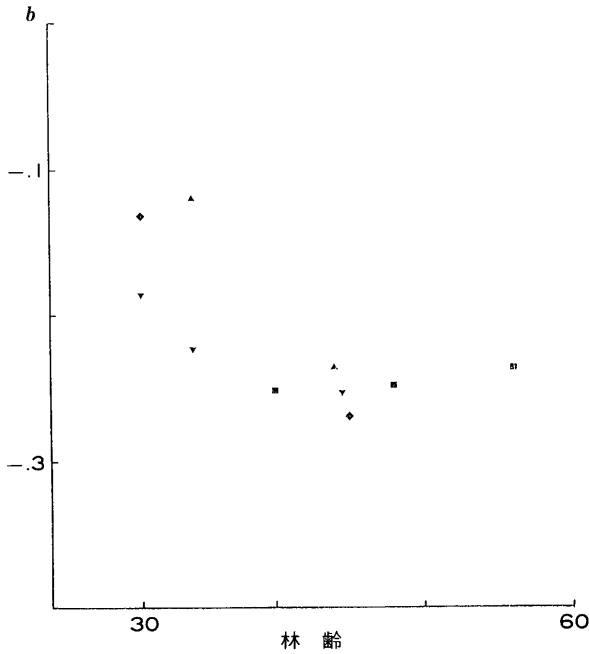
したがって、

$$a' = \sqrt[n]{A} \tag{5.5}$$

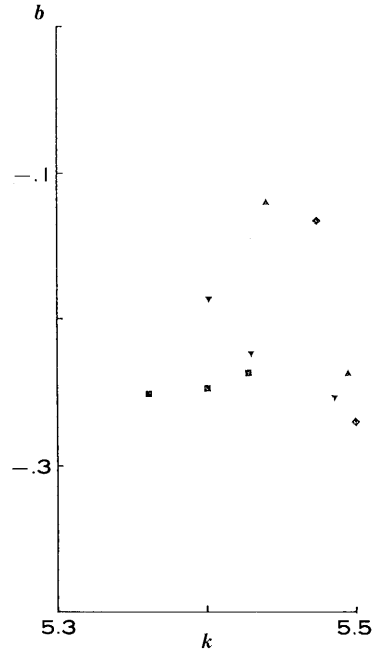
$$b' = \frac{\sqrt[n]{A} - 1}{A - 1} B \tag{5.6}$$

が得られる。次に、分散についても

$$\begin{aligned}
 \sigma_y^2 &= A^2 \sigma_x^2 + \Sigma^2 \\
 &= a'^2 (a'^2 (\cdots a'^2 (a'^2 \sigma_x^2 + \sigma'^2) + \sigma'^2 \cdots) + \sigma'^2) + \sigma'^2 \\
 &= a'^{2n} \sigma_x^2 + (a'^{2(n-1)} + \cdots + a'^2 + 1) \sigma'^2
 \end{aligned}$$



図V-3 パラメータ b の林齢に対する変化
Fig. V-3. Change in the value of parameter (b) over age.



図V-4 パラメータ b の密度に対する変化
Fig. V-4. Change in the value of parameter (b) over (k): k =a constant associated with Reineke's formula.

$$= a'^{2n} \sigma_x^2 + \frac{a'^{2n}-1}{a'^2-1} \sigma'^2 \tag{5.7}$$

のような関係が成り立つので、

$$\frac{a'^{2n}-1}{a'^2-1} \sigma' = \Sigma^2 \tag{5.8}$$

$$\sigma' = \frac{a'^2-1}{a'^{2n}-1} \Sigma^2 \tag{5.9}$$

が得られる。

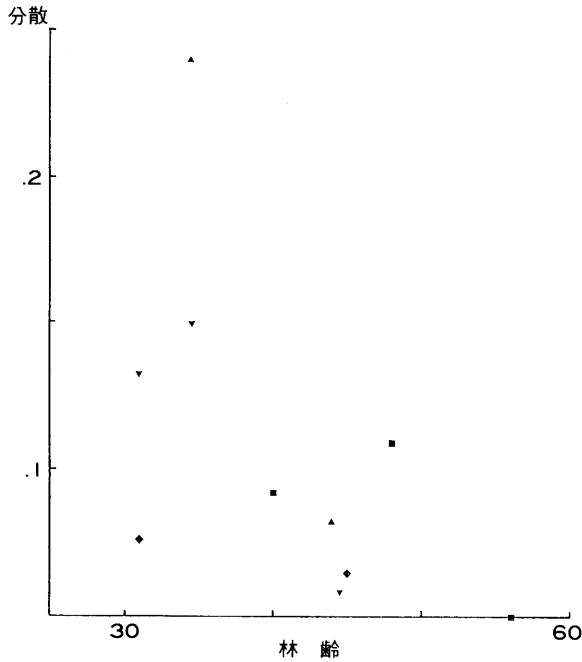
求められたパラメータ a , b および分散 $\sigma_{y|x}^2$ は表V-1 に示す。また、この表における一年当りの値を縦軸に、年齢あるいは密度 (REINEKE 式⁷⁾ の K のを横軸にとった図が、図V-1~6 である。これらの表および図から次のことが読み取れる。

① $a > 1$, $b < 0$

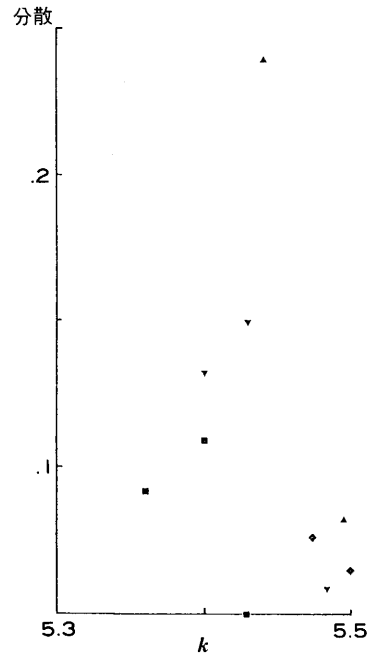
$a > 1$ は、直径の大きいものほど生長量が大きくなることを示している。 $b < 0$ は、第IV章でも多少触れたが、ある直径以下のものは生存できないことを意味し、小径木はほとんど生長しないか、または枯死する。若齢、低密度の林分では $b > 0$ となることもある。

② a よりも b のほうが変動が大きい。

③ 同じ林齢では、 b が小さくなるほど、 a は大きくなり、 b が大きくなるほど、 a は小さくな



図V-5 分散 $\sigma_{y|x}^2$ の林齢に対する変化
Fig. V-5. Change in the value of variance ($\sigma_{y|x}^2$) over age.



図V-6 分散 $\sigma_{y|x}^2$ の密度に対する変化
Fig. V-6. Change in the value of variance ($\sigma_{y|x}^2$) over (k): k = a constant associated with Reineke's formula.

る傾向がある。

そもそも、パラメーター a, b の間には次のような関係がある。

$$D_y = aD_x + b \quad (5.10)$$

ただし、

D_x : 期首平均直径

D_y : 期末平均直径

二時点間で枯損が生じた場合には、平均直径 D_x, D_y は枯損木を除いた平均直径となる。したがって、このような傾向が現れる。

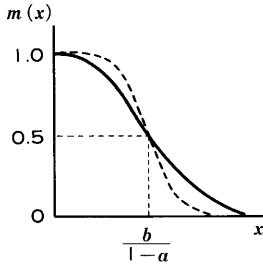
④ a は年齢に従って減少する。 b は年齢に従って減少して40~50年項から一定値になる。 $\sigma_{y|x}^2$ も年齢に従って減少する。ただし、 a および $\sigma_{y|x}^2$ は40年項まで増加傾向がみられる。

⑤ a は密度に従って減少する。 b は密度に従って減少する。 $\sigma_{y|x}^2$ も密度に従って減少する。ただし、 b は資料の中で密度が最も疎な林分ではほぼ一定となっている。 $\sigma_{y|x}^2$ は $K=5.4$ 頃まで増加傾向がみられる。

本論文で解析に用いた資料は数が少ないので、④および⑤に関しては更に検討が必要である。

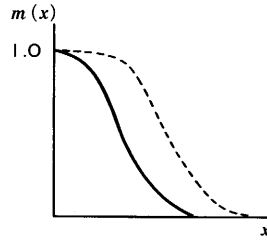
2. 生長式と枯損の分布

生長式 $\zeta(x)$ を



図V-7 $m(x)$ と $\sigma_{y|x}^2$ の関係

Fig. V-7. Relationship between $m(x)$ and $\sigma_{y|x}^2$



図V-8 $m(x)$ と a, b の関係

Fig. V-8. Relationship between $m(x)$ and a, b .

$$\zeta(x) = ax + b \tag{5.11}$$

とし、この式のまわりの変動を正規分布としたので、第Ⅲ章で定義した遷移確率密度関数 $p(y|x)$ は、次式のような関数として具体的に表現できる。

$$p(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{y|x}^2}} \exp\left(-\frac{(y-ax-b)^2}{2\sigma_{y|x}^2}\right) \tag{5.12}$$

そして、枯死する確率 $m(t, \Delta t, x)$ もまた次のように表現できる。

$$m(t, \Delta t, x) = \int_0^x p(y|x) dy = \Phi\left(\frac{x-ax-b}{\sigma_{y|x}}\right) \tag{5.13}$$

式(5.12), (5.13)は直径分布がどのような分布であっても成立する。

確率 $m(t, \Delta t, x)$ はパラメータ a の値によって次のようになる。

- ① $a > 1$ のとき、単調減少
- ② $a = 1$ のとき、一定
- ③ $a < 1$ のとき、単調増加

第1節により $a > 1$ となるので、確率 $m(t, \Delta t, x)$ は単調減少関数となる。また、 $m(t, \Delta t, x) = m(x)$ と $\sigma_{y|x}^2$ および a, b との関係は図V-7, 8のようになる。すなわち、 $a (> 1)$ が大きくなり、 $b (< 0)$ が小さくなる場合は、 $b/(1-a)$ が大きくなり右に移動する。 a が小さくなり、 b が大きくなる場合は、 $b/(1-a)$ が小さくなり左に移動する。これは次のように示される。

$$D_y = aD_{xs} + b$$

ただし、

D_{xs} : 枯損木を除いた期首直径の平均

D_y : 期末直径の平均

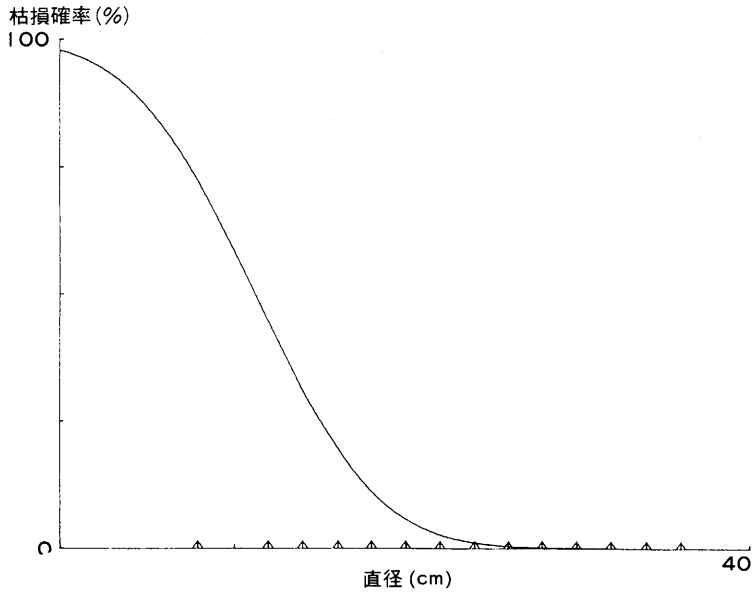
より、

$$b = D_y - aD_{xs}$$

$$\frac{b}{1-a} = \frac{aD_{xs} - D_y}{a-1}$$

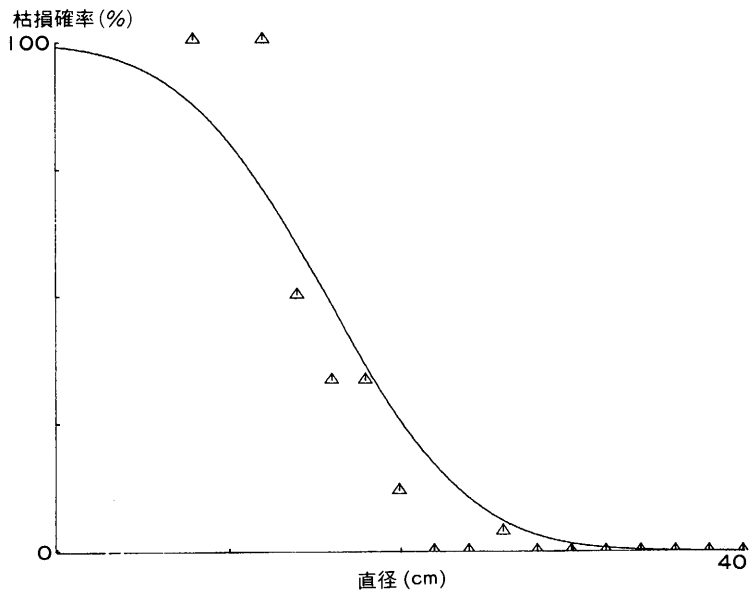
となり、右辺の分母、分子を a で偏微分すると、

$$\frac{\partial(aD_{xs} - D_y)}{\partial a} = D_{xs}, \quad \frac{\partial(a-1)}{\partial a} = 1$$



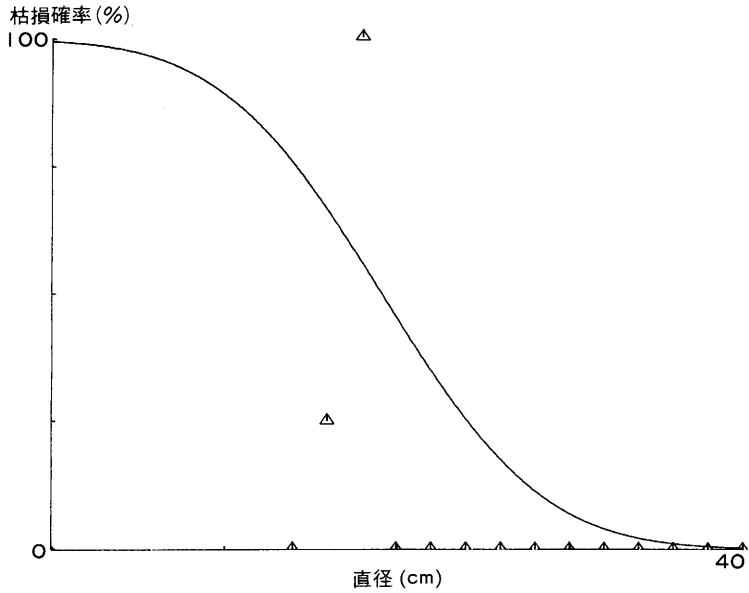
図V-9 直径別枯損確率 (036B・37年~43年)
 △: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-9. Mortality probability by diameter class (036B: 37-43).
 △: observed. Curve: theoretical.



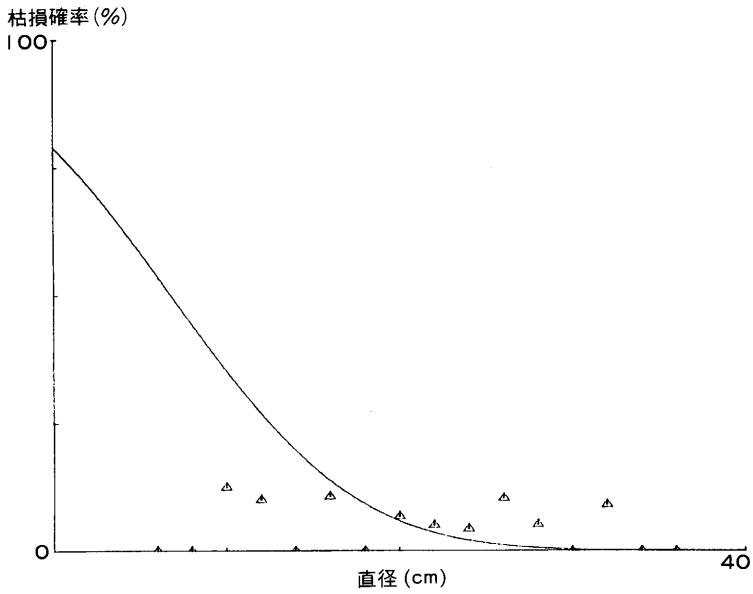
図V-10 直径別枯損確率 (036B: 43年~53年)
 △: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-10. Mortality probability by diameter class (036B: 43-53).
 △: observed. Curve: theoretical.



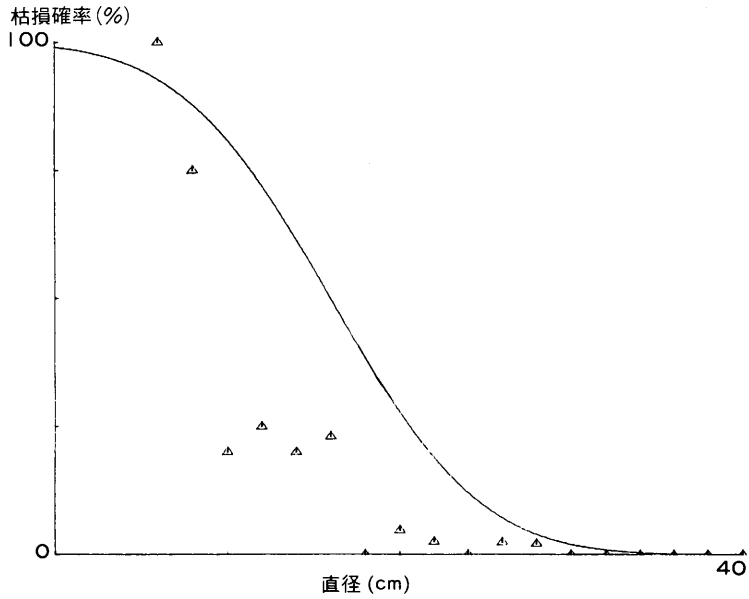
図V-11 直径別枯損確率 (036B・53年～59年)
△: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-11. Mortality probability by diameter class (036B: 53-59).
△: observed. Curve: theoretical.



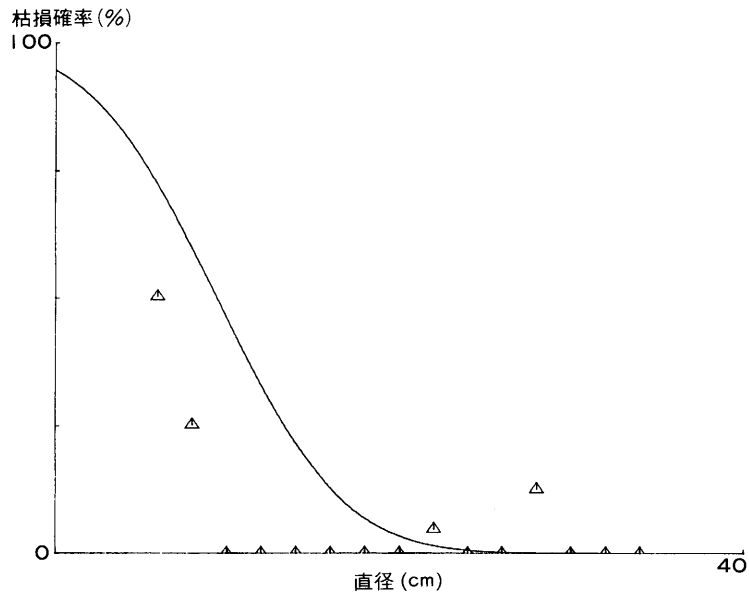
図V-12 直径別枯損確率 (503A・29年～40年)
△: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-12. Mortality probability by diameter class (503A: 29-40).
△: observed. Curve: theoretical.



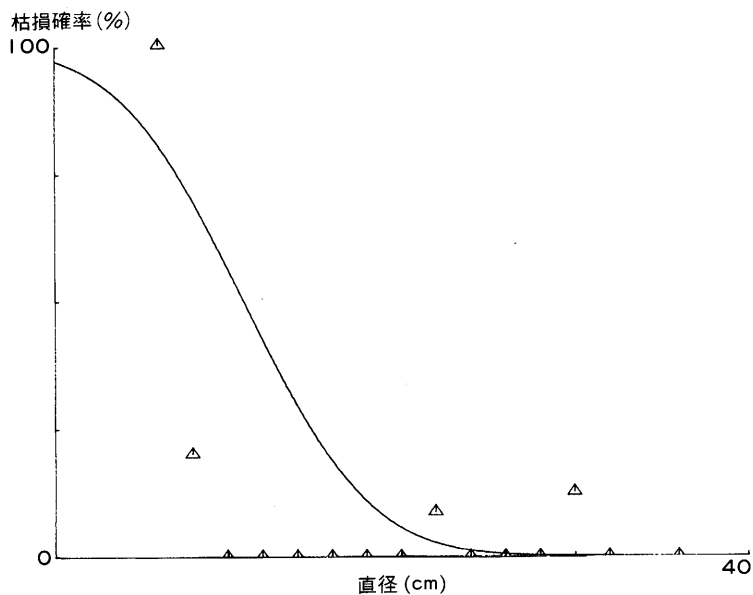
図V-13 直径別枯損確率 (503A・40年～48年)
 △: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-13. Mortality probability by diameter class (503A: 40-48).
 △: observed. Curve: theoretical.



図V-14 直径別枯損確率 (032D・26年～36年)
 △: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-14. Mortality probability by diameter class (032D: 26-36).
 △: observed. Curve: theoretical.

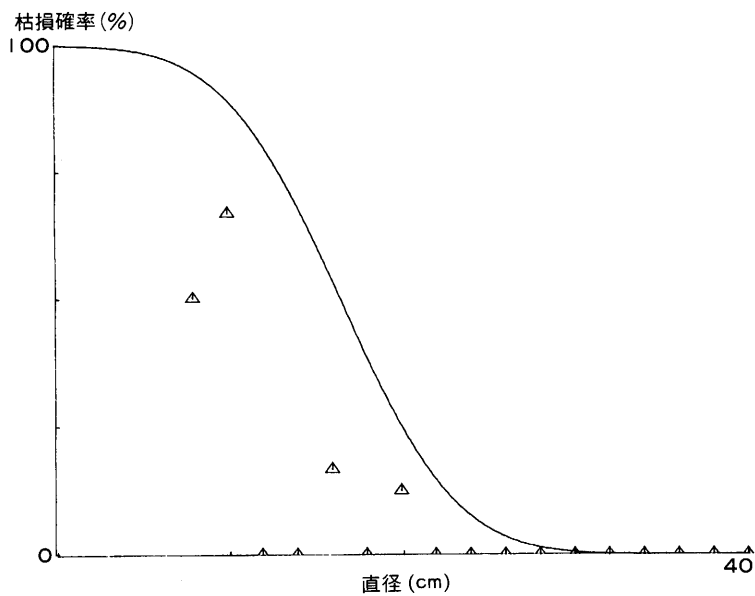


図V-15 直径別枯損確率 (032D・29年~40年)

△: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-15. Mortality probability by diameter class (032D: 29-40).

△: observed. Curve: estimated.

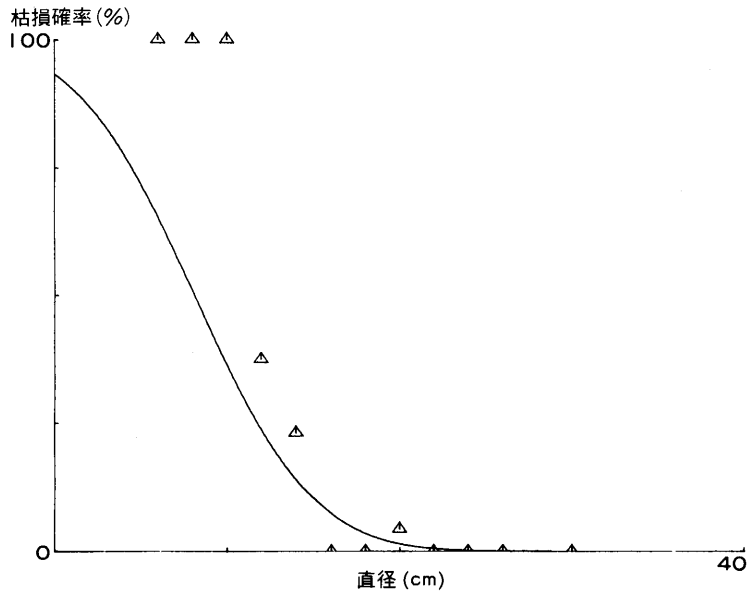


図V-16 直径別枯損確率 (032D・40年~49年)

△: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-16. Mortality probability by diameter class (032D: 40-49).

△: observed. Curve: estimated.

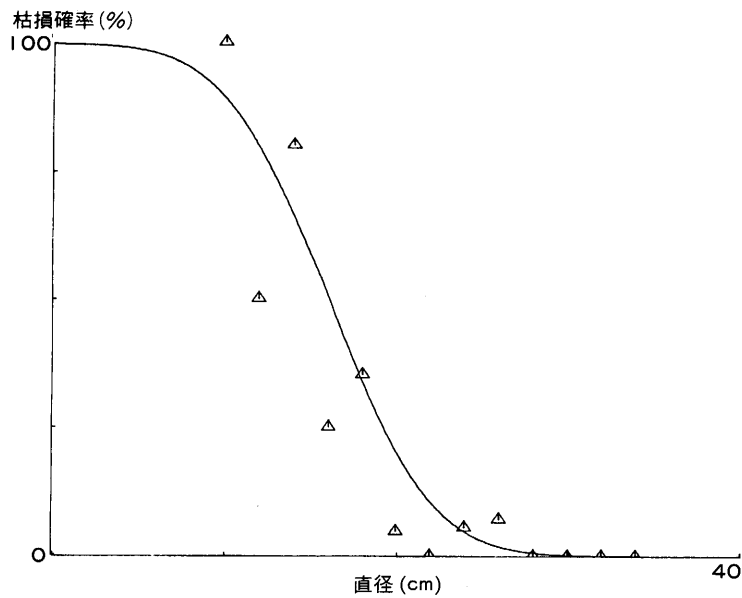


図V-17 直径別枯損確率 (005B・26年~36年)

△: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-17. Mortality probability by diameter class (005B: 26-36).

△: observed. Curve: estimated.



図V-18 直径別枯損確率 (005B・40年~50年)

△: 実測値 曲線: 理論値

Fig. V-18. Mortality probability by diameter class (005B: 40-50).

△: observed. Curve: estimated.

が得られる。ここで $D_{xs} \gg 1$ であり、分母より分子の変動の方が大きいからである。

式(5.13)によって求めた直径別枯損確率と実際の資料による値とを比較すると、図V-9~18のようになる。003B・43~53年、005B・26~36年および40~50年の3区間ではかなり一致しているが、他の7区間では全般的に式(5.13)によって求めたもののほうが大きくなっている。

3. 直径分布と枯損の分布

ある期首直径分布 $\phi(x)$ の確率密度関数を正規分布 $\phi(x)$ と仮定し、平均、分散をそれぞれ \bar{x} , σ_x^2 とすると、

$$\phi(x) = N\phi(x) \quad (5.14)$$

ただし、

N : 期首の立木本数

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (5.15)$$

となる。枯損木がないとすると、式(5.15)および式(5.12)から期末直径分布の確率密度関数は次のように求まる。

$$\begin{aligned} \phi(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x)p(y|x)dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{y|x}^2}} \exp\left(-\frac{(y-ax-b)^2}{2\sigma_{y|x}^2}\right) dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{y|x}^2 + a^2\sigma_x^2)}} \exp\left(-\frac{(y-a\bar{x}-b)^2}{2(\sigma_{y|x}^2 + a^2\sigma_x^2)}\right) \end{aligned} \quad (5.16)$$

式(5.16)は平均が $a\bar{x}+b$ 、分散が $\sigma_{y|x}^2 + a^2\sigma_x^2$ となる正規分布である。この分布の平均、分散をそれぞれ \bar{y} , σ_y^2 とおくと、

$$\bar{y} = a\bar{x} + b \quad (5.17)$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_{y|x}^2 + a^2\sigma_x^2 \quad (5.18)$$

のようになる。

以上より、次のことが言える。林木間の競争が始まる林冠閉鎖直後の林分における直径分布を正規分布と仮定し、枯損を考えなければ、直径分布は正規分布として遷移する。

さらに、時刻 $t + \Delta t$ における直径が y である林木である林木が時刻 t において直径が x であった確率を

$$q(x|y)$$

と定義する。ただし、この確率では枯損を考えてはいない。条件つき確率の定義より、

$$q(x|y) = \frac{p(y|x)\phi(x)}{\phi(y)} \quad (5.19)$$

が成立する。したがって、

$$q(x|y) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{y|x}^2}} \exp\left(-\frac{(y-ax-b)^2}{2\sigma_{y|x}^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right)}{\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{y|x}^2 + a^2\sigma_x^2)}} \exp\left(-\frac{(y-a\bar{x}-b)^2}{2(\sigma_{y|x}^2 + a^2\sigma_x^2)}\right)} \quad (5.20)$$

ここで、

$$\sigma_{x|y}^2 = \frac{\sigma_x^2 \sigma_y^2}{\sigma_y^2} \quad (5.21)$$

とおくと,

$$q(x|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{x|y}^2}} \exp\left(-\frac{\left(x - \frac{\sigma_{y|x}^2 \bar{y} + a^2 \sigma_x^2 y}{a\sigma_y^2} + \frac{b}{a}\right)^2}{2\sigma_{x|y}^2}\right) \quad (5.22)$$

が求まる。

時刻 $t + \Delta t$ における直径が y となるはずの林木が、時刻 t から $t + \Delta t$ の間に枯死する確率を $m(y)$ 、生存する確率を $s(y)$ とすると、枯死するもの、生存するものの時刻 t における直径 x は第三章の仮定 3 よりそれぞれ、

$$x > y, \quad x \leq y$$

したがって、

$$\begin{aligned} m(y) &= \int_y^\infty p(x|y) dx \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{y - \frac{\sigma_{y|x}^2 \bar{y} + a^2 \sigma_x^2 y}{a\sigma_y^2} + \frac{b}{a}}{\sigma_{x|y}}\right) \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} s(y) &= \int_0^y p(x|y) dx \\ &= \Phi\left(\frac{y - \frac{\sigma_{y|x}^2 \bar{y} + a^2 \sigma_x^2 y}{a\sigma_y^2} + \frac{b}{a}}{\sigma_{x|y}}\right) \end{aligned} \quad (5.24)$$

となる。したがって、期末直径分布 $\phi(y)$ は

$$\phi(y) = N\phi(y)s(y) \quad (5.25)$$

ただし、

N : 期首の立木本数

と表現できる。そして通常の場合、 $s(y)$ によって直径分布の左偏が表現されることになる。

本章の最後に、時刻 $\tau = t_0, t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, t_n$ のように遷移する場合について考える。時刻 t_i における直径を x_i 、実際の直径分布 $\phi(x_i)$ 、枯損木を含む直径分布、すなわち枯損が起きていないとしたときの直径を $\phi(x_i)$ とする。時刻 t_i における直径が x_i となるはずの林木が、時刻 t_{j-1} から t_j の間に枯損している確率、生存している確率をそれぞれ $m_j(x_i)$ 、 $s_j(x_i)$ 、時刻 t_i における直径が x_i となるはずの林木が時刻 t_0 から時刻 t_i までに枯死している確率、生存している確率をそれぞれ $M_i(x_i)$ 、 $S_i(x_i)$ とする。 $\phi(x_i)$ 、 $\phi(x_i)$ 、 $S_i(x_i)$ の間には次のような関係が成立する。

$$\phi(x_i) = \phi(x_i)S_i(x_i) \quad (5.26)$$

ただし、 $i=0$ のとき、

$$S_i(x_i) = 1$$

すなわち、

$$\phi(x_0) = \phi(x_0)$$

また、 $m_j(x_i)$ 、 $s_j(x_i)$ 、 $M_i(x_i)$ 、 $S_i(x_i)$ の間には次のような関係が成立する。

$$m_j(x_i) + s_j(x_i) = 1 \quad (5.27)$$

$$M_i(x_i) + S_i(x_i) = 1 \quad (5.28)$$

時刻 t_0 における直径分布 $\phi(x_0) = \phi(x_0)$ を正規分布とする。時刻 t_0 から t_1 の遷移では、次のような関係が成立する。

$$\phi(x_1) = \int_0^\infty \phi(x_0) p(x_1|x_0) dx_0 \quad (5.29)$$

$$s_1(x_1) = S_1(x_1) = \int_0^{x_1} q(x_0|x_1) dx_0 \quad (5.30)$$

$$m_1(x_1) = M_1(x_1) = \int_{x_1}^\infty q(x_0|x_1) dx_0 \quad (5.31)$$

$$\phi(x_1) = \phi(x_1) S_1(x_1) = \int_0^\infty \phi(x_0) p^*(x_1|x_0) dx_0 \quad (5.32)$$

ただし、

$$p^*(x_1|x_0) = \begin{cases} p(x_1|x_0) & x_1 \geq x_0 \\ 0 & x_1 < x_0 \end{cases}$$

時刻 t_1 から t_2 の遷移では、

$$\phi(x_2) = \int_0^\infty \phi(x_1) p(x_2|x_1) dx_1 \quad (5.33)$$

$$s_2(x_2) = \int_0^{x_2} q(x_1|x_2) dx_1 \quad (5.34)$$

$$m_2(x_2) = \int_{x_2}^\infty q(x_1|x_2) dx_1 \quad (5.35)$$

$$S_2(x_2) = \int_0^{x_2} s_1(x_1) p(x_2|x_1) dx_1 \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned} \phi(x_2) &= \phi(x_2) S_2(x_2) \\ &= \int_0^\infty \phi(x_1) p^*(x_2|x_1) dx_1 \\ &= \int_0^\infty \phi(x_1) s_1(x_1) p^*(x_2|x_1) dx_1 \end{aligned} \quad (5.37)$$

ただし、

$$p^*(x_2|x_1) = \begin{cases} p(x_2|x_1) & x_2 \geq x_1 \\ 0 & x_2 < x_1 \end{cases}$$

となる。定義より、

$$S_2(x_2) = s_1(x_2) s_2(x_2) \quad (5.38)$$

$$\begin{aligned} M_2(x_2) &= 1 - S_2(x_2) \\ &= 1 - s_1(x_2) s_2(x_2) \\ &= 1 - s_1(x_2) (1 - m_2(x_2)) \\ &= 1 - s_1(x_2) + s_1(x_2) m_2(x_2) \\ &= m_1(x_2) + s_1(x_2) m_2(x_2) \end{aligned} \quad (5.39)$$

が成立する。ここで、 $s_1(x_2)$, $m_1(x_2)$ は

$$\begin{aligned} s_1(x_2) &= \frac{S_2(x_2)}{s_2(x_2)} = \frac{\phi(x_2)S_2(x_2)}{\phi(x_2)s_2(x_2)} \\ &= \frac{\int_0^{x_2} \phi(x_1)s_1(x_1)p(x_2|x_1)dx_1}{\phi(x_2)\int_0^{x_2} q(x_1|x_2)dx_1} \\ &= \frac{\int_0^{x_2} \phi(x_1)s_1(x_1)p(x_2|x_1)dx_1}{\int_0^{x_2} \phi(x_1)p(x_2|x_1)dx_1} \end{aligned} \quad (5.40)$$

$$\begin{aligned} m_1(x_2) &= 1 - s_1(x_2) \\ &= \frac{\int_0^{x_2} \phi(x_1)m_1(x_1)p(x_2|x_1)dx_1}{\int_0^{x_2} \phi(x_1)p(x_2|x_1)dx_1} \end{aligned} \quad (5.41)$$

同様に時刻 t_n における直径が x_n となるはずの林木が時刻 t_n までに枯死している確率 $M_n(x_n)$, 生存している確率 $S_n(x_n)$ は、それぞれ

$$S_n(x_n) = s_1(x_n)s_2(x_n) \cdots s_n(x_n) \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} M_n(x_n) &= m_1(x_n) + s_1(x_n)m_2(x_n) + s_1(x_n)s_2(x_n)m_3(x_n) + \cdots + s_1(x_n) \cdots s_{n-1}(x_n)m_n(x_n) \\ &= m_1(x_n) + S_1(x_n)m_2(x_n) + S_2(x_n)m_3(x_n) + \cdots + S_{n-1}(x_n)m_n(x_n) \end{aligned} \quad (5.43)$$

となる。以上のように、時刻 t_i における実際の直径分布 $\phi(x_i)$ は正規分布 $\phi(x_i)$ と直径階別生存確率 $S_i(x_i)$ より次のように表現される。

$$\phi(x_i) = \phi(x_i)S_i(x_i) \quad (5.44)$$

ただし、

$$S_i(x_i) = s_i(x_i)s_2(x_i) \cdots s_i(x_i)$$

VI 実 際 例

1. 計算方法

これまで、直径分布を連続分布と考えてきたが、実際に用いる場合には、直径階別本数のように離散分布として扱われる。

直径階 $\alpha < x \leq \beta$ に属する林木の全林木に対する割合 $p(\alpha, \beta)$ は、

$$p(\alpha, \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \quad (6.1)$$

であり、同一直径階では直径別の確率密度は等しいと見なす。そこで、定数 f_i を

$$f_1 = \frac{p(\alpha, \beta)}{\beta - \alpha} \quad (6.2)$$

とおくと、時刻 t において直径階 $\alpha < x \leq \beta$ に属する林木が時刻 $t + \Delta t$ に直径 y へ遷移した時の直径の確率分布は式 (3.4) により、

$$\int_{\alpha}^{\beta} p(y|x)f(x)dx$$

と表現でき、 $\alpha < x \leq \beta$ では $f(x) = f_1$ (const) としたので、

$$\int_a^B p(y|x)f(x)dx = f_1 \int_a^B p(y|x)dx \quad (6.3)$$

となる。時刻 t の直径 x が時刻 $t + \Delta t$ に直径階 $A < y \leq B$ に遷移する確率は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \int_A^B f_1 \left(\int_a^B p(y|x)dx \right) dy \\ &= f_1 \int_a^B \left(\int_A^B p(y|x)dy \right) dx \\ &= f_1 \int_a^B \left\{ \Phi \left(\frac{B-ax-b}{\sigma_{y|x}} \right) - \Phi \left(\frac{A-ax-b}{\sigma_{y|x}} \right) \right\} dx \end{aligned} \quad (6.4)$$

ここで、 Φ は数式として表記できないが、次のような近似式を用いて計算することができる。

$$\Phi(u) = 1 - \frac{1}{2}(1 + d_1u + d_2u^2 + d_3u^3 + d_4u^4 + d_5u^5 + d_6u^6)^{-16} \quad u > 0 \quad (6.5)$$

ただし、

$$d_1 = 4.98673470 \times 10^{-2} : d_2 = 2.11410061 \times 10^{-2}$$

$$d_3 = 3.2776263 \times 10^{-3} : d_4 = 3.80036 \times 10^{-5}$$

$$d_5 = 4.88906 \times 10^{-5} : d_6 = 5.3830 \times 10^{-6}$$

この近似式は HASTINGS が誤差関数に対して与えた近似式を戸田らが修正したもので、絶対誤差は 1.3×10^{-7} を超えない⁸⁾。 u が負の場合には、

$$\Phi(u) = \frac{1}{2}(1 - d_1u + d_2u^2 - d_3u^3 + d_4u^4 - d_5u^5 + d_6u^6)^{-16} \quad u < 0 \quad (6.6)$$

となる。

そこで、

$$u = \frac{B-ax-b}{\sigma_{y|x}} \quad (6.7)$$

とおくと、

$$dx = -\frac{\sigma_{y|x}}{a} du$$

だから、

$$\int_a^B \Phi \left(\frac{B-ax-b}{\sigma_{y|x}} \right) dx = -\int_{\alpha_B}^{\beta_B} \Phi(u) \frac{\sigma_{y|x}}{a} du = \frac{\sigma_{y|x}}{a} \int_{\alpha_B}^{\beta_B} \Phi(u) du \quad (6.8)$$

ただし、

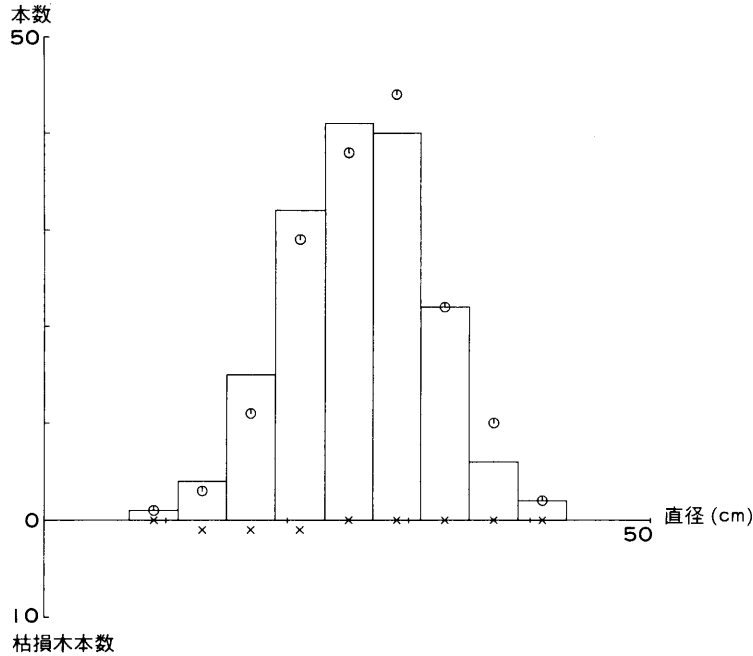
$$\alpha_B = \frac{B-a\alpha-b}{\sigma_{y|x}}, \quad \beta_B = \frac{B-a\beta-b}{\sigma_{y|x}}$$

となる。同様に次のようになる。

$$\int_a^B \Phi \left(\frac{A-ax-b}{\sigma_{y|x}} \right) dx = \frac{\sigma_{y|x}}{a} \int_{\beta_A}^{\alpha_A} \Phi(u) du \quad (6.9)$$

ただし、

$$\alpha_A = \frac{A-a\alpha-b}{\sigma_{y|x}}, \quad \beta_A = \frac{A-a\beta-b}{\sigma_{y|x}}$$



図VI-1 直径階別本数および枯損木本数の予測 (036B・37年~43年)

Fig. VI-1. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (036B: 37-43). ○, surviving; ×, dead.

ここで、積分の値は SIMPSON の公式によって次のように計算される。 α_* , β_* の添字*はAまたはBをあらわす。

$$\int_{\beta_*}^{\alpha_*} \Phi(u) du = \frac{h}{3} \left\{ \Phi(\beta_*) + 4 \sum_{i=1}^m \Phi(\beta_* + (2i-1)h) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \Phi(\beta_* + 2ih) + \Phi(\alpha_*) \right\} \quad (6.10)$$

ただし、

m : 定数

$$h = \frac{\alpha_* - \beta_*}{2m} = a \frac{\beta - \alpha}{2m}$$

この様にして式(6.3)の値が求められる。

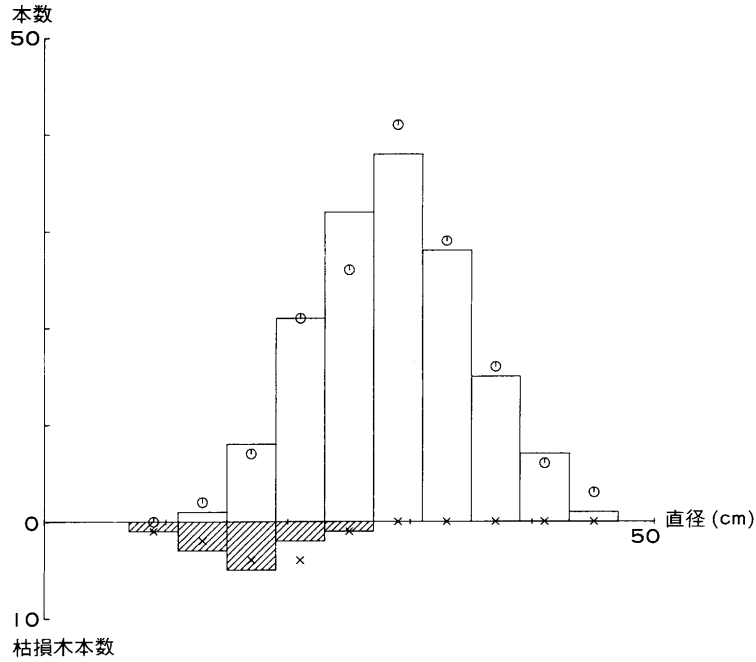
次に、枯損の分布について考える。時刻 t の直径 x が時刻 $t + \Delta t$ までに枯損する確率は仮定より、直径階 $y < x$ に遷移する確率となる。すなわち、式(6.4)に

$$A = -\infty, \quad B = x$$

を代入して、

$$f_1 \int_a^\beta \left\{ \Phi\left(\frac{(1-a)x-b}{\sigma_{y|x}}\right) - \Phi(-\infty) \right\} dx = f_1 \int_a^\beta \Phi\left(\frac{(1-a)x-b}{\sigma_{y|x}}\right) dx \quad (6.11)$$

を計算すれば、直径階別枯損木本数が求められる。



図VI-2 直径階別本数および枯損木本数の予測 (036B・43年~53年)

Fig. VI-2. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (036B: 43-53). ○, surviving; ×, dead.

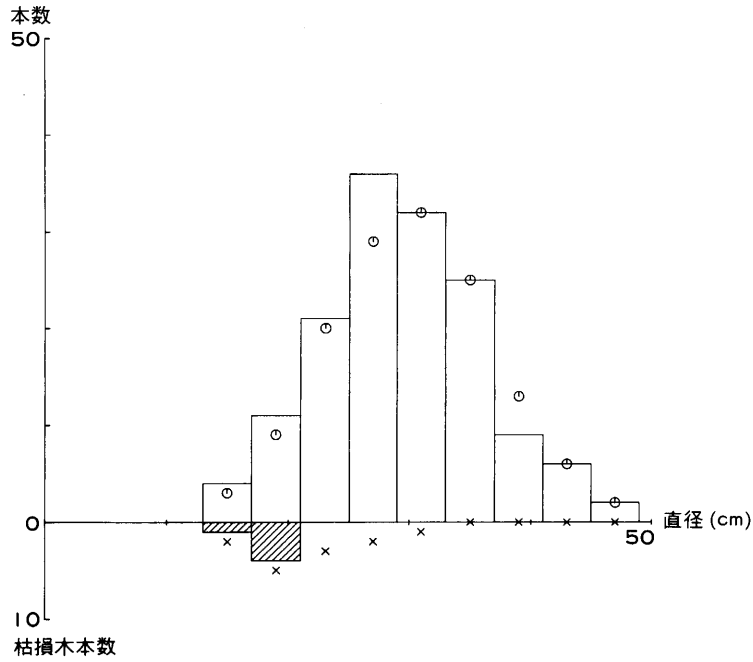
表VI-1 期末立木本数と枯損木本数の予測

Table VI-1. Predicted number of trees per ha at the end of the period and number of dead trees within the period

試験地番号	林齢	期首立木本数		期末立木本数				枯損木本数			
				実測値		予測値		実測値		予測値	
		(本)	(本/ha)	(本)	(本/ha)	(本)	(本/ha)	(本)	(本/ha)	(本)	(本/ha)
036B	37-43	163	1273	163	1273	160	1250	0	0	3	23
	43-53	153	1273	151	1180	151	1180	12	94	12	94
	53-59	151	1180	146	1141	138	1078	5	39	13	102
503A	29-40	381	1596	359	1504	364	1525	22	92	17	71
	40-48	359	1504	344	1441	331	1387	15	63	28	117
032D	26-36	112	1577	108	1521	106	1493	4	56	6	85
	29-40	112	1577	107	1507	105	1479	5	70	7	99
	40-49	107	1507	102	1437	97	1366	5	70	10	141
005B	26-36	135	2689	122	2430	130	2590	13	259	5	100
	40-50	113	2251	96	1912	101	2012	17	339	12	239

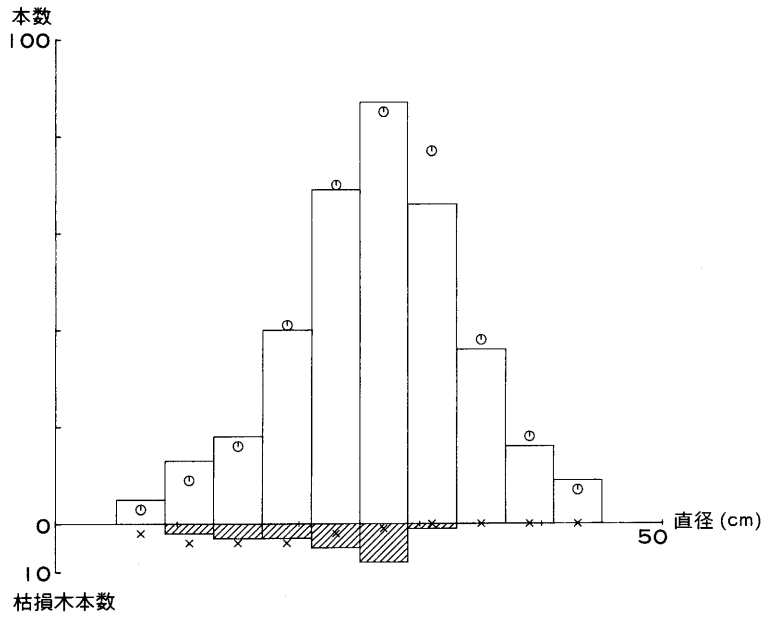
2. 適用結果

本論文で使用した資料の期首直径分布から期末直径分布および直径階別枯損木本数を予測す



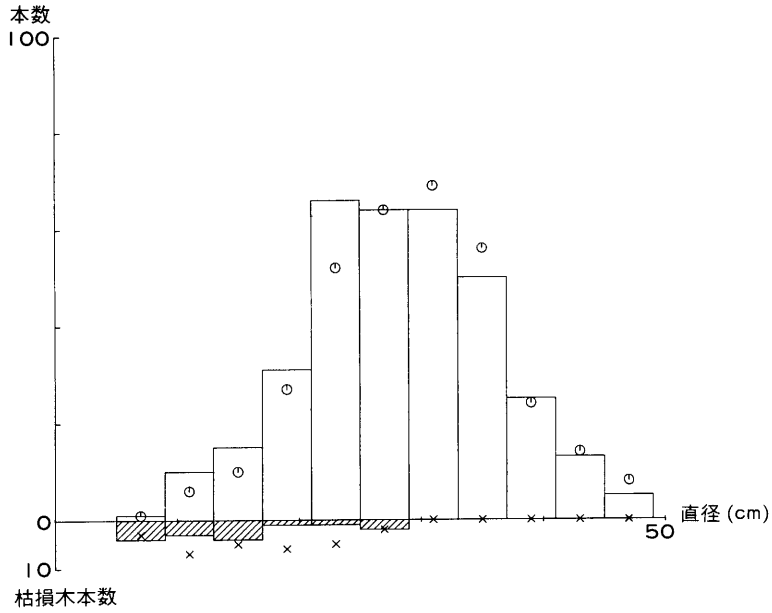
図VI-3 直径階別本数および枯損木本数の予測 (036B・53年～59年)

Fig. VI-3. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (036B: 53-59). ○, surviving; ×, dead.



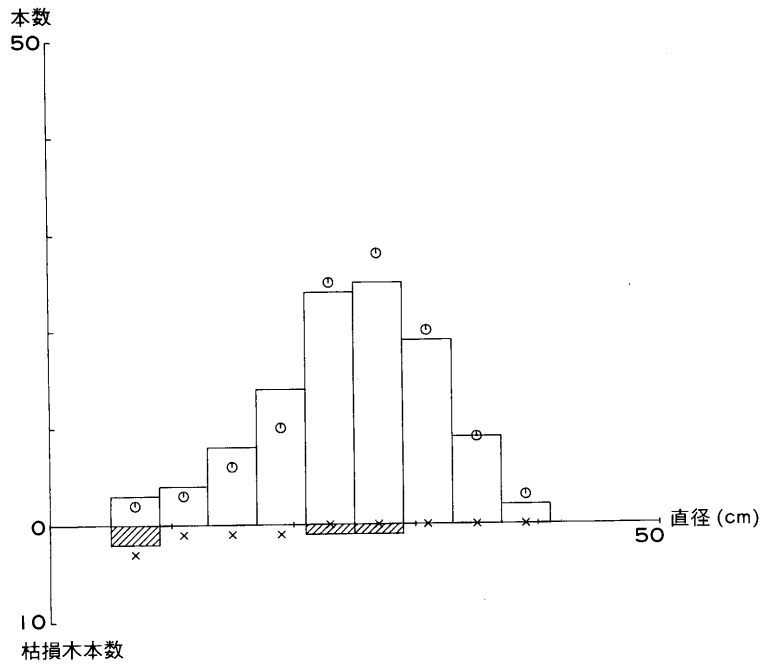
図VI-4 直径階別本数および枯損木本数の予測 (503A・29年～40年)

Fig. VI-4. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (503A: 29-40). ○, surviving; ×, dead.



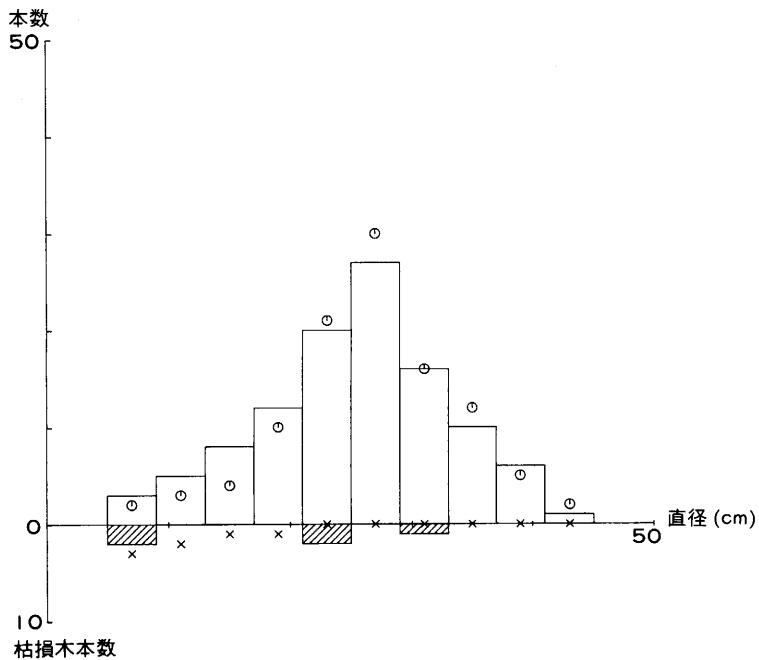
図VI-5 直径階別本数および枯損木本数の予測 (503A・40年~48年)

Fig. VI-5. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (503A: 40-48). ○, surviving; ×, dead.



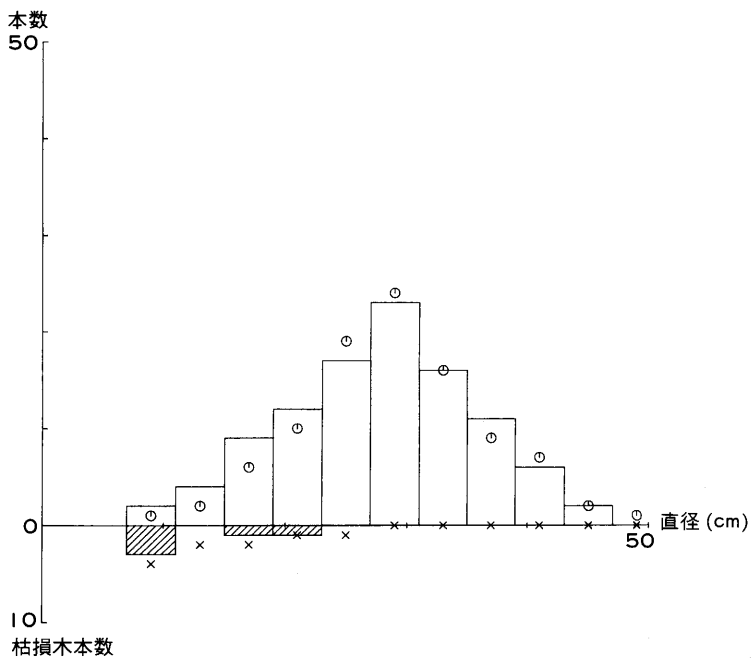
図VI-6 直径階別本数および枯損木本数の予測 (032D・26年~36年)

Fig. VI-6. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (032D: 26-36). ○, surviving; ×, dead.



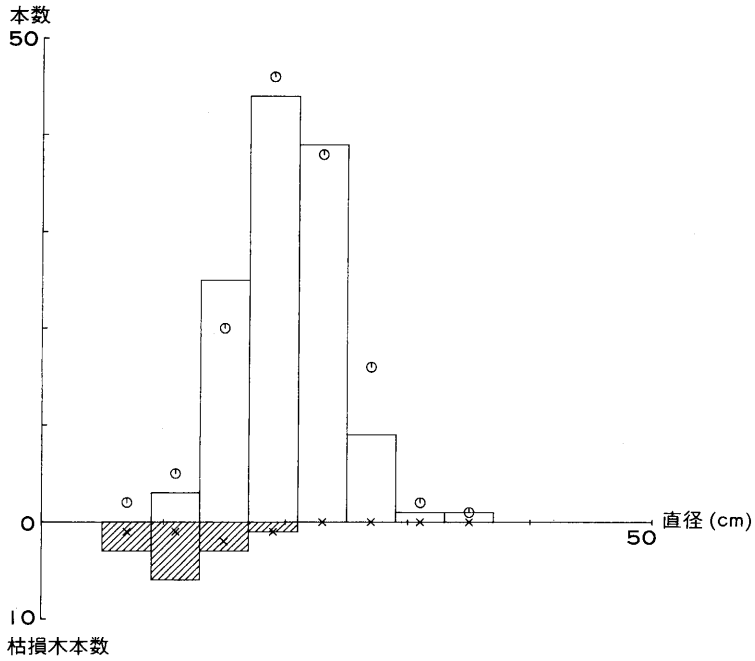
図VI-7 直径階別本数および枯損木本数の予測 (032D・29年~40年)

Fig. VI-7. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (032D: 29-40). ○, surviving; ×, dead.



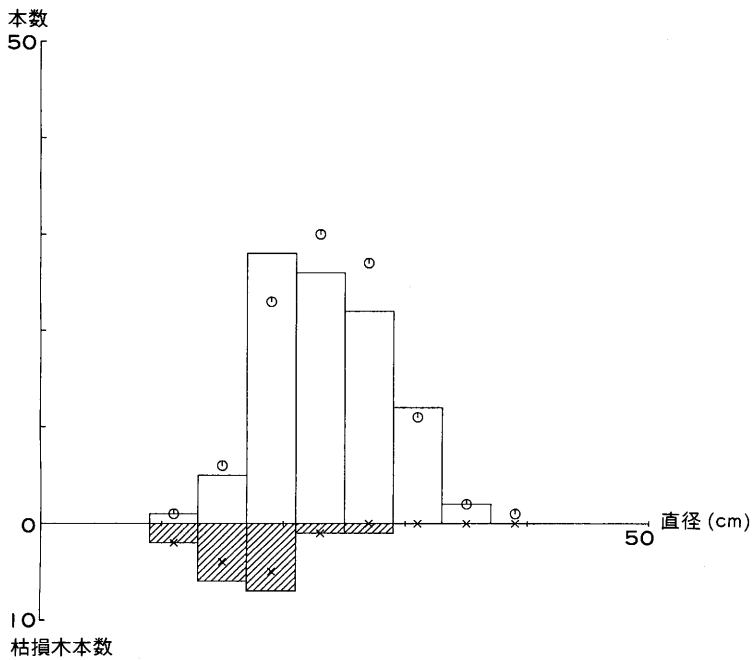
図VI-8 直径階別本数および枯損木本数の予測 (032D・40年~49年)

Fig. VI-8. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (032D: 40-49). ○, surviving; ×, dead.



図VI-9 直径階別本数および枯損木本数の予測 (005B・26年~36年)

Fig. VI-9. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (005B: 26-36). ○, surviving; ×, dead.



図VI-10 直径階別本数および枯損木本数の予測 (005B・40年~50年)

Fig. VI-10. Predictions of number of surviving trees and dead ones by diameter class (005B: 40-50). ○, surviving; ×, dead.

る。計算方法は1. に示したとおりである。結果は図VI-1～10 および表VI-1 に示す。これらの図では、横軸より上部に期末直径分布を、下部に枯損分布を示しており、白抜きの棒および斜線の棒は実際の値、○および×は期首直径分布より予測した値である。なお、本数があまり多くないので、直径階は2 cm ごとを2 づついっしょにして4 cm ごとにした。また表では、期首および期末木本数、期間枯損木本数、推定した期末立木本数および期間枯損木本数を示した。

この結果から次のことがわかる。

① 期末直径分布の中心より上(右)側の部分はやや過大に、下(左)側の部分はやや過小に推定される。

この傾向は032D・40～49年を除くほとんどの場合にみられる。

② 枯損木本数は全体的にやや過大に推定され、その結果、期末の立木本数は過小に推定される。

036B・43～53年では一致し、005B・26～36年および40～50年では過小に推定され、他の7区間では過大に推定された。

Ⅶ 考 察

鈴木¹⁴⁾は枯損が全直径階から一定の割合で生じると仮定して、直径分布が正規分布になることを導いた。そして、梅村・鈴木²¹⁾はある限度以上生長の遅れたものは枯損するという境界条件を付け加え、左に偏った分布を導いた。このモデルでは、本来持っていると思われる直径階別本数に対する枯損の割合 $M_t(y)$ は、式(2.8)より、

$y \geq m - d$ のとき、

$$\begin{aligned} M_t(y) &= \frac{\exp\left\{-\frac{(y-m-2d)^2}{4t}\right\}}{\exp\left\{-\frac{(y-m)^2}{4t}\right\}} \\ &= \exp\left\{-\frac{(y-m)d+d^2}{t}\right\} \end{aligned}$$

$y < m - d$ の、

$$M_t(y) = 1$$

と表される。梅村・吉本²²⁾は、全直径階から一定の割合で生じる枯損を偶然死滅、一定限度生長の遅れたことにより生じる枯損を被圧死滅と呼んでいる。これに対して本論文では、これらの区別をせず、一括して生長過程の中で確率により表現している。第V章第3節の、時刻 t_n における直径が x_n となるはずの林木が時刻 t_n までに枯死している確率 $M_n(x_n)$ (式(5.43)) は偶然死滅および被圧死滅の両方を合わせたものに相当する。

また、式(2.8)が時間に対して連続的な状態を表現しているのに対し、式(5.26)は二時点間の遷移から求めた特定の時点における状態を表現しているので、連続的な状態は表せない。しかし、時刻 $t + \Delta t$ における直径が y となるはずの林木が、時刻 t から $t + \Delta t$ の間に枯死する確率 $m(y)$ (式(5.23))、すなわち、ある二時点間の直径階別枯損木割合を求めることができる。したがって直径階別枯損木本数も求めることができる。生長という連続過程と枯損という不連続過程を同時に考えるに当たって、鈴木、梅村らが定式化する上で連続過程と見なしているのに対し、本論文で

は不連続過程としているのである。

最後に、問題点として次のようなことが挙げられる。

① 二時点間の年数

本論文において二時点間の年数を特に決めなかった。資料も測定間隔はばらばらである。もし、枯損がまったく存在しなければ、CHAPMAN-KOLMOGOROV の等式

$$Pr(\tau, y|t, x) = \sum_v Pr(\tau, y|v, v)Pr(v, v|t, x)(t < v < \tau)$$

が成り立つので問題がない。ところが、枯損が生じれば、

$$\begin{aligned} s(\tau, y|t, x) &= p(\tau, y > x|t, x) \\ &= \sum_v (\tau, y > x|v, v)Pr(v, v|t, x) \\ &= \sum_v s(\tau, y|v, v)s(v, v|t, x) \\ &= \sum_v Pr(\tau, y < v|v, v)Pr(v, v > x|t, x) \end{aligned}$$

したがって、

$$s(\tau, y|t, x) > \sum_v s(\tau, y|v, v)s(v, v|t, x)$$

となる。同様に、枯損する割合に対しても

$$m(\tau, y|t, x) < \sum_v (\tau, y|v, v)m(v, v|t, x)$$

成り立つ。したがって、二時点間の年数は1年または特定の年数（例えば、5年とか10年）にしなければならない。しかし、年数の差が小さい場合には、このような誤差はそれほど大きくはないと思われるので、実用上は問題がない。

② 生長式とそのパラメータ

自己間引き林分の生長資料に対して生長式を当てはめ、そのパラメータを求めた。そして、一次式のパラメータに関して林齢および密度に対する関係を調べたが、明確な傾向は擱めなかった。

生長式は直径分布の変換において非常に重要な役割を果たしているため、より適合性のよい式、対応する分布関数が扱いやすい式が求められている。本論文においては、二つの式について検討し、一次式を採用したが、これについて明確な根拠はなかった。もし生長式としてべき変換式を採用すれば、直径分布を正規分布ではなく、対数正規分布とすることにより、同様な結果を得ることができる。両者の違いは、正規分布の場合には歪度が0で分布の遷移そのものによって歪度が変化しないのに対し、対数正規分布の場合には歪度が正で分布の遷移によっても歪度が増加する、ということである。

また、直径分布の遷移を具体的に表現するためには、生長式のパラメータが必要である。したがって、式(3.1)あるいは式(4.1)、(4.7)などを実用的にするためにはパラメータを林齢や密度の関数として表すことが必要である。

③ 枯死する木

SPURR¹³⁾ はラジアータパインの枯死木について、少なくとも枯死する12年前から断面積の連年生長が必ず減少していることを見いだした。本論文において使用した資料においても枯死する直前の何年間ほとんど生長していない。したがって、確率的に生長が負にはったものが全て枯死するとは限らず、一部のものは生長量0で存在しているかも知れない。このような状態は本論文のモデルでは考えられていないが、これを表すために、第三章の仮定3を次のようにすることも

できる。すなわち、時刻 t における直径 x_m 木が、時刻 $t + \Delta t$ となるまでに枯死したとすると、時刻 $t + \Delta t$ の直径は、

$$y_m < x_m + c$$

ただし、

c : 定数または x_m の変数
を満たす y_m によって表される。

VIII おわりに

本論文の目的は枯損木の分布を含めた直径分布の遷移を表現することである。このため、まず初めに直径の生長を確率過程と見なし、直径分布の遷移について一般的な仮定をおいた。そして、スギ直径生長資料の解析結果をもとに、その一つの例として、具体的な関数により直径生長を表現した。そして、これより直径階別の枯損木本数を表した。更に、初期直径分布を正規分布と見なすことによりある時点における直径分布を表現した。

一般にモデルは設定する上で必ず現実の一部分を無視することになるので、現実を正確に表すことはできない。しかし、一部分を無視するが故に現実を単純に表現することが可能となる。また、確率モデルは不確定な変動をする現実を表現するのに有効である。本論文では直径階別の生長量を不確定変動量と見なし、林地における局所的な条件の違いは無視できるものとした。森林の推移という複雑な現象を忠実に表現することは困難であるが、確率モデルの想定はこのような現象を分析する上で明解な見通しを与えてくれるものである。

要 旨

本論文の目的は、直径分布の時間変化を記述する新しいモデルを提案することにある。本モデルは、スギ人工林における林木の生長と枯損の関係を数学的に定式化したものである。モデルの誘導と検証には、東京大学秩父演習林内に設けられた固定標準地のデータを利用した。

関連する研究としてはこれまでに、鈴木・梅村(1966, 1967, 1967, 1974), SULOBOVA(1976, 1977, 1984), 田中(1986), 竹内と箕輪(1972)らの研究がある。鈴木モデルは拡散モデルの応用であり、その後の林分生長の研究に大きな影響を与えた。上述の研究は何れも直径の生長と枯損を統合的に扱っている。しかしながら、必ずしも、直径階ごとの枯損と生長の関係を解析的かつ陽表的に表現しうる関数を見いだすには至っていない。著者らが本研究に携わることになった動機はまさにこの点にある。

まず、モデルの誘導に当たっては、次の仮定を設ける。

1. 二つの林齢間 (Δt : たとえば、5年または10年) における単木の直径の変化は、確率項を含む生長式で表される。

$$y = \zeta(x) + \varepsilon$$

ただし、 t = 林齢

x = 林齢 t におけるある単木の直径

y = 林齢 $(t + \Delta t)$ における同じ単木の直径

ζ = 単木レベルの生長式

ε = 生長式の回りの変動を表す確率変数

2. 確率変数 ε は、平均 0、分散 σ^2 をもつある確率分布にしたがう。
3. 生長の過程で負の生長をした木はその期間内に枯損したものと見なす。

第一と第二の仮定より、林齢 t で直径 x のある林木が、林齢 $(t + \Delta t)$ で直径 y に遷移する確率 $p(y|x)$ が定義される。第三の仮定は、林木の枯損を生長式と確率変数を用いて表現する上で重要である。即ち、林齢 t で直径 x のある林木がその期間 (Δt) 内に枯死する確率 $m(t, \Delta t, x)$ は、次のように表される。

$$\begin{aligned} m(t, \Delta t, x) &= Pr(y < x|x) \\ &= \int_{-\infty}^x p(y|x) dy \end{aligned}$$

また、現実の遷移確率 $p^*(y|x)$ は、初めに定義した遷移確率 $p(y|x)$ を用いて次のように表される。

$$p^*(y|x) = \begin{cases} p(y|x) & y \geq x \\ 0 & y < x \end{cases}$$

さらに、林齢 t 及び林齢 $(t + \Delta t)$ における直径分布をそれぞれ $\phi(x)$, $\phi(y)$ とすると、遷移確率の定義より

$$\phi(y) = \int_0^{\infty} \phi(x) p^*(y|x) dx$$

が成り立つ。最後に、林齢 t における期首立木本数を N とすると、期間内に枯死する期首直径 x をもつ林木の数 $M(t, \Delta t, x)$ は次の式で与えられる。

$$M(t, \Delta t, x) = N \phi(x) m(t, \Delta t, x)$$

以上の諸関係式は直径分布 ϕ がどのような分布であっても成立し、その特徴は、枯死関数を誘導するに当たって林齢と直径が同時に配慮されている点にある。

本論文では、最初に生長式の型と確率変数の分布型について検討し、それぞれ線形の回帰式と正規分布を採用することにした。ついで、枯死関数（林齢・直径の二変数関数）を導き、併せて初期直径分布に正規分布を仮定した場合の任意の林齢における直径分布の一般式を求めた。さらに、期末の直径階別本数、直径階別枯損本数に関して、実測値と予測値の比較を示した。最後に、モデルに含まれている仮定、生長式の型、パラメータの値について考察を加えた。

キーワード： 人工林、単木生長式、遷移確率、直径階別枯損確率、直径分布

引用文献

- 1) BAILEY, R. L.: Individual tree growth derived from diameter distribution models. For. Sci. **26**: 626-632, 1980.
- 2) 原田文夫: ヒノキ人工林の間伐効果. 91 回日林論: 83-84, 1980.
- 3) KOCH, A. L.: The logarithm in biology I. Mechanisms generating the log-normal distribution exactly. J. Theoret. Biol. **12**: 276-290, 1966.
- 4) 箕輪光博: 林木の生長に関する理論的考察 (IV) log-MITSCH ERLICH 式と単木の生長およびワイブル分布の一般化と相対生長. 日林誌 **66**, 183-191, 1984.
- 5) 大隅真一・北村昌美・菅原 聰・大内幸雄・梶原幹弘・今永正明: 森林計測学・養賢堂, 415pp., 1971.
- 6) PRODAN, M.: Messung der Waldbestände. 260pp., J. D. Sauerländer's Verlag. Furankfurt, 1951.
- 7) REINEKE, L. H.: perfecting a stand-density index for even-aged forests. J. Agr. Res. **46**: 627-638, 1933.

- 8) 柴田義貞: 正規分布特性と応用. 東京大学出版会. 307pp., 1981.
- 9) 白石則彦: 同齡單純林における直径分布の解析とその生長予測への応用 (Ⅱ) 直径分布の変化について. 日林誌 **67**: 305-310. 1985.
- 10) SLOBODA, B.: Mathematische und stochastische Modelle zur Beschreibung der Dynamic von Bäumen und Beständen, insbesondere das bestandesspezifische Wachstum als stochastischer Prozess, Freiburg i. Br. eingereicht als Habilitation an der Forstl. Fakultät. 153-265, 1976.
- 11) ———: KOLMOGOROW-SUZUKI und stochastische Differentialgleichung als Beschreibungsmittel der Bestandesevolution. Mitt. der For. Bundesversuchsanstalt Wien **120**: 71-82, 1977.
- 12) ———: Possibilities of mathematical predicting timber production in commercial forests. Bull. Nagoya Univ. For. **7**: 261, 1984.
- 13) SPURR, S. H.: Growth and mortality of a 1925 planting of pinus radiata on pumice. N. Z. J. For. **8**: 1983.
- 14) 鈴木太七: 確率過程としての林分の遷移 (Ⅰ). 日林誌 **48**: 436-439, 1966.
- 15) ———: 確率過程としての林分の遷移 (Ⅱ). 日林誌 **49**: 17-19, 1967.
- 16) ———: 確率過程としての林分の遷移 (Ⅲ). 日林誌 **49**: 208-210, 1967.
- 17) ———: 確率過程としての林分の遷移 (Ⅳ). 日林誌 **49**: 402-404, 1967.
- 18) 竹内 啓: 確率分布と統計解析. 314pp., 日本規格協会, 1975.
- 19) 竹内公男・箕輪光博: 純出生過程としての直径分布の考察. 84 回日林講: 73-74. 1973.
- 20) TANAKA, K.: A Stochastic model of diameter growth in an even-aged pure forest stand. J. Jpn. For. Soc. **68**: 226-236, 1986.
- 21) 梅村武夫・鈴木太七: 確率過程としての林分の遷移 (Ⅴ). 日林誌 **56**: 195-204, 1974.
- 22) ———・吉本 敦: 林分遷移の基礎方程式について (Ⅷ). 96 回日林論: 129-130, 1985.
- 23) 山本博一・伊藤幸也・大畑 茂・佐々木和男・大村和也: 秩父演習林における間伐試験地直径生長資料. 演習林 **26**: 1-156, 1988.

(1988年4月30日受理)

Summary

The purpose of this paper is to present a new model for describing the change in diameter distribution over time. The model is concerned with coniferous plantations of Sugi (Japanese cedar) and involves a mathematical formulation of the relationship between tree growth and mortality. The derivation and verification of the model were done using data which was taken from permanent plots in the Tokyo University forest, Chichibu.

There are some related studies carried out by SUZUKI and UMEMURA (1966, 1967, 1974), SLOBODA (1976, 1977, 1984), TANAKA (1986), TAKEUCHI and MINOWA (1972). SUZUKI's model is an application of the diffusion process model and it has a great influence on subsequent researches concerning forest growth. The researches mentioned above are concerned with the integrated analysis of diameter increment and mortality. However, they do not always succeed in finding an analytical and explicit solution which allows us to express tree mortality in terms of tree growth for each diameter class. Such a situation motivated us to write this paper.

We tried to derive a new probabilistic model based on the following assumptions:

1. The diameter change between two successive stand ages with a 5 or 10 year interval (Δt) can be expressed by the growth function with the probabilistic term for each individual tree.

$$y = \zeta(x) + \epsilon$$

where, t = stand age in year

x = diameter of a individual tree at stand age t

y = associated diameter at stand age ($t + \Delta t$)

ζ = tree-level growth equation

ε = value of a random variable

2. The random variable is distributed with a mean 0 and variance σ^2
3. Any tree whose increment is not positive has stopped growing and died within the interval.

The first and second assumptions lead to the definition of the transition probability $p(y|x)$, which expresses the probability that the diameter x will increase to the associated diameter y within the interval. The third assumption plays an important role in describing tree mortality in terms of tree growth and random variable. The probability can be defined as follows that the tree with diameter x at a given age t will die within the interval.

$$\begin{aligned} m(t, \Delta t, x) &= Pr(y < x | x) \\ &= \int_{-\infty}^x p(y|x) dy \end{aligned}$$

Next, we can define the actual transition probability $p^*(y|x)$ based on the original transition probability $p(y|x)$ as follows.

$$p^*(y|x) = \begin{cases} p(y|x) & y \geq x \\ 0 & y < x \end{cases}$$

Furthermore, let $\phi(x)$ and $\phi(y)$ represent the probability density function of diameter at stand age t and $(t + \Delta t)$, respectively. Logically, the following equation can be obtained.

$$\phi(y) = \int_0^{\infty} \phi(x) p^*(y|x) dx$$

Lastly, let N be the number of trees at stand age t . The number of trees with diameter x which will die within the interval can then be expressed as

$$M(t, \Delta t, x) = N \phi(x) m(t, \Delta t, x)$$

These analytical relations hold true for any function ϕ and are characterized by including the mortality function associated with stand age and diameter.

In this paper we first examined the type of growth equation and probability function of random variable, which resulted in an acceptance of a linear equation and normal distribution, respectively. Then we derived an explicit expression of mortality function, and a general form of diameter distribution at any given stand age with an initial diameter distribution being normal distribution. Furthermore, comparisons between observed values and estimated ones were made for surviving number of trees and mortality by diameter class at the end of the period. Finally, we discussed the assumptions, forms of growth equations and values of parameters involved in the model.

Key word: Coniferous plantation, Tree growth equation, Transition probability, Mortality probability by diameter class, Diameter distribution