

同齡単純林の生長予測に関する研究

Study on the Growth Prediction of Even-Aged Stands

白石 則彦*

Norihiko SHIRAIISHI*

目 次

はじめに	199	IV-2 間伐に伴う直径分布形の変化	228
I 試験地の概要	200	IV-3 単木の生長と直径分散の変化	231
I-1 試験地の概要	200	V 林分生長予測への応用	231
I-2 試験地の地位区分	201	V-1 システムの概要	232
II 立木本数の減少過程	207	1 平均胸高直径の生長予測	232
III 胸高直径に関する生長解析と生長モデル	209	2 初期条件の設定	233
III-1 平均胸高直径の生長解析	209	3 直径分布の予測	234
1 間伐試験地の生長経過の比較	209	4 間伐率および間伐方法の決定	236
2 生長測定試験地の生長経過の比較	211	5 幹材積の査定	237
3 平均管理曲線	213	V-2 基準収穫表の調製	238
III-2 生長モデルの設定	215	V-3 目的に応じた収穫表の調製	244
1 直径生長率のモデル化	215	1 現実的な間伐をとりいれた実践的収穫表の調製	244
2 林分密度を考慮した生長モデル	219	2 密度別収穫表の調製	249
3 パラメータの推定	223	おわりに	251
4 生長モデルの適合性の検討	225	要 旨	252
IV 直径分布形の変化と単木生長	228	引用文献	253
IV-1 生長に伴う直径分布形の変化	228	Summary	255

はじめに

我国の代表的な造林樹種であるスギ、ヒノキ等の林分生長予測に関する研究は古くからみられる。昭和30年代前半までは、主として全国の主要樹種収穫表を整備していくなかでさまざま

*東京大学農学部林学科

Department of Forestry, Faculty of Agriculture, University of Tokyo.

な生長曲線式の検討が行われたが^(14,48,49)、その後、logistic 理論⁽³¹⁾が提起されたことにより、重点は林分密度管理図へと移っていった^(1,43)。

最近では箕輪^(16~18)、内藤^(21,22)がそれぞれ GOMPertz 関数、RICHARDS 関数を用いて林分生長のさまざまな側面を統一的に説明する理論を組み立てている。ただしこれらは自己間引き林分を対象とするため、間伐は考慮されていない。

間伐を扱った生長モデルとしては、胸高断面積を対象とした PIENAAR & TURNBULL⁽²⁶⁾、伊藤・大隅⁽⁶⁾、そして林分蓄積を直接扱った竹内⁽⁴⁴⁾の研究がある。

また、直径分布の推定を基幹とした生長モデルは、西沢⁽²⁴⁾、鈴木⁽⁴¹⁾が研究している。これは林齢に伴う直径の平均や分散等の変化を予測し、各時点の直径分布を適当な分布関数で記述しようとするものである。

以上、さまざまな形で生長予測が試みられており、なかには、推定された直径分布に幹曲線式等を組み合わせ、一貫した収穫予測システムにまで発展した研究もみられる^(5,13)。

本研究の目的もまた、林分の生長解析の結果に基づきモデルを構築し、生長予測をシステム化することにある。しかしその内容において、任意の間伐計画に対応できる融通性を有する点、および直径分布の推移が単木生長量の配分の観点から予測されている点が特徴である。

さまざまな間伐計画に対応した生長予測が可能なモデルをつくるためには、ある間伐が行われた結果、それが林分生長にどのような影響を与えたかを明らかにする必要がある。そこで、本論文では、平均胸高直径の生長および直径分布の変化に関し、林齢に伴う純生長と、間伐、枯損等小径木が取り除かれたことによる変化を完全に区別して扱うこととした。

平均胸高直径については、純生長に対する生長率と林分密度の関係を解析した。また直径分布については、分布形の変化を林分密度と関連させて検討し、直径分布の変換モデルを示した。そして、最終的な生長予測の結果を林分収穫表の形式にまとめた。

本研究の遂行にあたり、つねに懇意なる指導を賜った平田種男名誉教授、南雲秀次郎教授、箕輪光博助教授（三重大学農学部）、内藤健司講師（宇都宮大学農学部）に衷心より深甚の謝意を表するとともに、貴重な助言と指導を賜った森林経理学教室の田中和博教官、石橋整司修士課程院生、谷口政子技官に対し、心より感謝を申し上げる。

また、貴重な資料を提供して下さった千葉演習林の職員各位に、心より感謝する次第である。

I 試験地の概要

I-1 試験地の概要

本論文においては、東京大学千葉演習林管内に設定されているスギ10か所、ヒノキ8か所の

固定試験地における胸高直径の毎木調査資料を用いた。このうち14か所（スギ10，ヒノキ4）は生長測定試験地，4か所（ヒノキ）は間伐試験地である。

生長測定試験地は，林分の生長を解析する目的で1916年（大正5年）に設定された。以来，5年ごとに直径に関する毎木調査と，一定の標準木樹高が測定され，同時に，必要あれば弱度ないし中度のB種間伐が実施されている。当初21か所が設定され，昭和15年には牛蒡沢スギ試験地が追加された。しかし，一部の試験地は，戦時需要のため周囲林分とともに伐採され，また昭和20年代に台風による風倒被害等のため試験地指定を解除されたところもある。現在なお測定が継続している試験地は13か所（スギ8，ヒノキ4，クス1）で，これらの林分は60余年間にわたり測定回数が11～15回に達している。

間伐試験地は，間伐後の林分の生長経過を比較する目的で1919年に設定された。4か所の林分は，試験地設定（林齢19年）と同時に適度の間伐を受け，25年生時に林分ごとにさまざまな強度の間伐が実施された。そして林齢49年までに計7回の測定が行われている。ここでも測定方法や項目など試験地としての取り扱いは，生長測定試験地と共通である。

各試験地の概要を表1に示す。このうち生長測定試験地8か所の資料については，すでに竹内・長谷川⁽⁴²⁾によって公表されている。

I-2 試験地の地位区分

樹高生長は一般に林分密度の影響をほとんど受けないといわれている。林分樹高が地位の査定に用いられるのは，この性質に基づくものである。

樹高の生長経過を生長関数で近似した報告は数多い。南雲・佐藤⁽⁴⁹⁾は，樹幹解析資料の平均値に対しMITSCHERLICH曲線をあてはめ，良好な結果を得た。また粟屋・神戸⁽²⁾は，多数の林分の主林木樹高の値を用いて地位指数曲線の中心線を求めたところ，MITSCHERLICH曲線が最適であったと述べている。一方，吉田⁽⁵⁰⁾は，樹幹解析による単木樹高にRICHARDS関数をあてはめた結果，変曲点の位置を表わすパラメータの値より判断し，その生長経過はGOMPertz曲線に近いと報告している。

MITSCHERLICH，GOMPertzの生長曲線は，それぞれ以下のように表わされる。

$$h(t) = M(1 - L \exp(-kt))$$

$$h(t) = M \exp(1 - L \exp(-kt))$$

これらは，いずれも上限値 M をもち単調増加する生長曲線であるが，最大の相違点はMITSCHERLICH曲線に変曲点がないことである。樹高生長には，本来変曲点があると推察されるが，変曲点の出現する年齢は，吉田⁽⁵⁰⁾によれば10年生以下の幼齢時であった。前述した南雲ら，粟屋らの資料は10年生以下が省略されているため，変曲点をもたないMITSCHERLICH曲線が良く適合したものと考えられる。

表一 1 試験地林分の概要

Table 1 General description of the experimental plots

試験地名 Plot name	面積 Area (ha)	設定時 Initial state			最終測定時 Final state			間伐回数 No. of thinnings	測定回数 No. of measurements
		林齢 Age (yr)	立木本数 No. of trees (no./ha)	平均直径 Mean diam. (cm)	林齢 Age (yr)	立木本数 No. of trees (no./ha)	平均直径 Mean diam. (cm)		
Sugi									
Godai 1	0.141	11	3837	12.4	79	752	38.0	5	14
Godai 2	0.034	14	2941	11.6	79	588	40.1	4	14
Anno 1	0.109	13	3560	7.1	80	1284	23.8	2	14
Anno 2	0.073	14	3685	11.0	81	1164	27.4	3	14
Metaki 3	0.037	12	3622	9.6	80	811	37.2	3	14
Minamizawa 3	0.090	19	2722	16.6	86	656	44.8	4	15
Gobozawa	0.540	35	848	26.5	78	541	43.9	1	11
Ninodai	0.057	16	4825	8.5	83	1000	32.3	2	15
Kurozuka	0.079	11	5051	6.0	44	1671	17.9	3	8
Minamizawa 2	0.075	19	3533	10.5	52	920	26.2	4	9
Hinoki									
Obera 1	0.030	16	5267	8.2	83	900	25.9	4	15
Obera 2 ¹⁾	0.020	25	6250	11.5	83	3300	22.4	—	13
Metaki 1	0.042	12	4452	7.7	80	1429	25.8	3	14
Metaki 2	0.021	12	5381	5.9	80	1762	24.3	3	14
Properly thn. ²⁾	0.091	19	2945	12.5	49	1670	23.3	1	7
Lightly thn. ²⁾	0.041	19	3415	10.5	49	2512	19.6	1	7
Heavily thn. 1 ²⁾	0.076	19	2947	11.3	49	1289	25.6	1	7
Heavily thn. 2 ²⁾	0.093	19	3161	10.7	49	1505	21.5	1	7

1) Unthinned plot, 2) experimental thinning plots

収穫表の樹高生長の記述に生長曲線を適用する場合、幼齢時の適合性の良否は全く問題とはならない。よって、本論においても、良好な適合結果が報告されている MITSCHERLICH 曲線を地位指数曲線として用いることにした。

千葉演習林スギ、ヒノキ人工林の地位指数曲線あるいは地位区分曲線の決定については白石⁽³³⁾、菰田⁽¹²⁾がそれぞれ試みている。

筆者は近隣の収穫表各地位の樹高生長経過を MITSCHERLICH 曲線で近似し、地位とパラメータのあいだに一定の傾向があることを見出した。そして同演習林スギ林の樹高の分布範囲を考慮し、以下のように各地位の中心線を与えた⁽³³⁾。

$$\text{地位 I a } h(t) = 33.02 \{ 1 - 1.042 \exp(-0.0251t) \} \quad (20.4\text{m})$$

$$\text{地位 I } h(t) = 29.00 \{ 1 - 1.054 \exp(-0.0255t) \} \quad (18.0\text{m})$$

$$\text{地位 II } h(t) = 24.99 \{ 1 - 1.079 \exp(-0.0262t) \} \quad (15.5\text{m})$$

$$\text{地位 III } h(t) = 20.90 \{ 1 - 1.124 \exp(-0.0279t) \} \quad (13.2\text{m})$$

$$\text{地位 IV } h(t) = 16.80 \{ 1 - 1.188 \exp(-0.0309t) \} \quad (10.9\text{m})$$

ただし、右のかっこ内は、式より算出された40年生樹高（地位指数）を表わす。

菰田は、同演習林より採取されたスギ、ヒノキ各60本以上の樹幹解析資料に基づき、樹高生長の中心線を定め、それを基準として地位指数曲線を決定した。また多くの林分を現地調査し、地位指数の範囲がスギ11~23、ヒノキ9~17であることを明らかにした⁽¹²⁾。

菰田は中心線に修正指数曲線

$$h(t) = a - bc^t$$

ただし林齢5、10、15年…が $t = 0, 1, 2, \dots$ に対応するを用いたが、これは簡単な変形により MITSCHERLICH 式で表現することができる。菰田の定めた中心線を MITSCHERLICH 式で表わすと、スギ、ヒノキそれぞれ

$$\text{スギ} \quad h(t) = 28.44 \{ 1 - 1.029 \exp(-0.0215t) \} \quad (16.1\text{m})$$

$$\text{ヒノキ} \quad h(t) = 21.46 \{ 1 - 1.052 \exp(-0.0226t) \} \quad (12.3\text{m})$$

のとおりであった。ただし、かっこ内は40年生樹高を表わす。

スギについてふたりの定めた中心線を比較すると、パラメータおよび40年生樹高がかなり類似していることがわかる。また、40年生樹高の分布範囲についても筆者の I a より IV の中心線が20.4より10.9に対応するので、おおむね一致しているとみなすことができる。そこで、菰田の示した地位指数の分布範囲を参考とし、表-2のように各地位の地位指数の範囲を定めた。そして、それぞれの中心を通るよう、各地位の樹高生長曲線を

スギ

$$\text{I a} \quad h(t) = 38.96 \{ 1 - 1.029 \exp(-0.0215t) \}$$

$$\text{I} \quad h(t) = 33.64 \{ 1 - 1.029 \exp(-0.0215t) \}$$

$$\text{II} \quad h(t) = 28.33 \{ 1 - 1.029 \exp(-0.0215t) \}$$

$$\text{III} \quad h(t) = 23.02 \{ 1 - 1.029 \exp(-0.0215t) \}$$

$$\text{IV} \quad h(t) = 17.71 \{ 1 - 1.029 \exp(-0.0215t) \}$$

ヒノキ

$$\text{I} \quad h(t) = 27.85 \{ 1 - 1.052 \exp(-0.0226t) \}$$

表-2 40年生主林木樹高による地位区分

Table 2 Site classification by stand height at age 40

(m)

地 位 Site	ス ギ Sugi	ヒ ノ キ Hinoki
Ia	21~	
I	18~20	15~17
II	15~17	12~14
III	12~14	9~11
IV	~11	

II $h(t) = 22.63\{1 - 1.052\exp(-0.0226t)\}$

III $h(t) = 17.41\{1 - 1.052\exp(-0.0226t)\}$

と決定した。

地位区分曲線はとなりあう曲線の中間の M の値を与えることにより設定することができる。その地位区分曲線を用いて、各試験地の地位を査定することにしよう。

間伐試験地については、すでに筆者が樹高生長経過の比較を行っている⁽³⁴⁾。これを上記の曲線によって地位区分すれば、各試験地の地位はII（中）ないしIII（下）と評価され、その差は比較的小さいといえる。

図-1には、生長測定試験地における樹高の生長経過および地位区分曲線を示した。そのうち、林齢40年余りで測定が打ち切られた黒塚、南沢2号試験地は、標準木樹高の平均をもって平均樹高とした。他の11試験地は、竹内⁽⁴⁵⁾がそれらの資料を整理しているので、その結果を用いることにした。そしてその11試験地の最終測定時における丸印は、昭和58年10月~12月におこなった樹高の毎木測定結果⁽⁴⁷⁾に基づく平均値である。

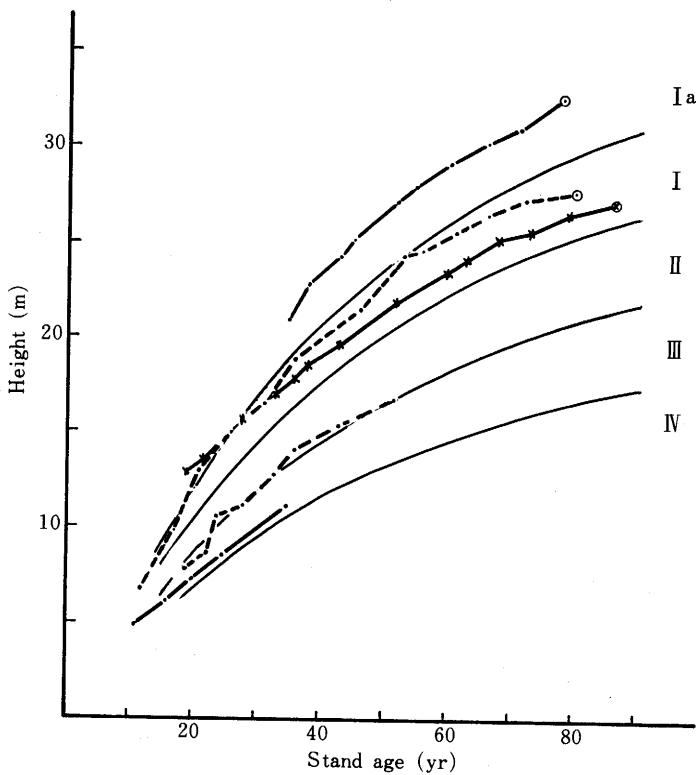
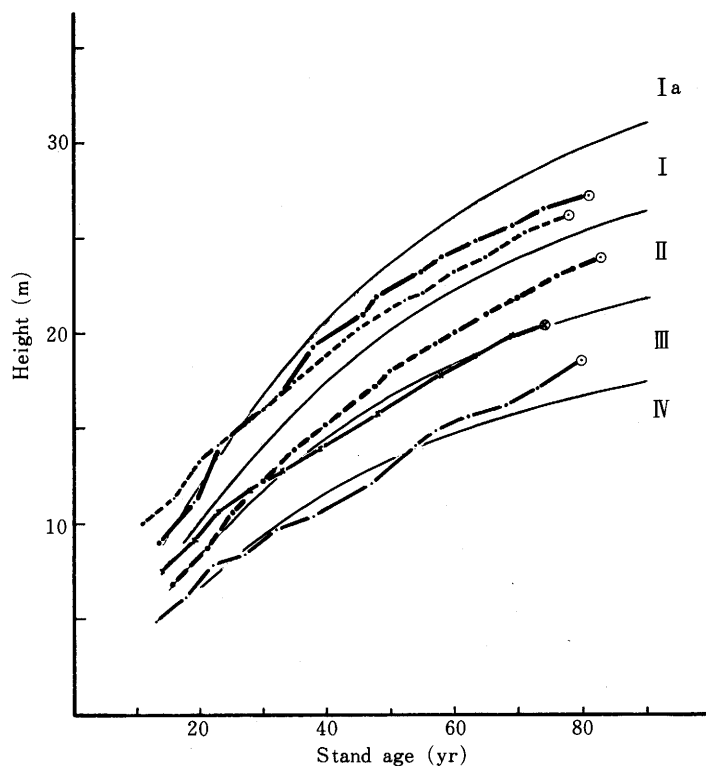


図-1(1) スギ生長測定試験地の樹高生長経過

Fig. 1 (1) Mean height growth in sugi permanent plots

From above: Gobozawa, Godai No. 2, Minamizawa No. 3, Minamizawa No. 2, Kurozuka



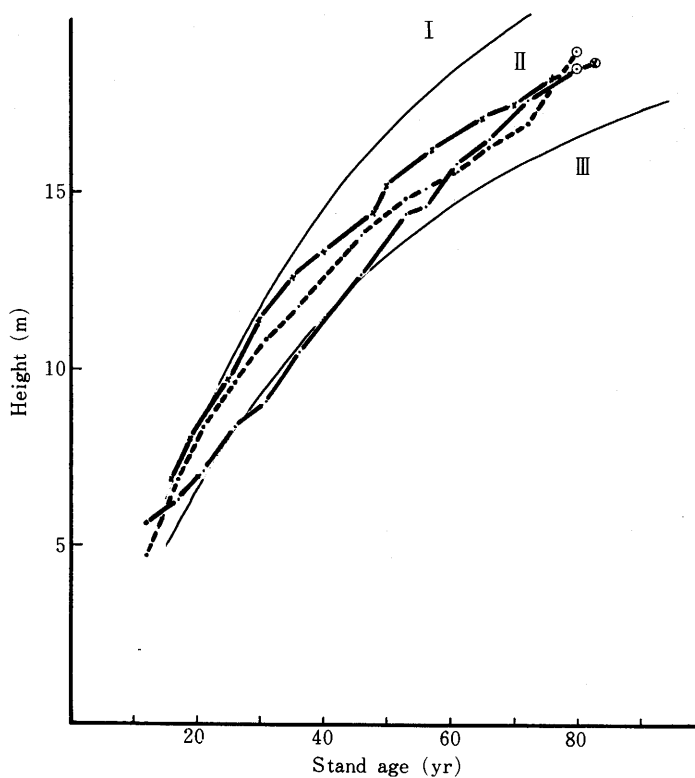
図一 1(2) スギ生長測定試験地の樹高生長経過

Fig. 1 (2) Mean height growth in sugi permanent plots

From above: Metaki No. 3, Godai No. 1, Ninodai, Anno No. 2, Anno No. 1

可能な限り高齢時の樹高を比較した結果、対象となった試験地は、表一 3 に示したとおりの地位に区分された。スギでは I a より III までの各地位に該当する試験地が存在するが、ヒノキでは II, III に集中することとなった。本論において試験地資料を地位別に扱う必要のあるときは、この表の区分に従うこととする。

最後に、各試験地の平均樹高の生長経過に対し MITSCHERLICH 式をあてはめ、その適合性を検討した。その結果を郷台 1 号を例として表一 4 に示す。それによれば、実測値と計算値の差は最大でも 3%、30cm 程度であり、MITSCHERLICH 式の樹高生長に対する適合が良好であることが確認された。



図一1(3) ヒノキ生長測定試験地の樹高生長経過

Fig. 1 (3) Mean height growth in hinoki permanent plots

- ×—× Obera No. 1
-• Metaki No. 1
- Metaki No. 2

表一3 試験地林分の地位区分

Table 3 Site classification of the plots

樹種 Species	地位 Site	試験地名 Plot name
Sugi	Ia	Gobozawa
	I	Godai 1, Godai 2, Minamizawa 3, Metaki 3
	II	Ninodai, Anno 2, Minamizawa 2
	III	Anno 1, Kurozuka
Hinoki	IV	—
	I	—
	II	Obera 1, Metaki 1, Metaki 2, Properly thn., Heavily thn. 1, Heavily thn. 2
	III	Obera 2, Lightly thn.

表-4 樹高生長に対するMITSCHERLICH式のあてはめ (郷台1号試験地)

Table 4 Fitting of MITSCHERLICH function to stand height growth (Godai No. 1 plot)

林 齢 Age (yr)	実 測 値 Observed (m)	計 算 値 Estimated (m)	誤 差 率 Error percent (%)
11	10.00	9.82	- 1.76
16	11.30	11.65	+ 3.07
20	13.20	13.02	- 1.39
25	14.70	14.62	- 0.54
30	15.90	16.11	+ 1.33
35	17.40	17.50	+ 0.58
43	19.70	19.53	- 0.88
45	20.20	20.00	- 1.00
52	21.60	21.54	- 0.26
55	22.00	22.16	+ 0.72
60	23.10	23.13	+ 0.13
65	23.90	24.03	+ 0.56
71	25.20	25.04	- 0.65
78	26.05	26.10	+ 0.19

II 立木本数の減少過程

ここでは林分の生長と密接に関連する立木本数の減少を扱ったひとつの経験則をはじめにとりあげることとする。これはソ連の生物物理学者ヒルミが自己間引き現象を検討し、簡単な仮定と次元解析の手法を用いて定式化したもので、次のような関数が導かれている⁽⁸⁾。

$$\rho(t) = \rho_* \left(\frac{\rho_0}{\rho_*} \right)^{e^{-\alpha(t-t_0)}} \quad (2.1)$$

この式は GOMPertz 関数と呼ばれる生長関数である。パラメータ α は自己間引き係数と呼ばれ、立木本数の減少速度に関係する。 ρ_* は林齢無限大において到達する限界密度である。

ヒルミはこの関数を導く過程で、ある樹種について α はその地方の光条件に依存するが地位によらないこと、 ρ_* は地位が良いほど小さくなることを推測した。そして実際にチューリン博士の収穫表を用い、これらのことを検証している。

GOMPertz 関数の解析的性質として、 $x(t)$ がこの関数に従うとき、対数変換された $\ln(x(t))$ が MITSCHERLICH 式に従うことがあげられる⁽²³⁾。MITSCHERLICH 式は、その定差図が直線になるという特徴があるので⁽⁴⁰⁾、したがって GOMPertz 関数では $\ln(x(t))$ の定差図が直線となる。この性質は、観測されたデータが GOMPertz 関数に従っているかどうかを確かめる場合に有力な手段である。

さて、次に施業林分の本数減少過程について考えてみよう。間伐による本数減少は不連続であり、また時期や強度について主観的な要素が含まれるため、数式による表現に適さない一面があることは確かである。しかし、一定の施業指針に基づき、適切な間伐が行われたとすれば、本数減少がいずれの林分においても類似した経過をたどることは十分考えられることである。その場合、林分の密度は生態的な最多密度とは異なる、施業林分としての新たな基準を満たしているであろう。そうした標準的な施業を受けた林分における立木本数の平均的な減少過程を検討することが、この章の目的である。

その目的にふさわしい資料として、ここでは林分収穫表の主林木本数を用いることにする。なぜなら、我国の林分収穫表は、正常な立木度をもつ標準的な林分の資料を多数収集し、その資料をなめらかに結んでいくという考え方でつくられている。したがって資料が加工される程度が小さいまま調製が行われるため、収穫表そのものが標準的な林分の姿をうつしだす客観的な資料となりうるのである。

まず、天城地方スギ林分収穫表⁽²⁸⁾を用いて、主林木本数の減少過程を分析した。両対数目盛の横軸に ρ_t を、縦軸に ρ_{t+5} をとれば図-2のような定差図が描ける。ただしここでは、煩雑になるのを避けるため、地位1等、3等のみを示した。その結果、定差図はいずれもほとんど直線となり、 $\ln(\rho_t)$ と $\ln(\rho_{t+5})$ のあいだの直線性が満たされていることがわかった。このことは、収穫表の立木本数がGOMPertz関数に従っていることを意味する。

そこで次に、さらに多くの収穫表を対象として、自己間引き係数と限界密度に相当するパラメータを地位ごとに比較することにした。その結果の一部を表-5に示す。ただし、全体の傾向と異なる若齢時の資料を一部削除した。

ヒノキでは、不良地位ほどパラメータ α の値が小さくなる収穫表が11地方中2, 3みられた。しかしそれらについても、地位と α の関連はきわめて弱いものであった。そして他の多くは、 α の値が地位に対し一定、あるいは独立とみなすことができた。限界密度は、地位が不良であるほど大きい値が得られた。

一方、スギについては、地位の違いに対し α の値は一定あるいは独立、また限界密度は不良地位ほど大きくなることが明確に示された。

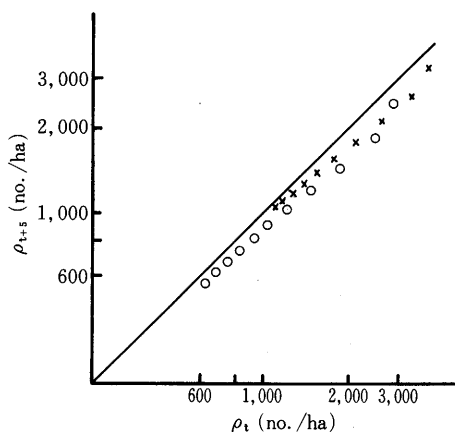


図-2 天城地方スギ収穫表の本数減少の定差図

Fig. 2 The difference diagram for decrease in the numbers of trees in sugi yield tables for the Amagi district

○ site 1, × site 3

表—5 収穫表主林木本数にあてはめられたGOMPERTZ関数のパラメータ

Table 5 The parameters of the GOMPERTZ function fitted to data for the number of trees in yield tables

Sugi yield tables				Hinoki yield tables			
対象地域 District	地位 Site	限界密度 ρ_*	係数 α	対象地域 District	地位 Site	限界密度 ρ_*	係数 α
紀州 Kishyu	1	237	0.0400	中国 Chyugoku	1	435	0.0386
	2	300	0.0390		2	517	0.0393
	3	409	0.0402		3	663	0.0392
北関東・阿武隈 Kitakanto・ Abukuma	1	230	0.0249	紀州 Kishyu	1	176	0.0292
	2	253	0.0237		2	236	0.0293
	3	280	0.0226		3	293	0.0263
天城 Amagi	1	413	0.0326	木曾 Kiso	1	339	0.0205
	2	490	0.0288		2	359	0.0181
	3	722	0.0316		3	462	0.0188
茨城 Ibaragi	1	556	0.0534	天城 Amagi	1	287	0.0218
	2	745	0.0620		2	349	0.0194
	3	907	0.0600		3	525	0.0200

表—5より得られた結果をもとに、施業林分の本数減少に関する一般的な傾向を示すことができる。すなわち、生育条件の類似したひとつの地方で、スギ、ヒノキ等の一斉人工林に対し標準的な施業をした場合、本数減少はGOMPERTZ関数によく適合し、そのときパラメータ α は地位に依存せず、限界密度は地位が良いほど小さい値をとることである。

経営的に適切とされる密度で管理された林分の本数減少に関して、ひとつの普遍性の高い経験則が確認されたことは、今後の収穫表調製に対して大きな根拠を与えたものといえよう。

III 胸高直径に関する生長解析と生長モデル

III—1 平均胸高直径の生長解析

1. 間伐試験地の生長経過の比較*

ここでは4か所の間伐試験地の資料を用い、林分密度と胸高直径の生長との関係を検討することにする。

はじめに、両対数座標系で各試験地のha当り立木本数 ρ と平均胸高直径 \bar{d} の関係を比較した(図—3)。ここでは客観的基準として、関東地方ヒノキ林収穫表⁽²⁹⁾地位2等の $\log\rho \sim \log\bar{d}$ の推移が点で加えられている。試験地の林分密度をこの点からの隔たりによって評価すれば、

*この内容の一部は92回林学大会において発表した⁽³⁴⁾。

密度の高い方から、弱度、適度、強度第1、強度第2試験地の順であった。

次に試験地の ha 当り胸高断面積の生長量を比較した。25年生の間伐直後より49年生までの24年間に枯損は皆無であったが、その間の胸高断面積生長量は密度の高い順に、ha 当り41.4, 41.9, 45.5, 35.4m²であった。胸高断面積の生長量と林分密度との関係は、4か所の間伐試験地同士の比較では必ずしも明らかではなかった。

間伐後の林分密度の違いに基づく生長の差異を明らかにする

ため、ここではさらに、胸高直径に関する期間生長率を考えることにする。ただし、ここでは次式による期間生長率の相乗平均をもって1年当りの平均生長率とした。

$$r_t = \left(\frac{\bar{d}_{t+h}}{\bar{d}_t} \right)^{\frac{1}{h}} - 1$$

ここで \bar{d}_t, \bar{d}_{t+h} は林齢 $t, t+h$ における平均直径である。

その生長率の変化のようすは図-4に示されている。この図によれば、強度の間伐を受けた試験地の方が間伐後の生長率が大きいことがわかる。そして生長率の変化は、対数軸上で林齢に対し一次式で近似するのが適当であると思われる。その際、間伐強度、すなわち林分密度の違いは一次式の切片の大小に影響を与えるが、その傾きには明確な差が認められない。

以上、間伐試験地の資料に基づく解析の結果、間伐による林分密度の低下は直径生

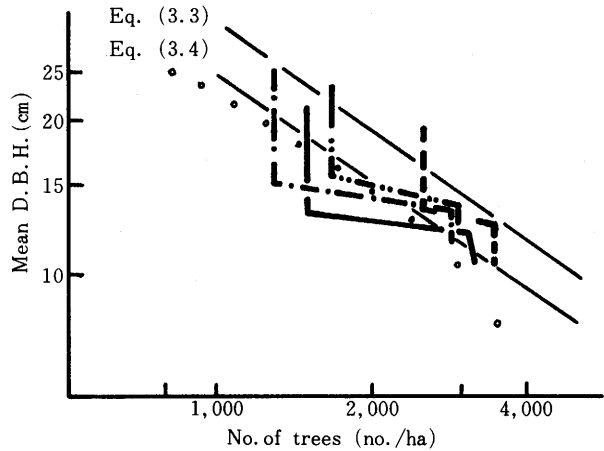


図-3 ヒノキ間伐試験地の立木本数と平均直径の関係

Fig. 3 The relationship between number of trees per hectare and mean D.B.H. in hinoki experimental thinning plots
 - - - Lightly thinned, - · - · - Properly thinned,
 ——— Heavily thn. 1, — — — Heavily thn. 2
 The dots show the N~D relationship in hinoki yield table (site 2) for Kanto district.

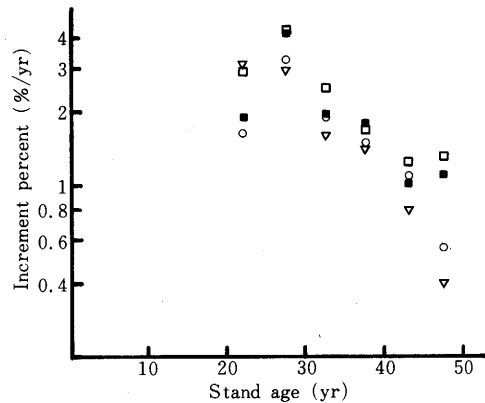


図-4 間伐試験地における直径成長率の変化

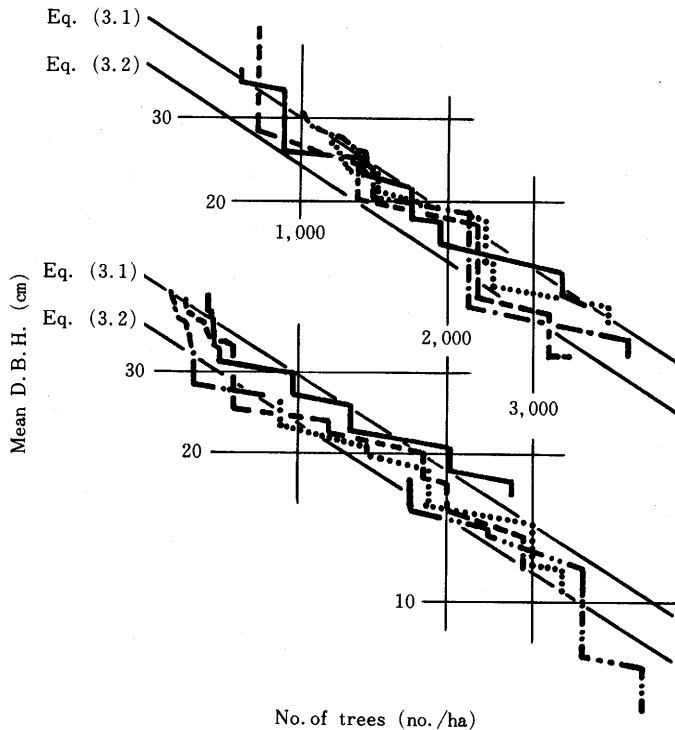
Fig. 4 The increment percent of mean D.B.H. in hinoki experimental thinning plots
 Symbols: ▽ Lightly thinned, ○ Properly thinned, □ Heavily thinned No. 1, ■ Heavily thinned No. 2 plot

長率の増大をもたらすことがわかったが、胸高断面積の絶対的な生長量は林分密度の違いに対し特定の傾向を示さなかった。ただし、間伐試験地は林分間で地位の差が小さいため、地位と生長率との関係は比較できなかった。この点については、生長測定試験地の資料を用いて以下で考えることとする。

2. 生長測定試験地の生長経過の比較

ここでは、生長測定試験地13林分（スギ10、ヒノキ3）を対象とし、ひき続き林分密度と胸高直径生長の関係を検討する。

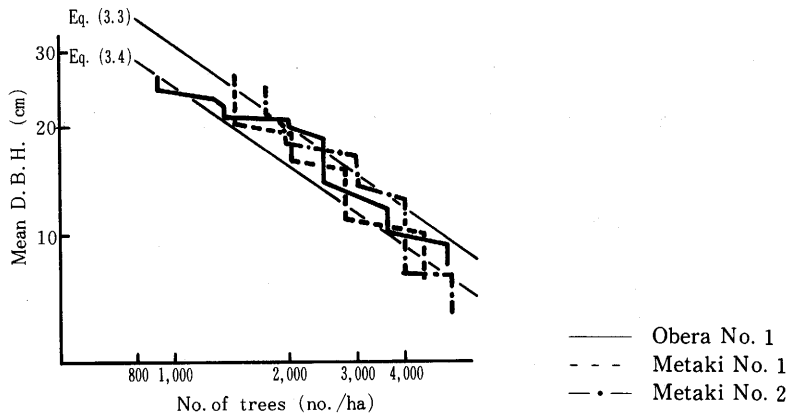
まず、両対数座標系で各試験地の ha 当り立木本数 ρ と平均胸高直径 \bar{d} の関係を比較した(図一5(1), (2))。ただし、スギでは図が煩雑になるのを避けるため2枚に分割して示した。その結果、生長測定試験地の $\log \rho \sim \log \bar{d}$ の関係は直線的であり、点の分布する帯の幅は比較的せま



図一5(1) スギ生長測定試験地の立木本数と平均胸高直径の関係

Fig. 5 (1) The relationship between number of trees per hectare and mean D.B.H. in sugi permanent plots

Above	—— Godai 1	Below	—— Minamizawa 3
	- - - Metaki 3		- - - Godai 2
	- · - Ninodai		- · - Gobozawa
	····· Anno 2		····· Minamizawa 2
			- · · Kurozuka



図一 5 (2) ヒノキ生長測定試験地の立木本数と平均胸高直径の関係

Fig. 5 (2) The relationship between number of trees per hectare and mean D. B. H. in hinoki permanent plots

いことがわかった。

地位の優る試験地では、直径生長が良好であるため間伐回数も概して多く、立木本数がかんり低い水準まで減少している。しかし全体としては、立木本数と平均胸高直径の关系到地位差はないと判断される。

千葉演習林の標準的施業の特徴を示すひとつの尺度として、間伐直前および直後の $\log \rho \sim \log \bar{d}$ の関係をそれぞれ求めてみた。それらは次式のとおりであった。

$$\text{スギ 間伐直前} \quad \log \rho = -1.560 \log \bar{d} + 5.279 \quad (3.1)$$

$$\text{スギ 間伐直後} \quad \log \rho = -1.548 \log \bar{d} + 5.145 \quad (3.2)$$

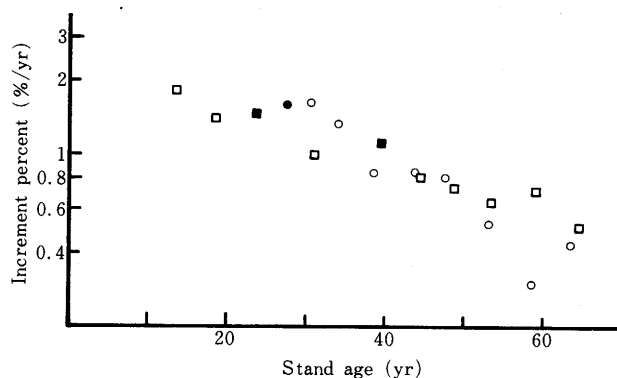
$$\text{ヒノキ間伐直前} \quad \log \rho = -1.393 \log \bar{d} + 5.067 \quad (3.3)$$

$$\text{ヒノキ間伐直後} \quad \log \rho = -1.440 \log \bar{d} + 5.002 \quad (3.4)$$

間伐直前および直後の回帰曲線は、図一 5 に細線で示されている。これらの曲線には含まれた領域は標準的な林分密度の管理帯と考えることができる。そしてその管理帯の中心線は、 ρ と \bar{d} に関する平均的な管理状態を示す曲線とみなすことができよう。なお、密度管理の基準に関しては、以下で改めて論ずることとする。

最後に、胸高直径の生長率の経過を検討することにしよう。

片対数座標系において、スギ、ヒノキ各試験地の期間生長率を図一 6 に示した。図中の黒ぬりの点は、間伐直後の期間の生長率である。間伐試験地の解析の結果より間伐後の直径生長率が増大することが認められたため、ここでも区別して表わすこととした。生長測定試験地では、期間中に若干の枯損木が発生したが、それらは期首の時点であらかじめ資料から除外して生長率を算出した。すなわち、ここで扱う生長率は主林木の純生長に関するものと考えることがで

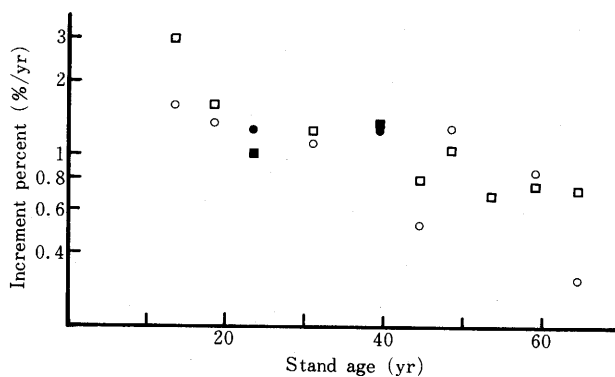


図一 6 (1) スギ生長測定試験地の直径生長率の変化

Fig. 6 (1) The increment percent of mean D.B.H. in permanent plots

Symbols ○ Goboza, □ Metaki 3

The solid symbols indicate the increment percent which was observed in the period immediately after the thinnings.



図一 6 (2) ヒノキ生長測定試験地の直径生長率の変化

Fig. 6 (2) The increment percent of mean D.B.H. in hinoki permanent plots

Symbols ○ Metaki 1, □ Metaki 2

For the solid symbols, see above.

きる。

図によれば、直径生長率は林齢に対し明らかな減少を示している。そしてその減少傾向は、間伐試験地と同様、直線性を否定できない。

3. 平均管理曲線

吉良⁽¹¹⁾は、 $\log \rho \sim \log \bar{v}$ 座標系に収穫表標準地の林分資料をプロットし、さまざまな平均幹材積の値に対して最大本数をもつ林分の点を結ぶと、最多密度を表わす曲線が得られることを指

摘した。そしてそれが樹種特性を示すものであると考え、これを「林分密度の特性曲線」と名づけた。一方、REINEKE⁽²⁷⁾は、十分な密度 (full density) をもつ林分の断面積平均直径 \bar{d}_g と単位面積当りの本数をプロットすると、それぞれの直径に応じてとりうる最大本数密度の関係は、林齢や地位に関係なく、同一の傾きをもった直線で表わせることを示した。すなわち

$$\log \rho = -1.605 \log \bar{d}_g + K_s$$

ここで K_s は樹種によって定まる定数である。吉良の特性曲線と REINEKE の full density curve は、どちらも平均量 (平均直径、平均幹材積等) に対し、林分の保持できる最大本数には上限があり、その関係が両対数座標で直線となるとしている点で、共通の概念に基づくものである。

また、吉良⁽¹¹⁾は、 $\log \rho \sim \log \bar{v}$ 座標系にプロットされた収穫表標準地の林分資料の多くの点がある直線の周囲に集まることから、これをさまざまな施業方法の一種の平均値的な結果を示すものとして、平均管理曲線と名づけた。千葉演習林の資料より確認された管理帯は $\log \rho \sim \log \bar{d}$ の関係であるが、その概念は吉良の平均管理曲線と同一であると考えられる。したがって本論においても、この管理帯の中心線を平均管理曲線と呼ぶことにし、スギ、ヒノキそれぞれ次のように定めた。

$$\text{スギ} \quad \log \rho = -1.55 \log \bar{d} + 5.212 \quad (3.5)$$

$$\text{ヒノキ} \quad \log \rho = -1.41 \log \bar{d} + 5.034 \quad (3.6)$$

式の係数 -1.55 , 5.212 等は、それぞれ (3.1), (3.2) 式の定める管理帯を 2 等分するものとして計算された値である。

このような関係からもわかるとおり、平均管理曲線はそれぞれの立木本数断面における平均量の期待値を結んだ曲線であると考えられる。したがって、林分の生長軌跡が平均管理曲線と一致するとすれば、きわめて弱度の間伐を連続的に受けた林分を仮想するか、または、収穫表のように一定年次ごとの値が離散的に一致すると考えるかのいずれかである。

さて、千葉演習林の人工林における密度管理を、近隣地域を対象とした林分収穫表と比較することにしよう。

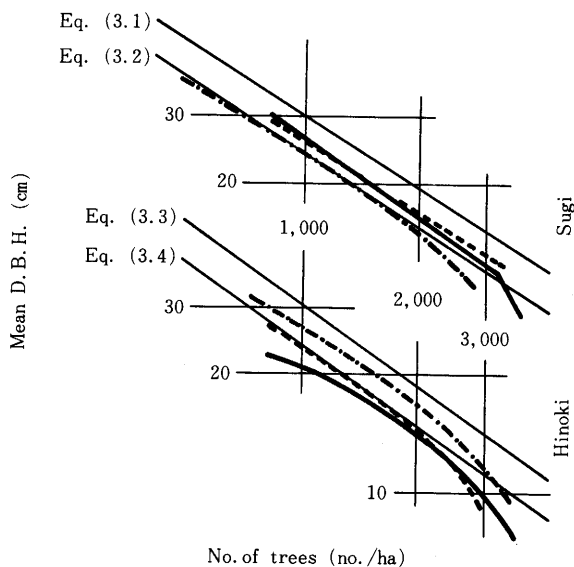
図-7には、(3.1)~(3.4)式ならびにスギについて北関東・阿武隈、天城、茨城、ヒノキについて関東、富士・箱根、天城の各地方収穫表の立木本数と平均直径の関係が示されている。収穫表には、主副林木別に本数と平均直径が記載されているので、ここでは

$$n = n_m + n_t$$

$$\bar{d} = \frac{n_m \bar{d}_m + n_t \bar{d}_t}{n_m + n_t}$$

ただし添字 m , t はそれぞれ主、副林木を表わす

より主副林木合計の本数と平均直径を算出しプロットした。すなわちこの n と \bar{d} は、「間伐直前」の林分の状態に相当する値であると考えることができる。



図一七 収穫表における密度管理の比較

Fig. 7 Comparison of the stand density level in yield tables

Sugi — Amagi Hinoki — Kanto
 - - - Ibaragi - - - Fuji · Hakone
 - · - Kitakanto · Abukuma - · - Amagi

図一七によれば、 $\log p$ と $\log \bar{d}$ の変化の傾向(傾き)が似かよっているが、密度管理の水準に多少の地域差が認められた。特に千葉演習林生長測定試験地では、いずれの樹種についても、かなり高い密度で管理されていることが判明した。

III-2 生長モデルの設定

1. 直径生長率のモデル化

以上の解析結果に基づき、胸高直径の生長率 r (%/年) の第一次近似として

$$\ln r = \ln m - kt \quad (3.7)$$

で表現することにする。式の右辺は、生長率が林齢に対し指数的に減少することを表わしている。ここで第一次近似としたのは、(3.7)式に林分密度の影響が考慮されていないからである。

(3.7)式は、左辺を微分形で書き表わすことにより、胸高直径 x に関する生長モデルの基本形を記述することができる。

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = m \exp(-kt) \quad (3.8)$$

左辺は生長速度 $\frac{dx}{dt}$ を x で除しているから、生長率を表わす。この微分方程式を解いて、 x の関数形を定めることにしよう。

ある林齢 t_0 において $x=x_0$ であり、また十分時間が経過したとき x が x_* に到達すると考え、(3.8)式を積分する。

$$\int_{x_0}^{x_*} \frac{1}{x} dx = \int_{t_0}^{\infty} m \exp(-kt) dt$$

これを解いて

$$\ln x_* - \ln x_0 = \frac{m}{k} \exp(-kt_0) \quad (3.9)$$

x_0 , t_0 をそれぞれ x , t でおきかえて整理すれば、

$$x(t) = x_* \exp\left\{-\frac{m}{k} \exp(-kt)\right\} \quad (3.10)$$

が得られる。

(3.10)式は、GOMPertz関数である。この関数はパラメータにより増加および減少の生長曲線を表現することができ、第II章において引用したヒルミの本数減少曲線はこのGOMPertz関数の減少型であった。そしてその増加型曲線は、林学の分野においても地位指数曲線⁽²⁵⁾や直径生長の近似⁽⁴²⁾に用いられ、良好な適合結果が報告されている。

パラメータ x_* は $t \rightarrow \infty$ の場合に x のとりうる限界値で、平均胸高直径の上限值に相当するものと考えられる。 k , m はそれぞれ生長速度および初期条件に関するパラメータである。

ここでは、資料に(3.8)式をあてはめ、直径生長率のパラメータ k , m を試験地ごとに推定することにしよう。その際、スギについては地位ごとに、ヒノキについては間伐試験地と生長測定試験地を分けて求めてみよう。ただし、現時点では生長曲線に現われた林分密度の影響を特に考慮に入れず、観測された生長率をそのまま用いることにした。また、一部試験地の若齢時にみられる高い生長率は、林冠の閉鎖前とみなし除外した。その結果は、スギ、ヒノキとも表一六に示されている。 R^2 は決定係数であり、スギでは最低でも0.49であった。生長率を対数変換した場合、生長率が小さくなるにつれて測定値がばらつくのは避けられないが、この結果は全般的に良好といえよう。

まず、スギについて得られたパラメータを試験地ごとに比較すると、 k と m は強い正の相関をもっていることがわかる。そしてその値は、 k , m ともに牛蒡沢、南沢2号、黒塚で大きく、安野2号試験地で小さかった。こうした個々の試験地のパラメータの大小は、地位との関連では説明することができない。また、同じ地位の試験地をまとめて算出した結果においても、平均化されたI, II, IIIのあいだでは、地位との関連は全く認めることができない。

表-6 直径生長率に対する指数関数のパラメータ

Table 6 The parameters of $r_t = m \exp(-kt)$ fitted to the increment percent of mean diameter

Plot name	m	k	No. of observations	R^2
Sugi				
Gobozawa	6.683	0.0399	9	0.83
Ia	6.683	0.0399	9	0.83
Godai 1	3.290	0.0271	13	0.81
Godai 2	3.470	0.0255	14	0.49
Minamizawa 3	3.127	0.0237	13	0.50
Metaki 3	2.816	0.0228	10	0.90
I	3.183	0.0248	50	0.59
Anno 2	1.936	0.0151	13	0.68
Ninodai	6.321	0.0359	13	0.73
Minamizawa 2	8.060	0.0437	8	0.76
II	4.047	0.0273	34	0.64
II(except Mina. 3)	3.318	0.0242	26	0.59
Anno 1	3.087	0.0200	12	0.63
Kurozuka	7.437	0.0444	6	0.85
III	4.164	0.0254	18	0.71
III(except Kuro.)	3.087	0.0200	12	0.63
Total	3.800	0.0270	111	0.65
Except 3 plots	3.216	0.0240	88	0.59
Hinoki				
Obera 1	2.895	0.0336	12	0.37
Metaki 1	3.174	0.0294	10	0.45
Metaki 2	3.082	0.0222	10	0.73
3 plots	3.168	0.0294	32	0.39
Lightly thn.	6.820	0.0477	6	0.63
Properly thn.	16.907	0.0774	6	0.94
Heavily thn. 1	8.333	0.0422	6	0.75
Heavily thn. 2	5.945	0.0377	6	0.53
4 plots	8.694	0.0511	24	0.64
Total	4.869	0.0367	56	0.56

一方、ヒノキについては、 k 、 m とも間伐試験地で大きく、それらの値の小さい生長測定試験地の3林分とはきわだった対比をみせている。ここでもパラメータの値と地位のあいだに関係は認められなかった。

ところで、大きいパラメータの値の得られたスギの3試験地とヒノキ間伐試験地には、共通する点がある。それは、これらの試験地では測定期間がやや短く、その結果間伐が測定期間の前半に集中していることである。このような場合、期間中の林分密度が一様でないため、パラ

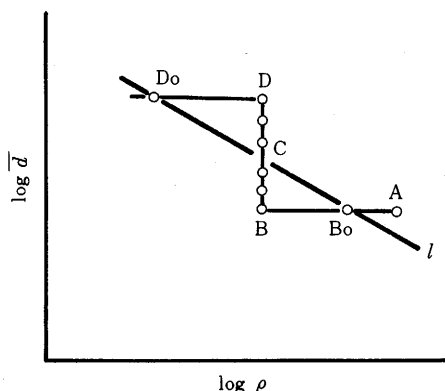


図-8 密度管理の一例

Fig. 8 An example of density control

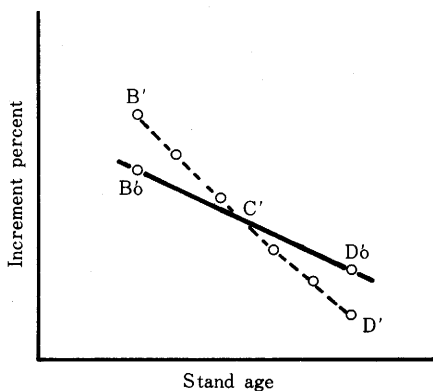


図-9 生長率の変化の一例

Fig. 9 An example of changes in increment percent of D.B.H.

メータの値が変化する可能性が考えられる。このことについて、図-8と図-9を用いて説明しよう。

図-8は両対数座標上の $\log \rho$ と $\log \bar{d}$ の関係であり、平均管理曲線 l と、ある林分の $\rho \sim \bar{d}$ の推移が模式的に示されている。図-9は片対数座標系における直径生長率の変化である。生長の経過は、 $A \rightarrow B$ が間伐、 $B \rightarrow C \rightarrow D$ がその後の生長で2枚の図の B と B' 、 C と C' 等はそれぞれ同じ生長段階に対応しているとする。また添字₀は、 ρ と \bar{d} の関係が l 上にあることを示す。

いま、 A の状態にあった林分が間伐を受け、 B の状態になった場合を考える。 B 点は、それと同じ生長段階にあって、かつ l 上に位置する林分 B_0 に比べて林分密度が低いため、 B_0 'よりも大きい生長率 B' が望めるであろう。ところがそのまま間伐が行われなければ、林分密度は高まっていき、やがて l の上側に出るようになる (D 点)。このような状態で見込める生長率 D' は、 l 上の点 D_0 において期待できる生長率 D_0 'よりも当然小さくなるであろう。

表-6で大きなパラメータの値を示した牛蒡沢試験地は、林齢35年で設定され、同時に間伐を受けた。そしてその後40年間以上も間伐は行われず、昭和58年現在、林分密度はかなり高い状態にある(図-5)。間伐試験地は19年生で設定と同時に間伐され、その6年後に再び間伐を受けている。この時点で林分密度はかなり低下したが、その後、24年のあいだに生長を続け、高密度に達した。測定期間中のこれらの試験地の林分密度は平均管理曲線をはさんで $B \rightarrow D$ のように単調増加しており、したがってその間に観測された生長率は、密度の影響が一樣でない $B' \rightarrow D'$ の過程であったと考えられる。

一方、常に平均管理曲線に沿うような密度管理が行われた林分では、林分密度が一定であるため、生長率は $B_0' \rightarrow D_0'$ の過程が観測されているはずである。

すなわち、全測定期間の前半で林分密度が相対的に低く、後半で高い場合、林分密度の条件がほぼ一様で生長してきた林分に比べ、パラメータ k , m の値は大きくなることが推察される。

生長モデルが収穫表の調製を目的とする場合、任意の林分密度に対応した生長を記述できることは、応用上重要であろう。しかしその場合も基本となるのは、正常な林分密度のもとでの生長過程の記述であると考えられる。したがって筆者は、一定の林分密度が維持されている場合に、直径生長率が(3.7)式を満たすことを生長モデルの基本と考える立場をとる。

このように考えたのは、一般の収穫表における立木本数と平均直径の経験的関係を考慮したことも理由のひとつである。箕輪⁽¹⁵⁾は、林分の自己間引き過程で立木本数がヒルミの導いた GOMPertz 関数に従うとき、 ρ と \bar{d} のあいだで REINEKE⁽²⁷⁾の full density curve が満たされると仮定すれば、 \bar{d} も GOMPertz 関数に従うことを見出した。しかもその場合、 ρ と \bar{d} の変化を表わす GOMPertz 関数の生長係数 k が一致することは重要な知見である。

ρ と \bar{d} のあいだのこうした関係は、自己間引き林分とは密度条件の異なる収穫表においても形式的に全く共通に適用することができる。すなわち、収穫表でも、立木本数の減少が GOMPertz 関数で近似されることを II 章で確認した。そして一般に若齢時を除けば、 ρ と \bar{d} のあいだにべき乗関係が満たされているので、したがって、平均直径を一定年次ごとに結んだ曲線もまた GOMPertz 関数となるのである。

そこで、あらためて問題となるのは、ほぼ常に平均管理曲線にそって施業されてきた林分の生長率の推移である。具体的には、そのパラメータがどのような値をとり、地位によってどのように変化するかである。

表一六において、牛蒡沢、南沢 2 号、黒塚の各試験地を除き、地位間で再びパラメータを比較すると、 $m=3.2$, $k=0.024$ で、スギについてはいずれの地位もほぼ一定となっていることがわかった。また試験地間の値のばらつきも比較的小さい。II 章の結果より、収穫表の本数減少を GOMPertz 関数で表わすとその生長係数は地位に依存しないことがわかっているため、 ρ と \bar{d} のあいだに近似的なべき乗関係を仮定し、これに前述の箕輪の理論を組み合わせれば、直径生長のパラメータ k が地位に依存しないことが説明される。

なお、この問題については、林分密度の影響を考慮にいたした生長モデルのパラメータを推定した段階で再検討することにする。

2. 林分密度を考慮した生長モデル

これまでの解析結果に基づき、ここでは間伐林分の生長を記述するモデルを示すことにする。この生長モデルは、以下の 2 項目を仮定して設定されている。

〔仮定〕

i) 林分の密度管理が平均管理曲線に従っておこなわれた場合、平均胸高直径の生長は

GOMPERTZ 関数に従う。

- ii) 林分の密度管理が平均管理曲線からずれている場合、平均管理曲線からの隔たりに応じて平均胸高直径の生長率が加減される。

これらの仮定を数式で表現すれば、(3.11)式のようなになる。

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = m \exp(-kt) + p(K - \ln\rho - a \ln x) \quad (3.11)$$

ただし、 ρ および x はそれぞれ ha 当り立木本数、平均胸高直径を表わす。ここで ρ は、林分の生育段階に応じて人為的に定められ、次回の間伐まで一定値をとるものとする。そして平均管理曲線は

$$\ln\rho + a \ln x = K \quad (3.12)$$

で表わされる。

(3.11)式の右辺は、 ρ と x が常に(3.12)式を満たしながら変化するとき、 x の生長が GOMPERTZ 関数に従うことを表わす。前節において、平均管理曲線はきわめて弱度の間伐を連続的に受けた仮想林分の生長軌跡か、または生長を離散的に考えた場合であると記したが、 x の生長が GOMPERTZ 関数に従うこともこれと同じ背景のもとで成り立つことである。すなわち(3.11)式は、 ρ と x がべき乗式を満たす場合、 x も GOMPERTZ 関数に従うという収穫表にみられる経験則を内包しているといえる。

(3.11)式の第2項は、ある ρ のもとでの平均管理曲線の定める林分密度と実際の林分密度の隔たりを、両対数グラフ上での距離によってはかっている。すなわちこの項は、林分密度が高い場合はかっこ内が負となって生長を抑制し、林分密度が低い場合は生長を促進する働きをする。なお、GOMPERTZ 関数は(2.1)式と(3.8)式のような2通りの微分方程式の表現形をもつが、ここでは生長率の変化を林齢と林分密度のそれぞれに依存する項に分離したいという理由から、 t による表現形を用いることとした。

以上の説明からもわかるとおり、この生長モデルは平均管理曲線を密度管理の基準とし、その近傍で生長予測をおこなうことを主眼において設定されている。

以下で、(3.11)式を解き、立木本数一定のもとでの直径生長の関数形を定め、その性質を検討することにしよう。

まず、

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(\ln x)$$

であるから、

$$\ln x = z$$

とにおいて(3.11)式を書きなおせば、

$$\frac{dz}{dt} + apz = m \exp(-kt) + p(K - \ln\rho) \quad (3.13)$$

となる。(3.13)式は z に関する一階の常微分方程式であり、これを実際に解けば、次式のような解が得られる。

$$z = C_1 \exp(-apt) + \frac{m}{ap-k} \exp(-kt) + \frac{K - \ln\rho}{a} \quad (3.14)$$

ただし、 C_1 は間伐後の初期条件によって決定される積分定数である。 $z = \ln x$ であるから右辺第1, 2項

$$C_1 \exp(-apt), \frac{m}{ap-k} \exp(-kt)$$

はそれぞれが GOMPERTZ 関数を表わす。すなわち(3.14)式は、2つの GOMPERTZ 関数がかけあわされた関数形である。

以上で、間伐林分において立木本数が変化しない期間についての平均直径の生長を定式化することができた。ところで(3.14)式において $t \rightarrow \infty$ を考えると、右辺第3項のみが残る。そのとき ρ と限界における x の値 x^* は

$$K - \ln\rho = a \ln x^*$$

を満たし、 ρ の値に対応した平均管理曲線上に収束する。このことは、 ρ 一定のもとで x は始めは増大していくが、やがて極大値に達し、その後は負の生長をすることを意味する。これは林木の生長現象としては矛盾するが、数式上は、間伐で ρ が変化するたびに ρ に応じて x の限界値が変わることを表わしている。これを間伐モデルの性質という見地からみると、(3.14)式では間伐を受けても k は不変であり、変化するのは C_1 すなわち間伐後の初期条件と限界値ということである。しかし、(3.14)式は林分が自己間引きを生じない範囲で成立する式であるから、その適用にはおのずから時間的な制約が加えられている。したがって、この式で平均管理曲線からかなり離れた密度領域での生長を論じ、あるいは $t \rightarrow \infty$ の極限を検討することは関数の適用の範囲外である。

さて、ここで(3.11)式と他の生長モデルとの関連について説明しよう。南雲・白石ら⁽²⁰⁾は、生長率を介して5年ごとの断面積生長を離散的に推定する次のような生長式を示した。

$$p_g = \alpha \exp(-kt) + \beta \frac{d(\rho) - \bar{d}}{d(\rho)}$$

$$G_{t+5} = G_t \left(1 + \frac{p_g}{100} \right)^5 \quad (3.15)$$

ただし、 α , β , k はパラメータであり、 G_t , G_{t+5} はそれぞれ林齢 t , $t+5$ における胸高断面積を表わす。 $d(\rho)$ は、間伐直前の ρ と \bar{d} の関係を記述したべき乗式で、本論文の(3.1)式と同じ

内容のものである。この式は資料から導かれた実験式であったが、このモデルにおいてすでに断面積生長を立木本数と関連させて考えること、その基準となるのは現実的な密度のもとでの ρ と \bar{d} のべき乗式であることなどの着想がみられる。

一方、箕輪⁽¹⁷⁾は、ヒルミの自己間引きの理論より導かれた GOMPERTZ 関数に REINEKE 式を組み合わせ、連立微分方程式の形で本数減少と直径生長を論じた。これは、 ρ と \bar{d} がともに連続的に変化する自己間引き過程を記述するのにきわめて有効な手法であった。

本論で示した(3.11)式は、これらの考え方の流れをくむものである。すなわち、箕輪モデルにおける

$$\frac{d}{dt}(y(t)) = b \cdot x(t) - d \cdot y(t)$$

を書きなおすと

$$\frac{d}{dt}(w(t)) = d(\ln w^* - \ln w(t)) + b(\ln \rho(t) - \ln \rho^*) \quad (3.16)$$

となり、直径生長の基本が GOMPERTZ 関数で表わされ、その生長率が現実の ρ とその限界値 ρ^* との差で修正されていることがわかる。この考え方は、(3.11)式にも同様の形で取り入れられている。そして、 ρ と \bar{d} がべき乗関係を満たす場合に、直径生長が GOMPERTZ 関数に従う点も類似している。ただし(3.16)式が最多密度曲線を基準とするのに対し、(3.11)式は平均管理曲線を基準とする点が異なる。

自己間引き過程におけるヒルミの GOMPERTZ 式、最多密度曲線は、収穫表において形式的に同一の経験則で置きかえることができた。箕輪モデルと筆者のモデルの関係もまた、これに類似するものである。すなわち(3.11)式は、自己間引きを扱った箕輪モデルを、実際の密度条件のもとで間伐林分に適用したものと位置づけることができよう。

ところで(3.11)式では、直径生長の基本となる GOMPERTZ 関数を t による表現形で与えたが、これに代わり x の表現形を用いると

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = k(\ln x^* - \ln x) + p(K - \ln \rho - a \ln x)$$

となる。これを整理すれば

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = (k+ap) \left\{ \frac{k \ln x^* + p(K - \ln \rho)}{k+ap} - \ln x \right\}$$

となって、生長係数および限界値の異なる GOMPERTZ 関数に帰着する。また、箕輪モデルにおいても、(3.16)式で $\rho = \text{const.}$ とおけば、それぞれの ρ に対し限界値の異なる単純な GOMPERTZ 関数が得られる。したがって、筆者が(3.17)式において t を含む項で記述し、GOMPERTZ 関数の積の形を導いたことは、ある意味で GOMPERTZ 関数を拡張したことであり、これは(3.11)式の特徴

といえよう。

3. パラメータの推定

生長関数を測定値にあてはめ、そのパラメータを推定しようとする場合、どのような変量に對しあてはめを行うかは重要な問題である。これは、関数のあてはめの難易に関わると同時に、誤差や生長特性に対するパラメータの感度にも影響する問題だからである。

本論において、あてはめの対象となりうる関数形は、生長率を表わす(3.11)式と、直径生長を表わす(3.14)式である。その際、もしひとつの連続的な生長過程を記述するのであれば、これらの式のあいだに取り扱いの差はない。しかし、間伐をうけて $z(t)$ が不連続となった場合、(3.14)式は関数の一部のパラメータの値を変化させて対応しなければならない。このことは、間伐の前後で別個のあてはめ計算が必要となることを意味する。さらに、いくつかの試験地資料をまとめて用い、ひとつの関数を定めようとするれば、その計算は相当に複雑となることが予想される。

これに対し、(3.11)式は、直径値そのものに関するパラメータを含んでいない。したがって間伐によるみかけの生長で平均胸高直径が不連続に変化しても、(3.11)式のパラメータは影響を受けることはない。なぜなら、間伐によって変化するのは $K - \ln p - a \ln x$ であって、(3.11)式のパラメータの値は全生育期間を通じて不変と仮定されているからである。

ところで、(3.11)式をあてはめるために、時系列の測定資料から生長率を求める場合、期間の平均値とならざるをえない。しかし、収穫表の調製を目的とした場合、5年ごとの数値を離散的に推定できれば十分であるから、このことは(3.11)式の短所とはならない。以上の理由から、(3.11)式をあてはめの対象とすることにした。ただしその場合、推定されたパラメータは、区間を区切って(3.11)式に離散的にあてはめた結果であるから、期間平均生長率の予測に対してのみ有効である。したがって得られたパラメータを(3.14)式に代入し、間伐後の生長を連続関数として予測することができない点は注意を要する。

PIENAAR⁽²⁶⁾、竹内⁽⁴⁴⁾のモデルと本論で示したモデルの違いもまた、これまで説明してきた点に表われている。彼らは胸高断面積、林分蓄積にそれぞれ RICHARDS 関数、MITSCHERLICH 関数を仮定したため、間伐によって関数が不連続となった場合、何らかのパラメータを変化させて対応した。これに対し、本論のモデルは生長率を対象とし、林分密度を表現する項を独立変数として関数に組み込んでいる。そのため間伐前後の資料をまとめて扱えるようになったことは大きな特徴といえよう。

さて、(3.11)式をあてはめについて説明しよう。ここではこの式を離散的に扱うこととし、次のように書き表わした。

$$r_t = m \exp(-kt) + p(K - \log p - a \log \bar{d}) \quad (3.17)$$

ここで、 r_t は林齢 t から $t+5$ の期間の1年当り平均生長率を表わす。 r_t は期首から期末に至る

直径の純生長に対する生長率を考えているので、林齢および立木本数、平均直径はいずれも期首の時点の値でその期間を代表させることにした。

その結果、期首の林齢は既知であり、左辺の直径生長率もすでに計算済みである。そして平均管理曲線をスギ、ヒノキそれぞれ(3.5), (3.6)式のように与えれば、 $K - \log p - a \log \bar{d}$ の値もまた、各期間の期首の時点について資料より算出することができる。したがって生長率の実測値 r_{ob} と計算 r_{es} の平方誤差を全期間について加えた

$$\sum (r_{ob} - r_{es})^2$$

を最小にする m , k , p を求めることがここで行うパラメータ推定の具体的内容である。その際、(3.17)式に含まれるパラメータは解析的にとくのが困難なため、通常の方法では最小2乗

表-7 直径生長率に対する生長モデルのパラメータ

Table 7 The parameters of the growth model

Plot name	m	k	p
Sugi			
Gobozawa	6.683	0.0380	0.280
Ia	6.683	0.0380	0.280
Godai 1	3.164	0.0247	1.607
Godai 2	3.437	0.0274	1.977
Minamizawa 3	2.849	0.0194	0.533
Metaki 3	2.510	0.0202	1.110
I	3.090	0.0234	1.152
Anno 2	1.955	0.0154	0.646
Ninodai	10.637	0.0519	- 2.826
Minamizawa 2	6.706	0.0313	- 0.467
II	4.004	0.0267	2.448
Anno 1	0.121	- 0.0250	8.974
Kurozuka	5.218	0.0433	5.152
III	5.142	0.0389	2.194
Total	3.750	0.0274	2.347
Hinoki			
Obera 1	3.857	0.0359	2.383
Metaki 1	1.963	0.0148	3.554
Metaki 2	3.361	0.0195	4.086
3 plots	3.252	0.0265	0.673
Lightly thn.	1.152	- 0.0132	12.614
Properly thn.	2.129	- 0.0071	13.028
Heavily thn. 1	3.214	0.0222	8.748
Heavily thn. 2	0.594	- 0.0080	12.154
4 plots	3.338	0.0202	6.170
Total	3.844	0.0272	4.612

調整することができない。そこで DEMING の最小 2 乗法⁽⁴⁾と呼ばれる方法を適用することにした。その手順と使用したプログラムは別誌に発表済みである⁽³⁷⁾。

表一七に得られたパラメータの値を示した。スギについて各試験地のパラメータを比較すると、 m 、 p 、 k とも非常に広い範囲に分散し、地位との関連は認められない。そのなかで、二の台ならびに南沢 2 号試験地で p が負となり、林分密度が高いほど直径生長がよいという結果が得られた。これは両試験地の生長率が間伐直後の期間で小さいためであるが、そのような生長を示した原因は明らかではない。また安野 1 号試験地では、 k の値が負となった。これは、生長率を (3.17) 式で記述すると、林齢に依存する項の大きさがしだいに増大することを意味する。しかしこの試験地では、その項の絶対的な大きさに関係する m の値がきわめて小さく、間伐効果を表わす p が大きいいため、生長率の変化の大部分が林分密度の変化で説明されていることが推察される。

また、同じ地位の試験地の資料をまとめて用い、パラメータを推定した結果、それらの値は地位の変化に対し特定の傾向を示さなかった。したがって、全体として生長率のパラメータは地位に依存しないとみなすことができた。

ヒノキでは、各試験地の m の値が比較的安定していたが、 k は 7 試験地中 3 試験地で負となった。そして、生長測定試験地 3 林分、および間伐試験地 4 林分をそれぞれまとめ、パラメータを求めた結果も表一七に示した。これはさきに試験地をまとめ、生長率に指数関数をあてはめて求めた m 、 k の値 (表一六) と比較すれば、生長測定試験地と間伐試験地の値がかなり近づいたといえる。すなわち今回の結果より、さまざまな密度管理の過程を経てきた林分に対しても、林分密度の影響を考慮することによって、(3.17) 式のモデルで統一的に扱うことができる見通しが得られた。

4. 生長モデルの適合性の検討

生長モデルは、個々の林分のさまざまな生長経過を正確に近似できることと同時に、収穫表等に適用して平均的な生長経過を大過なく記述できることも要求される。そしてこれらは、生長モデルにとってはむしろ背反する内容であると考えられる。なぜなら、前者の性質はモデルに含まれるパラメータ数が多く、各パラメータが鋭敏であるほど有利となるのに対し、後者はその逆だからである。

そこで、まず最初に、試験地ごとに推定した (3.17) 式のパラメータが、実際の林分の生長経過をどれだけ正確に近似しているかを調べることにする。

(3.17) 式を用いる場合、初期条件として期首の時点の ha 当り立木本数、平均胸高直径、林齢が与えられれば、その期間の 1 年当り平均生長率 n_i (i は i 番目の期間を表わす) が算出される。したがって、もし間伐や枯損によるみかけの生長がないものとするれば、 k 番目の期間の期末における平均胸高直径 \bar{d}_k は

$$\bar{d}_k = \bar{d}_0 \prod_{i=1}^k (1 + r_i)^{n_i}$$

で表わすことができる。ただし、 \bar{d}_0 は平均胸高直径の初期値、 n_i は*i*番目の期間の年数である。

しかし、実際の林分において、ある程度長期間を考えた場合、間伐や枯損が全くないことはありえないから、その間の直径生長には必ずみかけの生長が含まれている。一方、(3.17)式は純生長に関する平均直径の生長率であるから、みかけの生長を含む平均直径の実測値と(3.17)式による計算値を直接比較することができない。そこでここでは期間生長率の実測値と計算値を用い、

$$P_k = \prod_{i=1}^k (1 + r_i)^{n_i} \quad (3.18)$$

の値を各時点について比較することにした。この P_k は、*k*番目の期間のおわりまでに、純生長によって平均胸高直径が何倍に生長したかを表わす比の値である。

女滝3号試験地を例として、表-8に生長率の実測値と計算値の比較、ならびに P_k の推移を示した。ここで、まず直径生長率の実測値と計算値を比較すると、全体的な変化の傾向がよく

表-8 生長モデルの適合性の検討(1)

Table 8 Examination of the goodness of fit of the growth model (1)

Metaki No. 3 plot

期 間 Period (yr)	直 径 生 長 率 Increment percent of mean D.B.H			P_k		
	実測値 Observed (%/yr)	計算値 Estimated (%/yr)	誤 差 率 Error percent (%)	実測値 Observed	計算値 Estimated	誤 差 率 Error percent (%)
21-26	1.829	1.664	- 8.99	1.095	1.086	- 0.80
26-31	1.412	1.442	+ 2.12	1.174	1.167	- 0.66
31-36	1.496	1.414	- 5.45	1.265	1.251	- 1.06
36-46	1.005	1.234	+22.85	1.398	1.415	+ 1.22
46-53	1.120	1.057	- 5.60	1.511	1.523	+ 0.78
53-56	0.938	0.868	- 7.47	1.554	1.563	+ 0.57
56-61	0.847	0.797	- 5.90	1.621	1.626	+ 0.32
61-66	0.645	0.687	+ 6.64	1.674	1.683	+ 0.53
66-72	0.718	0.593	-17.38	1.747	1.744	- 0.21
72-77	0.453	0.469	+ 3.43	1.787	1.785	- 0.14

$$m=2.510, k=0.0202, p=1.110$$

$$P_k = \prod_{i=1}^k (1 + r_i)^{n_i}, \quad \begin{array}{l} r_i : i \text{ 番目の期間の直径生長率} \\ \text{Increment percent in period } i \text{ (\%/yr)} \\ n_i : i \text{ 番目の期間の年数} \\ \text{Length of period } i \text{ (yr)} \end{array}$$

The parameters which were obtained for each plot were used for the estimation of increment percent and P_k .

表—9 生長モデルの適合性の検討(2)

Table 9 Examination of the goodness of fit of the growth model (2)

Gobozawa plot

期 間 Period (yr)	直 径 生 長 率 Increment percent of mean D.B.H			P_k		
	実測値 Observed (%/yr)	計算値 Estimated (%/yr)	誤 差 率 Error percent (%)	実測値 Observed	計算値 Estimated	誤 差 率 Error percent (%)
35—38	1.617	1.882	+16.36	1.049	1.058	+ 0.78
38—43	1.641	1.692	+ 3.11	1.138	1.150	+ 1.04
43—45	1.365	2.100	+53.85	1.170	1.199	+ 2.51
45—52	0.847	0.869	+ 2.63	1.220	1.252	+ 2.62
52—55	0.887	0.976	+10.02	1.253	1.289	+ 2.89
55—60	0.847	0.869	+ 2.63	1.307	1.346	+ 3.00
60—66	0.512	0.740	+44.57	1.347	1.407	+ 4.41
66—71	0.347	0.584	+68.24	1.371	1.448	+ 5.65
71—76	0.638	0.482	-24.53	1.415	1.483	+ 4.83

$$m=3.750, k=0.0274, p=2.347$$

The mean values of parameters shown in Table-7 were used for the estimation of increment percent and P_k .

一致していることが認められる。それは、各期間の実測値と計算値の偏差が、正負ほぼランダムに現われることから明らかであろう。そして、その期間ごとの推定精度は、多くが誤差率10%以内におさまっており、おおむね良好であった。

また P_k についても表—8 に示された結果から明らかのように、適合はきわめて良好であり、その誤差率は全試験地中最大でも2%を越えることはなかった。以上の結果は、本論で提起した(3.17)式が、平均胸高直径のさまざまな生長過程を正確に記述できることを表わしているといえよう。

さて次に、(3.17)式に基づいて、林分の平均的な生長経過を表わしてみよう。ここでは、実際に生長予測に用いるパラメータの値を用いて個々の試験地の生長経過を近似し、その適合度を検討することにする。

その結果を牛蒡沢試験地を例にとり、表—9 に示した。ただし、 P_k の実測値とは観測された胸高直径の生長率をそのまま用いて算出した値である。また P_k の計算値とは、計算された生長率より算出した値であり、その生長率は全試験地の資料をこみにして求めたパラメータに基づいて計算された。

その結果によれば、いずれの試験地も P_k の実測値と計算値のあいだに多少の偏りがみられた。例えば地位IIのスギ試験地では、安野1号でほとんどすべての期間について推定値が実測値より大きくなり、南沢2号、二の台試験地ではその逆であった。

推定結果に試験地単位で偏りが生じた原因は、(3.17)式のパラメータを平均的な値でおきかえたからである。例えば m の値だけが試験地の最適値とわずかに異なった場合でも、それぞれの期間の生長率は一律に過大または過小推定される。そして、それらが(3.18)式において積の形で伝播するため、試験地全体が正負いずれかの偏りを生じてしまうのである。

しかし、こうした偏りは、個別の試験地の近似をはなれ、平均的な生長経過を記述しようとするとき、ある程度は避けられないものである。問題はその絶対的な大きさであるが、その誤差率は最大16%の範囲内におさまっていた。またスギについては、推定結果が正あるいは負に偏る試験地が、各地位ともそれぞれほぼ同数ずつ認められた。これは、モデルのパラメータが地位に依存しないとみなしたことが、大局的に過っていなかったことを示すものといえよう。したがって、(3.17)式の生長モデルと表-7に示したそのパラメータは、千葉演習林におけるスギ、ヒノキ人工林の平均的な生長経過を適確に表現していると判断される。

IV 直径分布形の変化と単木生長

林分の生長予測における直径分布の推定は、蓄積の質的内容に関わるため、平均胸高直径の予測とならんできわめて重要な問題のひとつである。ここでは直径分布の形を歪度ではかり、生長、間伐に伴う分布形の変化の一般的傾向を解析した。

IV-1 生長に伴う直径分布形の変化*

(要約)

表-1に示した試験地資料を用い、期首の歪度 γ_0 と、平均5年の生長を経た後の歪度 γ_1 について、統計的に $\gamma_0 = \gamma_1$ とみなしてよいかどうかを検定した。その際、直径分布の歪度変化の動向は、林齢や林分密度により異なる可能性が指摘されているため、資料を期間ごとに林齢と林分密度によって区分し、それぞれについて比較した。その結果、スギ、ヒノキとも、林分密度がある一定の水準以下では主林木の歪度は安定していたが、その水準を越えるとスギでは増加、ヒノキでは減少傾向を示した。樹種によるこうした差異を直径期間生長量の各林木への配分という観点から検討した結果、スギでは少数の優勢木により多く配分されるのに対し、ヒノキでは大多数の個体によってほぼ均等に分担されていることがわかった。この違いを筆者は耐陰性の差によるものと考察した。

IV-2 間伐に伴う直径分布形の変化*

間伐が直径分布の変化に及ぼす影響の一面を示すため、間伐の実施林齢とそれに伴う歪度変

*日林誌67:133-140, 1985参照

化の関係を検討した。その結果、若齢時の初回間伐は分布の歪度を増大させるが、2回目の間伐からは多くの試験地で歪度が減少に転じていた。このような傾向を示す理由として、若齢時の間伐が保育上の必要から行う除伐の間伐であるのに対し、2回以後は利用間伐的性格を帯び、選木が幅広い直径階に及ぶためと考えられる（以上要約）。

木梨らは全国のスギ、ヒノキ、カラマツ人工林の資料を用い、間伐に伴う直径分布のワイブルパラメータの変化を解析した。その結果、多くの場合で形状パラメータは減少し左偏性が強まっていることを見出した⁽¹⁰⁾。この一連の研究のなかで柿原らは、直径分布の変動係数を減少させることが望ましいとして、形状パラメータが増加（歪度が減少）する間伐を提案している⁽⁷⁾。本論の資料において認められた歪度が減少する間伐は、柿原らの提起した間伐と基本的に同質であると考えられる。

また柿原らは、最大直径 d_{\max} と最小直径 d_{\min} のあいだを

$$R_i = \frac{d_i - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}}$$

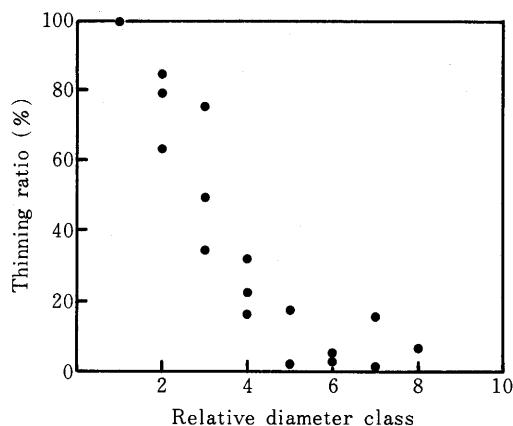
によって基準化すると、直径階ごとの本数間伐率が R_i の一次式で近似できると述べている⁽⁶⁾。そこで、歪度が増加および減少した間伐の差異を、直径階別間伐率に一次式をあてはめて比較してみることにしよう。その際、一次式のパラメータは、間伐方法だけでなく間伐強度にも依存すると考えられるため、スギ試験地で実施されたすべての間伐を、歪度の増減と間伐強度により区分することにした。

その区分の結果を表-10に示す。この表によれば、試験地における間伐は、間伐率にして30~40%の中庸間伐が多く、また直径分布形の変化に関しては歪度が減少する場合がやや多いことが認められた。ここでは各区分に含まれる資料数を考慮し、表に示したとおり、間伐強度で2段階、歪度変化で3段階の計6区分とすることにした。

表-10 間伐率と歪度変化によるスギ試験地の間伐の分類

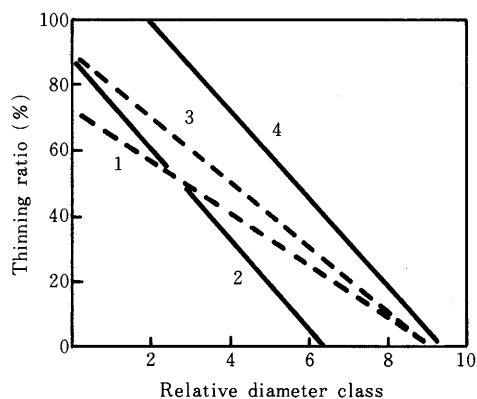
Table 10 Classification of thinnings by thinning ratio and change of skewness

間伐率 (%) Thinning ratio	歪度減少 Decrease ~ 0.2 ~ 0.1	歪度変化微小 Little change ~ 0 ~ 0.1	歪度増加 Increase ~ 0.2 0.2 ~
小 0~10 Light thinning 10~20	1	1 2	2
20~30	2	2 1	1
大 30~40 Heavy thinning 40~50	4 3	2 1	2
50~		2 1	1 1



図一10 歪度増，間伐率小の場合の直径階別間伐率

Fig. 10 The relationship between thinning ratio and relative diameter class in the lightly thinned samples when skewness increased



図一11 直径階別間伐率の回帰直線の比較

Fig. 11 Comparison of the regression lines of thinning ratio

1: skewness decreased, lightly thinned

$$p = 0.7301 - 0.0921 R_i$$

2: skewness increased, lightly thinned

$$p = 0.8571 - 0.1358 R_i$$

3: skewness decreased, heavily thinned

$$p = 0.8754 - 0.1096 R_i$$

4: skewness increased, heavily thinned

$$p = 1.2243 - 0.1481 R_i$$

直径階別間伐率は、直径階の区切り方にも依存する。この点については前記の柿原らの方法に従い、 d_{max} と d_{min} のあいだを10等分し、直径階とした。そしてそのなかで、それぞれの間伐率を算出した。このように直径階を相対的に定めたことにより、複数の間伐を共通の尺度で扱うことが可能となった。

まず、図一10に「間伐率小，歪度増加」に区分された3例の間伐の直径階別間伐率の変化のようすを示した。その結果、直径階と間伐率のあいだには一次式で近似できる関係が成り立っていることが確認された。

次に、表一10で区分された資料に対し、一次式をあてはめた結果を図一11に示す。図において、1（間伐率小，歪度減）と2（同，歪度増）を比較すると、2では下位の直径階で間伐率が高く、間伐の及ぶ範囲が約60%までであるのに対し、1では上位の直径階で間伐率が相対的に高く、間伐の及ぶ範囲が約80%に達する。したがってこれは、前述した除伐的間伐と利用間伐の違いを定量的に説明したといえる。

間伐率が30%を越える3（間伐率大，歪度減）と4（同，歪度増）の比較においても、その傾向は全く同様である。ただし、4は3よりも間伐率が平均して多少高かったため、あてはめられた一次式がやや右上に移動した結果となった。

以上の解析の結果、直径階別間伐率を一次式で近似した場合、直線の傾きがいわゆる間伐方法に、また切片が間伐強度に主として関係していることがわかった。

千葉演習林におけるこうした間伐法は、経験に基づいて長い歴史のなかで成立したものである。しかし、この間伐法が一般的であるかについてはさらに検討を要する。それは、同演習林の林業経営の特殊性、すなわち捨て伐り以外の間伐木処分が入札制であること、また長伐期施業を想定し間伐収穫の重みが相対的に大きいこと等の事情がこの間伐法の背景に存在するからである。

IV-3 単木の生長と直径分散の変化*

(要約)

生長に伴う直径分布形の変化の動向を解析した結果、スギとヒノキで若干の違いはあるものの、いずれの樹種についても、正常な林分密度のもとでは分布の歪度が不変とみなせることがわかった⁽³⁵⁾。このことから、2時点の直径分布を結ぶ最も簡単な生長式として

$$x_{2i} = \alpha x_{1i} + \beta \quad (4.1)$$

を仮定することができる。ただし、 x_{1i} および x_{2i} はそれぞれ基首、期末の第*i*番の林木の直径を示し、 α 、 β は期間ごとに変わるパラメータである。このように直径分布の変換式を単木レベルの生長式とみなす考え方は、すでにBAILEY⁽³⁾が示している。

この式に基づけば、2時点の直径分散の変化は

$$\sigma_{2i}^2 = \alpha^2 \sigma_{1i}^2 + \epsilon^2 \quad (4.2)$$

で表わされる。ただし、 σ_{1i}^2 、 σ_{2i}^2 は期首と期末の分散を表わし、 ϵ^2 は(4.1)式で説明できない単木生長量の誤差に由来する項である。(4.1)式で示された単木生長式に生長量の誤差がある場合でも、その誤差がいくつかの条件を満たしていれば、平均胸高直径の生長も(4.1)式と同じ形で表現される。

実際に資料より α 、 β 、 ϵ^2 を推定した結果、 β は多くの場合が負で、比較的狭い範囲内に限られており、林分密度が高いほど小さくなる傾向が認められた。また ϵ^2 は、地位や林齢に無関係に0.2~1.0でほぼ一定値をとることがわかった。 β と ϵ^2 の値の多くの例から、近似式を通して直径の変動係数が生長とともに微増することを示した。

V 林分生長予測への応用

本章では、これまで行ってきた生長解析の結果を林分の生長予測に応用し、収穫表の形で具

*日林誌67: 305-310, 1985参照

体化することにする。その目的のため、筆者は収穫表調製プログラムを作成した。このプログラムについては発表済みであるが⁽⁸⁸⁾、以下でその概要を説明し、計算結果の一例を示すことにする。

V-1 システムの概要

1. 平均胸高直径の生長予測

本システムにおける平均胸高直径の生長予測は、III章で説明した直径生長率のモデルに基づいている。ただし、収穫表を調製するためにはそれぞれの特性値が5年ごとに予測できれば充分であるから、(3.11)式を離散的に書き改めた

$$r_t = m \exp(-kt) + p(K - \log \rho - a \log \bar{d}) \quad (3.17)$$

を利用した。ここで r_t は期間 $[t, t+5)$ における直径生長率の1年当り平均を表わし、右辺の内容は(3.11)式の場合と同様である。

ある林齢における平均胸高直径を \bar{d}_1 とすれば、5年後の平均胸高直径 \bar{d}_2 は(3.17)式の r_t を用いて

$$\bar{d}_2 = \bar{d}_1 (1 + r_t / 100)^5$$

で推定される。その5年後以降の予測もまた、その時点での林齢、立木本数、平均直径を新たな条件として、逐次、この過程を反復する。

林分が間伐される場合は、間伐後の残存木の立木本数、平均直径を用いて同様の計算を行う。プログラム中では、平均胸高直径と平行して直径分布の推定も進行しているため、間伐後の平均直径は間伐後の直径分布より算出することができる。

(3.17)式のパラメータ m , k , p は、千葉演習林スギ、ヒノキ固定試験地より得られた値を用いた。パラメータの値は地位に依存しないとみなされたため、全地位に共通としている。

表-11 収穫表各地位の20年生初期条件

Table 11 The initial figures in the yield tables at age 20

地 位 Site	Sugi		Hinoki	
	本 数 No. of trees (No/ha)	平 均 直 径 mean diam. (cm)	本 数 No. of trees (No/ha)	平 均 直 径 mean diam. (cm)
Ia	2000	16.6		
I	2200	14.4	2200	13.5
II	2500	12.2	2600	11.1
III	2800	10.0	3000	8.7
IV	3500	7.8		

本論では、生長解析の段階で傾向の異なる幼齢時の資料を一部削除したため、生長予測の対象林齢を20年以上とすることにした。

2. 初期条件の設定

平均直径および直径分布に関して上記のような逐次推定を行うためには、それらの最初の状態を初期条件として与えることが必要である。

まず、林齢20年における平均胸高直径と ha 当り立木本数は、生長測定試験地の資料ならびに菰田⁽¹²⁾の調査結果を用い、地位ごとに標準的な値を与えることとした。その結果を表-11に示す。なお、本システムで与える林齢20年の初期値は、必要な除間伐を完了した状態であることを想定している。

ところで、調製しようとしている収穫表の立木本数が、その標準的な値と異なる場合は、平均胸高直径も修正されるべきであると考えられる。同じ地位のもとでは、立木本数が少ないほど平均胸高直径は大きくなるのが当然だからである。その原因としては、林分密度の影響と下層間伐に伴うみかけの生長が挙げられる。しかし20年生時の林分密度は、REINEKE⁽²⁷⁾の S. D. I. を応用した $K' = \log \rho + 1.605 \log \bar{d}$ で評価すると、絶対的にはかなり低いことがこれまでの分析よりわかっている。そのため直径生長に対する密度効果の実質的な違いは小さいと判断した。したがって、平均直径の修正は、立木本数の標準的な値との比較のみに基づいて行うこととした。

いま標準的な平均直径、立木本数の値を \bar{d}_0 , n_0 , 収穫表のそれらを \bar{d}_1 , n_1 ($n_1 < n_0$) とする。 n_1 が n_0 より小さいのは、比較の直前に間伐を受け本数が減少したためであると考えると、次のような式が成立する。

$$n_0 \bar{d}_0 = n_1 \bar{d}_1 + (n_0 - n_1) \bar{d}_2$$

ただし \bar{d}_2 は間伐された材木の平均直径である。この式を \bar{d}_1 について解くと

$$\bar{d}_1 = \frac{1 - \left(1 - \frac{n_1}{n_0}\right) \frac{\bar{d}_2}{\bar{d}_0}}{n_1/n_0} \quad (5.1)$$

となる。 \bar{d}_2/\bar{d}_0 は全林木と比較した間伐木の平均直径の比であり、この値は千葉演習林の場合、平均的にほぼ0.85であることがわかっている⁽³³⁾。したがって、この値を代入すれば、立木本数が標準的な値 n_0 よりも少ない場合の平均直径の初期値の修正値は(5.1)式で算出される。

立木本数が n_1 より多い場合の修正については、本来行われるべき下層間伐が実施されなかったと考える。その場合も計算には(5.1)式を適用することができる。

次に、直径分布の初期状態の設定について説明しよう。

林齢20年における直径分布は、それまでに何回かの除伐を受けているのが普通であり、その結果、若干左に偏っていることが多い。こうした左右非対称な分布形に対し適合性の高い分布関数として、ここではワイブル分布を用いることにした。

ワイブル分布は分布関数および確率密度関数がそれぞれ

$$W(a, b, c, x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right\} \quad (5.2)$$

$$w(a, b, c, x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left\{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right\} \quad (5.3)$$

で表わされる。 a, b, c はそれぞれ位置, 尺度, 形のパラメータと呼ばれる。 a は分布の下限を定め, b は分布の広がりに関係し, c は分布形の左右の偏りを決定する。そして $c=3.6$ のときほぼ左右対称の分布形を表わすことができる。(5.2)式からもわかるとおり, 定積分がきわめて容易なこともこの分布関数の特徴である。

ワイブル分布の平均, 分散はそれぞれ以下のように表わされる。

$$E(x) = b\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right) + a \quad (5.4)$$

$$\text{Var}(x) = b^2\left\{\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right\} \quad (5.5)$$

ここで Γ は

$$\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right) = \int_0^{\infty} t^{\frac{1}{c}} \exp(-t) dt$$

なるガンマ関数を意味する。さまざまな c に対する $\Gamma(1+1/c)$ の値は文献⁽⁹⁾に記されている。

ワイブル分布のあてはめには, 平均値と分散に加え, 分布の形状に関する条件が必要である。本システムでは, 平均値に前記の標準的な平均直径の値 (またはその修正値) を用い, 変動係数22%, 形状パラメータ $c=3.0$ を20年生直径分布の初期状態とすることにした。分散のかわりに変動係数で初期条件を与えたのは, 変動係数が地位に依存せず, 比較的安定しているからである。また $c=3.0$ は, やや左偏した分布形を表わすが, これは一斉人工林における形状パラメータの一般的傾向⁽⁹⁾を考慮して決定された。

与えられた平均, 分散 (変動係数), c の値によりまず (5.5) 式から b が, ついで (5.4) 式から a が定まる。すると (5.2) 式を用いて直径階別本数を推定することができる。

20年生における直径分布の一例は図-19に示されている。

3. 直径分布の予測

直径分布は, 単木生長式と分布の変換式を兼ねる (4.1) 式に基づいて, 5年ごとに逐次推定される。本システムでは, 林木の生長を単木ごとに予測するのではなく, 各時点で同一直径階に含まれた林木を一括してとらえる点が特徴である。以下でその考え方と方法について説明しよう。

いま, ある期首の時点で第 i 直径階に n_i 本の林木が存在する場合を考える。ただし直径階は 2 cm 括約とし, 第 i 直径階の中央値は $2i$ cm である。直径階の中で林木は一様分布していると仮

定すれば、5年後には(4.1)式により

$$\text{下限} = \alpha(2i - 1) + \beta$$

$$\text{上限} = \alpha(2i + 1) + \beta$$

の範囲内に再び一様分布するものと考えられる。もちろん第*i*直径階の変換後の上限 $\alpha(2i + 1) + \beta$ は、第(*i* + 1)直径階の下限と一致する。すなわちこの分布の変換法は、2 cm括約で区切られていた期首の直径分布を、2 α cm括約に引き延ばし(α 倍し)、全体を平行移動する(β を加える)ものであると考えることができる。単木生長式と分布の変換の関係は、図-12により理解できよう。

上記のような直径分布の変換による平均および分散の変化はそれぞれ

$$\bar{d}_2 = \alpha \bar{d}_1 + \beta \quad (5.6)$$

$$\sigma_2^2 = \alpha^2 \sigma_1^2 \quad (5.7)$$

で表わされる。また直径分布の歪度は生長により変化しない。

(5.7)式の直径分散は生長解析によって得た(4.2)式と異なるが、それはこの分布の推定法に単木生長量の誤差に相当する確率的要素が含まれてい

ないからである。しかし、図-12における期末の直径分布を再び2 cm括約に再編しようとする場合、すべての林木を新たな直径階で包含するためには、分布の両端で常にレンジが拡大することとなり、結果として分散が若干増大することが推測される。そこで括約幅2 α cmから2 cmにもどしたことに基づく分散の増大量を定量的に把握するため、コンピュータによるシミュレーションを試みた結果、その値はほぼ0.3~0.5の範囲内にあつて安定していることがわかった。これはIV章の要約で示した誤差項に基づく分散の増大量に匹敵する大きさである。

したがって、分散の変化における誤差項についての問題も、推定された直径分布を2 cm括約にまとめ直すことにより同様の結果を引き出すことができた。

次に、単木生長式に含まれるパラメータ α 、 β 決定しよう。すでに(5.6)式に示したように α 、 β は単木生長式だけでなく、平均直径の生長式にも共通である。そしてその平均直径の生長には生長率に関する条件が課せられているため、 α 、 β の決定に必要な条件はあとひとつである。

ところで、(5.6)式が成り立つという制約条件のもとでは、 α と β の変化の感度は、

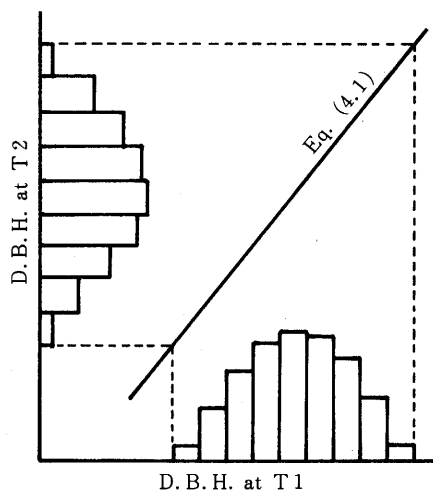


図-12 異なる2時点の直径分布の変換

Fig. 12 The transformation of the diameter distribution from Time 1 to 2

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \beta} = -\frac{1}{\bar{d}_1}$$

となる。 $\bar{d}_1 \gg 1$ であるから、 β の変化に対する α の感度はかなり鈍いことがわかる。このことは、 β が多少変化しても α の値はあまりかわらないことを意味する。

一方、 β の解析結果より β の値はスギ、ヒノキともほとんど負で、限られた範囲内にあることがわかっている。これらの結果を総合すると、 β に妥当な範囲内の値を与えておけば、 α の推定に関しても大きな誤りをしないということができる。そこで本プログラムでは、実験式を作って β の値を与えることとした。林分密度を独立変数とするその回帰式は次のとおりである。

$$\beta = 22.61 - 4.65K' \quad (R^2 = 0.29)$$

ただし K' は林分密度の指標で、 $K' = \log \rho + 1.605 \log \bar{d}$ である。

4. 間伐率および間伐方法の決定

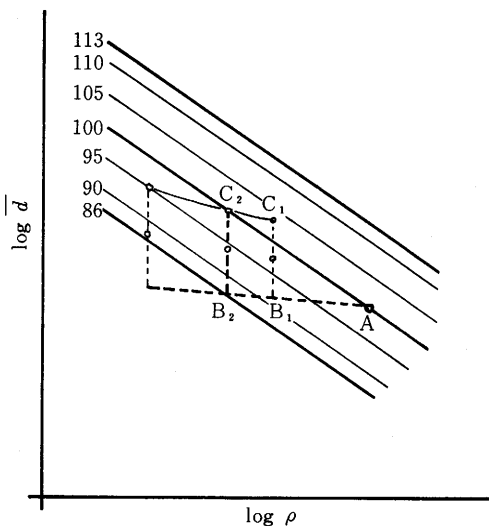
はじめに間伐率の決定について説明する。

本システムでは間伐率の決定に関し二通りの計算ルーチンを備えている。ひとつはそれぞれの間伐に対し主林木本数を直接指定する方法である。これは、すでに本数減少過程が定められている場合や、意図的な本数管理をする場合に有効である。他のひとつは次回間伐時の林分密度の条件を与え、それが満足されるように間伐率を計算する方法である。これを用いると、間伐時に常に正常な林分密度を満たす法正収穫表の調製も可能となる。また林分密度の条件をさまざまに与えることにより密度別収穫表などに応用することもできよう。

前者の間伐率については明らかであるから、ここでは後者の考え方を説明することにする。その間伐率の計算を行うために、あらかじめ使用者が入力すべき数値は

1. 主伐林齢およびそれぞれの間伐実施林齢
2. 20年生の初期立木本数
3. それぞれの間伐における間伐直前の立木本数比

である。立木本数比とは、この場合、平均管理曲線を基準とした相対的な林分密度の指標である。すなわちそれは、同じ平均直径を有し平均管理曲線上に位置する林分の立木本数に対する、実際の立木本数の比（百分率）として定義される。具体的には、スギでは平均管理曲線を100とすると、間伐直前の(3.1)式は約113、間伐直後の(3.2)式は



図一13 間伐率の決定法

Fig. 13 The method to determine the thinning ratio

約86の立木本数の比となる。

間伐率の決め方を説明するため、ここでは図-13を用い、一例として林齢30年、40年にそれぞれ間伐が予定されている場合を考えよう。プログラムを実行すると、まず20年生における初期条件が設定され、30年までの生長予測がおこなわれる。そして林齢30年の間伐後の状態は、 B_1, B_2, \dots のいずれかの一点で表わされる。2回目の間伐が実施される40年までの直径生長量は B_1C_1, B_2C_2, \dots となるので、あらかじめ指定した立木本数比の条件を満たす間伐率はただひとつであることが理解されよう。プログラム中では、間伐率を適宜変化させながら生長予測を反復し、その間伐率を見いだしている。

また、40年の間伐の間伐率は、その次に間伐が予定されている林齢において密度条件を満たすように同様の方法で決定される。最終の間伐の間伐率は、主伐時の林分密度を条件として決定される。

この間伐率決定法を用いてそれぞれの間伐時に等しい立木本数比を与えた場合、間伐直前の平均直径と立木本数のあいだにべき乗関係を満足させることができる。これは収穫表の調製という目的にきわめて有効な特徴といえよう。

次に、プログラム中での間伐方法、すなわち全体木の直径分布に対する間伐木の配分方法について説明する。

間伐方法は、柿原・木梨⁽⁷⁾の提起した直径階別間伐率のモデルを用いることにした。このモデルは、千葉演習林の人工林で実施された間伐に対しても適用できることがIV章で確認されている。さらに直径階別間伐率を推定する一次式の傾きは間伐の性質（撫育か、利用か）に、切片は間伐強度に、主として関係することもわかっている。

本システムでは、傾きは間伐強度とは独立であるとみなし、間伐回数に応じて定めることとした。その値は図-11の脚註に示した値を考慮して与えた。すなわち林齢20年以降の初回間伐では-0.14程度とし、以後、回数に応じて漸次増加させていき、最終間伐では-0.09程度となるように調整した。

間伐本数ならびに一次式の傾きが定まると、その条件を満たす切片の値はただひとつに限定される。その値を見出すため、ここでは切片の値を漸次変えながら間伐本数を算出し、指定された本数との差が0.5本以下となるまで反復するという方法を用いた。

なお、本システムでは直径階別間伐率を一次式で与えるルーチンのほか、特定の直径階（例えば最小直径階）の間伐率をあらかじめ指定することができる。これを適当に用いると間伐に伴う直径分布形の変化をある程度操作でき、現実的な結果を導くことが可能となる。

5. 幹材積の査定

本システムでは、生長、間伐に伴う直径分布の変化が直接推定されている。これに平均樹高と矛盾しない樹高曲線を組み合わせることにより、各直径階に対応した樹高値と本数が得られ

るので、材積表を用いて ha 当り幹材積が算出される。材積表は、千葉演習林においてスギ、ヒノキを対象として使用されている二変数材積表を用いた。

また樹高曲線は、相対樹高曲線⁽³²⁾を用いることにした。これは曲線の形状と通過点である平均直径、平均樹高の大きさを分離して扱うため、地位や林齢の異なるさまざまな林分に対し有効である。その関数形は次のように表わされる。

$$\left(\frac{h}{\bar{h}}\right) = \left(\frac{d}{\bar{d}}\right)^c$$

天城地方スギ林収穫表調製説明書⁽²⁸⁾の直径・樹高相関表の資料を用い、曲線の形状を定めるパラメータ c を推定し回帰分析を行った結果、 c の値と林齢のあいだには回帰関係が存在し、地位間で回帰直線に差異は認められなかった。そこで、各地位に共通の関係式として

$$c = 0.5594 - 0.0178t$$

が得られた。

高齢な林分ほど c の値が小さいということは、林木の存在する直径階では樹高曲線の傾きがゆるやかになることを意味し、実際の変化の傾向と一致する。

直径分布と材積表を用いて幹材積査定を行うことのひとつの利点は、胸高断面積、幹材積、平均樹高のあいだで修正が不要となることである。従来の収穫表調製法においては、林齢に対する胸高断面積、幹材積、平均樹高の関係をそれぞれ独立に検討していた。しかしこれらの特性値は互いに独立でないため、推定された数値のあいだで矛盾を生じ、多くの場合、修正が必要であった。これに対し、本法は単木の幹材積を積み上げるという考え方に基づくため、そうした不都合が生じないのである。

また、使用する材積表を独立に選べるため、地域ごとの生長予測に対しても、比較的容易に精度の向上が期待できると考えられる。

V-2 基準収穫表の調製

ここでは前節で説明してきた収穫表調製システムを用い、千葉演習林の人工林を対象とした収穫表を調製することにする。

その際、林分のどのような状態を表に記載するかは基本的かつ重要な問題である。いわゆる法正収穫表を調製しようとする場合、(3.1)、(3.3)式で表わした間伐直前の ρ と \bar{d} の関係がひとつの基準となることは確かであろう。しかし、図-7に示したとおり、(3.1)、(3.3)式は客観的にみてもかなり高い密度状態を表わしており、この曲線をそのまま収穫表における主副林木合計量の基本とするには、2つの点で検討の余地がある。

第一は、そうした密度管理が演習林全体で普遍的に実行されているかである。これらの回帰曲線を導いた資料が、少数で小面積の試験地林分であるということを考慮すると、一般施業林

分はこれよりやや低いことが推察される。第二は、一般の収穫表よりもさらに高い林分密度を維持することが、人工林経営として望ましいといえるかどうかである。高密度を基準とした場合、例えば若齢時の間伐実施時期の許容幅が狭くなることなども考えなければならない。

以上の点を考慮し、筆者はここでは平均管理曲線を間伐直前の林分密度の上限とみなし収穫表を作ることにした。それは、千葉演習林の平均管理曲線が、近隣の収穫表の法正な林分密度とほぼ一致しているからである。そしてこの収穫表を、施業の基準とする意味で基準収穫表と呼ぶことにした。本来、基準収穫表という用語は法正収穫表とほぼ同じ内容で用いられるが、平均管理曲線の定める林分密度は、それに匹敵するものと考えられる。

調製された基準収穫表は、スギ、ヒノキとも地位IIが例として示されている。

これらの表について若干の説明を加える。まず主林木本数は、いずれも50年未満では5年ごとに、50年以上では10年ごとに減少させることとした。それは、50年を越えると間伐率も低下するため、5年ごとに本数を調節する必要がなくなるからである。その際の間伐率は、平均管理曲線を基準とした林分密度の条件より決定された。

ところで、地位の劣る林分では、平均胸高直径の生長が遅いため、初期立木本数にかなり大きい値を与えても林分密度が平均管理曲線に到達するまでに長期間を要する。すなわちもし平均管理曲線に達するまで間伐を行わないとすると、スギ林分では林齢約40年まで3,000本以上の立木本数を維持しなければならないことがわかった。40年まで立木本数が減少しないことは、収穫表としては不自然と思われる。そこで、地位の劣る林分に対しては、平均管理曲線の定める林分密度よりもやや疎となるような基準を、地位に応じて与えることにした。平均管理曲線を100とする立木本数比は地位ごとに表-12に示すように与えた。これにより、林分密度がそれぞれの基準に達するまでの期間はいずれも短縮された。

表-12 基準収穫表の林分密度の条件

Table 12 The stand density conditions in standard yield tables

Age(yr)	Sugi					Hinoki		
	Ia	I	II	III	IV	I	II	III
30	98	97	96			98	97	
35	98.5	97.5	96.5	92	89	98.5	97.3	95
40	99	98	97	93	90	99	97.7	95.5
45	99.5	98.5	97.5	94	91	99.5	98	96
50	100	99	98	95	92	100	98.3	96.5
60	100	99	98	96	92.5	100	98.5	96.5
70	100	99	98	96	92.5	100	98.5	96.5
80	100	99	98	96	92.5	100	98.5	96.5
90	100	99	98	96	92.5	100	98.5	96.5
100	100	99	98	96	92.5	100	98.5	96.5

表-13 千葉演習林スギ林収穫表

Table 13 The yield table for sugi stands in Tokyo University Forest in Chiba Prefecture

Site II								
林齡 Age (yr)	立木本数 No. of trees			平均胸高直径 Mean D.B.H.			胸高断面積 Basal area	
	全林木 All trees (No./ha)	主林木 Remaining (No./ha)	間伐率 Thinnig ratio	全林木 All trees (cm)	主林木 Remaining (cm)	間伐木 Thinned (cm)	全林木 All trees (m ² /ha)	主林木 Remaining (m ² /ha)
20	2400			12.28			29.78	
25	2400	2160	(.100)	13.89	14.29	(10.1)	38.57	36.46
30	2160	1772	(.180)	15.86	16.59	(12.3)	45.14	40.11
35	1772	1472	(.169)	18.16	18.92	(14.2)	48.28	43.15
40	1472	1266	(.140)	20.48	21.18	(16.0)	50.74	46.32
45	1266	1102	(.130)	22.69	23.37	(17.9)	53.33	48.95
50	1102	893	(.190)	24.82	25.72	(20.9)	55.37	47.90
55	893			27.21			53.74	
60	893	750	(.160)	28.48	29.37	(23.6)	59.12	52.52
65	750			30.67			57.41	
70	750	659	(.121)	31.77	32.61	(25.6)	61.84	56.96
75	659			33.70			60.98	
80	659	588	(.108)	34.63	35.49	(27.5)	64.57	60.25
85	588			36.41			63.54	
90	588	541	(.080)	37.18	37.97	(28.3)	66.47	63.49
95	541			38.72			66.14	
100	541			39.34			68.49	

林齡 Age (yr)	平均樹高 Mean height		幹材積 Volume			間伐收穫 累積 Accum. thinned vol.	總收穫量 Total yield	平均生長量 Mean annual increment
	全林木 All trees (m)	主林木 Remaining (m)	全林木 All trees (m ³ /ha)	主林木 Remaining (m ³ /ha)	間伐木 Thinned (m ³ /ha)	(m ³ /ha)	(m ³ /ha)	(m ³ /yr/ha)
20	9.5		150.3				150.3	7.51
25	11.3	11.4	227.4	217.4	10.0	10.0	227.4	9.10
30	12.9	13.1	300.3	271.4	28.9	38.9	310.3	10.34
35	14.5	14.7	355.5	322.5	33.0	71.8	394.3	11.27
40	16.0	16.2	404.9	374.3	30.7	102.5	476.7	11.92
45	17.3	17.4	455.7	422.9	32.8	135.3	558.2	12.40
50	18.4	18.7	500.8	439.1	61.7	197.0	636.2	12.72
55	19.6		512.5				709.5	12.90
60	20.4	20.7	585.0	526.0	59.0	256.0	782.0	13.03
65	21.4		592.4				848.4	13.05
70	22.0	22.2	656.2	609.5	46.7	302.7	912.2	13.03
75	22.8		666.9				969.6	12.93
80	23.3	23.5	721.5	677.3	44.2	346.9	1024.3	12.80
85	24.0		726.7				1073.6	12.63
90	24.4	24.5	773.3	741.4	31.9	378.8	1120.2	12.45
95	24.9		782.4				1161.2	12.22
100	25.2		822.3				1201.1	12.01

表—14 千葉演習林ヒノキ林収穫表

Table 14 The yield table for hinoki stands in Tokyo University Forest in Chiba Prefecture

Site II								
林齡 Age (yr)	立木本数 No. of trees			平均胸高直径 Mean D.B.H.			胸高断面積 Basal area	
	全林木 All trees (No./ha)	主林木 Remaining (No./ha)	間伐率 Thinnig ratio	全林木 All trees (cm)	主林木 Remaining (cm)	間伐木 Thinned (cm)	全林木 All trees (m ² /ha)	主林木 Remaining (m ² /ha)
20	2700			11.04			27.09	
25	2700	2511	(.070)	12.43	12.70	(8.4)	34.74	33.50
30	2511	2109	(.160)	13.97	14.60	(10.5)	40.75	36.95
35	2109	1814	(.140)	15.86	16.49	(11.8)	43.84	40.35
40	1814	1578	(.130)	17.72	18.38	(13.2)	46.82	43.39
45	1578	1405	(.110)	19.58	20.21	(14.3)	49.40	46.47
50	1405	1152	(.180)	21.34	22.18	(17.5)	52.01	45.76
55	1152			23.44			51.26	
60	1152	991	(.140)	24.46	25.23	(19.6)	56.04	51.00
65	991			26.33			55.69	
70	991	882	(.110)	27.21	27.98	(21.0)	59.70	55.88
75	882			28.91			59.77	
80	882	795	(.099)	29.63	30.45	(22.4)	63.05	59.67
85	795			31.23			62.91	
90	795	731	(.081)	31.84	32.63	(23.3)	65.64	63.05
95	731			33.28			65.72	
100	731			33.79			67.97	

林齡 Age (yr)	平均樹高 Mean height		幹材積 Volume			間伐收穫 累積	總收穫量	平均生長量 Mean annual increment
	全林木 All trees (m)	主林木 Remaining (m)	全林木 All trees (m ² /ha)	主林木 Remaining (m ² /ha)	間伐木 Thinned (m ² /ha)	Accum. thinned vol. (m ² /ha)	Total yield (m ² /ha)	(m ² /yr/ha)
20	7.3		106.3				106.3	5.31
25	8.7	8.7	160.7	156.6	4.1	4.1	160.7	6.43
30	9.9	10.1	213.6	196.8	16.9	20.9	217.7	7.26
35	11.1	11.3	253.8	236.7	17.1	38.0	274.7	7.85
40	12.2	12.4	293.6	275.3	18.3	56.2	331.6	8.29
45	13.2	13.3	330.8	314.2	16.6	72.9	387.0	8.60
50	14.1	14.3	368.1	328.0	40.1	112.9	440.9	8.82
55	14.9		381.1				494.0	8.98
60	15.5	15.7	433.0	398.3	34.7	147.7	545.9	9.10
65	16.2		447.1				594.8	9.15
70	16.7	16.8	494.1	465.7	28.4	176.1	641.8	9.17
75	17.3		507.5				683.6	9.11
80	17.7	17.8	548.4	521.4	27.0	203.0	724.4	9.06
85	18.1		558.2				761.2	8.96
90	18.4	18.5	593.5	571.7	21.8	224.9	796.5	8.85
95	18.8		602.2				827.1	8.71
100	19.0		632.8				857.7	8.58

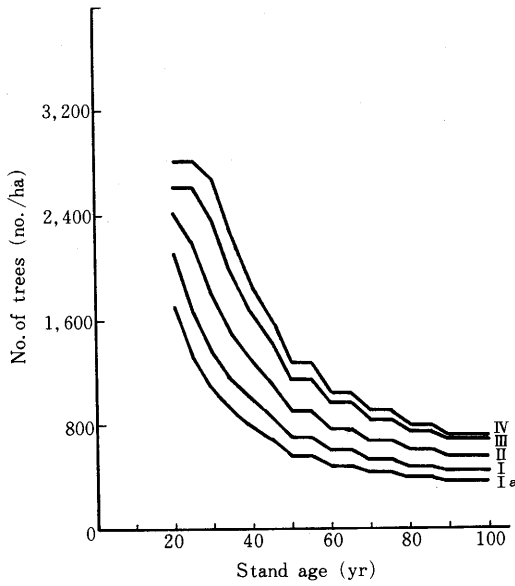


図-14 スギ収穫表立木本数の減少

Fig. 14 Decrease of the number of trees in sugi yield tables

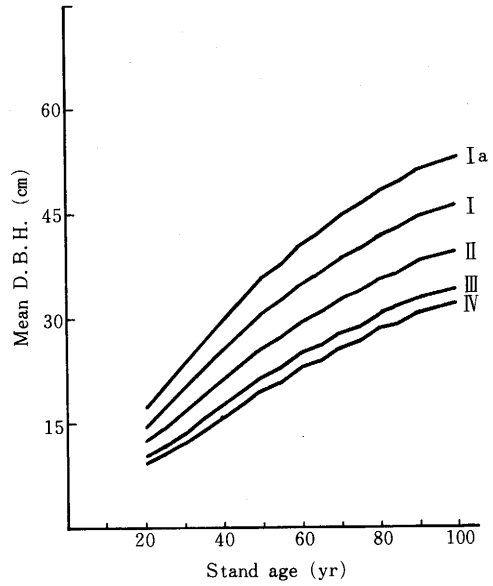


図-15 スギ収穫表平均胸高直径の生長

Fig. 15 Growth of mean D. B. H. in sugi yield tables

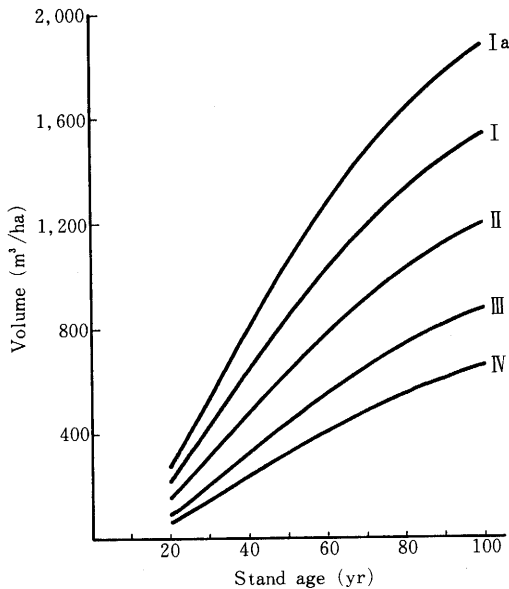


図-16 スギ収穫表幹材積総生長

Fig. 16 Total volume of yield in sugi yield tables

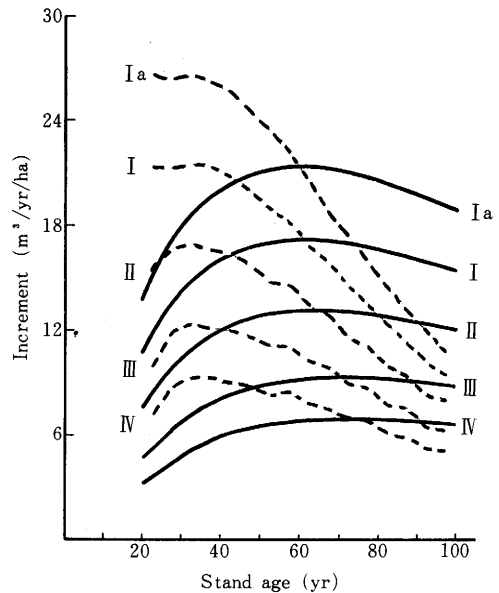


図-17 スギ収穫表幹材積連年・平均生長量

Fig. 17 Annual volume increment in sugi yield tables

Solid line: mean annual increment,
dot line: current annual increment

しかし、それでもなお一部の地位において、林齢20年ないし25年の林分密度がかなり低く間伐が不要であることが、計算を実行した結果、明らかとなった。そこで間伐開始林齢は、地位中以上（スギ I a~II, ヒノキ I, II）で25年としたが、その他は30年とすることにした。

さて、これらの収穫表が、従来の方法で調製された法正収穫表の一般的性質を備えているか否かについて、いくつかの観点から検討してみることにしよう。

まず、間伐直前の立木本数 ρ と平均胸高直径 \bar{d} のあいだには、壮齢以降

$$\log \rho + a \log \bar{d} = \text{const.}$$

が成立していることを確認することができる。 a の値は地位に無関係にスギ1.55, ヒノキ1.42であり、これはそれぞれの平均管理曲線の傾きに一致する。したがって ρ と \bar{d} のあいだには従来の収穫表と同様、べき乗関係が成立している。ただし、右辺の定数の値は地位が優れるほど大きい点は、いわゆる WIMMENAUER の法則とは異なる。WIMMENAUER の法則とは、「樹種、品種の等しい同齡単純林において林分が十分な立木度をもつ場合、その本数密度は地位や林齢に無関係に、平均直径のみで定まる」とする経験則である。

次に立木本数の減少経過についてみてみよう。本システムにおける平均胸高直径の生長は、基準収穫表の場合、林分密度による修正項が小さくほぼ GOMPERTZ 関数で近似されるので、 \bar{d} とべき乗関係にある ρ の変化もまた GOMPERTZ 関数に一致するはずである。(3.8)式に示したとおり、もし変数 x が GOMPERTZ 関数に従うとすれば、 x の変化率 $\frac{1}{x} \frac{dx}{dt}$ は指数的に減少する。そこで、 ρ の変化率すなわち間伐率に着目すると、スギ、ヒノキ各地位の間伐率は若齢時を除き、指数的に減少していることが認められた。したがって筆者の調製した基準収穫表は、立木本数の減少過程がほぼ GOMPERTZ 関数に従っているとみなすことができ、これはII章の結果と一致する。

そして最後に、幹材積（主副林木合計）の平均生長量について、地位間で比較することしよう。従来の法正収穫表では、平均生長量が最大となる林齢は地位が高いほど若いことが知られている。一方、筆者の調製した収穫表においても、これが満たされていることが確認された。すなわちスギでは地位の高い順に60, 60, 65, 70, 75年、ヒノキでは65, 70, 75年において平均生長量が最大となっていることがわかった。スギについて、そのようすは図-17に示すとおりである。

本システムにおける幹材積の生長経過は、直径生長、樹高生長、立木本数の減少などのモデルが組み合わされた結果である。そして平均生長量が最大となる林齢は、特にそれぞれの生長曲線（平均樹高の MITSCHERLICH 式、平均直径の GOMPERTZ 式）の生長係数 k にどのような値を与えるかによって大きく影響を受ける。したがって、ここで地位が高いほどその林齢が若いという結果が得られたことは、直径、樹高の生長予測において k が地位によらず一定とみなしたことが妥当であったことを示すひとつの証左と考えられよう。

以上の点を総合し、ここに示したスギ、ヒノキ収穫表は、通常の法正収穫表の特徴をひと通り備えたものであると結論することができる。

千葉演習林ではこれまで2回にわたってスギ林分収穫表が調製されている。ひとつは明治29年(1896年)に本多静六氏によって、他のひとつは大正8年(1919年)に吉田正男・松川恭佐両氏によって調製されたものである。ここでは後者の収穫表を旧表とし、本収穫表を新表として、簡単に比較することにしよう。

新・旧収穫表を比べると、樹高生長に関しては、旧表の上、中、下がそれぞれ新表のI、II、IIIにほぼ一致している。しかし旧表では立木度が高く、胸高断面積について比較すると、旧表の下が新表のIa(特上)をさらに上まわっていた。主林木幹材積については適用した材積表が不明のため正確な比較は不可能であるが、旧表の中が新表のIaとIの中間に位置している。

次に、旧表の主林木本数と平均直径の関係をみると、地位の上下にかかわらず、べき乗関係

$$\log \rho + 1.20 \log \bar{d} = 4.85 \quad (5.8)$$

が満たされていた。これを本論で決定した平均管理曲線と比較すると、平均直径20cmで約24%、40cmでは58%も(5.8)式の方が立木本数が多くなっていることがわかった。すなわち、旧表の立木本数と平均直径の関係は、平均管理曲線のかなり上側に位置している。平均直径は、若齢時において旧表の上、中、下が新表のIaないしI、II、IIIにそれぞれ対応しているが、この高年齢時の高密度が原因となって、旧表の生長では頭打ち傾向が著しい。こうした結果から判断すると、上述のような高密度を維持することは、現実にはほとんど不可能であるように思われる。この点に、これまで旧収穫表の主林木幹材積が過大であるといわれてきた原因があるものと思われる。

以上、新旧収穫表を比較した結果から、林分密度の基準に違いがあることは明らかであるが、現在、地位の分布幅が広がっていることも事実であろう。旧収穫表が調製されてからすでに60余年が経過した。その間、相当の面積が拡大造林され、地位の劣る林分が人工林に加わったことがこの背景にあるものと推察される。

V-3 目的に応じた収穫表の調製

筆者の作成した収穫表調製システムの最大の特徴は、間伐実施林齢およびそれぞれの間伐時の林分密度の条件を任意に与えることができる点にある。この性質を活用し、ここでは人工林施業をとりまくさまざまな状況を考慮に入れた収穫表を調製することにする。

1. 現実的な間伐をとり入れた実践的収穫表の調製

法正収穫表と実践的収穫表の最大の相違点は、間伐に対する考え方である。すなわち前者では、林分の正常な生長状態を想定し、間伐はそこから余剰分を取り除くことと考えている。これに対し後者では、標準的な生長をしている林分に対して通常の施業をおこなっていくことを

前提とし、実際的な立木本数を維持しながら、適宜利用間伐を実施していくという考え方である。両者を比較すれば、どちらが林業経営により有用であるかは明らかであろう。

そうした実践的収穫表の間伐の性格をさらに明確なものとするため、収穫表に組み込まれる間伐に対し以下のような条件を設定した。

- i) 利用間伐の回数は林分の地利に依存する。千葉演習林の場合、大半の林分で架線集材に頼らざるをえない現状では、架線設置等の手間を考えると間伐回数は少ない方がよい。
- ii) 回数が少なければ1回当りの間伐率は大きくなるのが当然である。しかし林分の構成を破壊するような強度の間伐は避けなければならない。同演習林で実施された間伐率を考慮すると、本数で40%程度が上限と考えられる。そして間伐後の林冠の閉鎖は、高齢になるほど遅れることが推察されるため、間伐率は林齢とともに低下していくことが望ましい。
- iii) どのような間伐を想定しても、主間伐時の平均胸高直径と立木本数は所定の関係を満たしていなければならない。ここでも基準収穫表の場合と同様の理由で、平均管理曲線を間伐直前の林分密度の基準とみなすことにする。

以上のような条件を設定した結果、必然的に20年以後の初回間伐までの期間が延びることとなる。その場合、高い地位で基準収穫表と同じ初期立木本数を与えると、最初の間伐時までには林分密度が過密となる可能性がある。これを防ぐため、ここではあらかじめ初期立木本数を減らして与えることにした。また各回の間伐に対する立木本数比は、基準収穫表に準じ、表-15のように与えた。

以上のような前提でつくられた収穫表を、スギ地位IIを例として表-16に示した。この表について、いくつかの視点から検討することにしよう。

まず、間伐直前の立木本数 ρ と平均胸高直径 \bar{d} のあいだにべき乗関係が成立していることは、基準収穫表の場合と同様である。しかし、実践的収穫表では間伐回数に制限が加えられているため、基準収穫表と比較して1回当りの間伐率はかなり高くなっている。そして間伐間隔も若齢時でやや短いが高齢になるほど長く、全体として不等間隔である。その結果、主林木本

表-15 実践的収穫表の林分密度の条件

Table 15 The stand density conditions in practical yield tables

Age(yr)	Sugi					Hinoki		
	Ia	I	II	III	IV	I	II	III
40	99	98	97	94		99	98	
50					90			96
55	100	98.5	97.5	96		100	99	
70					93			96
75	100	99	98	97		100	99	
100	100	99	98	97	95	100	99	97

表-16 千葉演習林スギ林収穫表

Table 16 The yield table for sugi stands in Tokyo University Forest in Chiba Prefecture

Site II

林齡 Age (yr)	立木本数 No. of trees			平均胸高直径 Mean D.B.H.			胸高断面積 Basal area	
	全林木 All trees (No./ha)	主林木 Remaining (No./ha)	間伐率 Thinning ratio	全林木 All trees (cm)	主林木 Remaining (cm)	間伐木 Thinned (cm)	全林木 All trees (m ² /ha)	主林木 Remaining (m ² /ha)
20	2250			12.40			28.50	
25	2250			14.07			37.06	
30	2250	1552	(.310)	15.60	16.66	(13.1)	46.00	35.75
35	1552			18.35			43.53	
40	1552	1011	(.349)	19.85	21.48	(16.7)	51.37	38.50
45	1011			23.25			45.19	
50	1011			24.80			51.72	
55	1011	707	(.301)	26.15	27.87	(22.0)	57.84	45.36
60	707			29.47			50.81	
65	707			30.86			55.95	
70	707			32.05			60.64	
75	707	544	(.231)	33.06	34.59	(27.9)	64.83	54.21
80	544			35.81			58.23	
85	544			36.86			61.94	
90	544			37.75			65.26	
95	544			38.50			68.19	
100	544			39.13			70.75	

林齡 Age (yr)	平均樹高 Mean height		幹材積 Volume			間伐收穫 累積	総收穫量	平均生長量 Mean annual increment
	全林木 All trees (m)	主林木 Remaining (m)	全林木 All trees (m ³ /ha)	主林木 Remaining (m ³ /ha)	間伐木 Thinned (m ³ /ha)	Accum. thinned vol. (m ³ /ha)	Total yield (m ³ /ha)	(m ³ /yr/ha)
20	9.6		144.6				144.6	7.23
25	11.3		219.3				219.3	8.77
30	12.9	13.3	307.3	245.3	62.0	62.0	307.3	10.24
35	14.7		325.2				387.2	11.06
40	15.9	16.5	414.9	319.3	95.6	157.6	477.0	11.92
45	17.6		395.5				553.1	12.29
50	18.5		476.2				633.8	12.68
55	19.4	20.0	557.0	446.1	110.9	268.5	714.7	12.99
60	20.8		516.9				785.4	13.09
65	21.5		587.0				855.5	13.16
70	22.1		654.3				922.9	13.18
75	22.7	23.2	717.6	608.5	109.1	377.6	986.1	13.15
80	23.6		667.2				1044.8	13.06
85	24.1		723.3				1100.9	12.95
90	24.5		775.1				1152.7	12.81
95	24.9		823.5				1201.1	12.64
100	25.2		868.7				1246.3	12.46

数の減少は大きな階段状となり、もはや GOMPertz 関数に従っているとみなすことはできない。これらは基準収穫表と異なる点である。

また、主林木本数が一定である期間の平均胸高直径の生長は、期間中に林分密度が変化するため、密度の影響が一樣でない生長モデルに従うこととなる。その場合の直径生長率の変化についてスギの地位II等を例として図-18

に示した。ここには比較のため、基準収穫表地位II等の直径生長率も示してある。

この図より明らかなように、基準収穫表における直径生長率は、対数座標系で林齢に対し直線的に減少している。これは(3.8)式で示した通り、直径生長が GOMPertz 関数に従っていることを意味している。一方、実践的収穫表における直径生長率は、間伐のたびに不連続となるが、間伐によって区切られたそれぞれの期間では、ほぼ直線的に減少していることがわかる。そしてその直線の傾きは、基準収穫表でみられた傾きにくらべやや急となっている。

間伐後の生長率の変化が直線的であること、および林分密度が増加しながら生長する場合に生長率の変化の傾きがやや急となることは、III章における生長解析で間伐試験地や牛蒡沢試験地より認められた特徴と完全に一致する。このことは、直径生長に対し設定したモデル(3.17)式が、実際の生長をかなり正確に近似した結果であると解釈できよう。

さて次に、直径分布の推移についてみることにしよう。本システムでは直径分布に直径階別間伐率を直接乗じて間伐木の

の選定を行い、また主林木平均直径も残存木の直径分布より算出している。したがって直径分布を適確に推定し、更新していくことは、システム全体の精度を左右する重大な問題といえよう。

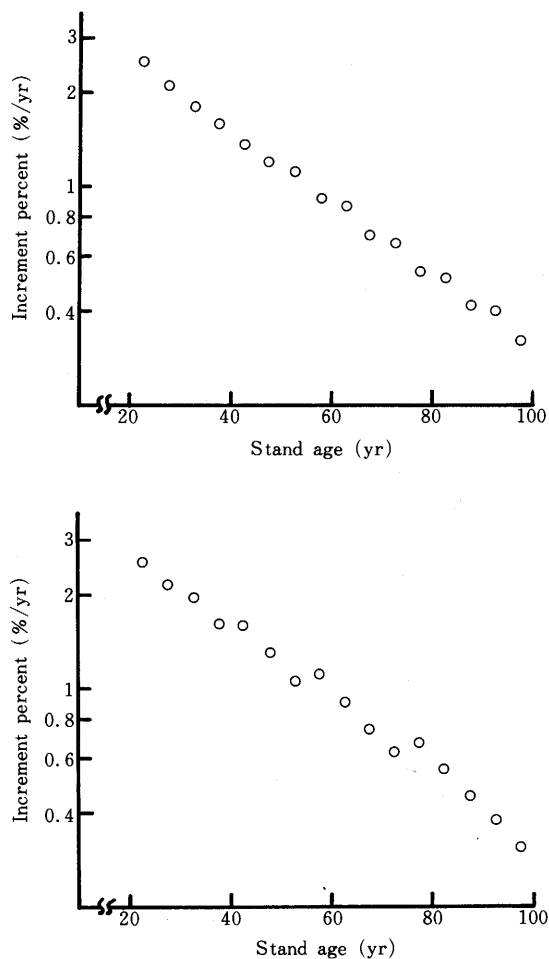
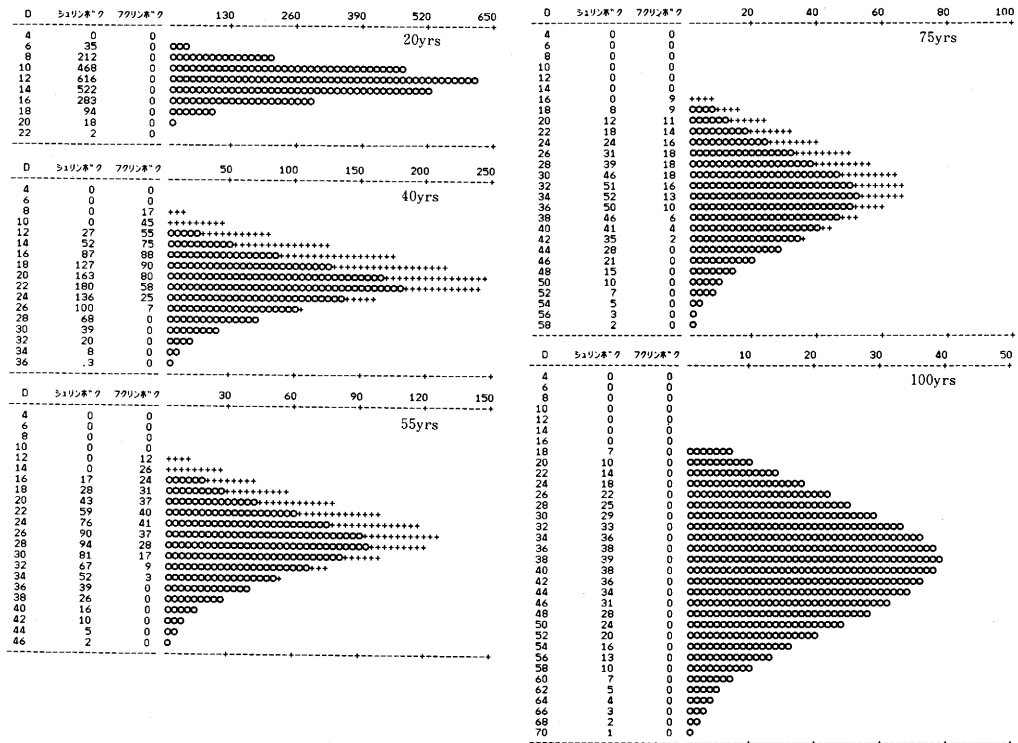


図-18 基準収穫表(上)と実践的収穫表(下)の直径生長率の比較

Fig. 18 Comparison of the increment percent of mean D. B. H. between the standard yield table (above) and the practical yield table (below)



図一19 直径分布出力の例 (表一16のスギ収穫表)

Fig. 19 The output of the diameter distributions assumed in Table-16

図一19に、スギ収穫表の地位II等を例にとり、主として間伐実施時の直径分布を示した。分布図において、左側の3例の数値はそれぞれ直径階、主林木本数、副林木本数を表わす。そしてヒストグラムに示された○、+の印はそれぞれ主林木、副林木の頻度分布を表わしている。

直径分布に関する検討事項は3つある。それらは分布の形状、生長量の各直径階への配分、そして変動係数の変化についてである。

まず分布形について、出力結果によれば、直径分布は常にやや左偏した形を保っていることがわかった。生長により分布形に変化が生じないのは、その変換に(4.1)式を用いているからである。また間伐による変化も視覚的にはほとんど認められないが、それでも全林木に対する間伐木の相対的位置は、高齢時の間伐ほど上位の直径階に及んでいることがわかる。以上、分布形に関する推定結果は妥当なものといえよう。

第二の生長量の配分について、ここでは期首直径の大きさと期間生長量にあいだに一次式を仮定している。したがって、特に注目しなければならないのは最小および最大直径階に位置する林木の生長量である。

まず前者に関しては、最小直径階が低下したり、それに含まれる林木数が増加するなどの矛盾は全く見られなかった。また後者についても、生長量は5年間に2～4cmの範囲内であった。これは地位II等の林分内で最も優れた生長を示す林木の生長量としては現実的な値である。さらに林齢100年において胸高直径70cmに達する林木が、ha 当り1本程度存在するという予測もおおむね順当と思われる。これらの良好な結果は、(4.1)式のパラメータの値が適当であったことを間接的に示している。

そして最後の変動係数について、その変化のようすを図-20に示した。図によれば、変動係数は若齢時にやや急速に増加するが、高齢時の増加はおだやかである。その理由は、(4.1)式で説明できない直径分散の増加量（不確定項）が林齢に対しほぼ定数であるため、林齢とともに平均直径および直径分散が大きくなる結果、変化の感度が鈍るからである。こうした生長に伴う増加と間伐による減少をあわせ、推定された変動係数の変化は比較のため示した郷台1号試験地における変化の傾向とよく一致した。

以上の検討結果が示すとおり、本システムによって調製された実践的収穫表は、実際の林分の生長現象をきわめてよく模しており、かつ間伐計画の融通性において応用性の高いことが明らかとなった。

2. 密度別収穫表の調製

人工林の生長は林分密度に依存するため、林分密度を適切に管理することによって、目標に応じた木材を生産することができると考えられる。本システムではその指針となる密度別の生長予測を行うことが可能である。

ここでは、密度による林分生長の違いを比較するため、スギについて地位II等を例とし疎、密の各収穫表を調製した。そして表-16で示した実践的収穫表の地位II等が、密度中庸に該当する。

密度中の林分密度は、平均管理曲線を基準としていることはさきに説明したが、密度疎、密の収穫表はそれぞれ6%の立木本数に相当する林分密度が加減されている。換言すれば、各林分密度で同一の平均胸高直径を有する場合、疎、中、密

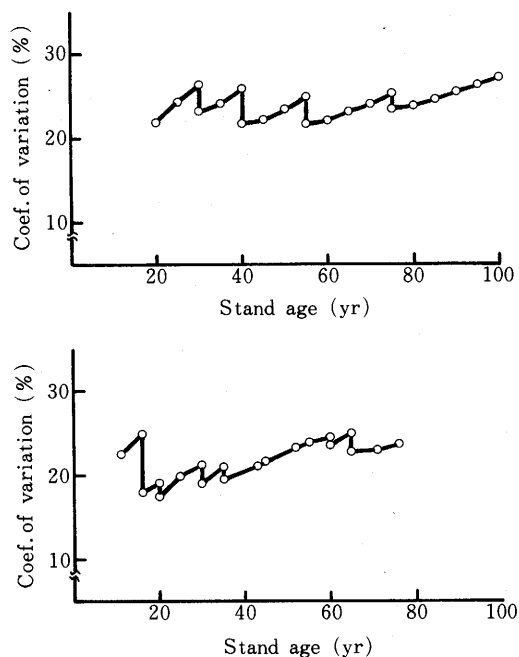


図-20 直径変動係数の変化の比較

Fig. 20 Comparison of the coefficient of variation of diameter
Above: practical yield table for sugi (Table-16), below: Godai No. 1 plot

の擁する立木本数の比がそれぞれ92, 98, 104となっていることを意味する。

異なる3通りの林分密度の収穫表は、比較を簡単にするため間伐回数およびその実施林齢が共通となっている。それに伴って林齢30年における初回間伐時の林分密度を調整するため、それぞれ異なる初期立木本数を与えた。

密度別収穫表の特徴を表わす値として、林齢100年における特性値を抜き出した。それらを表-17に示す。これらの特性値は、その性格上、個々の林木の大きさに関わるもの（主林木の平均量）、林分内に存在する合計量に関わるもの（主林木の合計量）、そして全生育期間中に収穫される合計量に関わるもの（主副林木の合計量）の3通りに分類される。

まず主林木の平均量、すなわち平均直径および平均樹高は、立木本数が少ないほど大きい。ただしこの場合、平均直径の大小は林分密度の違いに基づくと考えられるが、平均樹高は単に立木本数が少ないことによるみかけの生長の結果である。次に、主林木についての合計量は、胸高断面積、幹材積とも立木本数が多いほど大きい。そして主副林木についての合計量は、胸高断面積ではほぼ一定値であり、幹材積では立木本数が多いほどわずかずつ大きくなっていった。

表-17 密度別収穫表の特性値の比較

Table 17 Comparison of stands characteristics at age 100 in variable density yield tables

分 類	特 性 値 Stand characteristics	疎仕立て Low density	中庸仕立て Medium density	密仕立て High density
主林木の 平均量 Mean of remaining trees	平均直径 (cm) Mean diameter	41.48	39.13	36.64
	平均樹高 (m) Mean height	25.5	25.2	24.9
主林木の 合計量 Remaining trees per hectare	立木本数 (本) No. of trees	468	544	647
	胸高断面積(m ²) Basal area	67.90	70.75	74.27
	幹材積(m ³) Volume	834.6	868.7	913.9
主副林木 の合計量 Total yield per hectare	胸高断面積(m ²) Basal area	116.45	116.97	117.27
	幹材積(m ³) Volume	1236.0	1246.3	1258.7

しかし林齢20年において初期立木本数および蓄積が異なっていたことを考慮し、100年生までの80年間の生長量で比較すると、幹材積の総生長量は立木本数にほとんど依存していないことがわかった。さらに林齢75年以降の最後の25年間について期間生長量を比較すると、立木本数の少ない順に ha 当り、267.6, 260.2, 250.8m³で、立木本数が少ないほど幹材積生長量が大きいことがわかった。このことから、主副林木合計の幹材積総収穫量の差は、将来一層縮小して

いくことが予想される。

以上の検討の結果をまとめると、次のようになる。

- i) 立木本数が多いほど、平均値は小さい
- ii) 立木本数が多いほど、林分内の現存量は大きい
- iii) 立木本数が異なっても、全生育期間を通算すると、総収穫量に差はない

これらは、林分密度管理図の性質と現象的に共通するものであり、扇田・中村ら⁽³⁰⁾のアカマツ疎密植栽実験の結果とも一致する。

したがって、この結果の妥当性より判断し、本システムを密度別収穫表の調製に応用することは充分可能であると評価された。ただしシステムには枯損が組み込まれていないため、密仕立ての収穫表を調製する場合、予測できる林分密度に限度があることを留意しなければならない。

おわりに

本論文は千葉演習林スギ、ヒノキ固定試験地の生長解析を行い、その結果に基づき生長モデルを構築し、具体的な林分生長予測を試みたものである。得られた収穫表は、従来の収穫表の基本的性質だけでなく、直径分布や変動係数、直径生長率等の変化において現実の林分をきわめて良く模していることが認められた。こうした収穫表が短時間で容易にできるようになったことは、応用上の意義も大きいと考えられる。

最後に、こうした収穫表調製法の研究の今後の展望について述べよう。

ひとつは利用材積収穫表、金員収穫表への発展性である。本論では単木材積を合計して林分幹材積を推定しているが、材積表に代わり、丸太木取り法、あるいは単木の価格表を組み合わせることにより上記のような収穫表を調製することが可能となる。

次に、地位の細分化、連続化に対する可能性がある。林地の生産力を表わす地位は、本来連続的な概念であり、これが細分されているほどきめ細かい予測が期待できる。本システムにおいて地位に依存するパラメータは、立木本数および平均直径の初期値と、平均樹高生長曲線のみであるから、地位の変化に対しこれらの値を連続的に対応させておけば、任意の地位に対する生長予測が可能となろう。

そして多変数収穫表の調製が考えられる。従来は、ある林分にどの収穫表を適用するかを選択基準は地位だけであった。しかし間伐は林分の地利や生産目標が異なるごとに最適な時期と回数が定められるべきであると考え。こうしたさまざまな要因の組み合わせごとに、それぞれ最適な収穫表を与えようとする場合、本調製法は対応できるひとつの方法であると考えられる。

要 旨

本論文は同齢単純林の林分生長解析をおこない、その結果に基づき生長モデルを構築し、コンピュータプログラムを作製して具体的な林分生長予測を試みたものである。

解析には、主として東京大学千葉演習林固定試験地の資料を用いた。樹高生長を近似した地位区分曲線には MITSCHERLICH 曲線が良く適合した。

立木本数の減少過程に関しては、ヒルミが自己間引き現象から導いた GOMPertz 関数を収穫表の主林木本数に適用し、本数減少がやはり GOMPertz 関数に従っていることを確認した。ここで注目される結果は、本数の減少速度に関する関数のパラメータが、同一地方では地位によらずほぼ一定となっていることである。

同齢単純林においては直径生長の良否は、林分の地位と林分密度に依存する。そこでまず、標準的な密度管理をうけてきた試験地の本数密度 ρ と平均直径 x の関係を両対数座標にプロットした結果、地位の異なる複数の林分の生長経過が、比較的せまい直線的な帯の間にはいることがわかった。その中心の曲線を $\log \rho + a \log x = K$ で表わし、林分密度を評価する基準線とした。

次に、平均直径の純生長に関し期間生長率を算出し、林分密度との関連において解析した。資料より観測された直径生長率 r_t は、林齢を独立変数とする片対数座標軸上で、直線的な減少傾向を示した。すなわち、 $r_t = m \exp(-kt)$ 。その際、全生育期間を通じてほぼ一定の密度が保持されていた林分と、生育期間の前半で相対的に密度が低く後半で高い林分では、パラメータの値が異なる傾向を示した。筆者はこうした結果を検討し、直径生長率を推定する次式のような生長モデルを提起した。

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = m \exp(-kt) + p(K - \ln \rho - a \ln x)$$

右辺は生長率が林齢とともに減少する項と、林分密度の増大により減少する項の和として表現されている。これを解くと GOMPertz 式の積で表わされる関数形が得られる。このモデルを適用した結果、さまざまな密度管理を経てきた林分の生長経過を統一的に記述することが可能となった。

平均直径の生長とならび、直径分布の形状は生長量の各林木への配分を推定するうえで重要な課題である。分布形は、林分密度がある水準を越えない限り生長を通じて変化しないと認められたため、ここでは 2 時点を結ぶ最も簡単な単木生長式として次式を仮定した。

$$x_{2i} = ax_{1i} + \beta + \varepsilon_i$$

また、間伐に伴う分布形の変化は、林分の生長段階により異なることがわかった。すなわち

若齢時の撫育的間伐は小径木を中心に伐るため歪度は増加し、壮齢時以降の利用的間伐では間伐木が上位の直径階にも及ぶため、歪度は減少した。こうした間伐の性質の違いは、直径階ごとの間伐率を比較することで定量的に把握することができた。

最後に、これまで説明してきた生長解析の結果に基づき、コンピュータプログラムを作成し、同齢単純林の生長予測を行った。

まず、スギ、ヒノキ人工林を対象とした基準収穫表を調製した。この基準収穫表は通常の施業のもとで達成できる収穫量の平均値が想定されている。つくられた収穫表は、一部の若齢時を除き、立木本数と平均直径のあいだにべき乗式が成立する。また幹材積の平均生長量が最大となる林齢は、地位が良好であるほど早くなっており、既存の収穫表の性質と一致した。

次に、同じプログラムを用い、それぞれ目的に応じた収穫表を調製した。ひとつは現実の施業に最も近い間伐を取り入れた収穫表の例を示した。ここでは直径分布の推移も同時に検討したが、矛盾のない結果であった。他のひとつは、スギの地位II等(中)を例とし、中庸仕立てほか疎仕立て、密仕立ての密度別収穫表を調製した。その結果によれば、立木本数が多いほど単木当り平均量は小さく、単位面積当り現存量は大であった。そして全生育期間についての総生長量は、立木本数の多少にほとんど依存していなかった。これは、密度の異なる林分の生長比較として妥当な結果であると考えられる。

以上、得られた収穫表は、従来の収穫表の基本的性質のみならず、任意の施業に対応でき、直径分布や変動係数、直径生長率等の変化において現実の林分をきわめて良く模していることが認められた。こうした収穫表が短時間で容易に作製が可能となったことは、応用上の意義も大きいと考えられる。

引用文献

- (1) 安藤 貴：同齢単純林の密度管理に関する生態学的研究，林試研報210：1—153，1968
- (2) 栗屋仁志・神戸喜久：収穫予想表の作製(9)林分材積表の作製，32回日林関東支論：79—80，1980
- (3) BAILEY, R.L.: Individual tree growth derived from diameter distribution models. For. Sci. 26: 626—632, 1980
- (4) DEMING, W.E.: Statistical adjustment of data. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1946. 森口繁一訳：推計学によるデータのまとめ方，198pp，岩波書店，東京，1950
- (5) GOULDING, C.J. & SHIRLEY, J.W.: A method to predict the yield of log assortments for long term planning. N. Z. For. Serv., For. Res. Inst., Mensuration for Management Planning of Exotic Forest Plantations, FRI Symposium 20, 301—315, 1979
- (6) 伊藤達夫・大隅真一：RICHARDS生長関数による同齢単純林の林分胸高断面積の解析，日林誌66：99—108，1984
- (7) 柿原道喜・木梨謙吉：人工林の直径分布について (VIII) 直径階別本数間伐率とワイブルのパラメータ c の関

- 係, 93回日林論: 121-122, 1982
- (8) KHILMI, H. F.: Foundation of the physics of the biosphere. 大田邦昌監訳: 物理生態学序説, 237pp, 築地書店, 東京, 1974
- (9) 木梨謙吉: 森林調査詳説, 659pp, 農林出版, 東京, 1978
- (10) 木梨謙吉・柿原道喜: 人工林の直径分布について (VI) 間伐直前直後および一定期間後の分布の傾向, 91回日林論: 103-105, 1980
- (11) 吉良竜夫編: 密度・競争・生産, みやま, 大阪営林局, 8, 9, 11-12, 13-24, 9-18, 34-45, 1957
- (12) 菰田 誠: 房総丘陵東部のスギ, ヒノキ人工林における下層植生の地位指標性に関する研究, 東大農学部学位論文, 1983
- (13) 真辺 昭: トドマツ人工林の収穫量と収益の予測システムに関する研究, 林試研報317: 1-65, 1982
- (14) 嶺 一三: 収穫表に関する基礎的研究と信州地方カラマツ林収穫表の調製, 収穫表調製業務研究資料12, 201pp, 林野庁, 1955
- (15) 箕輪光博: 生長モデルとしてのワイブル分布について, 林統研誌7: 44-53, 1982
- (16) 箕輪光博: 林木の生長に関する理論的考察 (I) log-MITSCHERLICH 式の理論, 日林誌64: 461-467, 1982
- (17) 箕輪光博: 林木の生長に関する理論的考察 (II) 自己間引きモデルの検討, 日林誌65: 135-142, 1983
- (18) 箕輪光博: 林木の生長に関する理論的考察 (III) 三次元 log-MITSCHERLICH 式系, 日林誌65: 417-426, 1983
- (19) 南雲秀次郎・佐藤 健: MITSCHERLICH 式による森林の生長予測, 東大演報61: 37-102, 1965
- (20) 南雲秀次郎・白石則彦・田中万里子: スギ林収穫表調製法のシステム化に関する研究——東京大学千葉演習林スギ林を対象として——, 東大演報71: 269-330, 1981
- (21) 内藤健司: RICHARDS function に基づいた林分生長解析 (I) w-n trajectory. 日林誌65: 399-407, 1983
- (22) 内藤健司: RICHARDS function に基づいた林分生長解析 (II) 最多密度曲線, 日林誌66: 10-16, 1984
- (23) 日本林業技術協会編: 林業百科辞典, 486-487, 丸善, 東京, 1971
- (24) 西沢正久: 林分シミュレーションに対する生長モデルの研究 (III) ワイブルのパラメータの推定による直径確率分布の予測, 87回日林論: 87-88, 1976
- (25) 西沢正久・真下育久: 地位指数による林地生産力の測り方, わかりやすい林業研究解説シリーズ15, 53pp, 林業技術振興所, 1966
- (26) PIENAAR, L.V. & TURNBULL, K.J.: The CHAPMAN-RICHARDS generalization of Von BERTALANFFY's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. For. Sci. 19: 2-22, 1973
- (27) REINEKE, L.H.: Perfecting a stand-density index for even-aged forest. Jour. Agr. Res. 46: 622-638, 1933
- (28) 林野庁林業試験場: 天城地方すぎ林林分収穫表調製説明書, 収穫表調製業務研究資料17, 154pp, 1956
- (29) 林野庁林業試験場: 関東地方ひのき林林分収穫表調製説明書, 収穫表調製に関する研究報告27, 252pp, 1961
- (30) 扇田正二・中村賢太郎・高原末基・佐藤大七郎: 林分の生産構造の研究 (予報) アカマツ植栽疎密試験地に於ける若干の解析, 東大演報43: 49-53, 1952
- (31) SHINOZAKI, K. & KIRA, T.: Intraspecific Competition among higher plants (VII) Logistic theory of the C-D effect. Jour. Inst. Polytech., Osaka City Univ. D7: 35-72, 1956
- (32) 白石則彦: 相対化した樹高曲線の形の比較, 92回日林論: 81-82, 1981
- (33) 白石則彦: 林分収穫表調製法に関する研究, 東大農学部修士論文, 162pp, 1982
- (34) 白石則彦: 収穫表調製法に関する研究 (IV) 密度の異なるヒノキ林分の生長経過, 95回日林論: 113-114, 1984
- (35) 白石則彦: 同齢単純林における直径分布の解析とその生長予測への応用 (I) 歪度変化の動向とそのメカニ

- ズム, 日林誌67:133-140, 1985
- 36 白石則彦:同齡単純林における直径分布の解析とその生長予測への応用(II)直径分散の変化について, 日林誌67:305-310, 1985
- 37 白石則彦:林分収穫表調製システム(II), J. Pc-For. 3:54-59, 1985
- 38 白石則彦:林分収穫表調製システム(III), J. Pc-For. 3:101-110, 1985
- 39 白石則彦・箕輪光博:収穫表調製法に関する研究(II)最小自乗法によるワイブルパラメータの推定, 93回日林論:129-130, 1982
- 40 鈴木太七:林地肥培効果の評価に関する報告書, 林野庁, 86-104, 1961
- 41 鈴木太七:確率過程としての林分の遷移(I), 日林誌48:436-439, 1966
- 42 SWEDA, T. & KOIDE, T.: Applicability of growth equations to the growth of trees in stem radius (I) Application to white spruce. J. Jap. For. Soc.63:113-124, 1981
- 43 只木良也:競争密度効果を基にした幹材積生長予測, 林試研報154:1-19, 1963
- 44 竹内公男:間伐された林分の蓄積生長式, 日林誌62:294-300, 1980
- 45 竹内公男:林分の生長に関する研究, 東大農学部学位論文, 1981
- 46 竹内公男・長谷川茂:千葉演習林における林分生長資料, 演習林(東大)19:69-175, 1975
- 47 田中和博他:スギ, ヒノキ人工林の長伐期施業に関する研究, 昭和58年度科学研究費補助金一般研究(C)研究成果報告書, 71pp, 1984
- 48 寺崎 渡:すぎ林ノ生長及収穫, 林試研報11:37-53, 1915
- 49 吉田正男:同齡単純林に於ける単木及林木の生長曲線に関する研究, 東大演報5:1-205, 1928
- 50 吉田成章:生長曲線の検討, 日林誌61:321-329, 1979

(1985年5月31日受理)

Summary

The purpose of this paper is the production of yield tables based on the results of growth analysis.

Stand growth data from 10 sugi (*Cryptomeria japonica* D. DON) plots and 8 hinoki (*Chamaecyparis obtusa* S. et Z.) plots were used in the analysis. MITSCHERLICH's equation was used for site classification and it showed a good level of fit when used to express the height growth curve.

Since yield tables usually satisfy the power relation $N = a x^b$ (N : number of trees, x : mean diameter), decreases in the number of trees are of importance. The values for N in many yield tables were shown to follow the GOMPertz function which KHILMI deduced from his self-thinning theory. The parameter k in the GOMPertz function was found to be stable among various sites in the same district. This fact suggested that the diameter mean growth also followed a GOMPertz function and that the value of k was the same whether the relationship was expressed in terms of N or x .

Because density and site should have the largest influence on the diameter growth, data concerning the latter were analyzed in relation to stand density. The trajectories shown by the data for stands on different sites were contained within a straight belt in the

$\log N - \log x$ plane. Its center line was expressed by $\log N + a \log x = K$ and this was defined as the standard of density.

Next, the increment percent of mean diameter was analyzed. The observed increment percent, r_i , decreased exponentially, the relationship being given by $r_i = m \exp(-kt)$. This means that x followed the GOMPERTZ function. But different values of k and m were obtained for stands in which density was more-or-less constant throughout the study period compared to those in which stand density had increased. Considering these results, a growth model which predicted the increment percent of diameter was presented.

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{dt} = m \exp(-kt) + p(K - \ln p - a \ln x)$$

The right-hand side is composed of two terms. The first decreases with age, and the second decreases with increases in stand density. Solving the equation led to a function which took the form of the product of GOMPERTZ functions. This model enabled the prediction of the growth of stands which had undergone any degree of density control.

The analysis of the diameter distribution was another important objective. Using skewness, changes in the shape of the diameter distribution caused by growth and thinnings were analyzed. It was found that the skewness of the distribution changed slightly if density was below a certain level. Therefore, the following equation was proposed to describe individual tree growth over an interval of time.

$$x_{2i} = \alpha x_{1i} + \beta + \epsilon_i$$

Here x_{1i} and x_{2i} are the diameter of tree i at time 1 and 2, and ϵ_i is the error term.

It also was found that the effects of thinning on skewness differed for different stages of stand development. Earlier thinnings increased skewness because they were designed mainly for silvicultural tending. Later thinnings, which were made after the trees had attained merchantable size, decreased skewness. Differences in these types of thinnings were quantified by comparing the thinning ratio of each diameter class.

Finally, a computer program was developed based on the results described above and three kinds of yield tables were constructed. The first is the standard yield table. This satisfies the common characteristics which can be seen in existing yield tables, for example the power relation between N and mean diameter. The second is a table which embodies a practical thinning schedule. The development of the diameter distribution in this table was examined and was consistent with the points made earlier. The third is the variable density yield table. This table shows that when density is higher, mean diameters are smaller and volume and basal area per hectare become larger. Total volume yield during the life of the stand is also almost independent of density. These results were considered to be a realistic description of stand growth for stands of various densities.

This paper has made some contributions which facilitate the rapid construction of useful yield tables.