

複数浮体の流体力学的相互干渉に関する研究

昭和61年11月

影本 浩

複数浮体の流体力学的相互干渉に関する研究

目次

第1章 緒言	1
第2章 浮体群に作用する流体力の相互干渉	3
2.1 Diffraction 問題	3
2.2 Radiation 問題	13
2.3 局部波 (local wave) の相互干渉に対する影響	17
2.4 数値計算結果及び考察	18
2.4.1 厳密解との比較	18
2.4.2 実験値との比較	20
第3章 浮体群の運動に対する相互干渉	95
3.1 自由浮体群の相互干渉	95
3.2 弾性部材で連結された浮体群の相互干渉	99
3.3 数値計算結果及び考察	100
第4章 多行多列に配置された浮体群の相互干渉	113
4.1 1行無限列の浮体群の相互干渉	113
4.2 1行有限列の浮体群の相互干渉	116
4.3 無限行無限列の浮体群の相互干渉	118
4.4 有限行有限列の浮体群の相互干渉	119
4.5 数値計算結果及び考察	121
第5章 相互干渉の近似簡易計算法	144
5.1 Diffraction 問題	144
5.2 Radiation 問題	156
5.3 数値計算結果及び考察	160
第6章 結言	163
謝辞	166
参考文献	167
Appendix-1 Bessel関数の和の公式を用いた速度ポテンシャルの表式の変換	170
-2 物体単独のdiffraction 特性を求める方法	171
-3 定常力、定常モーメントの表式	176
-4 波漂流力に対する相互干渉影響の近似解	180
-5 各種流体力 (付加質量、ダンピング) に対する相互干渉影響の近似解	184
-6 数値計算上の問題点とその対策	191
A.6.1 Normalization	191
A.6.2 無限和の打ち切り誤差	196
A.6.3 遠方の解を使って、漂流力を求める方法	197

記号表

- ζ_a : 入射波振幅
 ω : 入射波あるいは動揺の円周波数
 g : 重力加速度
 ρ : 流体密度
 h : 水深
 a : 浮体の半径
 D : 浮体の直径
 H : 浮体の喫水
 L : 浮体間の距離
 ∇ : 浮体の排水容積
 k_o : 進行波の波数 $k_o \tanh k_o h = \omega^2/g$
 k_m : 局部波の波数 $k_m \tan k_m h = -\omega^2/g$
 λ : 波長
 J_n : n 次第 1 種ベッセル関数
 H_n : n 次第 1 種ハンケル関数
 I_n : n 次第 1 種変形ベッセル関数
 K_n : n 次第 2 種変形ベッセル関数
 M : 浮体の数
 F_1 : x 方向の波強制力振幅 / $\rho g \pi a H \zeta_a M$
 F_2 : y 方向の波強制力振幅 / $\rho g \pi a H \zeta_a M$
 F_3 : z 方向の波強制力振幅 / $\rho g \pi a H \zeta_a M$
 F_4 : x 軸まわり波強制モーメント振幅 / $\rho g \pi a^2 H \zeta_a M$
 F_5 : y 軸まわり波強制モーメント振幅 / $\rho g \pi a^2 H \zeta_a M$
 F_6 : z 軸まわり波強制モーメント振幅 / $\rho g \pi a^2 H \zeta_a M$
 F_1 : x 方向波漂流力 / $\rho g \pi a \zeta_a^2 M$
 F_2 : y 方向波漂流力 / $\rho g \pi a \zeta_a^2 M$
 F_3 : z 方向波漂流力 / $\rho g \pi a \zeta_a^2 M$
 ${}^m_{ij}$: i 方向の動揺による j 方向の付加質量 / $\rho \nabla$
 ($i, j=1$:surge, 2 :sway, 3 :heave, 4 :roll, 5 :pitch, 6 :yaw)
 N_{ij} : i 方向の動揺による j 方向のダンピング / $\rho \nabla \omega$

第1章 緒言

大水深域における海底油田開発のための石油掘削リグの大型化、海洋の多目的利用のための海洋構造物の多様化、あるいは土地不足、環境問題などの解決のための海洋空間利用などに伴い、近年建造あるいは計画されている海洋構造物は規模、構造様式が従来型のものに比べて大型化、多様化する傾向が顕著である。

我が国において近年提案されている海上空港 [1]、沖合洋上中継基地 [2]、海上情報都市 [3]などは、その典型的な例である。

これらの構造物は、その計画によるとFig. 1.1 に示すようにいずれも広大な面積を有する上部構造物を多行多列に配置された数万本の要素浮体にて支持する様式である。また、海洋の多目的利用のために提案されている波浪発電装置や、消波堤なども多数の単純形状を有する要素浮体を組み合わせた形式のものが提案されている。

構造物の大型化に伴い、構造物に加わる環境外力、特に波浪外力の推定はますます重要になるが、多くの要素部材、要素浮体にて構成される海洋構造物に加わる波力には、各要素によって散乱 (diffraction)、放射 (radiation) された波に起因する流体力学的相互干渉効果が無視できない大きさになる場合の多いことが実験的、理論的に知られている。このような波の干渉効果は、古くは電磁気、光学の分野で研究され [4]、水の波の分野では、Lebreton, Cormault [5]、Wang [6] などにより実験的、理論的に最初に取り扱われた。

浮体群の流体力学的干渉は、近年発達してきた有限要素法、境界積分方程式法などの数値計算法により、すべての浮体あるいは流体領域を要素に分割することで原理的には解けるはずであるが、計算時間、計算機の記憶容量、精度などの面から実際に取り扱える浮体の数はたかだか10個程度である。これらの直接的な数値計算法に対して、浮体単独のdiffraction特性のみを用いて干渉問題を解く試みが音響学の分野でTwersky [7]により提案されている。即ち、各浮体による波の散乱、散乱波の他の浮体への入射の繰り返し過程 (multiple scattering) を逐一追跡し、各段階での散乱波をすべて加えあわせて最終的に定常な解を求めることができる。大楠 [8] [9] [10]はこの方法を水の波の干渉問題に適用し、進行波のみならず局部波の干渉効果までもも含めた定式化を行ない、3本までの浮体群に対する数値計算結果を示した。大楠法は、任意の数の浮体群に対して定式化できるが浮体の数の増加に伴い数え上げるべき波の数が飛躍的に増大し、実際に計算可能な浮体の数は数個までである。

これに対して、定常過程を最初から仮定し、各浮体まわりの波 (素成波) を振幅を未知数とした形で表わし、それらの未知数の間に成り立つべき関係から各浮体まわりの流場を一度に定める方法 (マトリックス法、Matrix Method) がSpring, Monkmeyer [11]によって2本の水底まで達する鉛直円柱の相互干渉問題に対して適用された。木下 [12]は複数の2次元浮体間の相互干渉問題にマトリックス法を適用し、Simon [13]は各浮体による散乱波は他の浮体近傍では平面波で近似できるという仮定 (plane wave approximation) のもとに、マトリックス法を多数の等間隔に配置された軸対称浮体群の干渉問題にまで適用した。更に、McIver, Evans [14]は、Simonの近似 (plane wave approximation) に修正項をつけ加えることで、精度を大きく改善することの示した。Kyllingstad [15]は浮体寸法に比して

波長が大きいという仮定 (low scattering approximation) のもとに、単独の浮体の diffraction 特性を用いて数本の軸対称体の干渉問題の陽な解を示している。

このように、現在までに複数浮体の流体力学的干渉問題に対して、多くの解法が提案されているが、直接的な数値計算法 (有限要素法、境界積分方程式法など)、大楠法を除いていずれも近似解法である。一方、直接的数値計算法、大楠法は局部波による相互干渉効果をも考慮した厳密な解を与えるが、実際に扱える浮体の数は計算量、精度の面から著しく制限される。

これらの既存の方法に対して、本論文では、Twersky, 大楠の multiple scattering の考え方と、Spring & Monkmeyer, Simon のマトリックス法とを組み合わせた新しい方法を示す。本論文にて示す方法は、線型ポテンシャル理論の範囲内でいかなる近似も行わず、任意形状の3次元物体の相互干渉問題を、局部波の影響をも含んだ形で厳密に取り扱える。また、大楠法に比してはるかに多くの浮体の相互干渉問題を取り扱うことが可能であり、Simon の方法に比して精度のよい解を与える。

本論文の構成は、第2章において複数浮体の流体力学的相互干渉問題の新しい厳密な解法につき詳述する。第3章では、浮体群に含まれる各浮体の運動をも考慮する方法を示す。さらに、第4章では、前述の海上空港等の支持浮体群のように数万本もの支持脚群の流体力学的相互干渉を扱うために、浮体群を内部浮体群と、浮体群の端部付近に位置する外部浮体群にわけて解析する新しい方法を示す。第5章では、単独浮体の diffraction 特性を用いて、波強制力、付加質量、ダンピングなどの流体力、波漂流力に対する流体力学的干渉効果の陽な近似式を導き、流体力学的干渉の物理的な性質について考察する。

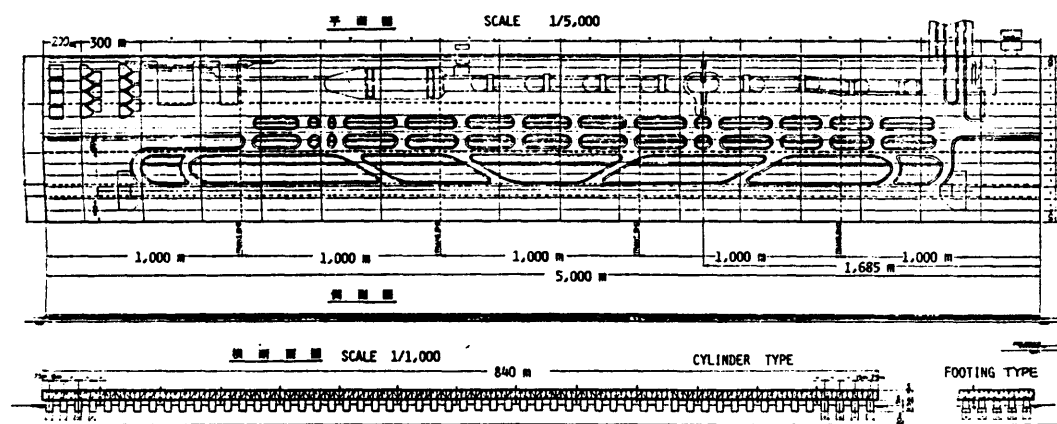


Fig.1.1 General view of a floating airport¹⁾

第2章 浮体群に作用する流体力の相互干渉

2.1 Diffraction 問題

簡単のためFig. 2.1 に示すように2個の3次元物体による平面入射波の散乱問題を考える。

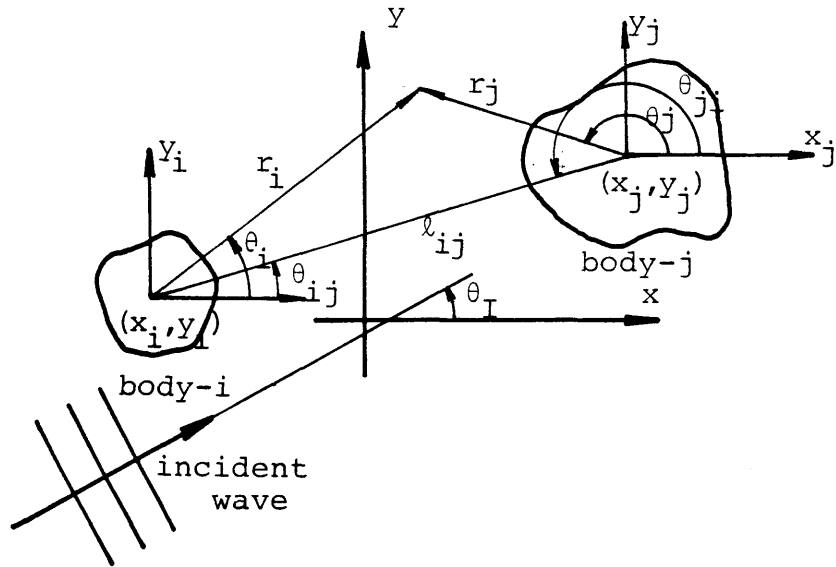


Fig.2.1 Definition sketch of multiple bodies.

ただし、各浮体は波の中に固定されているものとし、運動は考えない。

図に示すように空間固定の座標系 (x, y, z) を考えると、平面入射波の入射角を θ_I として、入射波を表わす速度ポテンシャル ϕ_I は次のように書ける。

$$\phi_I = -\frac{ig\zeta a}{\omega} \frac{\cosh ko(z+h)}{\cosh koh} e^{i(k_0 x \cos \theta_I + k_0 y \sin \theta_I - \omega t)} \quad (2.1)$$

物体 i 、 j の中心位置の座標を $(X_i, Y_i, 0)$ 、 $(X_j, Y_j, 0)$ とし、各中心位置に座標原点をおく局所座標系 (x_i, y_i, z_i) 、 (x_j, y_j, z_j) を考えると

$$X_i + x_i = x \quad (2.2)$$

$$Y_i + y_i = y \quad (2.3)$$

$$X_j + x_j = x \quad (2.4)$$

$$Y_j + y_j = y \quad (2.5)$$

なる関係があるから、 (x_i, y_i, z_i) 、 (x_j, y_j, z_j) 座標系で表わした入射波ポテンシャルを各々 ϕ_I^i 、 ϕ_I^j とかくと

$$\phi_I^i = -\frac{ig\zeta a}{\omega} \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} e^{i(k_o x_i \cos\theta_I + k_o y_i \sin\theta_I + \varepsilon_i - \omega t)} \quad (2.6)$$

$$\phi_I^j = -\frac{ig\zeta a}{\omega} \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} e^{i(k_o x_j \cos\theta_I + k_o y_j \sin\theta_I + \varepsilon_j - \omega t)} \quad (2.7)$$

ここで

$$\varepsilon_i = k_o X_i \cos\theta_I + k_o Y_i \sin\theta_I \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_j = k_o X_j \cos\theta_I + k_o Y_j \sin\theta_I \quad (2.9)$$

(2.6), (2.7) 式を局所円柱座標系 (r_i, θ_i, z_i) , (r_j, θ_j, z_j) で表わすと

$$\phi_I^i = \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n J_n(k_o r_i) e^{in(\theta_i - \theta_I)} e^{i\varepsilon_i} \quad (2.10)$$

$$\phi_I^j = \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n J_n(k_o r_j) e^{in(\theta_j - \theta_I)} e^{i\varepsilon_j} \quad (2.11)$$

$$(b_n = -\frac{ig\zeta a}{\omega} i^n)$$

ただし、時間項 $e^{-i\omega t}$ は省略した。

ϕ_I^i にて表わされる入射波の物体 i による散乱波を表わす速度ポテンシャル ϕ_s^i は一般的に次式にて表わされる。

$$\begin{aligned} \phi_s^i &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{on}^i H_n(k_o r_i) e^{i(n\theta_i + \varepsilon_i)} \\ &+ \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_i+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{\ell n}^i K_n(k_{\ell} r_i) e^{i(n\theta_i + \varepsilon_i)} \quad (2.12) \end{aligned}$$

(2.12) 式の第一項は進行波 (progressing wave) を表わし、第2項は局部波 (local wave) を表わす。

ϕ_s^i の物体 j に対する影響を調べるために ϕ_s^i の物体 j 近傍 $r_j \leq \ell_{ij}$ での挙動を調べる。

Bessel関数の和の公式 (16) を用いると、Appendix-1に示すように ϕ_s^i は物体 $-j$ の近傍 $r_j \leq \ell_{ij}$ で

$$\begin{aligned} \phi_s^i &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_{on} J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\ &+ \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_i+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_{\ell n} I_n(k_{\ell} r_j) e^{in\theta_j} \quad (2.13) \end{aligned}$$

と表わされる。

ここで

$$w_{on} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{om}^i e^{i\theta_{ij}^{(m-n)}} H_{m-n}(k_o \ell_{ij}) e^{i\epsilon_i}$$

$$w_{ln} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{lm}^i e^{i\theta_{ij}^{(m-n)}} K_{m-n}(k_l \ell_{ij}) (-1)^n e^{i\epsilon_i} \quad (2.14)$$

とおいた。

(2.13)によって表わされるポテンシャル ϕ_s^i は、物体jに対する付加的な入射波として作用する。この付加的な入射波は物体jによって散乱され、その一部は物体iに対する付加的な入射波となる。このように、各物体による波の反射 → 他の物体への入射 → 反射 → 入射 → ……の過程を追跡し、各散乱過程で新たに生じる波を加えあわせて最終的な定常解を求めるのが、Multiple Scattering Technique とよばれる方法であり、水の波の問題に対しては、大楠により最初に適用された。この方法は、物体形状が単純で、物体の数が少ない場合（数個程度）には有効であるが、物体の数の増加に伴い考慮すべき波の数が飛躍的に増大し、計算容量、精度の面から実際問題として適用不可能となる。

例として、3個の浮体群による平面入射波のdiffraction 問題を考えると

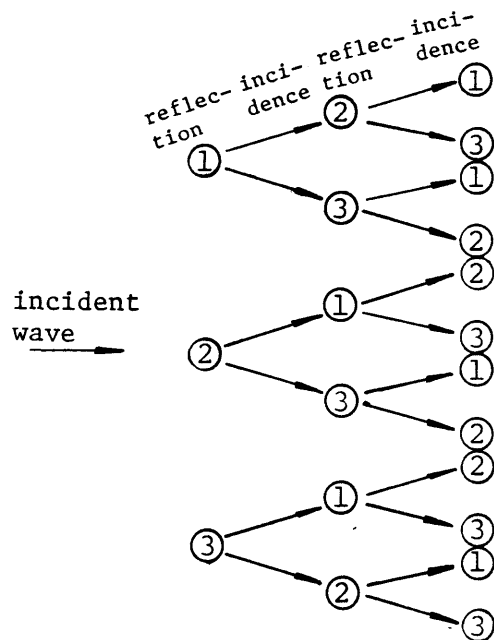


Fig.2.2 Reflection-incidence procedures of waves

Fig. 2.2 により模式的に示されているように、n 回目の反射過程まで考慮することになると、数えあげるべき波の数 N_w は

$$N_w = M \times \{ (M-1) + (M-1)^2 + \dots + (M-1)^n \} \quad (2.15)$$

となるから (M: 物体の数)

$$M=3, n=5 \text{ で } N_w=186$$

$$M=10, n=5 \text{ で } N_w=664, 290$$

などとなる。経験によれば、 $n=5$ 程度で定常解(収束解)が得られるが、それでもなお10個以上の浮体の相互干渉問題を解くことは、実際上不可能である。

これに対し、本論ではSpring & Monkmeyer, Simon などにより取り扱われたマトリックス法(Matrix Method)の考え方を応用し、多数の浮体間の相互干渉問題を比較的少ない計算量で、しかも線型理論の範囲内で厳密に解く方法を示す。

即ち、流場がある物体*i*により周期 $2\pi/\omega$ の擾乱をうけたとき、物体*i*まわりの流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_s^i は一般に次のような進行波(progressing wave)と局部波(local wave)の組み合わせで厳密に表わされる。

$$\begin{aligned} \phi_s^i = & \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_{on}^i H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \\ & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_i+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_{\ell n}^i K_n(k_{\ell} r_i) e^{in\theta_i} \quad (2.16) \end{aligned}$$

第1種ハンケル関数 H_n が表われるのは、擾乱源から遠方に向かってエネルギーが伝播することを表現するためであり、また第2種変形ベッセル関数 K_n は遠方に行くにしたがって局部波が指数関数的に減衰することを表わす。

物体*i*による擾乱によって、そのまわりの流場は(2.16)式にて示される ϕ_s^i によって表わされるが、前述したように ϕ_s^i の一部は他の物体に対する付加的な入射波として作用する。 ϕ_s^i の他の物体(たとえば物体*j*)近傍での挙動は(2.13)式で示したように物体*j*に固定された局所円柱座標系(Fig. 2.1 参照)を用いて

$$\begin{aligned} \phi_s^i = & \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n^j J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\ & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_j+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{\ell n}^j I_n(k_{\ell} r_j) e^{in\theta_j} \quad (2.17) \end{aligned}$$

と表わされる。

ここで、 $\beta_{on}^i, \beta_{\ell n}^i$ と $d_n^j, a_{\ell n}^j$ の間には(2.14)より

$$\begin{aligned} d_n^j = & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \beta_{om}^i e^{i\theta_{ij}(m-n)} H_{m-n}(k_o \ell_{ij}) e^{i\epsilon_i} \\ a_{\ell n}^j = & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \beta_{\ell m}^i e^{i\theta_{ij}(m-n)} K_{m-n}(k_{\ell} \ell_{ij}) (-1)^n e^{i\epsilon_i} \quad (2.18) \end{aligned}$$

なる関係がある。

あるいは、(2.17), (2.18) 式における n, m に関する無限和を $-N \sim N$ で打ち切ることとして (2.18) 式をマトリックス形式で表わすと次のようになる。

$$\begin{cases} d_n^j = T_{ij} \beta_{on}^i \\ a_{ln}^j = T'_{ij} \beta_{ln}^i \end{cases} \quad (2.19)$$

ここで、

$$d_{ln}^j = \begin{pmatrix} d_{-N}^j \\ d_{-N+1}^j \\ \vdots \\ d_N^j \end{pmatrix} \quad a_{ln}^j = \begin{pmatrix} a_{l,-N}^j \\ a_{l,-N+1}^j \\ \vdots \\ a_{l,N}^j \end{pmatrix} \quad \beta_{on}^i = \begin{pmatrix} \beta_{o,-N}^i \\ \beta_{o,-N+1}^i \\ \vdots \\ \beta_{o,N}^i \end{pmatrix} \quad \beta_{ln}^i = \begin{pmatrix} \beta_{l,-N}^i \\ \beta_{l,-N+1}^i \\ \vdots \\ \beta_{l,N}^i \end{pmatrix}$$

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} H_0 & e^{i\theta_{ij}} H_1 & e^{2i\theta_{ij}} H_2 & \dots & e^{2Ni\theta_{ij}} H_{2N} \\ e^{-i\theta_{ij}} H_{-1} & H_0 & e^{i\theta_{ij}} H_1 & \dots & e^{(2N-1)i\theta_{ij}} H_{2N} \\ \vdots & & e^{-i\theta_{ij}} H_{-1} & & H_0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ e^{-2Ni\theta_{ij}} H_{-2N} & \dots & \dots & \dots & H_0 \end{pmatrix}$$

$$T'_{ij} = \begin{pmatrix} K_0(-1)^{-N} & e^{i\theta_{ij}} K_1(-1)^{-N} & \dots & e^{2Ni\theta_{ij}} K_{2N}(-1)^{-N} \\ e^{-i\theta_{ij}} K_{-1}(-1)^{-(N-1)} & K_0(-1)^{-(N-1)} & \dots & e^{(2N-1)i\theta_{ij}} K_{2N-1}(-1)^{-(N-1)} \\ \vdots & & & \vdots \\ e^{-2Ni\theta_{ij}} K_{-2N}(-1)^N & \dots & \dots & K_0(-1)^N \end{pmatrix}$$

(2.20)

結局、 M 個の物体による平面入射波の散乱問題を考えると

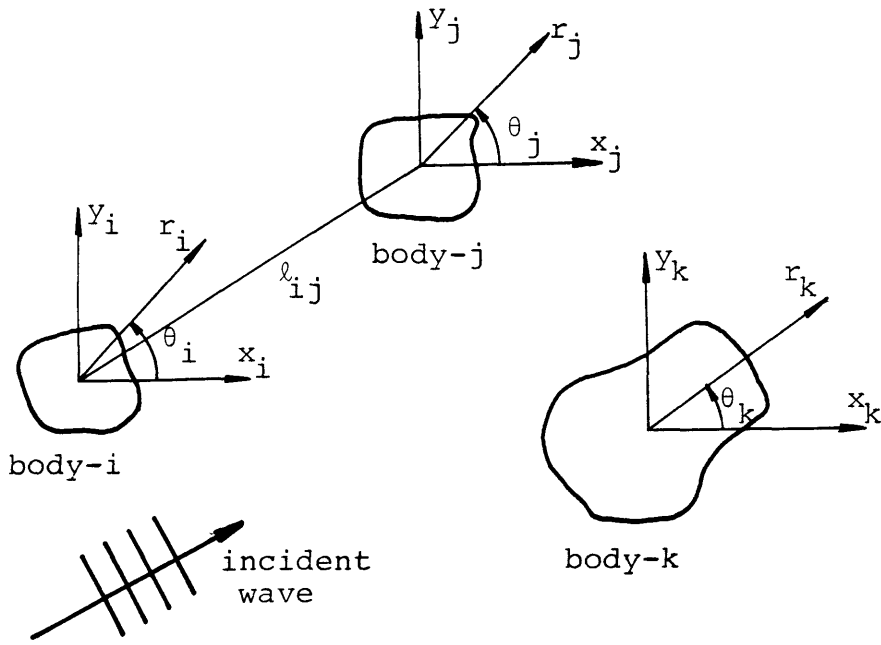


Fig.2.3 Plan view of an array of M bodies.

各物体への入射波を表わす速度ポテンシャルは
たとえば物体 j に対し

$$\begin{aligned}
 \phi_I^j + \Delta\phi_I^j = & \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n^j J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} e^{i\epsilon_j} \\
 & + \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n^j J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\
 & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_j+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{\ell n}^j I_n(k_{\ell} r_j) e^{in\theta_j} \quad (2.21) \\
 & (j=1,2,\dots,M)
 \end{aligned}$$

と仮定できる。ここで、右辺第1項はももとの平面入射波 (ϕ_I^j) を表わし、第2, 3項が相互干渉効果による付加的な入射波 ($\Delta\phi_I^j$) を表わす。

$d_n^j, a_{\ell n}^j$ ($j=1,2,\dots,M$) は未知の定数であるが、それらは次の関係から決められる。即ち、定常状態を仮定すると

$\Delta\phi_I^i$ は $\phi_I^j + \Delta\phi_I^j$ の物体 j による散乱波である ($j=1,2,\dots,M ; j \neq i$)

(2.22)

物体 j が単独で(2.21)式で表わされる入射波中に固定されているとき、物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_s^j は(2.16)式で示したように

$$\begin{aligned}
 \phi_s^j = & \phi_I^j + \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_{on}^j H_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\
 & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_j+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_{\ell n}^j K_n(k_{\ell} r_j) e^{in\theta_j} \quad (2.23)
 \end{aligned}$$

と表わされる。従って、(2.22)の関係は式で表わすと

$$\begin{aligned} d_n^i &= \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^M T_{ji} \beta_{\ell n}^j \\ \beta_{\ell n}^i &= \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^M T'_{ji} \beta_{\ell n}^j \end{aligned} \quad (2.24)$$

(i=1,2,...,M), (\ell=1,2,...,\infty)

となる。ここで T_{ji}, T'_{ji} は(2.20)にて定義される。

次に、物体 j への入射波(2.21)と物体 j からの散乱波(2.23)の関係 (物体 j の diffraction 特性) が

$$\begin{aligned} \beta_{\ell n}^j &= B_0^j (\beta_n e^{i\epsilon_j} + d_n^j) + \sum_{q=1}^L E_q^j \beta_{qn}^j \\ \beta_{\ell n}^j &= B_\ell^j (\beta_n e^{i\epsilon_j} + d_n^j) + \sum_{q=1}^L F_{q\ell}^j \beta_{qn}^j \end{aligned} \quad (2.25)$$

と求まっているとする。ここで、(2.21), (2.23) の n に関する総和は、 $n = \pm N$ で打ち切ることとし、 ℓ に関する総和は $\ell=L$ で打ち切ることとした。(打ち切り誤差については Appendix -6.2 を参照されたい。)

$B_0^j, B_\ell^j, E_q^j, F_{q\ell}^j$ が物体 j の diffraction 特性を表わす $(2N+1) \times (2N+1)$ のマトリックスであり、各々次のような物理的意味をもつ。

B_0^j : B_0^j の (m, k) 成分は $e^{ik\theta}$ モードの単位振幅の進行波に対する物体 j による散乱波の $e^{im\theta}$ モードの進行波の振幅を表わす。

B_ℓ^j : B_ℓ^j の (m, k) 成分は $e^{ik\theta}$ モードの単位振幅の進行波に対する物体 j による散乱波の $K_m(k_\ell r) e^{im\theta}$ モードの局部波の振幅を表わす。

E_q^j : E_q^j の (m, k) 成分は $K_k(k_q r) e^{ik\theta}$ モードの単位振幅の局部波に対する物体 j による $e^{im\theta}$ モードの進行波の振幅を表わす。

$F_{q\ell}^j$: $F_{q\ell}^j$ の (m, k) 成分は $K_k(k_q r) e^{ik\theta}$ モードの単位振幅の局部波に対する物体 j による散乱波の $K_\ell(k_\ell r) e^{im\theta}$ モードの局部波の振幅を表わす。

(2.25) 式を (2.24) 式に代入すると

$$\begin{aligned} d_n^i &= \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^M T_{ji} \left\{ B_0^j (\beta_n e^{i\epsilon_j} + d_n^j) + \sum_{q=1}^L E_q^j \beta_{qn}^j \right\} \\ \beta_{\ell n}^i &= \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^M T'_{ji} \left\{ B_\ell^j (\beta_n e^{i\epsilon_j} + d_n^j) + \sum_{q=1}^L F_{q\ell}^j \beta_{qn}^j \right\} \end{aligned} \quad (2.26)$$

(i=1,2,...,M), (\ell=1,2,...,L)

となり、 $d_n^i, a_{\ell n}^i (i=1,2,\dots,M)$ に対する線型連立方程式が得られる。(これまでの議論には、ハンケル関数 $H_n(k_{\ell ij})$ 、変形ベッセル関数 $K_n(k_{\ell ij})$ 、 $I_n(k_{\ell ij})$ が使われているが、実際の数値計算にあたってはこれらの関数の特異性により n の大きいところでオーバーフローを生じる可能性がある。従って、適当な normalization を行なう必要があるが、その具体的な方法については Appendix-6.1 を参照されたい。)

(2.26) 式を解いて $d_n^i, a_{\ell n}^i (i=1,2,\dots,M ; \ell=1,2,\dots,L)$ が求められ、その結果を (2.25) 式に代入することにより $\beta_{\ell n}^i, \alpha_{\ell n}^i (i=1,2,\dots,M ; \ell=1,2,\dots,L)$ が求められる。従って、各物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_S^j が (2.23) 式より計算される。

(2.26) 式よりわかるように、求めるべき未知数の数 M_S は

$$M_S = (2N+1) \times (1+L) \times M \quad (2.27)$$

(N : n に関する総和の打ち切り点、 M : 物体の数、 L : 考慮する局部波のモード数) となる。

通常の場合、 $N \sim 3$, $L \sim 1$ 程度で満足すべき解が得られるから (Appendix-6.2 参照)

$$M=2 \quad \text{のとき} \quad M_S = 28$$

$$M=4 \quad \text{のとき} \quad M_S = 56$$

$$M=50 \quad \text{のとき} \quad M_S = 700$$

となる。

局部波 (local wave) の相互干渉への影響を無視すると、(2.26) 式は

$$d_n^i = \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^M T_{ji} \{ B_o^j (b_n e^{i\epsilon_j} + d_n^j) \} \quad (2.28)$$

と著しく簡単になる。

結局、浮体単独の場合の diffraction 特性 ((2.25) 式) $B_o^j, B_{\ell}^j, E_q^j, F_{q\ell}^j (j=1,2,\dots,M ; \ell=1,2,\dots,L)$ があらかじめ知れていれば、以上の手続きにより問題は解けることとなる。同一形状の物体間の相互干渉問題の場合には $B_o^j, B_{\ell}^j, E_q^j, F_{q\ell}^j$ は各物体について共通となる。

ここで示した方法は、総和の打ち切り誤差 (truncation error) を除いていかなる近似も導入しておらず、あとで実際の計算例で示すように線型理論の範囲内で厳密解を与える。また、浮体単独の diffraction 特性が求められていれば、任意の形状の物体間の相互干渉問題を扱うことができ、さらに各物体の位置も (A-1-2) (Appendix-1) の成立する範囲で任意に設定することができる。

浮体単独の場合の diffraction 特性 $B_o^j, B_{\ell}^j, E_q^j, F_{q\ell}^j$ は各々 Appendix-2 に示す diffraction 問題を解くことにより求められる。

以上まとめて、(2.26)式を解いて $d_{\ell n}^i, a_{\ell n}^i$ ($i=1,2,\dots,M$; $\ell=1,2,\dots,L$) が求められると

各物体への入射波を表わす速度ポテンシャルは (物体 i を例として)

$$\begin{aligned} \phi_I^i + \Delta\phi_I^i = \phi_I^i + \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N d_{n n}^i (k_o r_i) e^{in\theta_i} \\ + \sum_{\ell=1}^L \cos k_{\ell}(z_i+h) \sum_{n=-N}^N a_{\ell n}^i I_n(k_{\ell} r_i) e^{in\theta_i} \quad (2.29) \end{aligned}$$

各物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルは (物体 i を例として)

$$\begin{aligned} \phi_s^i = \sum_{p=-N}^N \sum_{n=-N}^N (b_p e^{i\epsilon_i} + d_p^i) \phi_{\text{opn}}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \\ + \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N \sum_{n=-N}^N a_{qp}^i \phi_{\text{qpn}}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (2.30) \end{aligned}$$

(物体 i 近傍)

$$\begin{aligned} = \phi_I^i + \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \beta_{on}^i H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \\ + \sum_{\ell=1}^L \cos k_{\ell}(z_i+h) \sum_{n=-N}^N \beta_{\ell n}^i K_n(k_{\ell} r_i) e^{in\theta_i} \quad (2.31) \end{aligned}$$

(物体 i より遠方)

ϕ_I^i は平面入射波を表わす速度ポテンシャルであり (2.1) 式あるいは (2.10) 式で表わされる。
 $\beta_{on}^i, \beta_{\ell n}^i$ は $d_n^i, a_{\ell n}^i$ より (2.25) 式にて求められる。

$\phi_{\text{opn}}, \phi_{\text{qpn}}$ は、各々 (A.2.2), (A.2.14) 式にて定義される。物体形状が z_i 軸に関して軸対称ならば (A.2.9), (A.2.17) の ϕ_{on}, ϕ_{qn} を用いて

$$\begin{aligned} \phi_s^i = \sum_{n=-N}^N (b_n e^{i\epsilon_i} + d_n^i) \phi_{on}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \\ + \sum_{q=1}^L \sum_{n=-N}^N a_{qn}^i \phi_{qn}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (2.32) \end{aligned}$$

と簡単化される。

各物体に働く圧力、力は (2.30) 式あるいは (2.32) 式を用いて

$$\text{圧力} \quad p = i\omega\rho\phi_s^i \quad (2.33)$$

$$\text{力} \quad F_k = \int_{S_b^i} p n_k dS \quad (2.34)$$

にて計算される。

ここで F_k ($k=1, 2, \dots, 6$) は、各方向 ($k=1$:surge, 2 :sway, 3 :heave, 4 :roll, 5 :pitch, 6 :yaw) に働く力、モーメントを表わすものとし、 n_k は

$$\begin{aligned} n_k &= n_1 \quad (k=1) & (y_i - y_o)n_3 - (z_i - z_o)n_2 \quad (k=4) \\ & n_2 \quad (k=2) & (z_i - z_o)n_1 - (x_i - x_o)n_3 \quad (k=5) \\ & n_3 \quad (k=3) & (x_i - x_o)n_2 - (y_i - y_o)n_1 \quad (k=6) \end{aligned} \quad (2.35)$$

ただし、 n_k ($k=1, 2, 3$) は各々物体表面における単位法線ベクトル (流体領域より物体内部へむかうものを正とする) の x, y, z 方向の方向余弦である。また、モーメントを考える点を (x_o, y_o, z_o) とした

時間によって変動しない定常力は

$$F_k = \int_{S_b^i} -\frac{\rho}{4} \nabla \phi_s^{i*} \cdot (\nabla \phi_s^i)^* n_k dS + \int_{C^i} \frac{\rho \omega^2}{4g} \phi_s^i \cdot \phi_s^{i*} n_k dC \quad (2.36)$$

にて計算できる (Appendix-3)。 ϕ_s^{i*} は ϕ_s^i の複素共役値を示し、 C^i は Fig. 2.4 に示すように物体表面と静止水面との交線を示す。また、物体形状は C^i 付近では wall sided であるとした。

物体形状が z_i 軸に関して軸対称ならば (2.32) 式にて表わされる ϕ_s^i を

$$\phi_s^i = \sum_{n=-N}^N \varphi_n(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (2.37)$$

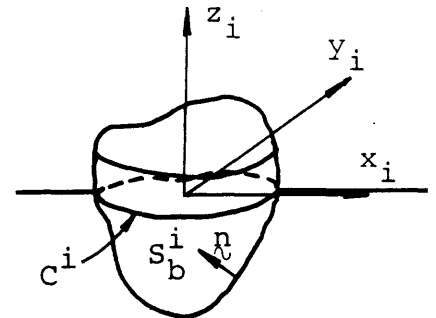


Fig.2.4

と書くと、物体に働く力、モーメントは次に示すように陽に表わされる。

$$\begin{aligned} F_1 &= \int_{S_b^i} i\omega\rho\phi_s^i n_1 dS = \int_s \int_0^{2\pi} i\omega\rho\phi_s^i n_{2r} \cos\theta \cdot r d\theta ds = \int_s i\omega\rho\pi(\varphi_1 + \varphi_{-1}) n_{2r} r ds \\ F_2 &= \int_{S_b^i} i\omega\rho\phi_s^i n_2 dS = \int_s \int_0^{2\pi} i\omega\rho\phi_s^i n_{2r} \sin\theta \cdot r d\theta ds = \int_s -\omega\rho\pi(\varphi_1 - \varphi_{-1}) n_{2r} r ds \\ F_3 &= \int_{S_b^i} i\omega\rho\phi_s^i n_3 dS = \int_s \int_0^{2\pi} i\omega\rho\phi_s^i n_{2z} r d\theta ds = \int_s 2i\omega\rho\pi\varphi_0 n_{2z} r ds \\ F_4 &= \int_{S_b^i} i\omega\rho\phi_s^i n_4 dS = \int_s \int_0^{2\pi} i\omega\rho\phi_s^i (y n_{2z} - (z - z_o) n_{2r}) \sin\theta r d\theta ds \\ &= \int_s \{-\omega\rho\pi(\varphi_1 - \varphi_{-1})(r n_{2z} - z n_{2r}) r - \omega\rho\pi(\varphi_1 - \varphi_{-1}) z_o n_{2r} r\} ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_5 &= \int_{S_b^i} i\omega\rho\phi_s^i n_5^i dS = \int_S \int_0^{2\pi} i\omega\rho\phi_s^i ((z-z_0)n_{2r} - xn_{2z}) \cos\theta r d\theta ds \\
&= \int_S \{i\omega\rho\pi(\varphi_1 + \varphi_{-1})(zn_{2r} - rn_{2z})r - i\omega\rho\pi(\varphi_1 + \varphi_{-1})z_0 n_{2r} r\} ds \\
F_6 &= \int_{S_b^i} i\omega\rho\phi_s^i n_6^i dS = \int_S \int_0^{2\pi} i\omega\rho\phi_s^i (x-y)n_{2r} \cos\theta \sin\theta r d\theta ds \\
&= 0
\end{aligned} \tag{2.38}$$

ただし、モーメントを考える点は $(0,0,z_0)$ とし、
 s は物体の z_i 軸を含む断面の輪郭部であり、
 n_{2z} はその断面における 2次元単位法線ベクトル n_{2r}
の r, z 方向への方向余弦である。(Fig. 2.5 参照)
(2.36) 式の導出、及び軸対称物体に対する定常力、
定常モーメントの (2.38) 式と同様な陽な表式は、
Appendix-3 を参照されたい。

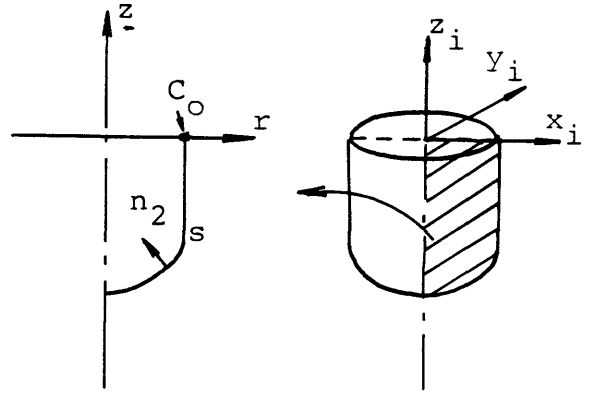


Fig.2.5

2.2 Radiation 問題

M個の物体が各々

$$\begin{aligned}
\dot{X}_k^i &= A_k^i e^{-i\omega t} \tag{2.39} \\
&(k=1,2,\dots,6), (i=1,2,\dots,M)
\end{aligned}$$

にて表わされる速度で 6 自由度の運動をしている場合を考える。

各物体 (たとえば物体 i) が単独で (2.39) 式にて表わされる速度の運動を行なうとき
の速度ポテンシャル ϕ_R^i が

$$\begin{aligned}
\phi_R^i &= \sum_{k=1}^6 A_k^i \sum_{n=-N}^N \psi_{kn}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \\
&= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{k=1}^6 A_k^i \sum_{n=-N}^N \gamma_{okn}^i H_n(k_0 r_i) e^{in\theta_i} \\
&\quad + \sum_{k=1}^6 A_k^i \sum_{\ell=1}^L \cosh k_\ell(z_i+h) \sum_{n=-N}^N \gamma_{\ell kn}^i K_n(k_\ell r_i) e^{in\theta_i} \tag{2.40}
\end{aligned}$$

と求められているとする。

M個の物体が近接して配置されている場合には、 ϕ_R^i で表わされる物体 i からの発散波は他の物

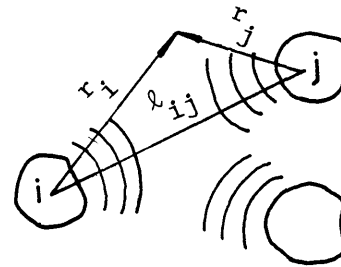


Fig.2.6 Radiation problem of an array of M bodies

体に対する付加的な入射波として作用する。

即ち、 ϕ_R^i は他の物体（たとえば物体 j ）近傍（ $r_j \leq \rho_{ij}$ 、Fig. 2.6 参照）で

$$\begin{aligned} \phi_R^i &= \frac{\cosh k_0(z_i+h)}{\cosh k_0 h} \sum_{n=-N}^N c_{on}^{ij} \cdot J_n(k_0 r_j) e^{in\theta_j} \\ &+ \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_j+h) \sum_{n=-N}^N c_{\ell n}^{ij} \cdot I_n(k_\ell r_j) e^{in\theta_j} \quad (2.41) \end{aligned}$$

で表わされる。

ここで

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{on}^{ij} &= \begin{bmatrix} c_{o,-N}^{ij} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{o,N}^{ij} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^6 A_k^{iT} T_{ij} \gamma_{okn}^i & \mathcal{C}_{\ell n}^{ij} &= \begin{bmatrix} c_{\ell,-N}^{ij} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{\ell,N}^{ij} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^6 A_k^{iT'} T_{ij} \gamma_{\ell kn}^i \\ \gamma_{okn}^i &= \begin{bmatrix} \gamma_{ok,-N}^i \\ \gamma_{ok,-N+1}^i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma_{okN}^i \end{bmatrix} & \gamma_{\ell kn}^i &= \begin{bmatrix} \gamma_{\ell k,-N}^i \\ \gamma_{\ell k,-N+1}^i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma_{\ell k,N}^i \end{bmatrix} \quad (2.42) \end{aligned}$$

であり、 T_{ij} 、 T_{ij}' は(2.20)式で表わされるマトリックスである。

結局、 M 個の物体が(2.39)式にて表わされる速度で運動している場合には、各物体への入射波を表わす速度ポテンシャル ϕ_{RI}^j ($i=1, 2, \dots, M$) は diffraction 問題の場合の(2.21)式に対応して（たとえば物体 j に対して）

$$\begin{aligned} \phi_{RI}^j &= \frac{\cosh k_0(z_i+h)}{\cosh k_0 h} \sum_{m=1}^M \sum_{n=-N}^N c_{on}^{mj} \cdot J_n(k_0 r_j) e^{in\theta_j} \\ &+ \sum_{m=1}^M \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_j+h) \sum_{n=-N}^N c_{\ell n}^{mj} \cdot I_n(k_\ell r_j) e^{in\theta_j} \\ &+ \frac{\cosh k_0(z_i+h)}{\cosh k_0 h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n^j \cdot J_n(k_0 r_j) e^{in\theta_j} \\ &+ \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_j+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{\ell n}^j \cdot I_n(k_\ell r_j) e^{in\theta_j} \quad (2.43) \end{aligned}$$

と仮定できる。

各物体単独の場合のradiation 特性がわかっているならば、 $c_{on}^m, c_{\ell n}^m$ ($m=1,2,\dots,M$) は既知であるから、(2.43)式中の未知数は $d_n^j, a_{\ell n}^j$ であり、それらはdiffraction 問題の場合の(2.26)式に対応して、次の関係式から決定される。

$$\begin{aligned} d_n^i &= \sum_{j=1}^M T_{ji} \left\{ B_o^j \sum_{m=1}^M c_{on}^{mj} + \sum_{q=1}^L E_q^j \left(\sum_{m=1}^M c_{qn}^{mj} + a_{qn}^j \right) \right\} \\ &\quad (j \neq i) \quad (m \neq j) \quad (m \neq j) \\ a_{\ell n}^j &= \sum_{j=1}^M T'_{ji} \left\{ B_\ell^j \sum_{m=1}^M c_{on}^{mj} + \sum_{q=1}^L F_{q\ell}^j \left(\sum_{m=1}^M c_{qn}^{mj} + a_{qn}^j \right) \right\} \\ &\quad (j \neq i) \quad (m \neq j) \quad (m \neq j) \end{aligned} \quad (i=1,2,\dots,M), (\ell=1,2,\dots,L) \quad (2.44)$$

$d_n^i, a_{\ell n}^i$ ($i=1,2,\dots,M; \ell=1,2,\dots,L$) が求められれば、diffraction 問題の場合の(2.29),(2.30),(2.31)式に対応して各物体への入射波を表わす速度ポテンシャルは(2.43)式で与えられ、各物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルは(物体 i を例として)次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \phi_s^i &= \sum_{k=1}^6 A_k^i \sum_{n=-N}^N \psi_{kn}^i(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \\ &+ \sum_{p=-N}^N \sum_{n=-N}^N \left(\sum_{m=1}^M c_{op}^{mi} + d_p^i \right) \phi_{opn}^i(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \\ &\quad (m \neq i) \\ &+ \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N \sum_{n=-N}^N \left(\sum_{m=1}^M c_{\ell p}^{mi} + a_{qp}^i \right) \phi_{qp n}^i(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (2.45) \\ &\quad (m \neq i) \end{aligned} \quad (\text{物体 } i \text{ 近傍})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{k=1}^6 A_k^i \sum_{n=-N}^N \gamma_{okn}^i H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \\ &+ \sum_{\ell=1}^L \frac{\cosh k_\ell(z_i+h)}{\cosh k_\ell h} \sum_{k=1}^6 A_k^i \sum_{n=-N}^N \gamma_{\ell kn}^i K_n(k_\ell r_i) e^{in\theta_i} \\ &+ \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \eta_{on}^i H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \\ &+ \sum_{\ell=1}^L \frac{\cosh k_\ell(z_i+h)}{\cosh k_\ell h} \sum_{n=-N}^N \eta_{\ell n}^i K_n(k_\ell r_i) e^{in\theta_i} \quad (2.46) \end{aligned} \quad (\text{物体 } i \text{ より遠方})$$

$\phi_{opn}^i, \phi_{qp n}^i$ は(A.2.2), (A.2.14)式で定義される。
ここで $\eta_{on}^i, \eta_{\ell n}^i$ は相互干渉による発散波の振幅を表わし、(2.25)式に対応して、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_{on}^i &= B_o^i \left(\sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq i)}}^M \mathcal{E}_{on}^{mi} + \mathcal{d}_n^i \right) + \sum_{q=1}^L E_q^i \left(\sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq i)}}^M \mathcal{E}_{qn}^{mi} + \mathcal{a}_{qn}^i \right) \\ \mathcal{Q}_{\ell n}^i &= B_\ell^i \left(\sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq i)}}^M \mathcal{E}_{on}^{mi} + \mathcal{d}_n^i \right) + \sum_{q=1}^L F_{q\ell}^i \left(\sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq i)}}^M \mathcal{E}_{qn}^{mi} + \mathcal{a}_{qn}^i \right) \quad (2.47) \\ &\quad (\ell=1, 2, \dots, L) \end{aligned}$$

(2.45)式を用いれば物体に働く流体力はdiffraction問題の場合とまったく同様に求められる。

物体 i の流体力係数 (付加質量 m_{jk}^i 、造波減衰 N_{jk}^i) を

$$F_{jk}^i e^{-i\omega t} = - \left(\omega^2 m_{jk}^i X_j^i + i\omega N_{jk}^i X_j^i \right) \cdot e^{-i\omega t} \quad (2.48)$$

(k=1, 2, \dots, 6)

と定義する。 ($X_j^i e^{-i\omega t}$: 物体 i の j 方向変位)

ただし、 $F_{jk}^i e^{-i\omega t}$ は M 個の物体が j 方向に同振幅、同位相で運動するとき物体 i に加わる k 方向の力である。

(2.39)式より

$$X_j^i = \frac{1}{-i\omega} A_j^i \quad (2.49)$$

であるから

$$F_{jk}^i e^{-i\omega t} = - \left(i\omega m_{jk}^i A_j^i - N_{jk}^i A_j^i \right) \cdot e^{-i\omega t} \quad (2.50)$$

(k=1, 2, \dots, 6)

$A_j^i = 1$ とすると

$$\begin{aligned} m_{jk}^i &= -\text{Im}(F_{jk}^i) / \omega \\ N_{jk}^i &= \text{Re}(F_{jk}^i) \quad (2.51) \end{aligned}$$

(k=1, 2, \dots, 6)

となる。

2.3 局所波(local wave)の相互干渉に対する影響

流場がある物体 i により周期 $2\pi/\omega$ の攪乱をうけたとき、その物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルを $\text{Re}(\phi_s e^{-i\omega t})$ とすると、一般に

$$\begin{aligned} \phi_s^i = & \frac{\cosh k_0(z_i+h)}{\cosh k_0 h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_{0n}^i H_n(k_0 r_i) e^{in\theta_i} \\ & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_i+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_{\ell n}^i K_n(k_{\ell} r_i) e^{in\theta_i} \end{aligned} \quad (2.52)$$

と表わせる。ここで、第1項が進行波を、第2項が局所波を表わす。

ϕ_s^i の他の物体 (物体 j) への影響を調べるため ϕ_s^i を物体 j に固定の局所座標系 (r_j, θ_j, z_j) で表わすと

$$\begin{aligned} \phi_s^i = & \frac{\cosh k_0(z_j+h)}{\cosh k_0 h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n^j \cdot J_n(k_0 r_j) e^{in\theta_j} \\ & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_j+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{\ell n}^j \cdot I_n(k_{\ell} r_j) e^{in\theta_j} \end{aligned} \quad (2.53)$$

となる。

ϕ_s^i の物体 j による反射波を表わす速度ポテンシャル ϕ は、一般に

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{\cosh k_0(z_j+h)}{\cosh k_0 h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{0n}^j e^{in\theta_j} \\ & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_j+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_{\ell n}^j e^{in\theta_j} \end{aligned} \quad (2.54)$$

とかける。

今、簡単のため物体 i を水底まで達する半径 a の鉛直円柱であるとする、 ϕ の満たすべき条件は

$$\frac{\partial}{\partial r_j} (\phi + \phi_s^i) = 0 \quad \text{at } r_j = a \quad (2.55)$$

となる。

(2.53), (2.54) 式を上式に代入し

$$\int_{-h}^0 \cosh^2 k_0(z+h) dz = \frac{1}{4k_0} (\sinh 2k_0 h + 2k_0 h)$$

$$\int_{-h}^0 \cosh k_0(z+h) \cdot \cos k_{\ell}(z+h) dz = 0$$

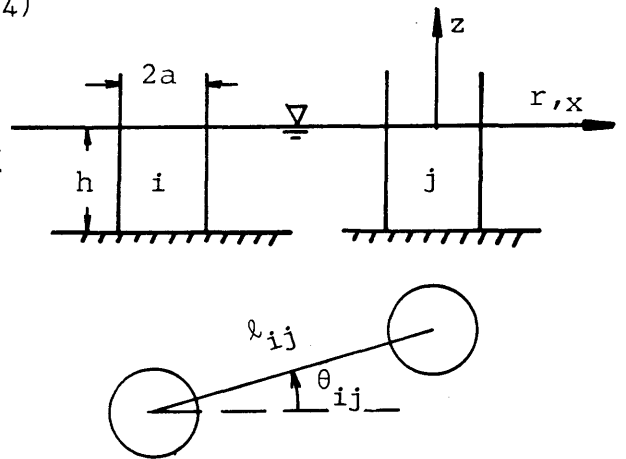


Fig.2.7 Two bottom-seated vertical cylinders

$$\int_{-h}^0 \cos k_m(z+h) \cdot \cos k_n(z+h) dz = 0 \quad (n \neq m)$$

$$= \frac{1}{4k_m} (\sin 2k_m h + 2k_m h) \quad (n=m)$$

(2.56)

の関係を用いると

$$\frac{\partial}{\partial r_j} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} (d_n^j \cdot J_n(k_o r_j) - \phi_{on}^j(r_j)) e^{in\theta_j} \right\} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r_j} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_{ln}^j \cdot I_n(k_l r_j) - \phi_{ln}^j(r_j)) e^{in\theta_j} \right\} = 0 \quad \text{at } r=a$$

(2.57)

となって、進行波、局部波の物体jによる反射波は各々進行波、局部波であることがわかる。

このことは、物体形状が水底まで達する鉛直円柱でない場合にも、喫水が浅い場合を除いて近似的に成り立つと考えられる。即ち、局部波の反射波はやはり局部波であるから、局部波の相互干渉に対する影響は、物体近傍の流場に影響を与えるだけである。従って、付加質量などに対する影響は大きくなりうるが、造波減衰や漂流力に対する影響は小さいといえる。

2.4 数値計算結果及び考察

2.4.1 厳密解との比較

2.1, 2.2節にて述べた方法の妥当性を確認するために、Fig. 2.8(a), (b), (c), (d), (e), (f)に示す6種類の浮体群について、本計算法による結果と、3次元有限要素法[24]による解を比較した。有限要素法は浮体群全体を囲む流体領域を要素に分割して解くもので、適用にあたっては分割数を数通りに変化させて解の精度の確認を行なった。従って、有限要素法による解はこの場合の厳密解と考えられる。各ケースについて有限要素法の適用を行なった時の要素分割図を各々Fig. 2.9(a), (b), (c), (d), (e), (f)に示す。各要素は20節点のアイソパラメトリック要素である。対称性を利用して解いているため、各図は全領域の1/4を示したものである。無限領域を取り扱う必要があるため、物体より適当な距離の位置に仮想的な境界を設け、仮想境界内部を有限要素法にて解析し、仮想境界外部の流場を表わす解析的な解と境界上でマッチングさせた。仮想境界としては、通常円筒状のものが用いられ

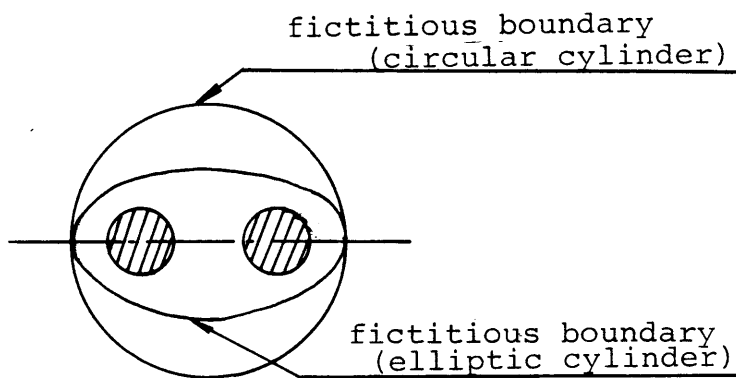


Fig.2.10 Use of fictitious boundary of elliptic cylinder.

るが、複数浮体の相互干渉問題を解析するには有限要素法による解析領域が不必要に広くなるため、Fig. 2. 10に示すように楕円筒状の仮想境界を用いた [26]。まず、Fig. 2. 11(1) ~ (2)にFig. 2. 8 (a) に示した2本の水底まで達する鉛直円柱に対する結果を示す。図中には、本計算法による結果 (L: 局部波の影響まで考慮したもの、I: 局部波の影響を考慮しないもの)、有限要素法による計算値 (三角印) と共に、干渉をまったく無視した計算値 (N: single-body solution)、平面入射波の各浮体位置における位相差のみを考慮して波強制力を計算したもの (O: o-th order approximation) 及びSimonの方法による結果 (P: plane-wave approximation) を示した。本計算法による結果は、いずれの場合も有限要素法による解とほぼ完全に一致しており、本法の有効性が確認される。局部波の影響は、付加質量に対して顕著に現われており、特に周期の短い場合にその影響が大きくなる傾向が認められる。相互干渉の影響は波漂流力、造波減衰力に対して顕著である。入射角 θ_{\perp} が90度の場合にも、漂流力に対する干渉効果が大きい。Simonの方法による結果は、入射角 θ_{\perp} が0度の場合には、波強制力のよい近似値を与えるが、plane waveの仮定を用いているために、入射角 θ_{\perp} が90度の場合の干渉効果等を説明できない。

Fig. 2. 12(1) ~ (20)には、Fig. 2. 8(b)に示すように2本の水底まで達する鉛直円柱の間隔をFig. 2. 8(a)の場合の2倍 ($L/D=4$)にしたときの結果を示す。浮体間の距離を、浮体直径の4倍にまで大きくしても、依然として干渉の影響は大きいことがわかる。しかし、付加質量に対する相互干渉効果への局部波の影響は、浮体間の距離が大きくなると減少する。Fig. 2. 13(1) ~ (25)には、Fig. 2. 8(c)に示した2本の鉛直円柱 (truncated cylinder) に対する結果を示す。この場合のように浮体間隔が非常に小さいと ($L/D=1.3$)、波強制力、造波減衰力にも局部波の影響が認められるが、Fig. 2. 11, 2. 12に示した場合と同様に、その影響は付加質量に対してもっとも大きい。また、その影響は周期の短い場合と共に周期の長い場合にも顕著である。特に、 m_{33} (Heave 方向の運動によるHeave 方向の付加質量) に対する流体力学的相互干渉効果は、ほとんど局部波の影響で説明できる。Fig. 2. 13に示したものと同一の2本の鉛直円柱間隔をFig. 2. 8 (d) ($L/D=2$), (e) ($L/D=4$) に示すように大きくした場合の結果を各々、Fig. 2. 14(1) ~ (26), Fig. 2. 15(1) ~ (18)に示す。更に、4本の鉛直円柱をFig. 2. 8 (f) に示すように配列した場合の結果をFig. 2. 16(1) ~ (14)に示す。

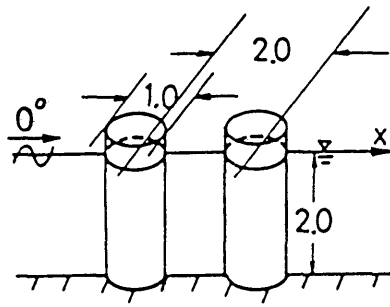
以上、浮体配置、間隔、形状を系統的に変化させて検討した結果、本計算法による結果は、いずれの場合も厳密解 (有限要素法による解) とほぼ完全に一致し、その有効性が確認された。干渉効果は、 $k_0 (=2\pi/\lambda)$ と共に振動的に変化する傾向がみられるが、この原因については第5章にて述べる。

Fig. 2. 17には、代表的なセミサブのコラム寸法、間隔にて配置された6本の鉛直円柱に対する計算結果を示す。この場合にも、波強制力、モーメントに比して造波減衰、漂流力に対するコラム間の干渉効果が大きい。

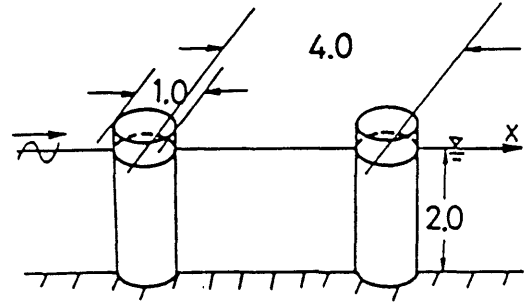
2. 4. 2 実験値との比較

Fig. 2.8(g) に示したフーティングつき円柱を配置した場合の各円柱に対する波強制力、流体力係数の本計算法による結果を、既存の実験値 [18]、[19] と比較した結果を Fig. 2.18 (a)~(f) に示す。浮体の配列法は、各図中に示した。干渉効果を無視した線型ポテンシャル理論と実験との差が、流体力学的干渉効果を考慮した本計算値によりかなりの部分まで説明できることがわかる。

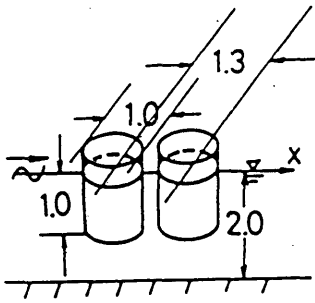
最後に、Fig. 2.19(a),(b)には、Fig. 2.8(g)に示したフーティングつき円柱を33本（縦11列 横3列、 $L/D=3.3$ ）配置したとき浮体群全体に働く波漂流力の実験値 [20] と、本計算法による結果を比較して示す。実験は33本のフーティングつき円柱を縦6.00m、横1.63mのデッキの下にとりつけて、デッキと33本のフーティングつき円柱から成る構造物に加わる水平方向波漂流力を重錘方式にて計測した。浮体は自由に動揺できる状態で計測を行なったため、その意味で計算条件（浮体は固定されているものとする）と異なるが、構造物全体の寸法が波長に比して大きく動揺は小さい。図中に破線で示したように、相互干渉を考慮しないと実験値と大きく異なる値を与えてしまうが、本計算法による結果は実験結果をよく説明している。既存の方法では、33本もの多数の浮体群の流体力学的干渉を精度よく推定することは不可能であること、及び漂流力は係留設計に極めて重要であることから、本計算法の有効性が示されたといえる。



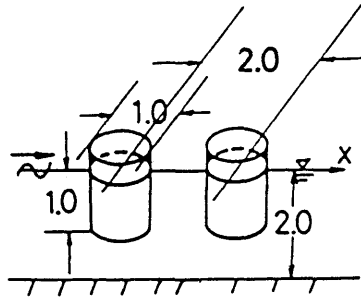
(a) two bottom-seated vertical cylinders.
($L/D=2, H/D=2, h/D=2$)



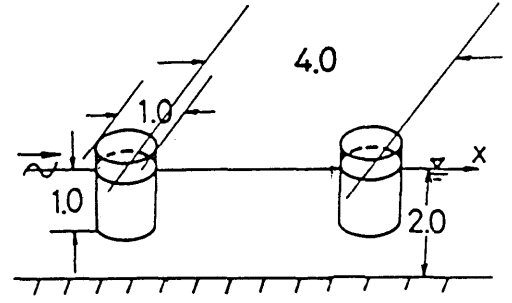
(b) two bottom-seated vertical cylinders.
($L/D=4, H/D=2, h/D=2$)



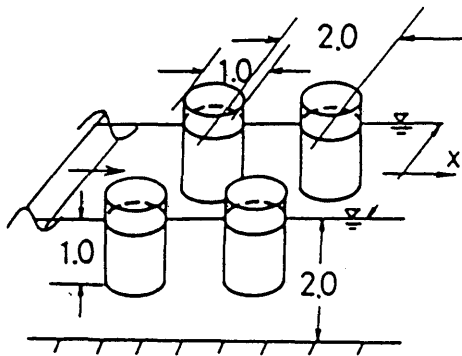
(c) two truncated vertical cylinders.
($L/D=1.3, H/D=1, h/D=2$)



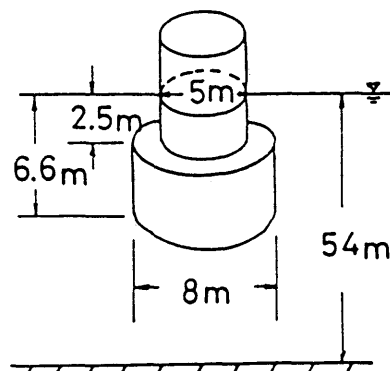
(d) two truncated vertical cylinders.
($L/D=2, H/D=1, h/D=2$)



(e) two truncated vertical cylinders.
($L/D=4, H/D=1, h/D=2$)



(f) 2×2 truncated vertical cylinders.
($L/D=2, H/D=1, h/D=2$)



(g) a vertical cylinder with footing.

Fig.2.8 Groups of cylinders used for calculations.

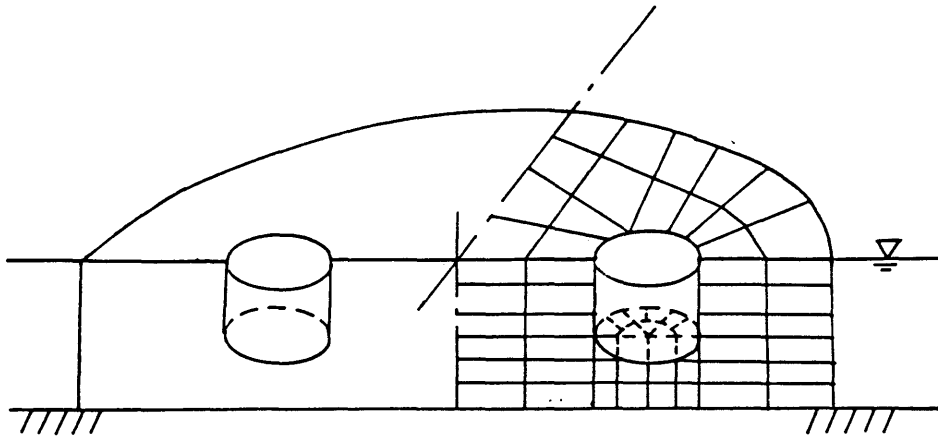


Fig.2.9 Mesh subdivision for FEM analysis

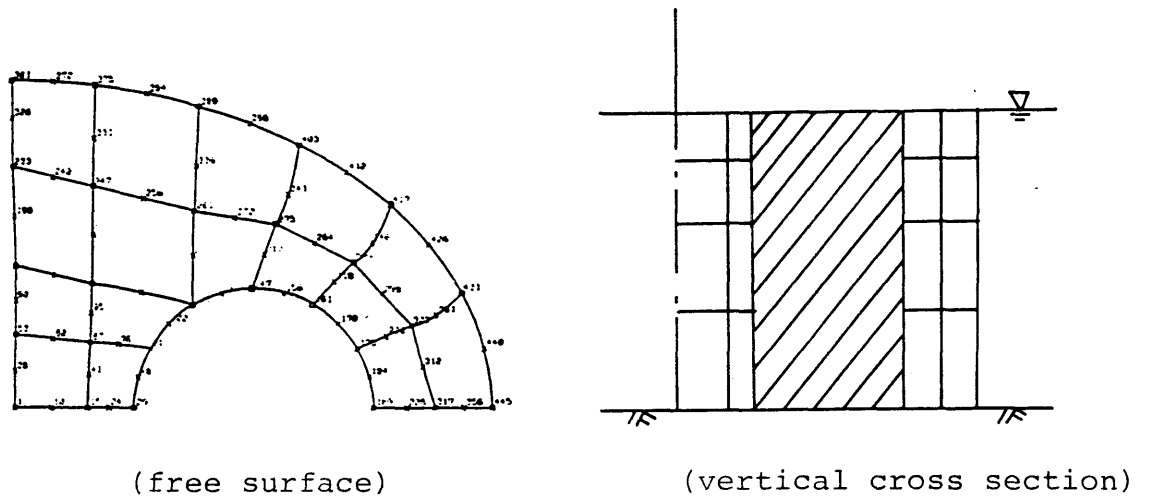
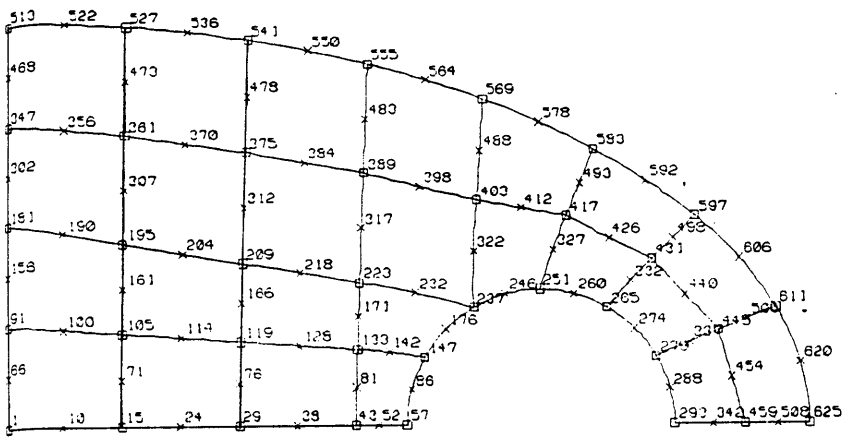
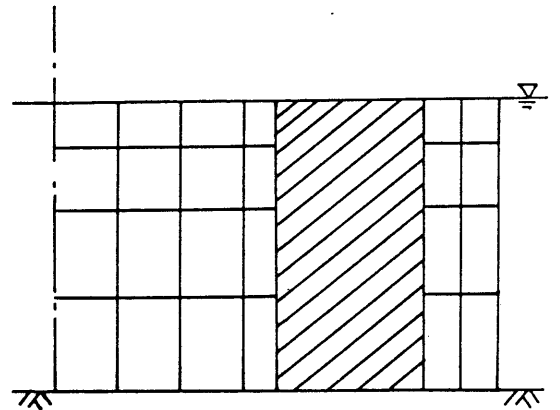


Fig.2.9(a) Two bottom-seated vertical cylinders ($L/D=2$)

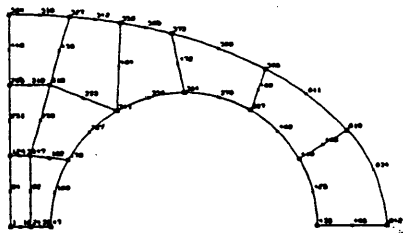


(free surface)

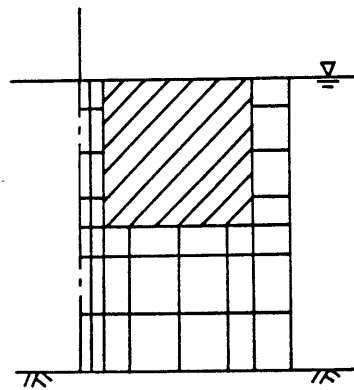


(vertical cross section)

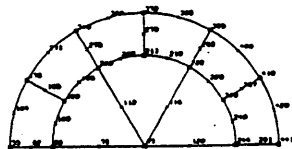
Fig.2.9(b) Two bottom-seated vertical cylinders ($L/D=4$)



(free surface)

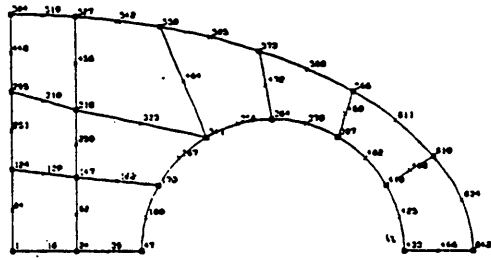


(vertical cross section)

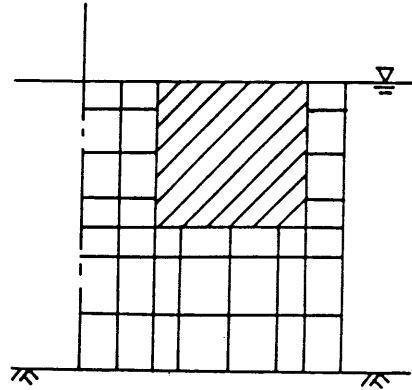


(cylinder bottom)

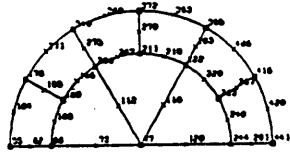
Fig.2.9(c) Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)



(free surface)

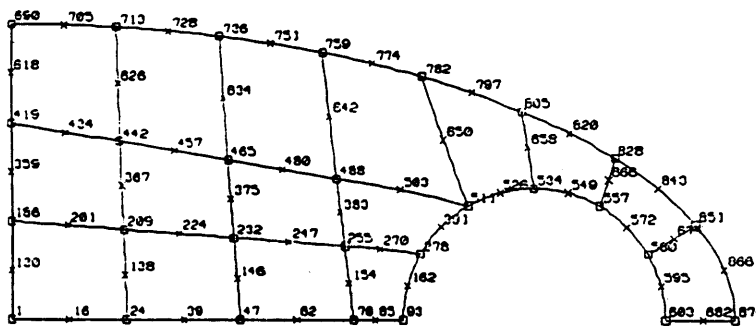


(vertical cross section)

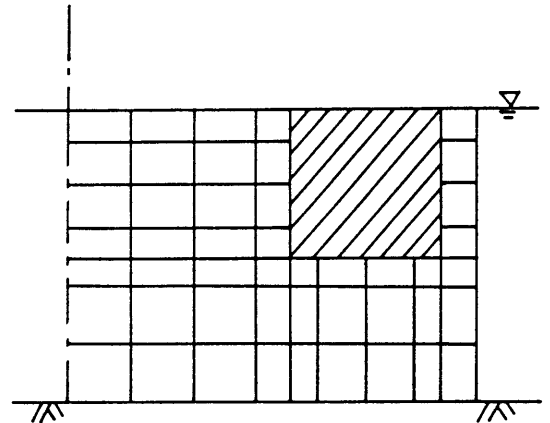


(cylinder bottom)

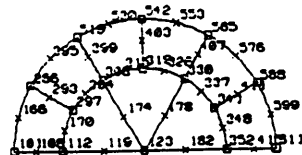
Fig.2.9(d) Two truncated vertical cylinders(L/D=2)



(free surface)

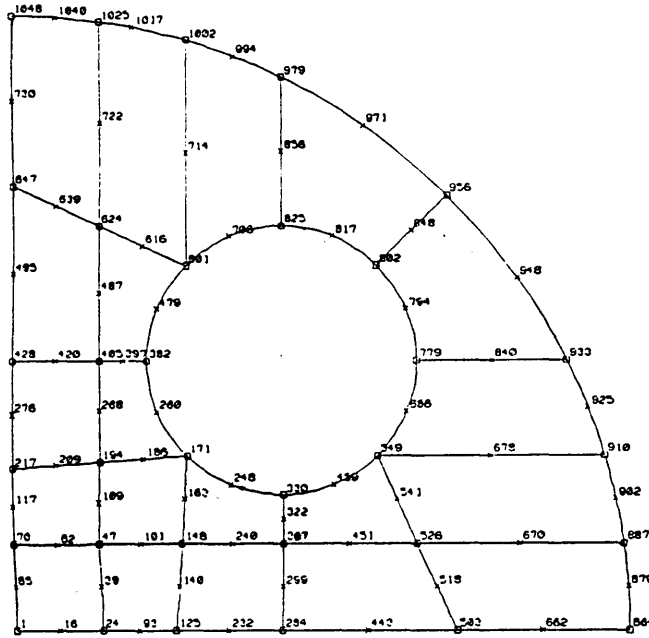


(vertical cross section)

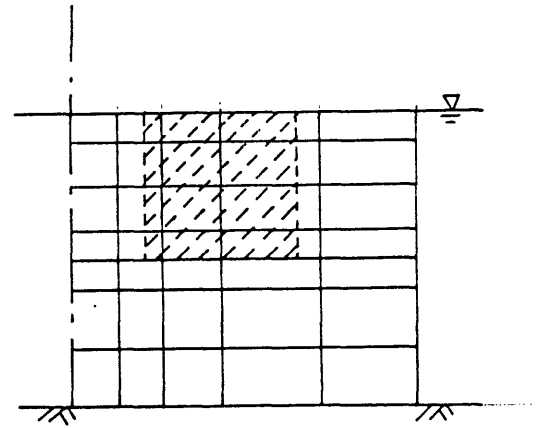


(cylinder bottom)

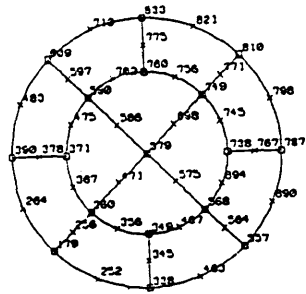
Fig.2.9(e) Two truncated vertical cylinders(L/D=4)



(free surface)

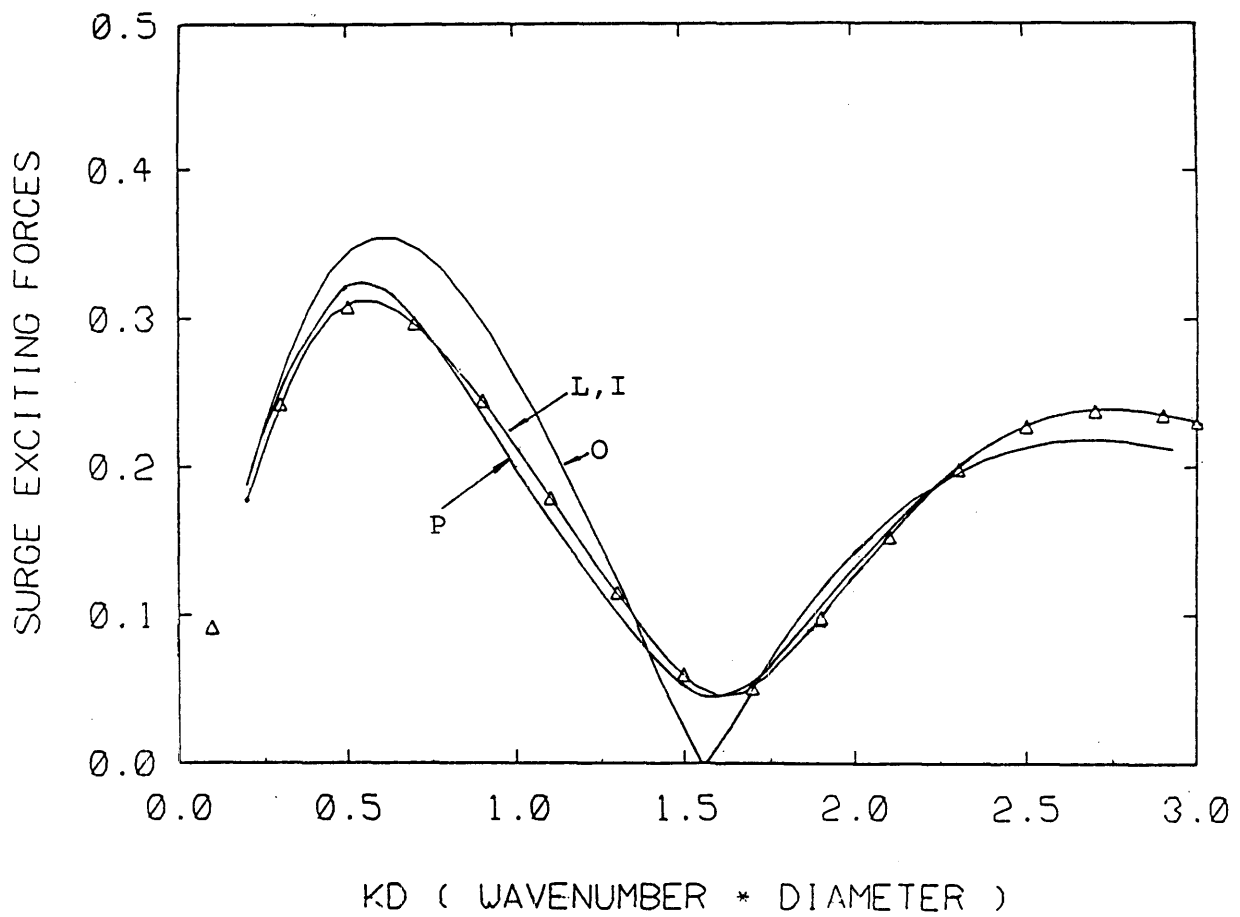


(vertical cross section)

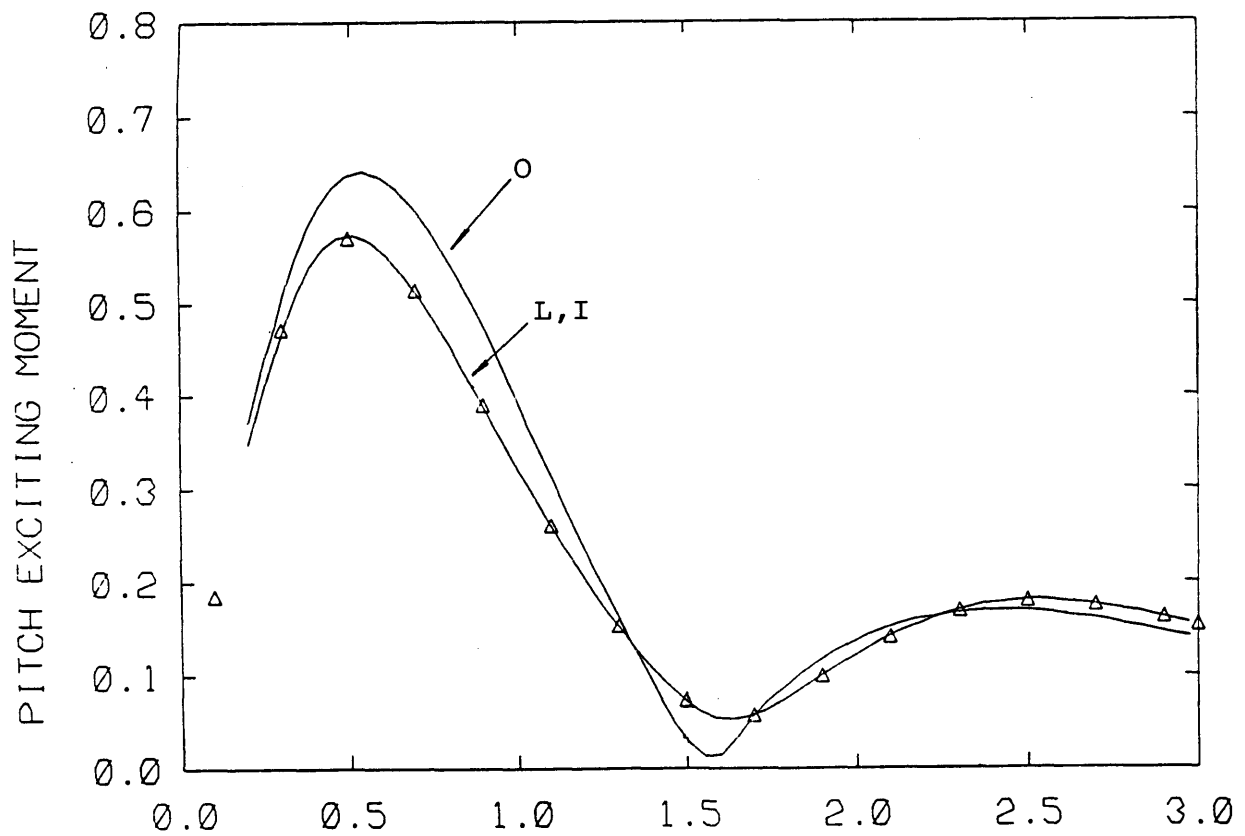


(cylinder bottom)

Fig.2.9(f) Four truncated vertical cylinders($L/D=2$)

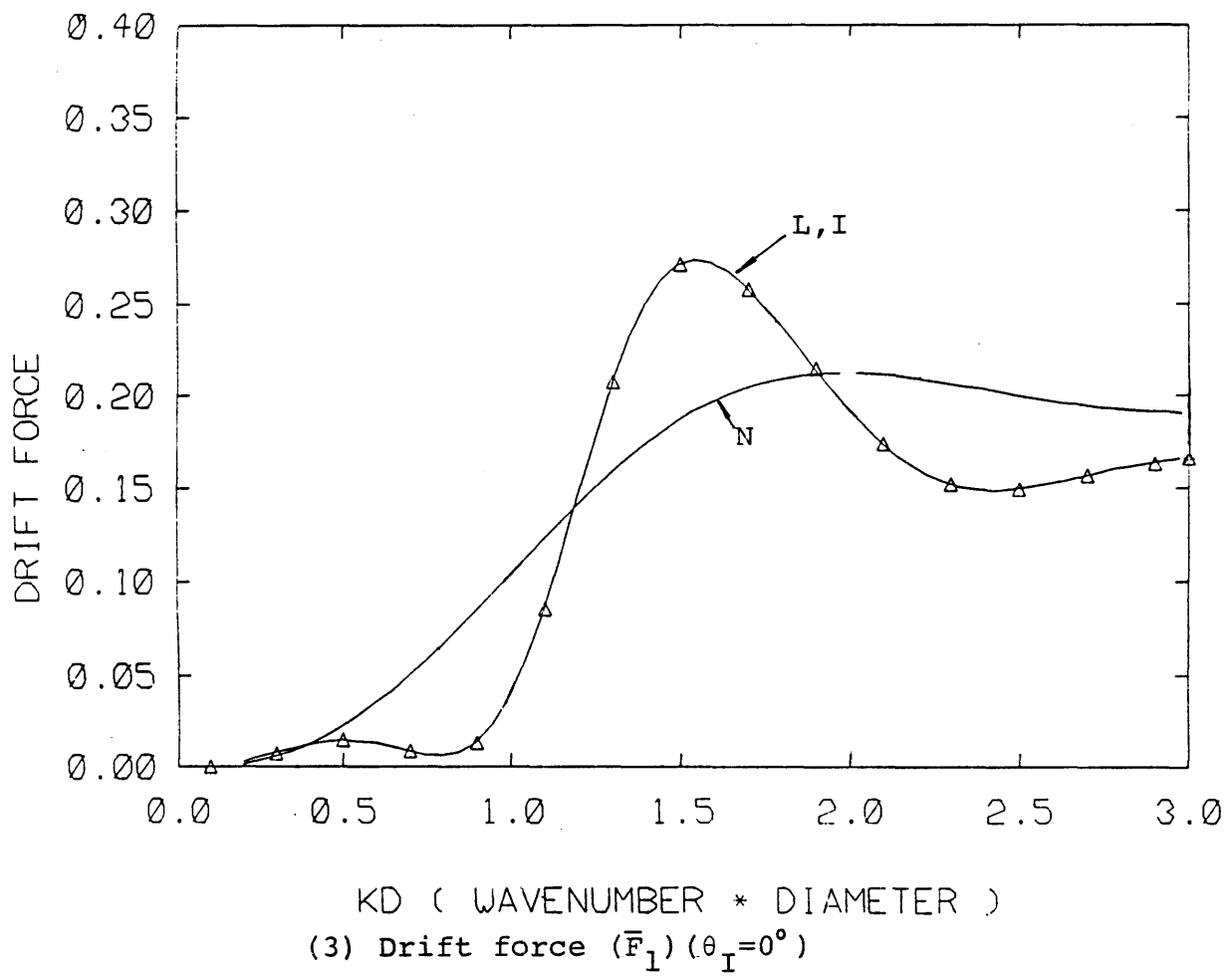


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (1) Surge exciting force (F_1) ($\theta_I=0^\circ$)

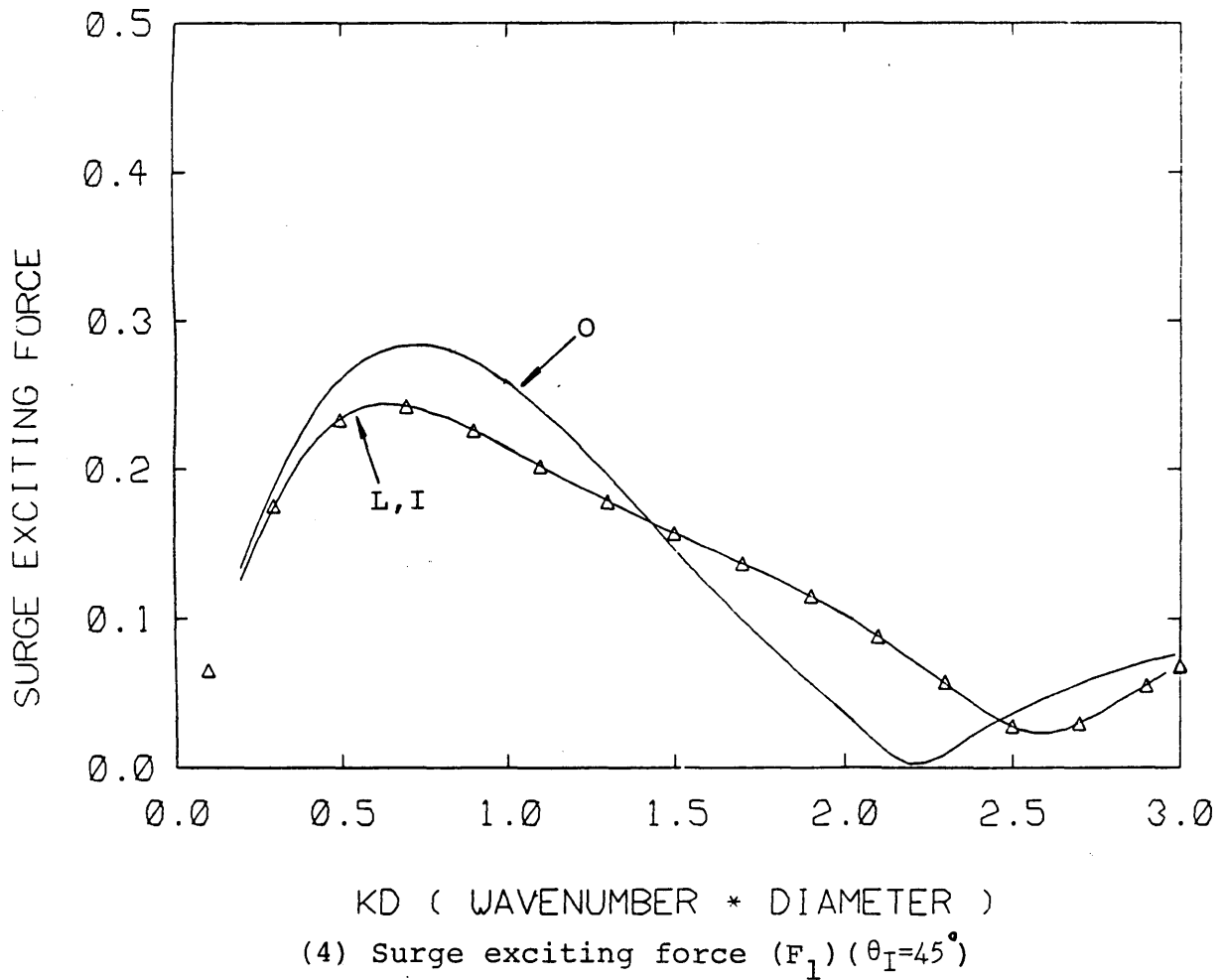


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (2) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=0^\circ$)

Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders
 ($L/D=2$)

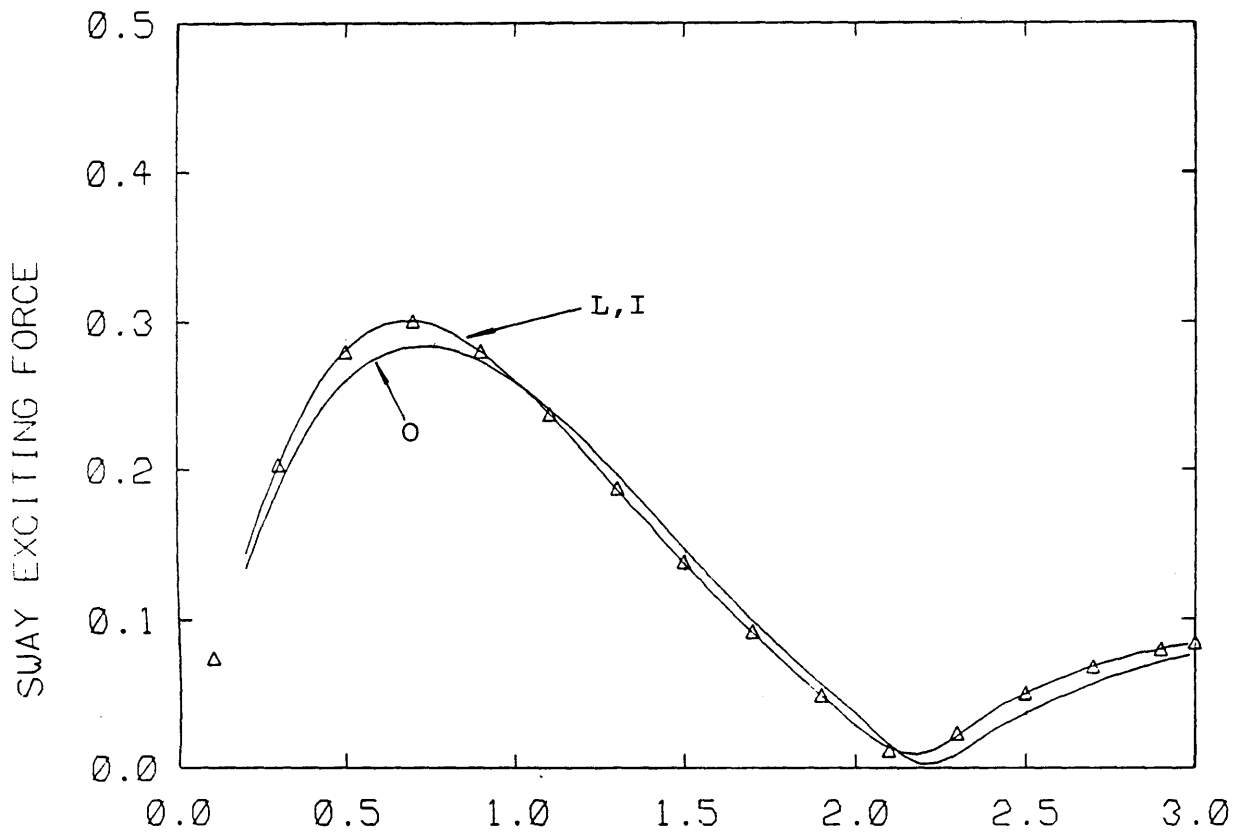


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (3) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I = 0^\circ$)

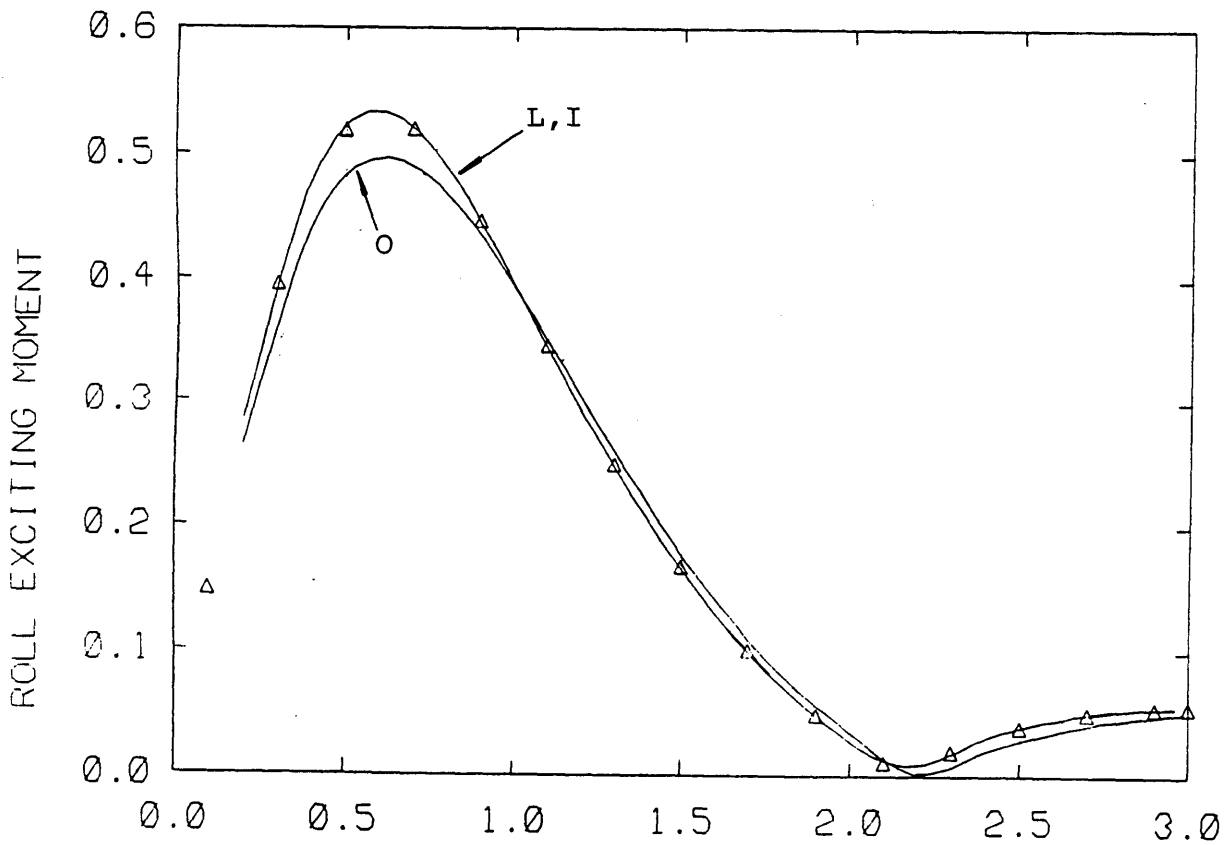


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (4) Surge exciting force (F_1) ($\theta_I = 45^\circ$)

Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders
 ($L/D=2$)

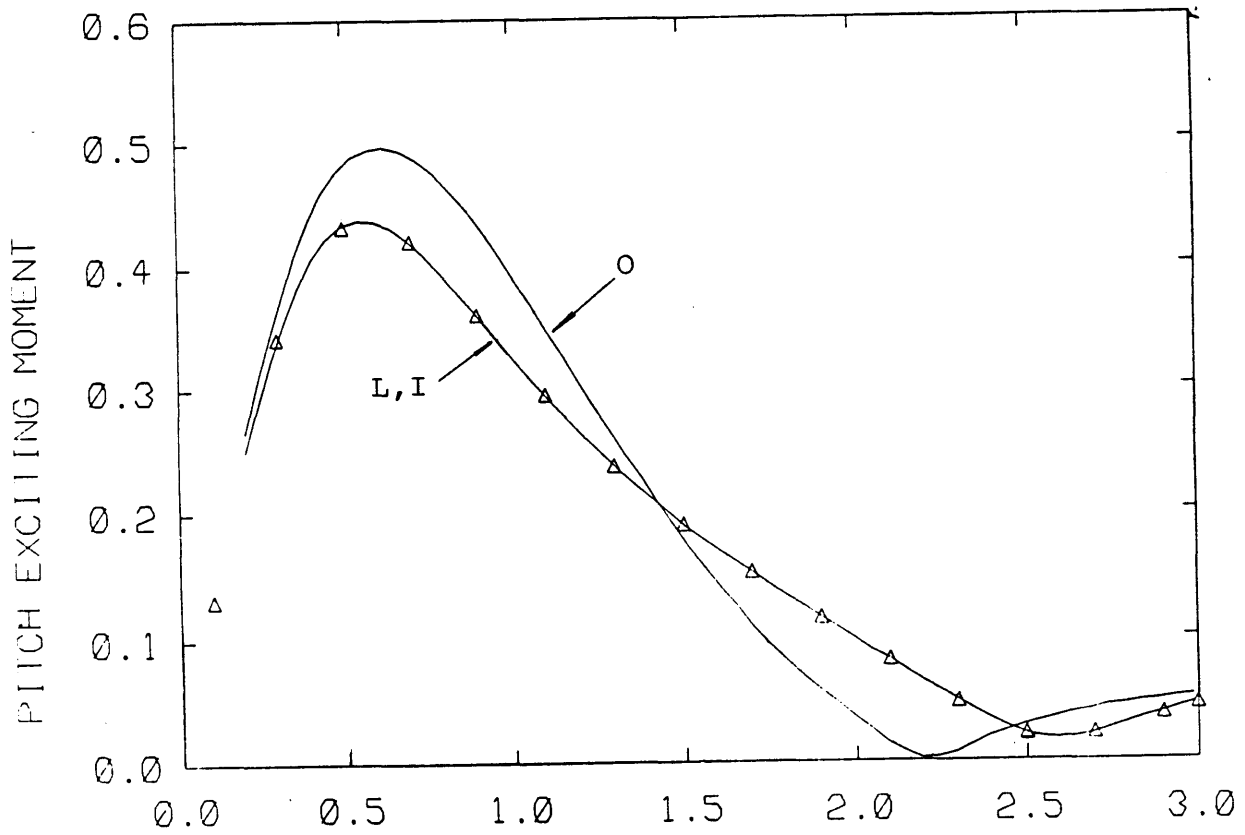


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (5) Sway exciting force (F_2) ($\theta_I=45^\circ$)

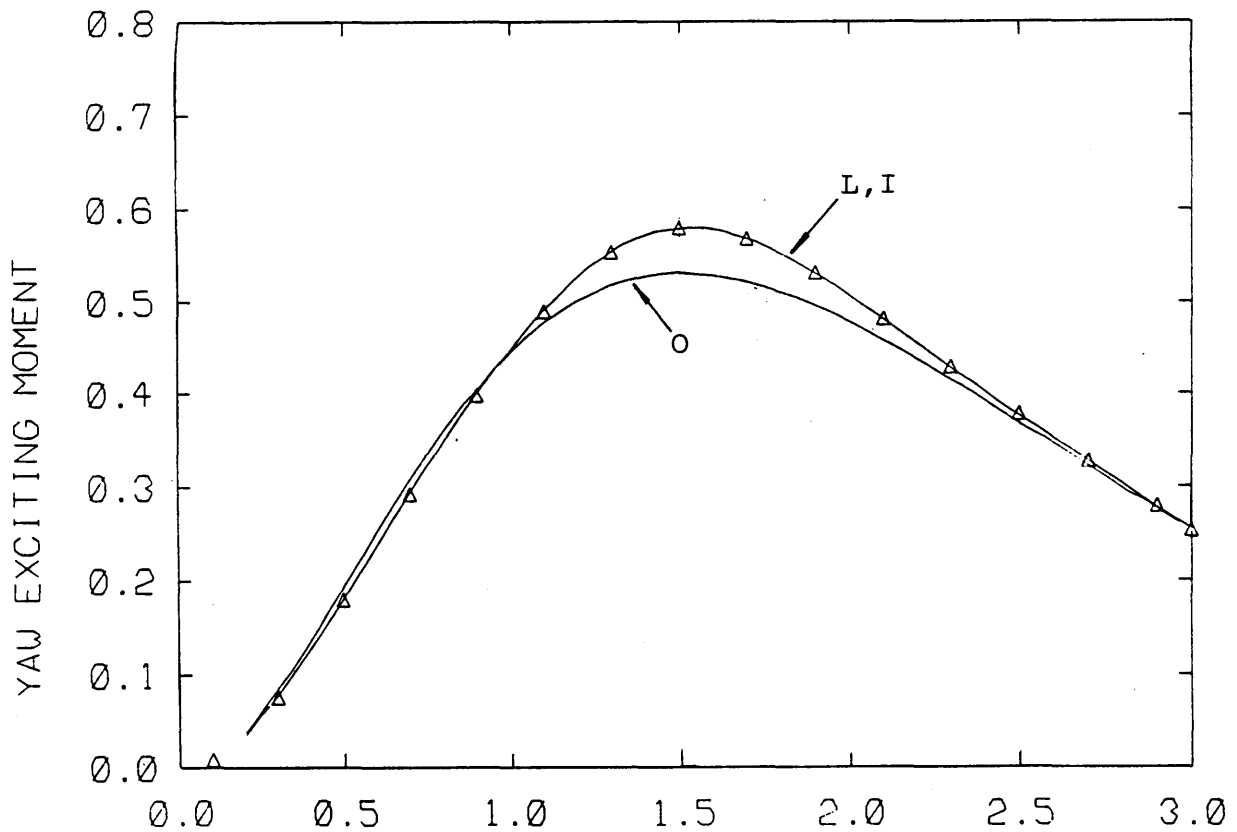


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (6) Roll exciting moment (F_4) ($\theta_I=45^\circ$)

Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=2)

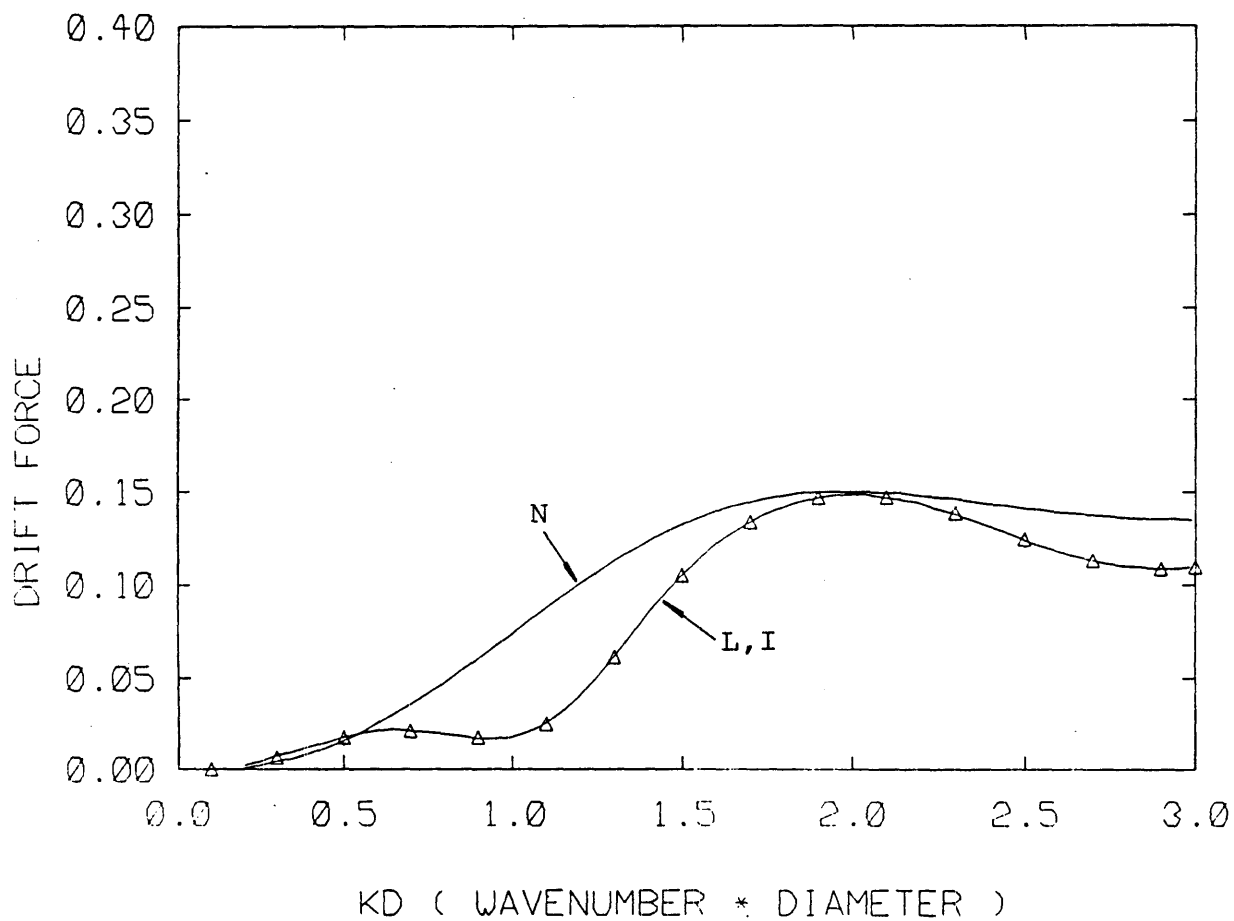


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (7) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=45^\circ$)

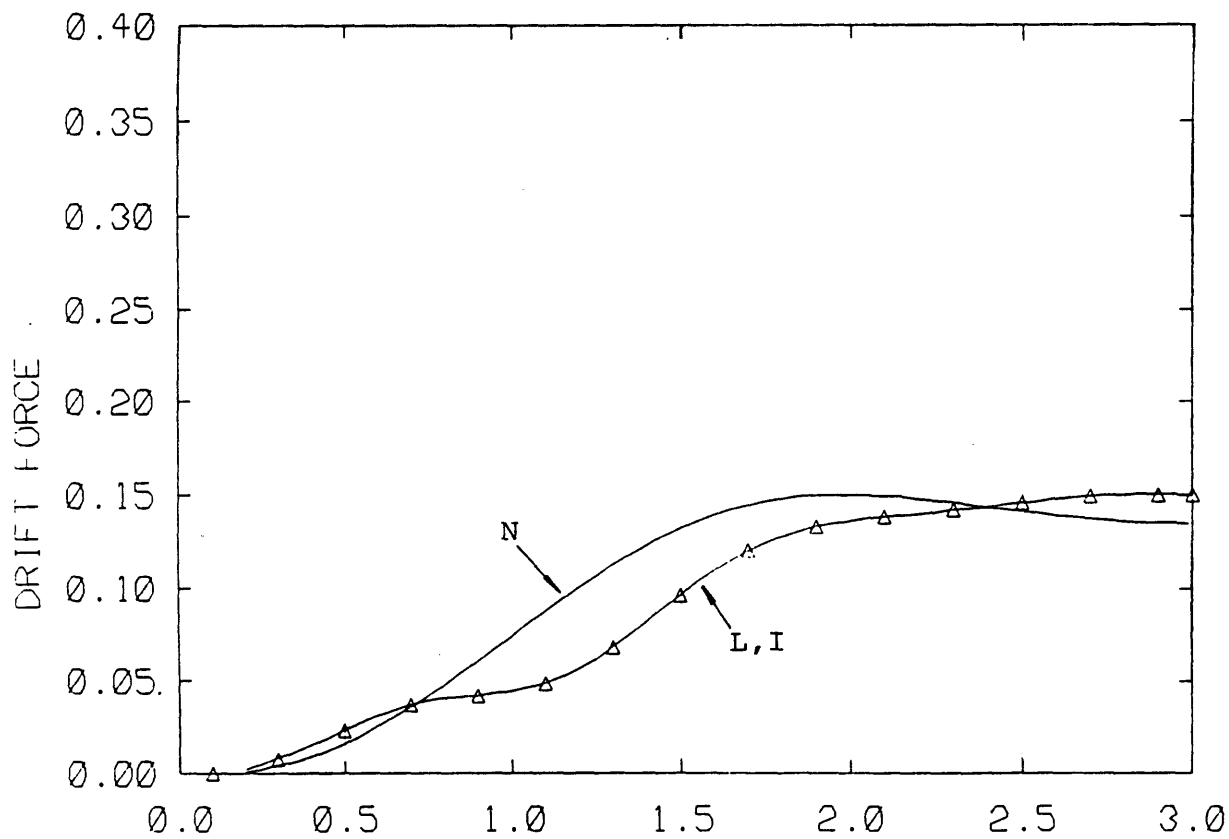


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (8) Yaw exciting moment (F_6) ($\theta_I=45^\circ$)

Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders
 ($L/D=2$)

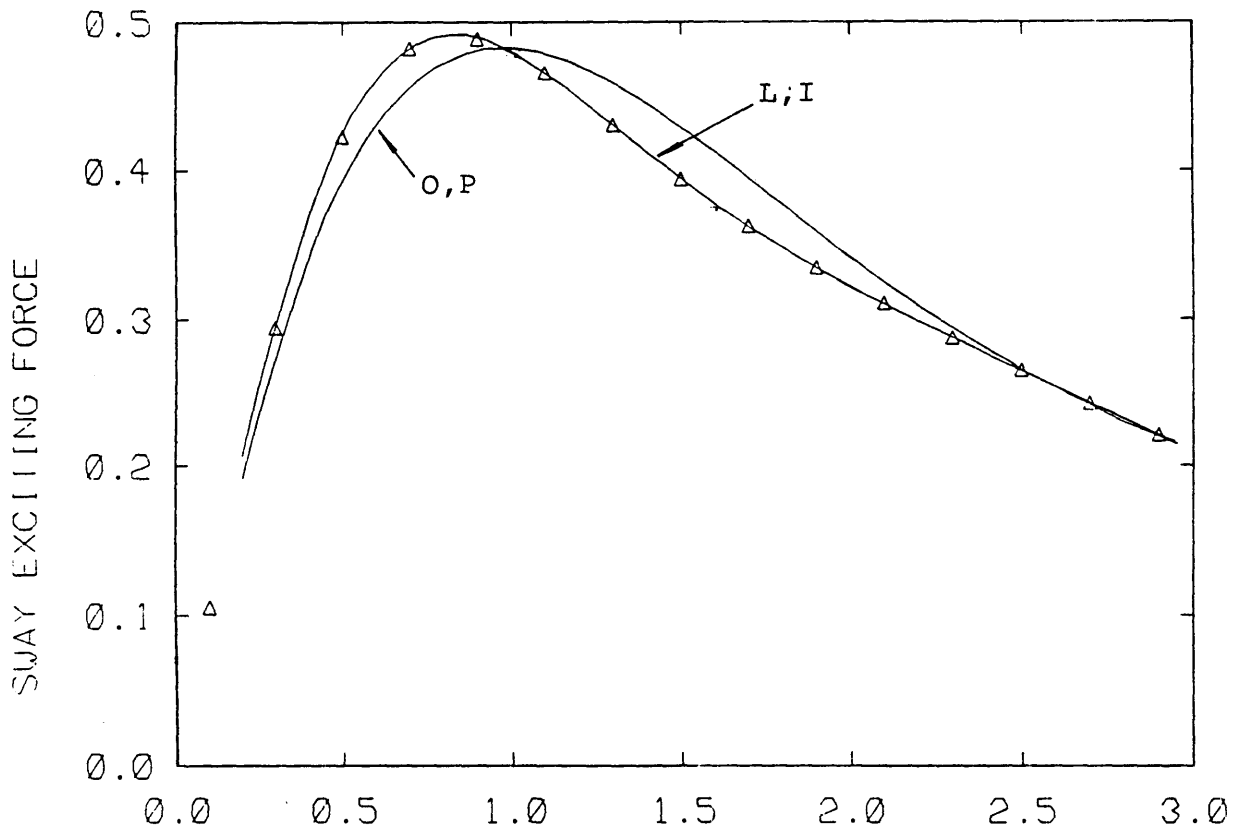


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (9) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I=45^\circ$)

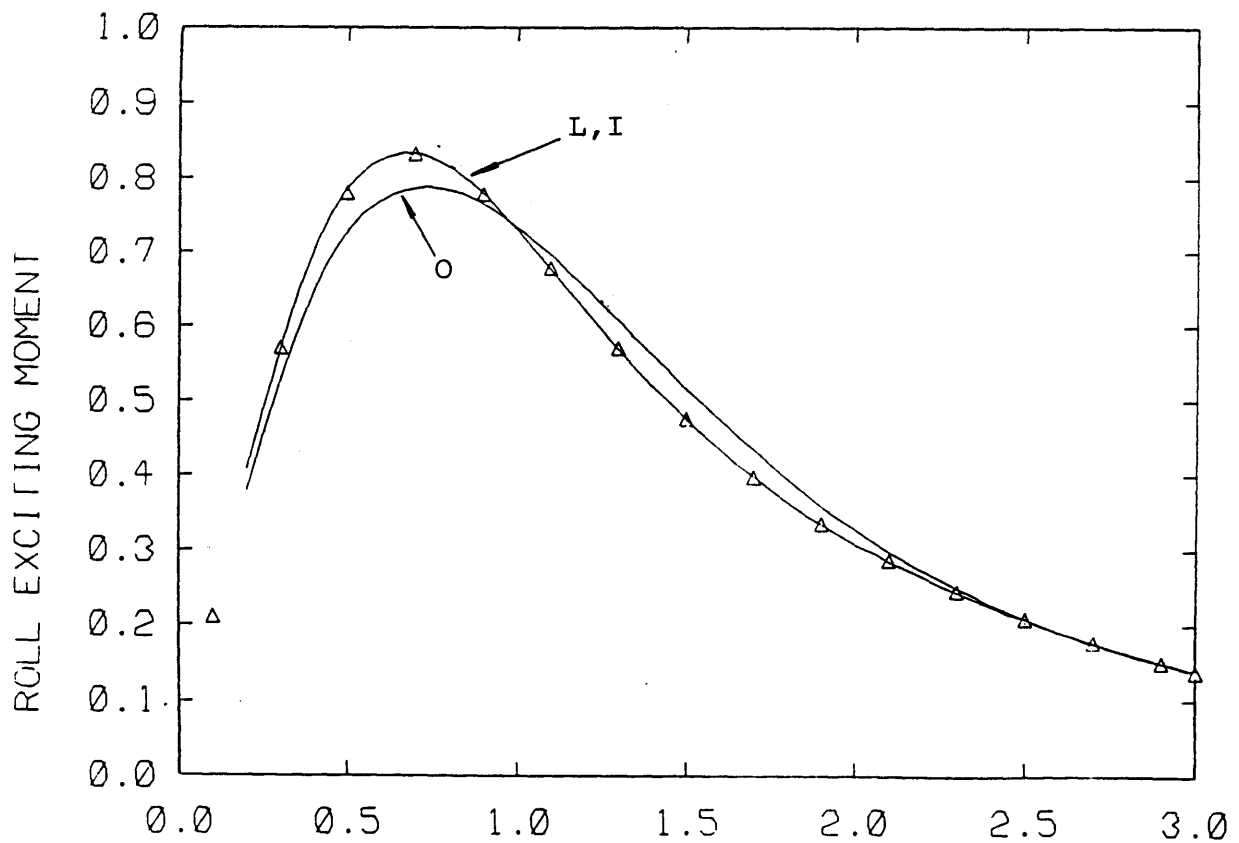


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (10) Drift force (\bar{F}_2) ($\theta_I=45^\circ$)

Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=2)



(11) Sway exciting force (F_2) ($\theta_I=90^\circ$)



(12) Roll exciting moment (F_4) ($\theta_I=90^\circ$)

Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders (L/D=2) -31-

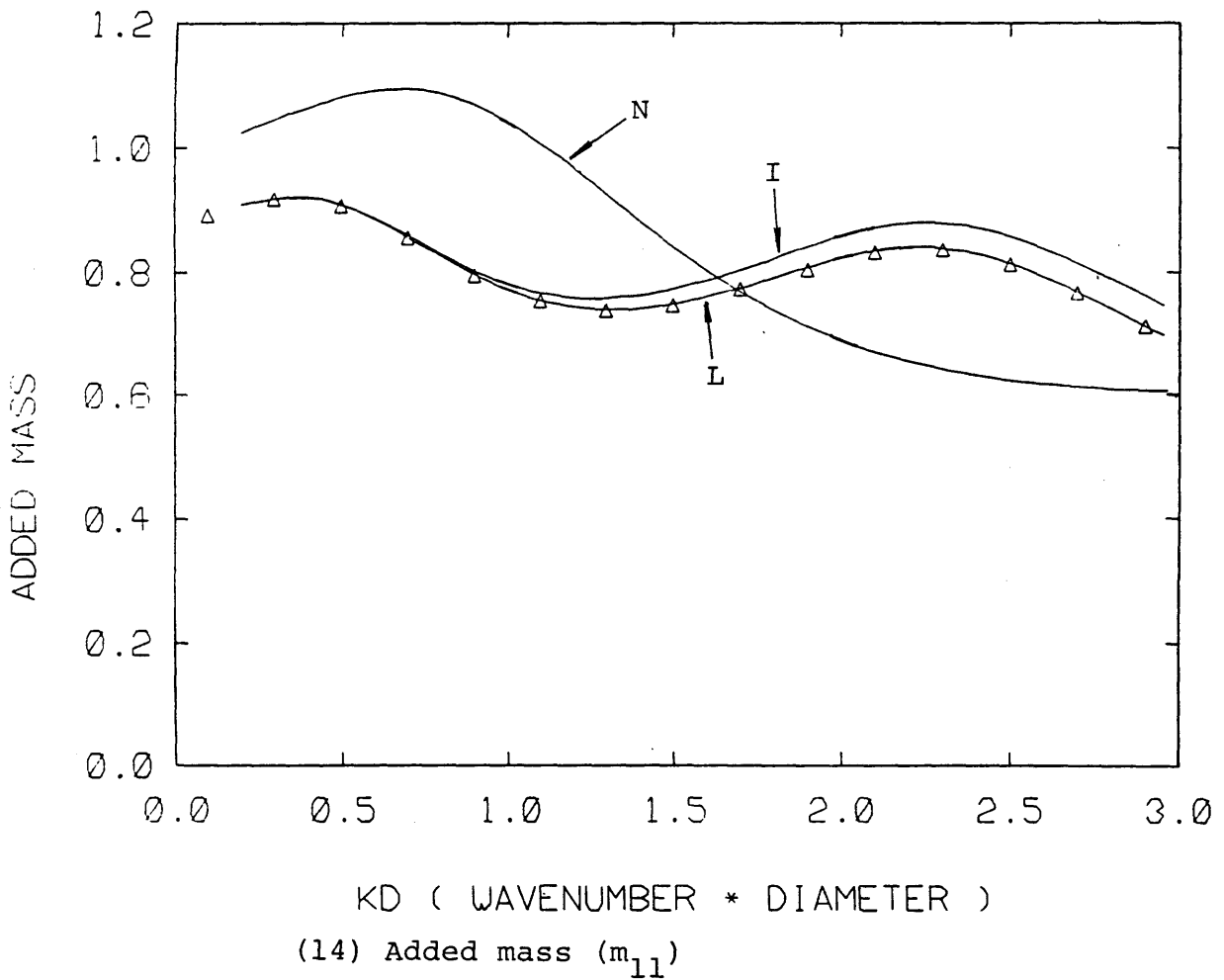
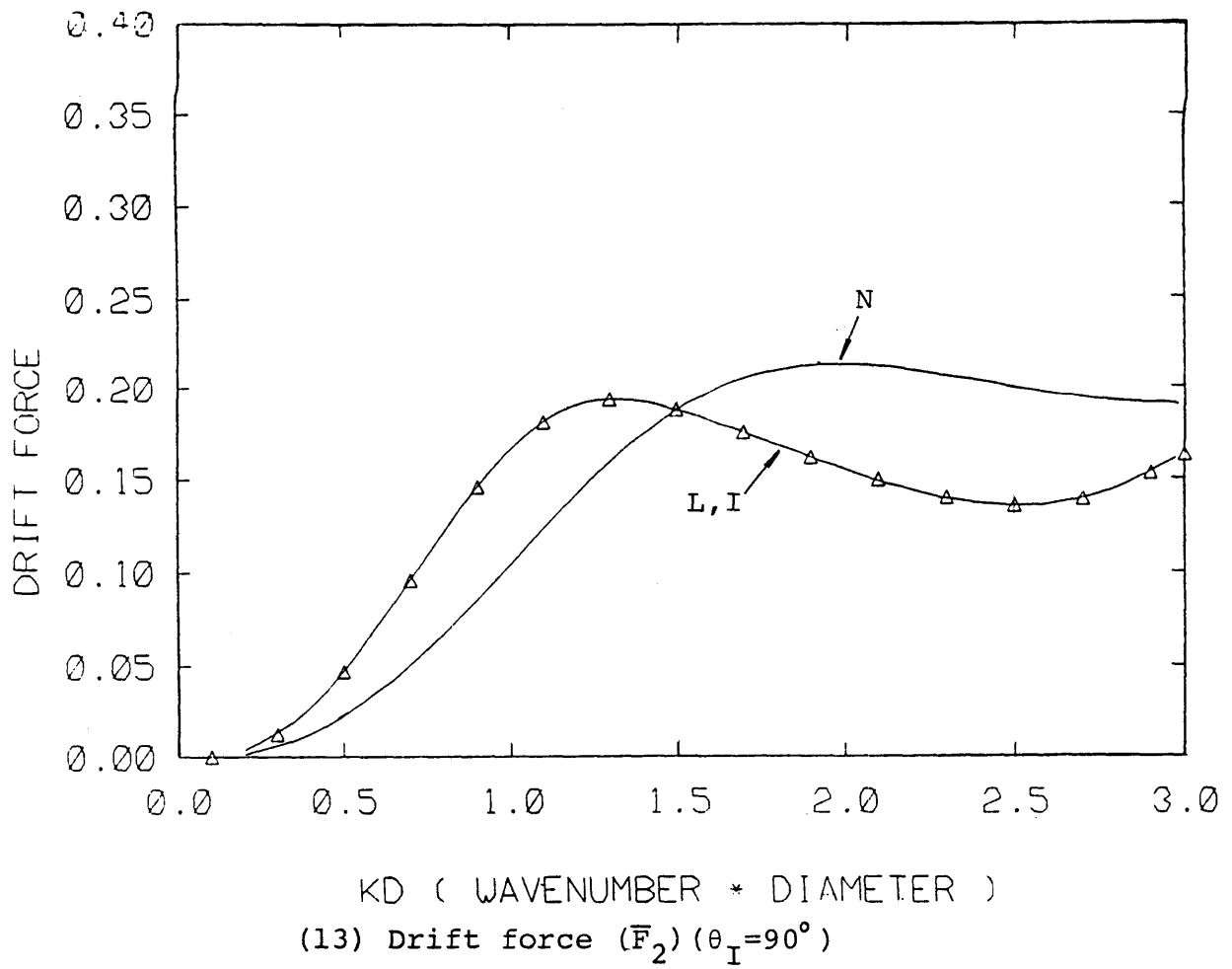


Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=2)

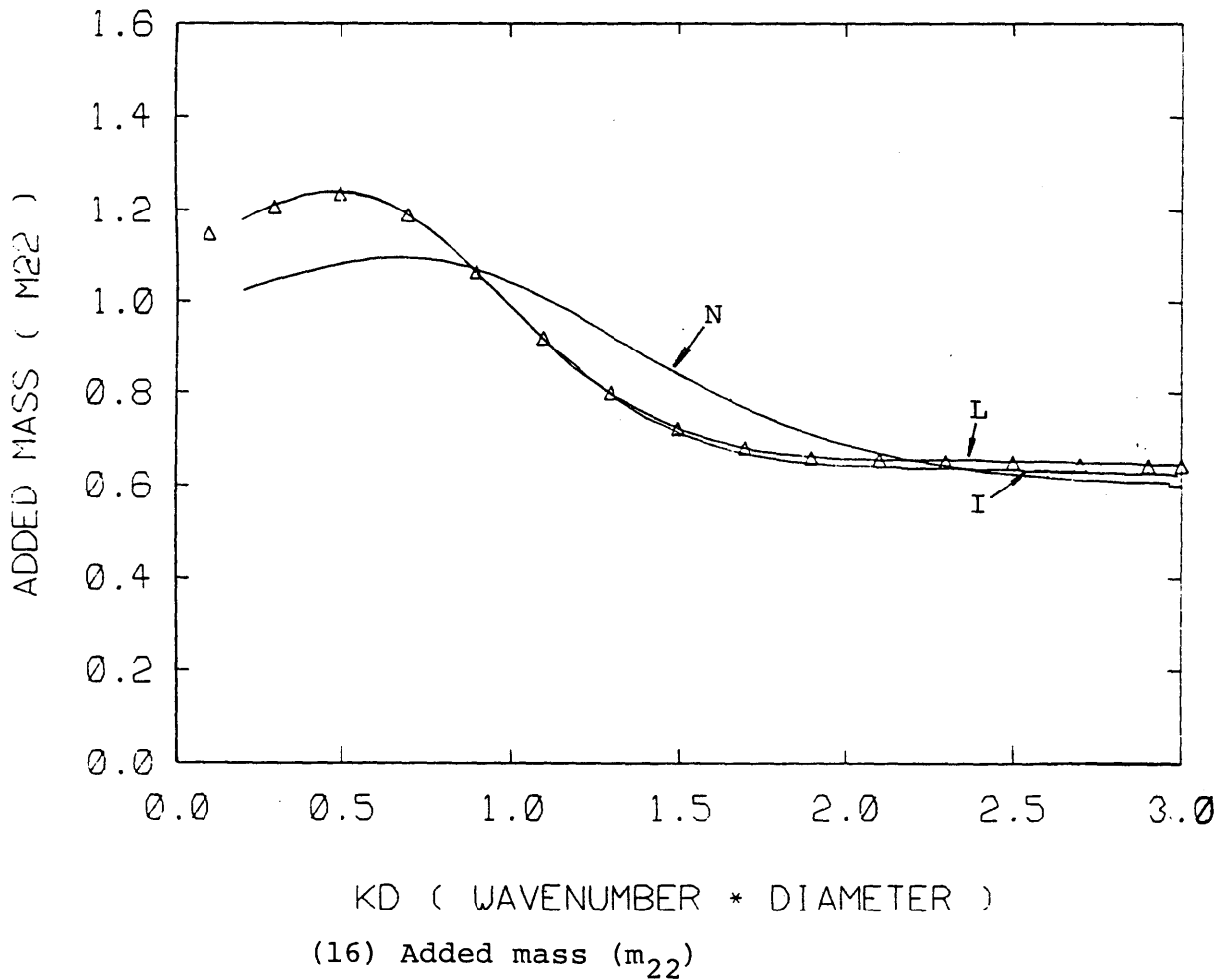
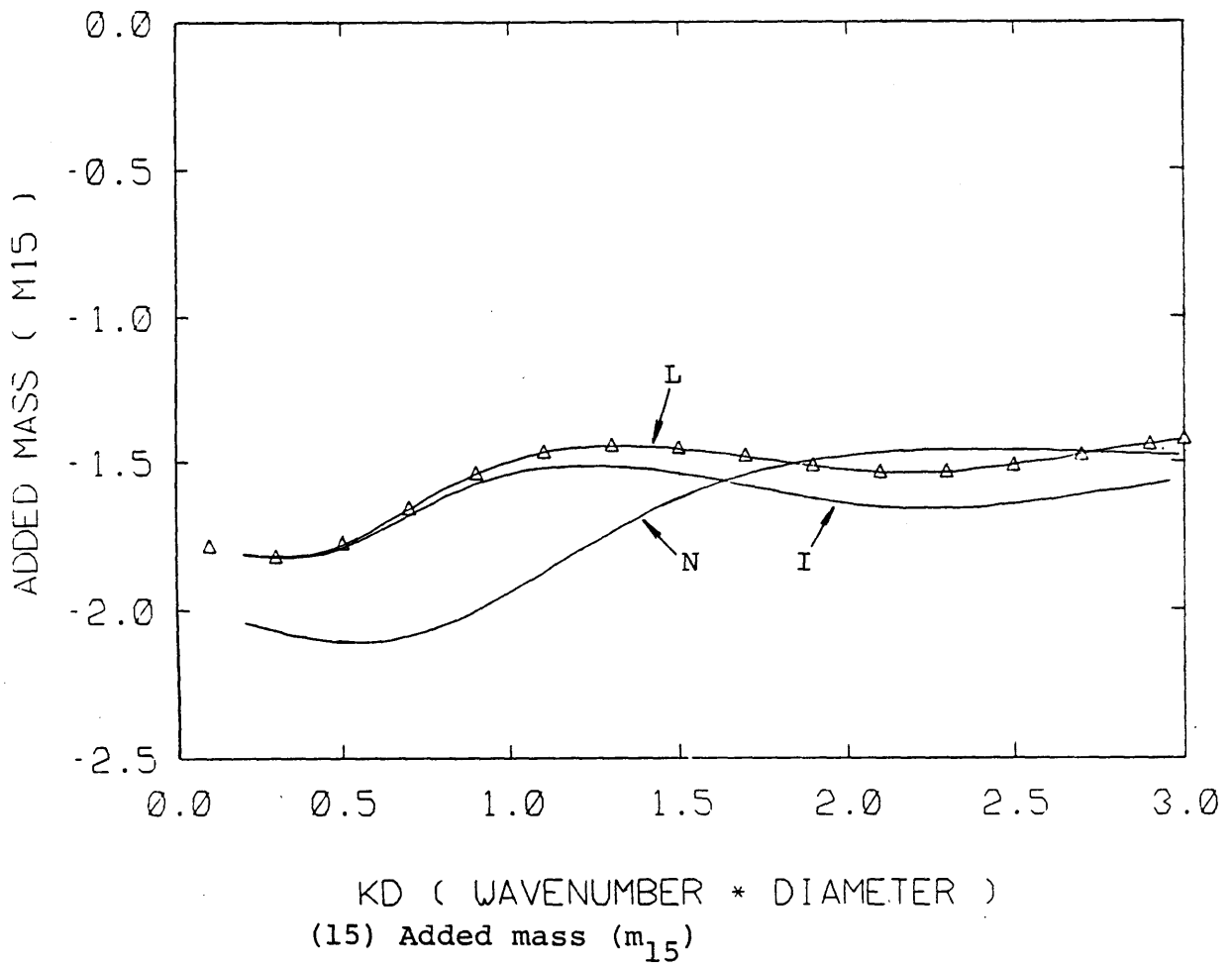
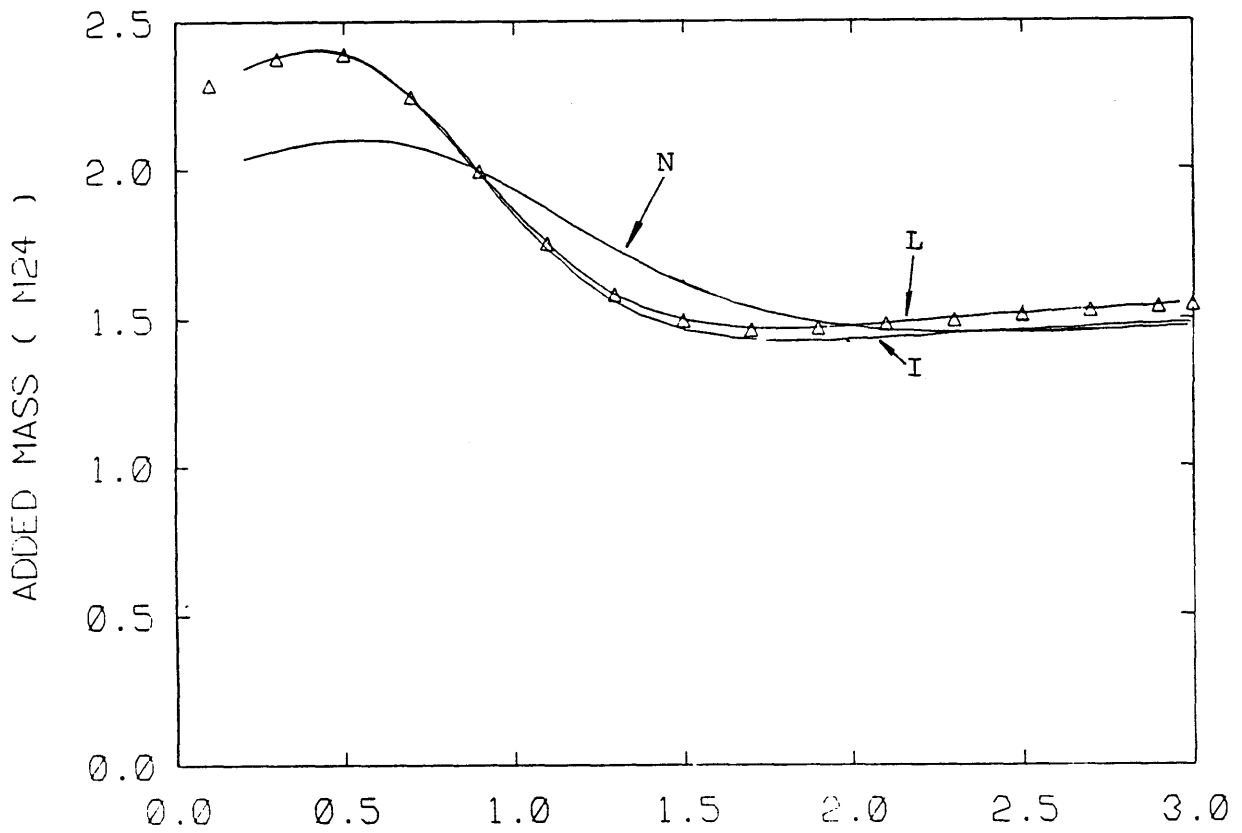
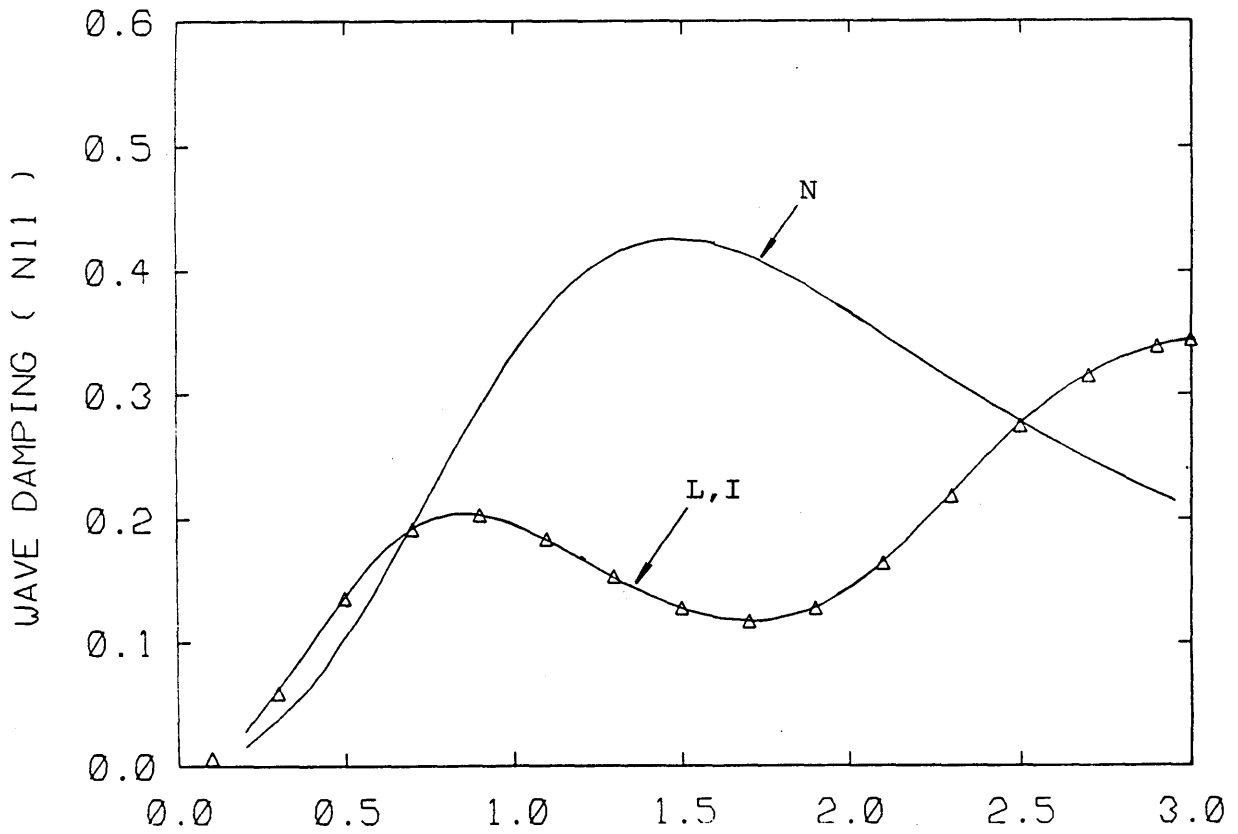


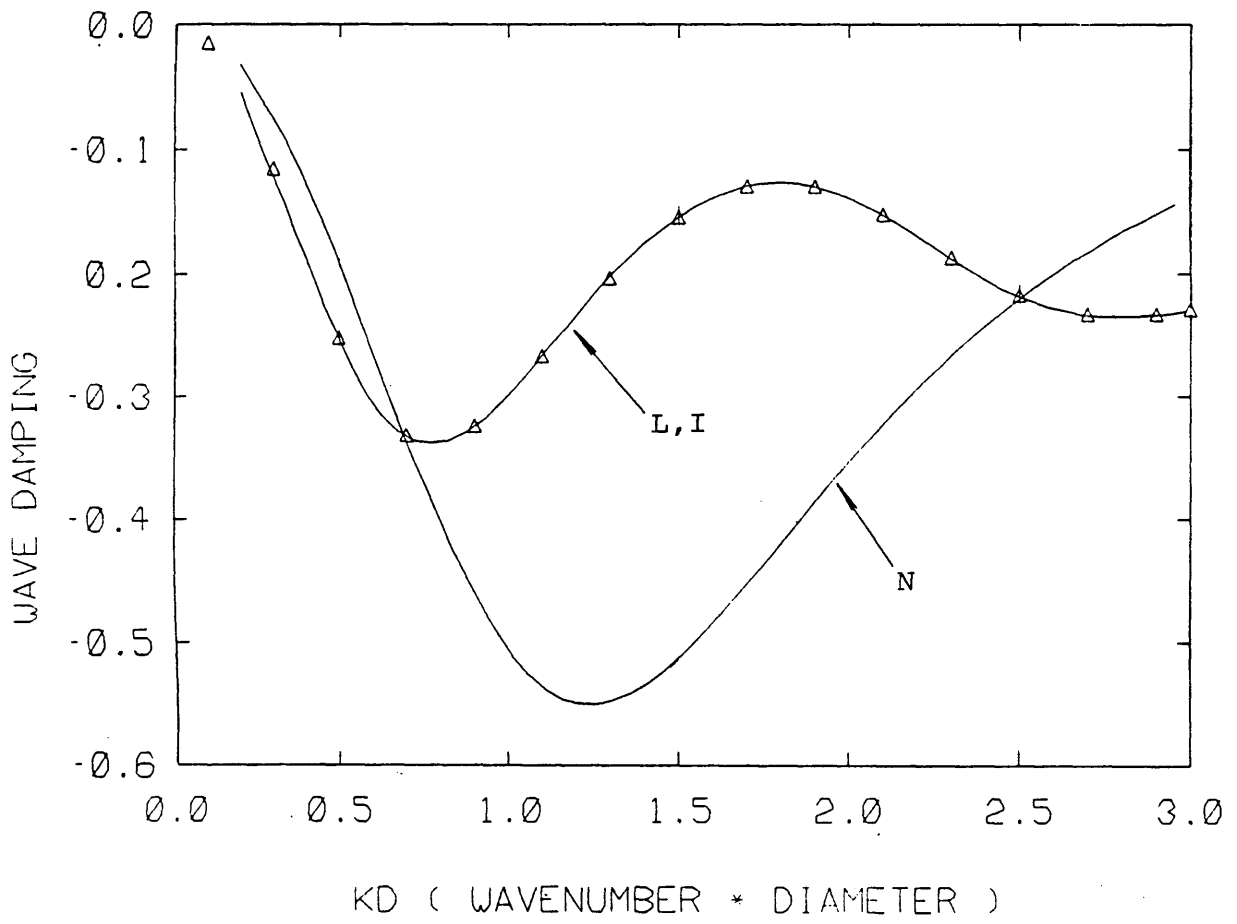
Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders
($L/D=2$) -33-



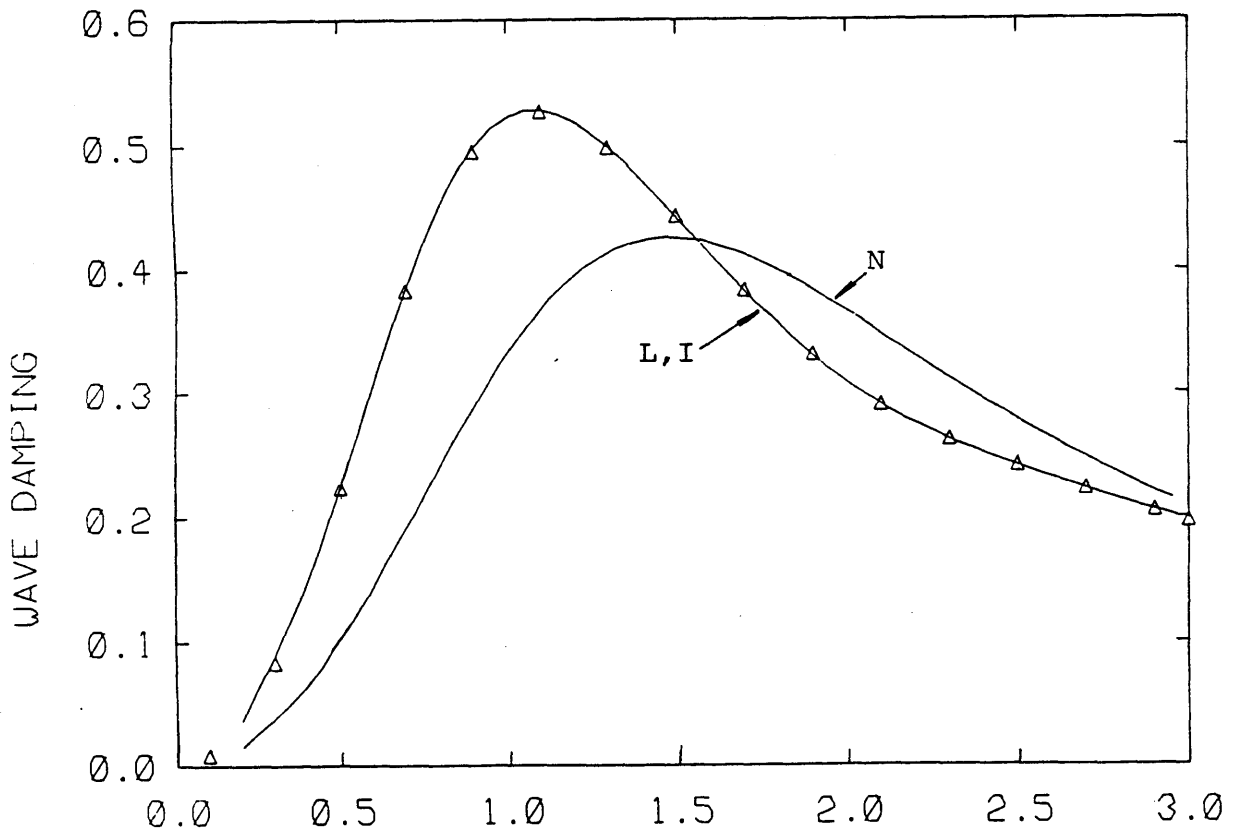
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (17) Added mass (m₂₄)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (18) Wave damping (N₁₁)

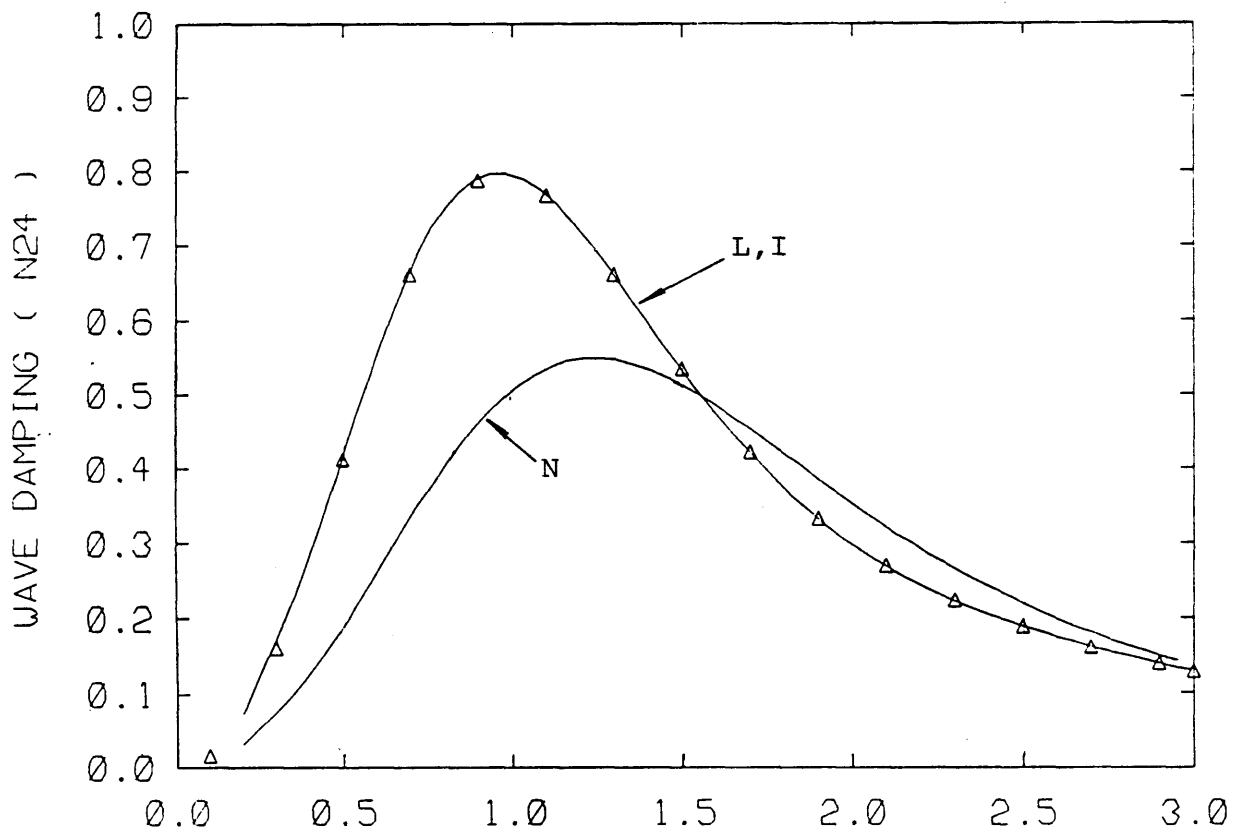


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (19) Wave damping (N₁₅)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (20) Wave damping (N₂₂)

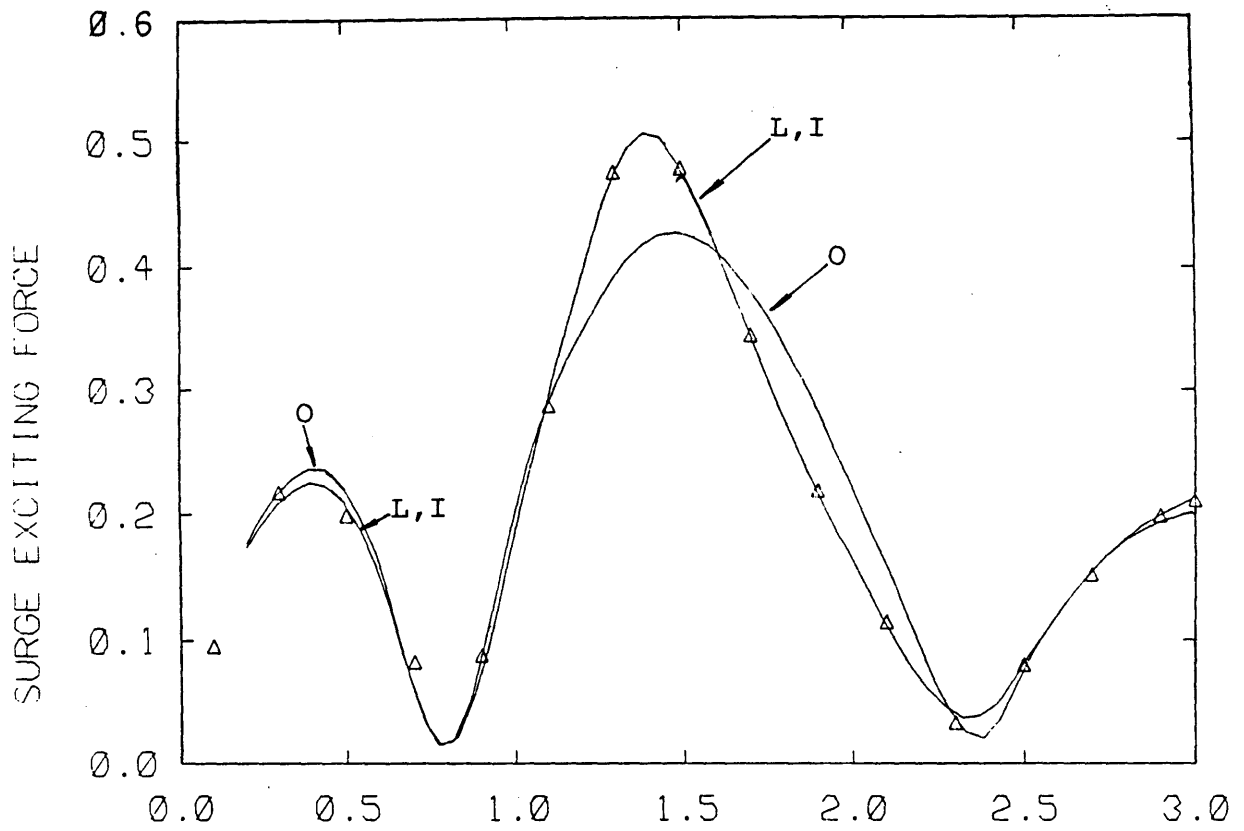
Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=2) -35-



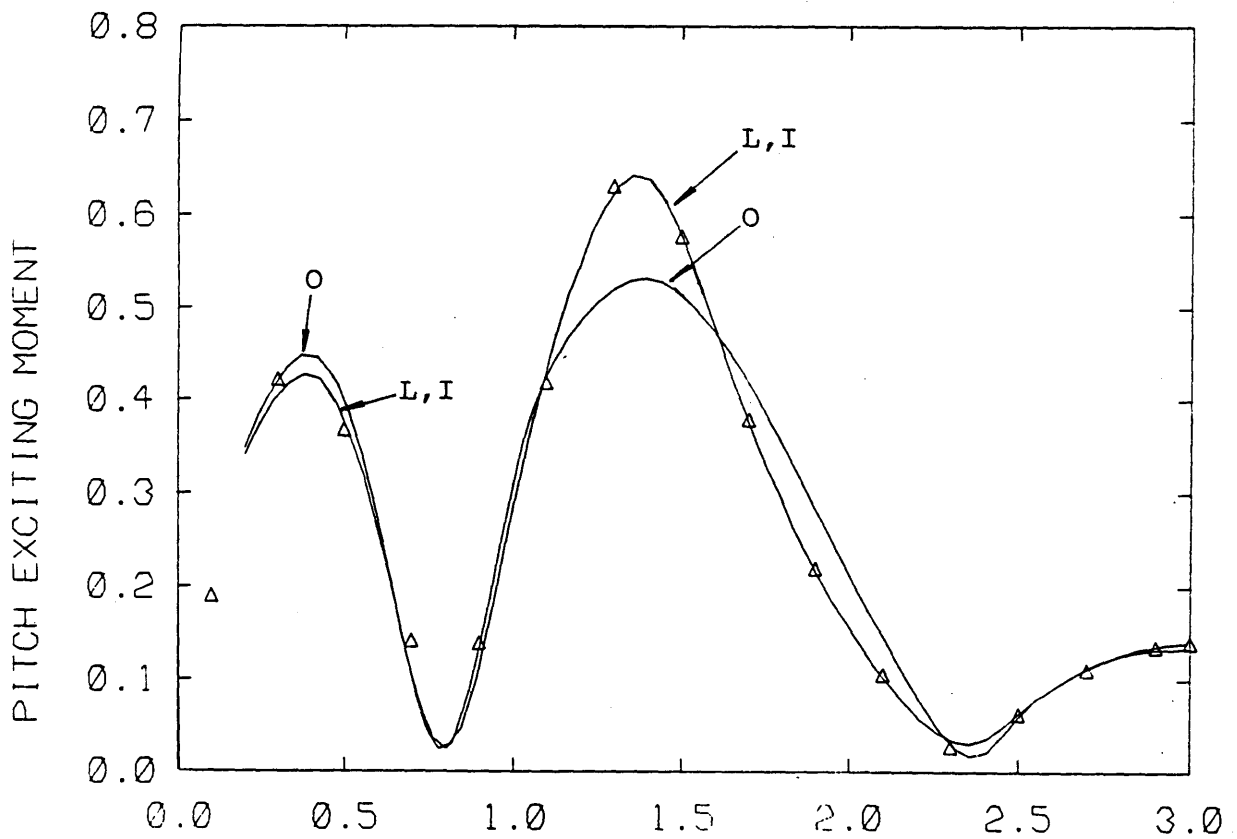
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (21) Wave damping (N₂₄)

Fig.2.11 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=2, H/D=2, h/D=2)

- Δ: exact solutions
- L: exact interaction theory (with local wave effects)
- I: exact interaction theory (without local wave effects)
- O: 0-th order approximation
- P: Simon's plane wave approximation
- N: single-body solutions

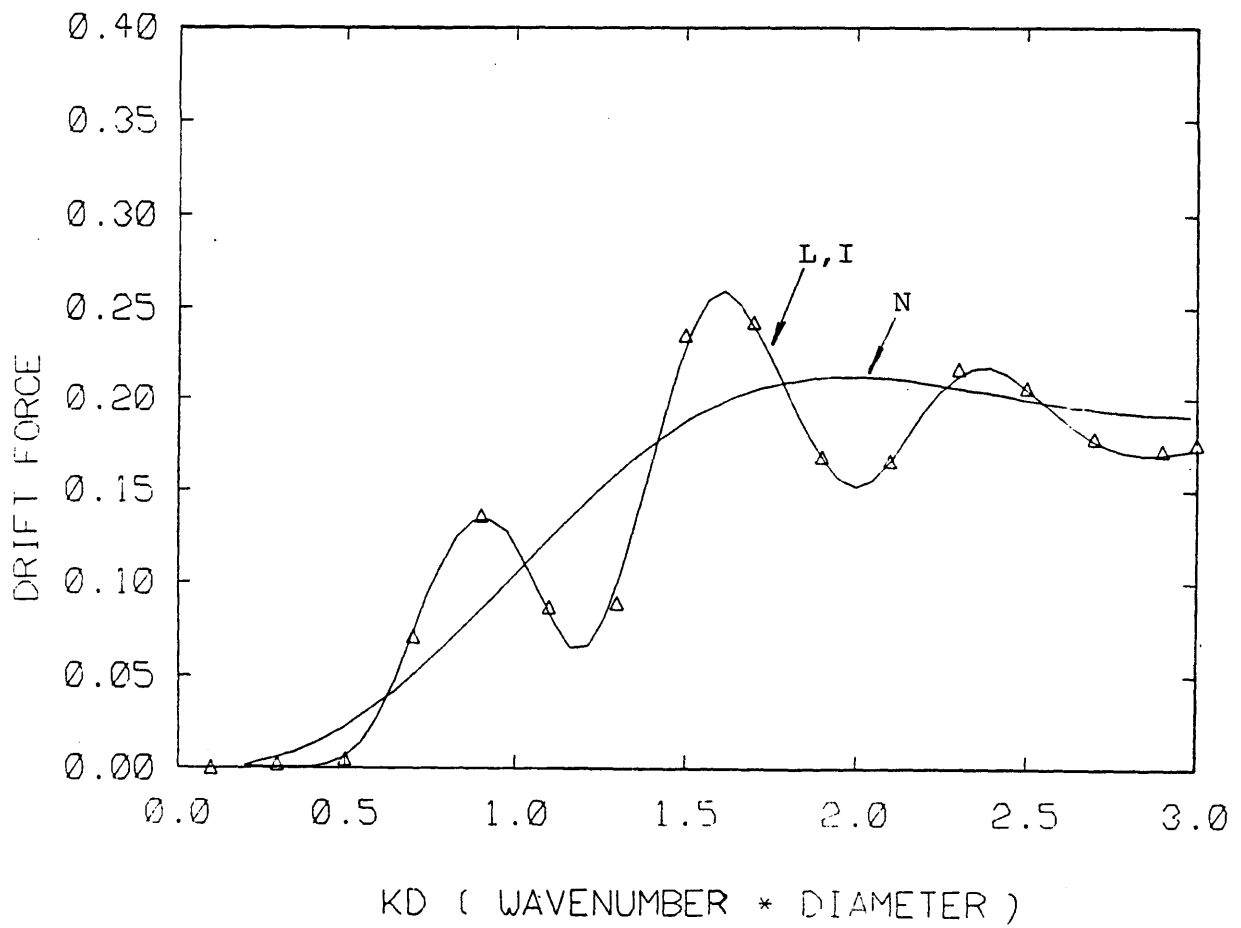


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (1) Surge exciting force (F_1) ($\theta_I=0^\circ$)

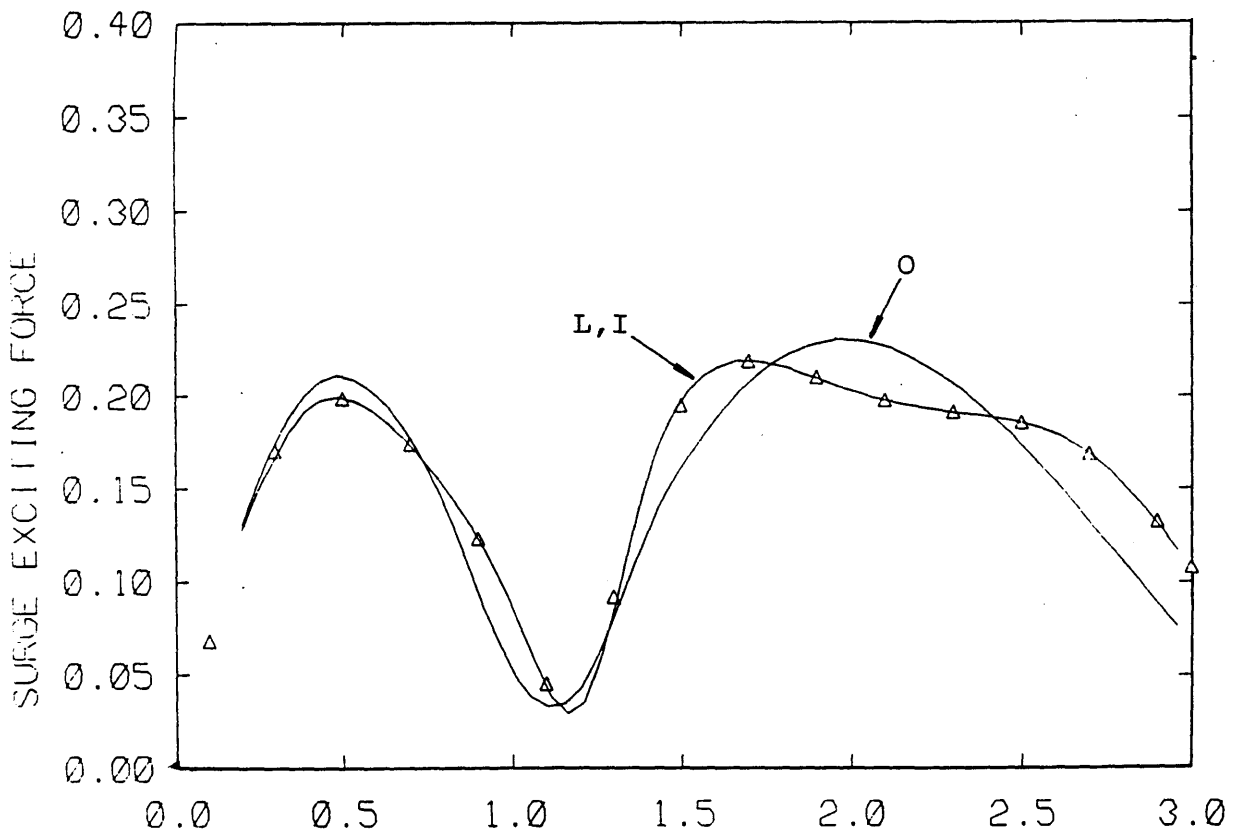


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (2) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=0^\circ$)

Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
 ($L/D=4$) -37-

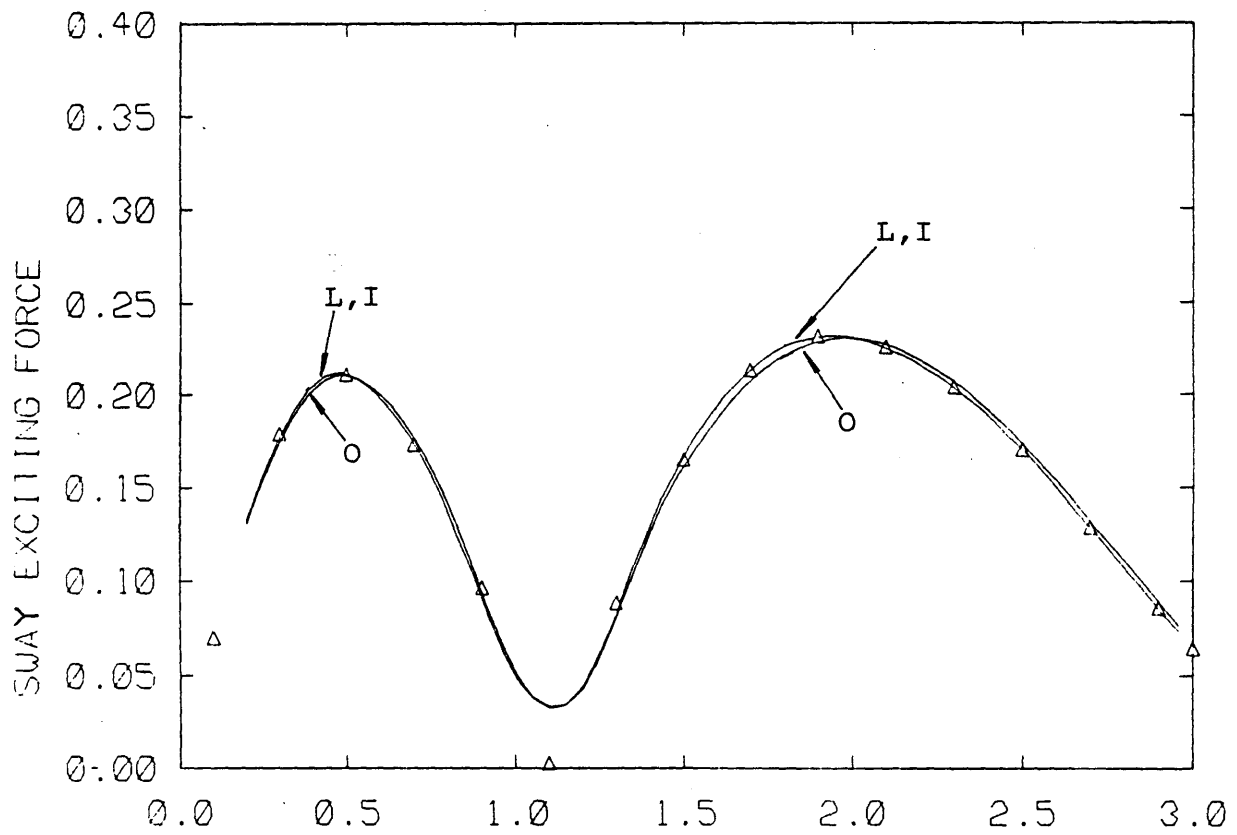


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (3) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I=0^\circ$)

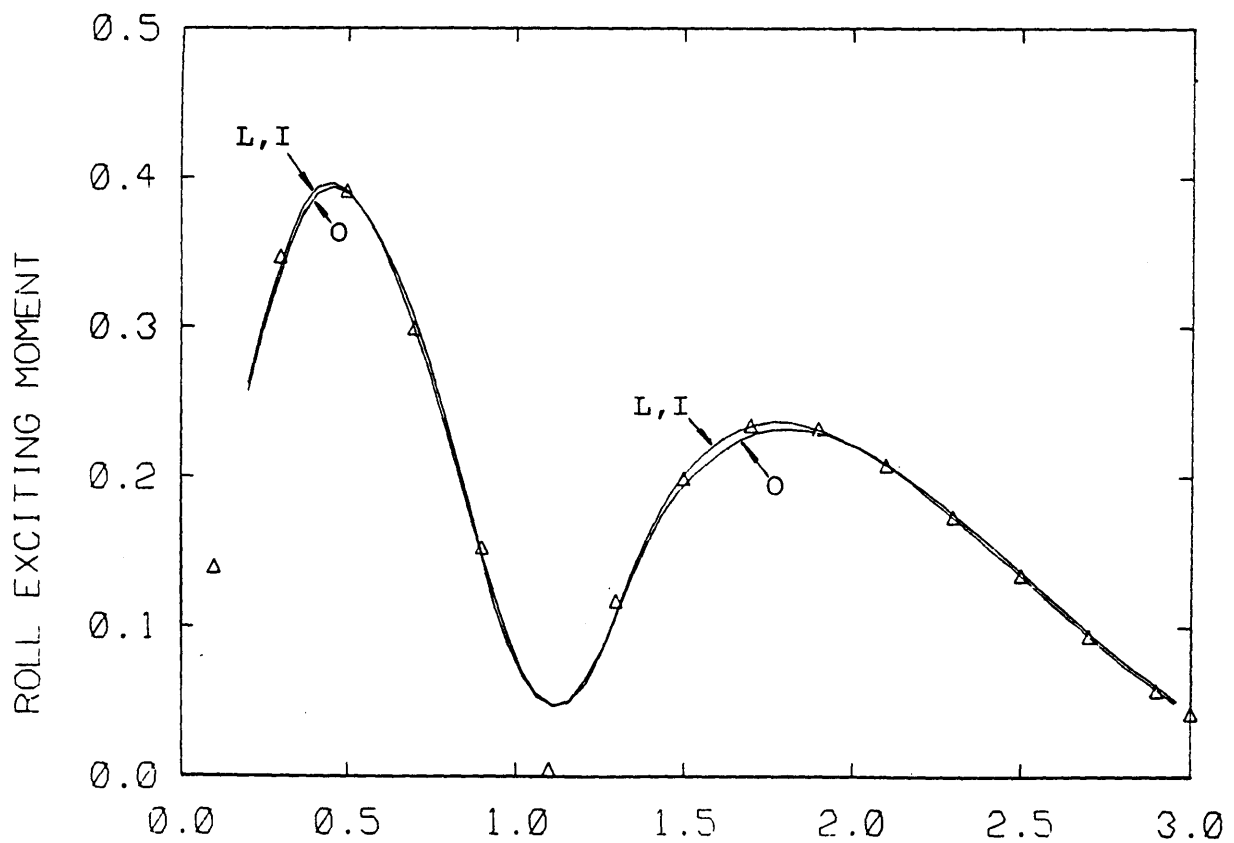


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (4) Surge exciting force (F_1) ($\theta_I=45^\circ$)

Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=4)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (5) Sway exciting force (F₂) (θ_I=45°)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (6) Roll exciting moment (F₄) (θ_I=45°)

Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=4) -39-

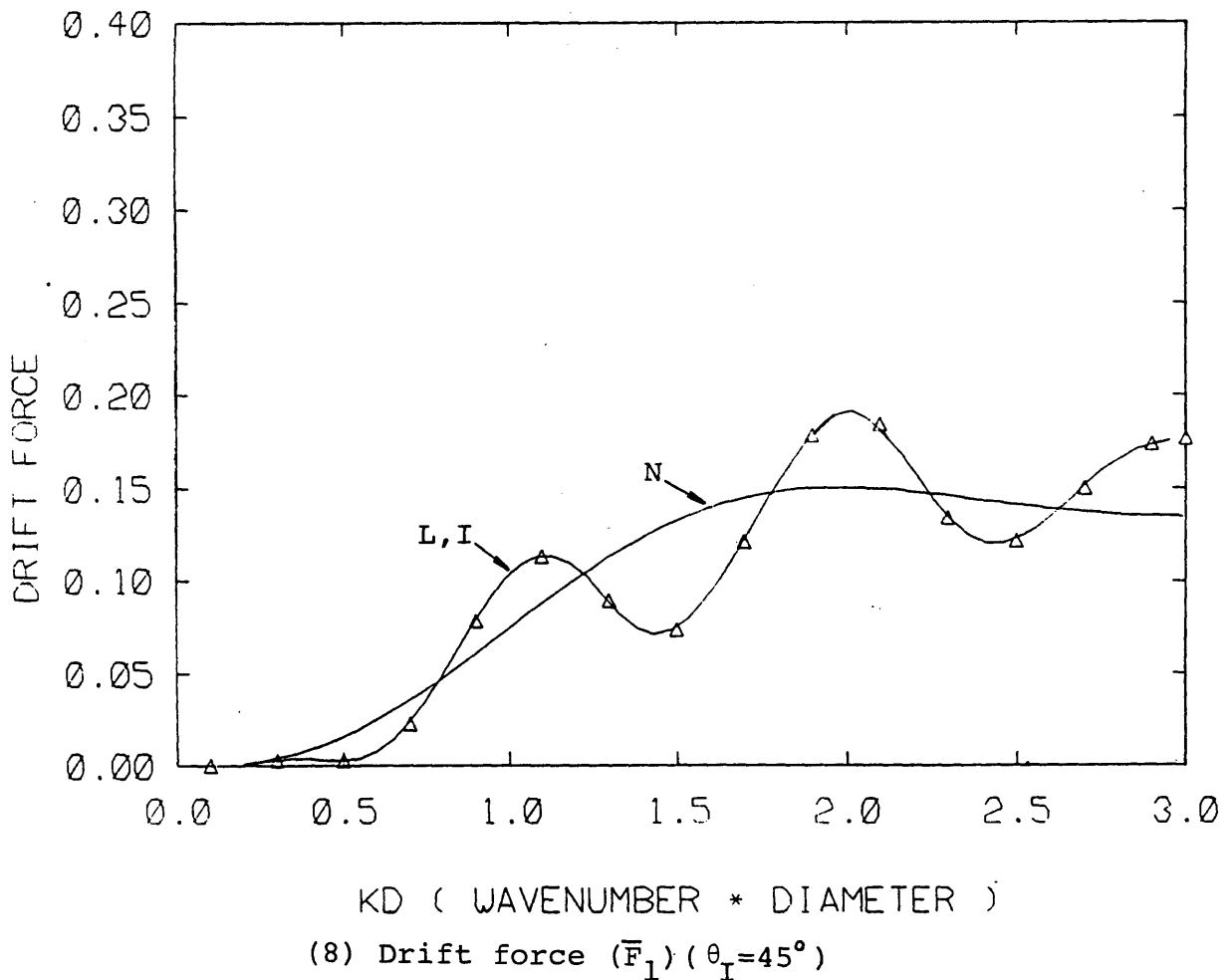
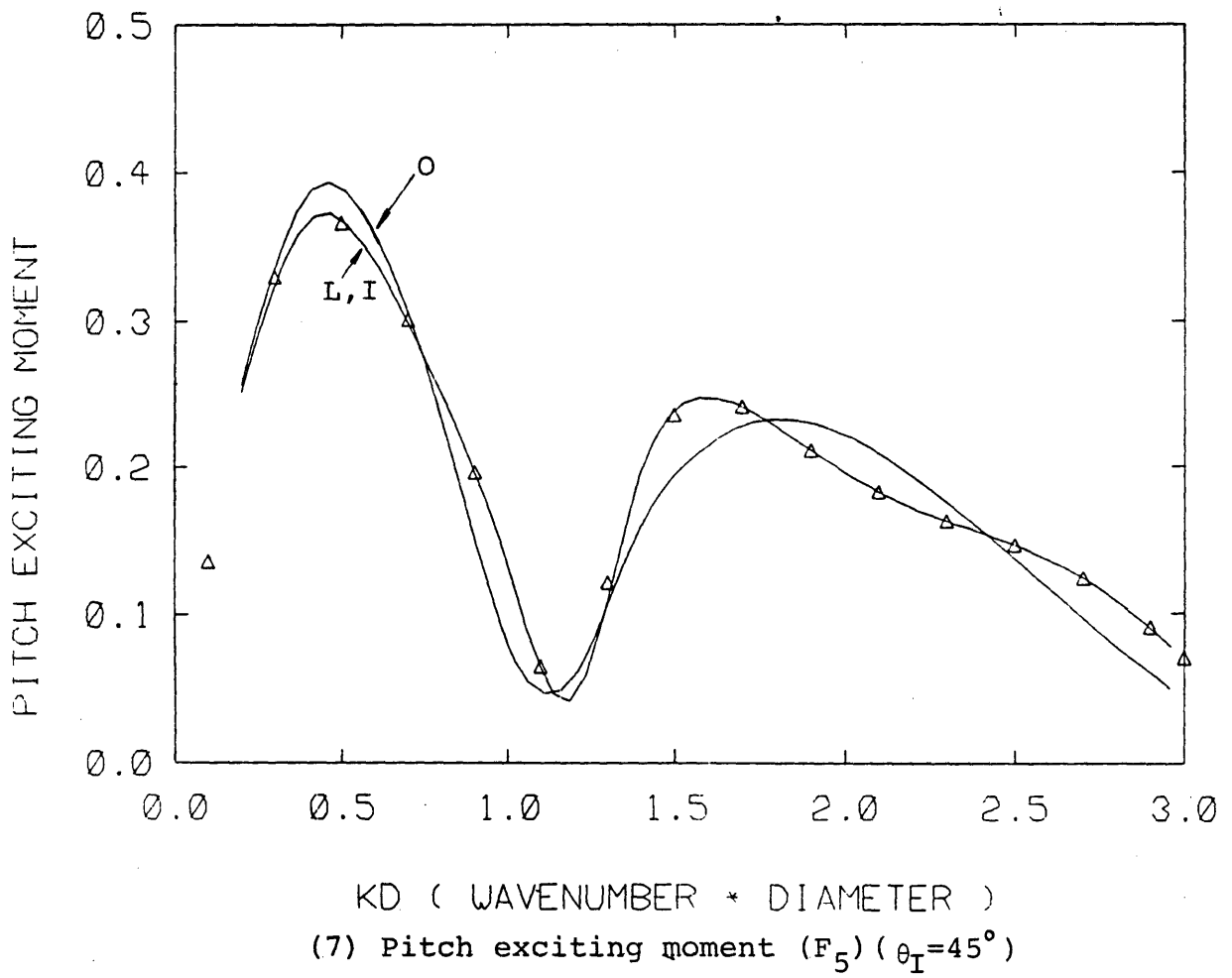


Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=4) -40-

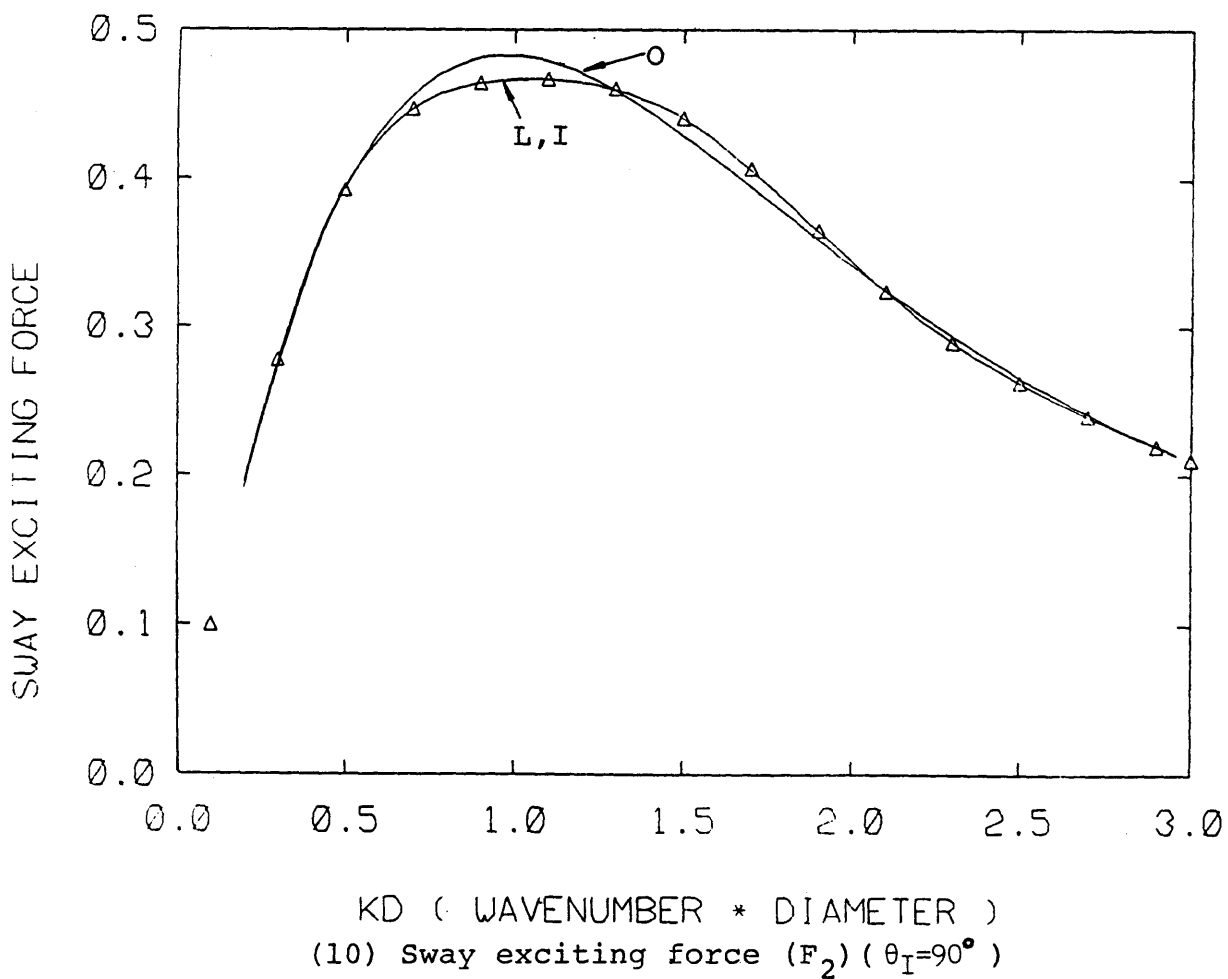
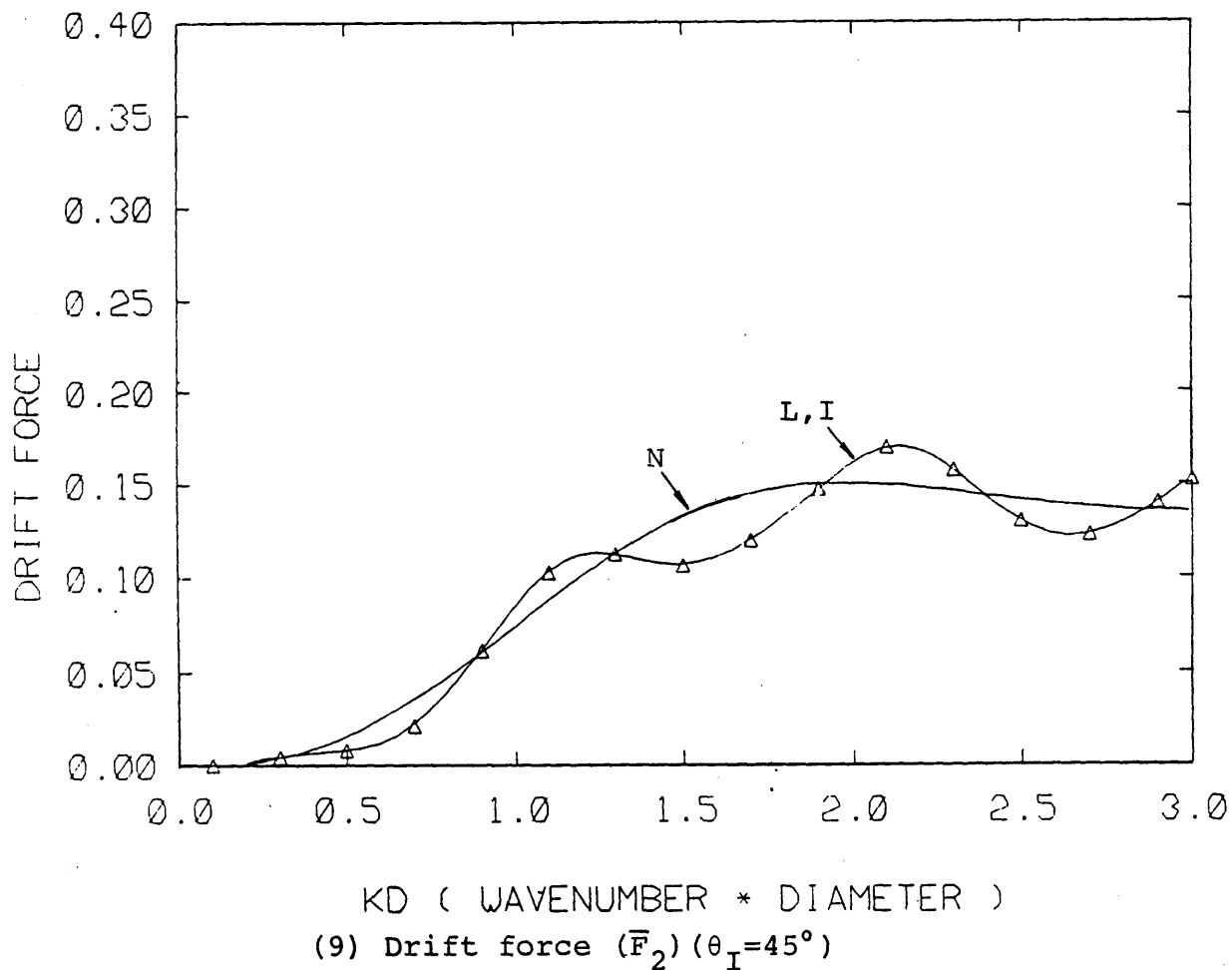
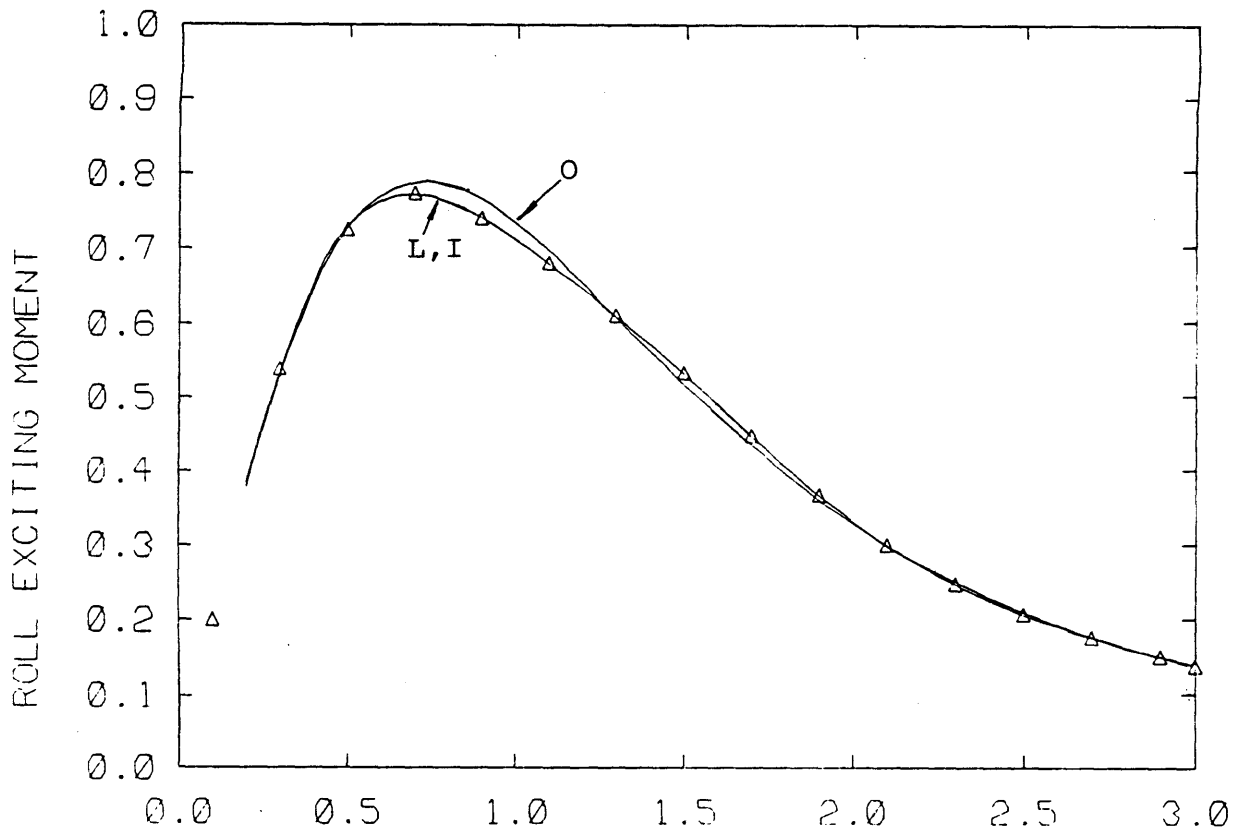
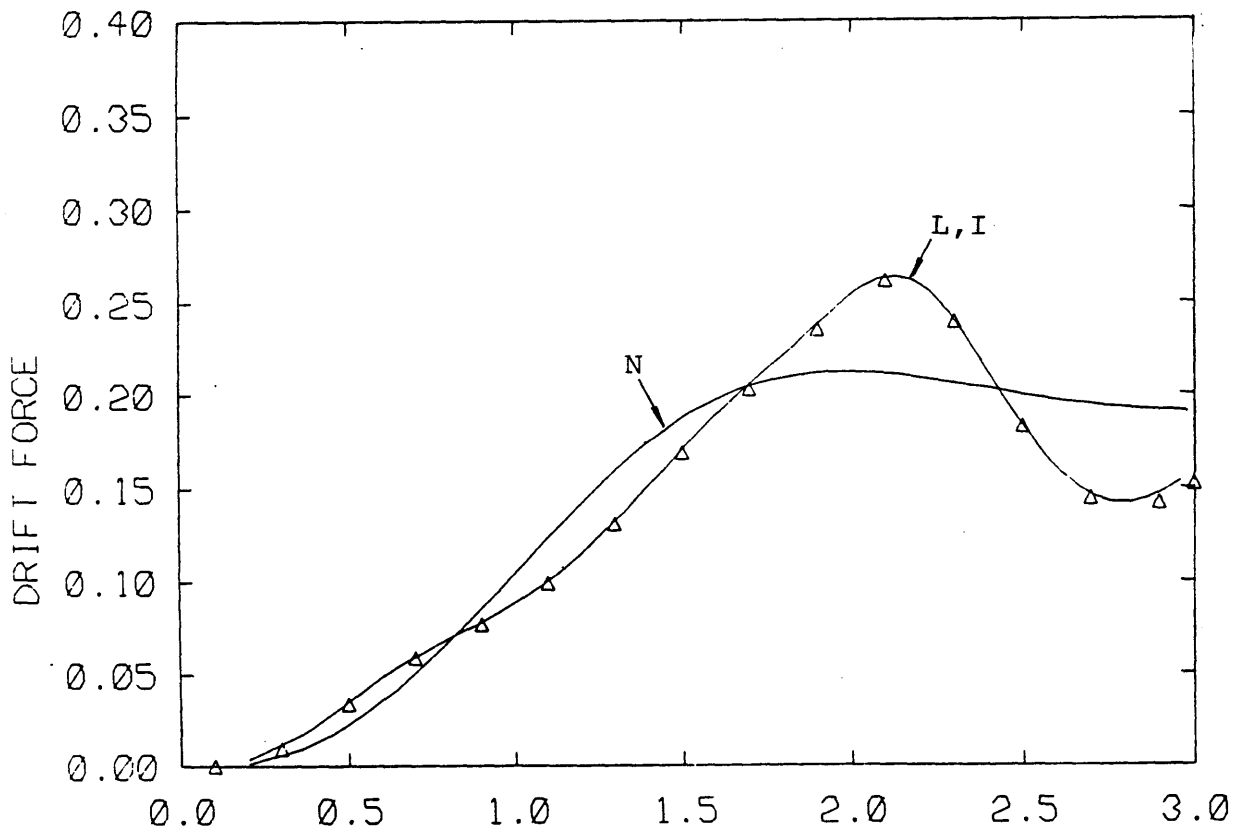


Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=4) -41-



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (11) Roll exciting moment (F_4) ($\theta_I=90^\circ$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (12) Drift force (\bar{F}_2) ($\theta_I=90^\circ$)

Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
 (L/D=4) -42-

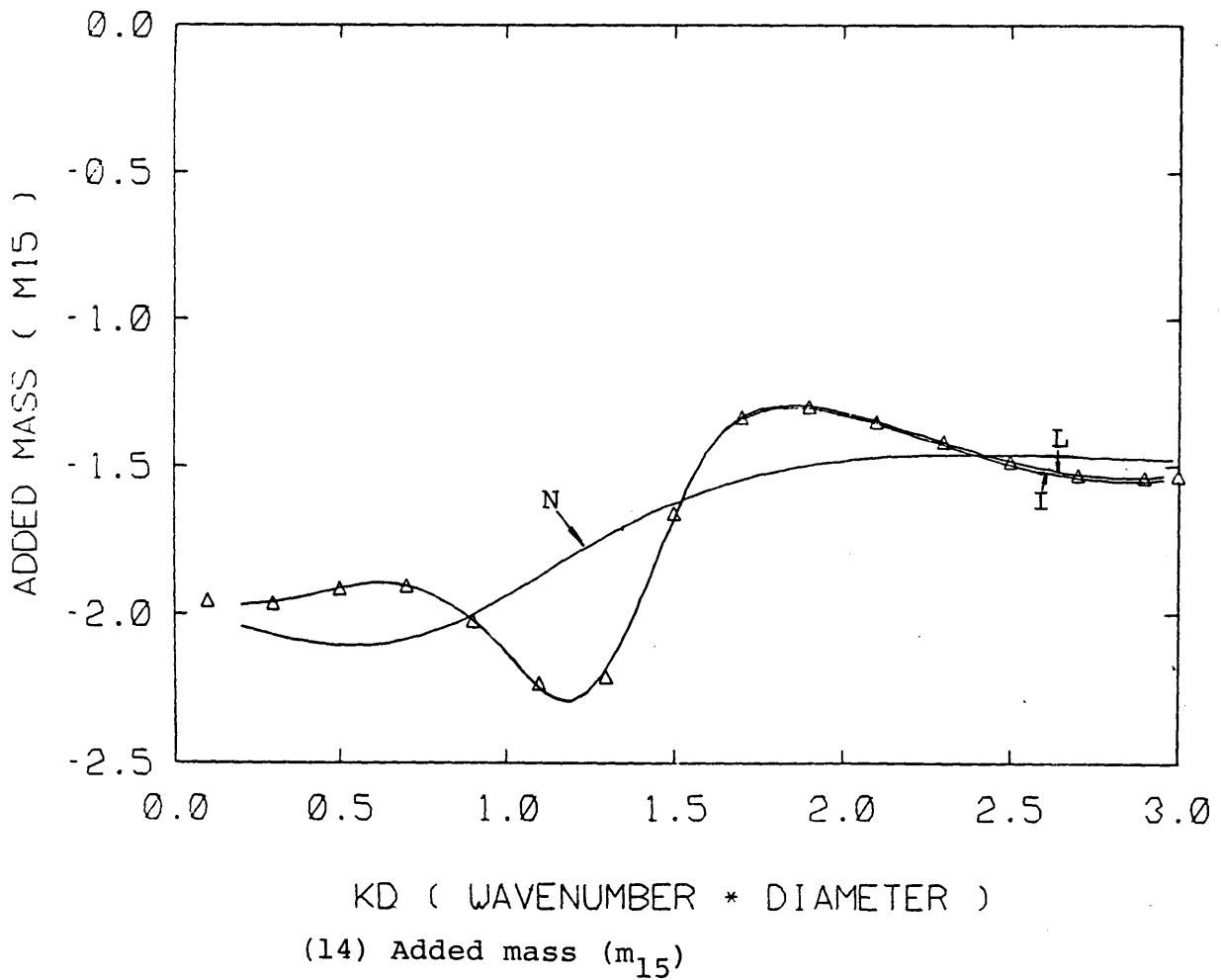
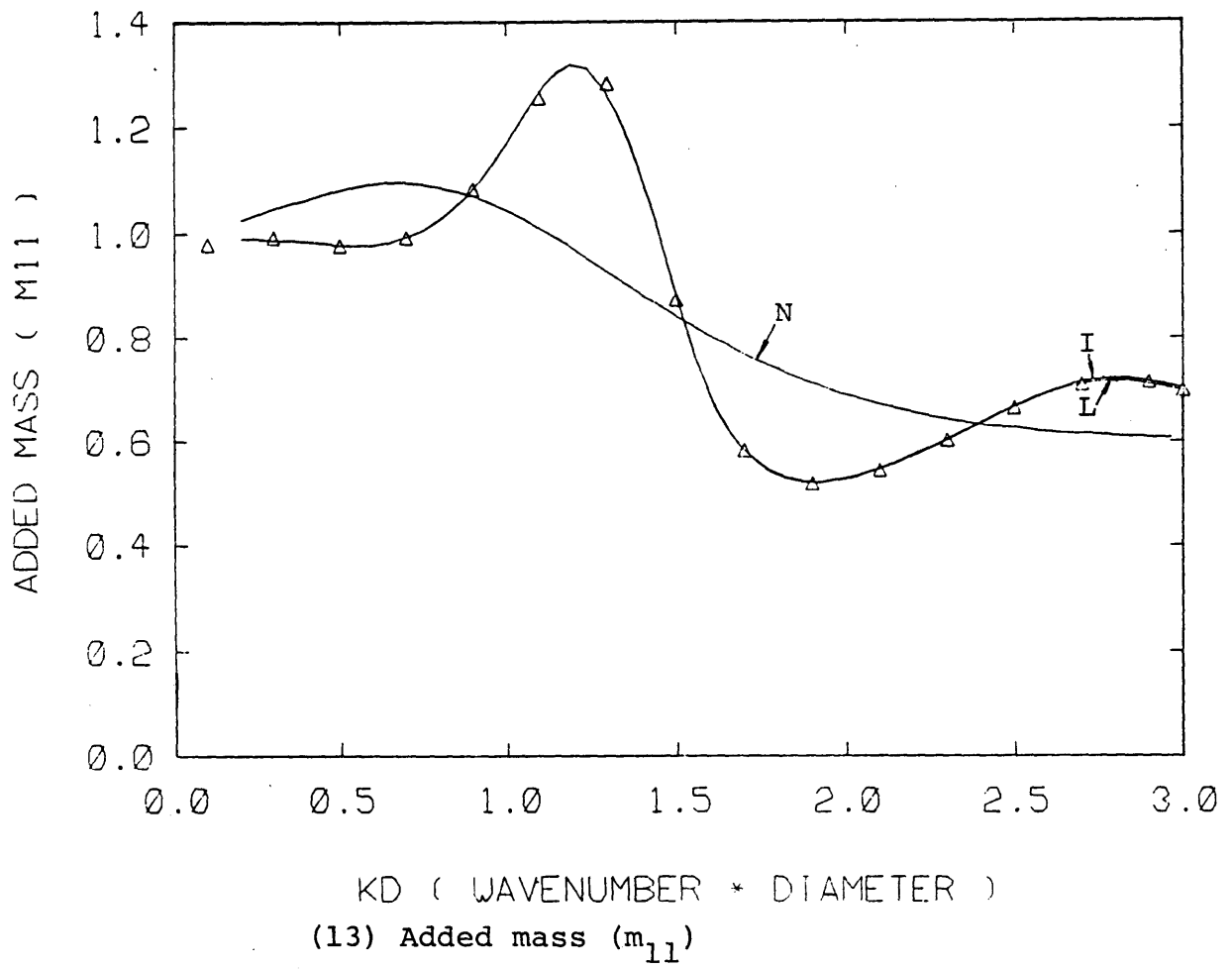
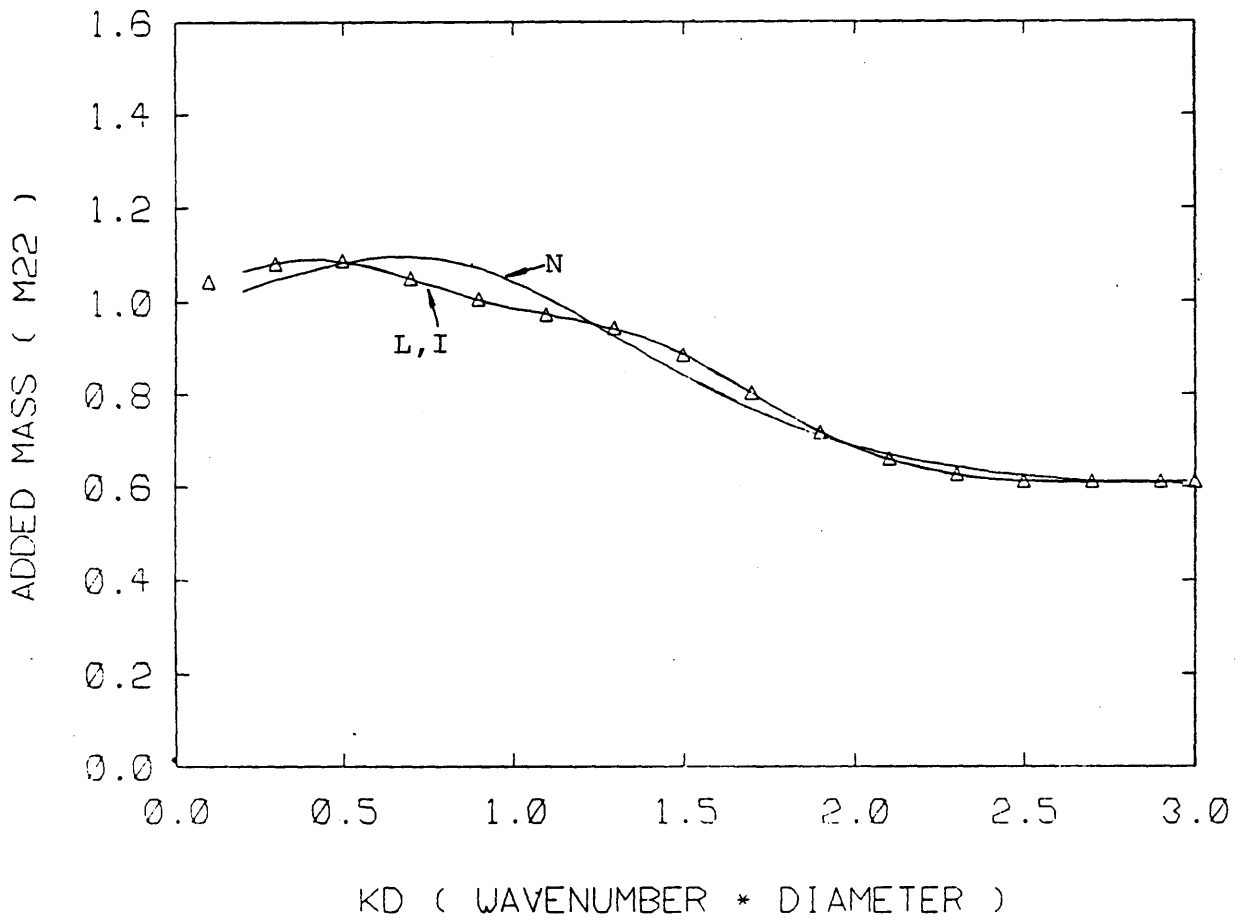
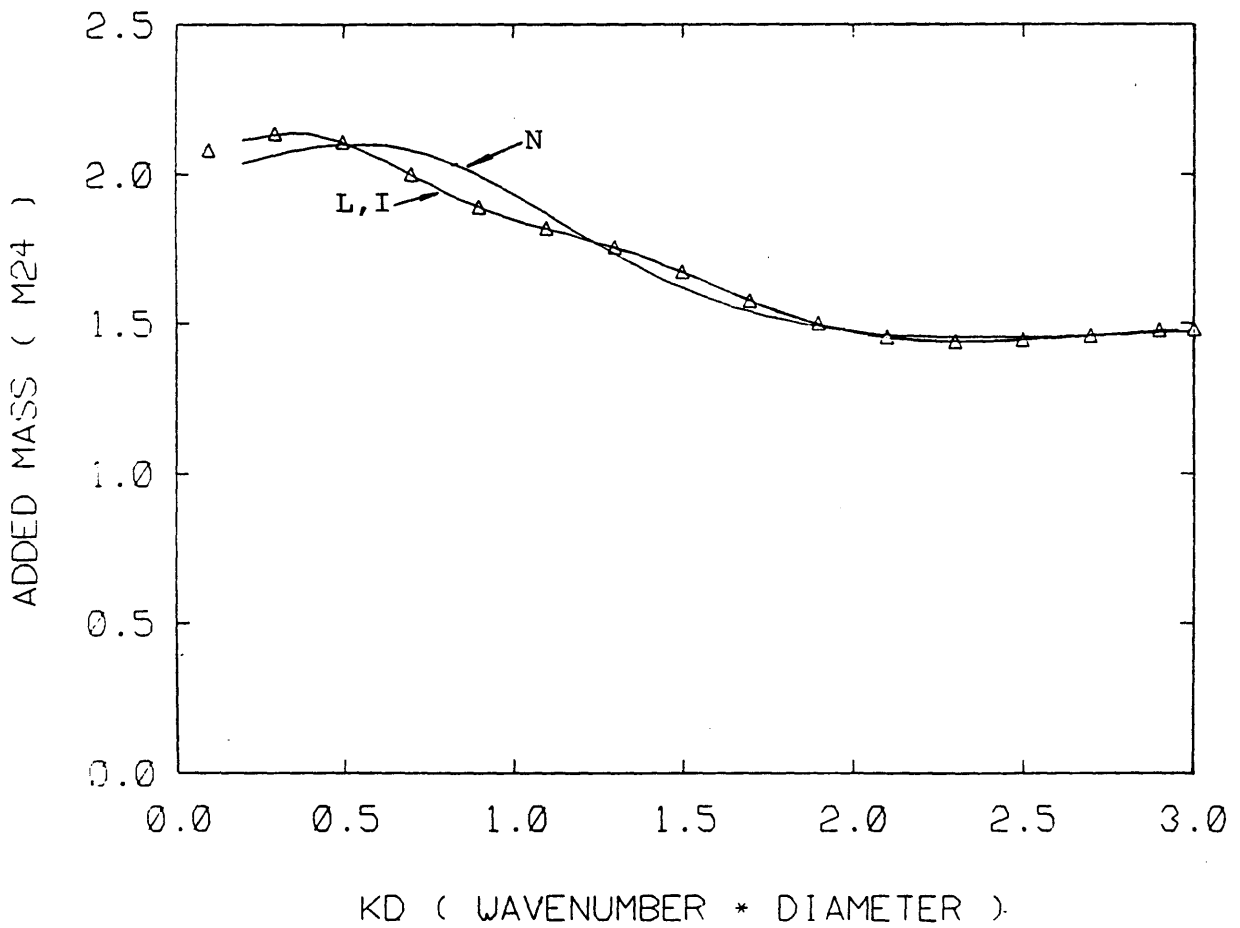


Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
($L/D=4$) -43-

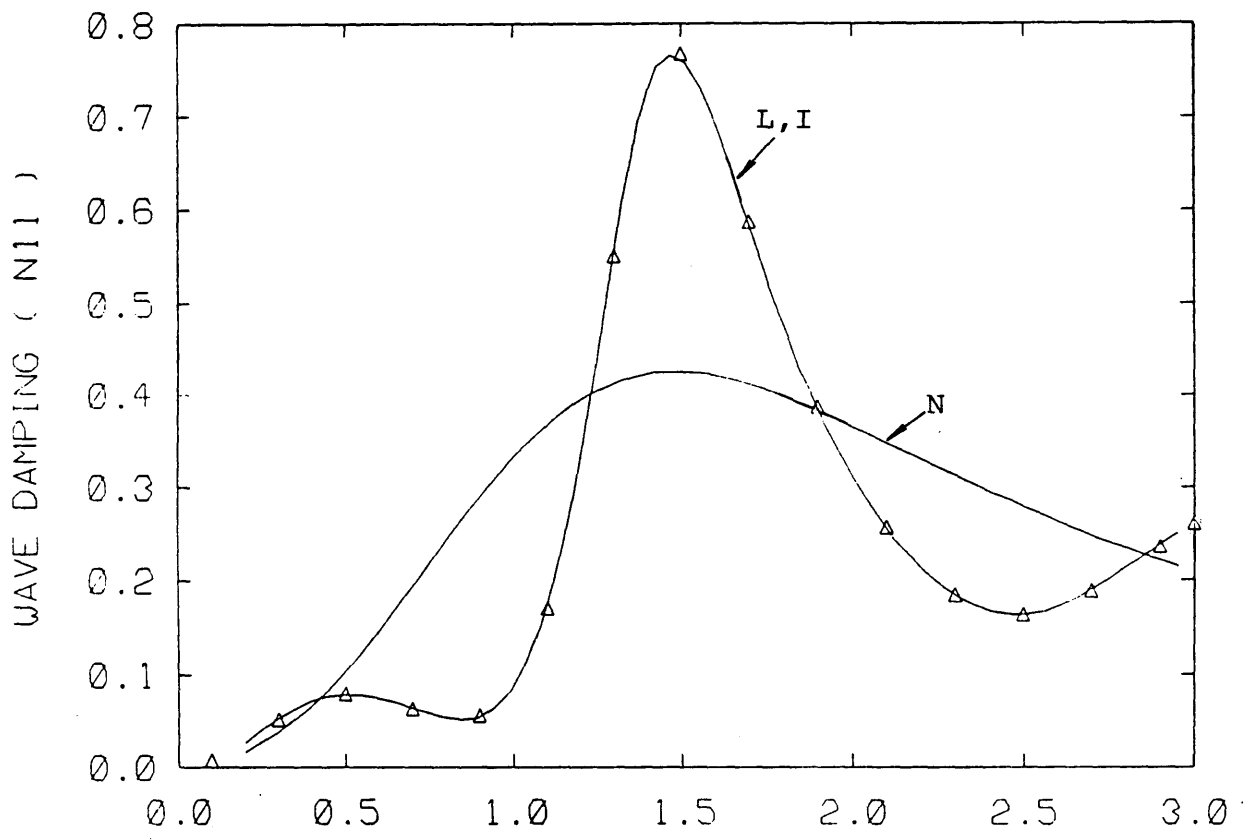


(15) Added mass (m_{22})

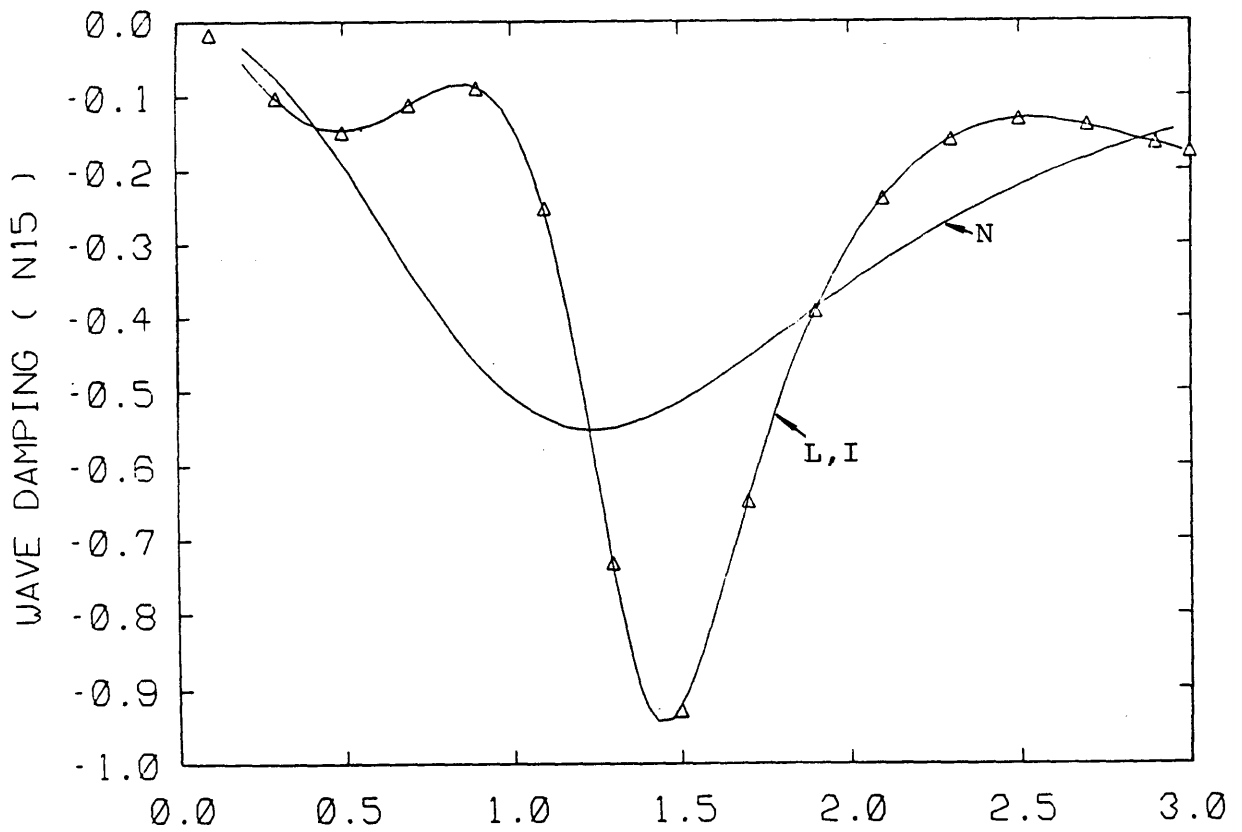


(16) Added mass (m_{24})

Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
($L/D=4$) -44-



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (17) Wave damping (N_{11})



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (18) Wave damping (N_{15})

Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
 ($L/D=4$) -45-

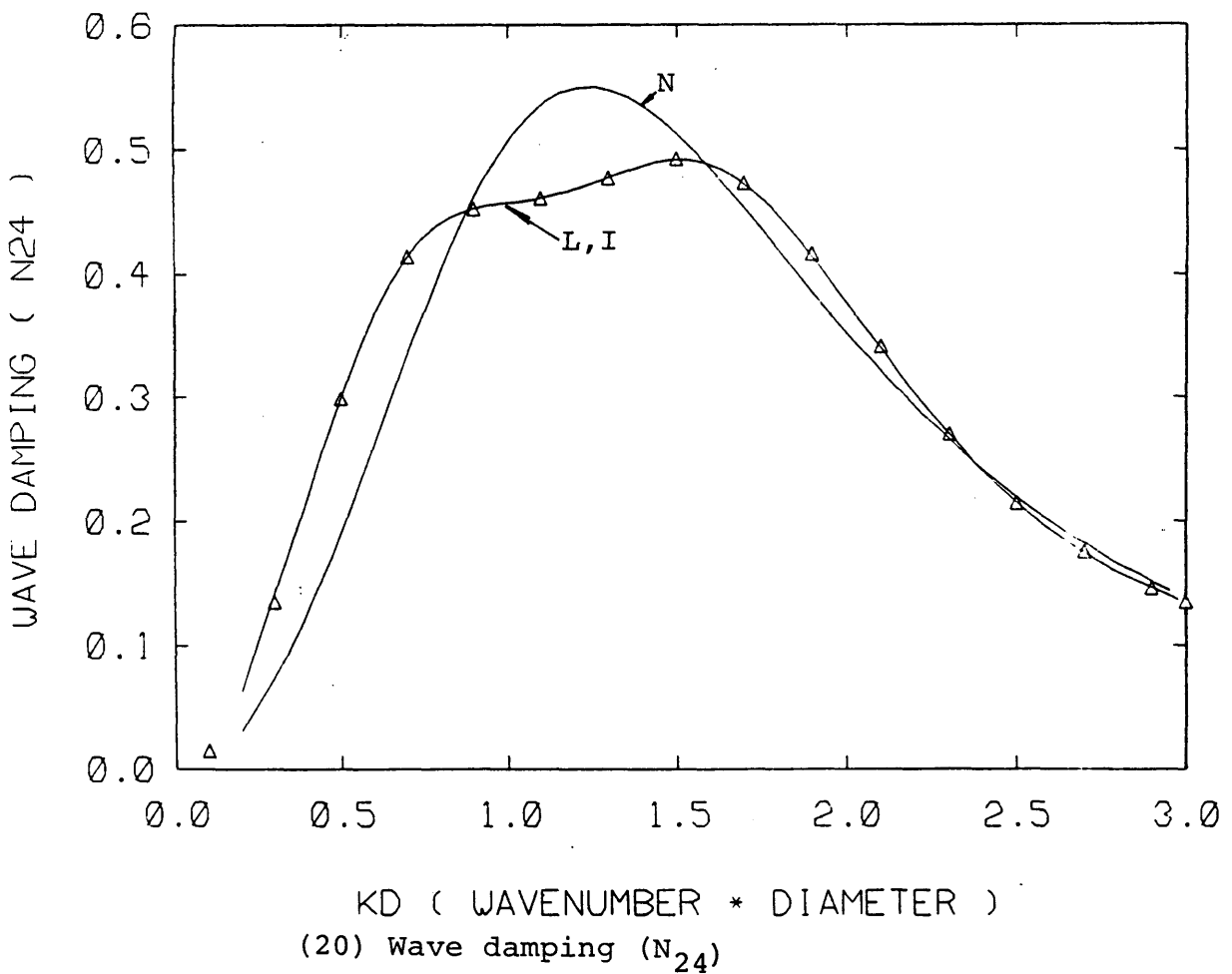
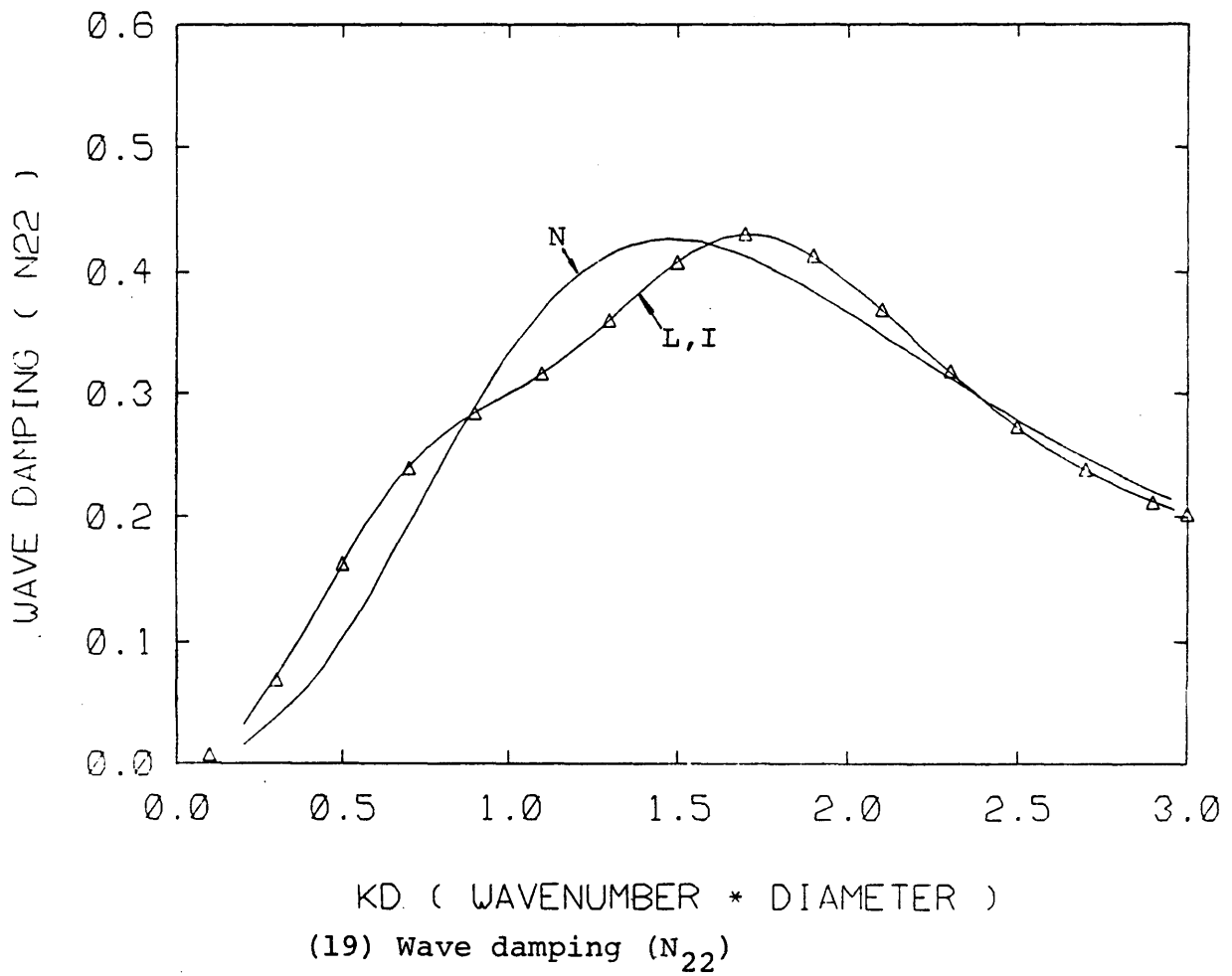
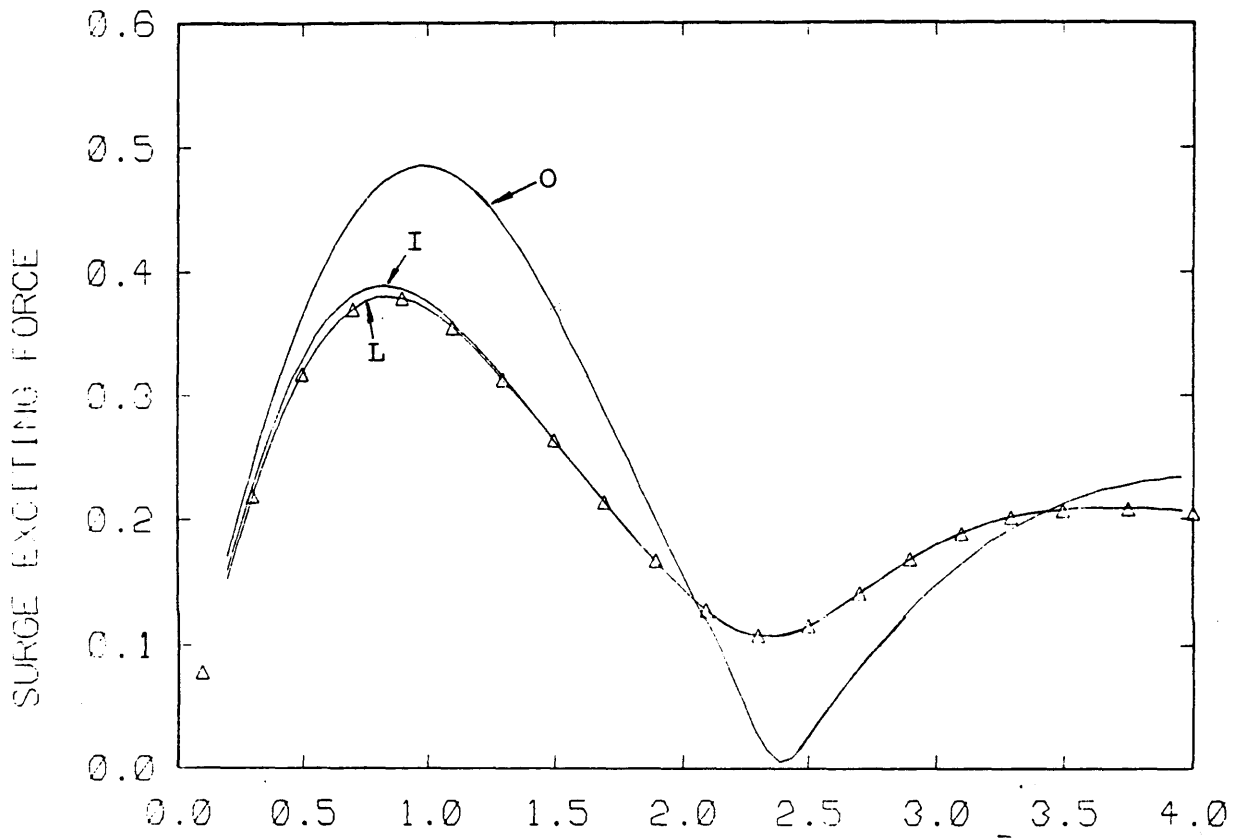
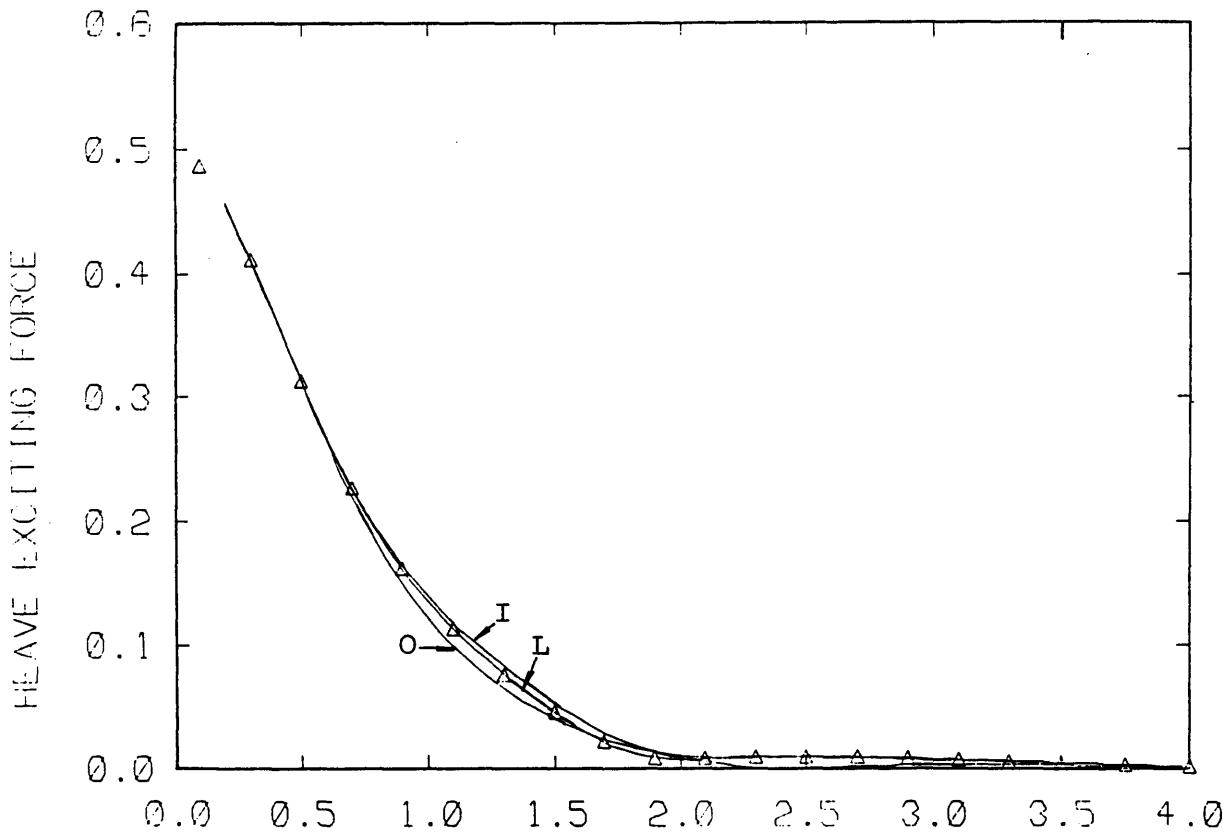


Fig.2.12 Two bottom-seated vertical cylinders
($L/D=4$) -46-

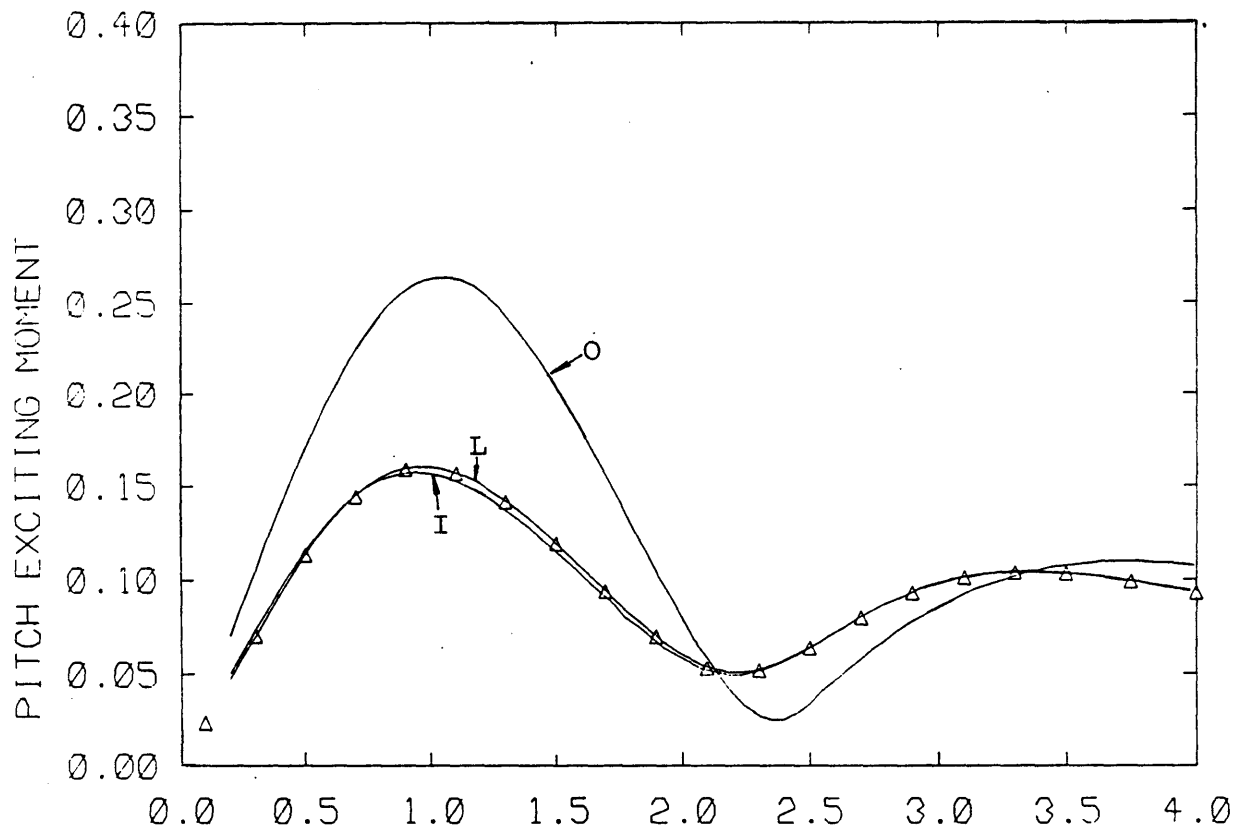


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (1) Surge exciting force (F_1) ($\theta_I=0^\circ$)

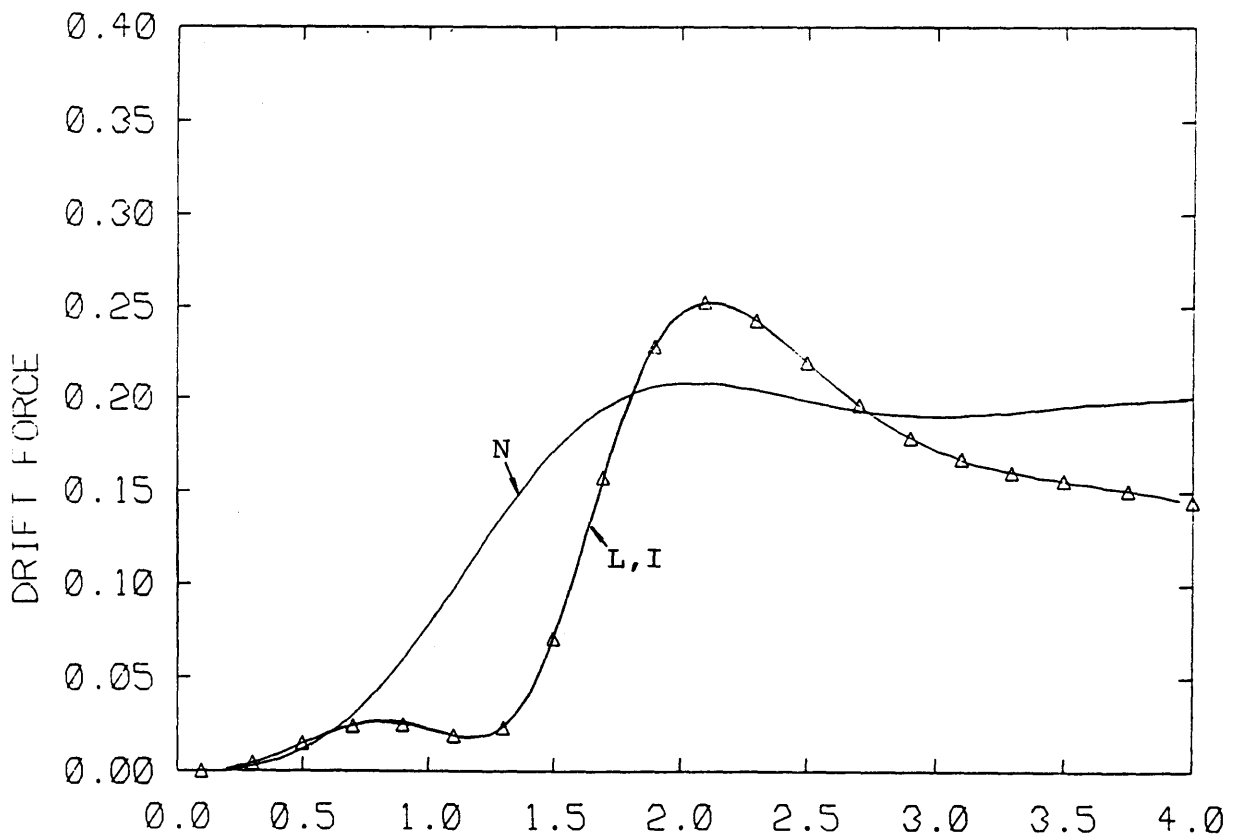


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (2) Heave exciting force (F_3) ($\theta_I=0^\circ$)

Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (3) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=0^\circ$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (4) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I=0^\circ$)

Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)

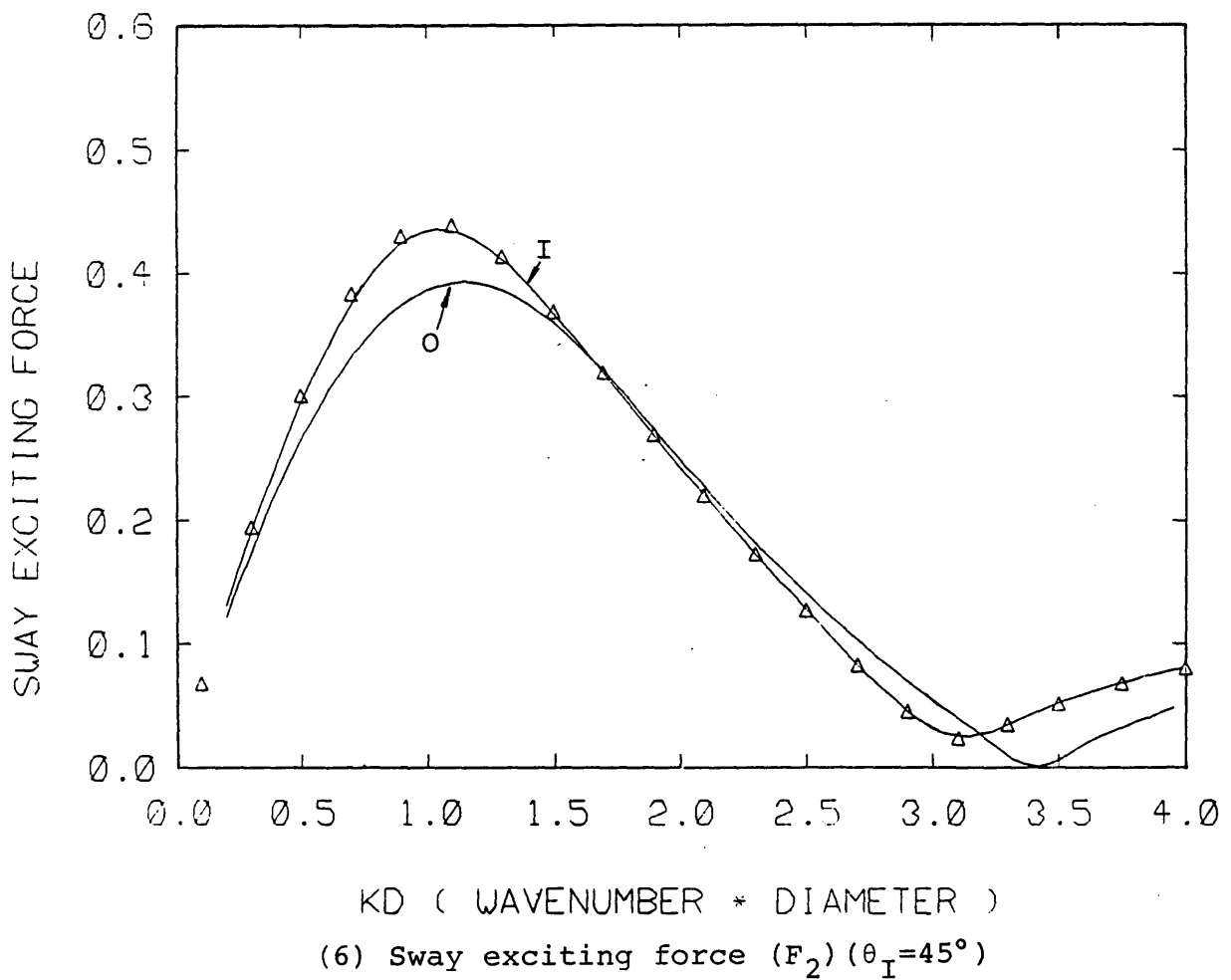
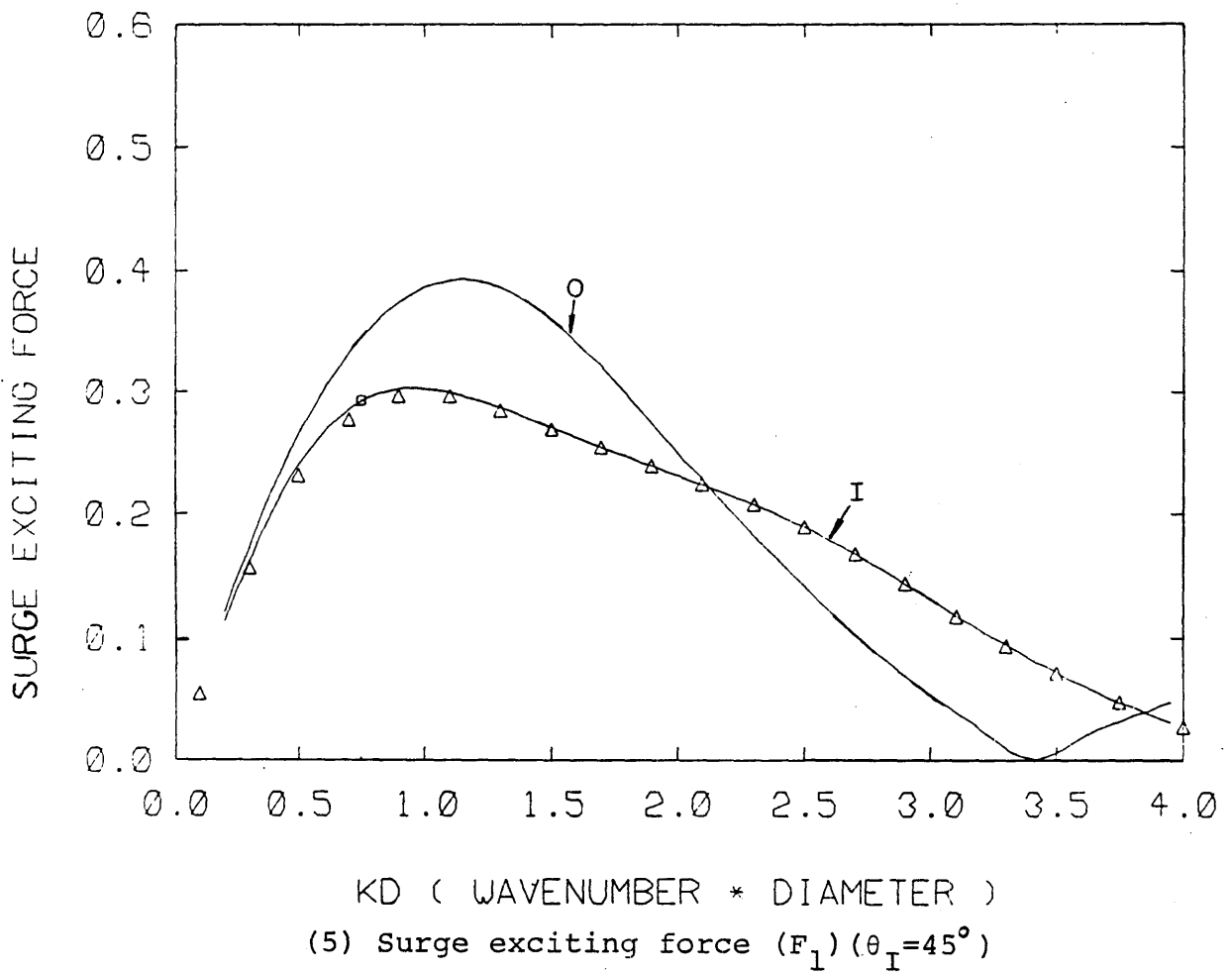
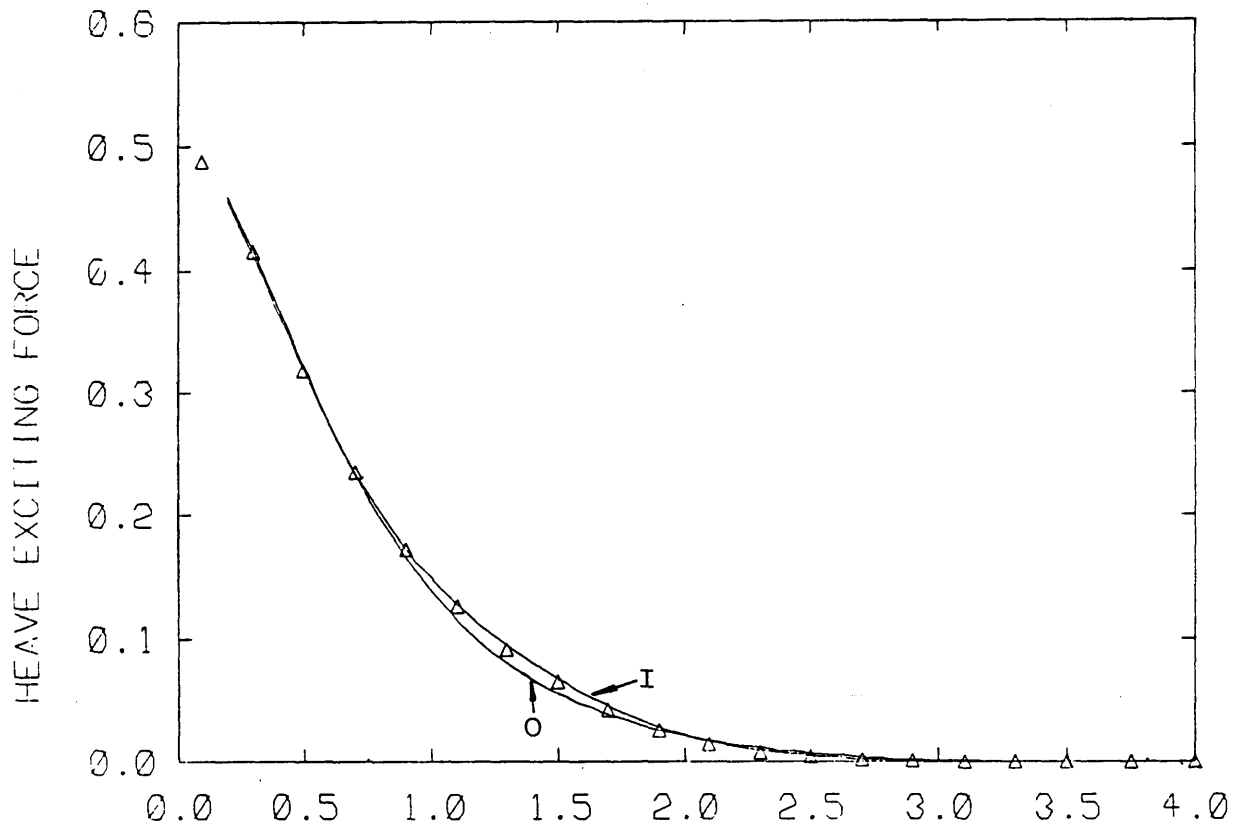
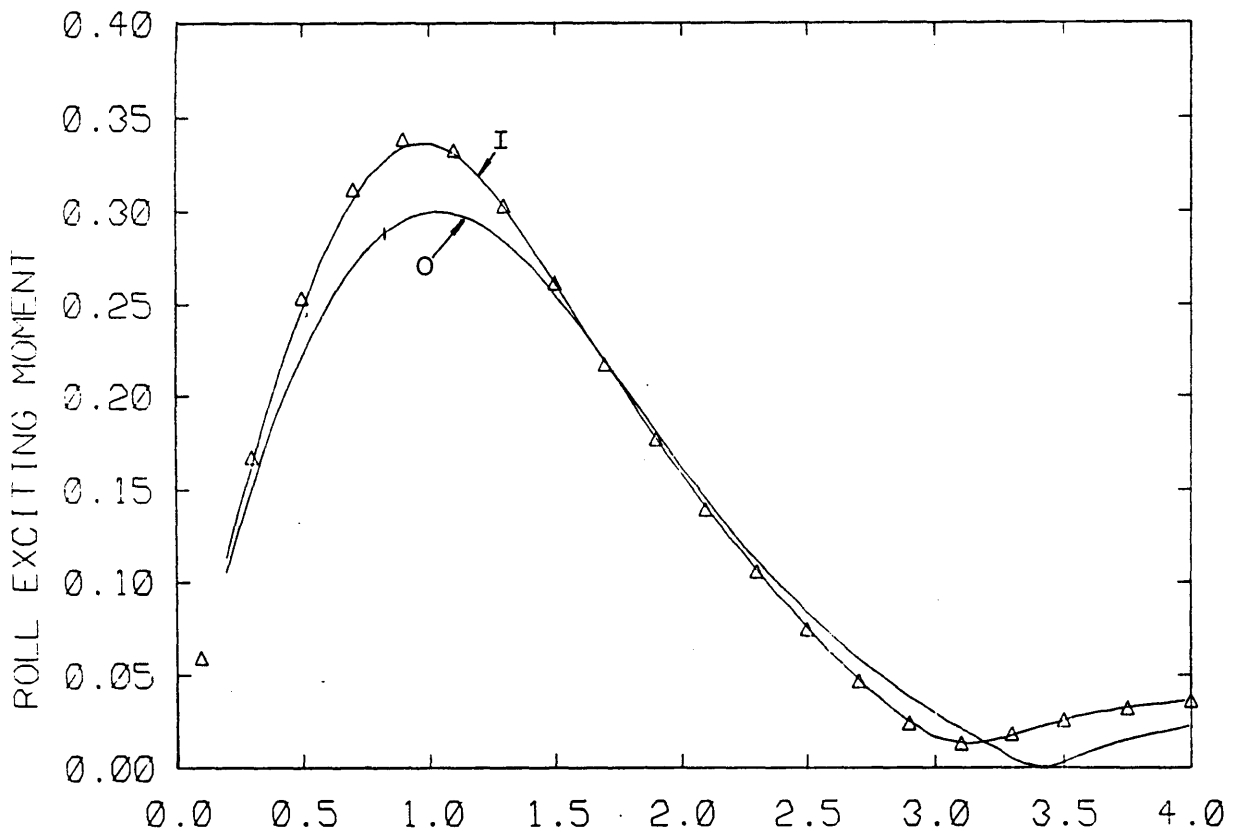


Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)

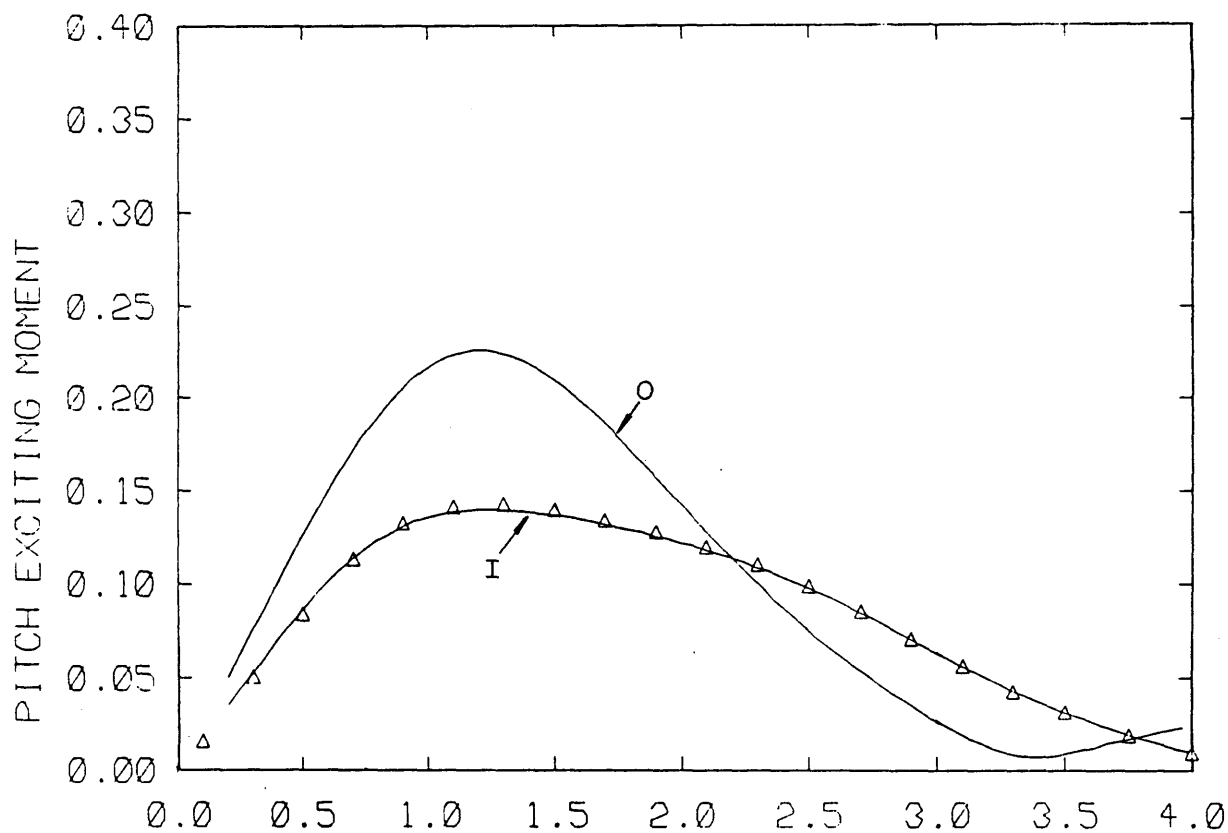


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (7) Heave exciting force (F₃) ($\theta_I=45^\circ$)

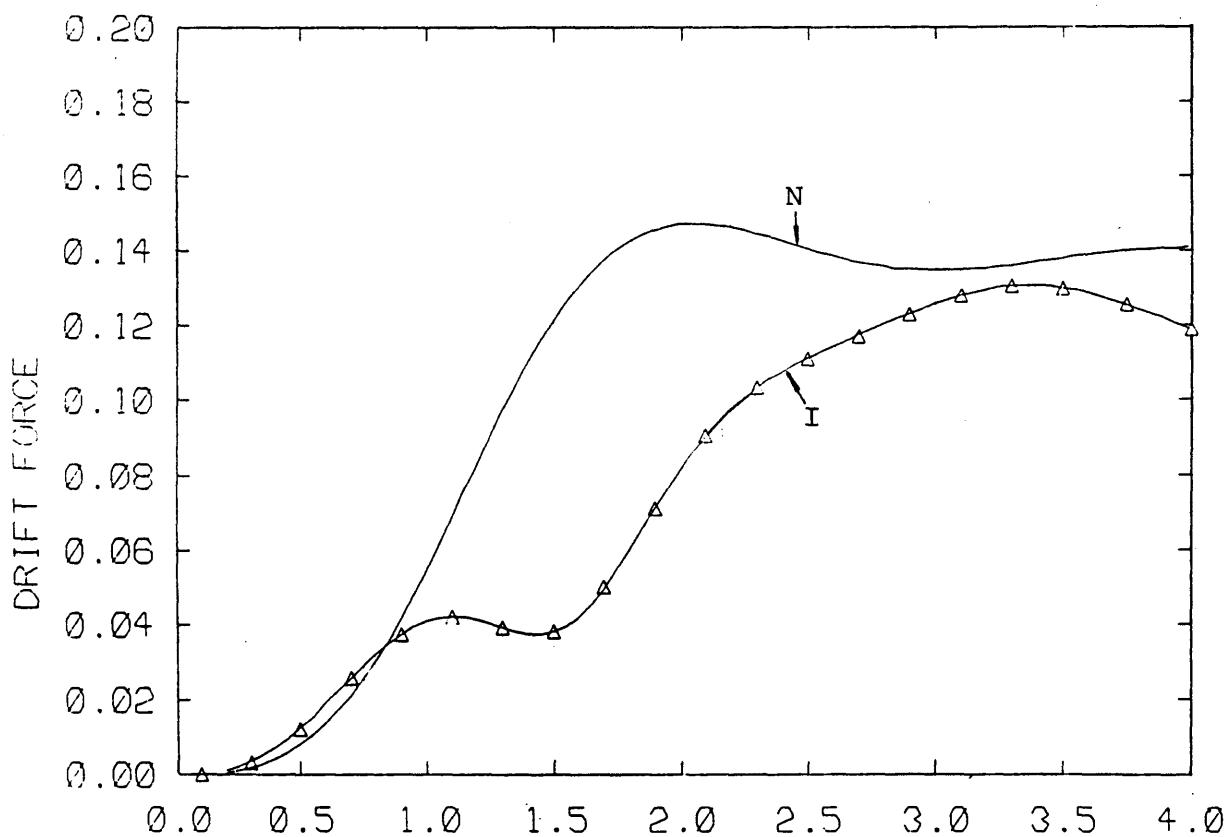


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (8) Roll exciting moment (F₄) ($\theta_I=45^\circ$)

Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders (L/D=1.3)

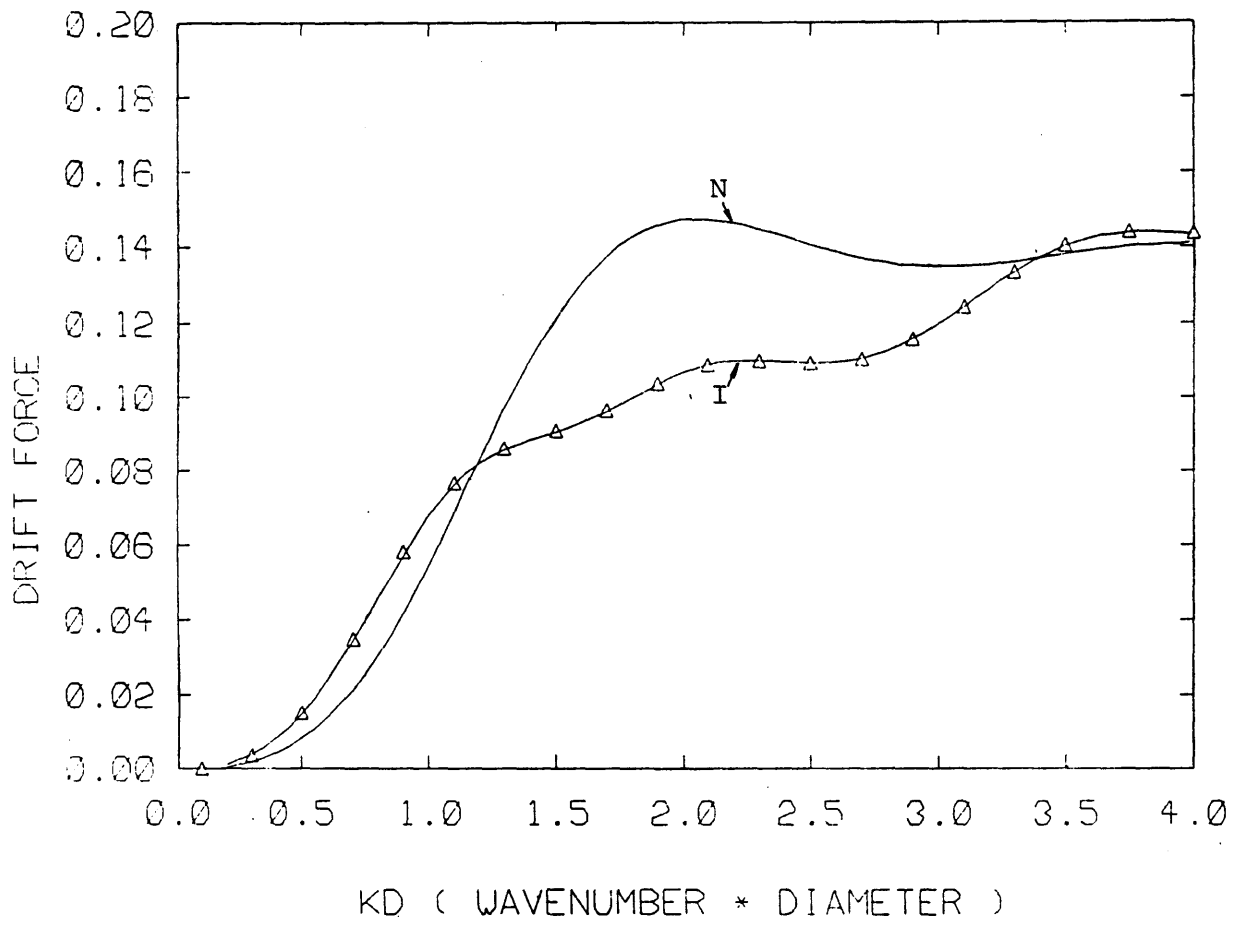


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (9) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=45^\circ$)

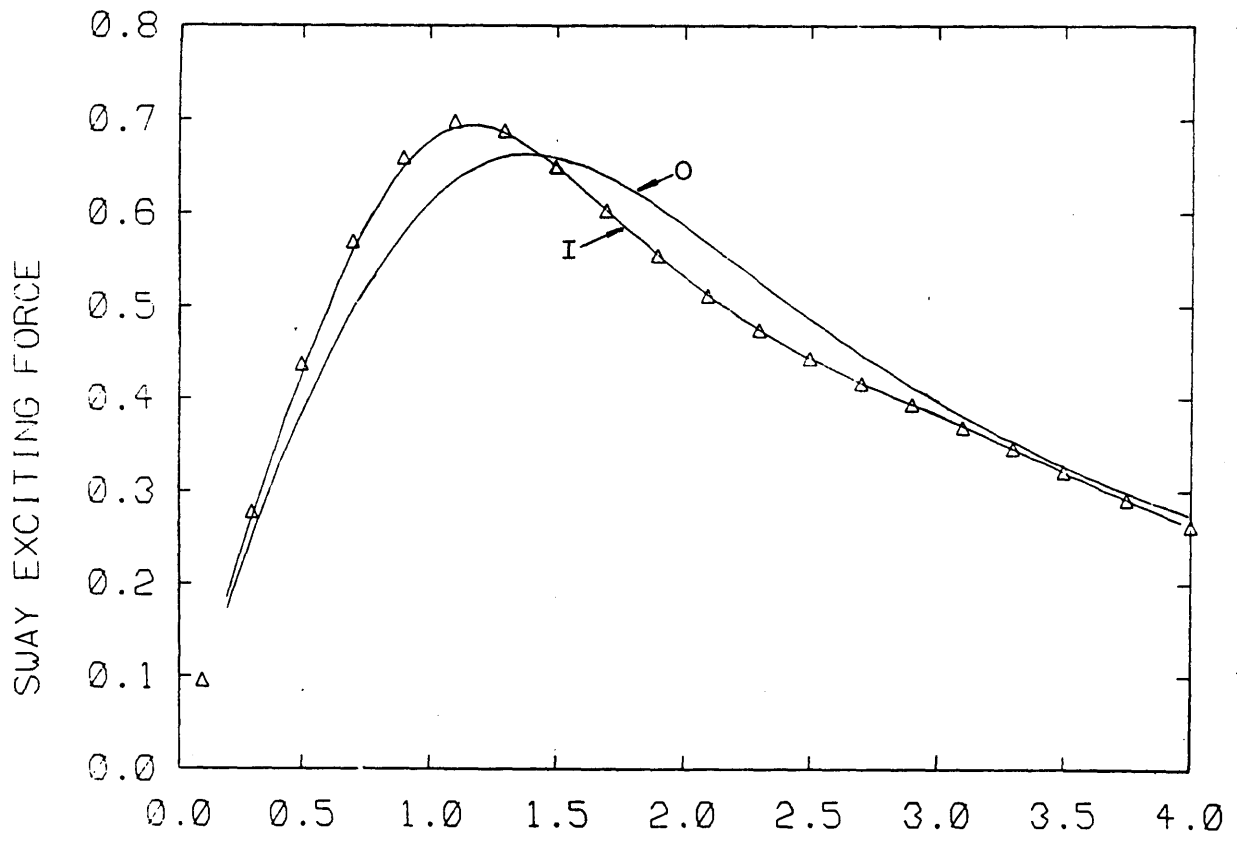


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (10) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I=45^\circ$)

Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)

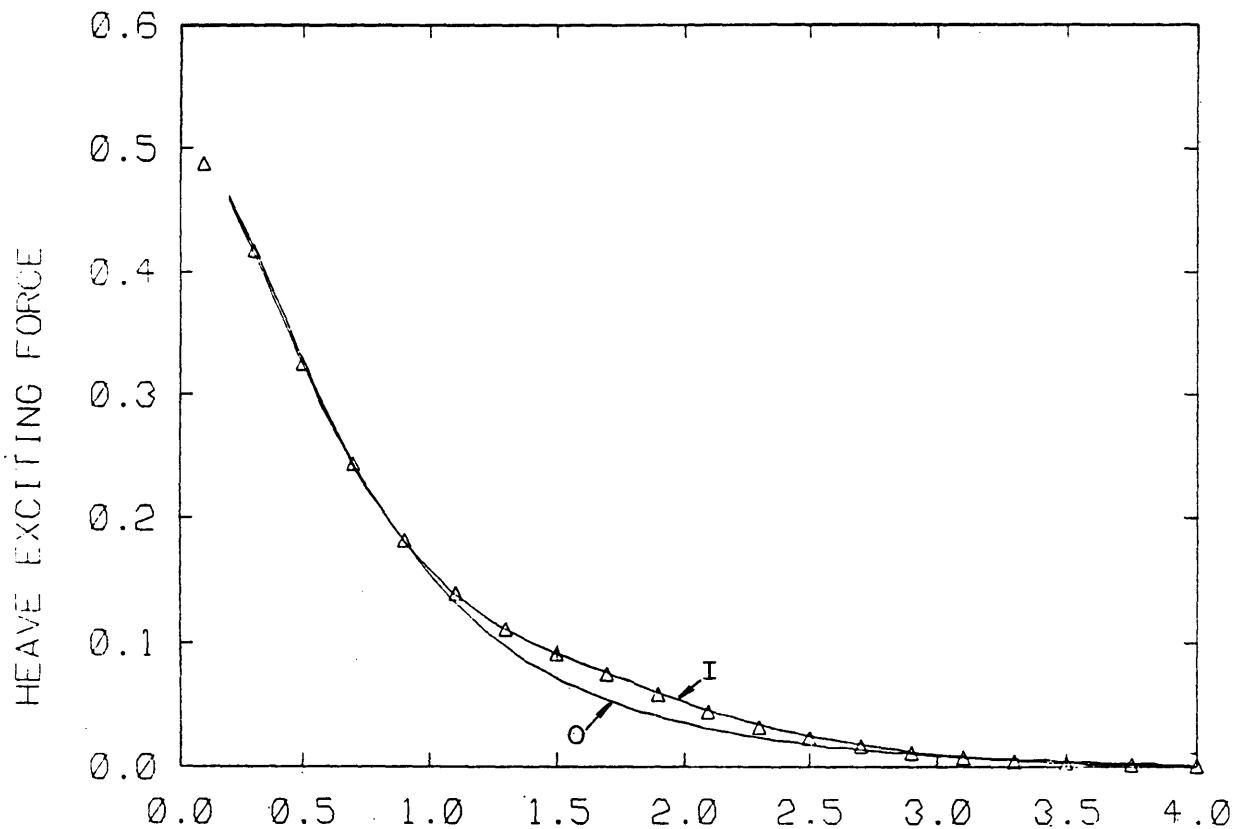


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (11) Drift force (\bar{F}_2) ($\theta_I = 45^\circ$)

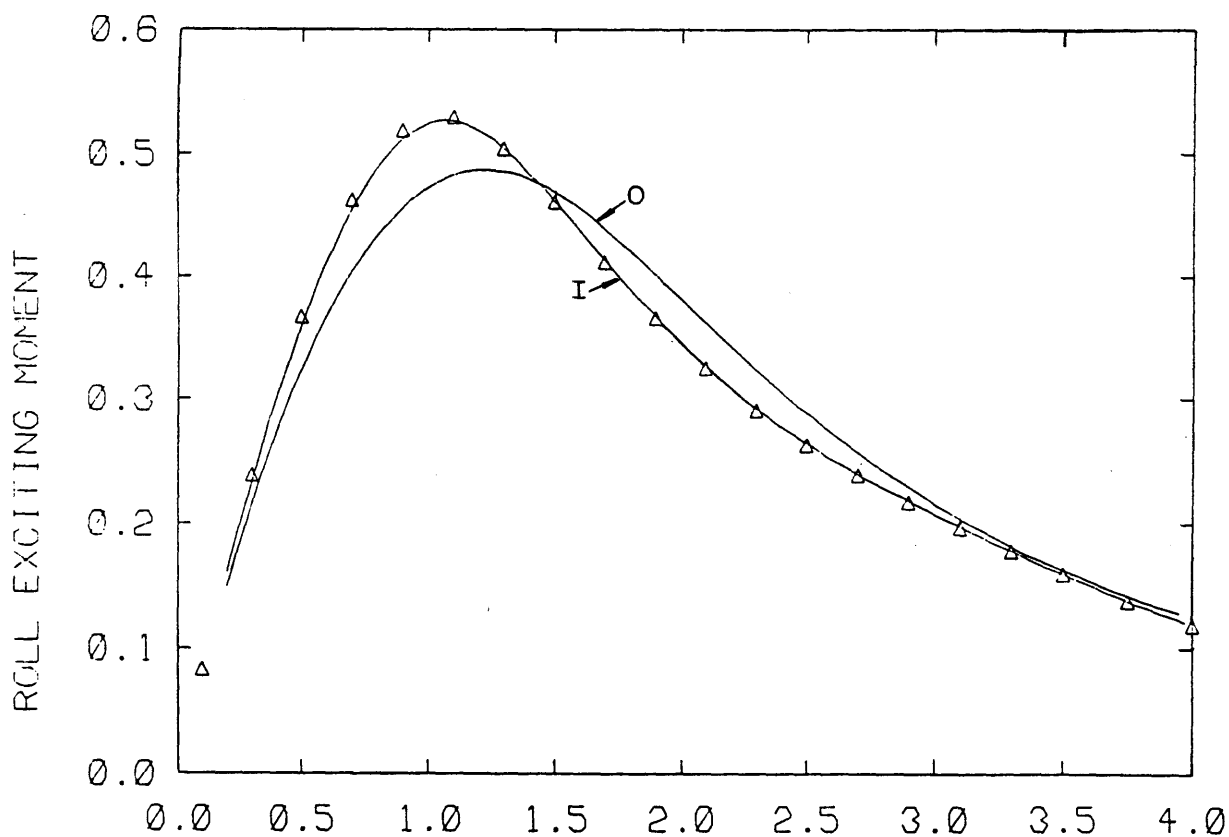


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (12) Sway exciting force (F_2) ($\theta_I = 90^\circ$)

Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (13) Heave exciting force (F₃) ($\theta_I=90^\circ$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (14) Roll exciting moment (F₄) ($\theta_I=90^\circ$)

Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders (L/D=1.3)

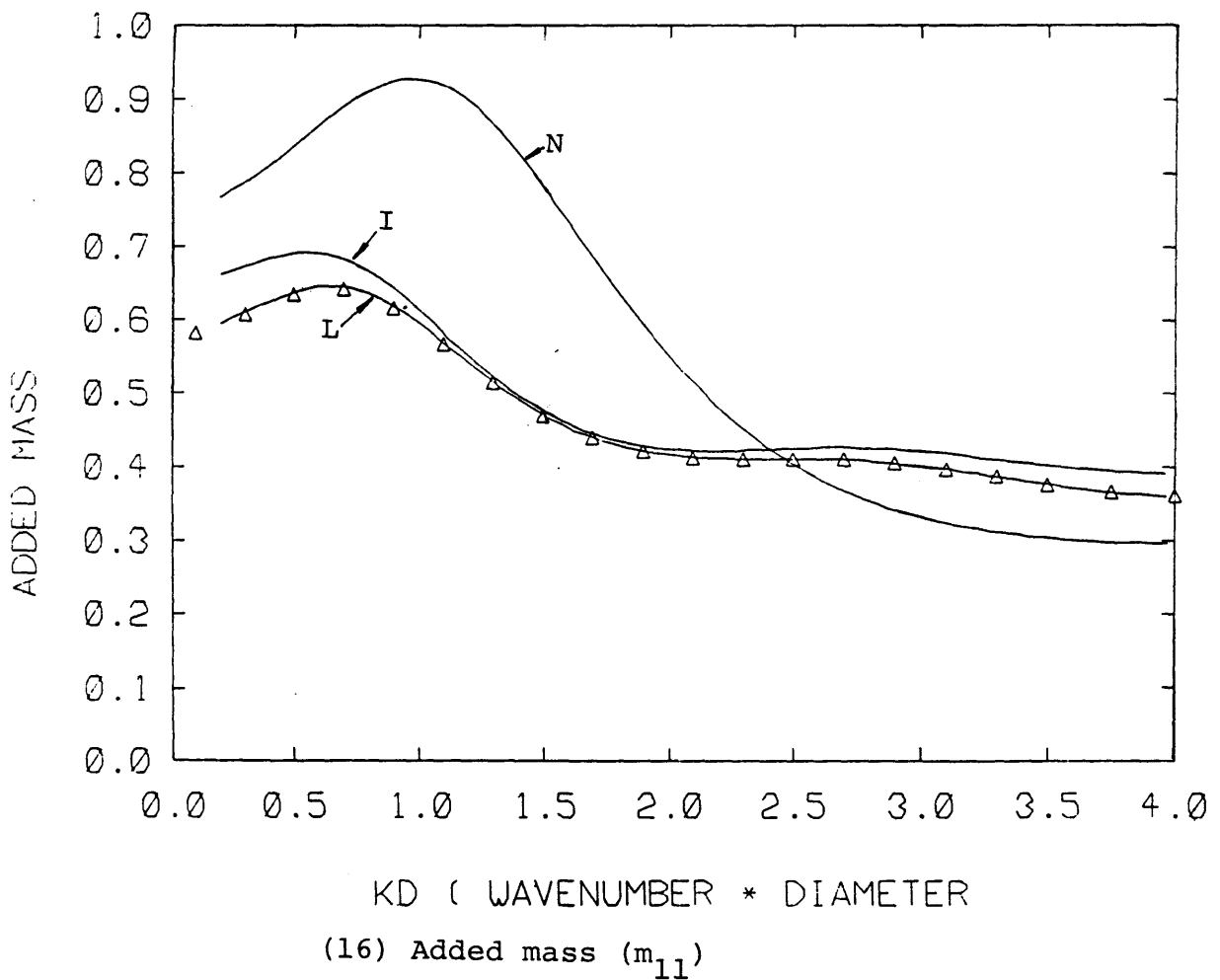
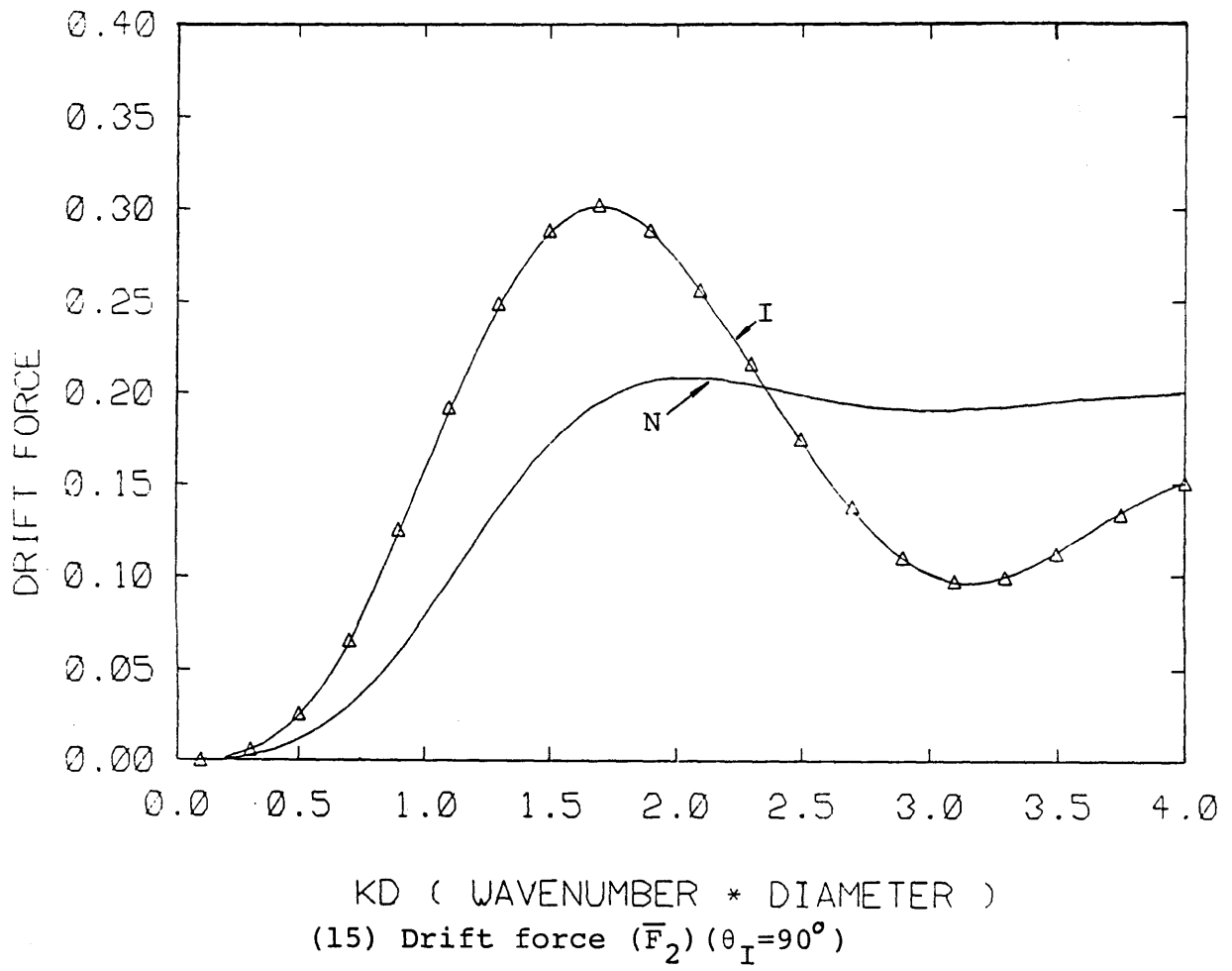


Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)

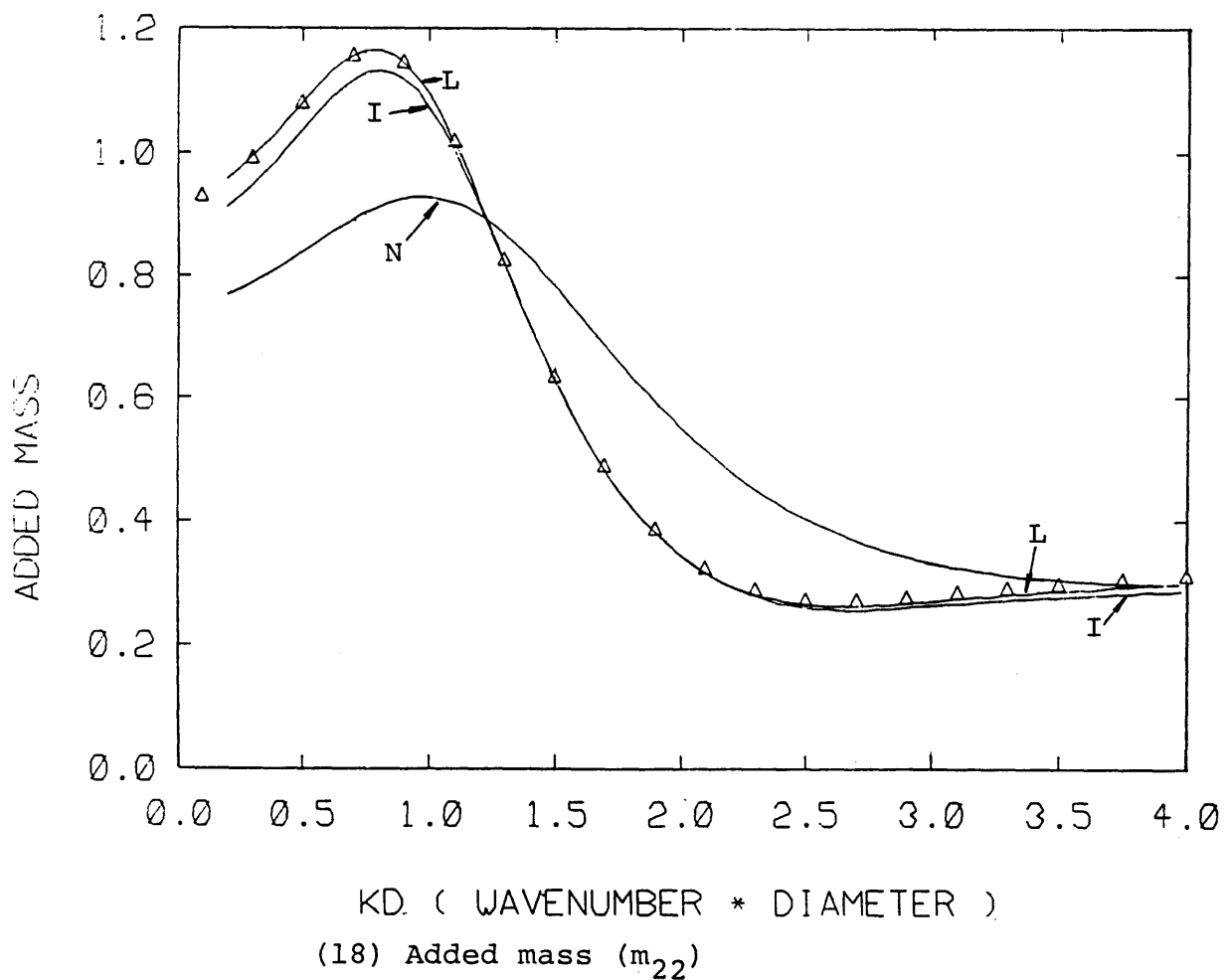
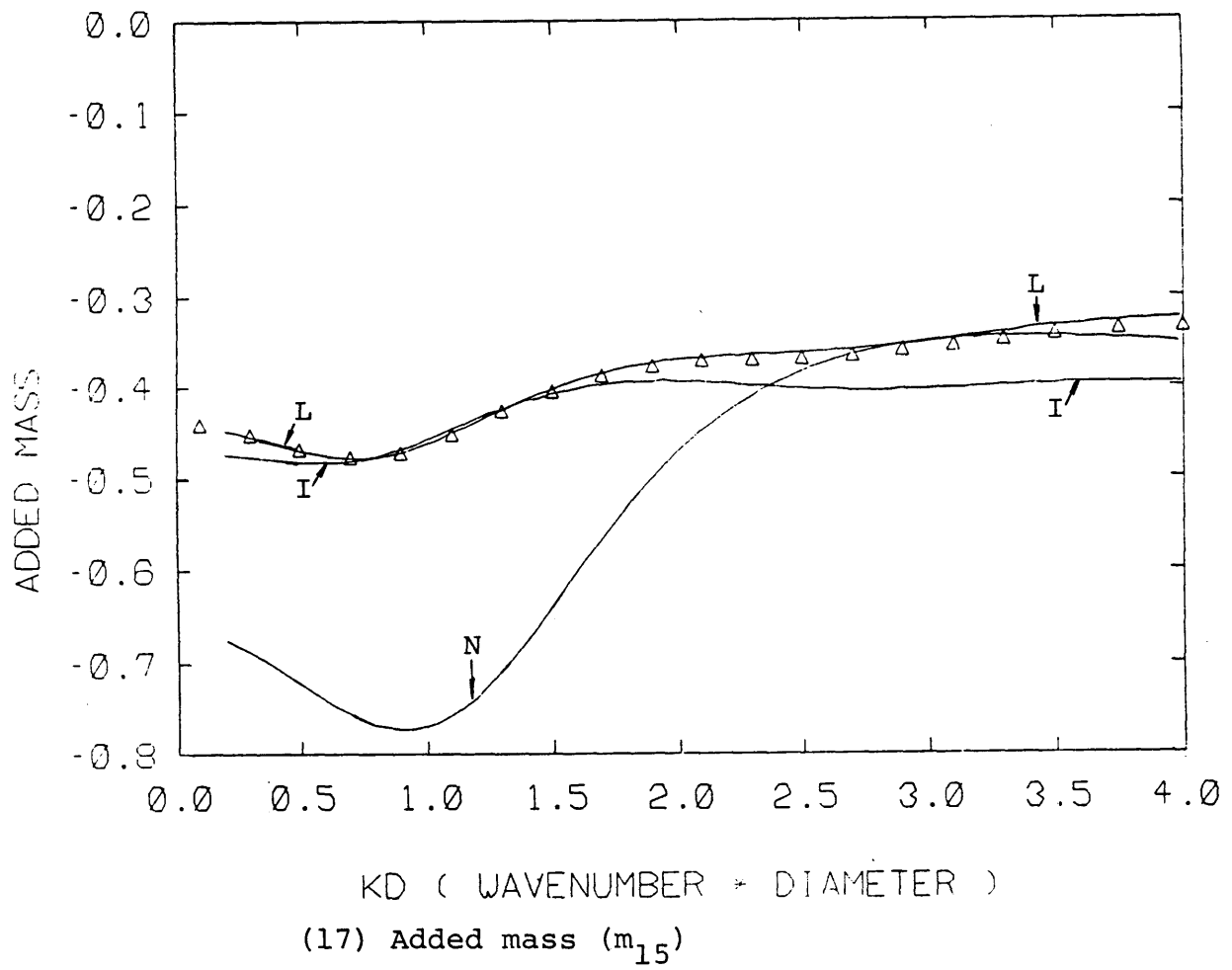


Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)

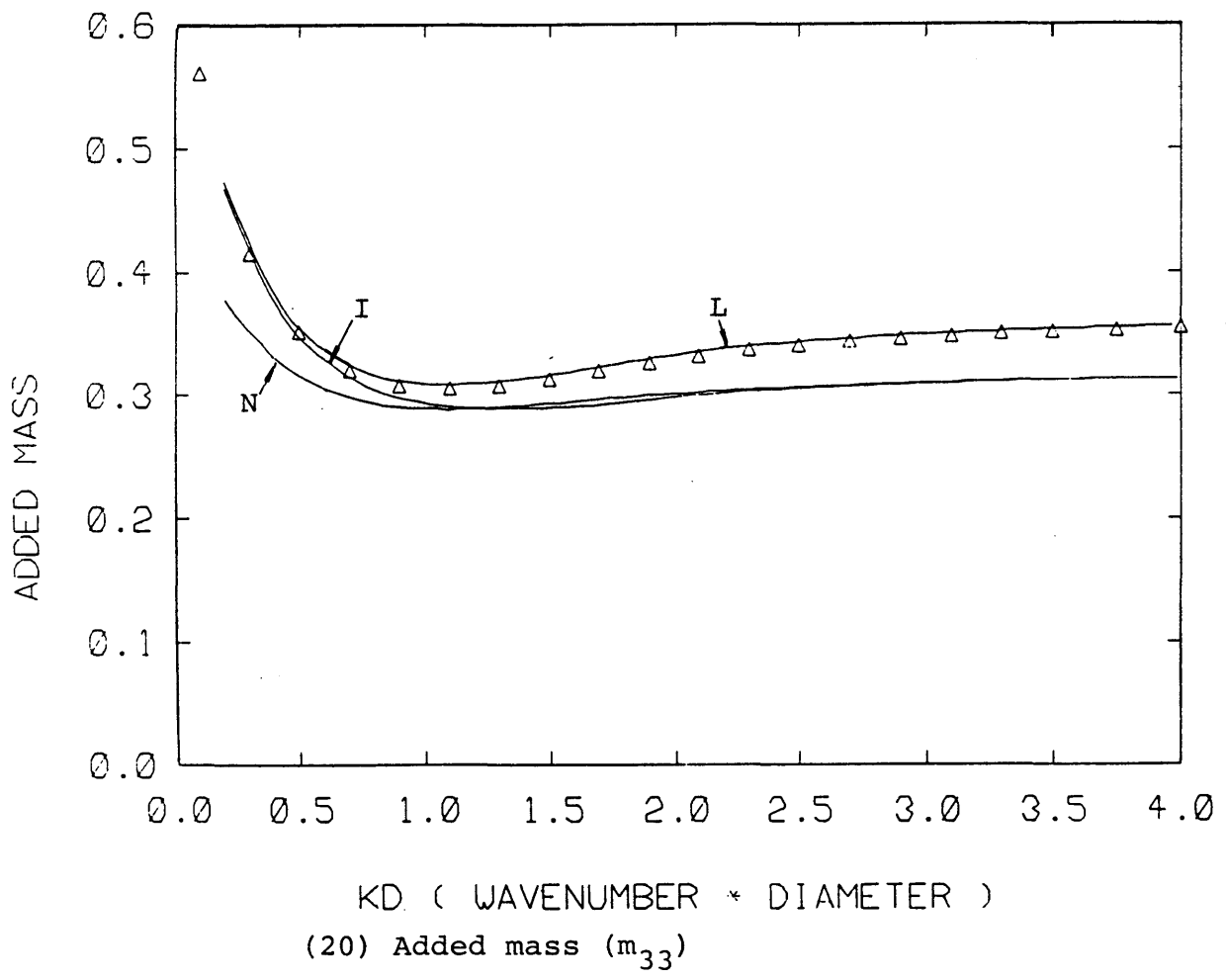
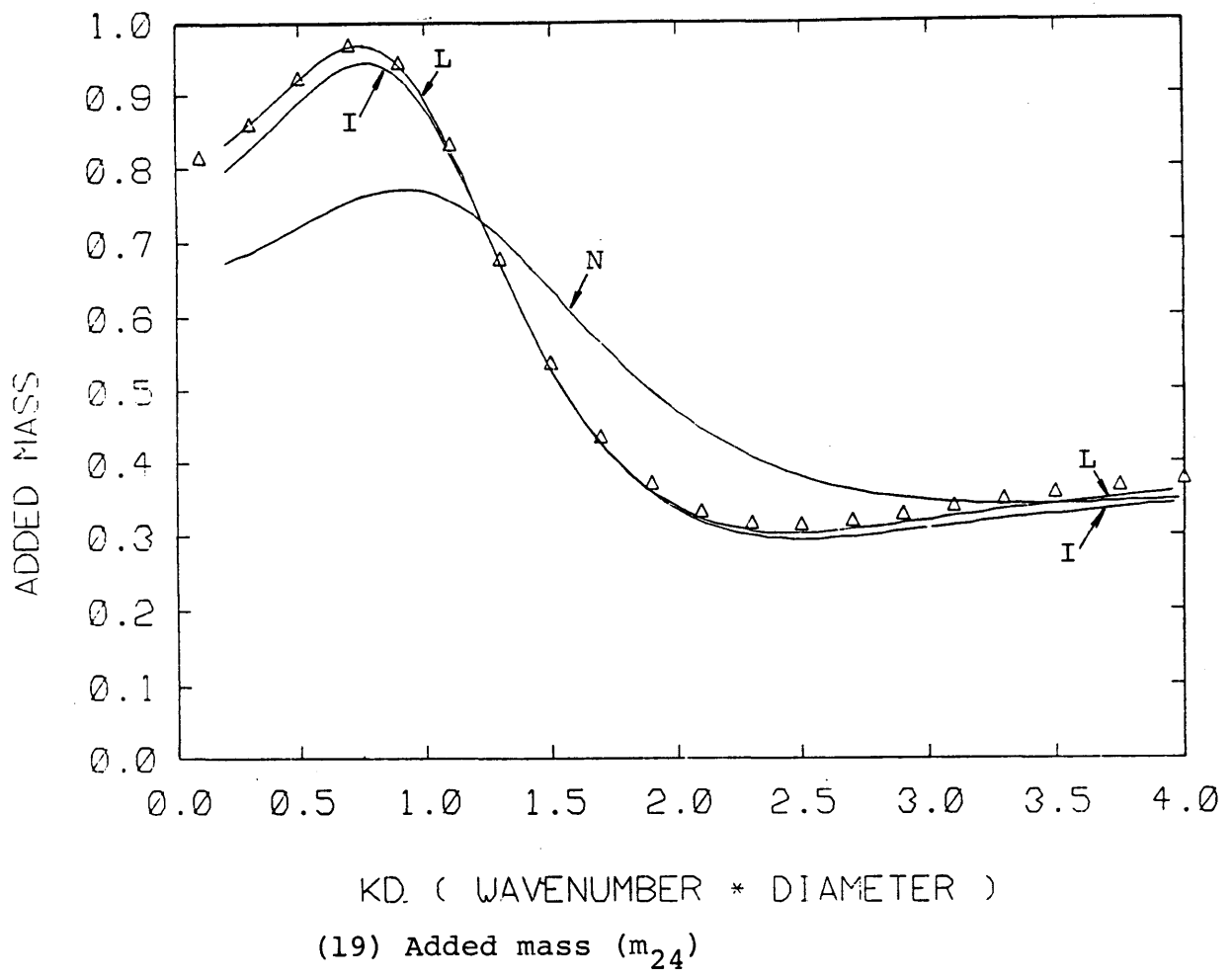
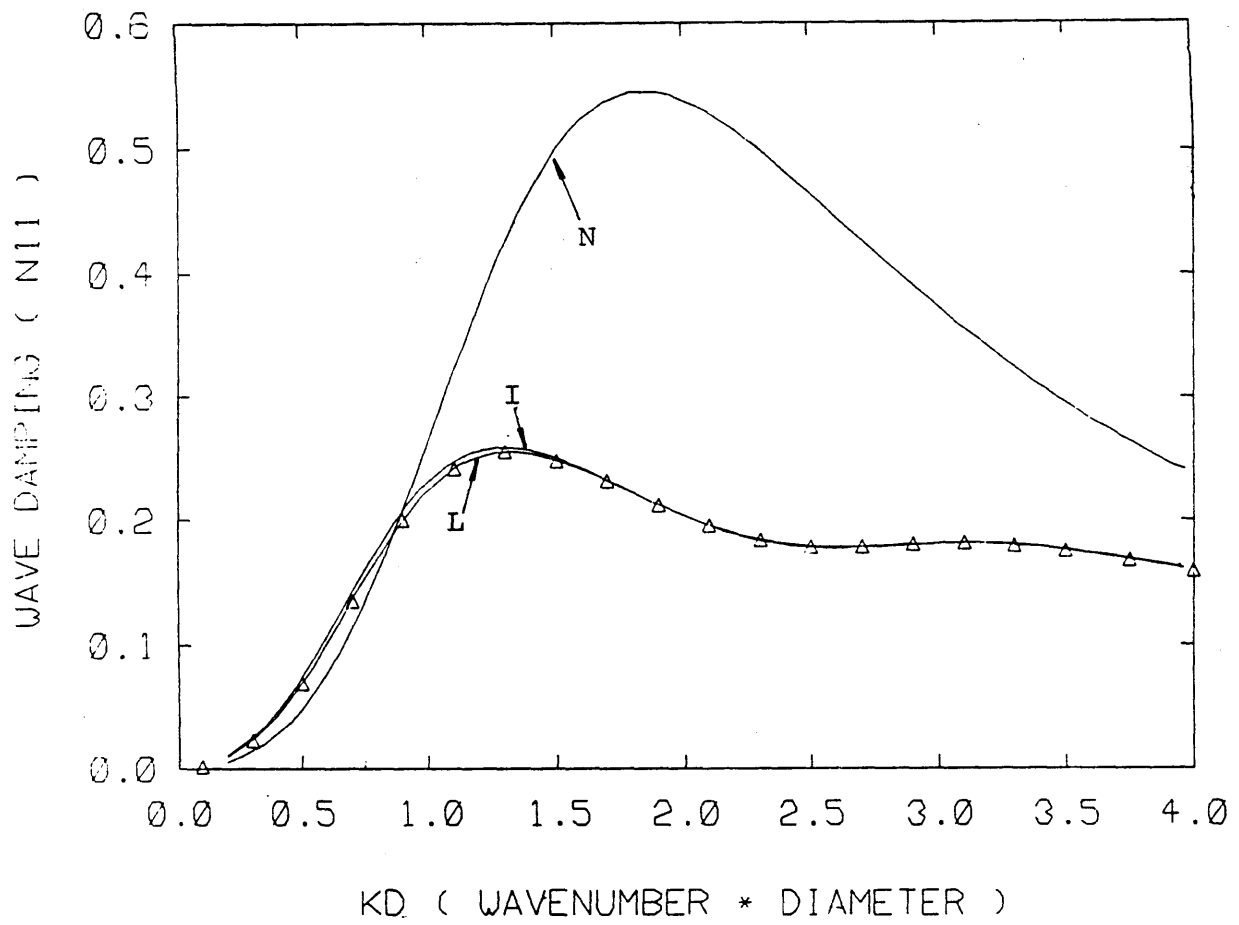
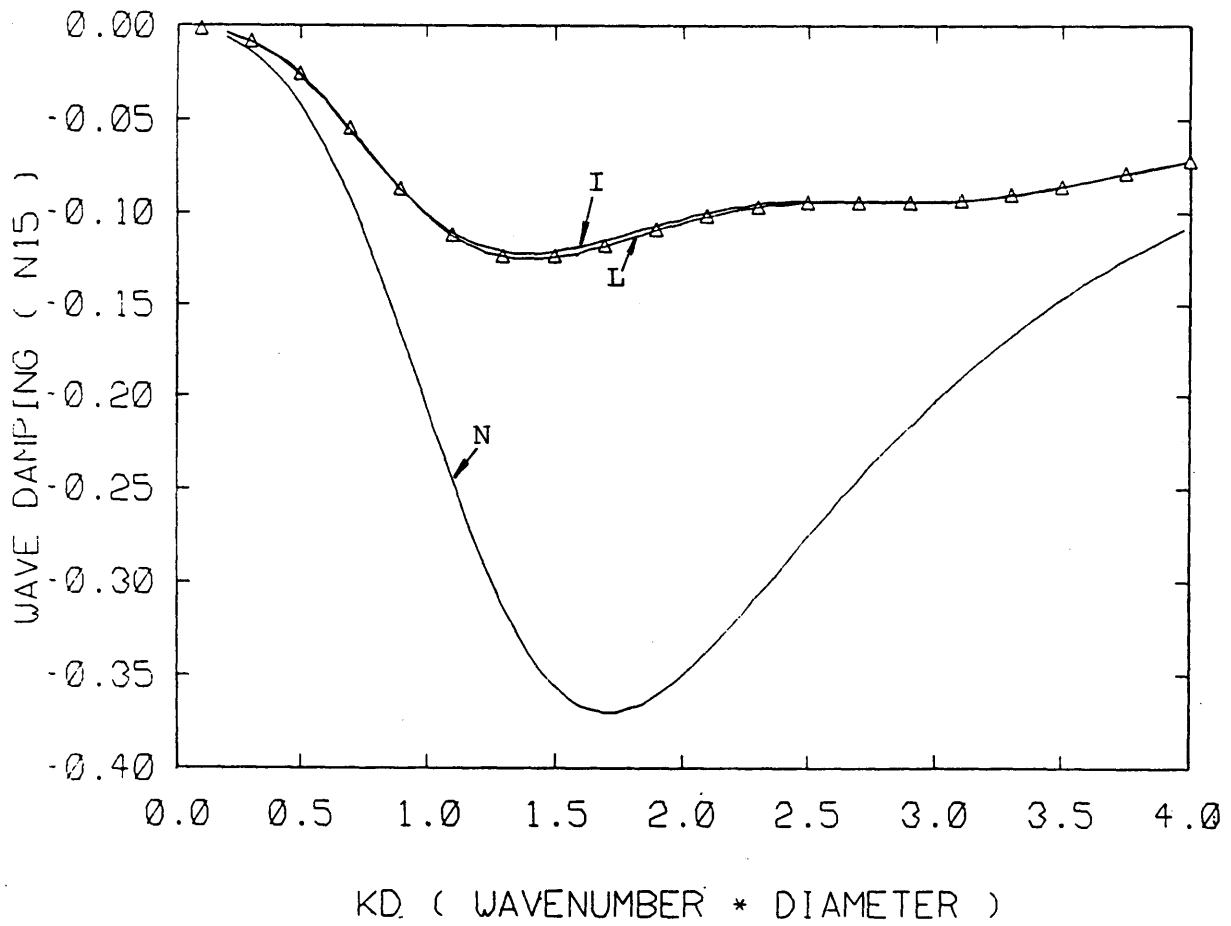


Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)



(21) Wave damping (N_{11})



(22) Wave damping (N_{15})

Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)

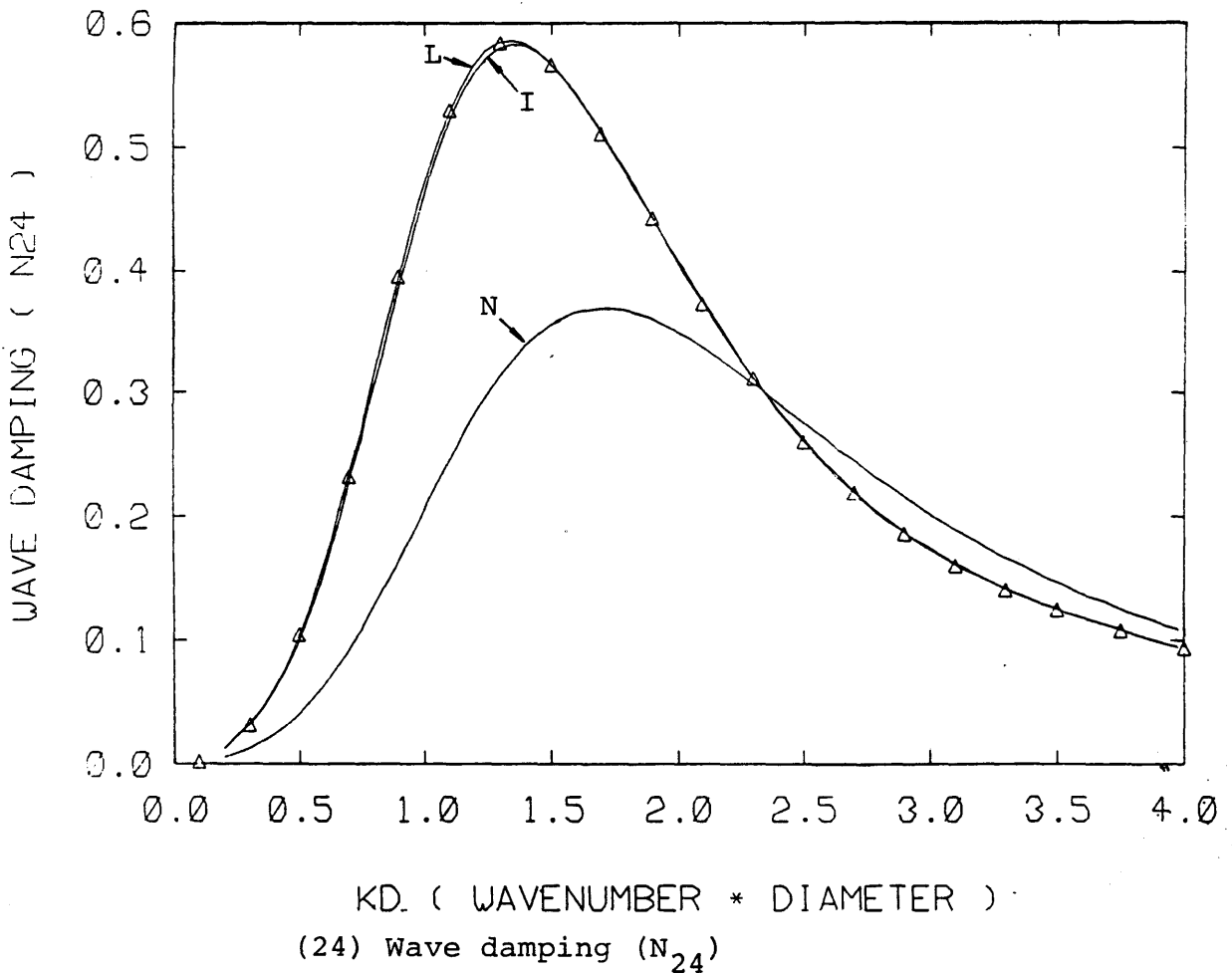
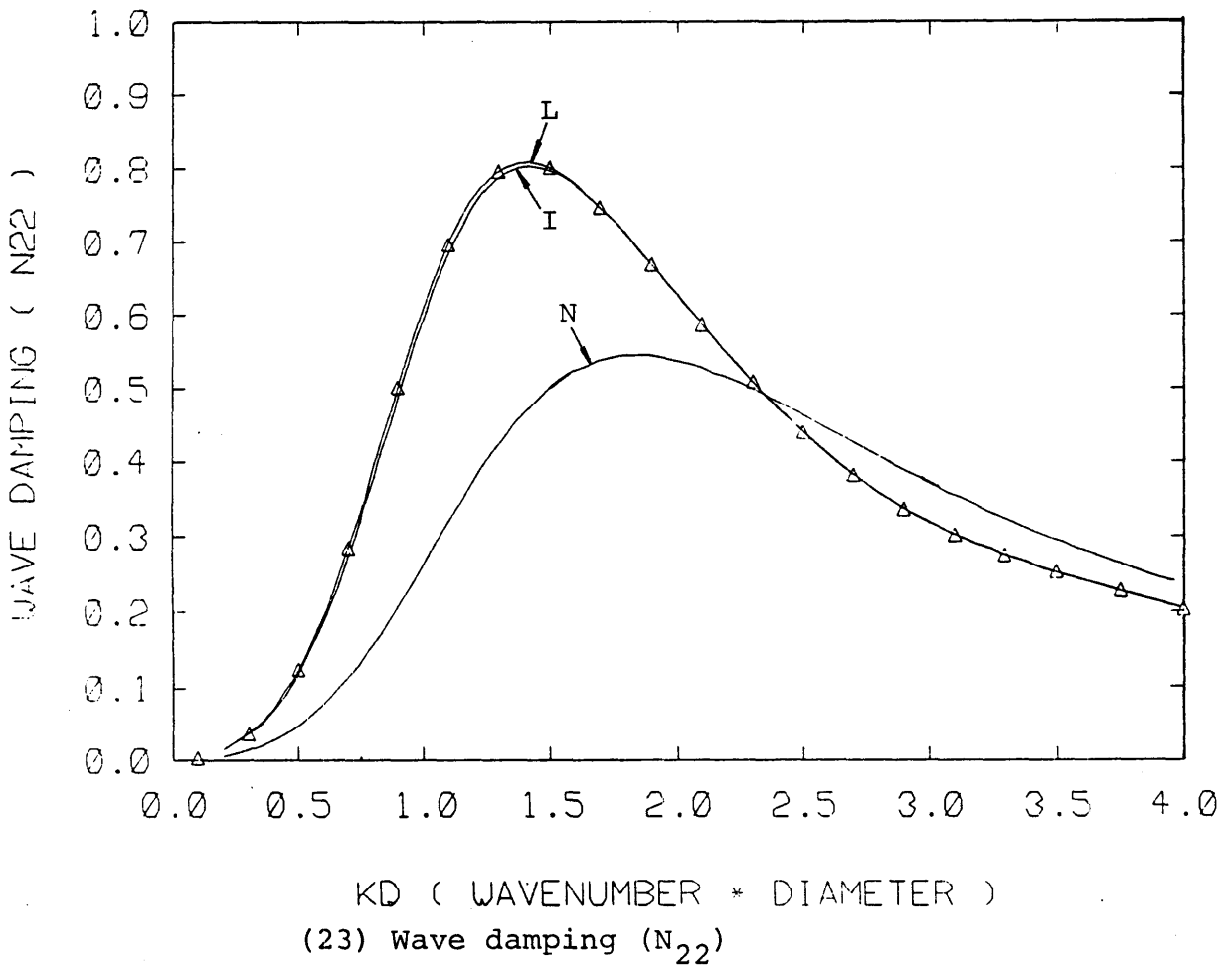
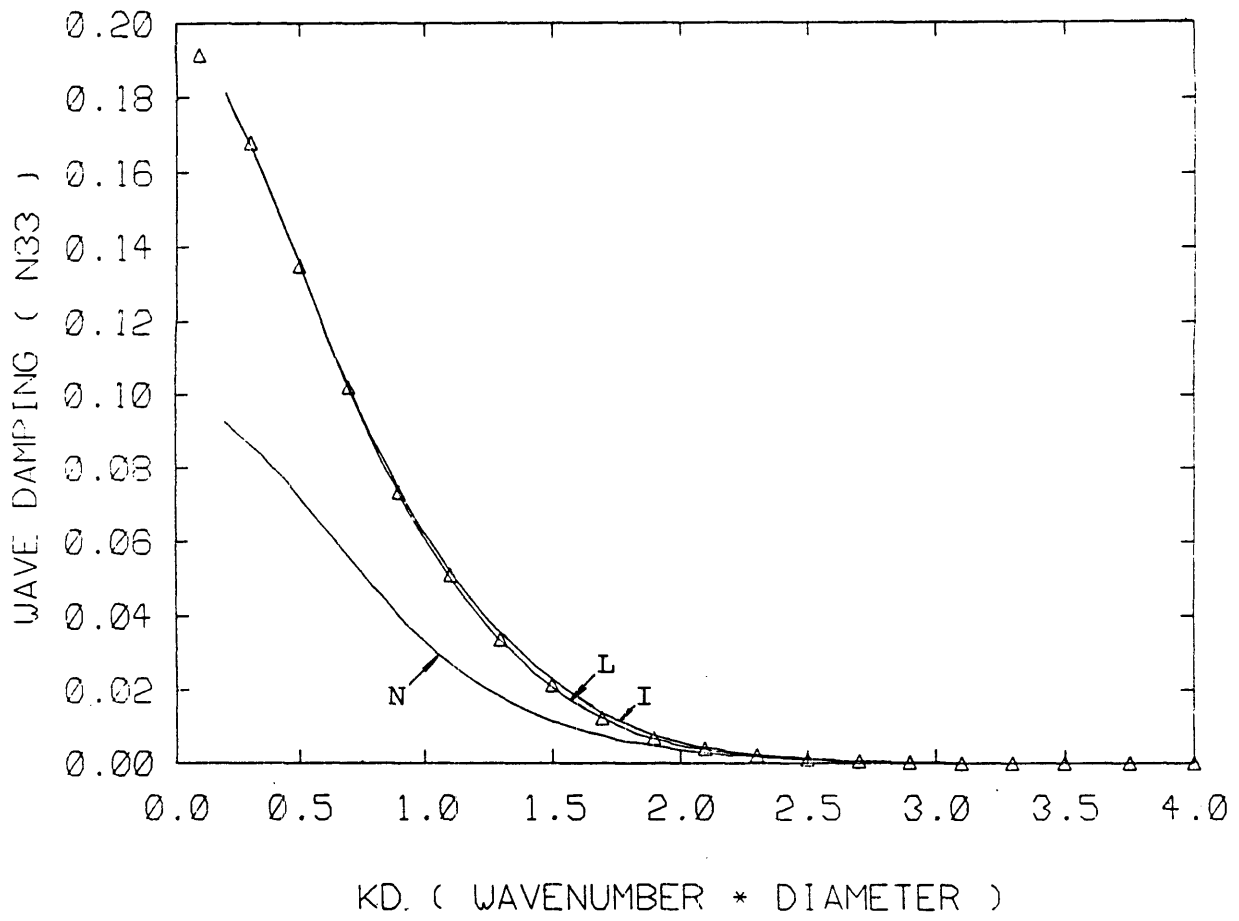
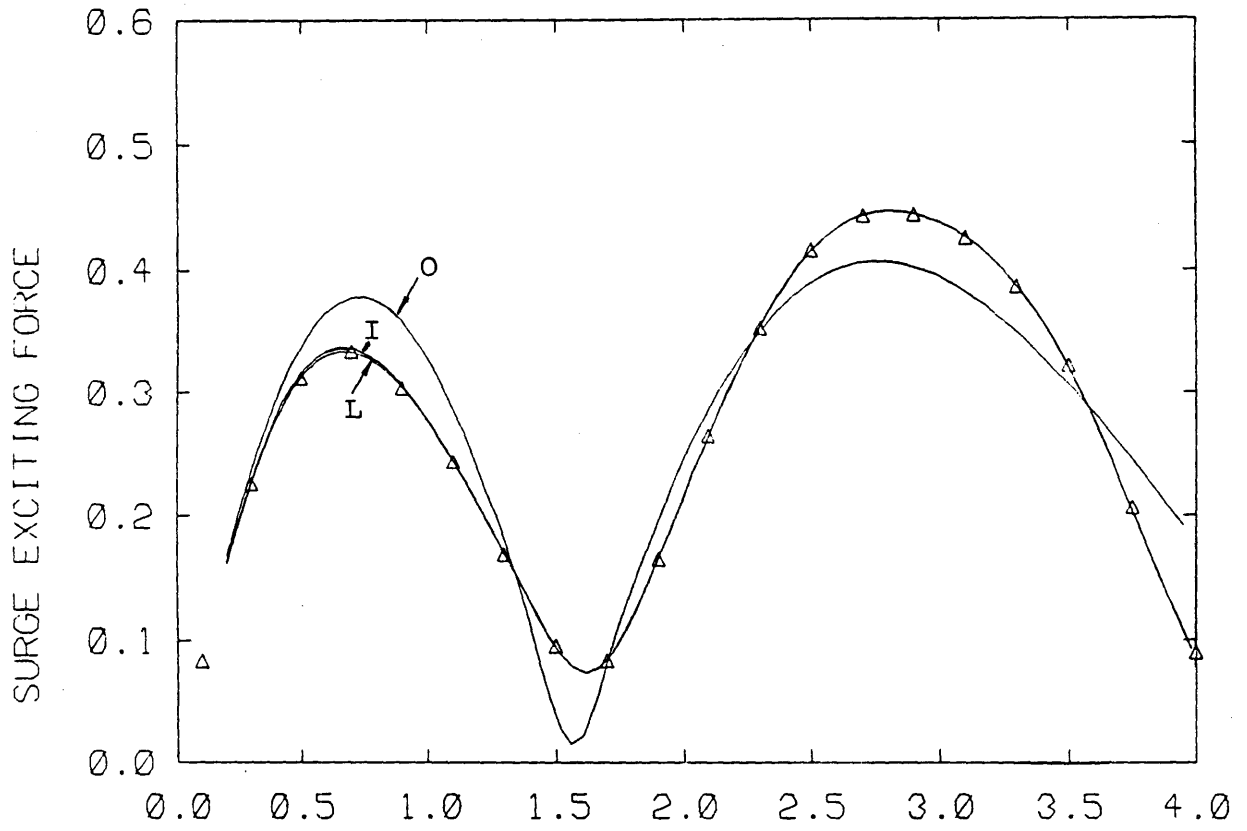


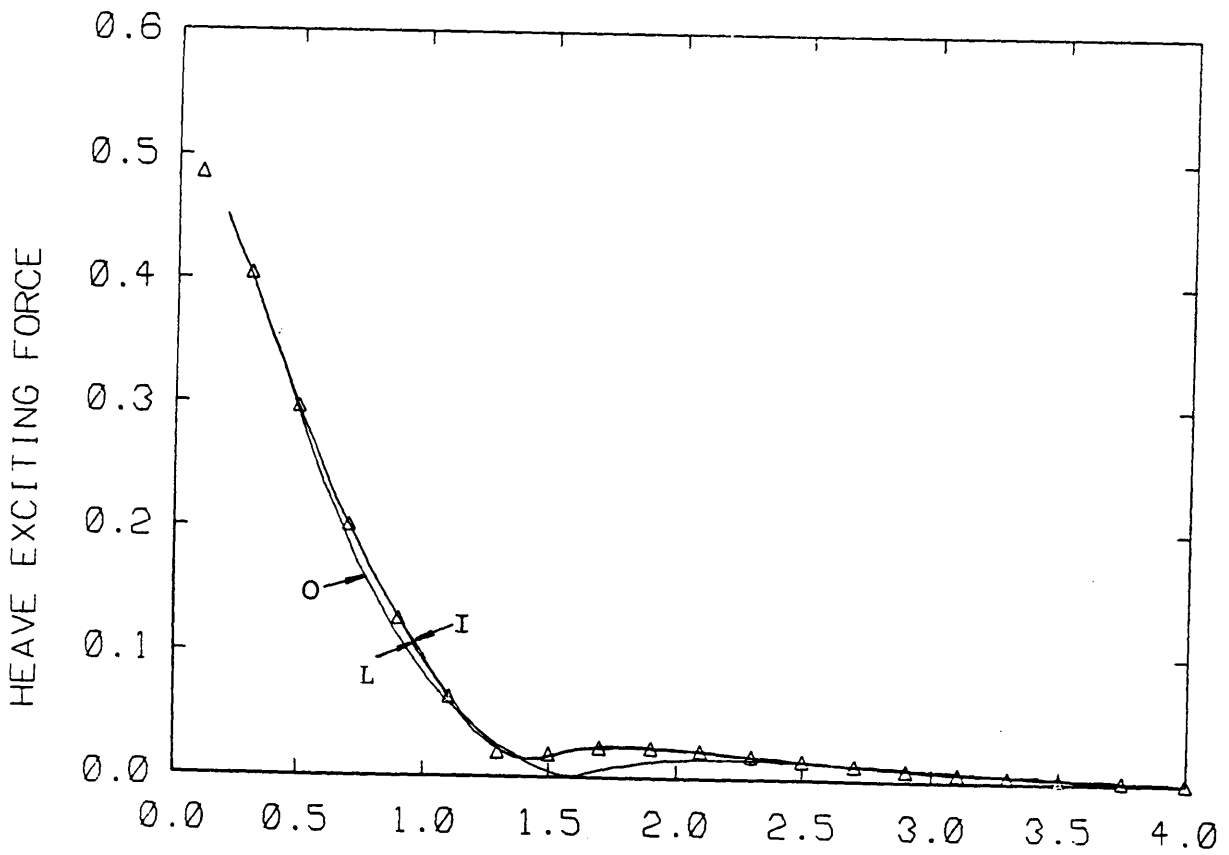
Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders ($L/D=1.3$)



KD. (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (25) Wave damping (N₃₃)
 Fig.2.13 Two truncated vertical cylinders
 (L/D=1.3, H/D=1, h/D=2)

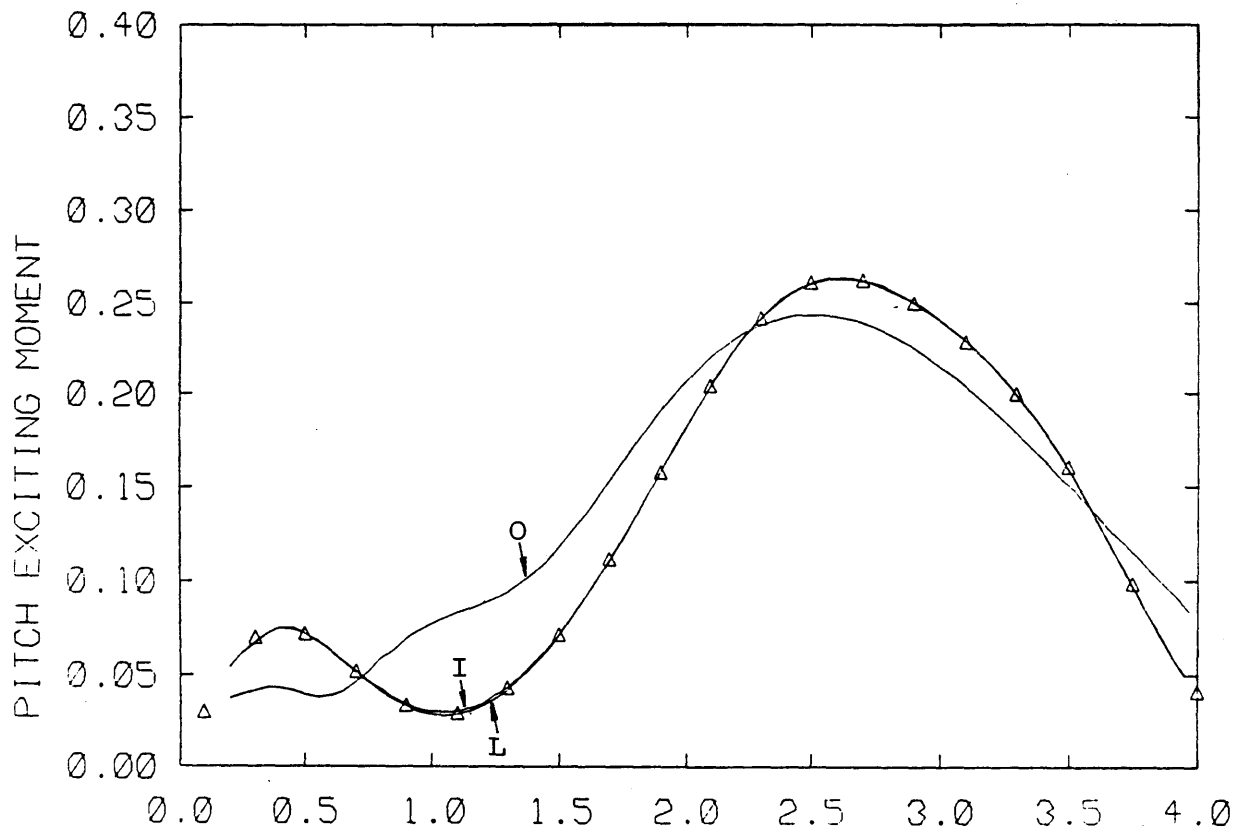


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (1) Surge exciting force (F_1) ($\theta_I=0^\circ$)

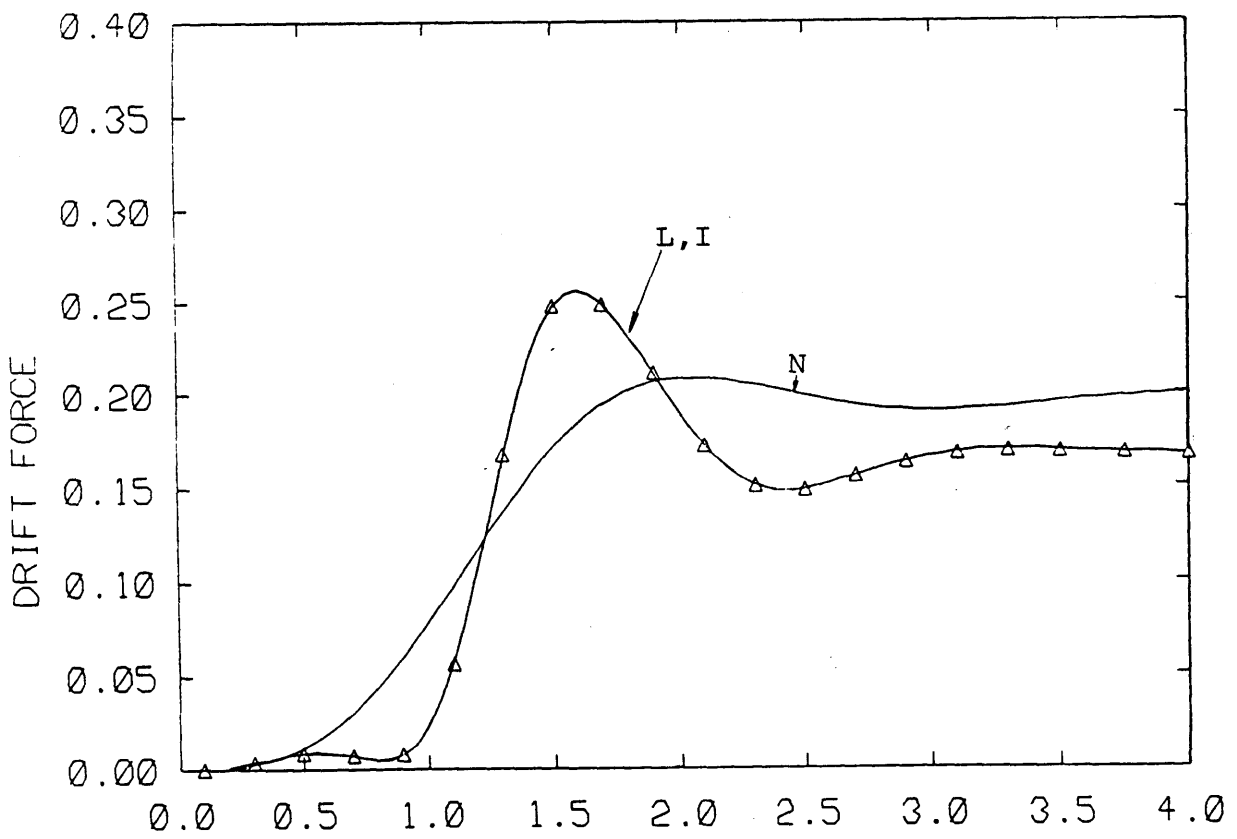


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (2) Heave exciting force (F_3) ($\theta_I=0^\circ$)

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders (L/D=2)

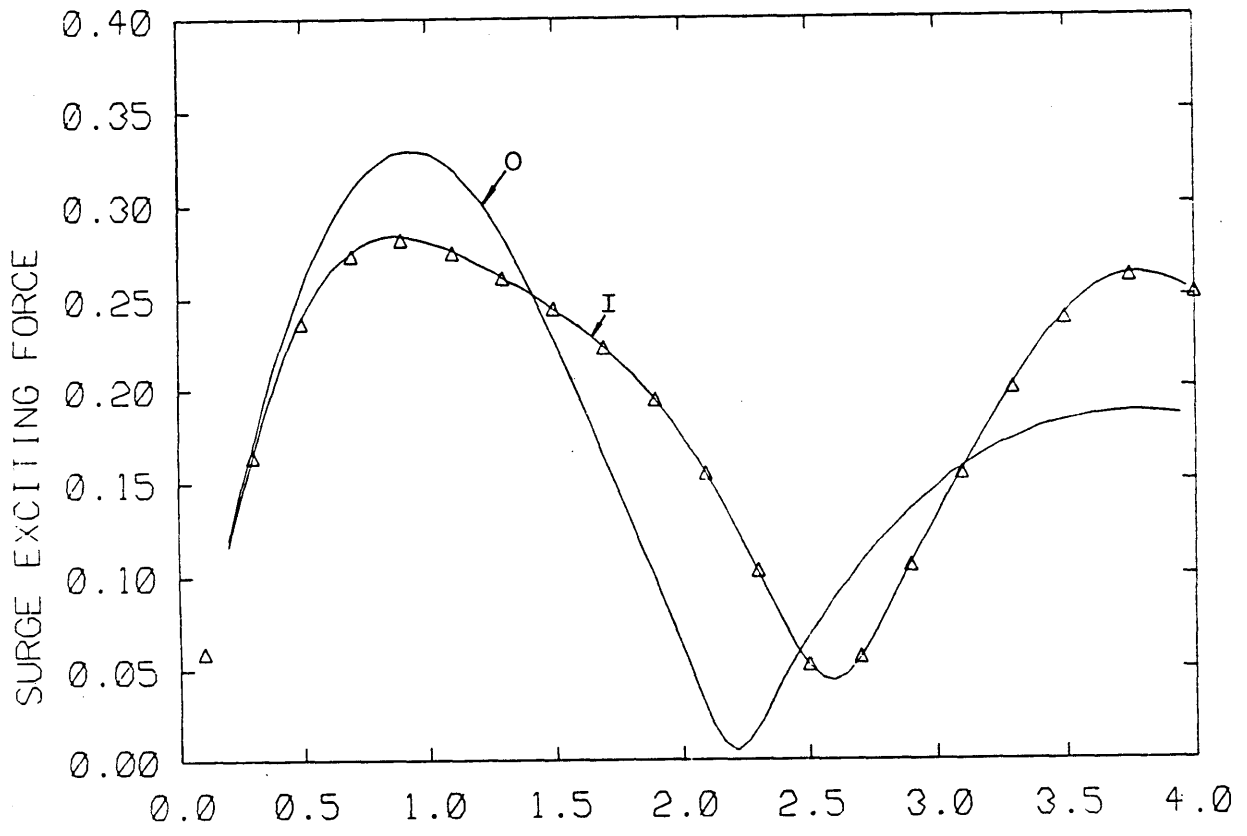


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (3) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=0^\circ$)

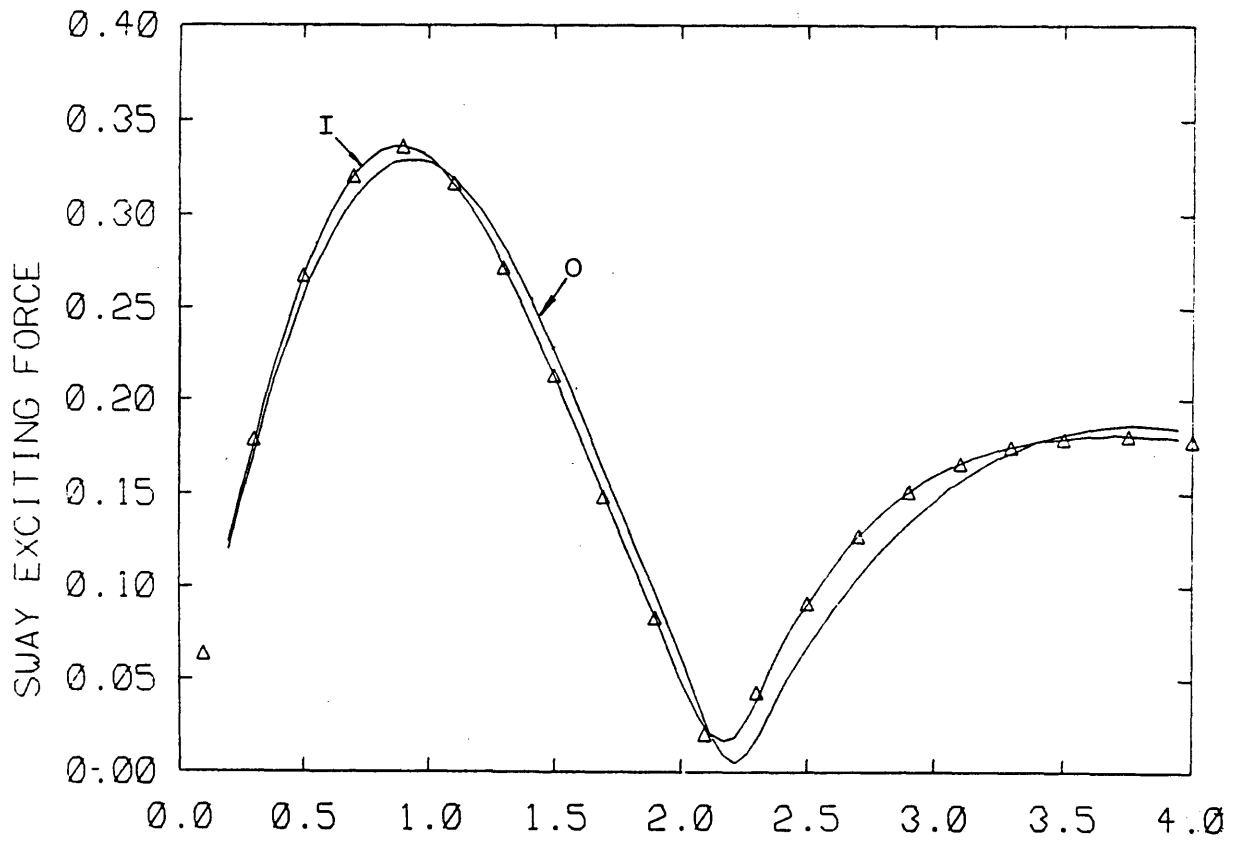


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (4) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I=0^\circ$)

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders ($L/D=2$)

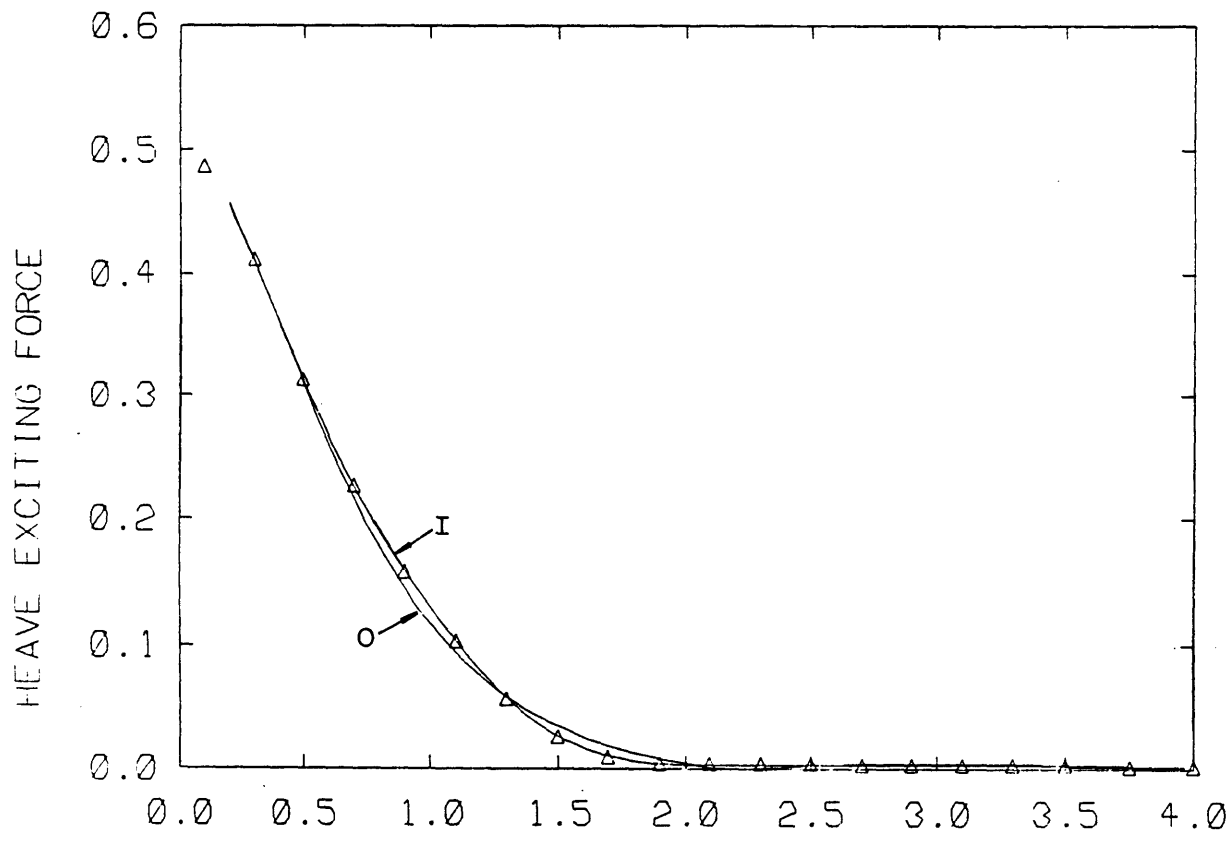


KD (AVENUMBER * DIAMETER)
 (5) Surge exciting force (F_1) ($\theta_I=45^\circ$)

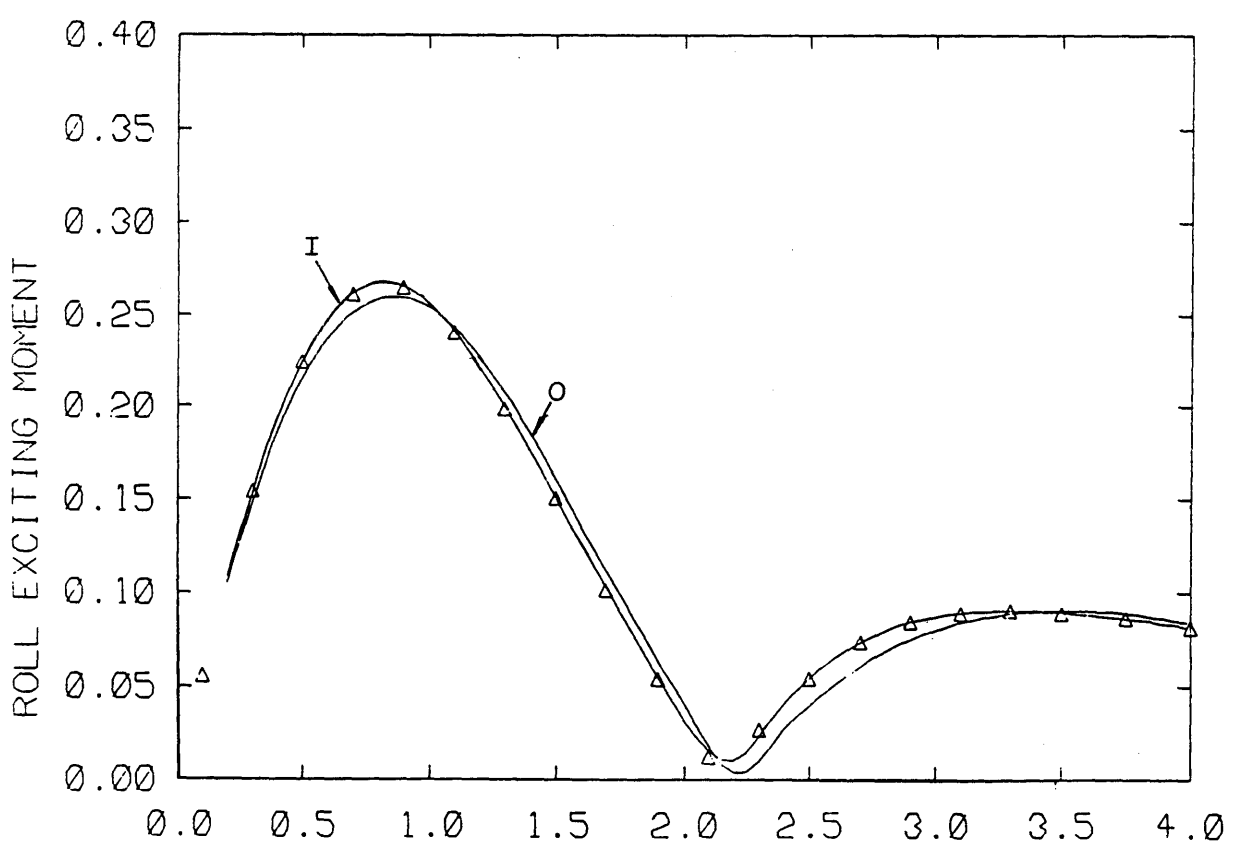


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (6) Sway exciting force (F_2) ($\theta_I=45^\circ$)

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders (L/D=2)

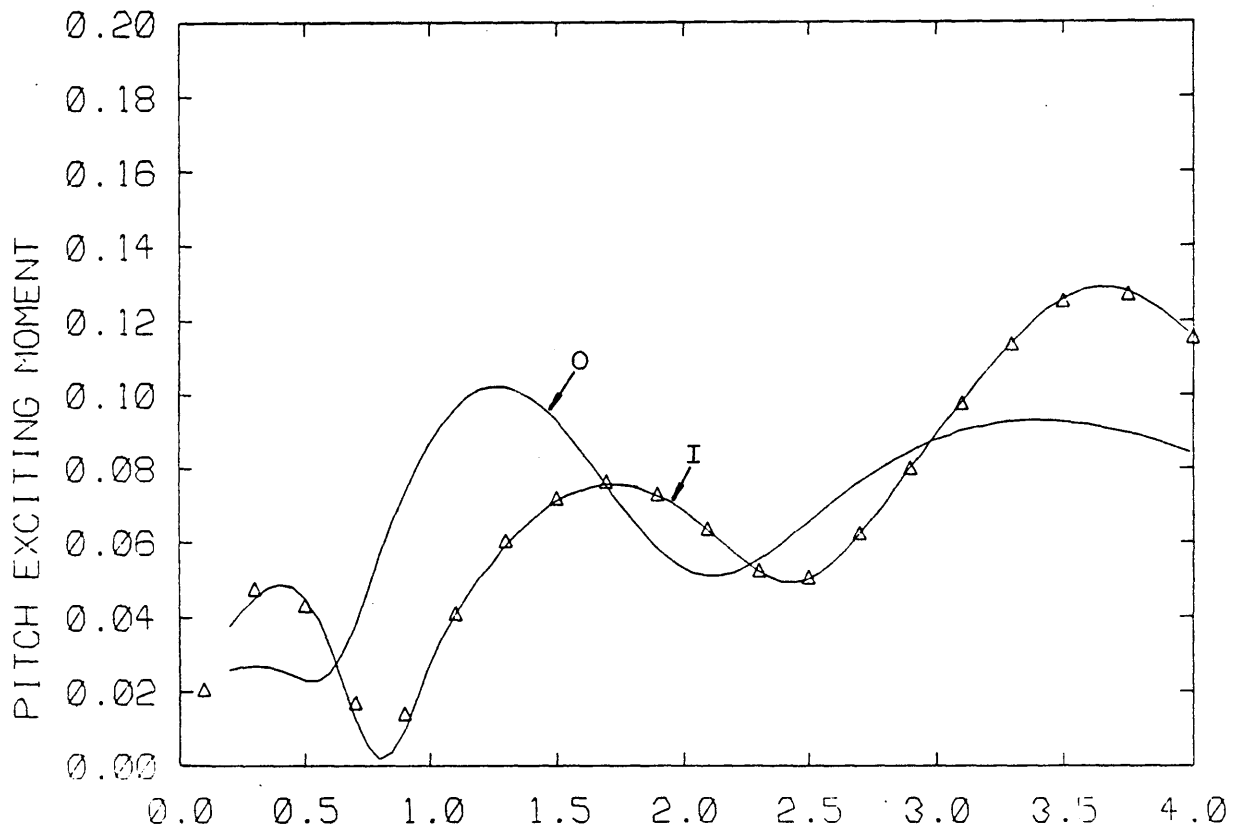


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (7) Heave exciting force (F_3) ($\theta_I=45^\circ$)

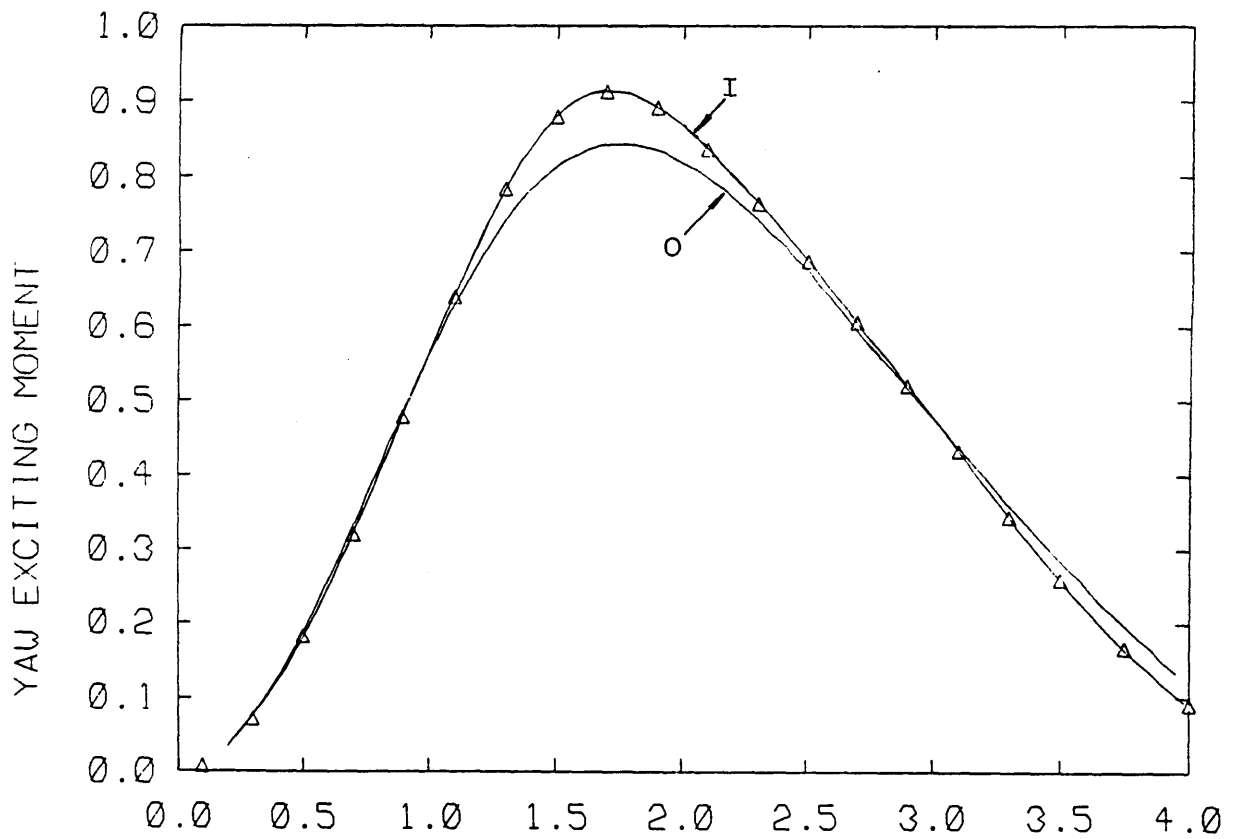


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (8) Roll exciting moment (F_4) ($\theta_I=45^\circ$)

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders ($L/D=2$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (9) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=45^\circ$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (10) Yaw exciting moment (F_6) ($\theta_I=45^\circ$)

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders ($L/D=2$)

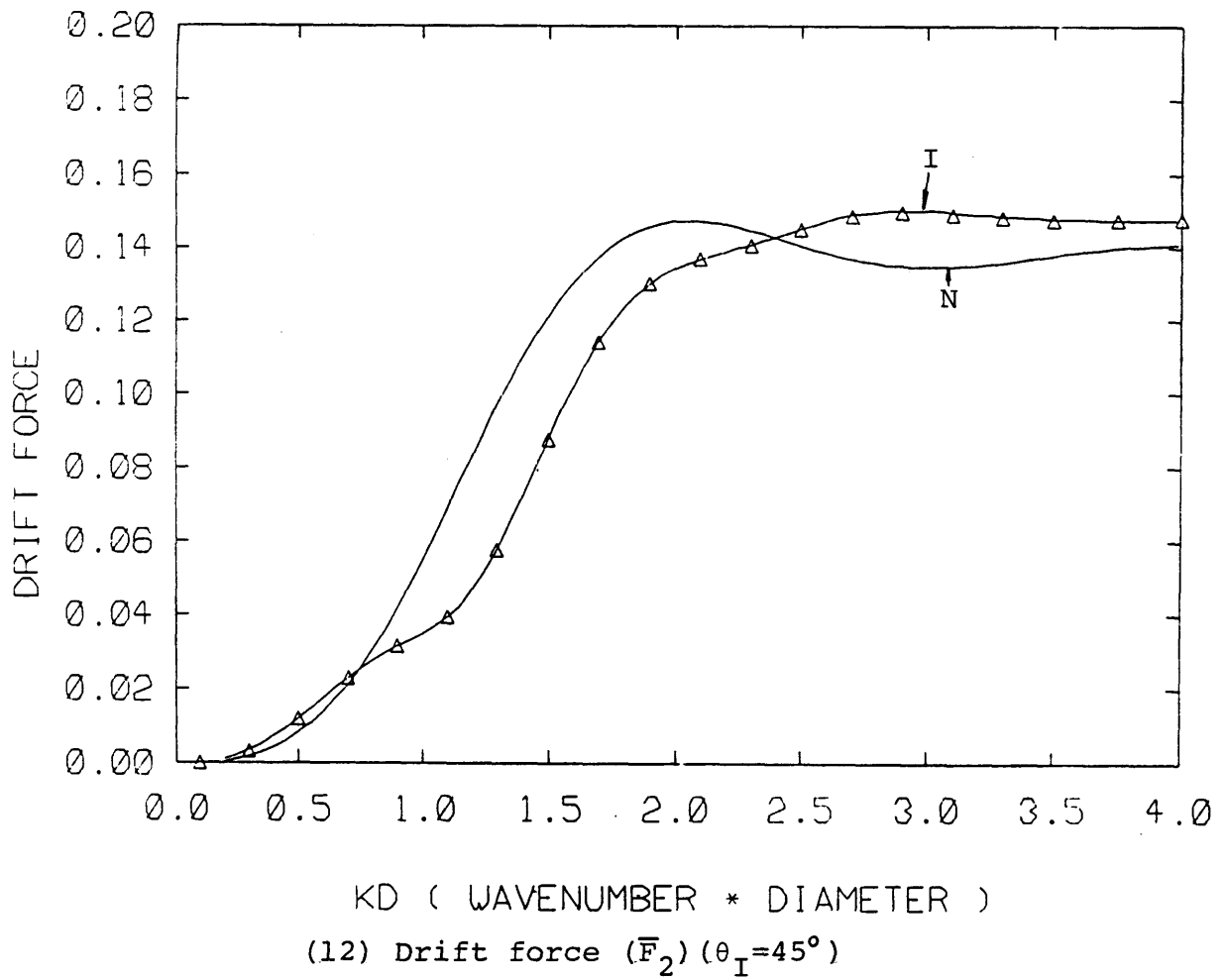
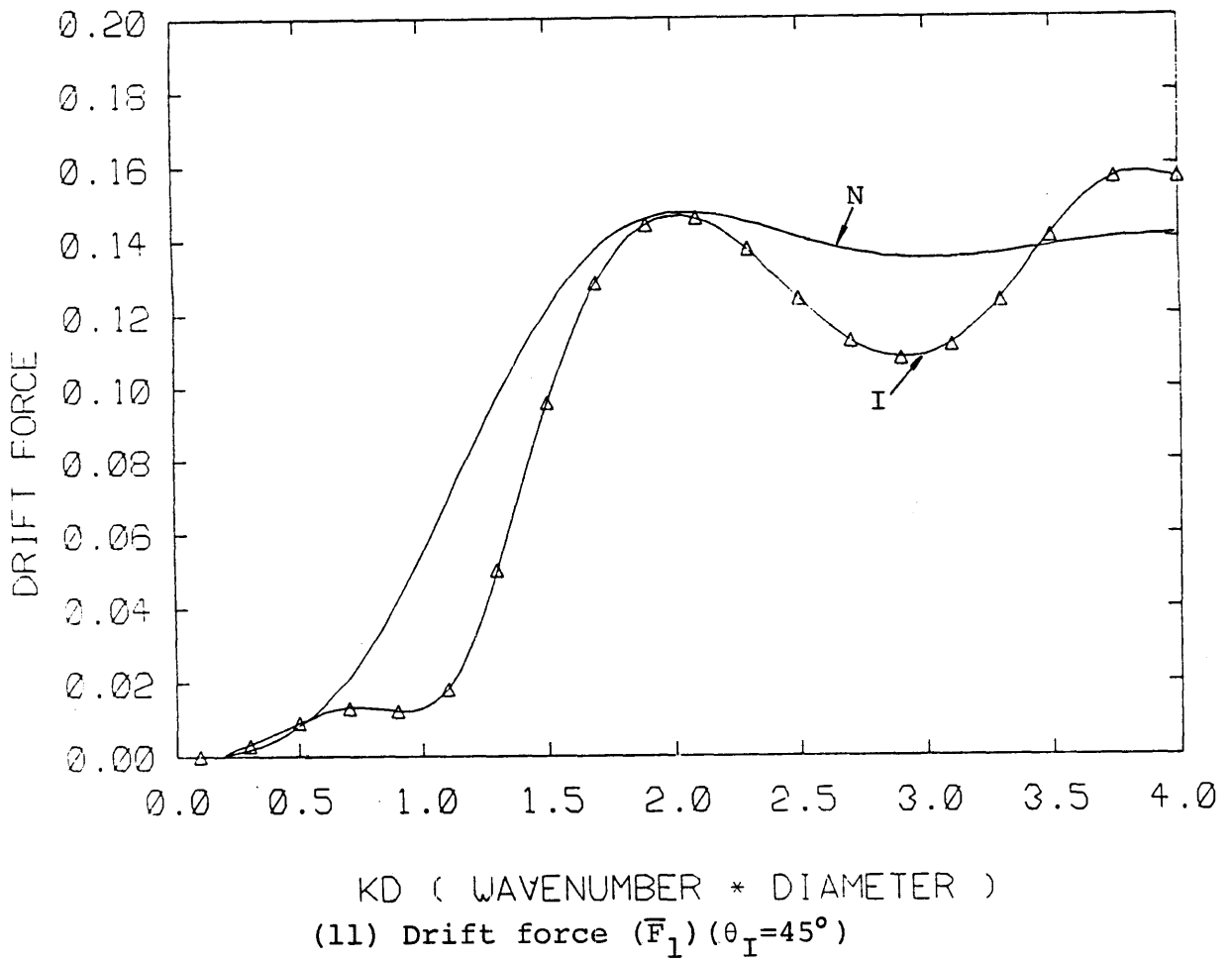
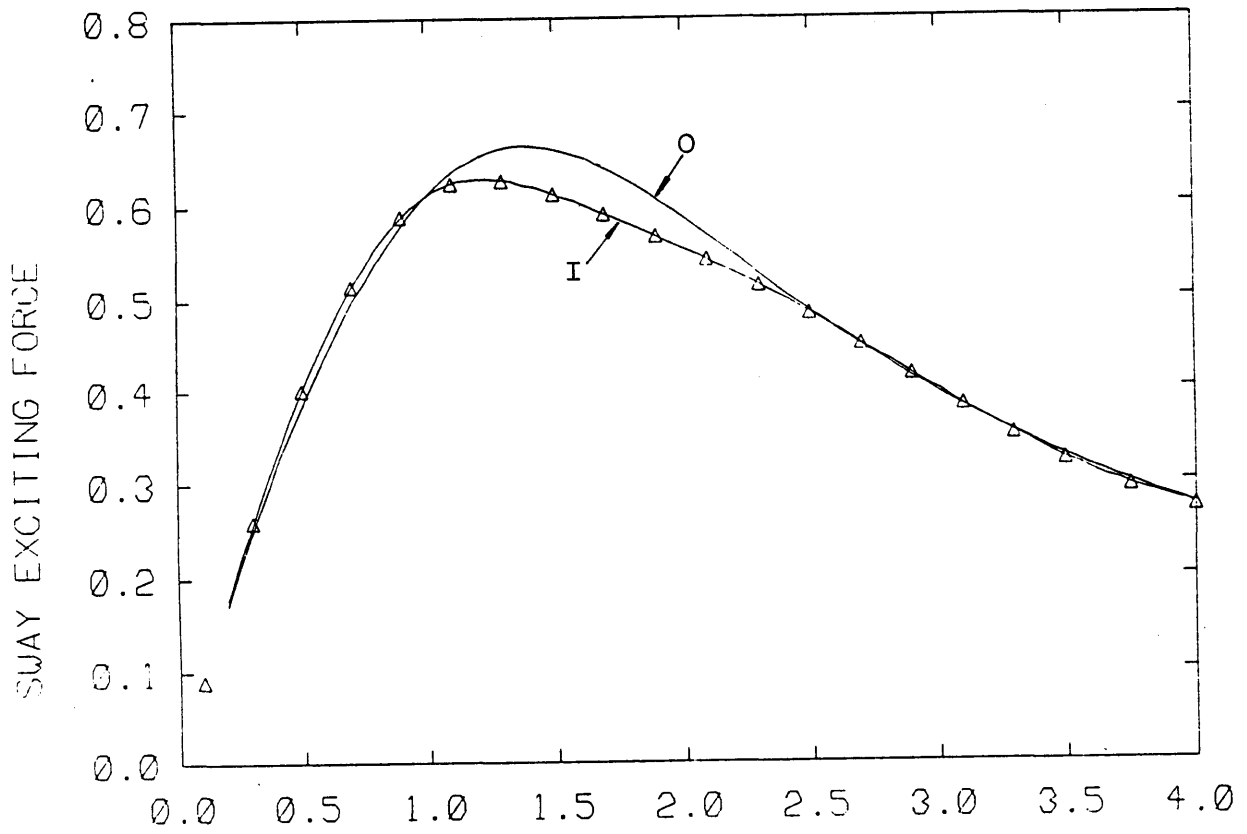
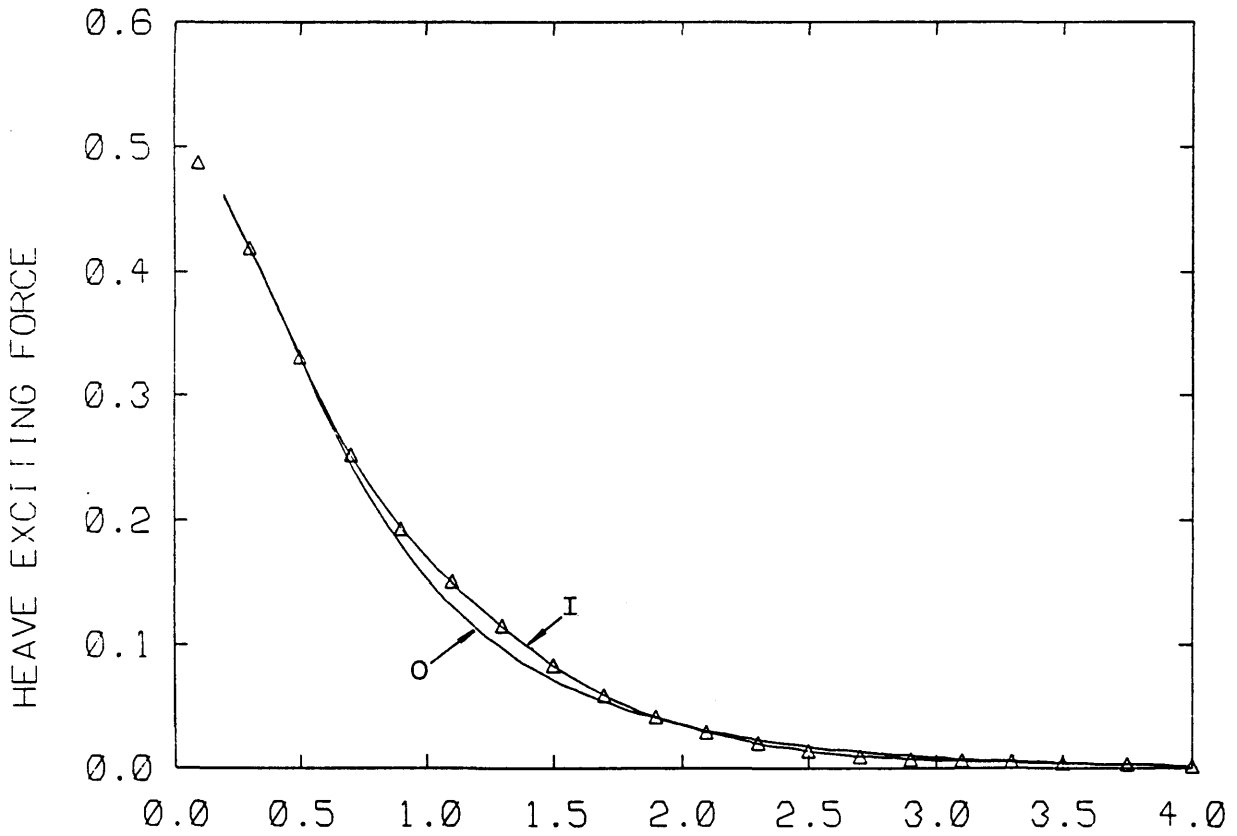


Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders (L/D=2)

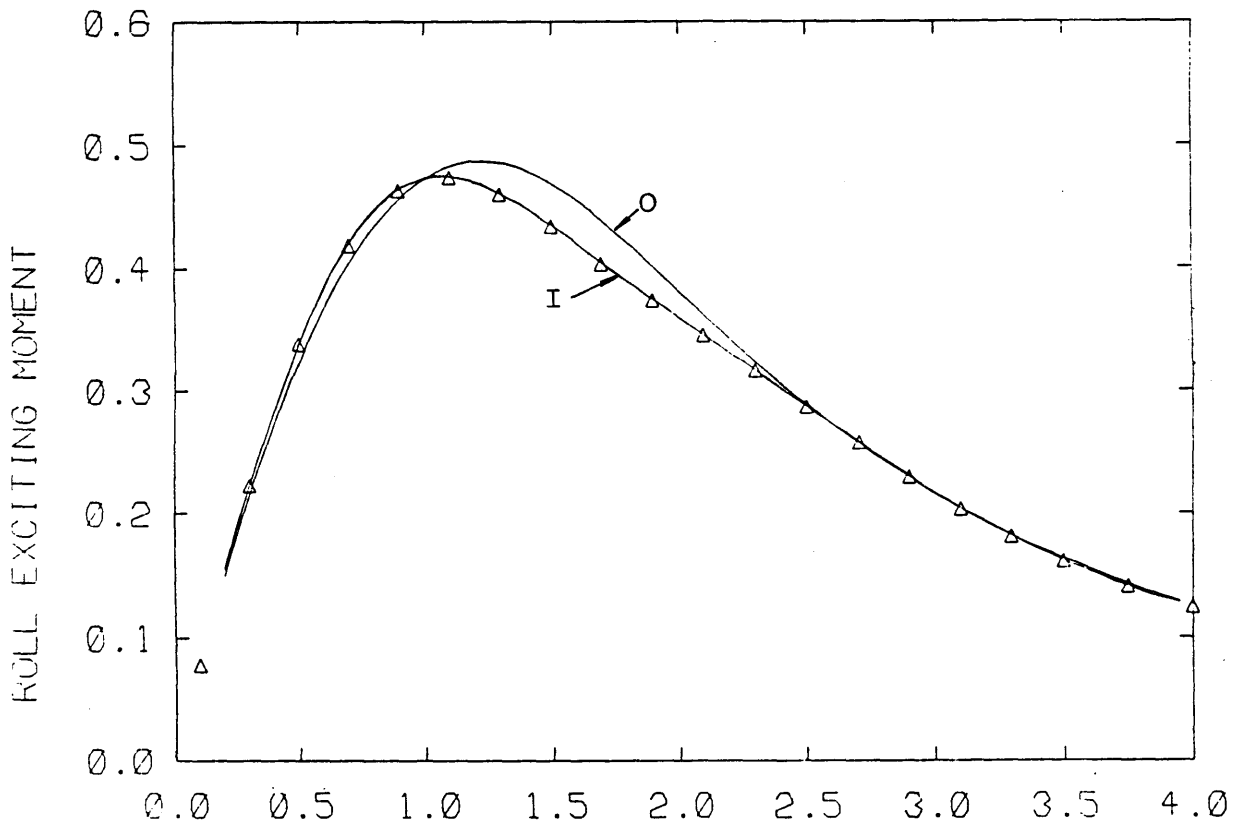


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (13) Sway exciting force (F_2) ($\theta_I=90^\circ$)

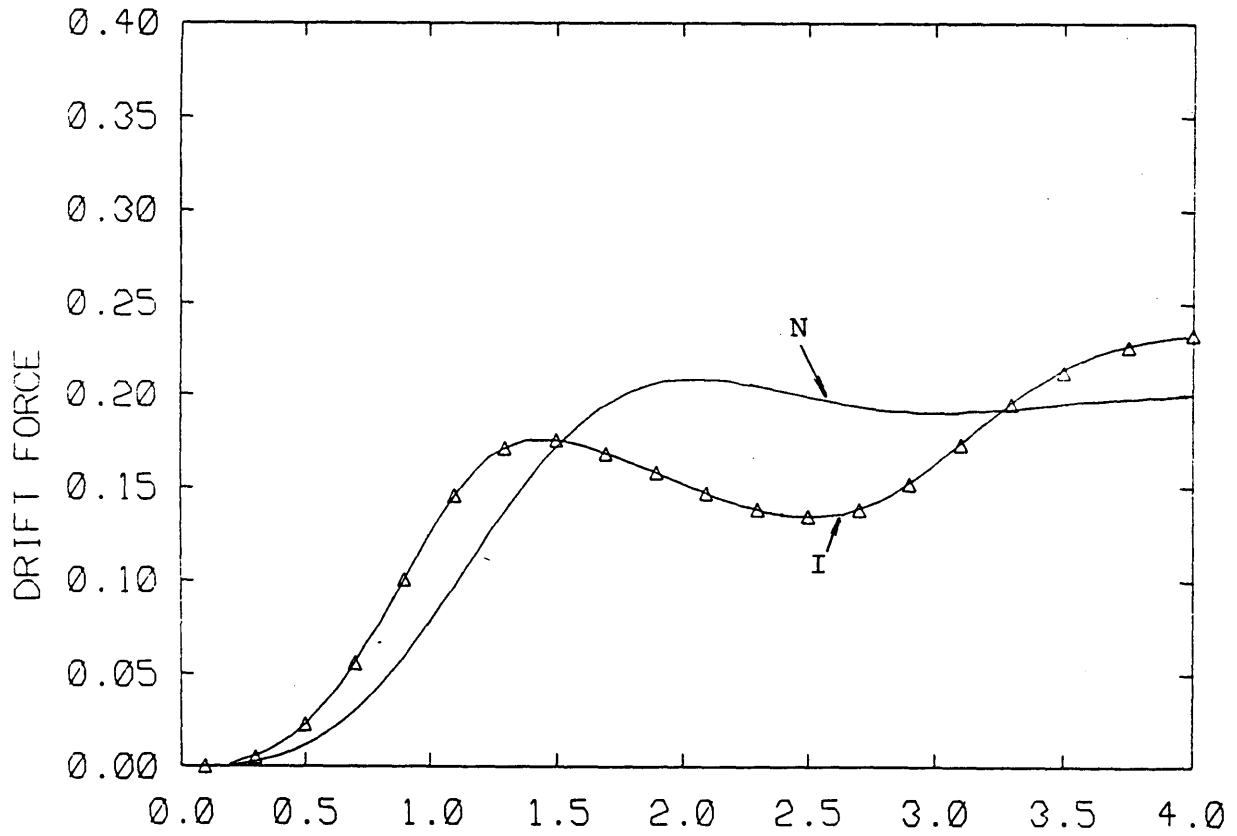


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (14) Heave exciting force (F_3) ($\theta_I=90^\circ$)

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders ($L/D=2$)

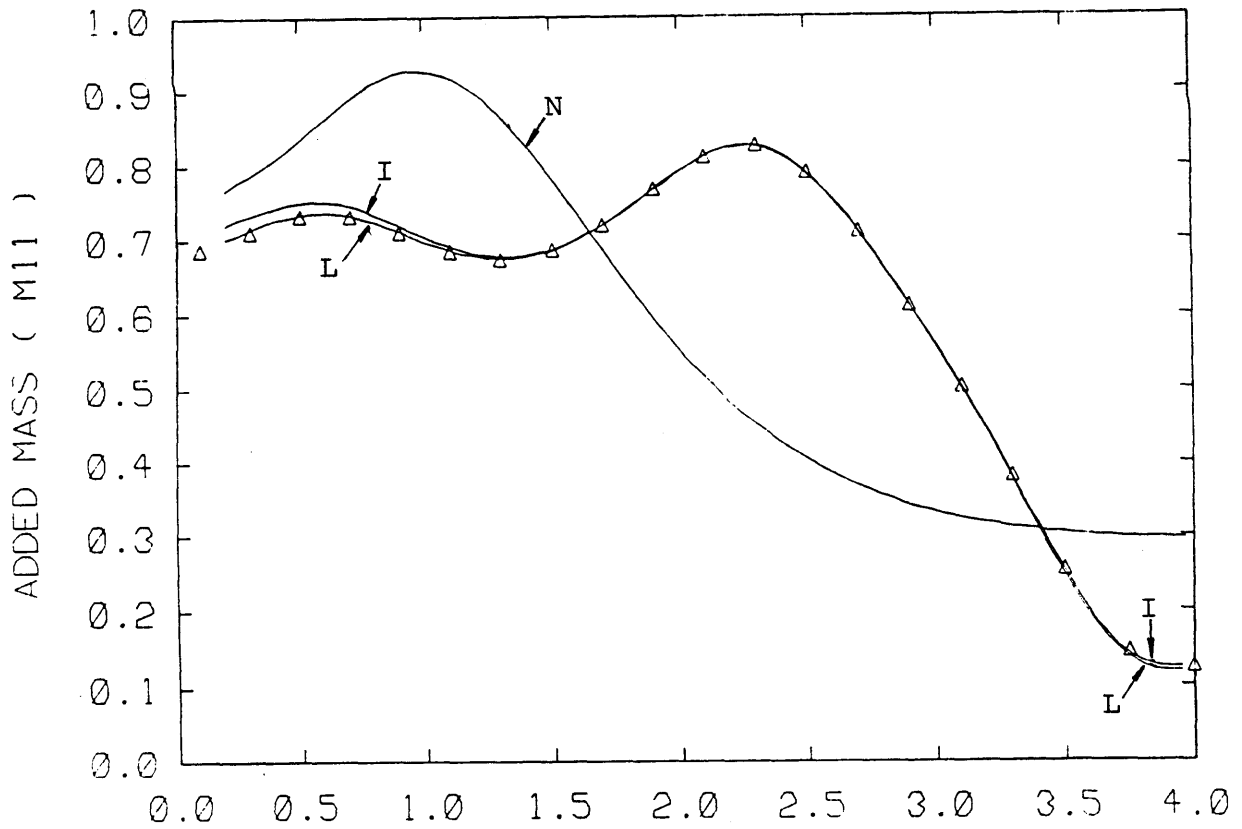


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (15) Roll exciting moment (F_4) ($\theta_I=90^\circ$)

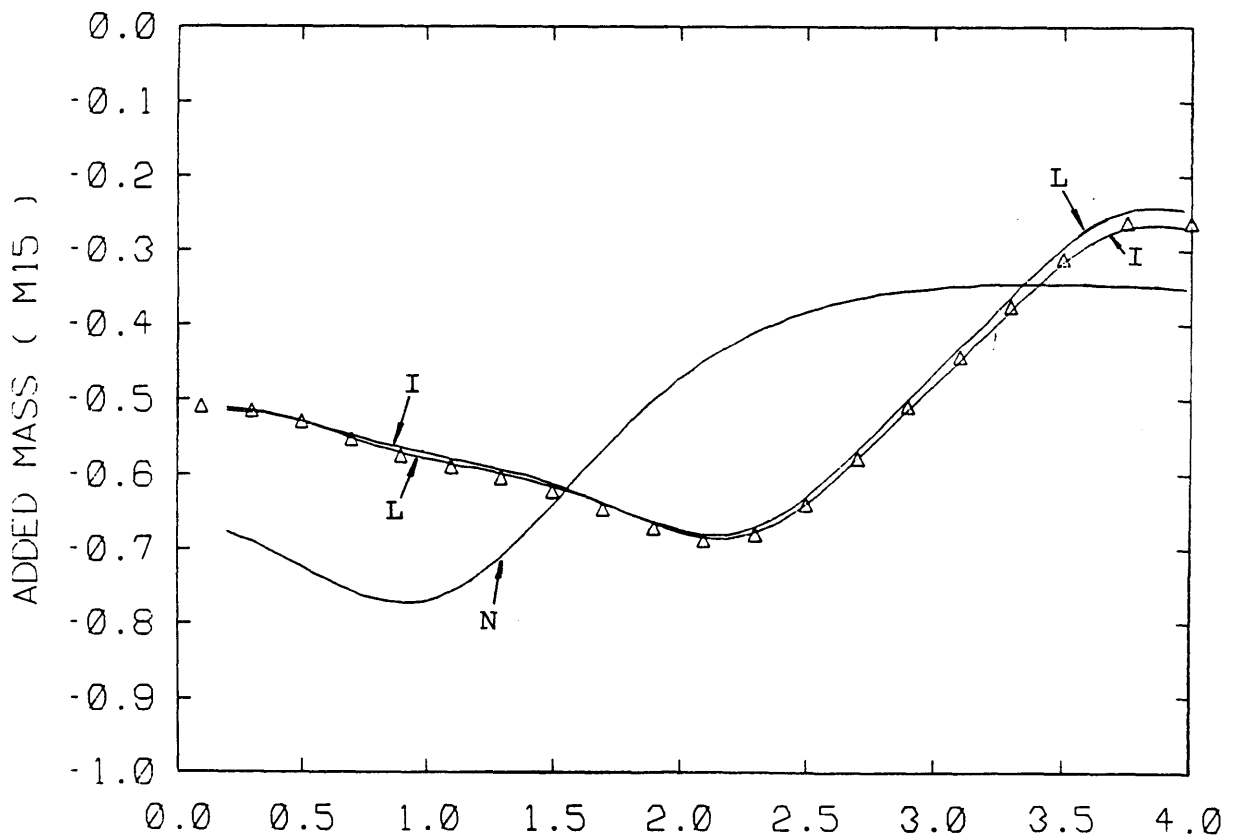


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (16) Drift force (\bar{F}_2) ($\theta_I=90^\circ$)

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders (L/D=2)

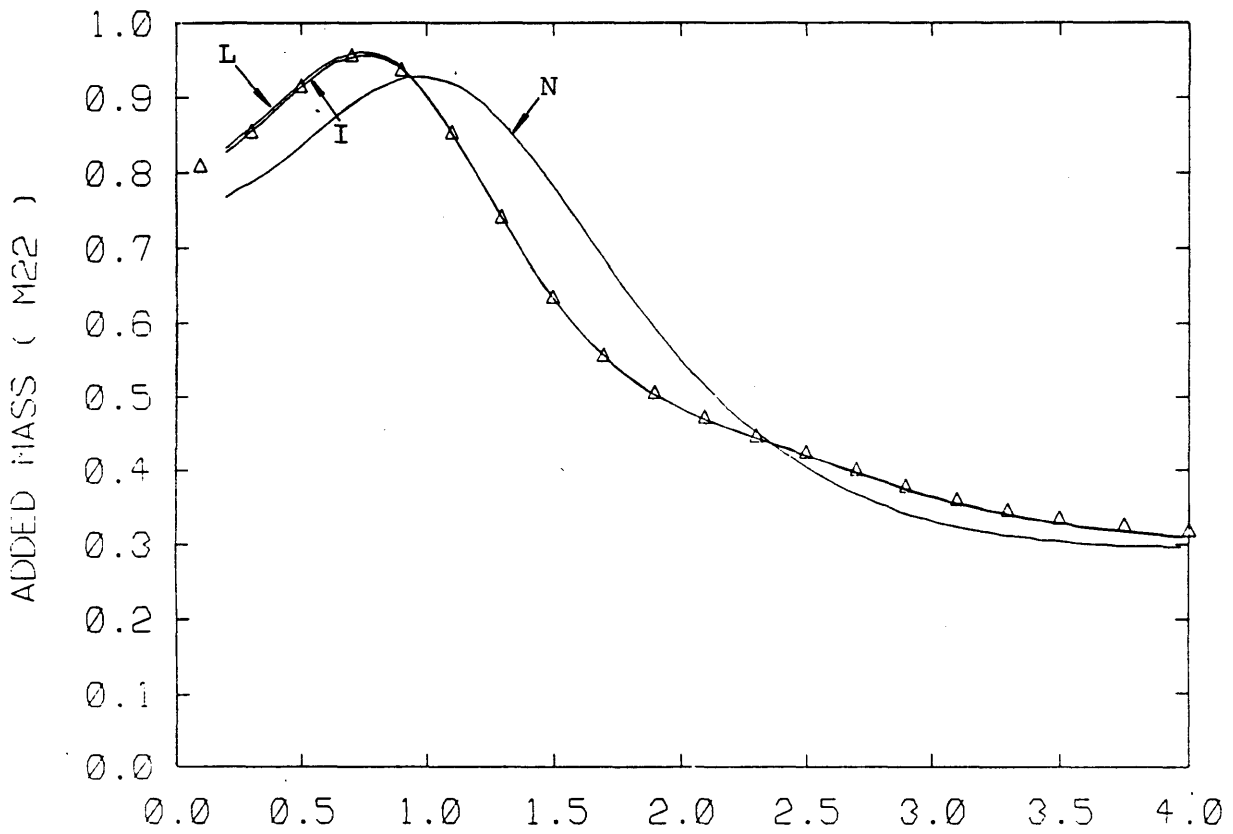


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (17) Added mass (m_{11})

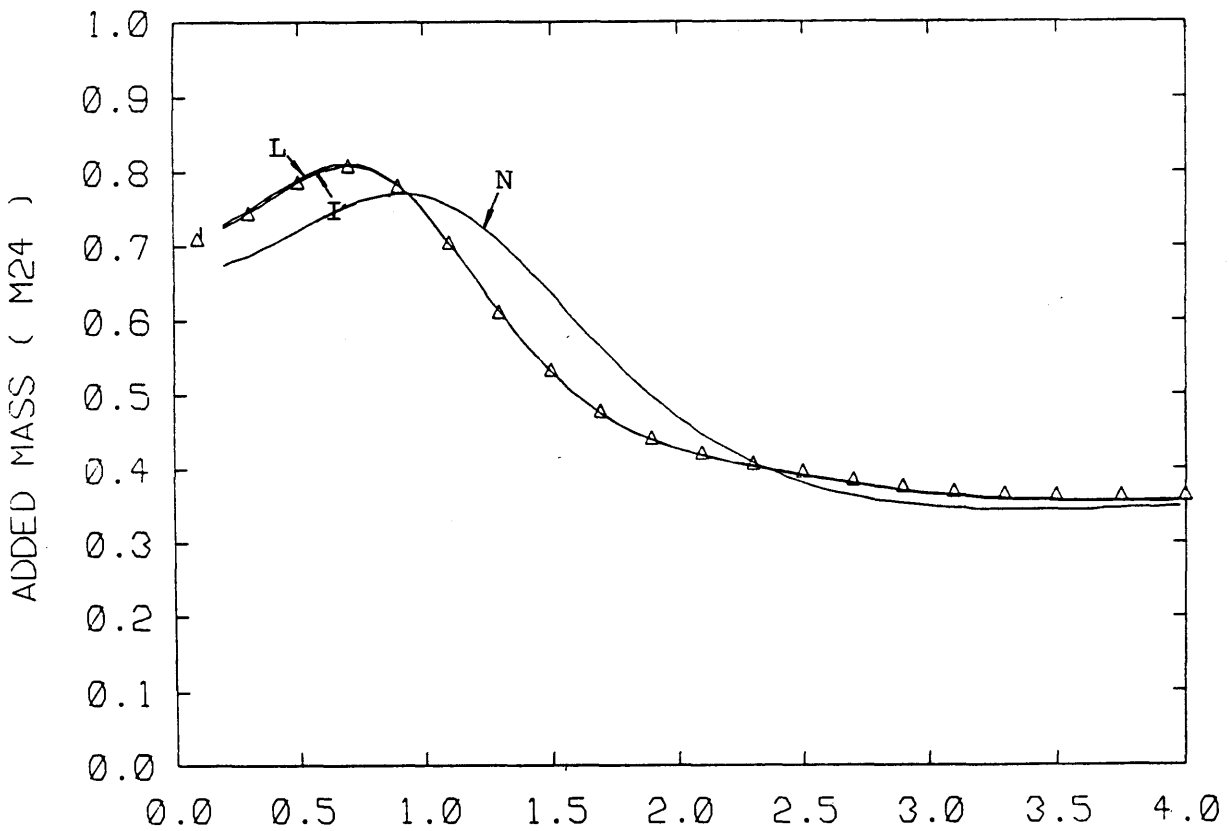


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (18) Added mass (m_{15})

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders ($L/D=2$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (19) Added mass (m_{22})



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (20) Added mass (m_{24})

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders ($L/D=2$)

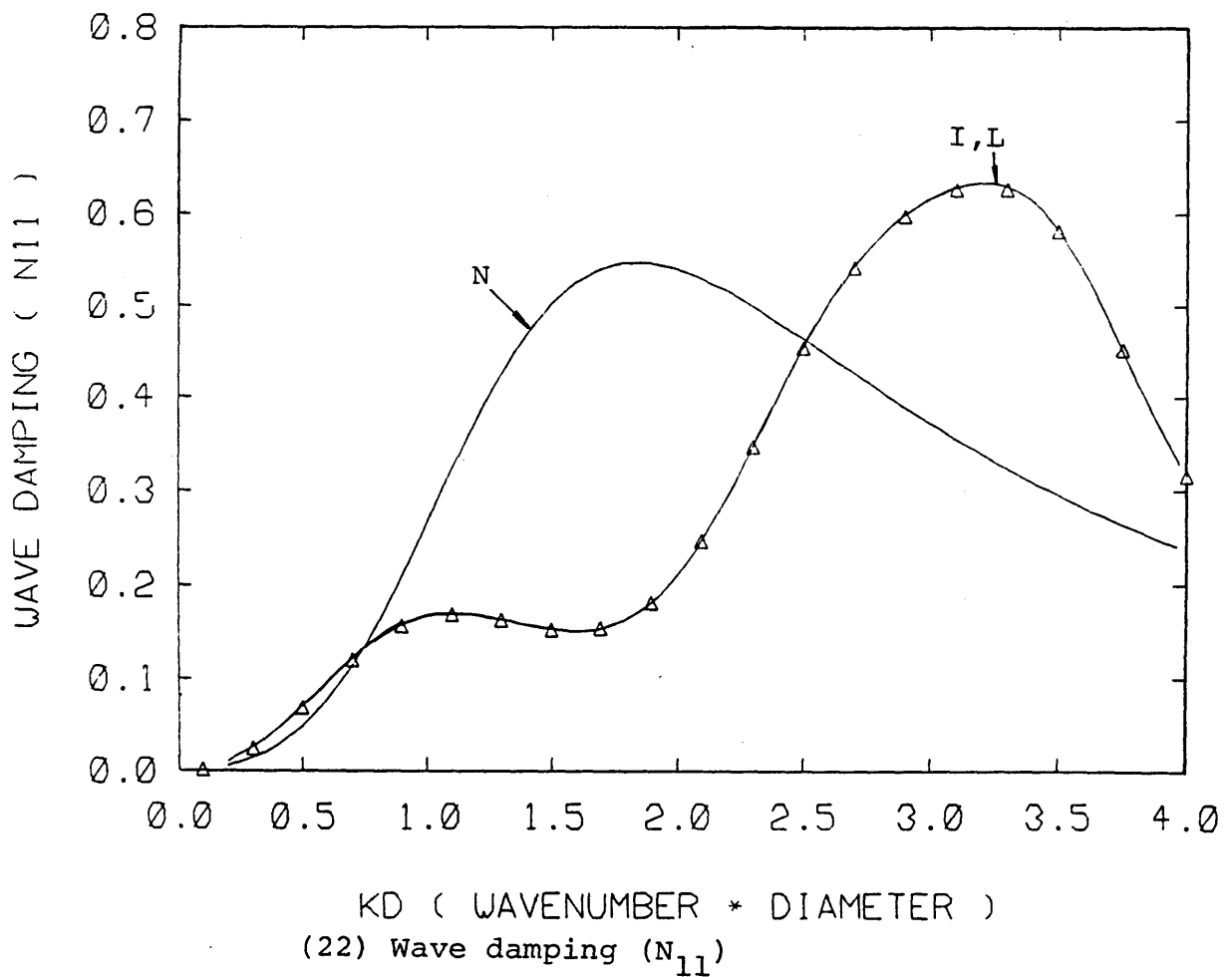
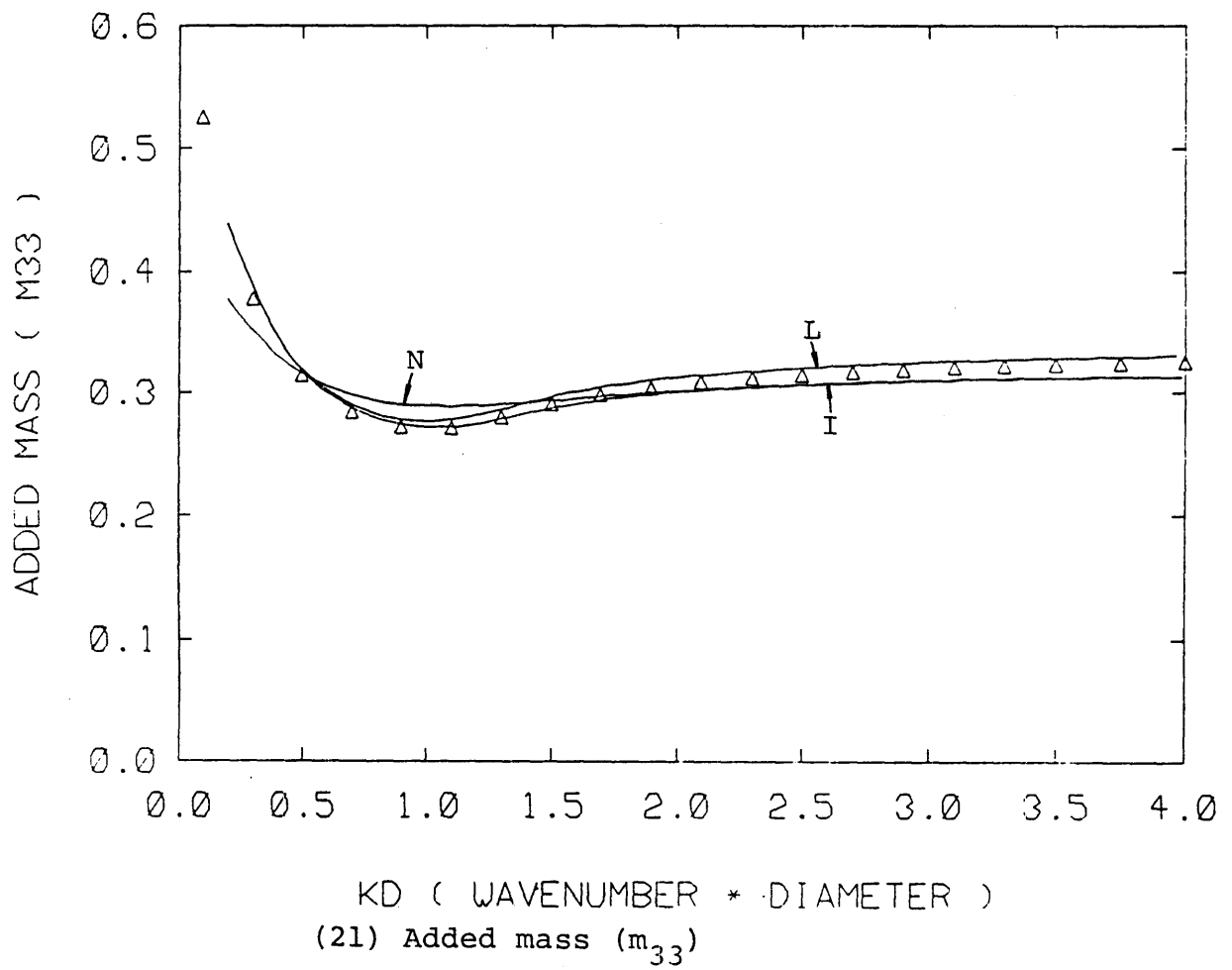
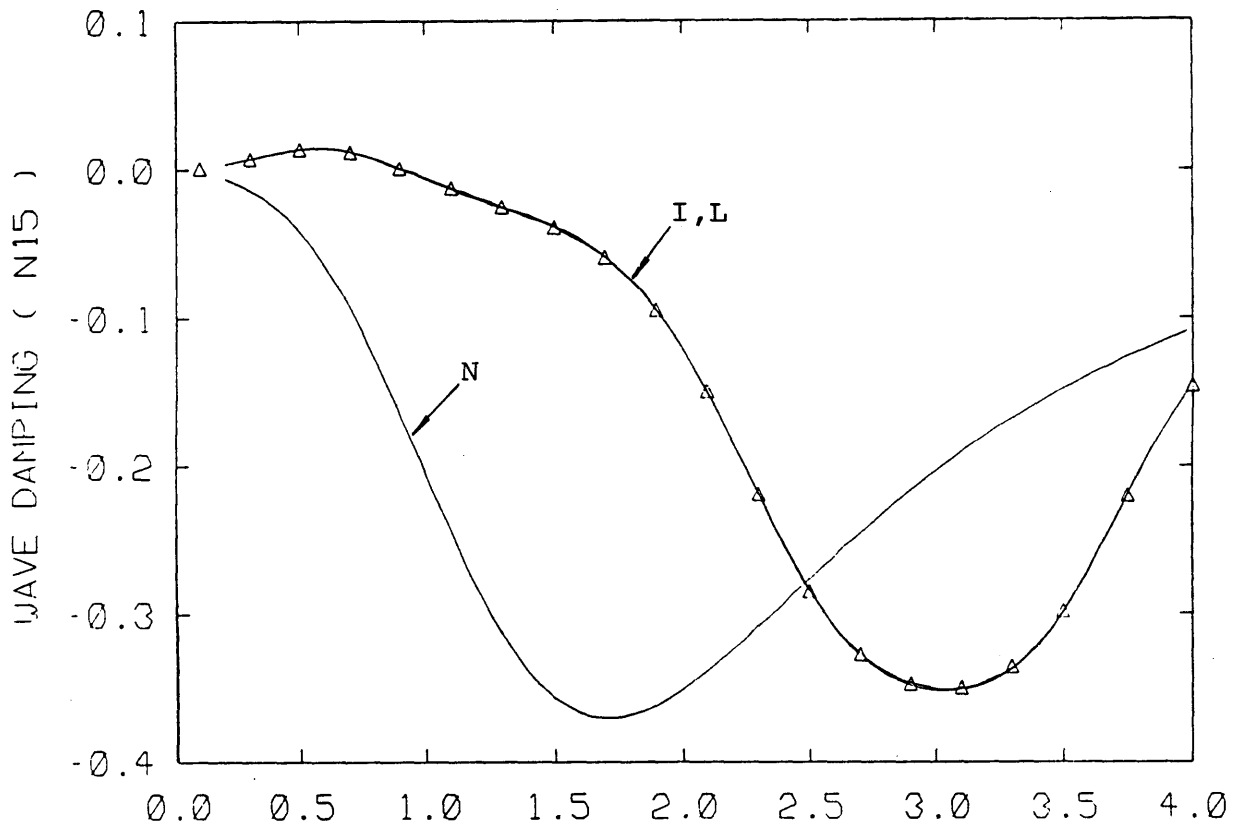
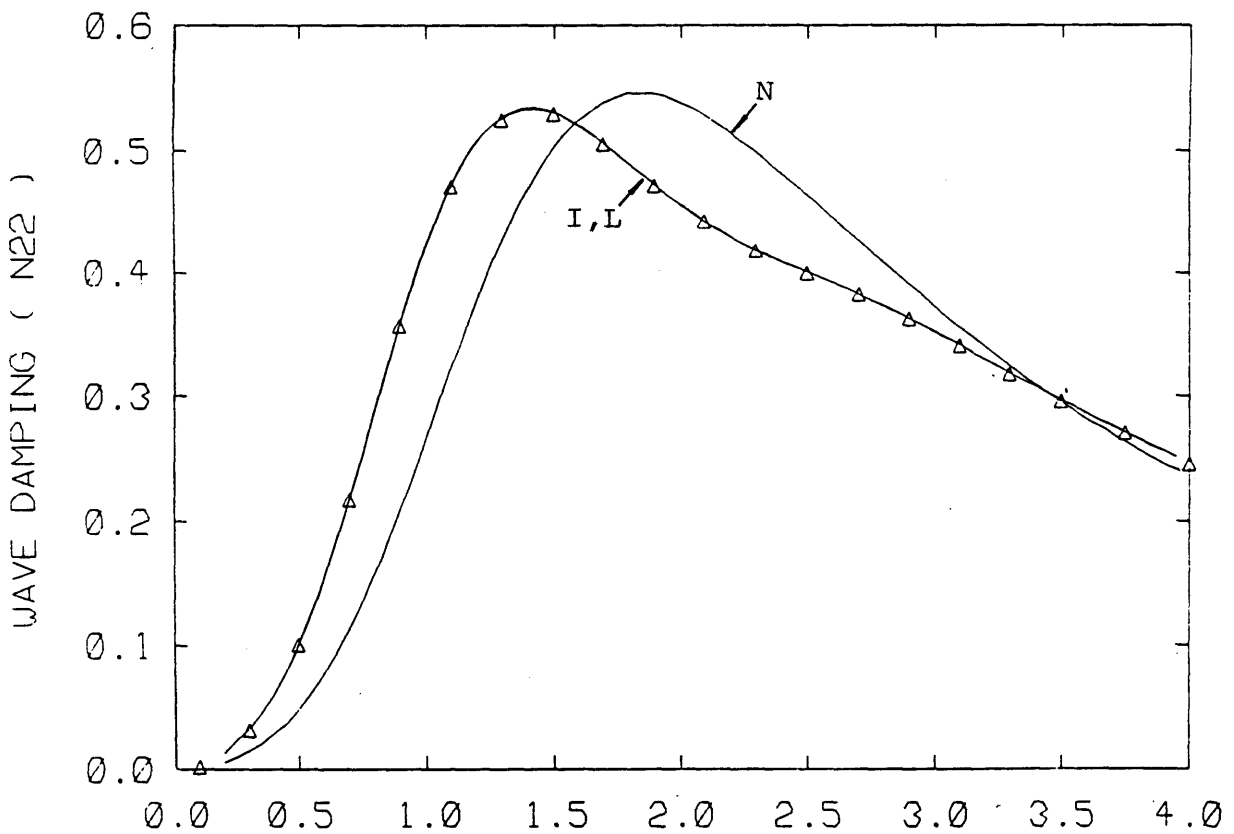


Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders ($L/D=2$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (23) Wave damping (N_{15})



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (24) Wave damping (N_{22})

Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders ($L/D=2$)

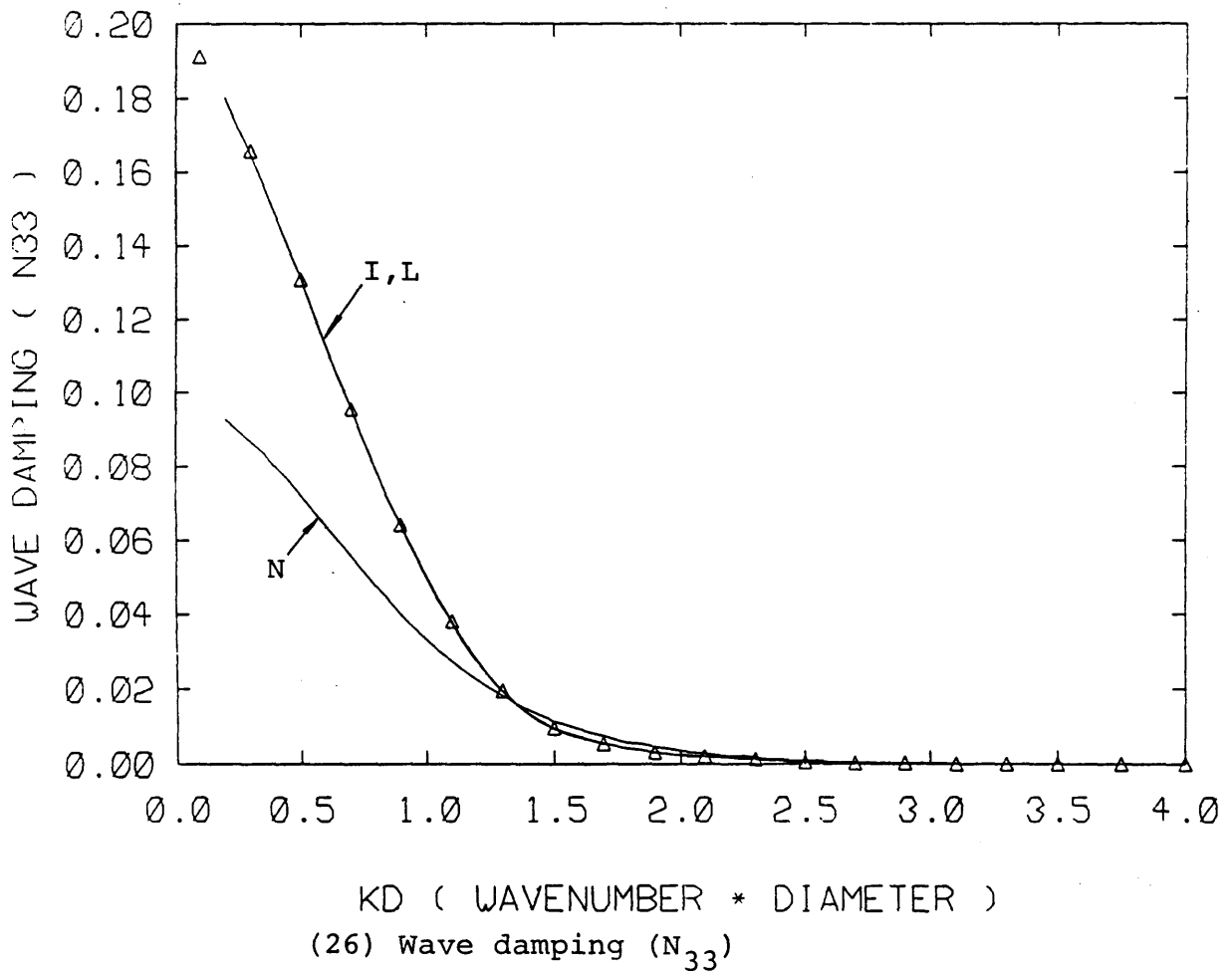
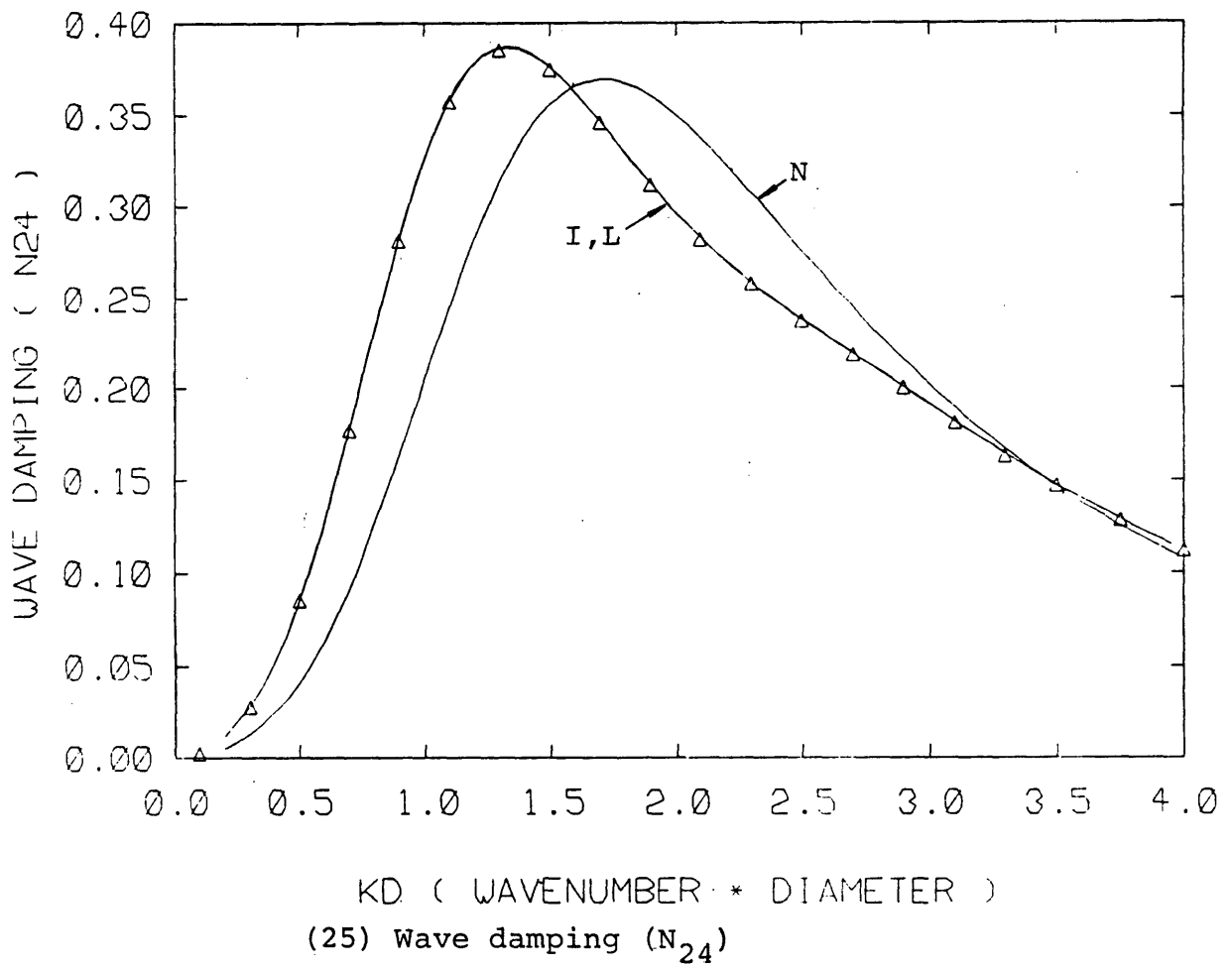
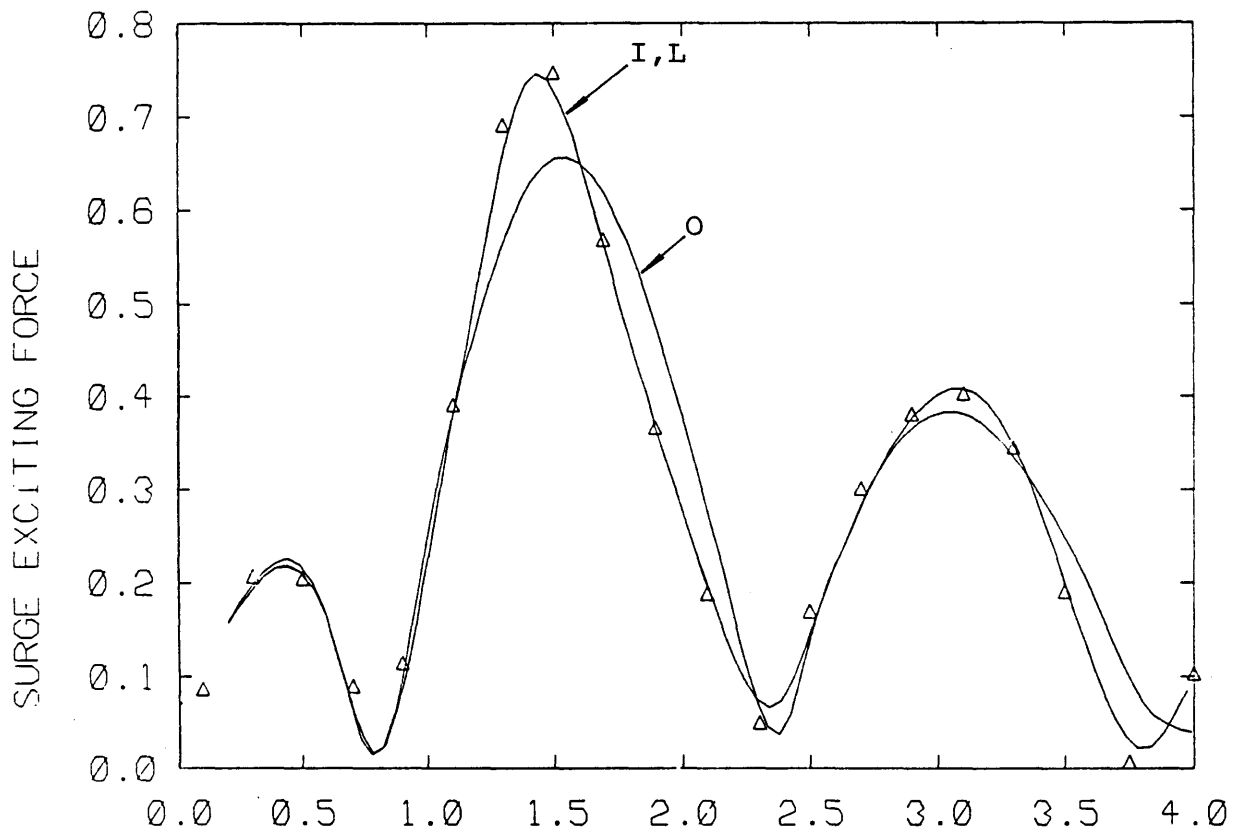
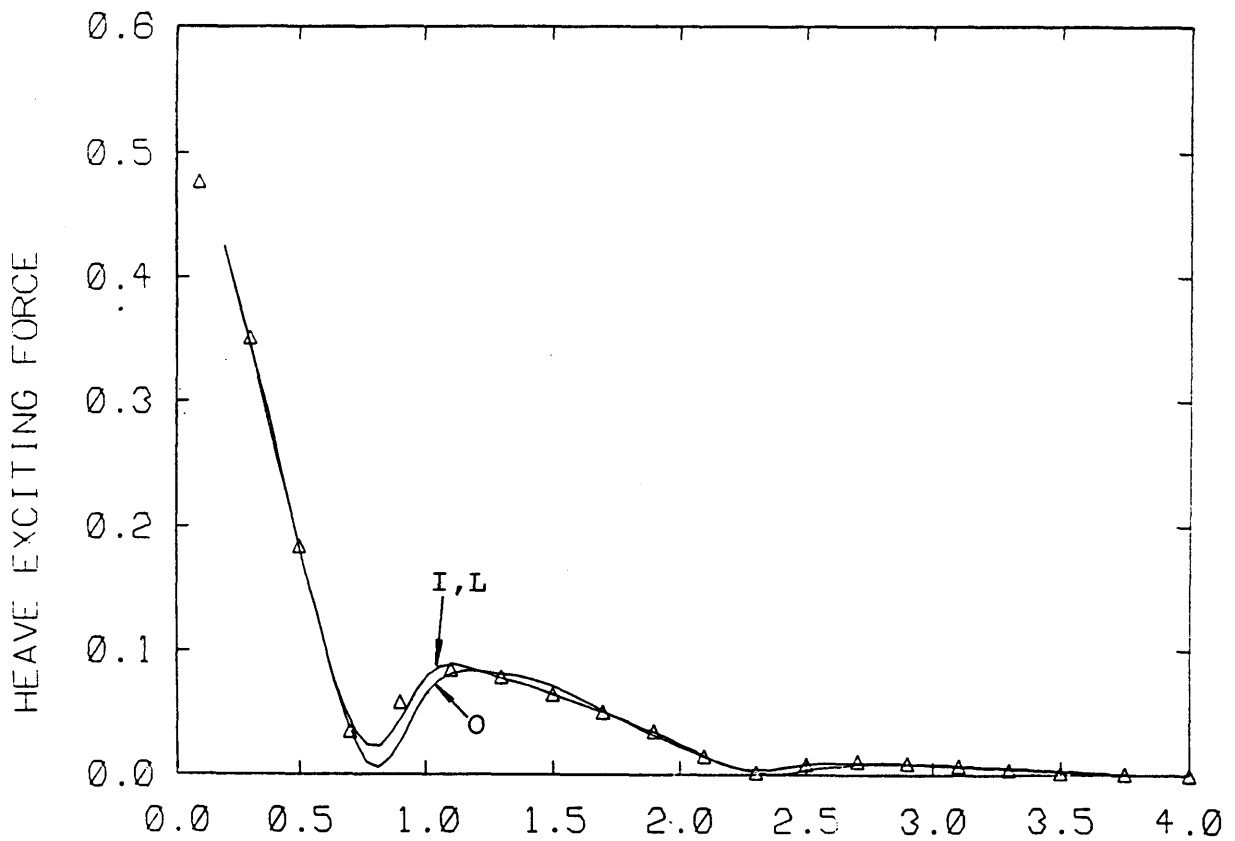


Fig.2.14 Two truncated vertical cylinders ($L/D=2$)

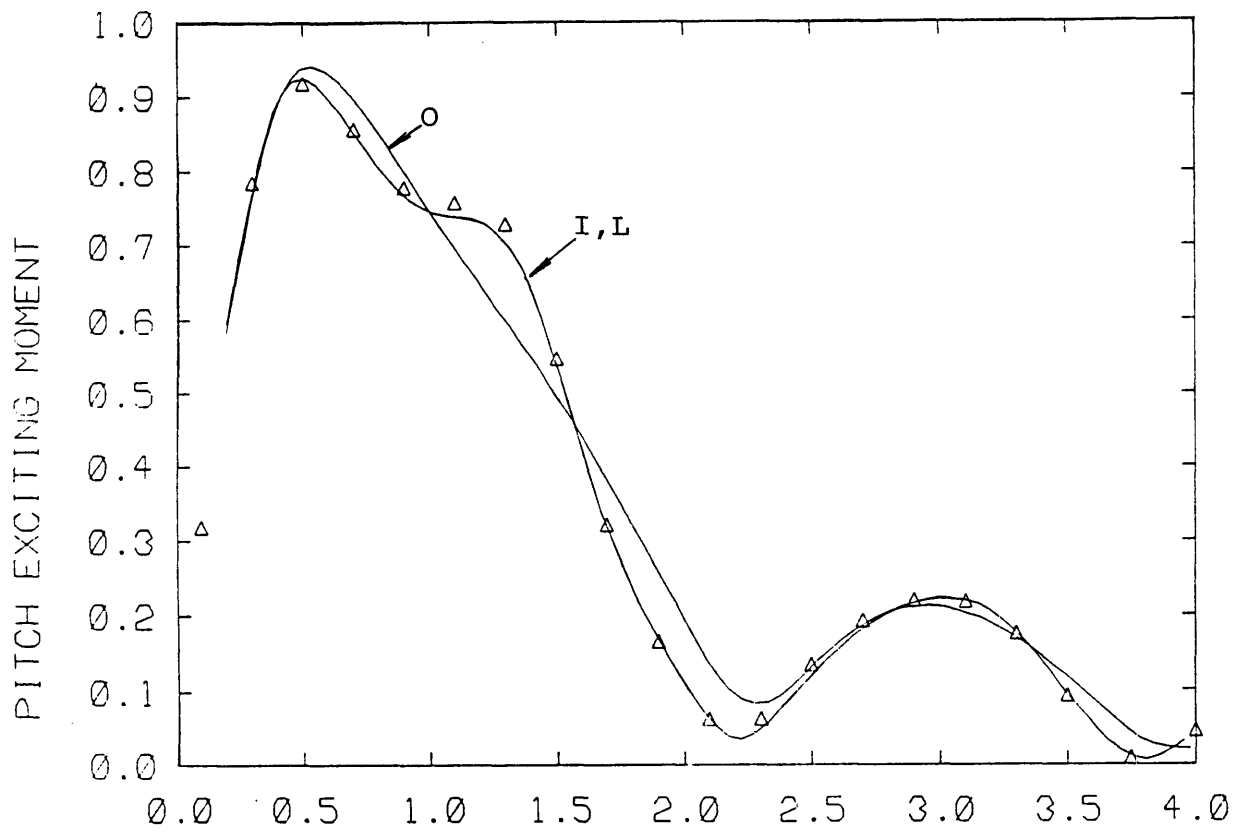


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (1) Surge exciting force (F_1) ($\theta_I=0^\circ$)

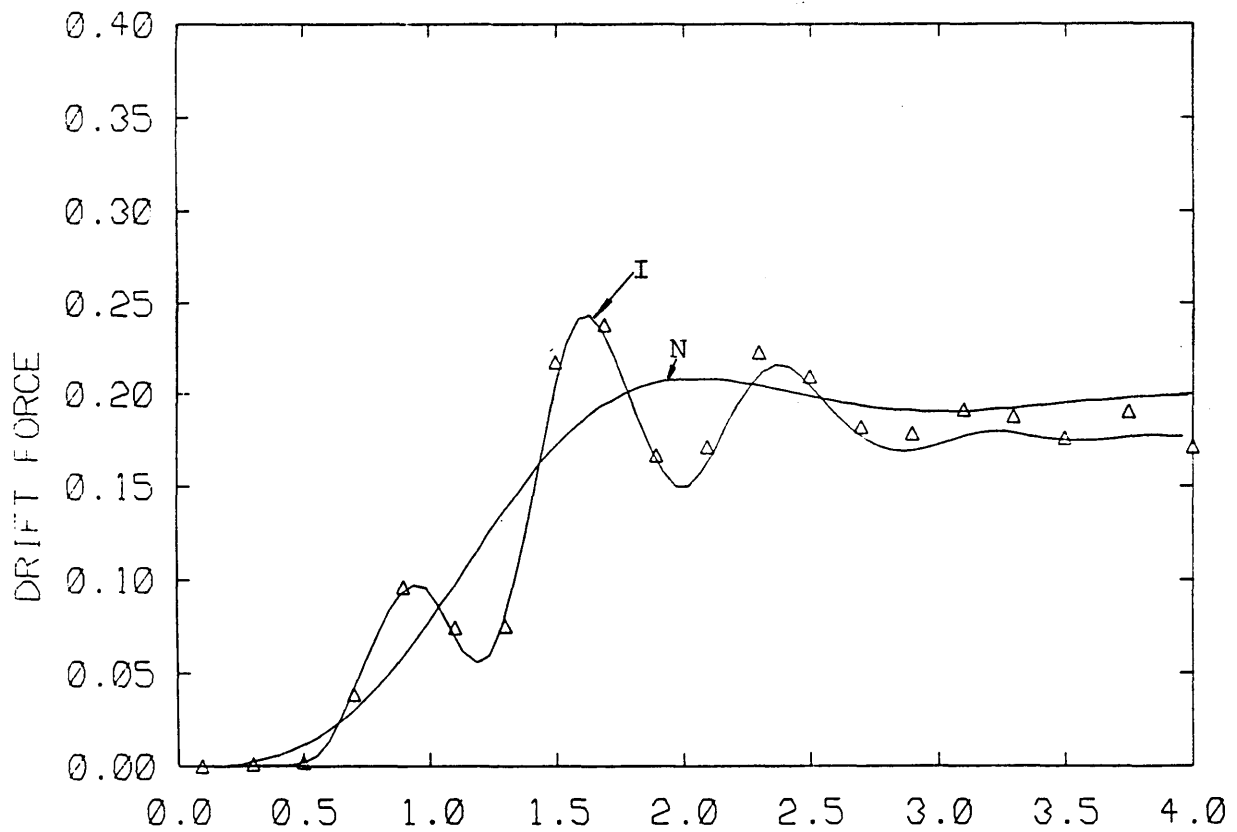


KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (2) Heave exciting force (F_3) ($\theta_I=0^\circ$)

Fig.2.15 Two truncated vertical cylinders ($L/D=4$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (3) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=0^\circ$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (4) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I=0^\circ$)

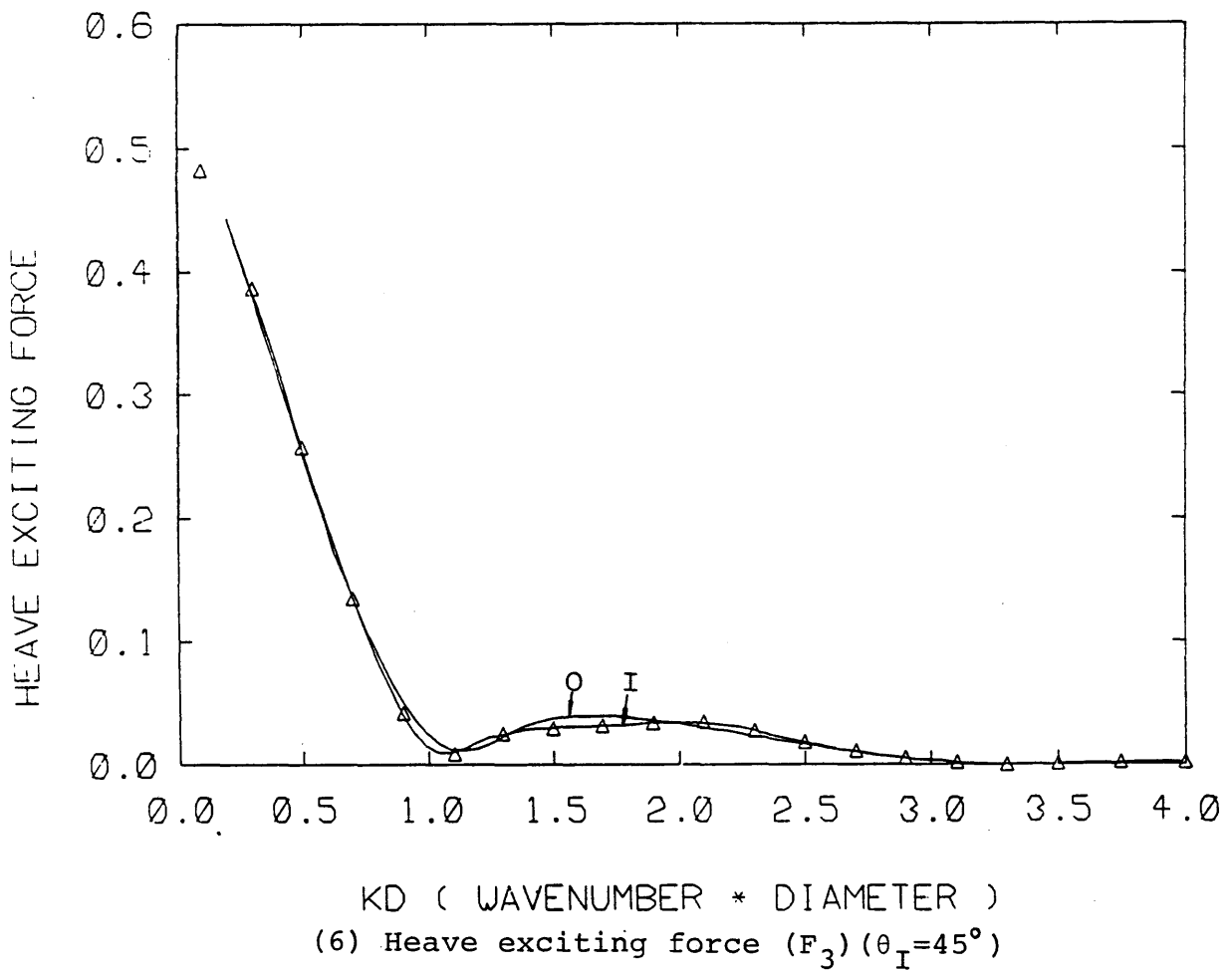
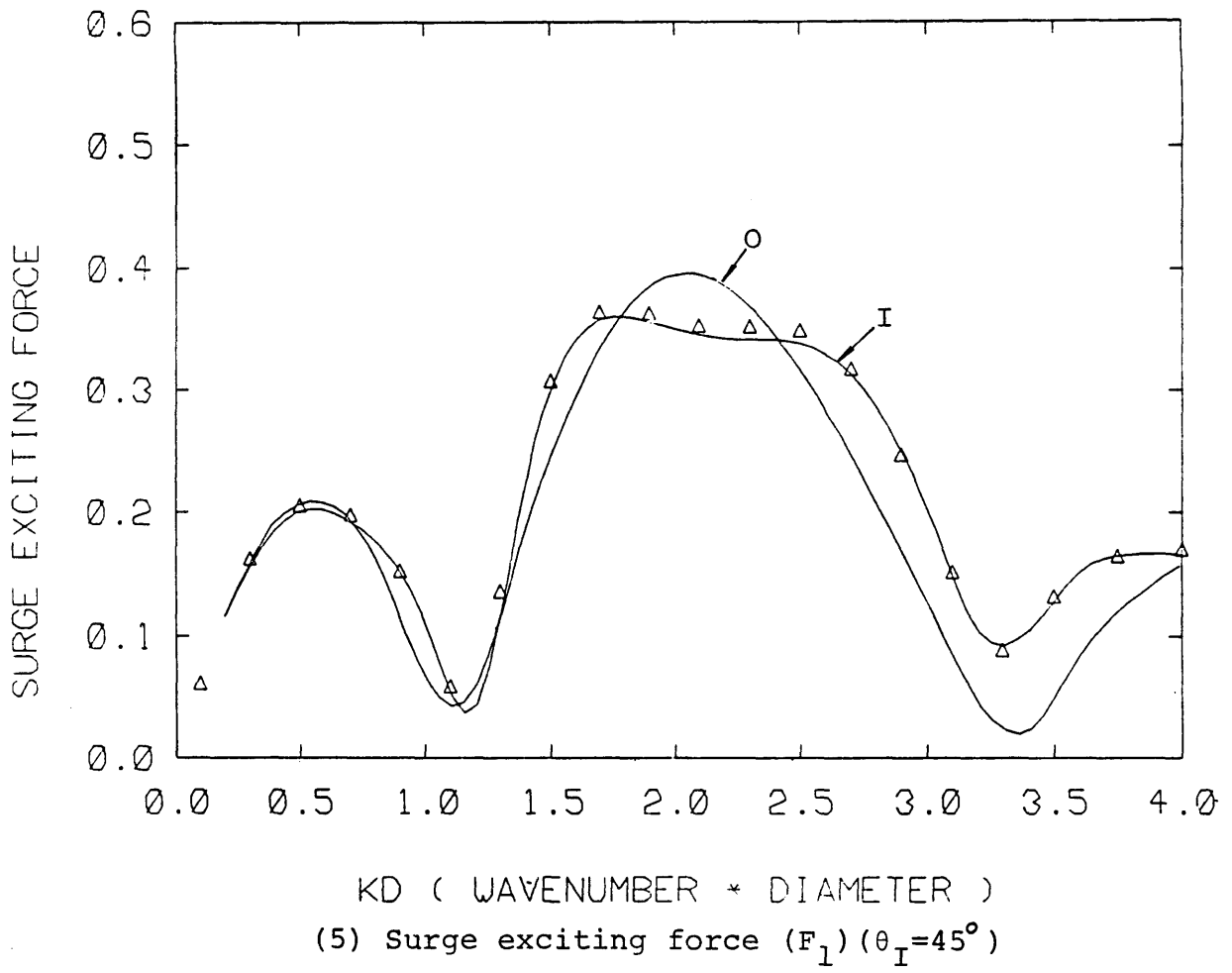
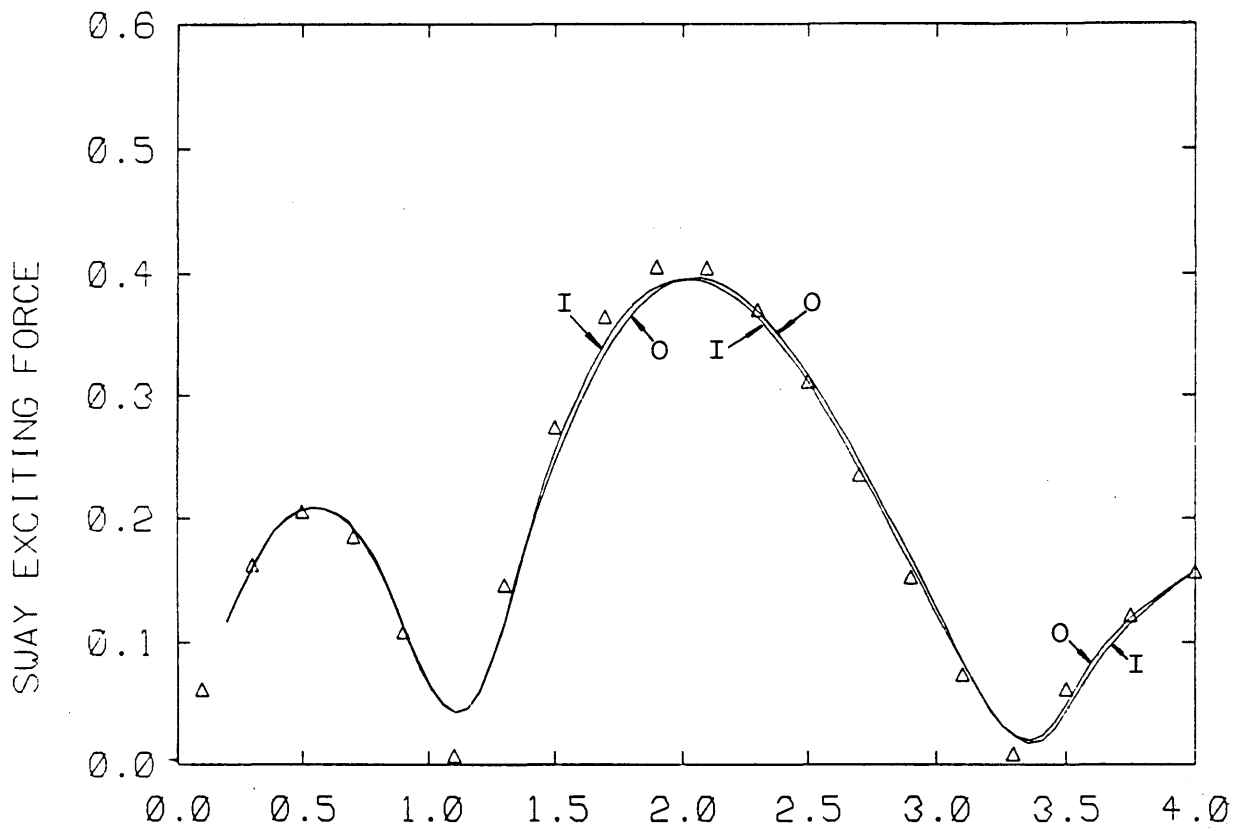
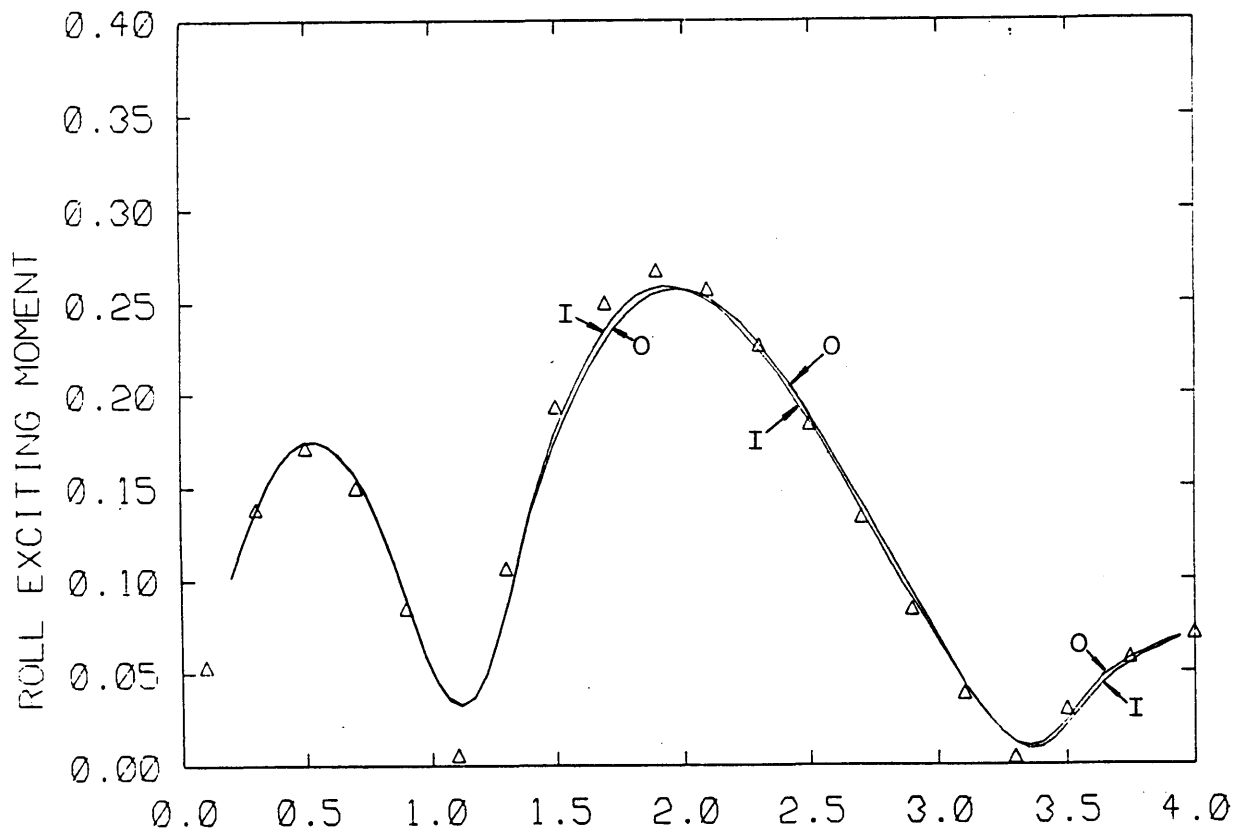


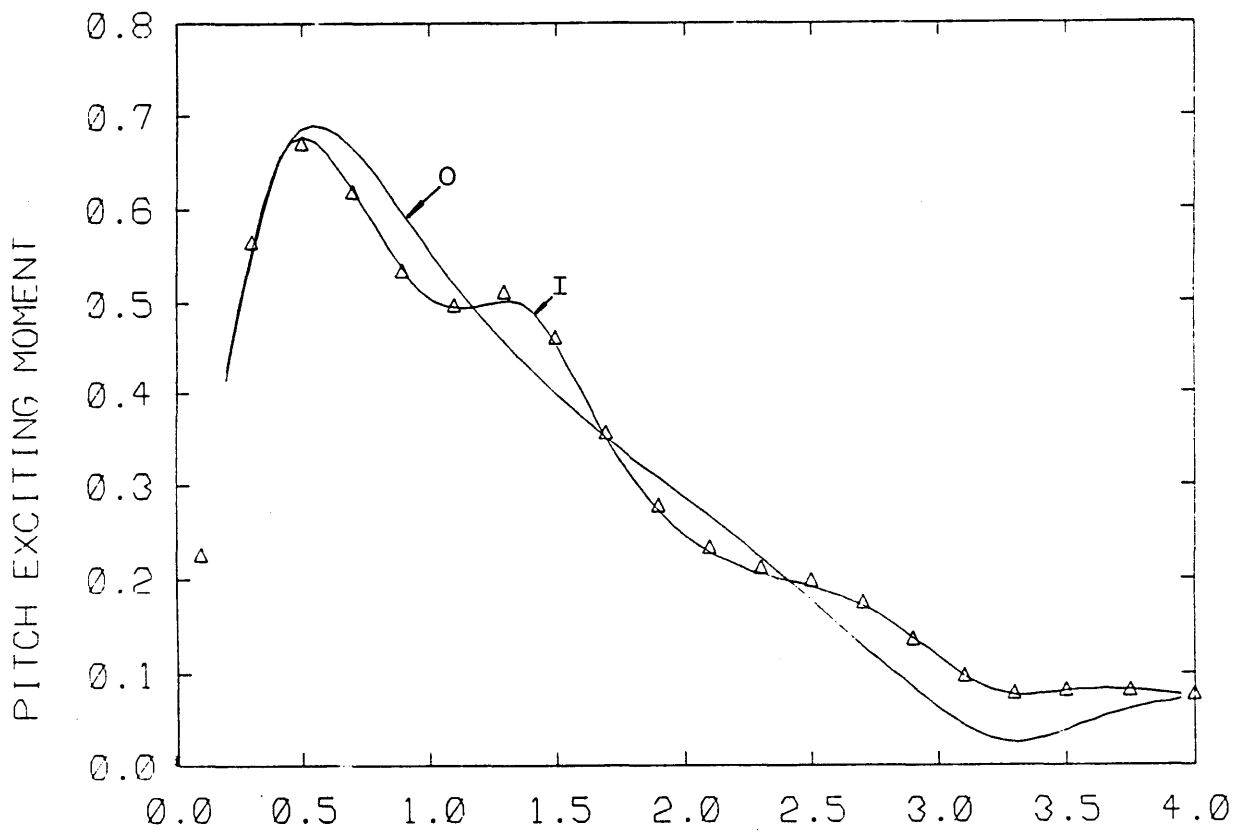
Fig.2.15 Two truncated vertical cylinders ($L/D=4$)



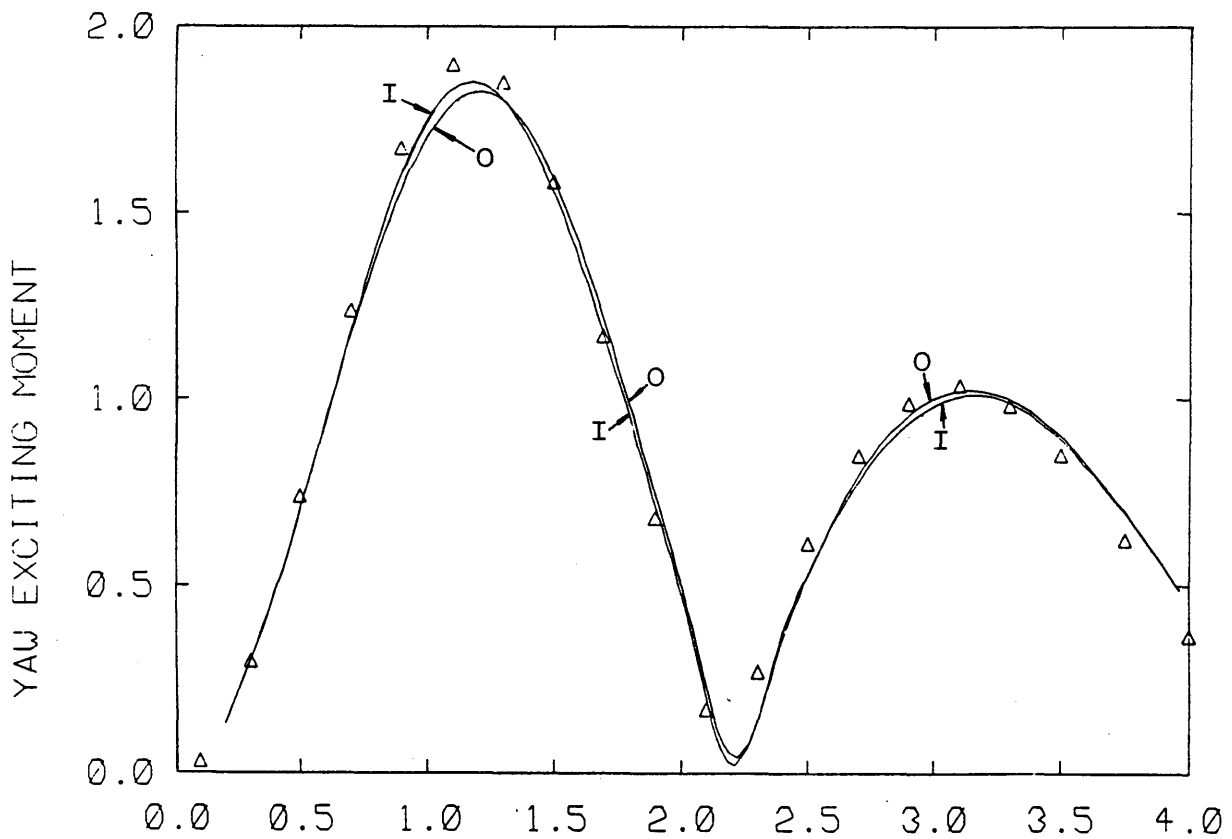
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (7) Sway exciting force (F_2) ($\theta_I=45^\circ$)



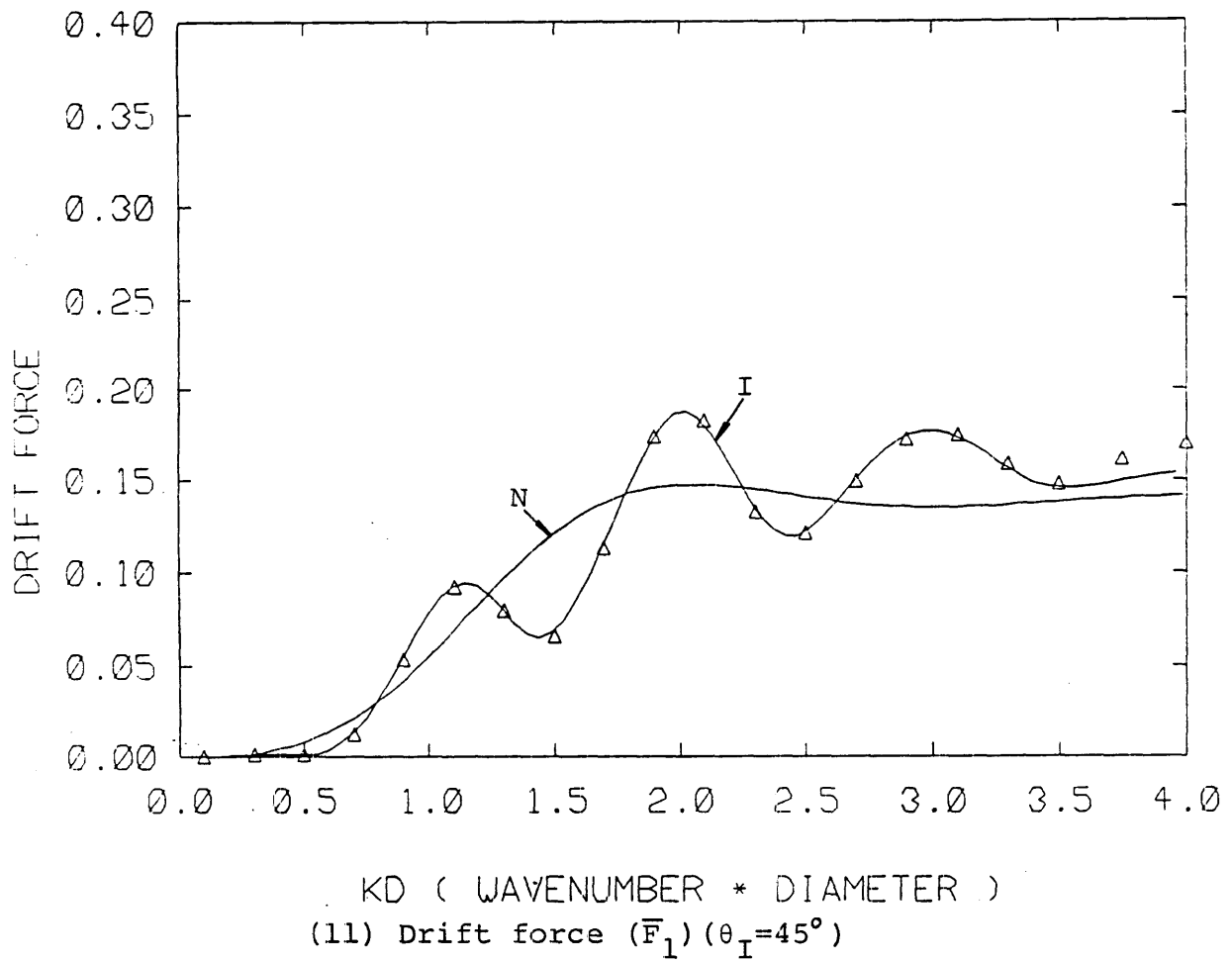
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (8) Roll exciting moment (F_4) ($\theta_I=45^\circ$)



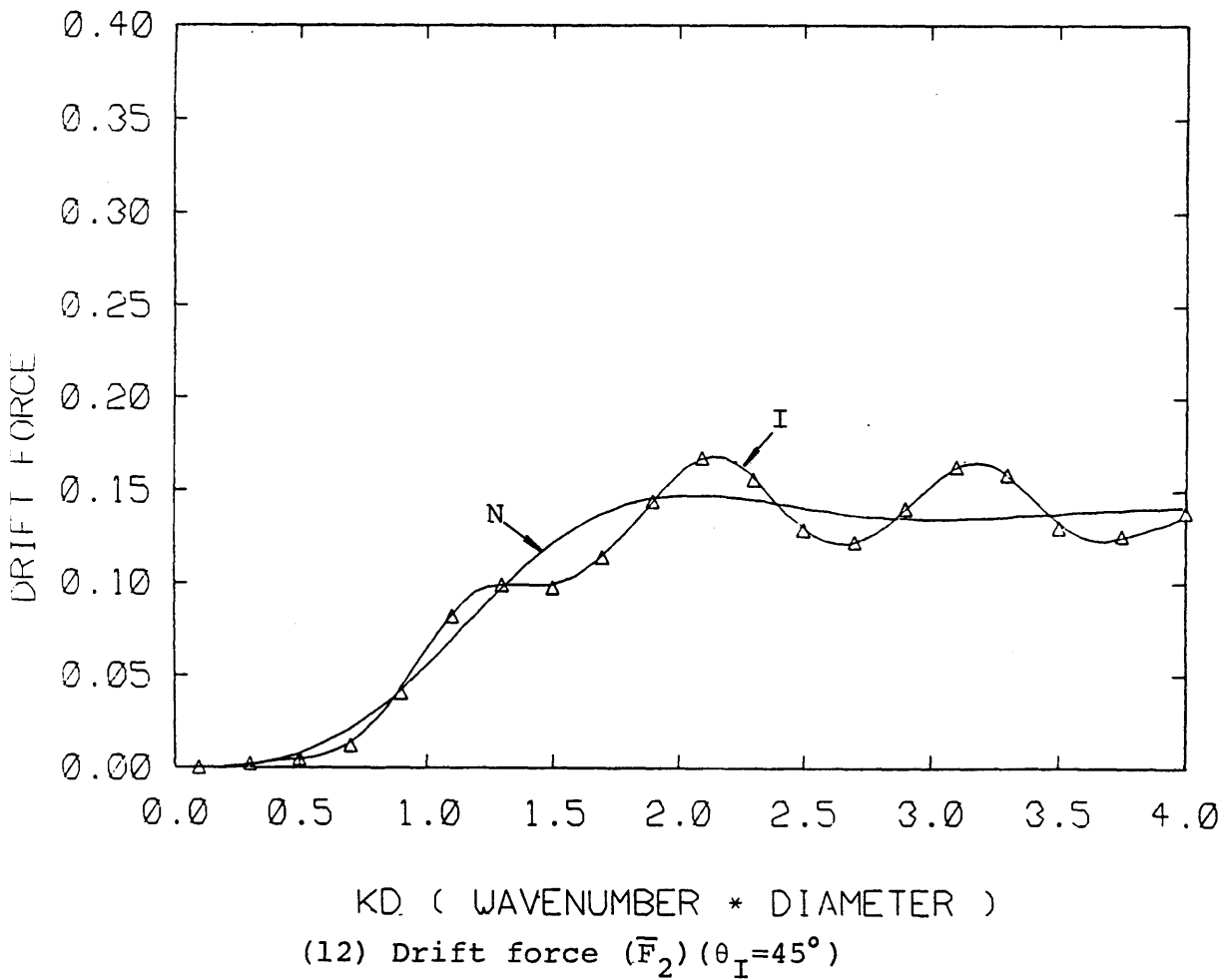
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (9) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=45^\circ$)



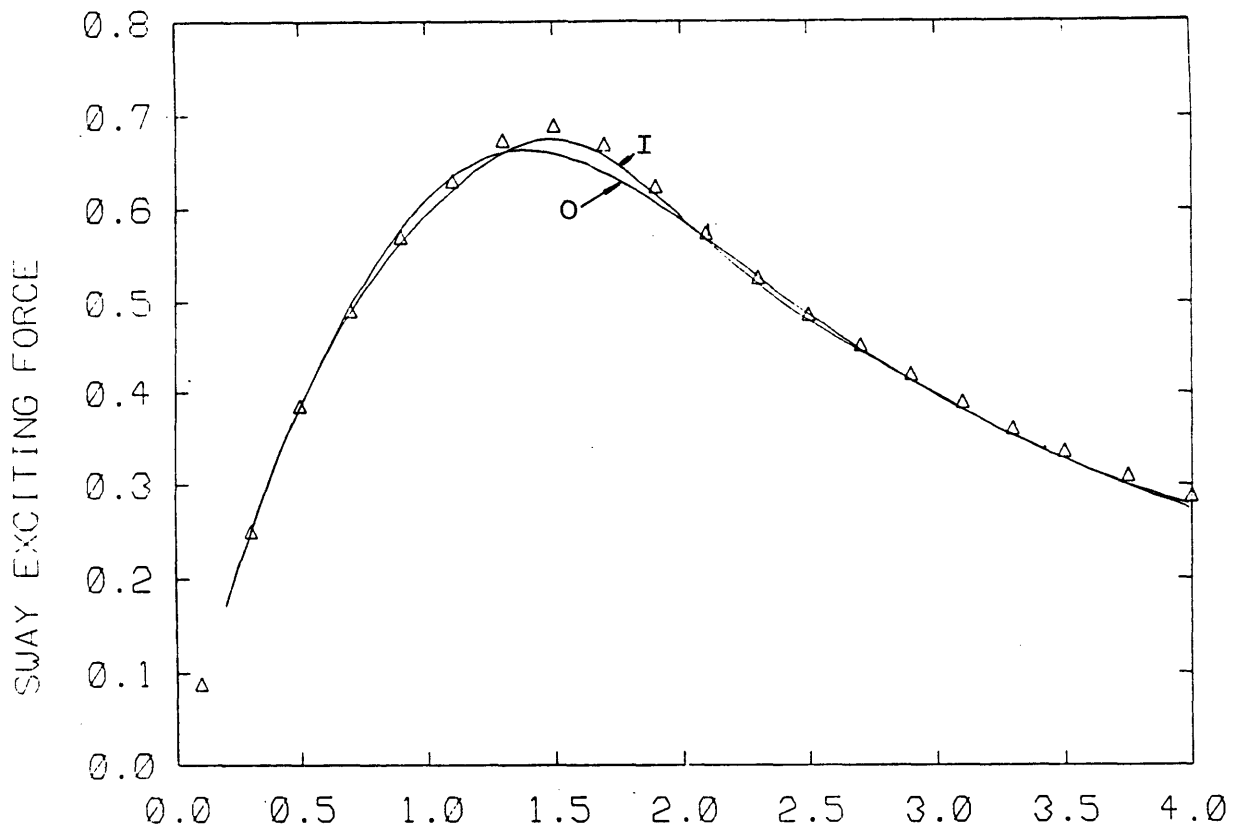
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (10) Yaw exciting moment (F_6) ($\theta_I=45^\circ$)



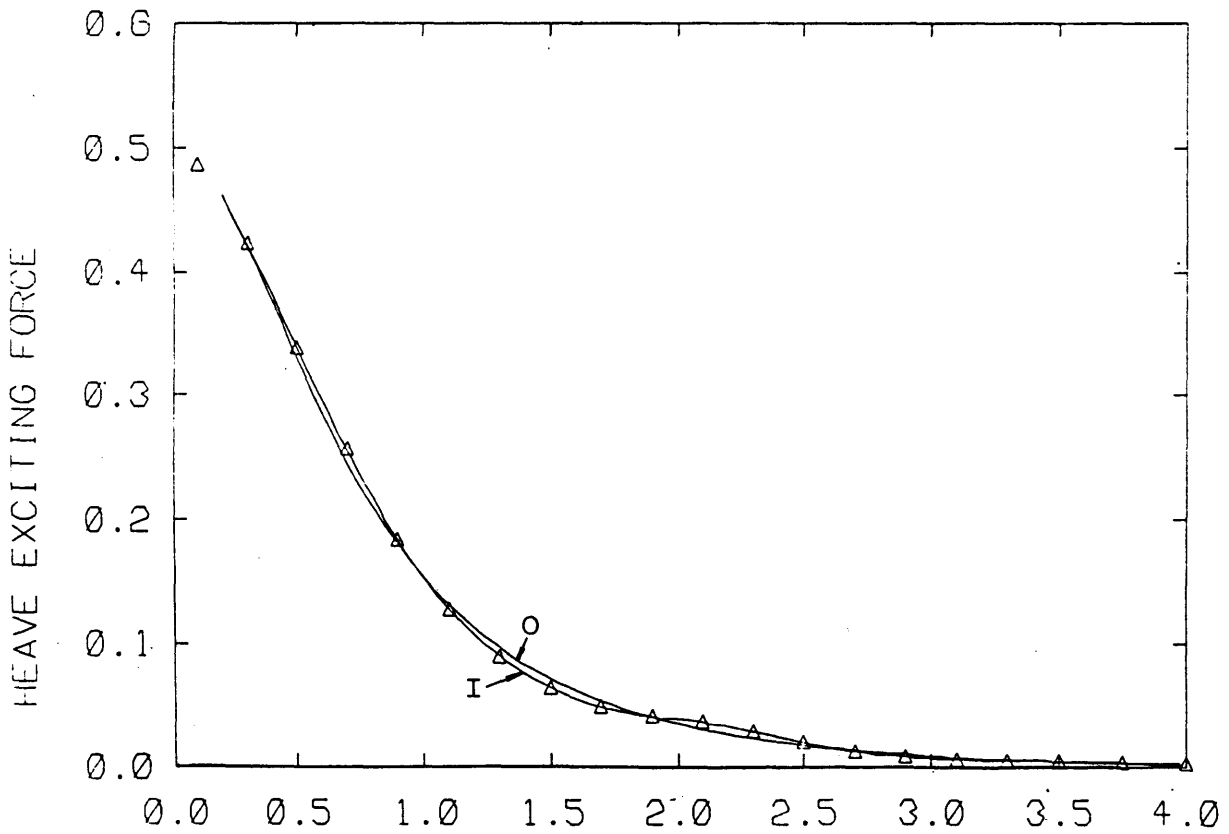
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (11) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I=45^\circ$)



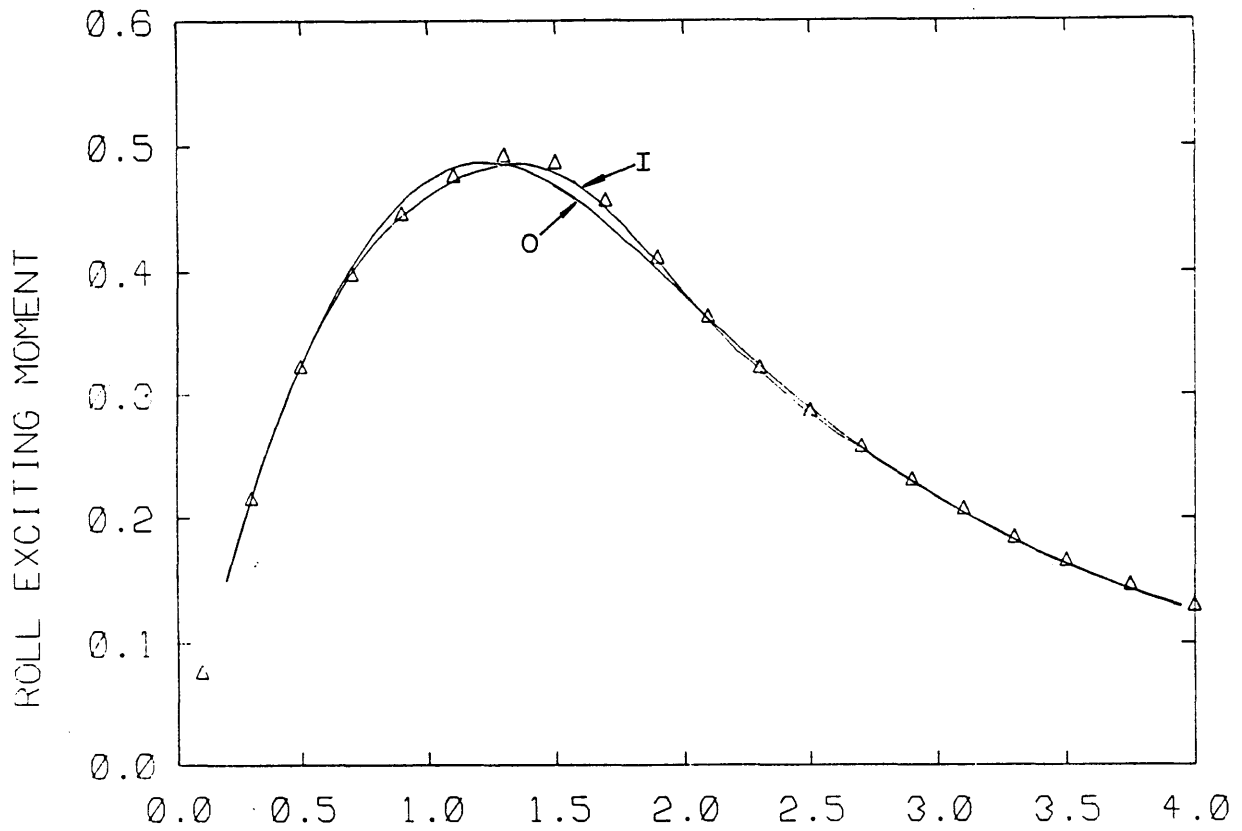
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (12) Drift force (\bar{F}_2) ($\theta_I=45^\circ$)



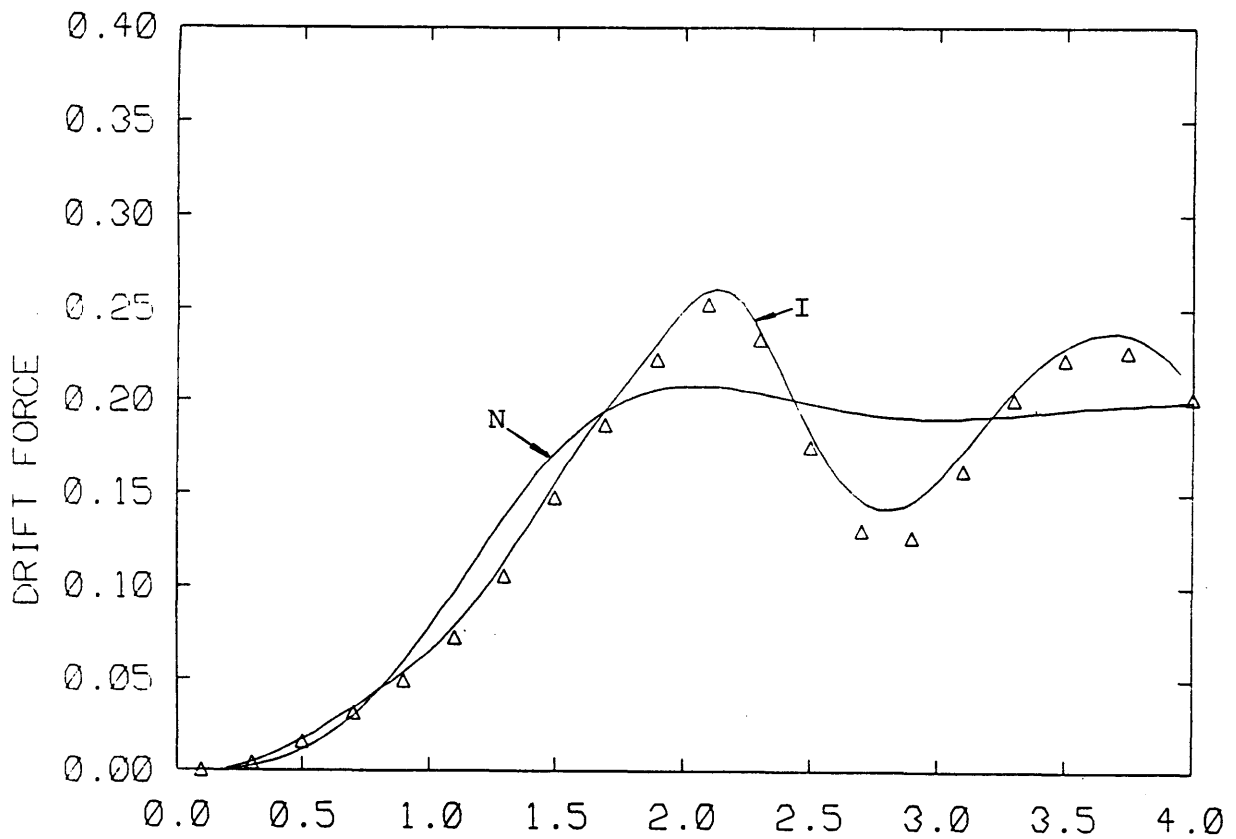
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (13) Sway exciting force (F_2) ($\theta_I = 90^\circ$)



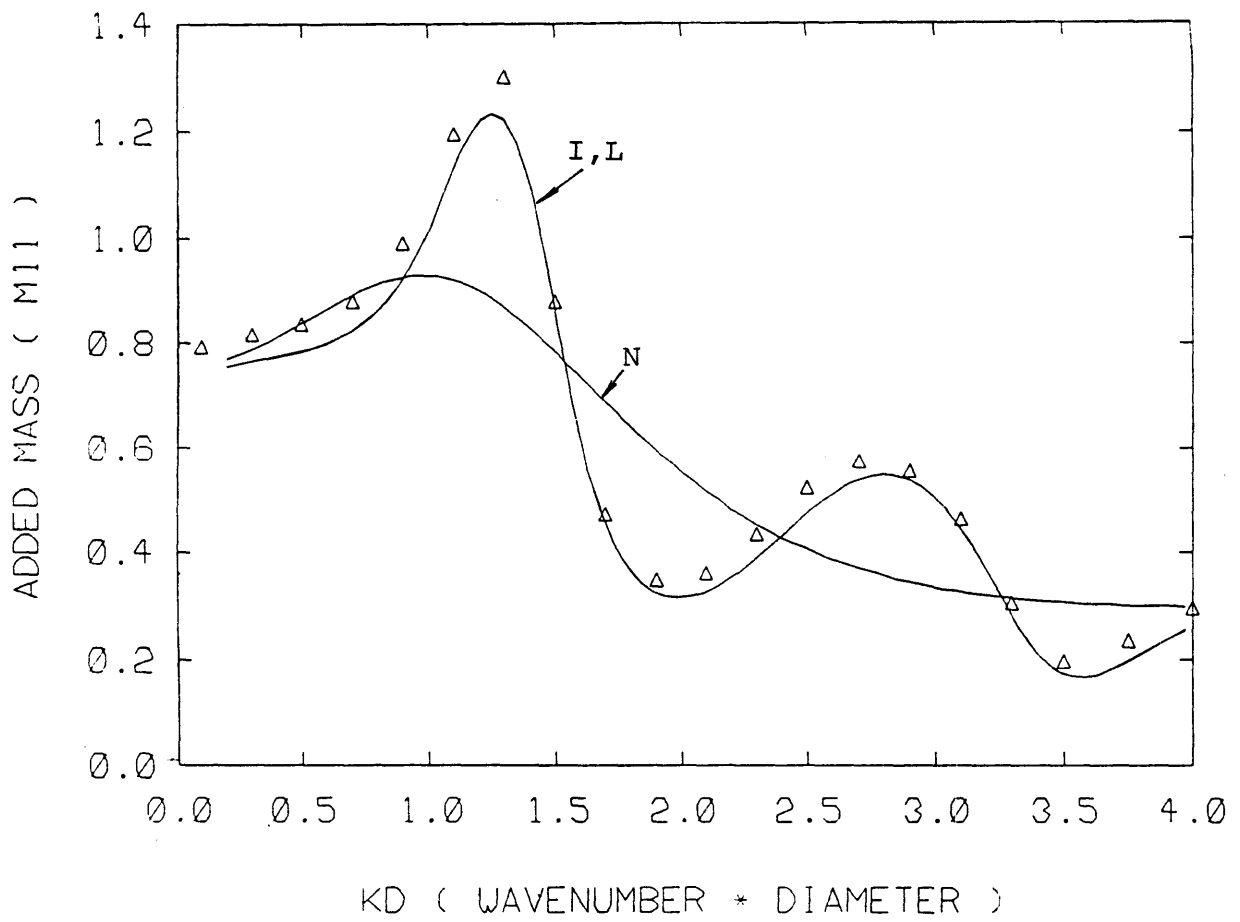
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (14) Heave exciting force (F_3) ($\theta_I = 90^\circ$)



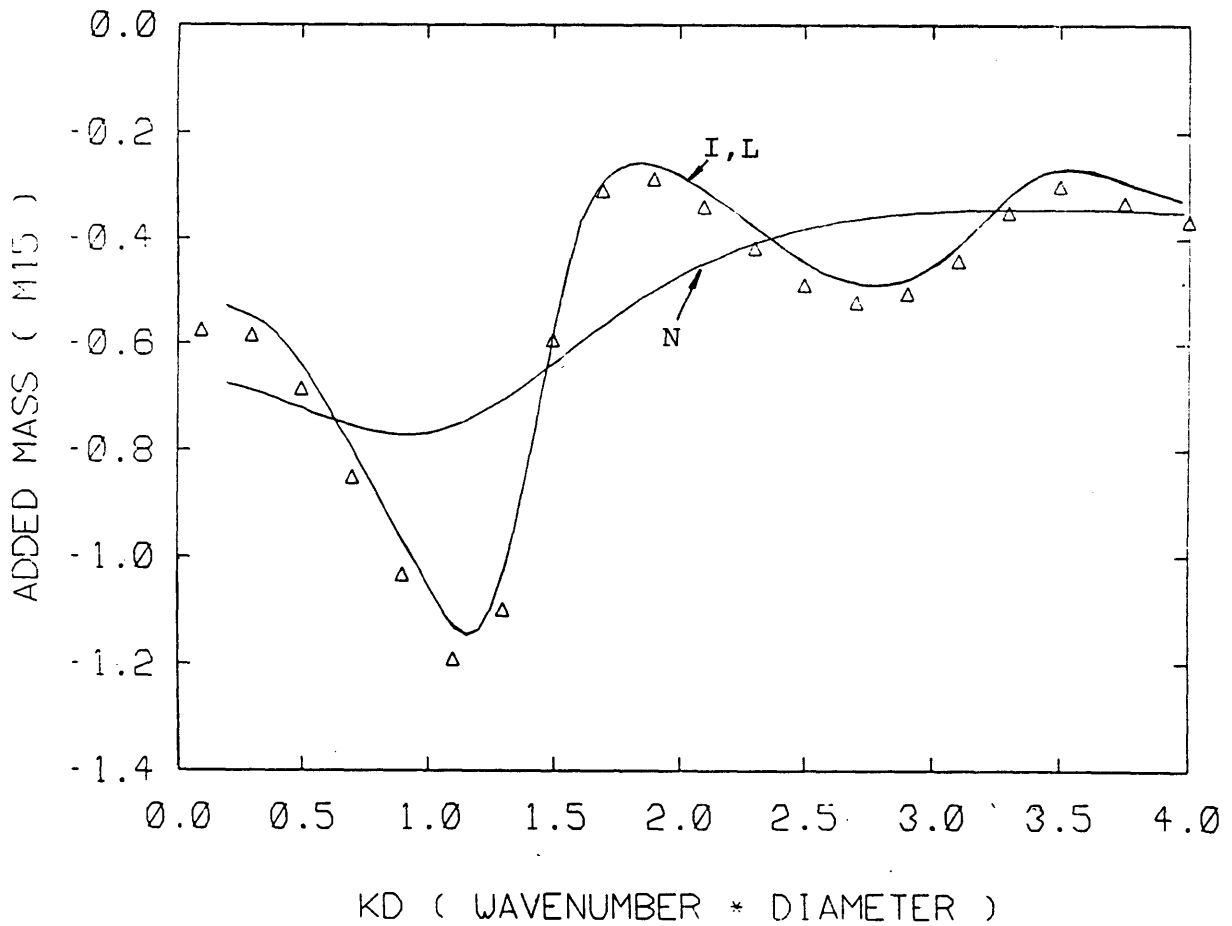
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (15) Roll exciting moment (F_4) ($\theta_I=90^\circ$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (16) Drift force (\bar{F}_2) ($\theta_I=90^\circ$)



(17) Added mass (m_{11})



(18) Added mass (m_{15})

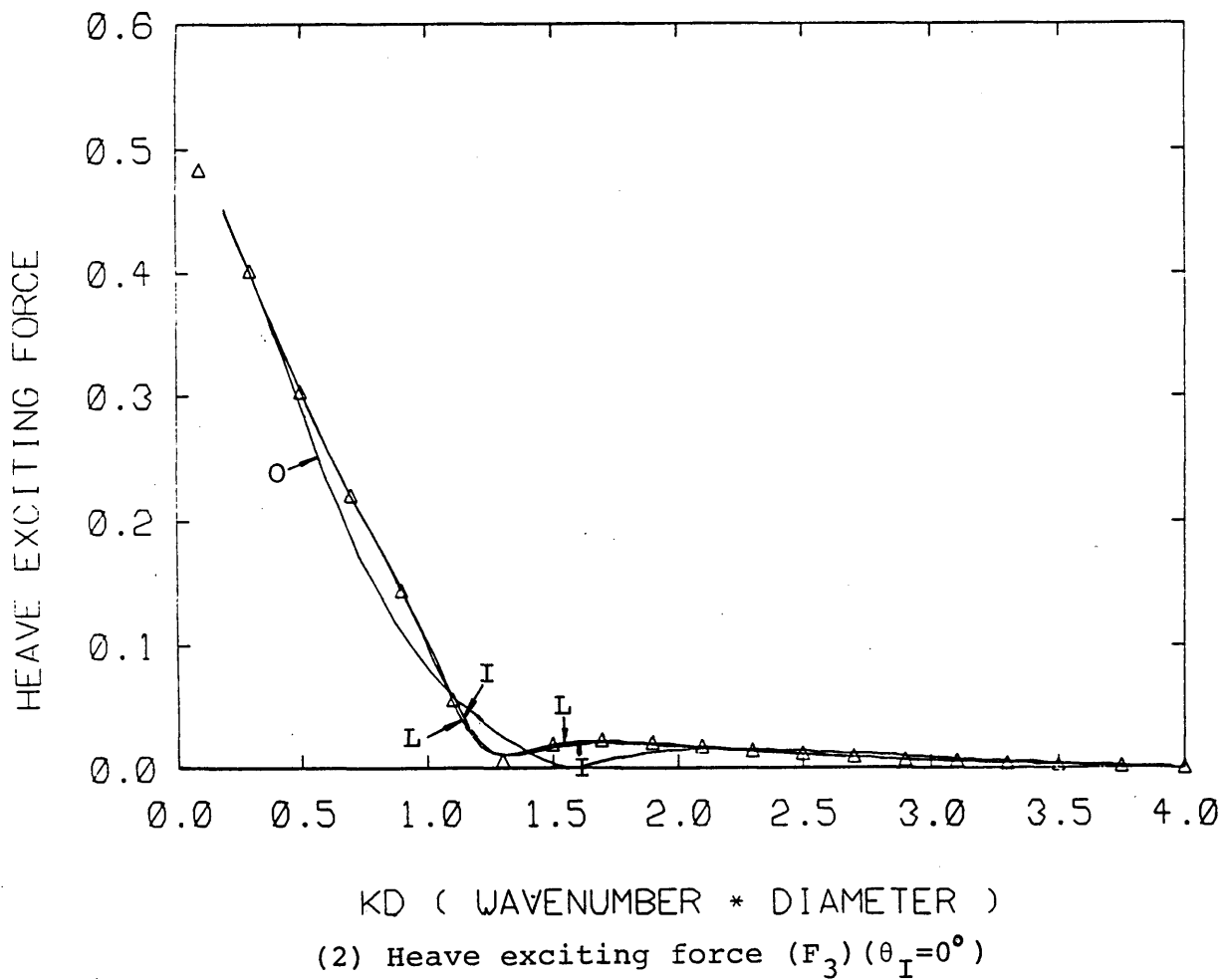
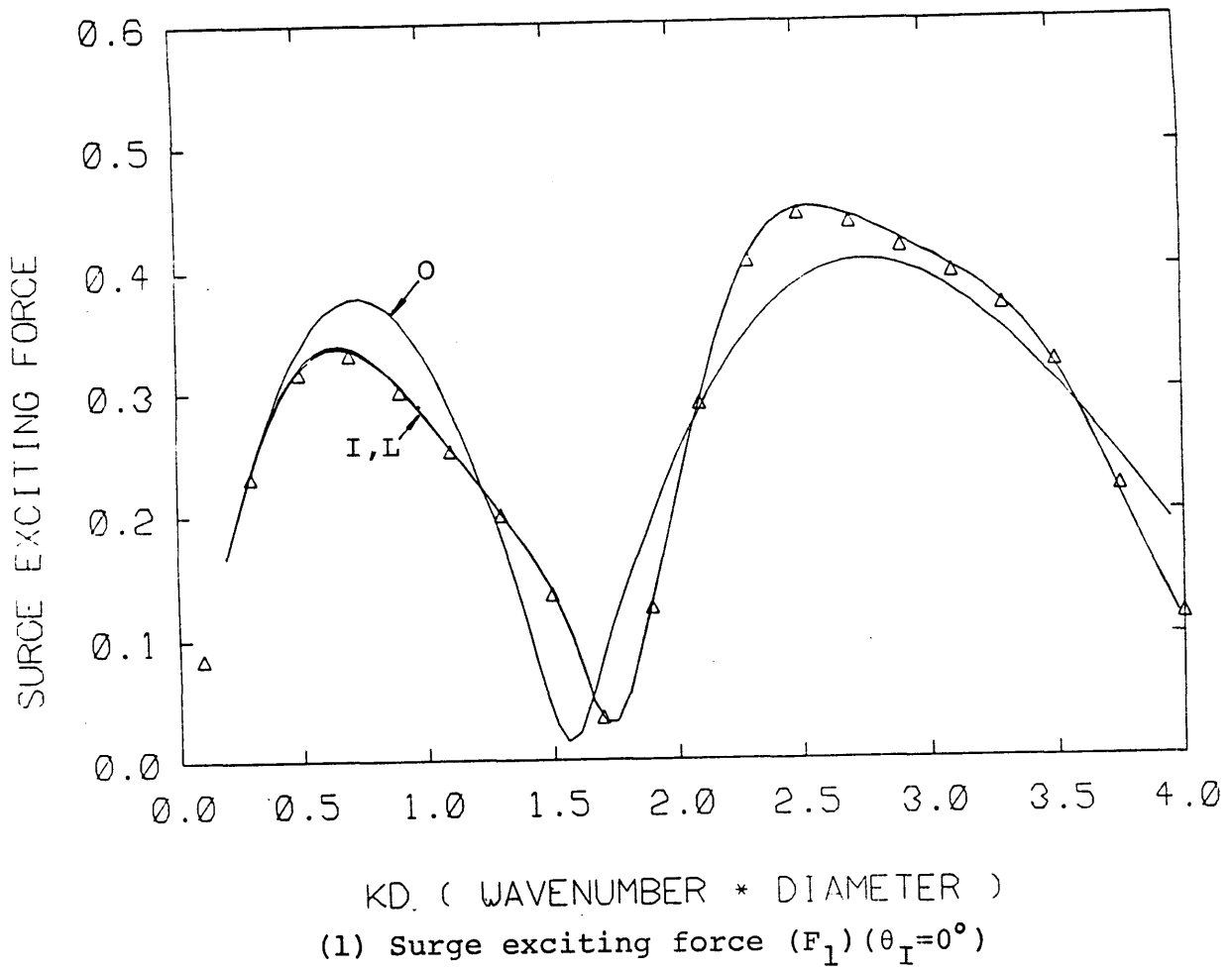
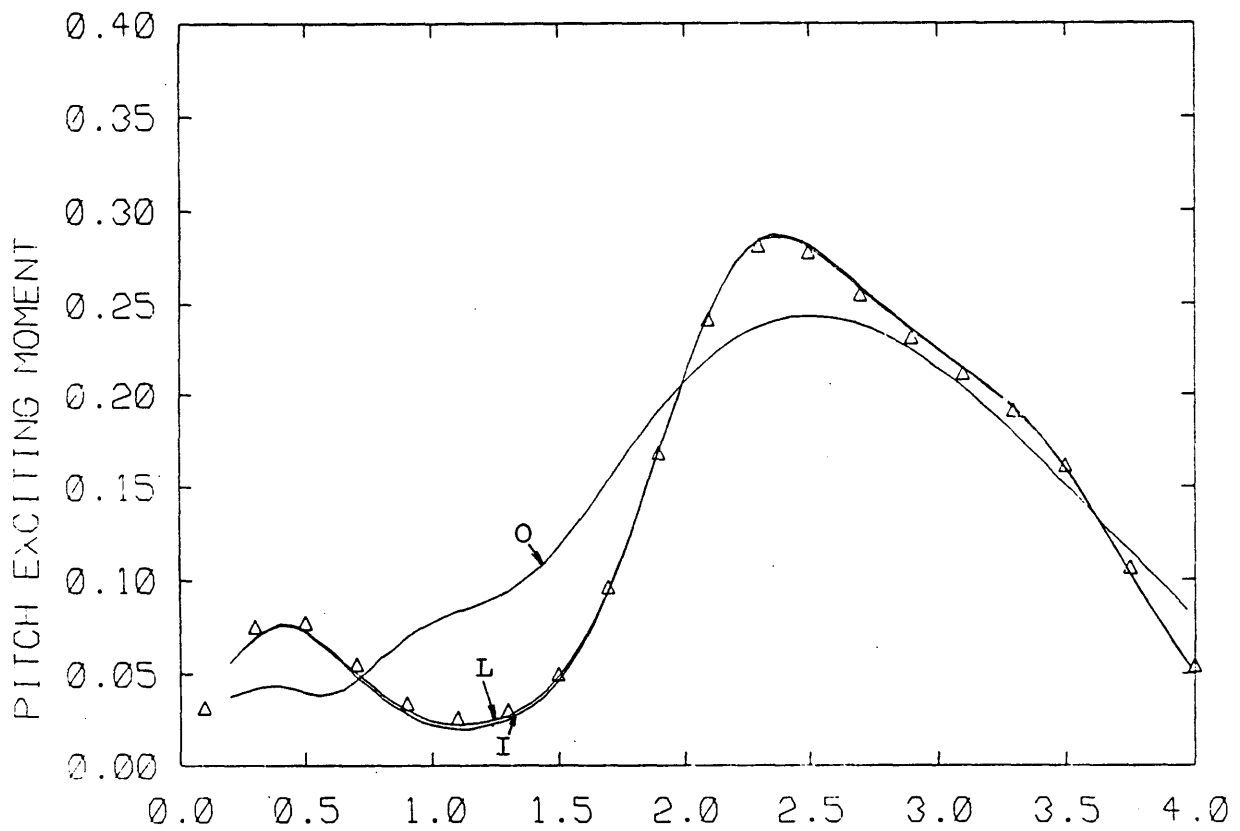
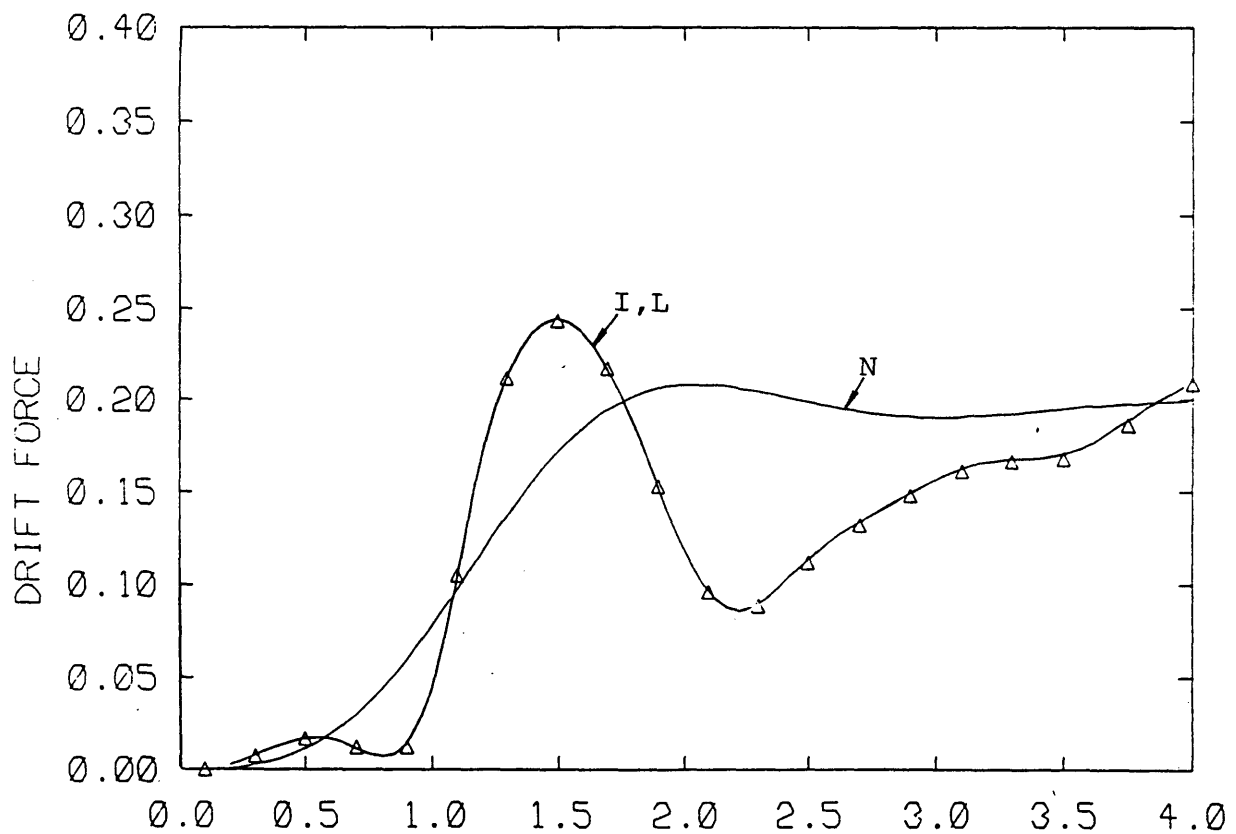


Fig.2.16 Four truncated vertical cylinders ($L/D=2$) -82-



(3) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=0^\circ$)



(4) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I=0^\circ$)

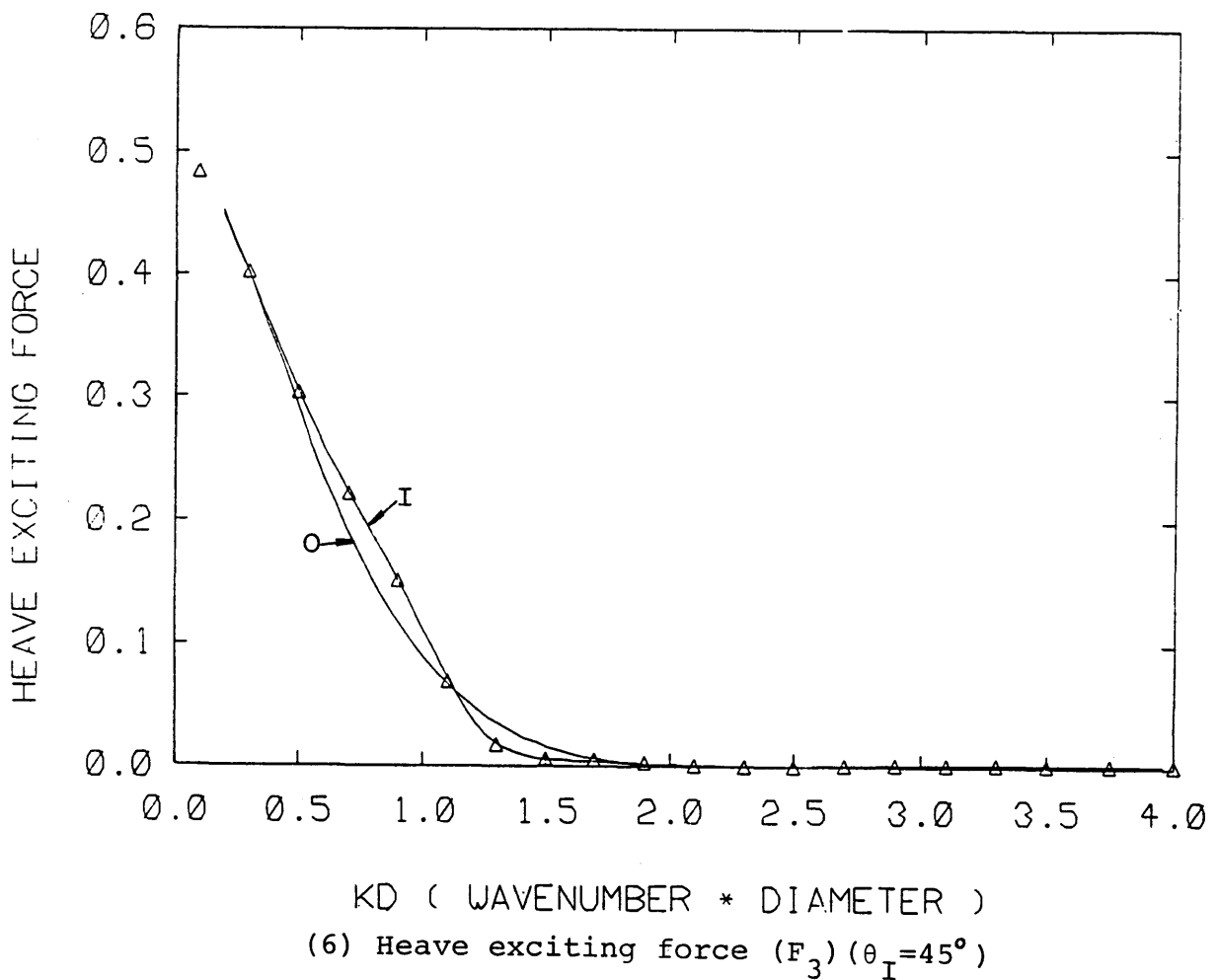
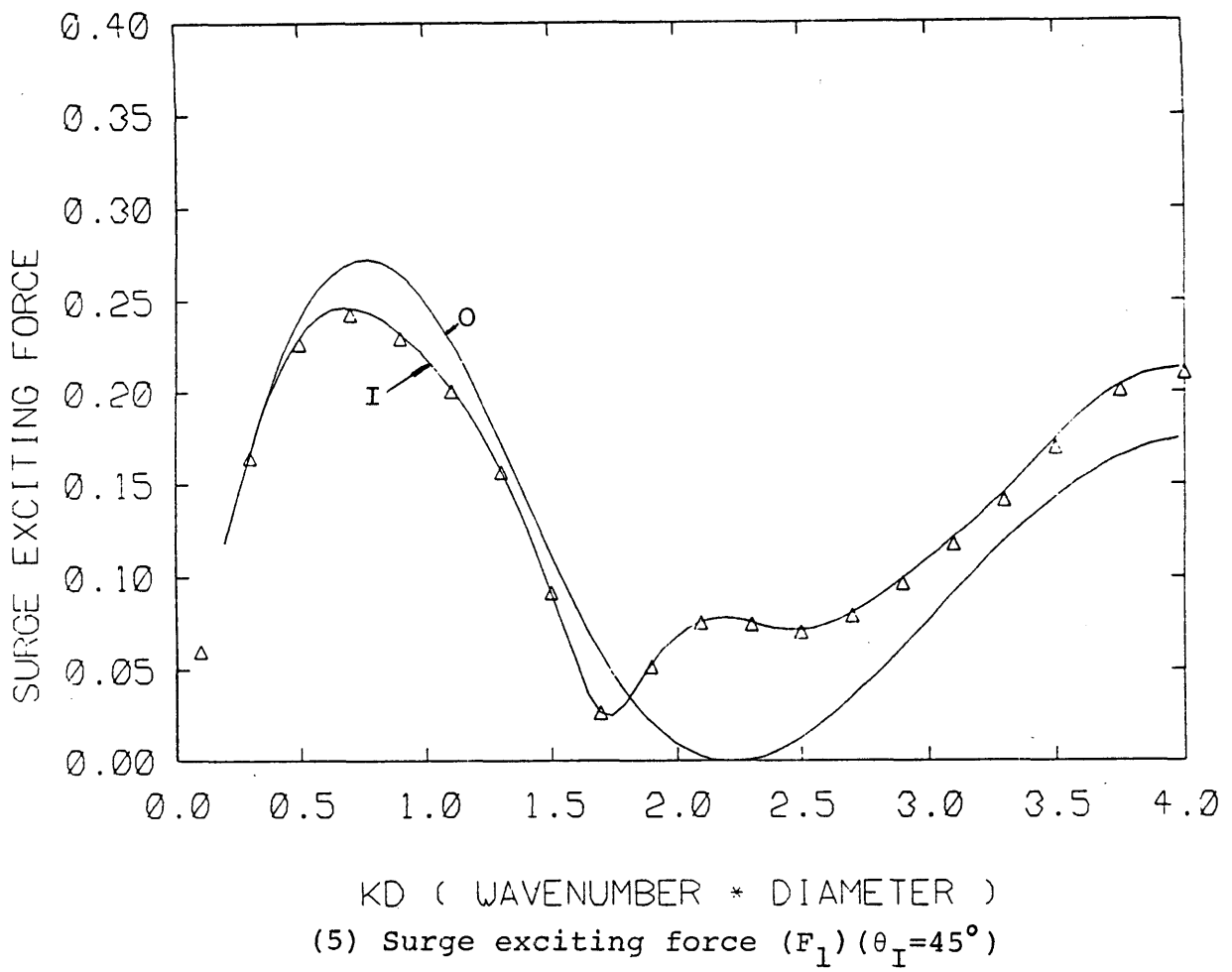
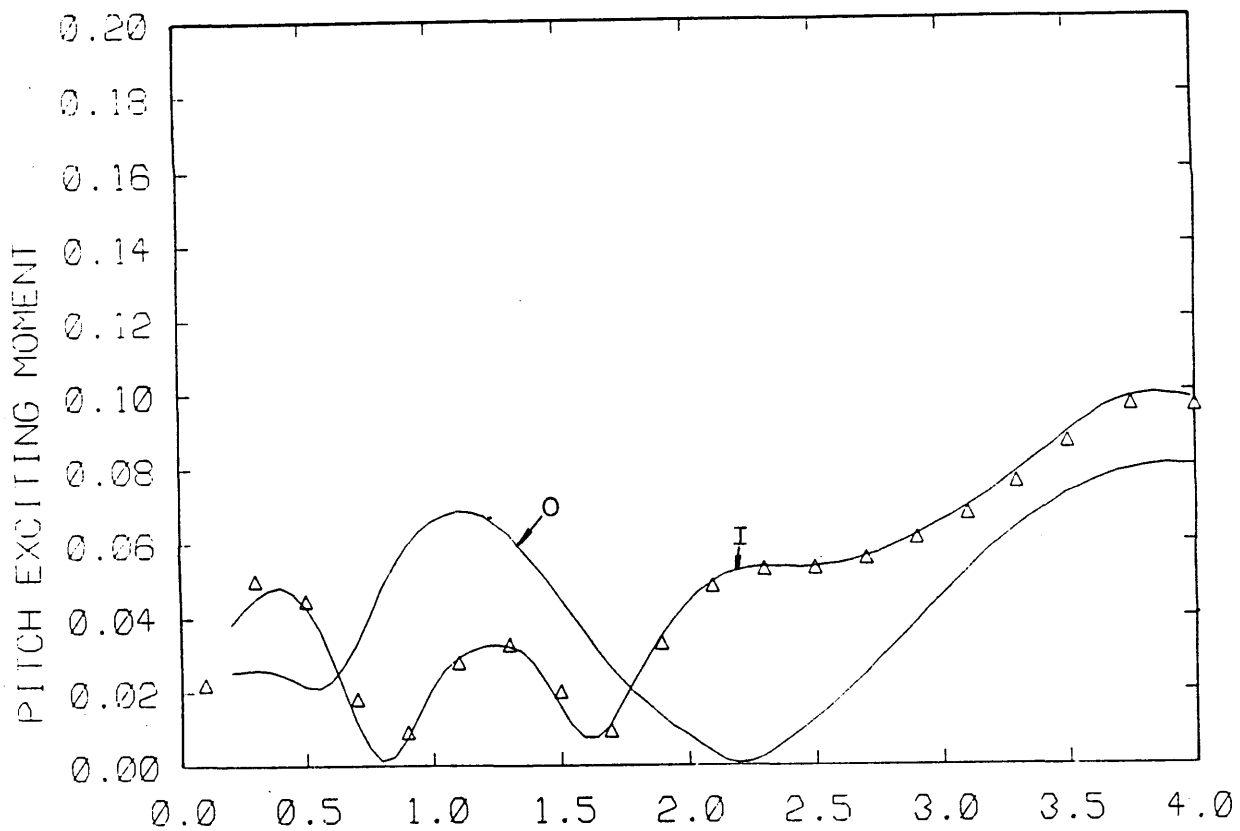
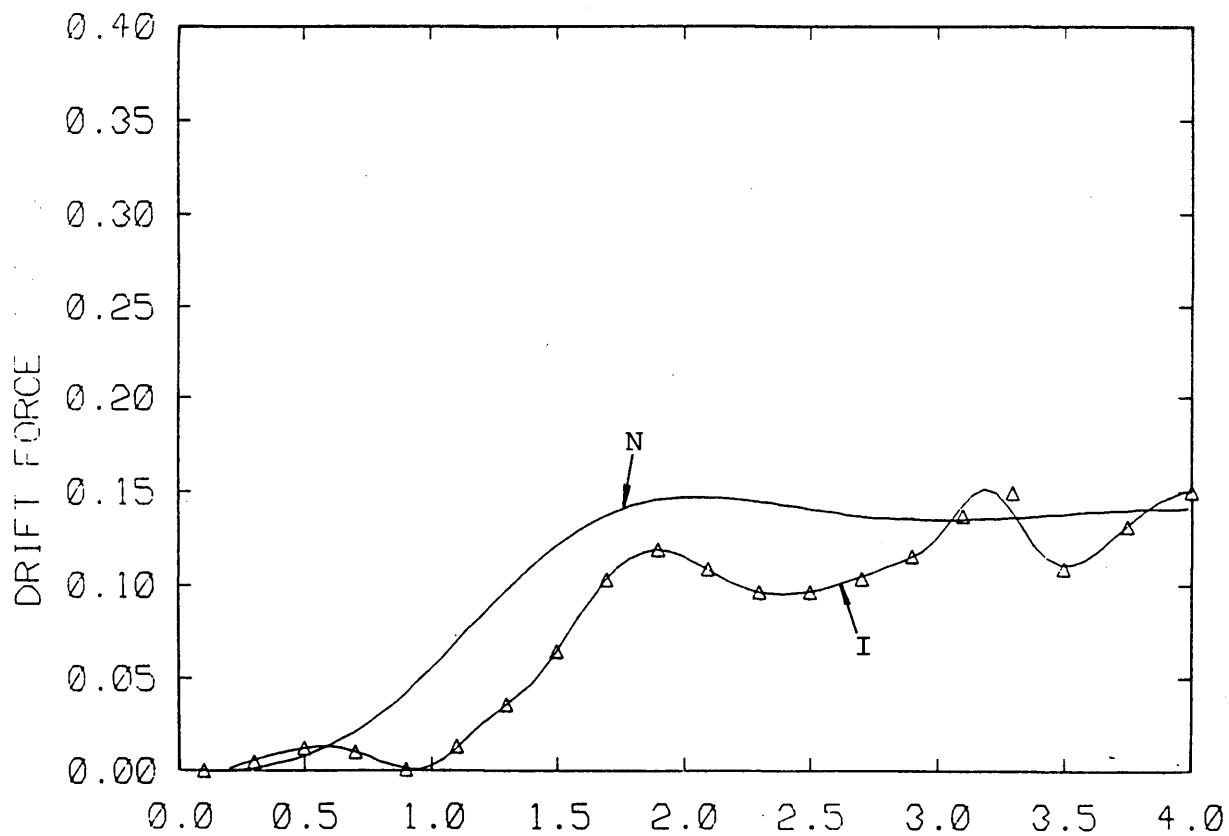


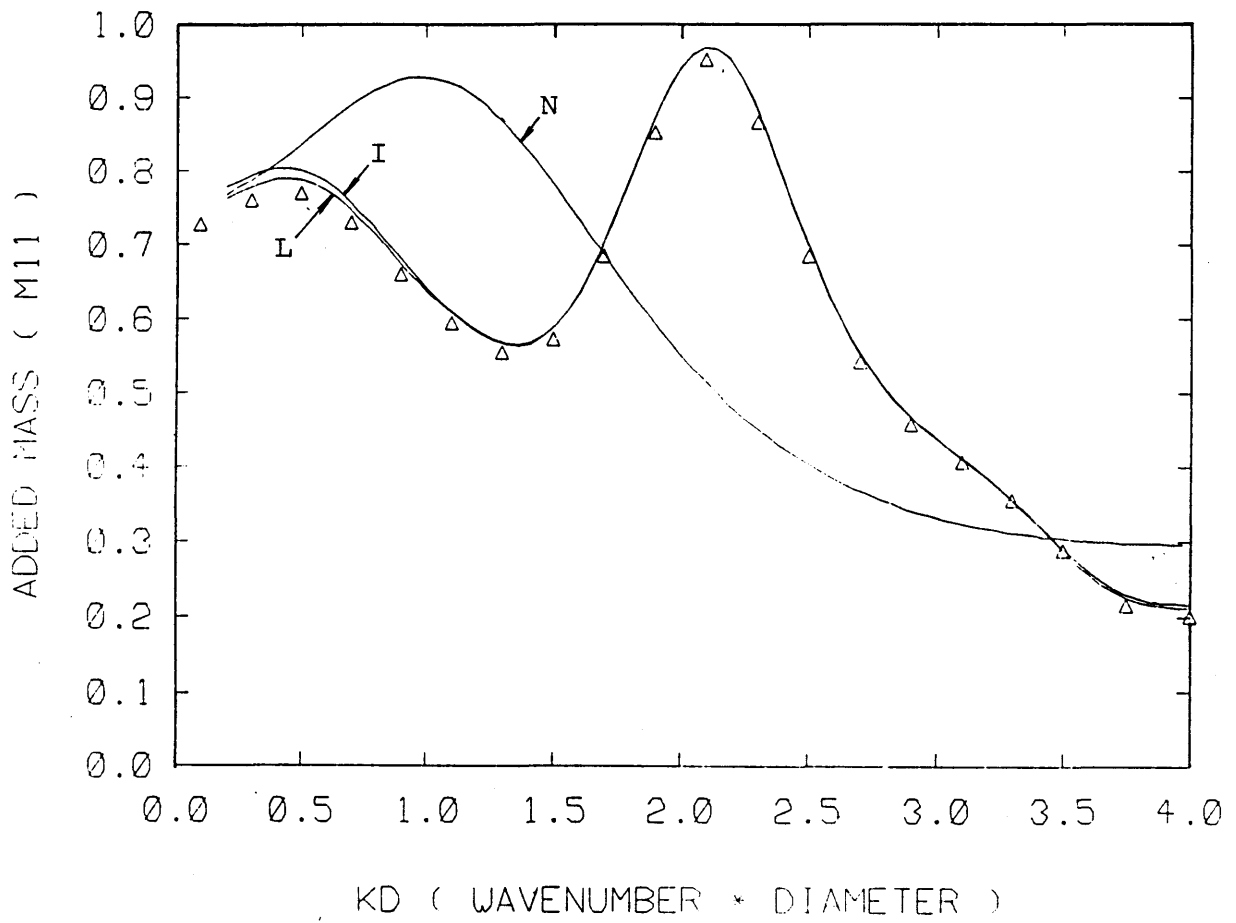
Fig.2.16 Four truncated vertical cylinders ($L/D=2$) -84-



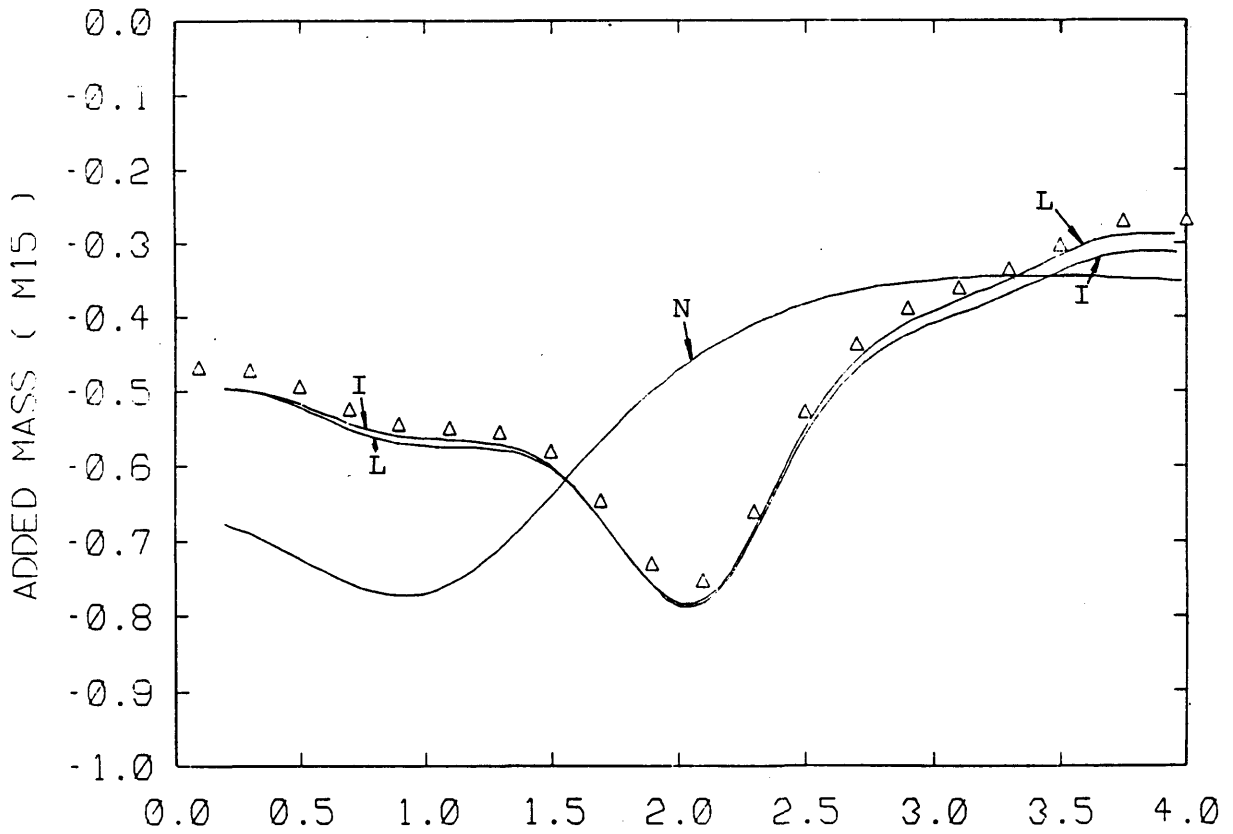
KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (7) Pitch exciting moment (F_5) ($\theta_I=45^\circ$)



KD (WAVENUMBER * DIAMETER)
 (8) Drift force (\bar{F}_1) ($\theta_I=45^\circ$)

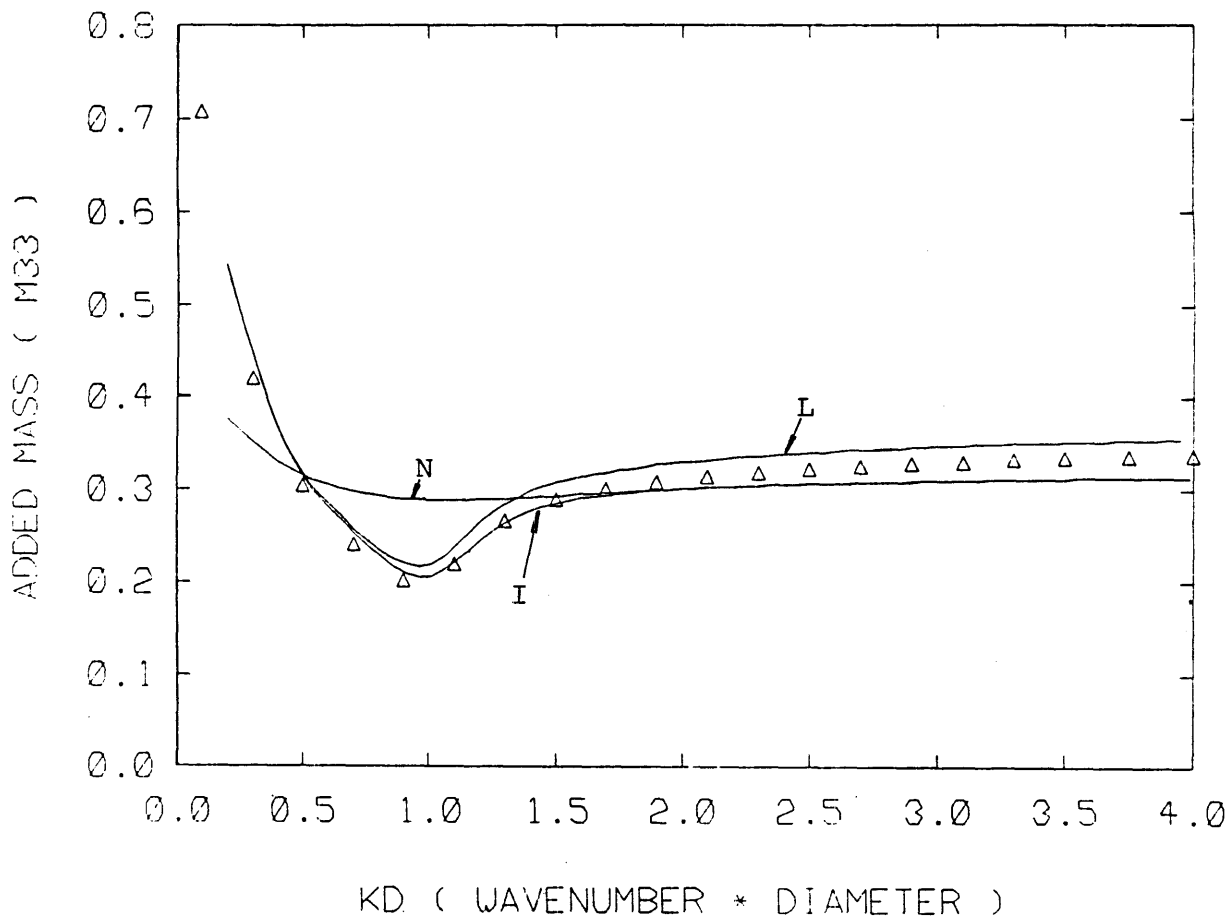


(9) Added mass (m_{11})

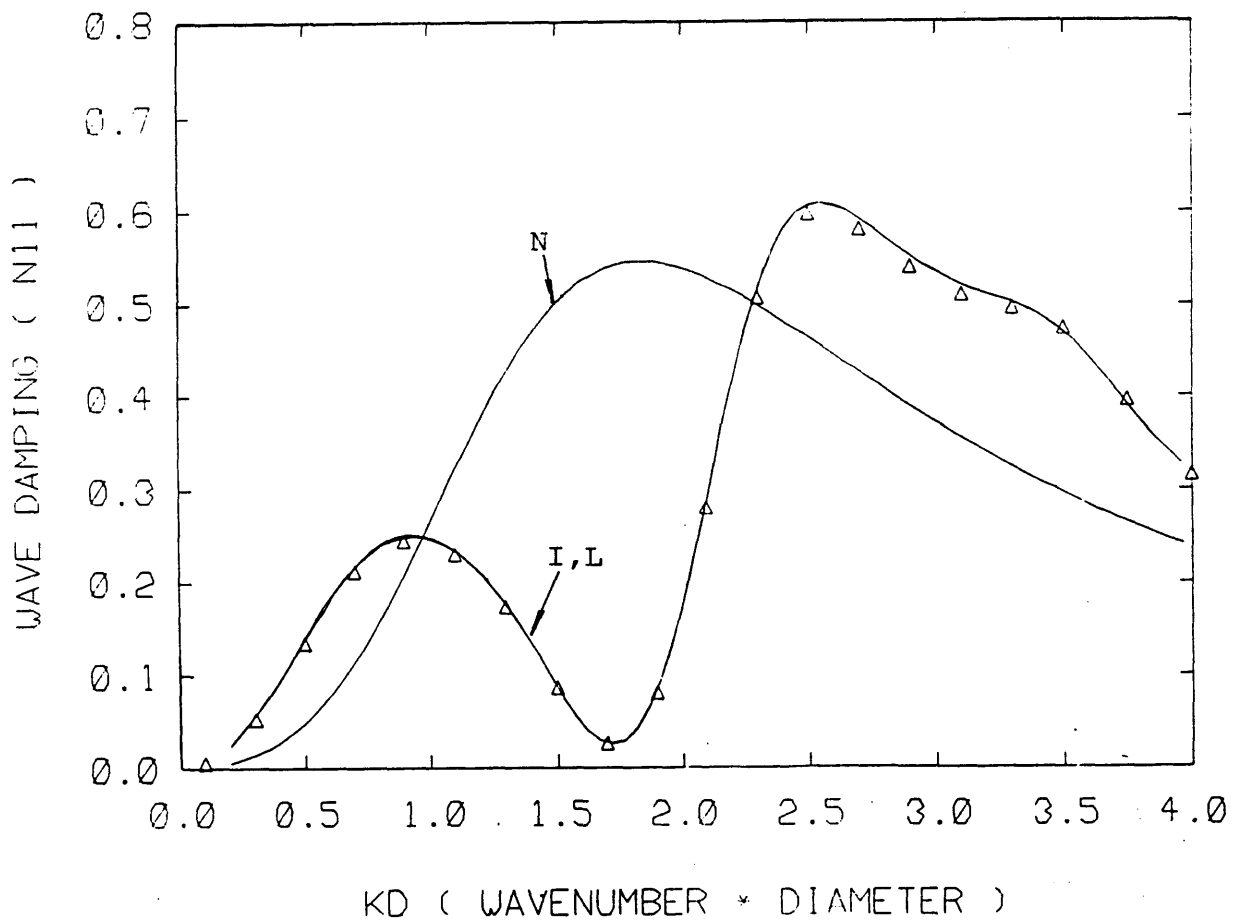


(10) Added mass (m_{15})

Fig.2.16 Four truncated vertical cylinders ($L/D=2$)



(I1) Added mass (m_{33})



(I2) Wave damping (N_{11})

Fig.2.16 Four truncated vertical cylinders ($L/D=2$) -87-

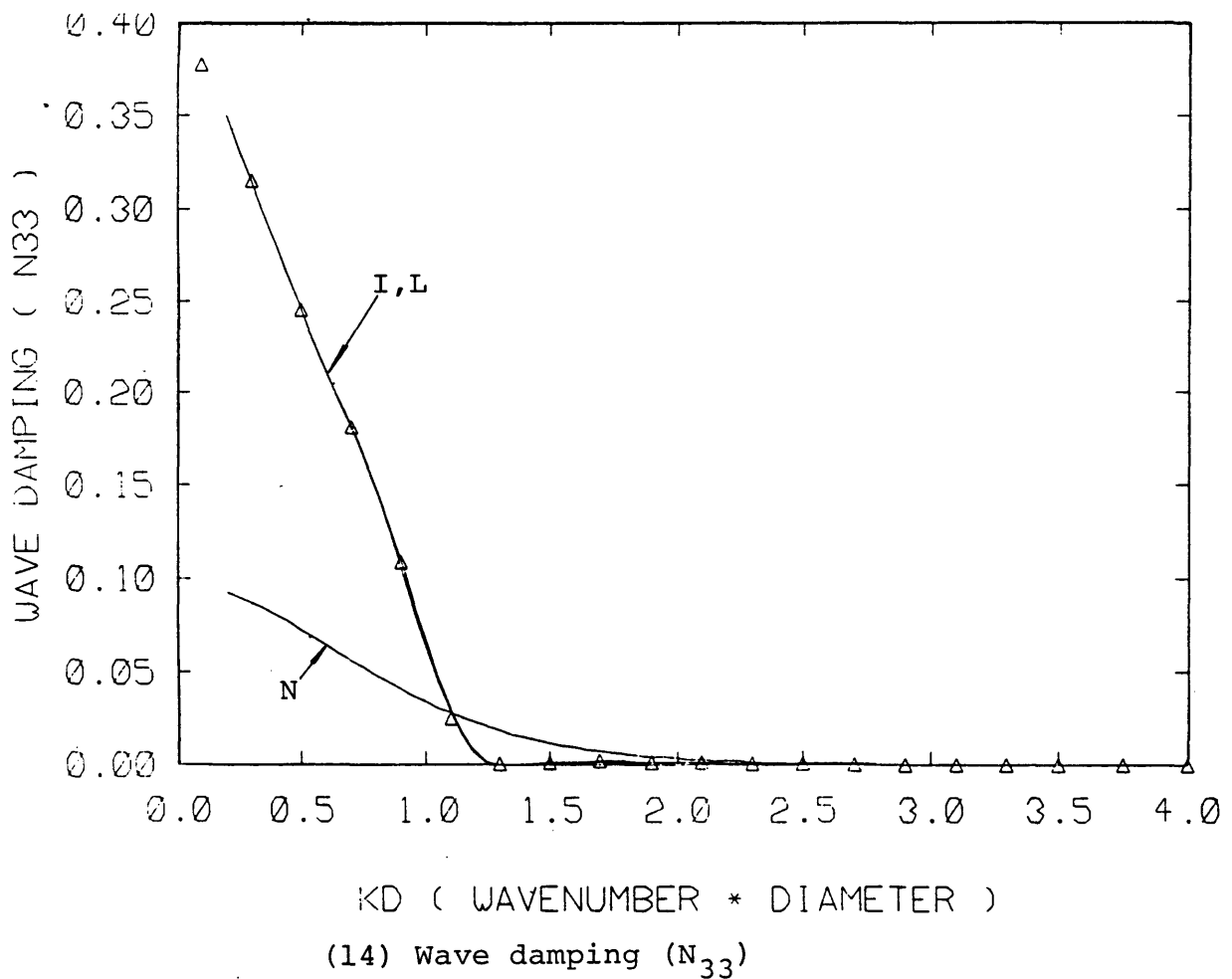
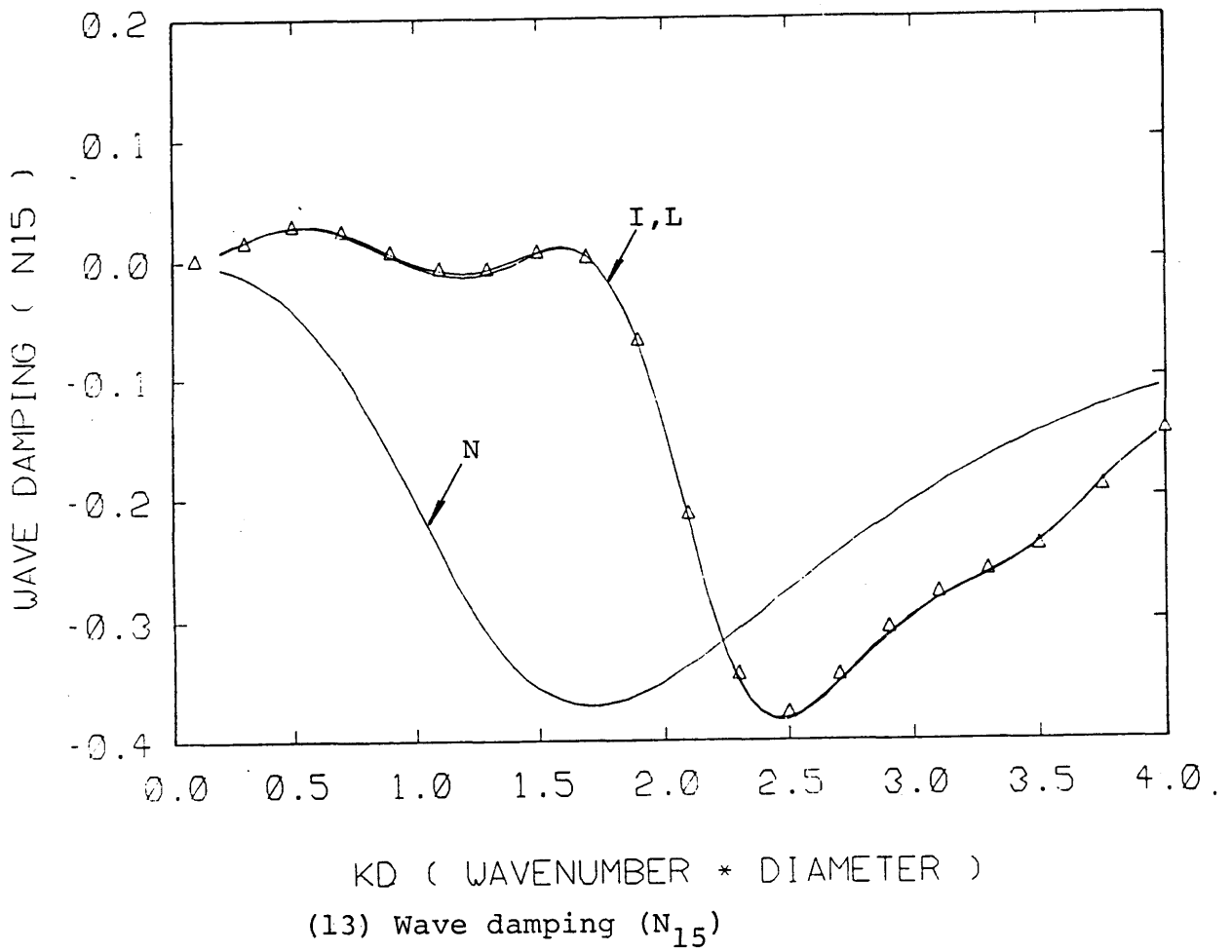


Fig.2.16 Four truncated vertical cylinders (L/D=2) -88-

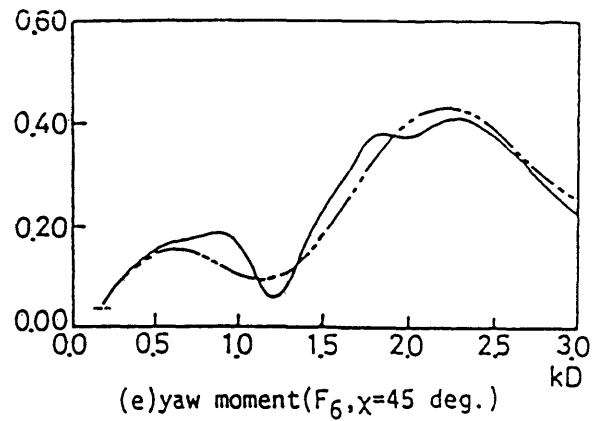
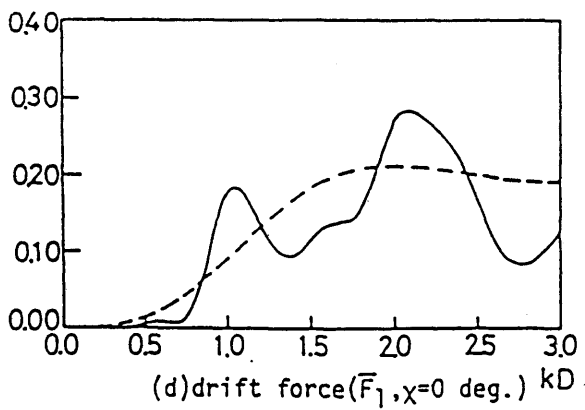
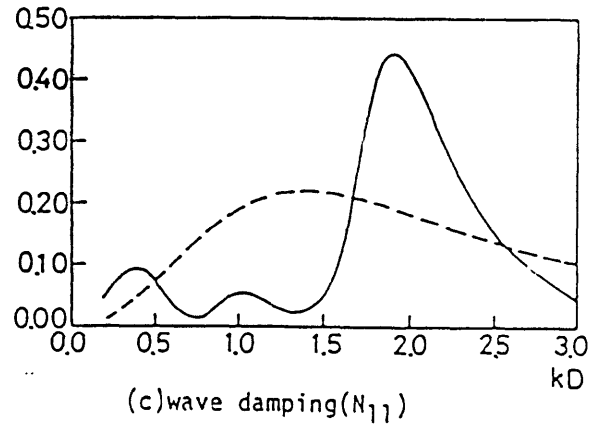
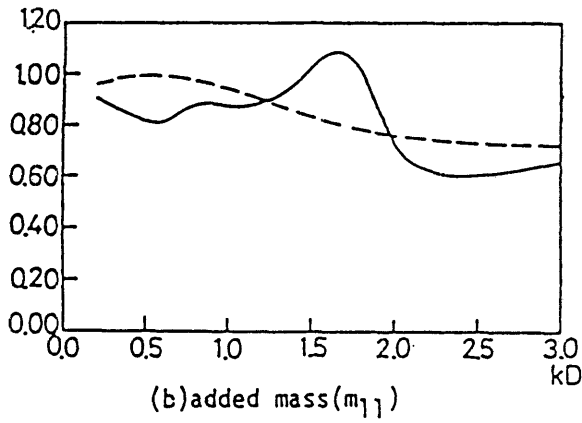
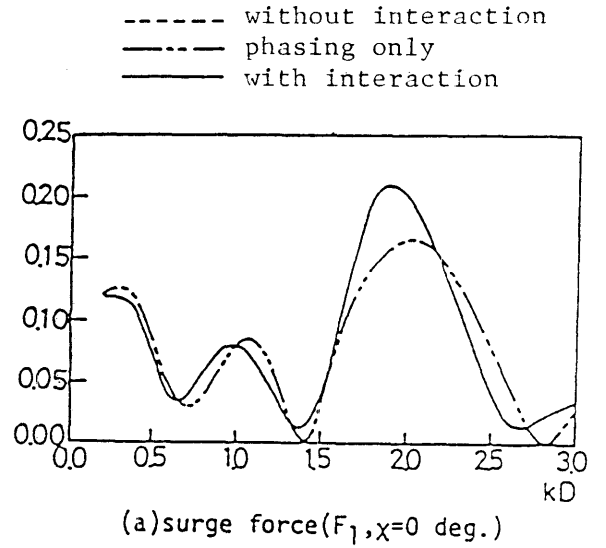
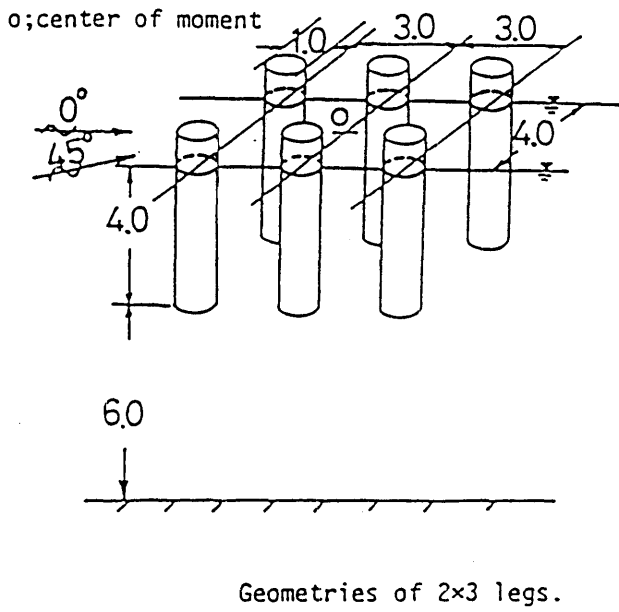


Fig.2.17 Diffraction and radiation characteristics of 2x3 legs.

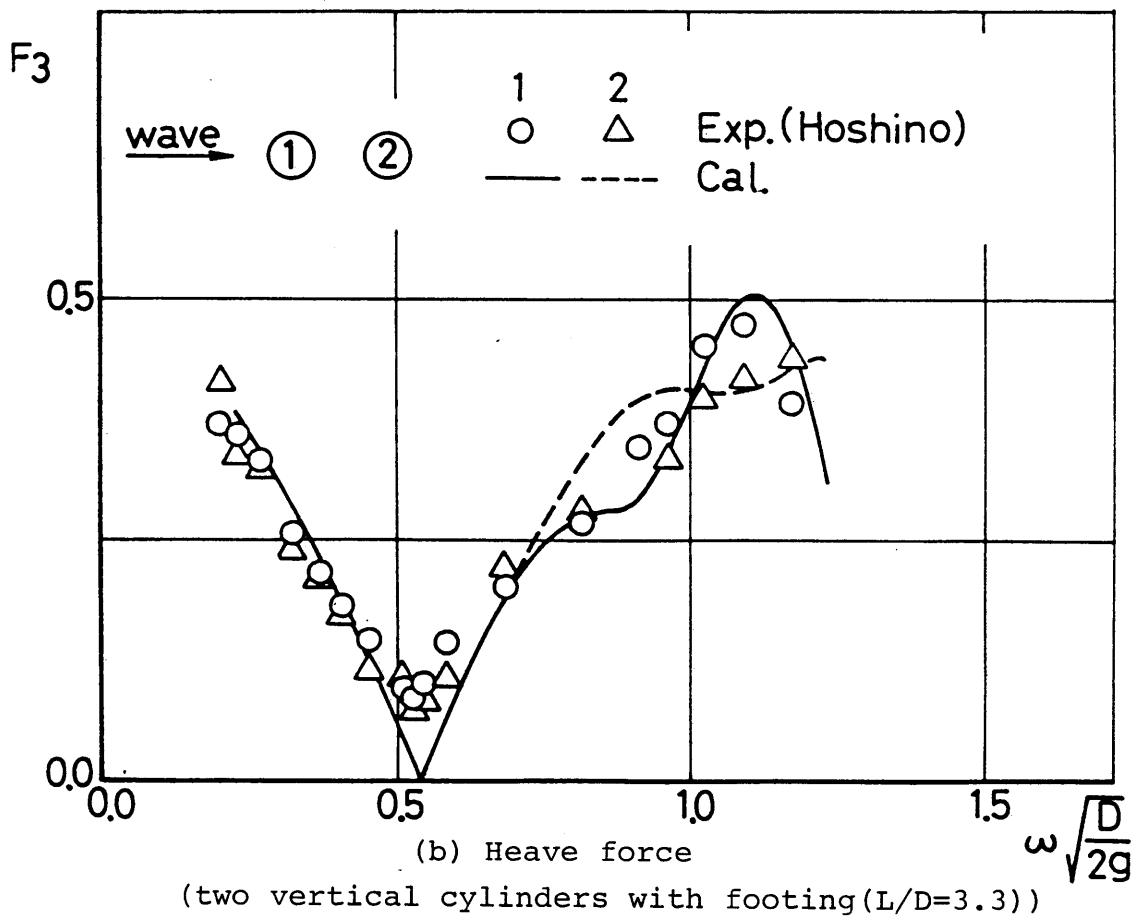
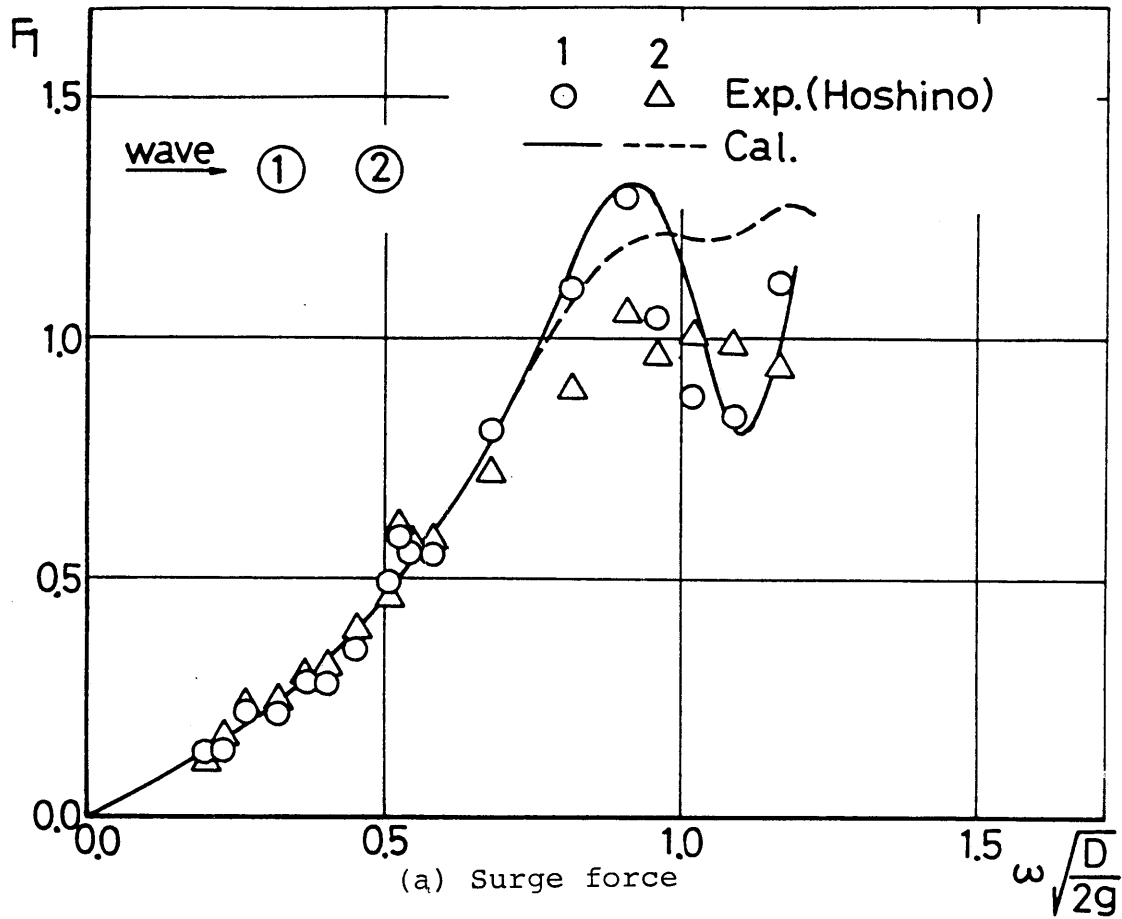
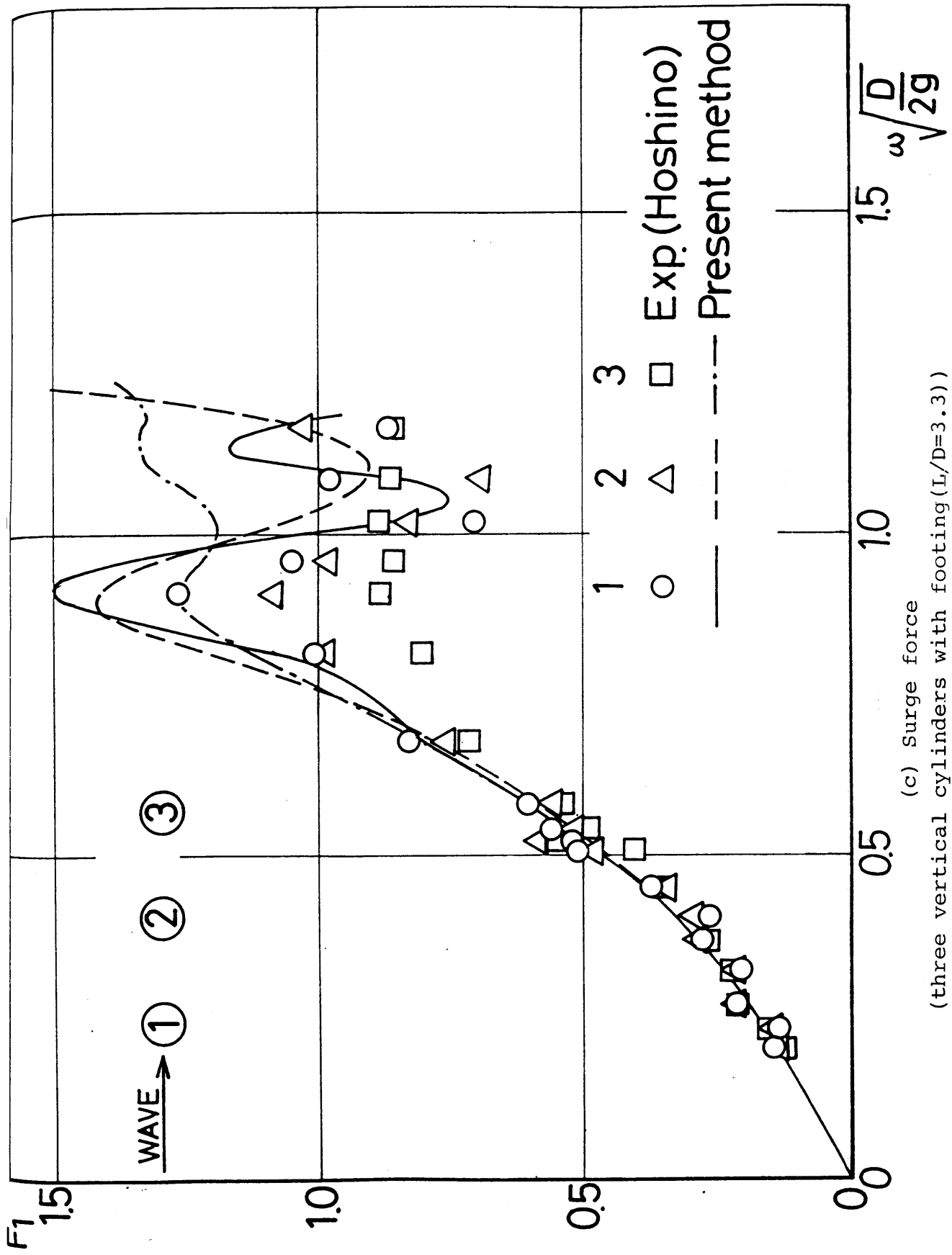
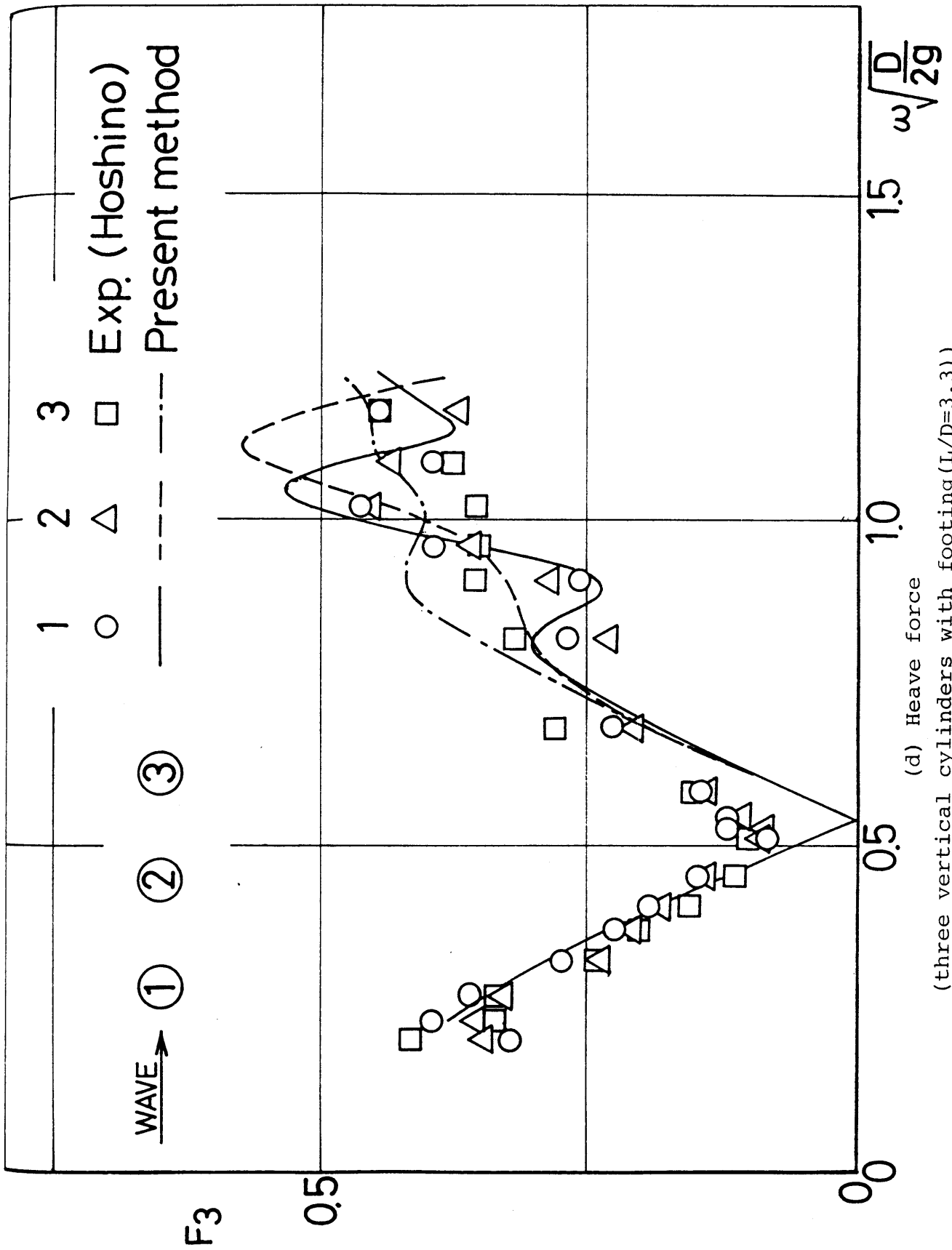


Fig.2.18 Comparisons of experimental and theoretical results



(c) Surge force
 (three vertical cylinders with footing ($L/D=3.3$))
 Fig.2.18 Comparisons of experimental and theoretical results



(d) Heave force

(three vertical cylinders with footing (L/D=3.3))

Fig.2.18 Comparisons of experimental and theoretical results

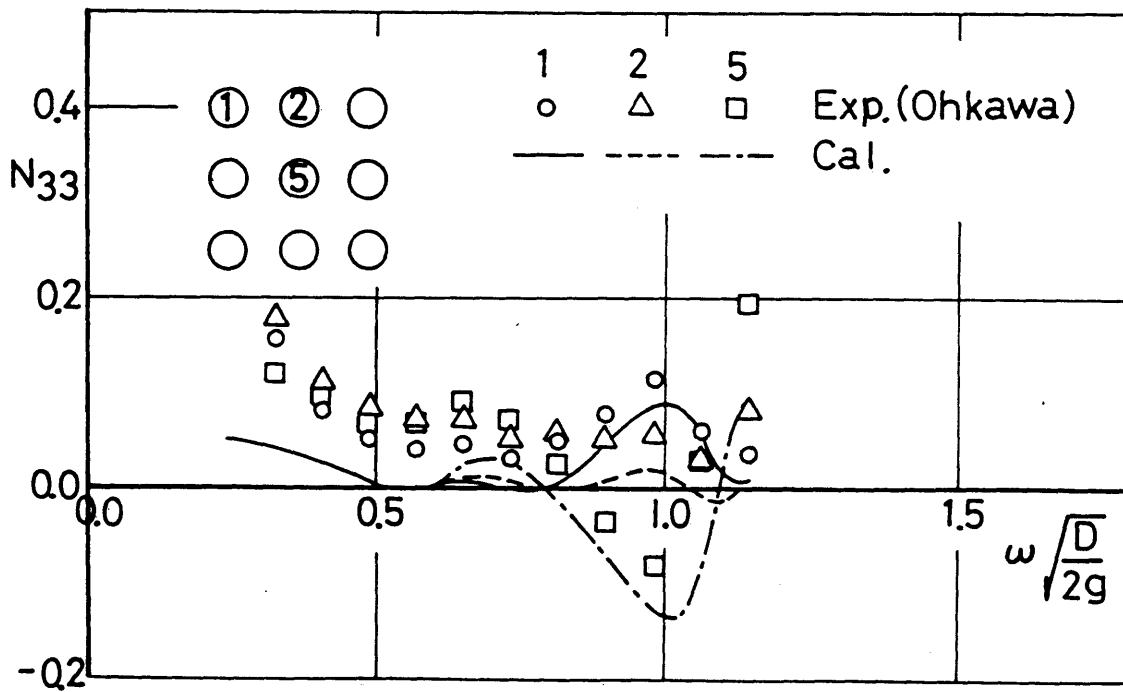
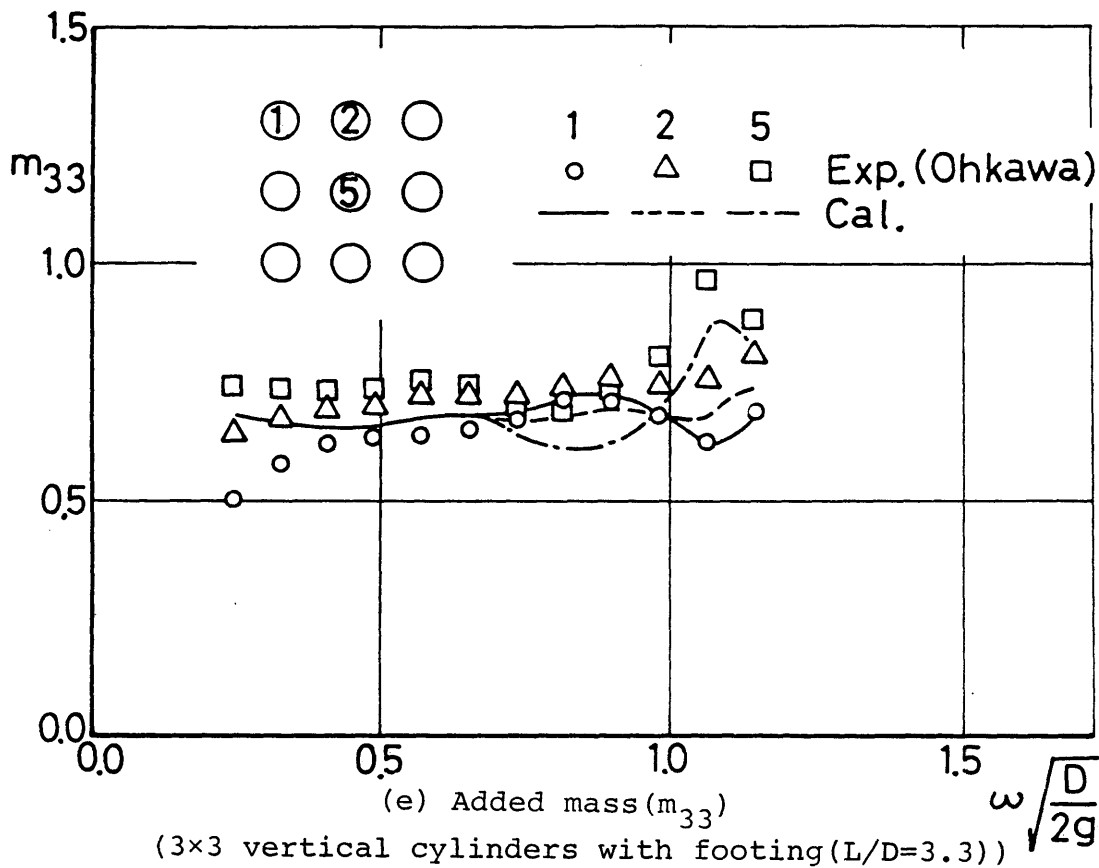


Fig.2.18 Comparisons of experimental and theoretical results

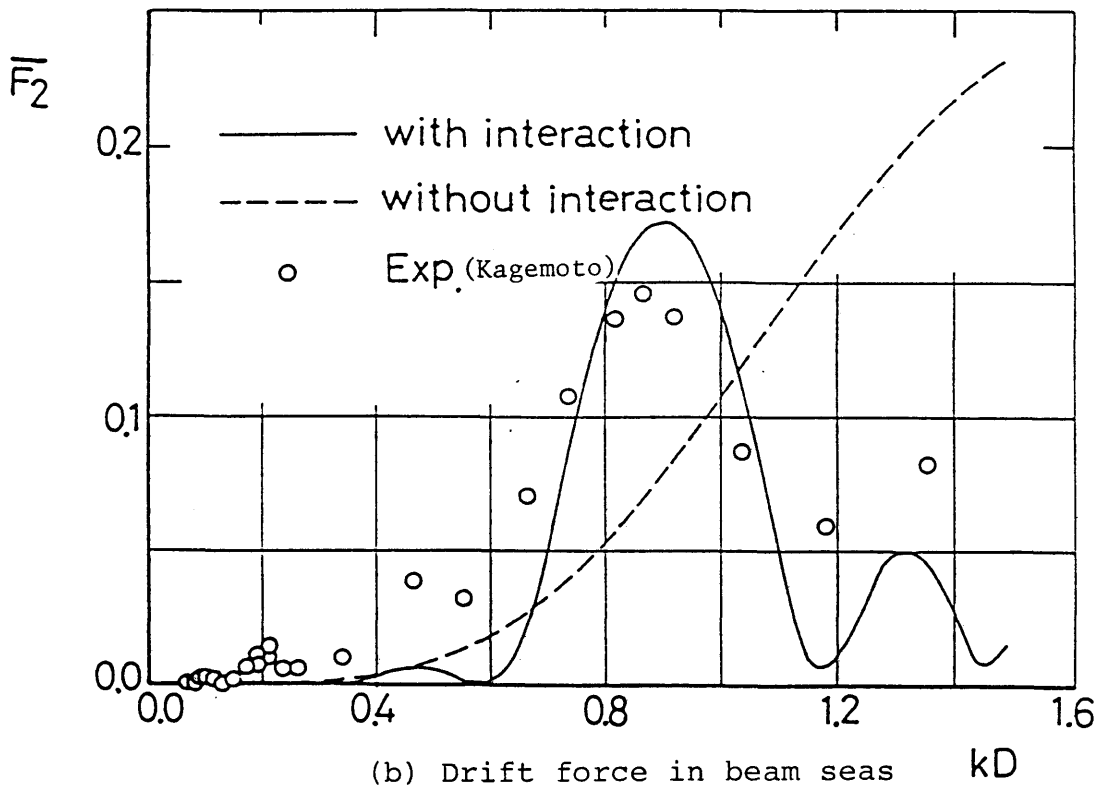
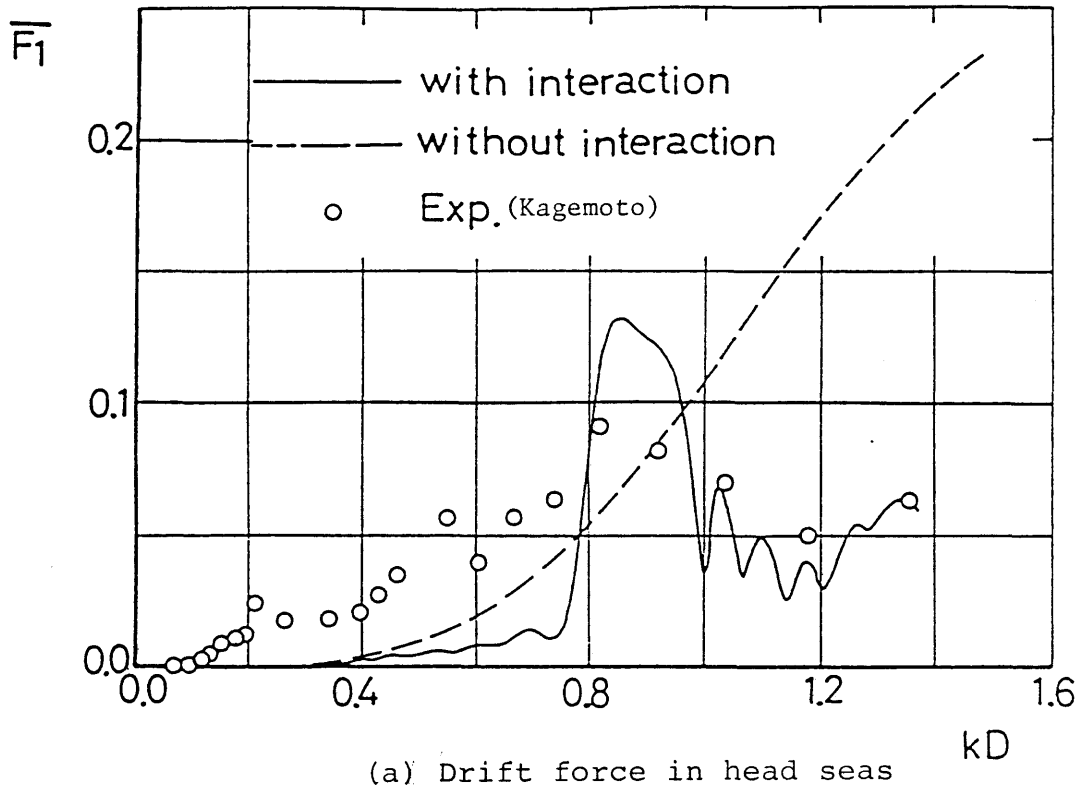


Fig.2.19 Drift force on a group of 11×3 vertical cylinders with footing ($L/D=3.3$).

第3章 浮体群の運動に対する相互干渉の影響

3.1 自由浮体群の相互干渉

Fig. 3.1 に示すように、M個の各々独立に運動しうる浮体群の平面入射波（周期 $2\pi/\omega$ ）中の運動を考える。

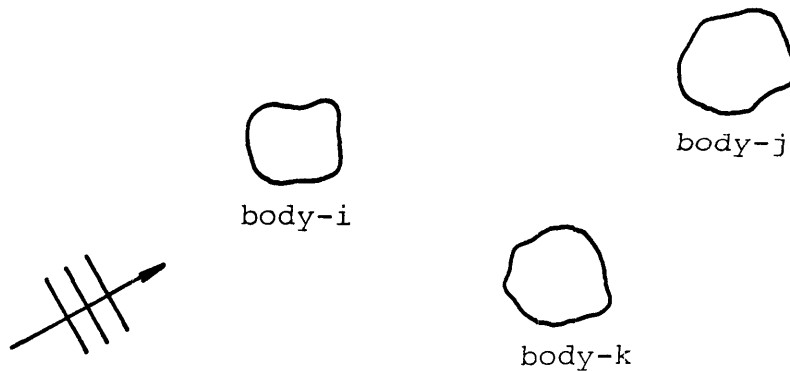


Fig.3.1 An array of M bodies

この場合、たとえば物体 i の k 方向の運動方程式は次のようになる。

$$-\omega^2 M^i X_k^i = F_k^i + \sum_{m=1}^6 \sum_{j=1}^M (-i\omega f_k^{jmi}) X_m^j \quad (3.1)$$

ここで

- M^i : 物体 i の質量
- $X_k^i \cdot e^{-i\omega t}$: 物体 i の k 方向変位
- F_k^i : 物体 i に働く k 方向の波力
- f_k^{jmi} : 物体 j が単位速度振幅で m 方向に運動し、物体 j 以外の物体が静止しているとき、物体 i に加わる k 方向の流体力

である。

F_k^i は 2.1 節にて述べた方法にて計算できる。更に、 f_k^{jmi} も 2.2 節 (2.39) 式で

$$\begin{aligned} A_k^i &= 1 && \text{(for } k=k \text{ and } i=i) \\ &= 0 && \text{(otherwise)} \end{aligned} \quad (3.2)$$

として計算することができる。

従って、(3.1) 式は X_k^i ($k=1, 2, \dots, 6; i=1, 2, \dots, M$) に関する $6 \times M$ の連立一次方程式となり、各物体の運動変位が計算できることになる。しかしながら、 f_k^{jmi} ($i, k=1 \sim M; m, k=1 \sim 6$) を計算するためには、少なくとも $6 \times M$ 通りの radiation 問題を 2.2 節にて述べた手順にて解く必要があり、

物体の数が増加するに伴い計算量が非常に増えて実地的でない。

本章では、あらかじめ何通りものradition問題を解くことなしに、各物体の運動を一度に求める方法を示す。

物体 i の k 方向への運動変位を

$$X_k^i \cdot e^{-i\omega t} \quad (3.3)$$

とすると、2.1 節の (2.29) 式、及び 2.2 節の (2.43) 式より

各物体への入射波を表わす速度ポテンシャルは (物体 i を例として)

$$\begin{aligned} & \phi_I + \phi_{RI}^i + \Delta\phi_I^i \\ &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N (b_n e^{i\epsilon_n} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + d_n^i) \cdot J_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \\ &+ \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_i+h) \sum_{n=-N}^N (\sum_{m=1}^M c_{\ell n}^{mi} + a_{\ell n}^i) \cdot I_n(k_\ell r_i) e^{in\theta_i} \quad (3.4) \end{aligned}$$

各物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルは (2.30), (2.45) 式より (物体 i を例として)

$$\begin{aligned} \phi_s^i &= \sum_{k=1}^6 (-i\omega X_k^i) \sum_{n=-N}^N \psi_{kn}^i(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \\ &+ \sum_{p=-N}^N \sum_{n=-N}^N (b_p e^{i\epsilon_p} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + d_p^i) \cdot \phi_{opn}^i(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \\ &+ \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N \sum_{n=-N}^N (\sum_{m=1}^M c_{qp}^{mi} + a_{qp}^i) \cdot \phi_{qp n}^i(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (3.5) \end{aligned}$$

(2.26) 式に対応して、 d_n^i , $a_{\ell n}^i$ の間には次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} d_n^i &= \sum_{j=1}^M T_{ji} \{ B_o^j (b_n e^{i\epsilon_j} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mj} + d_n^j) \\ &+ \sum_{q=1}^L E_q^j (\sum_{m=1}^M c_{qn}^{mj} + a_{qn}^j) \} \\ a_{\ell n}^i &= \sum_{j=1}^M T'_{ji} \frac{1}{\ell} B_\ell^j (b_n e^{i\epsilon_j} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mj} + d_n^j) \\ &+ \sum_{q=1}^L F_{q\ell}^j (\sum_{m=1}^M c_{qn}^{mj} + a_{qn}^j) \} \quad (3.6) \end{aligned}$$

(i=1,2,...,M; \ell=1,2,...,L)

(3.6) 式において、 d_{qn}^i, a_{qn}^i ($i=1,2,\dots,M; q=1,2,\dots,L$) 以外に $\epsilon_{on}^{mj}, \epsilon_{qn}^{mj}$ に含まれる各物体の運動変位 X_k^m ($m=1,2,\dots,M; k=1,2,\dots,6$) も未知数であるから、(3.6) 式だけでは方程式の数に比して未知数が多く解けない。従って、更に X_k^m と d_{qn}^i, a_{qn}^i との関係を表わす式、即ち各物体の運動変位と、各物体への入射波との関係を表わす式が必要となるが、これは運動方程式に他ならない。

即ち、運動方程式は (物体 i を例として)

$$\begin{aligned}
 -\omega^2 M^i X_1^i - \omega^2 M^i O G^i X_5^i &= F_1^i \\
 -\omega^2 M^i X_2^i - \omega^2 M^i O G^i X_4^i &= F_2^i \\
 (-\omega^2 M^i + \rho g A_w^i) \cdot X_3^i &= F_3^i \\
 (-\omega^2 I_x^i + \rho g M^i G M_x^i) \cdot X_4^i - \omega^2 M^i O G^i X_2^i &= F_4^i \\
 (-\omega^2 I_y^i + \rho g M^i G M_y^i) \cdot X_5^i - \omega^2 M^i O G^i X_1^i &= F_5^i \\
 -\omega^2 I_z^i X_6^i &= F_6^i
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

と書ける。

ここで

M^i : 物体の質量

$I_{x,y,z}^i$: 物体の x, y, z 軸まわりの慣性モーメント

$G M_x^i$: ロール方向メタセンタ高さ

$G M_y^i$: ピッチ方向メタセンタ高さ

A_w^i : 物体の水線面積

$O G^i$: 運動を考えている点 O と重心 G の鉛直距離

(O が G より上方にあるとき正)

$F_j^i \cdot e^{-i\omega t}$: 物体に加わる j 方向の波力

(3.7) 式右辺の F_j^i は (3.5) 式にて表わされる物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルを用いて

$$F_j^i = \int_{S_b^i} i\omega \rho \phi_{sn}^i n_j dS \tag{3.8}$$

と書き表わされる。(n_j は (2.35) にて定義される。)

従って

$$\begin{aligned}
 F_j^i &= \sum_{k=1}^6 (-i\omega X_k^i) \int_{S_b^i} \sum_{n=-N}^N i\omega \rho \psi_{kn}^i(r_i, z_i) e^{in\theta} i \cdot n_j dS \\
 &+ \sum_{p=-N}^N (b_p^i e^{i\epsilon_i} + \sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq i)}}^M c_{on}^{mi} + d_p^i) \int_{S_b^i} \sum_{n=-N}^N i\omega \rho \phi_{opn}^i(r_i, z_i) e^{in\theta} i \cdot n_j dS \\
 &+ \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N (\sum_{m=1}^M c_{qp}^{mi} + a_{qp}^i) \int_{S_b^i} \sum_{n=-N}^N i\omega \rho \phi_{qp}^i(r_i, z_i) e^{in\theta} i \cdot n_j dS
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

ここで、 $\psi_{kn}^i, \phi_{opn}^i, \phi_{qpn}^i$ は、各々 (2.40), (A.2.2), (A.2.14) 式にて定義される浮体単独の場合の radiation、diffraction 特性であるから既知と考える。

$$\int_{S_b^i} \sum_{n=-N}^N i\omega\rho\psi_{kn}^i(r_i, z_i) e^{in\theta_i \cdot n_j} dS = f_{R,kj}^i$$

$$\int_{S_b^i} \sum_{n=-N}^N i\omega\rho\phi_{opn}^i(r_i, z_i) e^{in\theta_i \cdot n_j} dS = f_{op,j}^i$$

$$\int_{S_b^i} \sum_{n=-N}^N i\omega\rho\phi_{qpn}^i(r_i, z_i) e^{in\theta_i \cdot n_j} dS = f_{qp,j}^i$$

(3.10)

と書くと (3.7) 式は次のように書き換えられる。

$$-\omega^2 M^i X_1^i - \omega^2 M^i O G^i X_5^i$$

$$= \sum_{k=1}^6 (-i\omega X_k^i) f_{R,k1}^i + \sum_{p=-N}^N (b_p e^{i\epsilon_i} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + d_p^i) f_{op,1}^i$$

$$+ \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N (\sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + a_{qp}^i) f_{qp,1}^i \quad (m \neq i)$$

$$-\omega^2 M^i X_2^i - \omega^2 M^i O G^i X_4^i$$

$$= \sum_{k=1}^6 (-i\omega X_k^i) f_{R,k2}^i + \sum_{p=-N}^N (b_p e^{i\epsilon_i} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + d_p^i) f_{op,2}^i$$

$$+ \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N (\sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + a_{qp}^i) f_{qp,2}^i \quad (m \neq i)$$

$$(-\omega^2 M^i + \rho g A_w^i) X_3^i$$

$$= \sum_{k=1}^6 (-i\omega X_k^i) f_{R,k3}^i + \sum_{p=-N}^N (b_p e^{i\epsilon_i} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + d_p^i) f_{op,3}^i$$

$$+ \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N (\sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + a_{qp}^i) f_{qp,3}^i \quad (m \neq i)$$

$$\begin{aligned}
& (-\omega^2 I_x^i + \rho g M^i G M_x^i) X_4^i - \omega^2 M^i O G^i X_2^i \\
&= \sum_{k=1}^6 (-i\omega X_k^i) f_{R,k4}^i + \sum_{p=-N}^N (b_p e^{i\varepsilon_i} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + d_p^i) f_{op,4}^i \\
&\quad + \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N (\sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + a_{qp}^i) f_{qp,4}^i \quad (m \neq i) \\
& (-\omega^2 I_y^i + \rho g M^i G M_y^i) X_5^i - \omega^2 M^i O G^i X_1^i \\
&= \sum_{k=1}^6 (-i\omega X_k^i) f_{R,k5}^i + \sum_{p=-N}^N (b_p e^{i\varepsilon_i} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + d_p^i) f_{op,5}^i \\
&\quad + \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N (\sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + a_{qp}^i) f_{qp,5}^i \quad (m \neq i) \\
& -\omega^2 I_z^i X_6^i \\
&= \sum_{k=1}^6 (-i\omega X_k^i) f_{R,k6}^i + \sum_{p=-N}^N (b_p e^{i\varepsilon_i} + \sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + d_p^i) f_{op,6}^i \\
&\quad + \sum_{q=1}^L \sum_{p=-N}^N (\sum_{m=1}^M c_{on}^{mi} + a_{qp}^i) f_{qp,6}^i \quad (m \neq i)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

(3.6), (3.11) 式を連立させて解けば、 $d_{\ell n}^i$, $a_{\ell n}^i$, X_k^i ($i=1, 2, \dots, M; \ell=1, 2, \dots, L; k=1, 2, \dots, 6$) が同時に求められることになる。

各物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_s^i は(3.5)式にて与えられ、物体に加わる力は(3.8)式にて計算できる。

3. 2 弾性部材で連結された浮体群の相互干渉

海上空港等のように、高さに比べて幅、長さの大きな海洋構造物では、その曲げ剛性が小さくなり、剛体としての運動変位と弾性体としての変位が同程度の大きさになりうることが実験、計算により確かめられている。

このような場合にも、本章で述べた方法を適用すれば相互干渉をも考慮して各浮体の変位を計算できる。

簡単のためFig. 3.2のように、2つの物体 i , j が長さ ℓ 、断面積 A 、曲げ剛性 $E I$ の部材で結合されている場合を考える。

この場合の各浮体の連結部における変位を図のように (x_i, z_i, θ_i) , (x_j, z_j, θ_j) とし、各浮体が連結部材から受ける (x, z, θ) 方向の力、モーメントを各々 (f_x, f_z, m_θ) とすると、力と変位の間には次の関係がある。

$$\begin{bmatrix} EA/\ell & 0 & 0 & -EA/\ell & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/\ell^3 & -6EI/\ell^2 & 0 & -12EI/\ell^3 & -6EI/\ell^2 \\ 0 & -6EI/\ell^2 & 4EI/\ell & 0 & 6EI/\ell^2 & 2EI/\ell \\ -EA/\ell & 0 & 0 & EA/\ell & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/\ell^3 & 6EI/\ell^2 & 0 & 12EI/\ell^3 & 6EI/\ell^2 \\ 0 & -6EI/\ell^2 & 2EI/\ell & 0 & 6EI/\ell^2 & 4EI/\ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ z_i \\ \theta_i \\ x_j \\ z_j \\ \theta_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{xi} \\ f_{zi} \\ m_{\theta i} \\ f_{xj} \\ f_{zj} \\ m_{\theta j} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

3.1 節の (3.11) 式をマトリックス形式で書くと

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_n \\ \delta_{\ell n} \\ \chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

となるから、(3.12) 式の左辺のマトリックス、右辺のベクトルを (3.13) 式の $[C_{33}]$, f_3 の対応する部分へ足しこむことにより、弾性部材で連結された浮体群の相互干渉を計算することが可能となる。

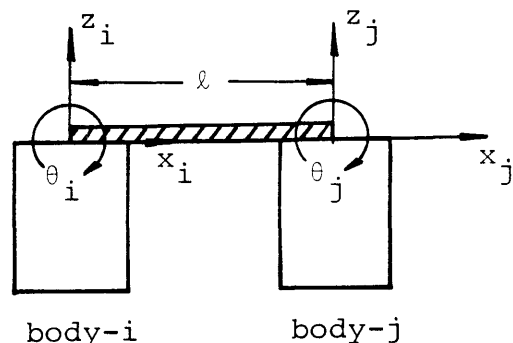


Fig.3.2 Elastically connected bodies

3.3 数値計算結果及び考察

Fig. 3.3 (1), (2) に、各々自由に運動しうる 2 本の鉛直円柱群の運動に関する計算結果を示す。Fig. 3.3 は入射角 0° の平面入射波中の各浮体の前後揺れを示したものであり、斜線で示したように Fig. 3.3 (1) が波上側、(2) が波下側の浮体の運動を示す。計算にあたって仮定した浮体の主要目を Table 3.1 に示す。運動は浮体の水線面の中心の動揺振幅を計算した。波上側の浮体による波の遮蔽効果により、波下側の浮体の動揺が減少することが顕著に認められる。

Fig. 3.4 (1), (2) には、各々 Fig. 3.3 と同一の浮体群に対して入射角 90° の方向から波が入射するときの各浮体の前後揺れ（波の進行方向と直交する方向の運動）、左右揺れ（波の進行方向の運動）を示す。波の進行方向と直交する方向の動揺は、干渉効果を無視した場合にはおこりえないが、干渉により Fig. 3.4 (1) に示すように有意な動揺がひきおこされる。波の進行方向の動揺に対する干渉効果は、Fig. 3.4(2) に示すように、横波 ($\theta_I = 90^\circ$) の場合には小さい。

Fig. 3.3, 3.4 については、局部波による干渉効果を考慮した計算値と、考慮しない計算値との間にほとんど差がないので区別して示していないが、Fig. 3.5 には浮体間隔を小さく ($L/D=1.3$) して局部波による干渉効果の運動に対する影響を調べた例を示す。この場合には、第 2 章の Fig. 2.13(20) に示したように、特に付加質量に対して局部波による干渉効果が顕著である。

従って、運動についてもFig. 3.5 に示すようにその影響が顕著に認められる。

Fig. 3.6 には浮体の数の多い場合として、Fig. 3.3 ~3.5 に示したものと同一鉛直円柱を平面入射波の進行方向に10本配置したときの前後揺れに対する結果を示す。Fig. 3.3(2)と同様に、波上側の浮体による波の遮蔽効果が大きく認められる。このような計算は、浮体群による波エネルギー吸収装置の設計に応用できるであろう。

Fig. 3.7(1)~(4) に、2本の鉛直円柱を弾性部材で連結したと想定したとき、入射角0度の平面入射波中の各浮体の前後揺れ、上下揺れを示す。計算にあたって仮定した浮体の主要目、弾性部材の材料定数等をTable 3.2 に示す。Eは連結部材のヤング率を示す。従って、 $E=0$ は2本の鉛直円柱が連結されていない場合 (Fig. 3.3 に示したものと同一条件) の結果を意味する。Fig. 3.7(1), (2) より、各浮体の前後揺れは連結部材の軸剛性が大きいため、相対的な前後揺れを著しく拘束される。従って、各浮体はほぼ同位相、同振幅で前後揺れを行なう。しかし、Fig. 3.7(3), (4) に示すように、連結部材による上下揺れに対する拘束は、曲げ剛性が軸剛性に比して小さいため、前後揺れに対する拘束ほど強くないことがわかる。

一般に、海上空港や洋上中継基地など海洋空間の面的利用を目的とする浮遊式海洋構造物は、長さ、幅に比して厚さが薄いため、曲げ剛性が小さく、剛体的な変位と弾性的な変位とが同程度の大きさになることがある。このような場合には、連結部材の弾性を考慮した本計算法が有効であると思われる。

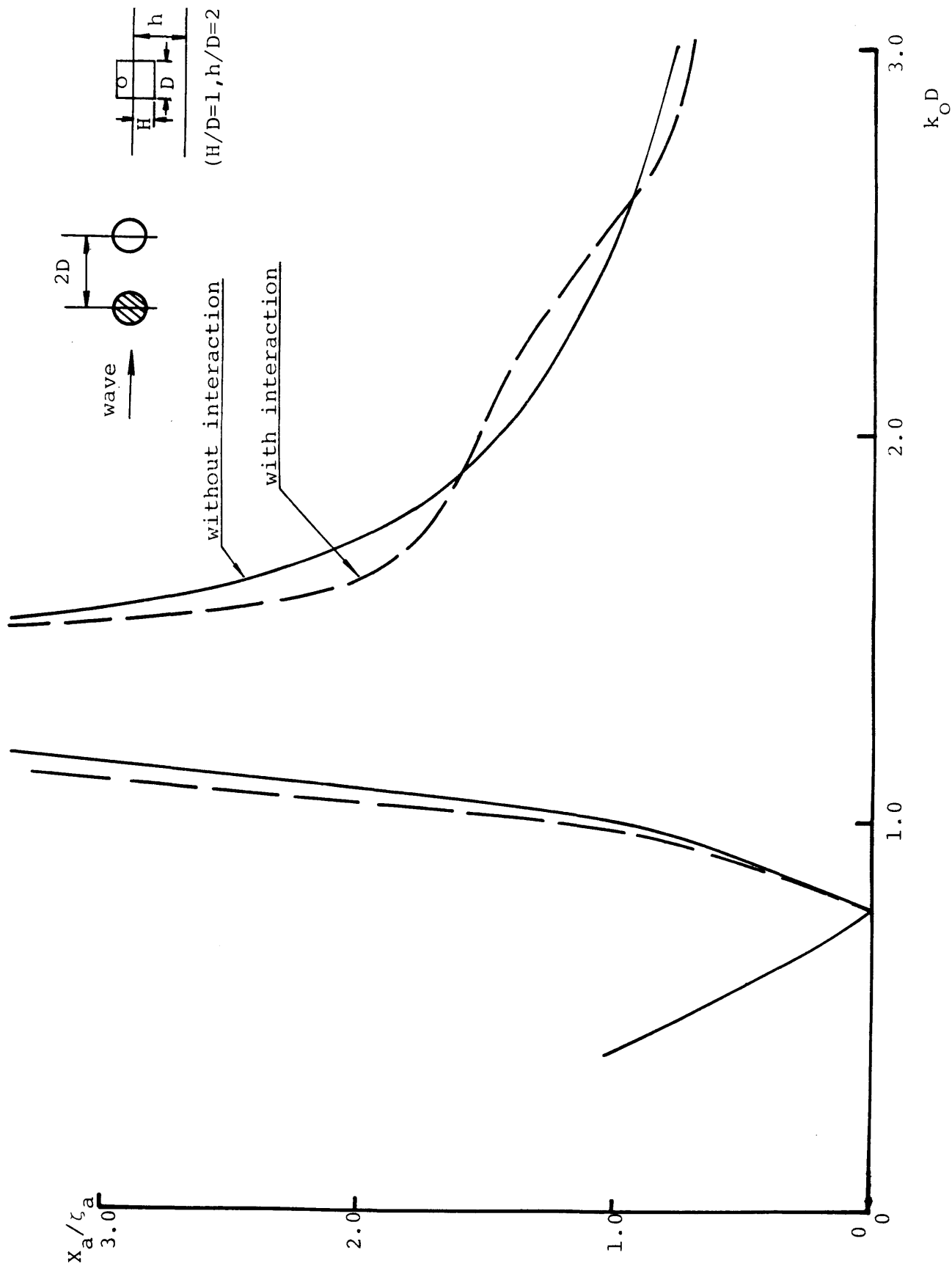


Fig.3.3(1) Surge motions of the weatherside cylinder of an array of two vertical truncated cylinders in head seas

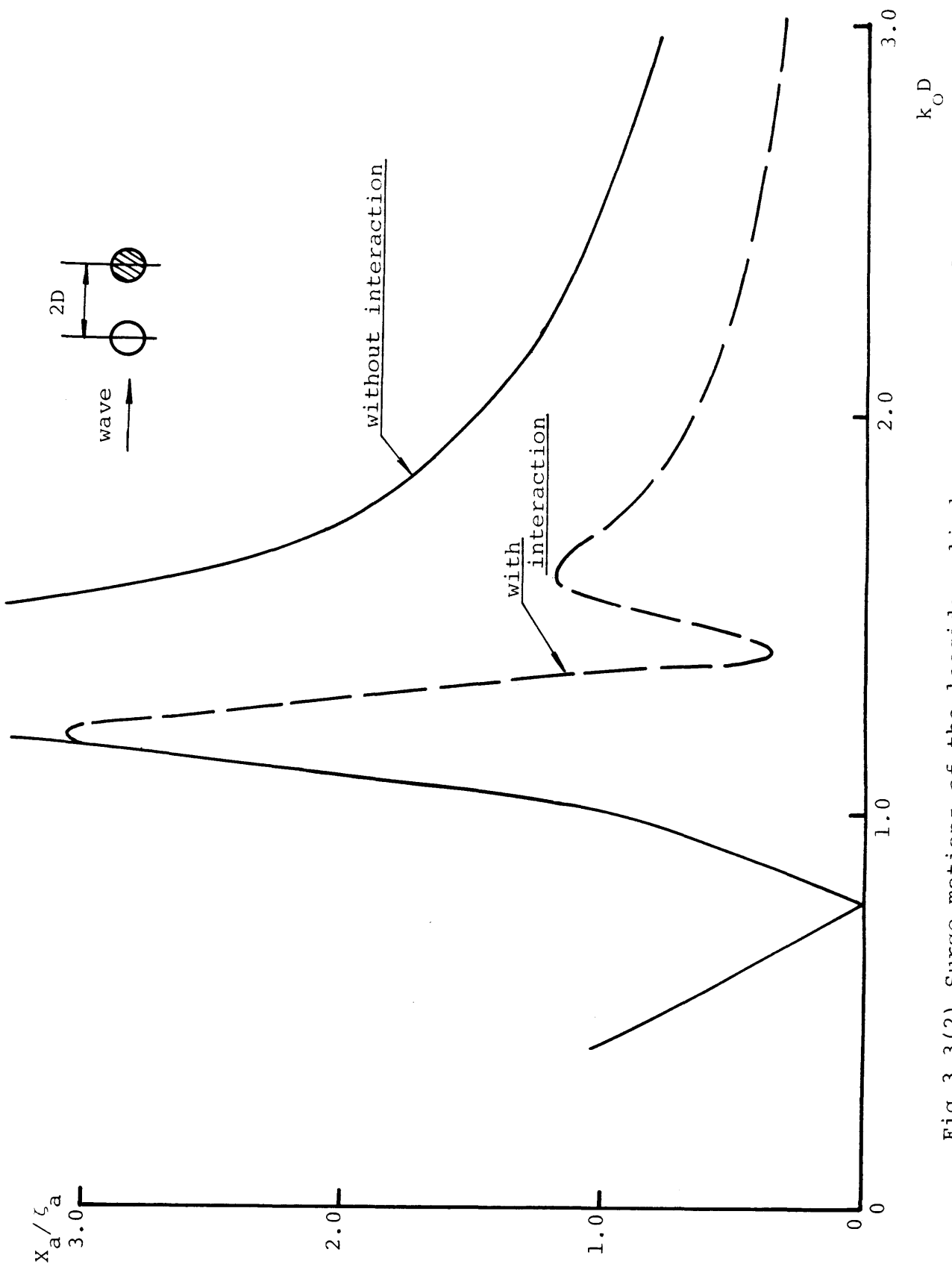


Fig. 3.3(2) Surge motions of the leeside cylinder on an array of two vertical truncated cylinders in head seas.

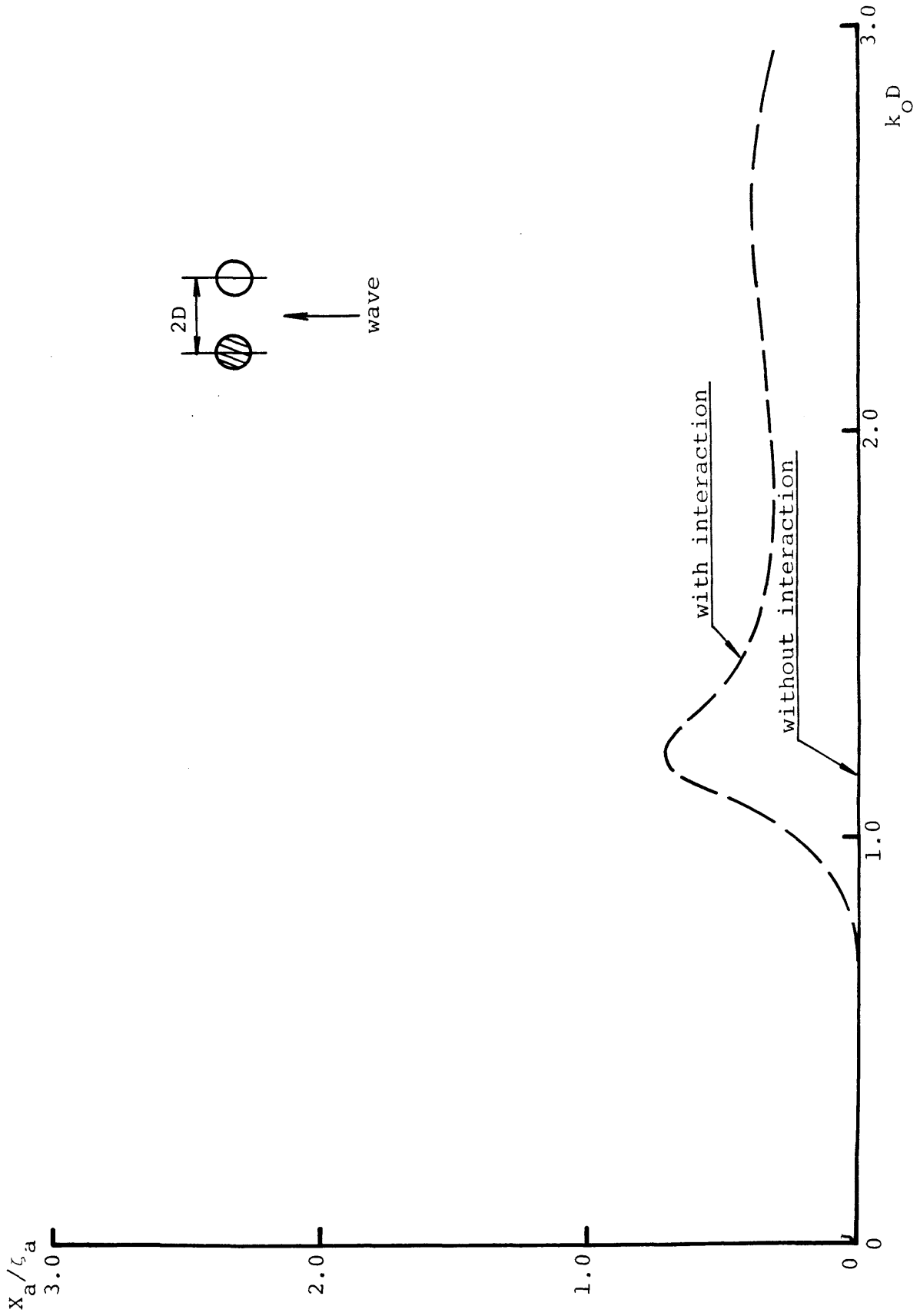


Fig. 3.4(1) Surge motions of each cylinder of an array of two vertical truncated cylinders in beam seas.

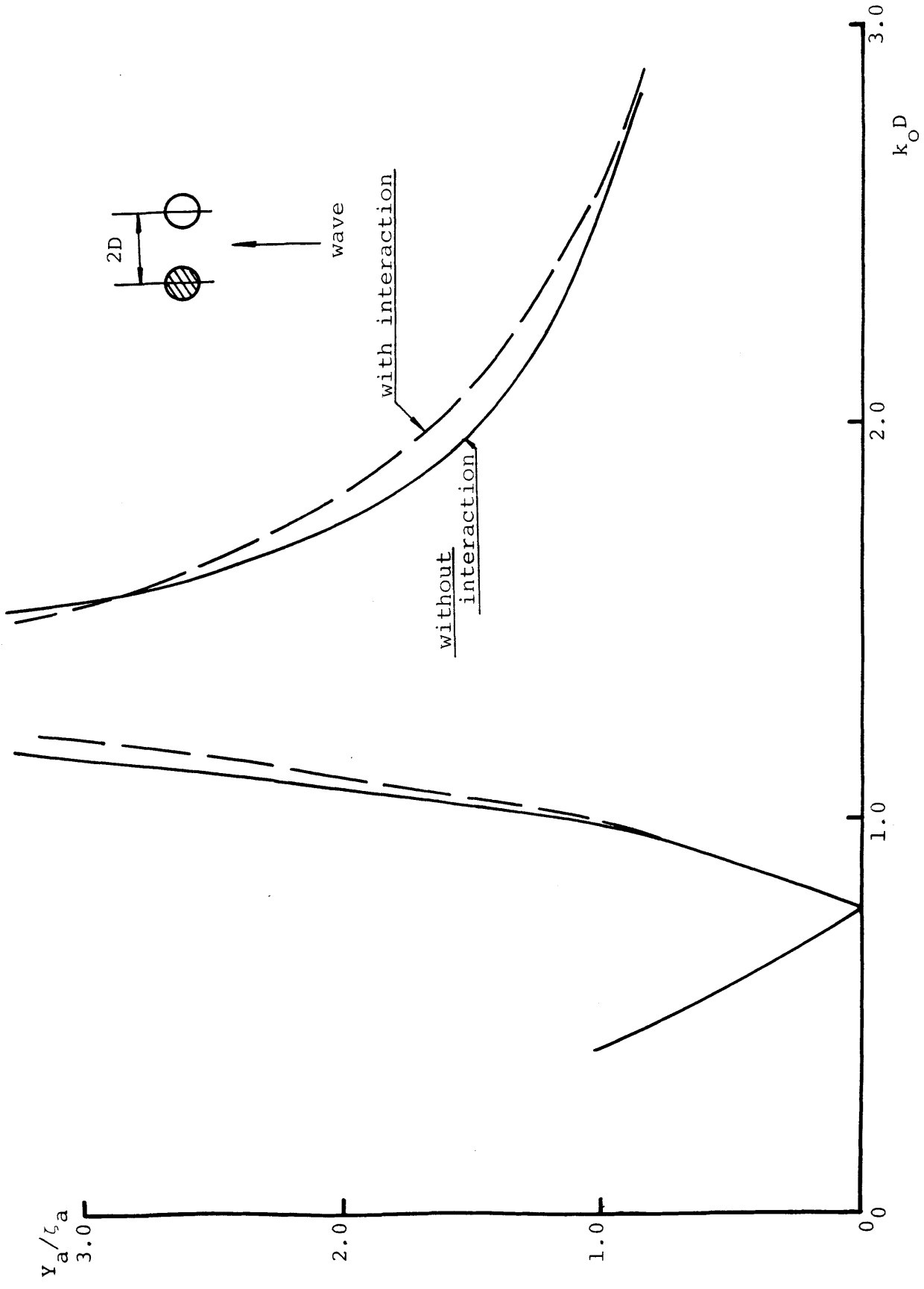


Fig.3.4(2) Sway motions of each cylinder of an array of two vertical truncated cylinders in beam seas.

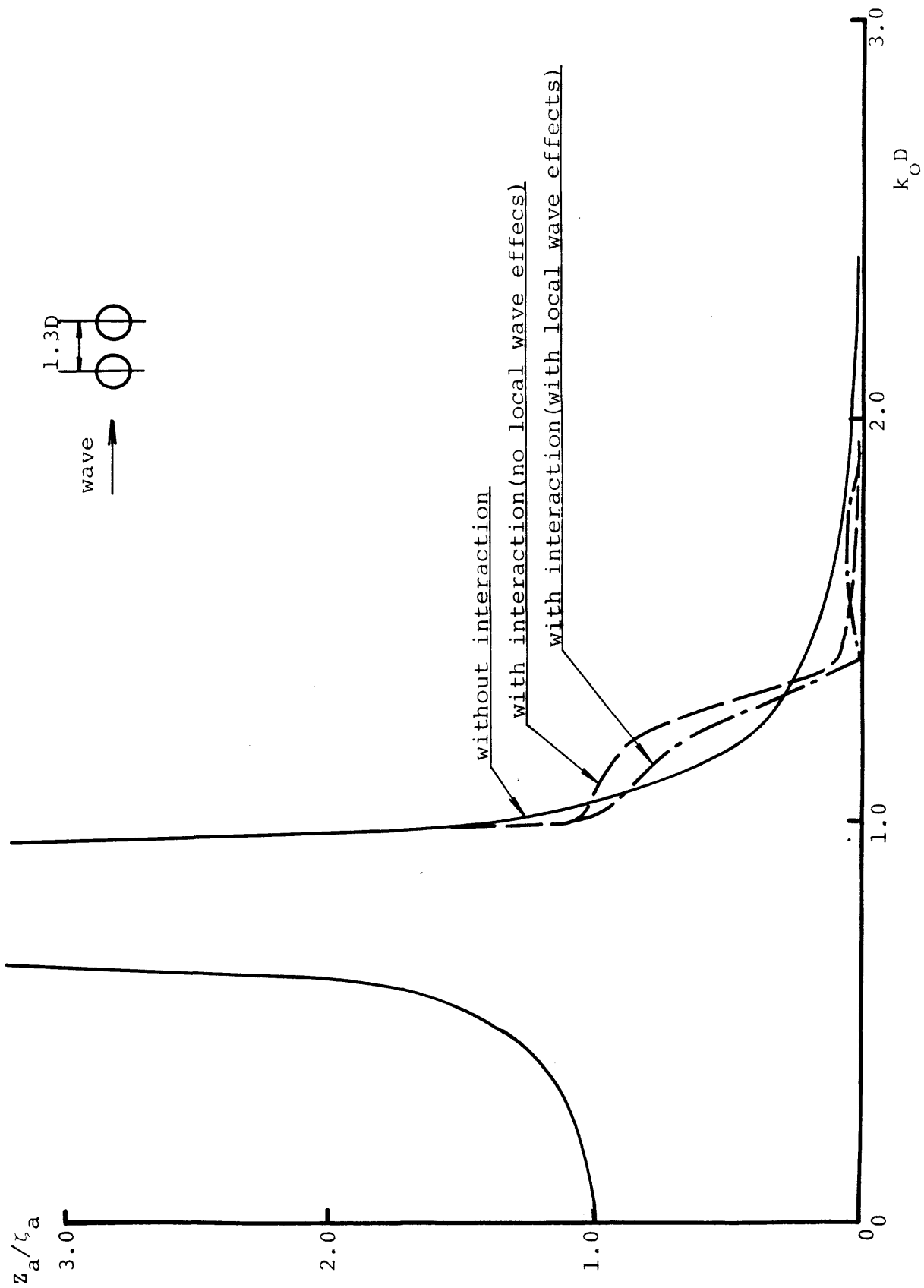


Fig.3.5 Heave motions of the lee-side cylinder of an array of two vertical truncated cylinders in head seas.

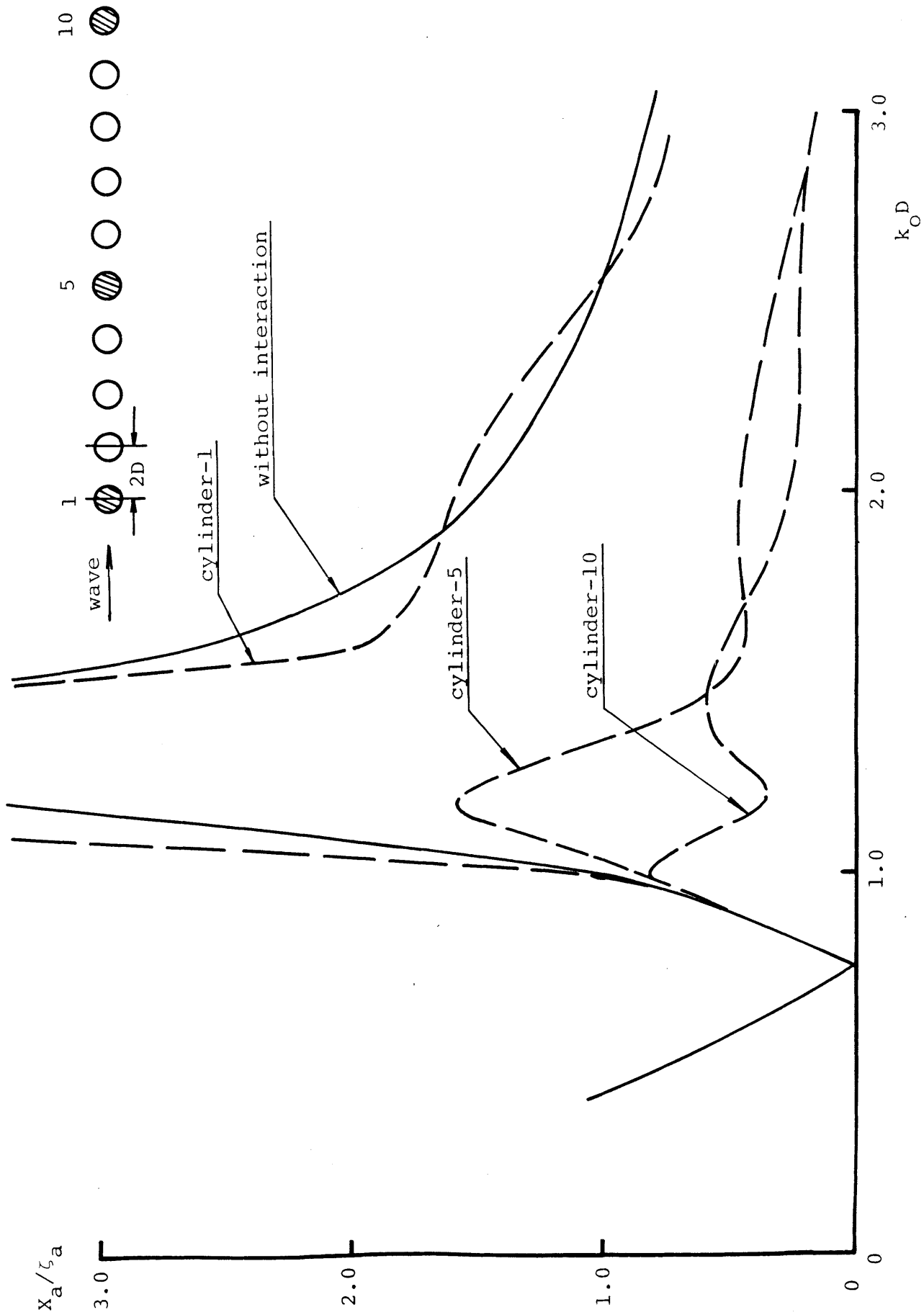


Fig.3.6 Surge motions of each cylinders of an array of 10 vertical truncated cylinders in head seas.

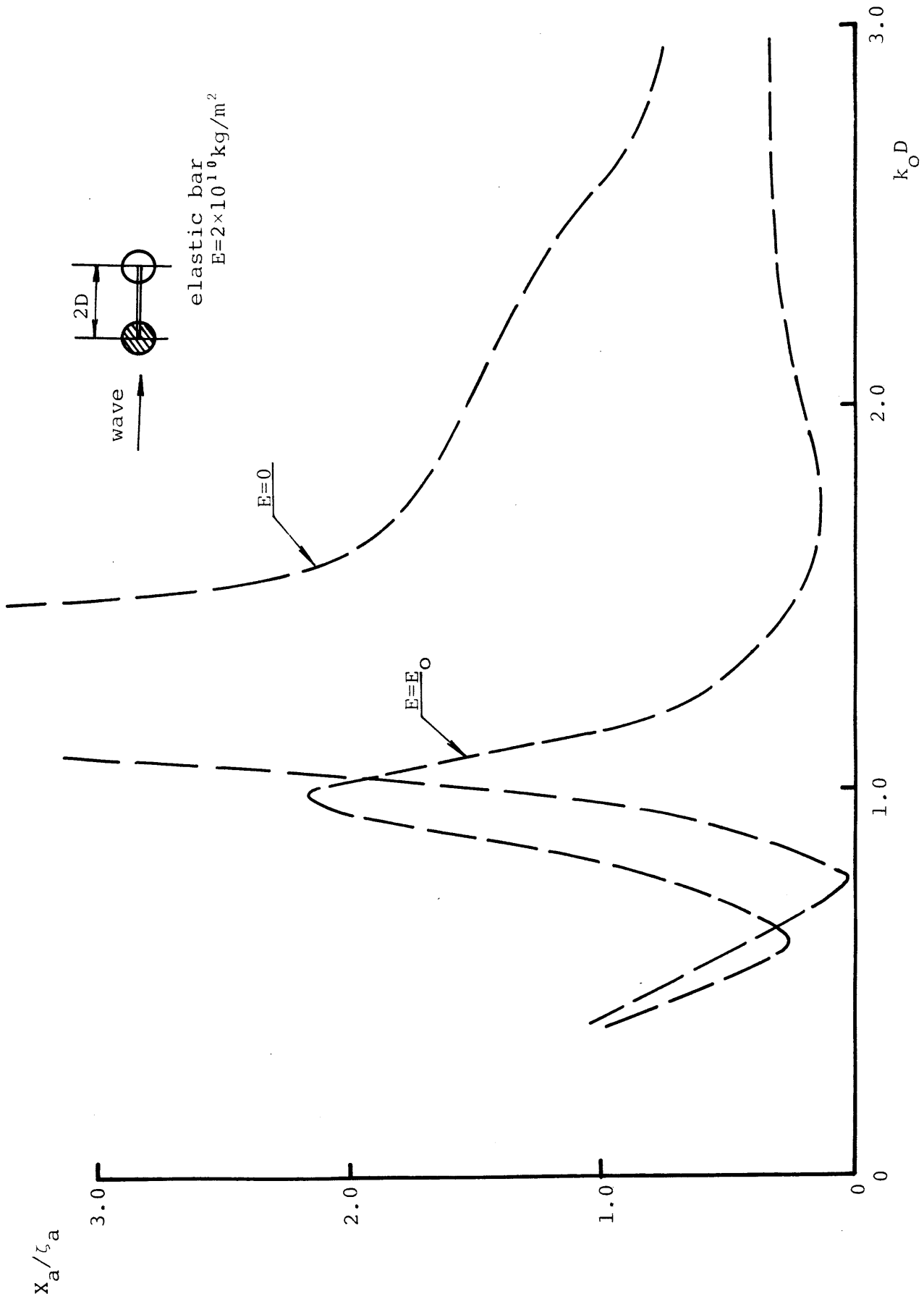


Fig. 3.7(1) Surge motions of the weatherside cylinder of an array of two elastically-connected vertical truncated cylinders in head seas.

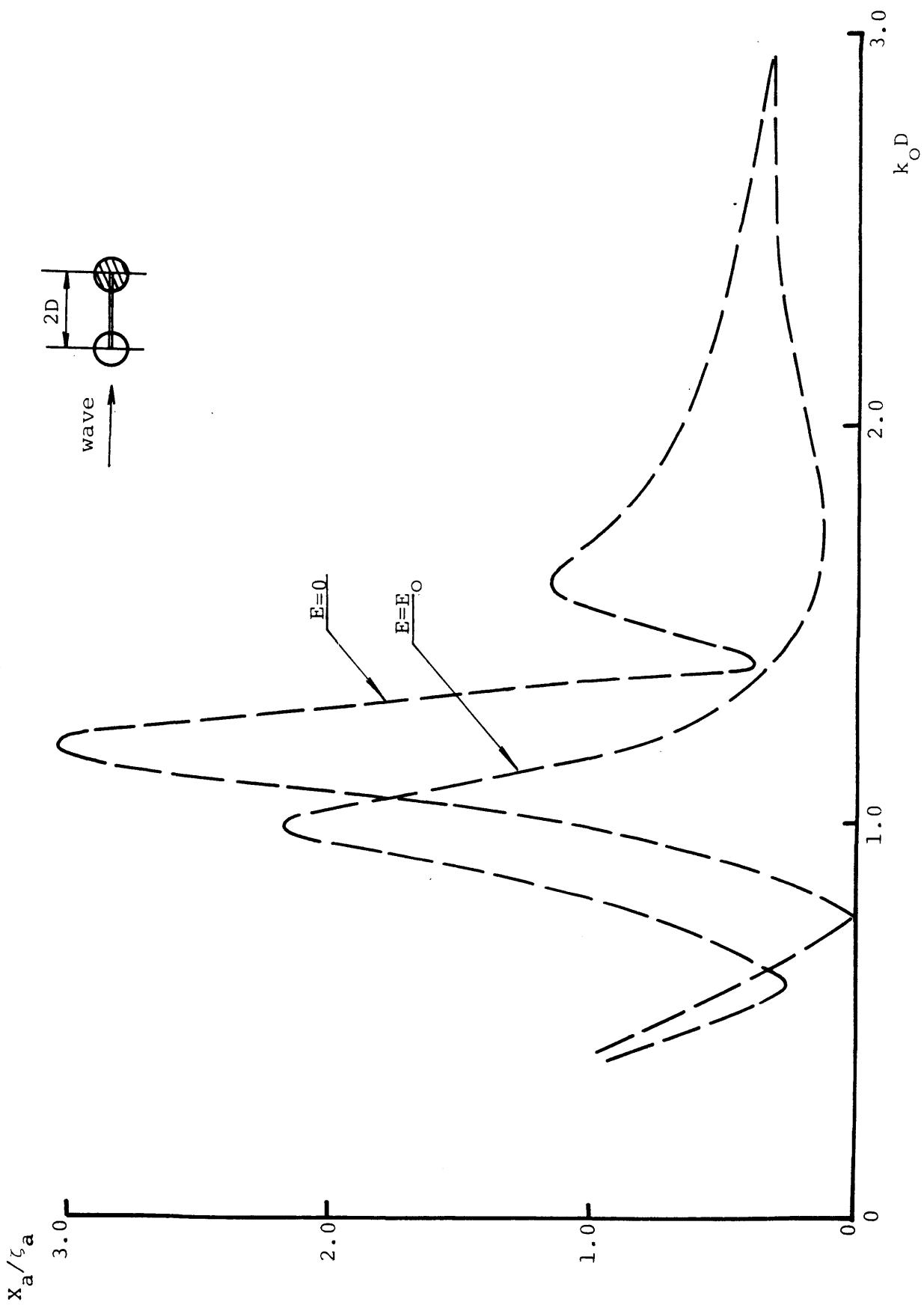


Fig.3.7(2) Surge motions of the leeside cylinder of an array of two elastically-connected vertical truncated cylinders in head seas.

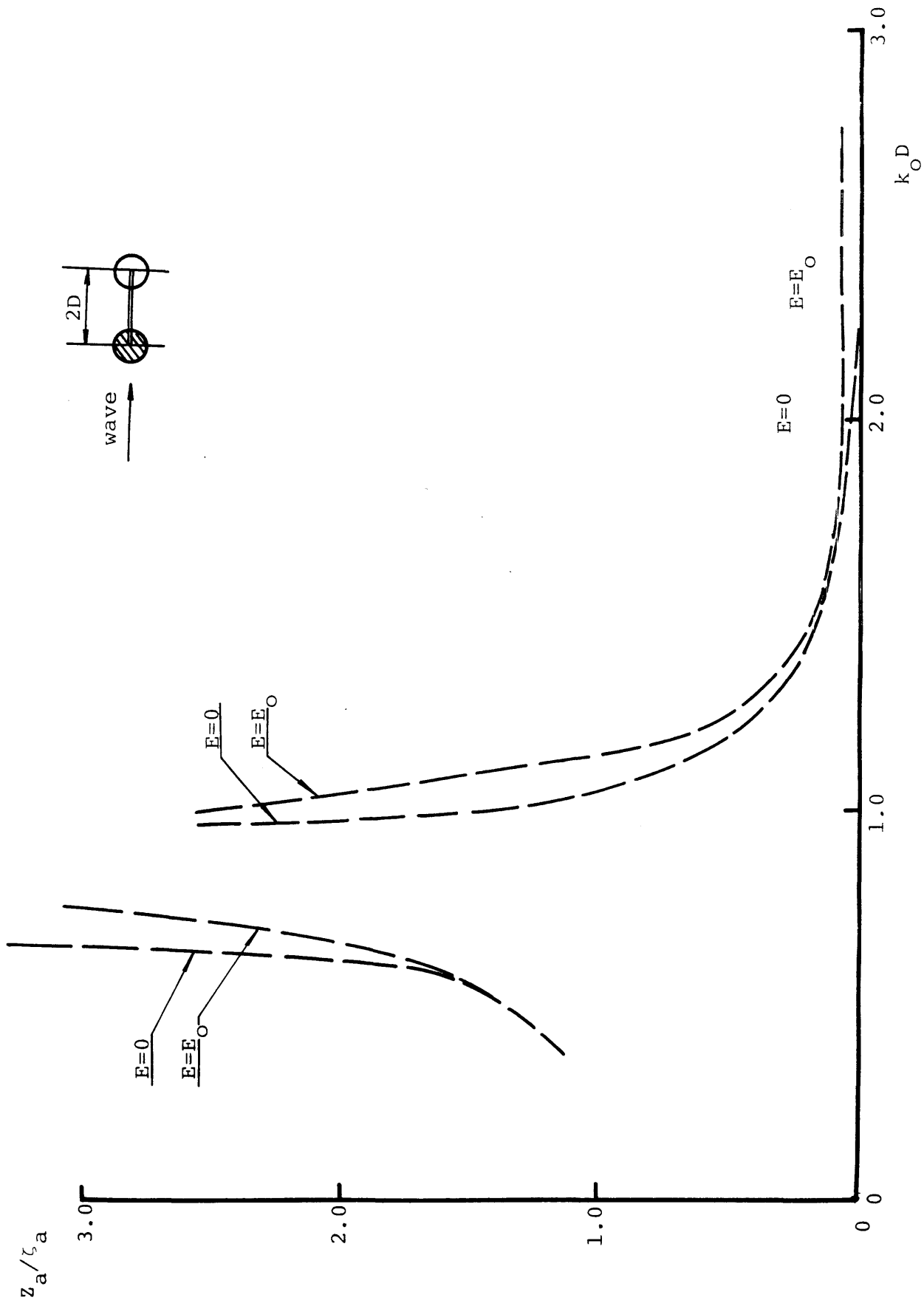


Fig.3.7(3) Heave motions of the weatherside cylinder of an array of two elastically-connected vertical truncated cylinders in head seas.

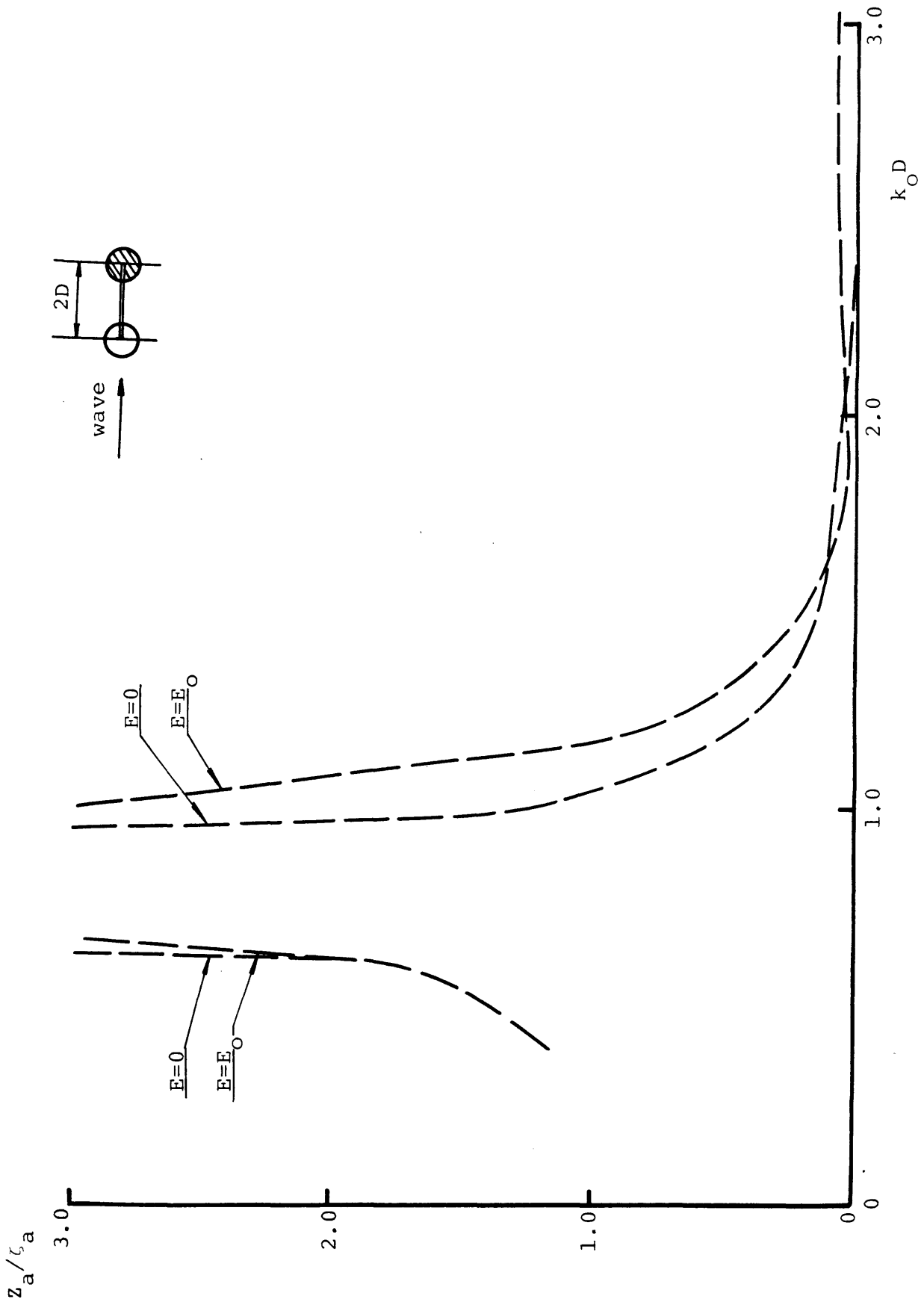


Fig. 3.7(4) Heave motions of the leeside cylinder of an array of two elastically-connected vertical truncated cylinders in head seas.

Table 3.1 Principal dimensions
of the cylinders

diameter	0.5
draft	0.5
water depth	1.0
leg distance	1.0
displacement	0.9817
waterplane area	0.1963
KG	0.1
GM	0.1813

(直径を0.5としたときの無次元値)

Table 3.2 Principal dimensions of the cylinders
and the elastic bar

cylinder		elastic bar	
diameter	0.5m	Young's modulus	$2 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$
draft	0.5m	length	1.0m
displacement	0.0982 m^3	diameter	0.01m
KG	0.100m		
GM	0.181m		
radius of gyration	0.200m		
water depth	1.0m		
distance of the cylinders	1.0m		

第4章 多行多列に配置された浮体群の相互干渉

4.1 一行無限列の浮体群の相互干渉

多行多列に配置された浮体群の流体力学的相互干渉影響が顕著にあらわれるものの例として、現在日本で提案されている海洋空間利用のための超大型浮遊式海洋構造物があげられる [1]、[2]、[3]。このような超大型浮遊式海洋物は、その計画によると上部の広大なデッキをたて、よこに等間隔で各々数十～数百列に配列された脚で支持する形式となる。脚相互の間隔は、その直径の2倍程度になると予想されるが、そのような間隔にては流体力学的相互干渉を無視できないことは既に示した。また、超大型浮遊式海洋構造物の実現のためには、構造物に加わる環境外力、特に波力の推定が必要不可欠である。

第2章で示した計算法は既存の計算法と比較して少ない計算量でより多数の浮体間の流体力学的相互干渉を計算できるが、それでもなお上記のような超大型浮遊式海洋構造物の支持脚群（数千～数万個）に加わる波力を精度よく推定することは現在の超大型コンピュータをもってしても計算量、精度の面から困難である。

たとえば、第2章にて示した方法でM個の浮体群によるdiffraction問題を解くには、局所波の影響を無視したとしても、最終的に解くべき連立一次方程式の元数は

$$(2N + 1) \times M \quad (4.1)$$

(M: 浮体の個数、 $2N + 1$: 円環状の素成波の個数 (第2章(2.27)式参照))

通常の場合、 $N = 2 \sim 4$ 程度で十分なる精度の解が得られるが、浮体の数を10,000とすると2万～4萬元の連立一次方程式を解くことになる。

本章では、このような多数浮体間の相互干渉を少ない計算量で、しかも精度よく推定する方法について述べる。

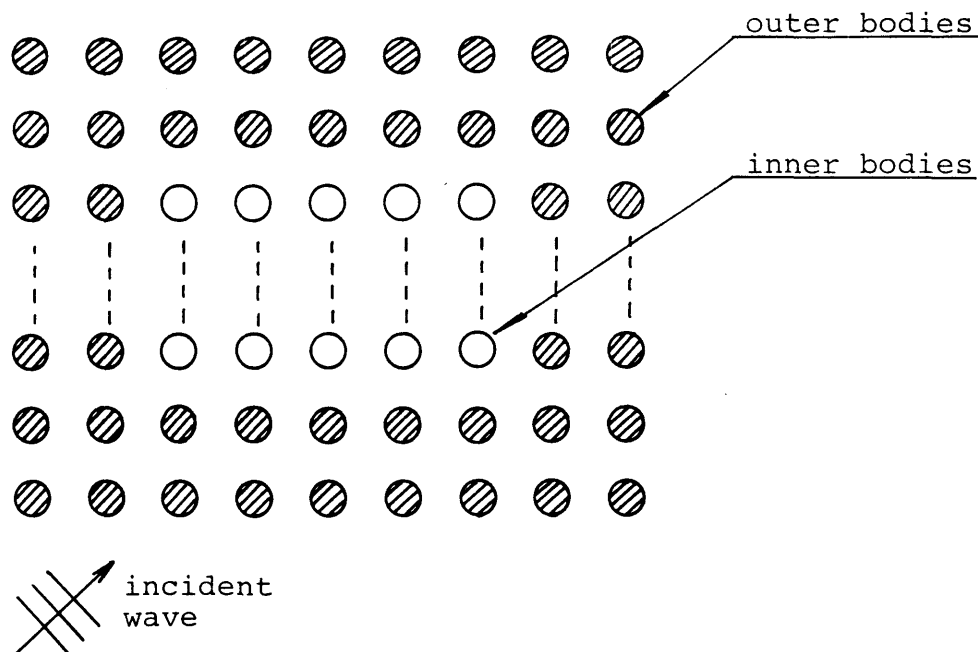


Fig.4.1 Plan view of an array of a large number of bodies.

浮体の数が非常に多い場合の計算法として大楠 [10]、増本ら [22]、[23] の提案している方法が既に存在するが、いずれの方法も各行に含まれる浮体の数は無限と仮定している。更に、各行に含まれる浮体間にある周期的な条件を課しており、従って適用できる入射波周期、入射角が限られる。

これらに対して、本章で提案する方法は多行多列の浮体群を Fig. 4.1 に示すように内部浮体群と外部浮体群に大別し、外部浮体群に含まれる各浮体に対しては第2章で述べた厳密な理論を適用し、内部浮体群は無限に配置された浮体群の一部と考え、各浮体への（相互干渉を考慮した）入射波の間に簡単な位相差のみを仮定する。このような近似を導入することにより、解の精度をそこなうことなく解くべき連立一次方程式の元数を大幅に減らすことが可能となる。しかも、本方法は任意の周期、入射角の入射波に対して適用できる。

まず、簡単な例として Fig. 4.2 に示すような一行無限列の浮体群の相互干渉問題を考える。

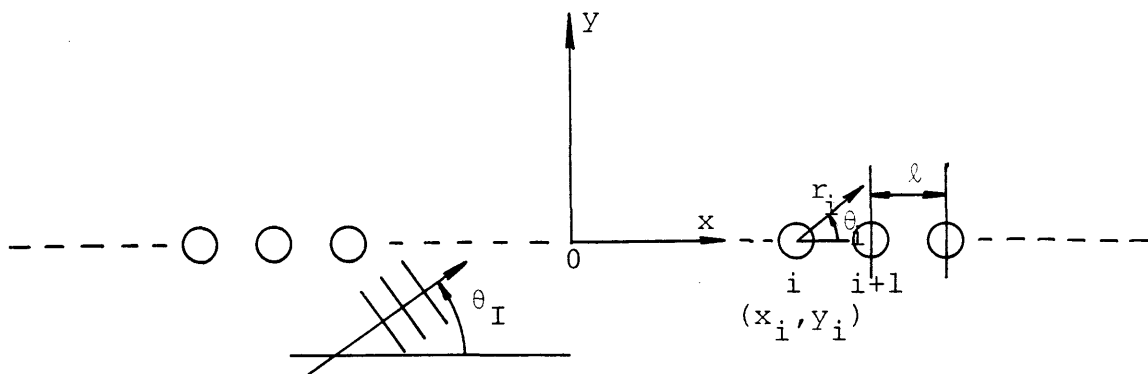


Fig.4.2 An array of one row and infinite columns

この場合、第2章で述べた厳密な理論を適用すると、局部波の影響を無視したとき、解くべき式は(2.26)式で表わされるように $d_n^i (i=1, 2, \dots, \infty)$ についての連立方程式となる。

各浮体への入射波は（たとえば物体 i を例として）

$$\begin{aligned} \phi_I^i + \Delta\phi_I^i = & \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh k_o h} \sum_{n=-N}^N b_n^i J_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} e^{i\epsilon_i} \\ & + \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh k_o h} \sum_{n=-N}^N d_n^i J_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \quad (4.2) \end{aligned}$$

(第1項：もともとの入射波、第2項：相互干渉による影響)

ここで

$$\epsilon_i = k_o x_i \cos\theta_I \quad (4.3)$$

物体 i と物体 j に対する入射波((4.2)式) を比較すると、第1項（もともとの入射波）については

$$e^{ik_0(x_j-x_i)\cos\theta_I} \quad (4.4)$$

だけの位相差しか存在しない。従って、浮体の数が無限で、形状が同一、配置が等間隔であるならば、 d_n^i と d_n^j の間の関係も

$$d_n^j = d_n^i e^{ik_0(x_j-x_i)\cos\theta_I} \quad (4.5)$$

($n=-N, \dots, N$)

となるはずである。

同様にして

$$\begin{aligned} d_n^1 &= d_n^i e^{ik_0(x_1-x_i)\cos\theta_I} \\ d_n^2 &= d_n^i e^{ik_0(x_2-x_i)\cos\theta_I} \\ &\vdots \\ d_n^{i-1} &= d_n^i e^{ik_0(x_{i-1}-x_i)\cos\theta_I} \\ d_n^{i+1} &= d_n^i e^{ik_0(x_{i+1}-x_i)\cos\theta_I} \\ &\vdots \\ d_n^\infty &= d_n^i e^{ik_0(x_\infty-x_i)\cos\theta_I} \end{aligned} \quad (4.6)$$

なる関係が成立し、 $d_n^1 \sim d_n^\infty$ のうち未知数は d_n^i だけとなる。

即ち

$$d_n^i = \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^{\infty} T_{ji} B_{jo}^j (b_n e^{i\varepsilon_j} + d_n^i e^{ik_0(x_j-x_i)\cos\theta_I}) \quad (4.7)$$

あるいは

$$d_n^i - \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^{\infty} T_{ji} B_{jo}^j d_n^i e^{ik_0(x_j-x_i)\cos\theta_I} = \sum_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^{\infty} T_{ji} B_{jo}^j b_n e^{i\varepsilon_j} \quad (4.8)$$

が解くべき式となる。

(4.8) 式中の $j=1 \sim \infty$ の無限和は収束するから適当な所で打ち切れればよい。浮体の数が無限の場合には(4.6)式は近似式ではなく厳密な関係式となる。実際には、数が無限ということはあり得ないが、浮体の数が非常に多い場合には(4.6)式は行の端部近傍の浮体以外に対してはよい近似を与える。

4.2 一行有限列の浮体群の相互干渉

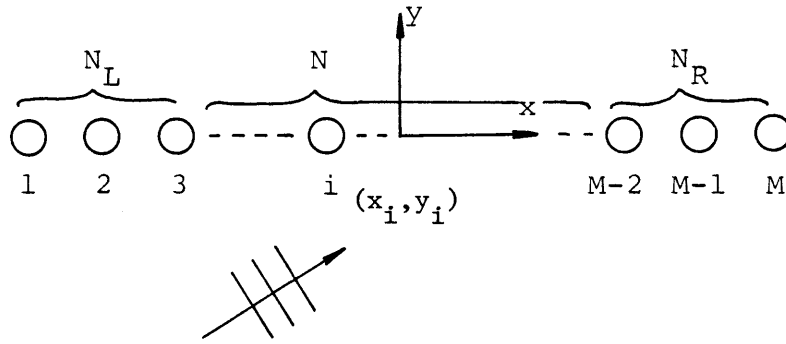


Fig.4.3 An array of one row and finite columns

4.1 節でのべた方法にて、一行無限列の場合、あるいは無限でなくても一行に多数の浮体が含まれる場合の相互干渉問題が精度よく解けるが、端部近傍の浮体に対しては端部影響のため精度の悪くなる場合がある。本節では、端部影響をも考慮にいたれた精度のよい近似計算法を述べる。

Fig. 4.3 に示すように、一行有限列の浮体群による平面入射波のdiffraction 問題を考える。浮体の数を M とし、 M 個の浮体群を左端の N_L 個、右端の N_R 個、および内部の N 個のグループに分ける ($M=N_L+N_R+N$)。内部の N 個の浮体に対しては (4.5) 式の関係が成り立つものとし、端部の N_L+N_R 個の浮体に対して端部影響を考慮するものとする。

厳密な解法にては、 d_n^i ($i=1, 2, \dots, M$) の間に成立すべき関係式は次式のようなになる。(ただし、局部波の相互干渉に対する影響は無視する。)

$$\begin{aligned}
 d_n^1 &= \sum_{i=1}^M T_{i1} B_o^i (b_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^i) \\
 &\quad (i \neq 1) \\
 d_n^2 &= \sum_{i=1}^M T_{i2} B_o^i (b_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^i) \\
 &\quad (i \neq 2) \\
 &\quad \vdots \\
 &\quad \vdots \\
 d_n^M &= \sum_{i=1}^M T_{iM} B_o^i (b_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^i) \\
 &\quad (i \neq M)
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

ここで、 d_n^i ($i=N_L+1, N_L+2, \dots, N_L+N$) に対しては (4.5) 式が成り立つから、(4.9) 式は

$$\begin{aligned}
d_n^1 &= \left(\sum_{i=1}^{N_L} + \sum_{i=N_L+N+1}^M \right) T_{i1} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^i) \\
&\quad (i \neq 1) \\
&\quad + \sum_{i=N_L+1}^{N_L+N} T_{i1} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^{N_L+1} e^{ik_o(x_i-x_{N_L+1})\cos\theta_I}) \\
&\quad \cdot \\
&\quad \cdot \\
&\quad \cdot \\
d_n^L &= \left(\sum_{i=1}^{N_L} + \sum_{i=N_L+N+1}^M \right) T_{iN_L} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^i) \\
&\quad (i \neq N_L) \\
&\quad + \sum_{i=N_L+1}^{N_L+N} T_{i1} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^{N_L+1} e^{ik_o(x_i-x_{N_L+1})\cos\theta_I}) \\
d_n^{N_L+N+1} &= \left(\sum_{i=1}^{N_L} + \sum_{i=N_L+N+1}^M \right) T_{iN_L+N+1} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^i) \\
&\quad (i \neq N_L+N+1) \\
&\quad + \sum_{i=N_L+1}^{N_L+N} T_{iN_L+N+1} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^{N_L+1} e^{ik_o(x_i-x_{N_L+1})\cos\theta_I}) \\
&\quad \cdot \\
&\quad \cdot \\
&\quad \cdot \\
d_n^M &= \left(\sum_{i=1}^{N_L} + \sum_{i=N_L+N+1}^M \right) T_{iM} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^i) \\
&\quad (i \neq M) \\
&\quad + \sum_{i=N_L+1}^{N_L+N} T_{iM} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^{N_L+1} e^{ik_o(x_i-x_{N_L+1})\cos\theta_I}) \\
d_n^{N_L+1} &= \left(\sum_{i=1}^{N_L} + \sum_{i=N_L+N+1}^M \right) T_{iN_L+1} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^i) \\
&\quad + \sum_{i=N_L+1}^{N_L+N} T_{iN_L+1} B_o^i (\rho_n e^{i\varepsilon_i} + d_n^{N_L+1} e^{ik_o(x_i-x_{N_L+1})\cos\theta_I}) \\
&\quad (i \neq N_L+1)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

となる。

以上、4.1, 4.2節をまとめて、一行有限列 (M個) の浮体群の相互干渉を解く際に必要となる連立一次方程式の元数は

厳密な理論((4.9)式)を適用した場合： $(2N+1) \times M$
 端部影響のみを考慮((4.10)式)した場合： $(2N+1) \times (N_L + N_R + 1)$
 無限列と仮定((4.8)式)した場合： $(2N+1)$ (4.11)

となる。

$M = 100$ とすると、 $N = 2 \sim 4$ $N_L + N_R \sim 10$ として

$$(2N+1) \times M = 500 \sim 900$$

$$(2N+1) \times (N_L + N_R + 1) = 55 \sim 99$$

$$(2N+1) = 5 \sim 9$$

(4.12)

となり、本法の有効性がわかる。

4.3 無限行無限列の浮体群の相互干渉

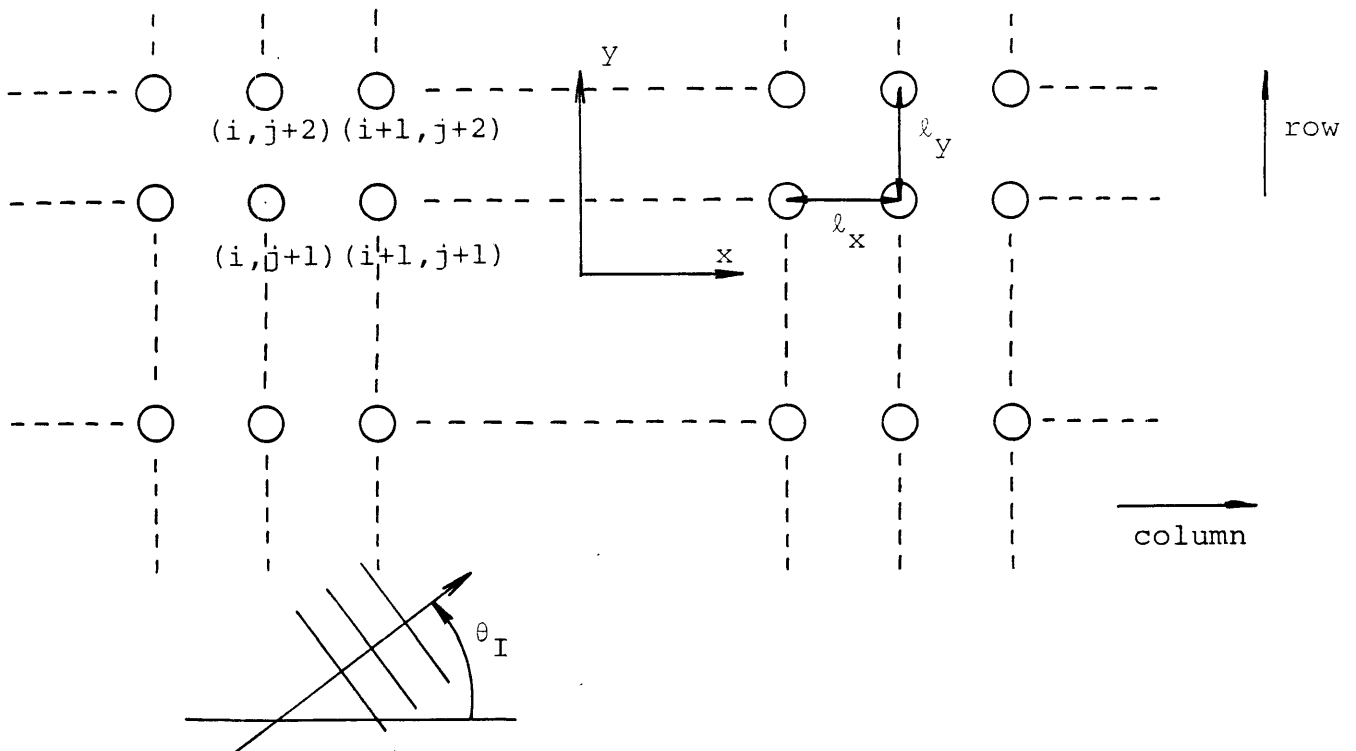


Fig.4.4 An array of infinite rows and infinite columns

Fig.4.4 に示すように無限行無限列に配置された浮体群による散乱問題を考える。各浮体は同一形状で、横方向（ x 方向）、縦方向（ y 方向）に各々 λ_x, λ_y の間隔で配置されているものとする。

この場合も4.1節の(4.5)式と同様に

$$d_n^{(k,m)} = d_n^{(i,j)} e^{ik_0 \{ (x_k - x_i) \cos \theta_I + (y_m - y_j) \sin \theta_I \}} \quad (4.13)$$

なる関係が成り立つから、未知数は $d_n^{(i,j)}$ だけとなる。

無限行無限列でなくても、行、列を構成する各々の浮体数が多い場合には(4.13)式が良い近似式になると考えられる。しかしながら、この場合には

$\theta_I \sim 0$ のときは

列数がかかなり大きくなければ、(4.13)式はよい近似式とならず

$$d_n^{(k,m)} = d_n^{(k,j)} e^{ik_0 \{(y_m - y_j) \sin \theta_I\}} \quad (4.14)$$

がよい近似として成り立つだけであり、逆に

$\theta_I \sim \pi/2$ のときは

行数がかかなり大きくなければ、(4.13)式はよい近似式とならず

$$d_n^{(k,m)} = d_n^{(i,m)} e^{ik_0 \{(x_i - x_k) \cos \theta_I\}} \quad (4.15)$$

が成り立つだけである。

4. 4 有限行有限列の浮体群の相互干渉

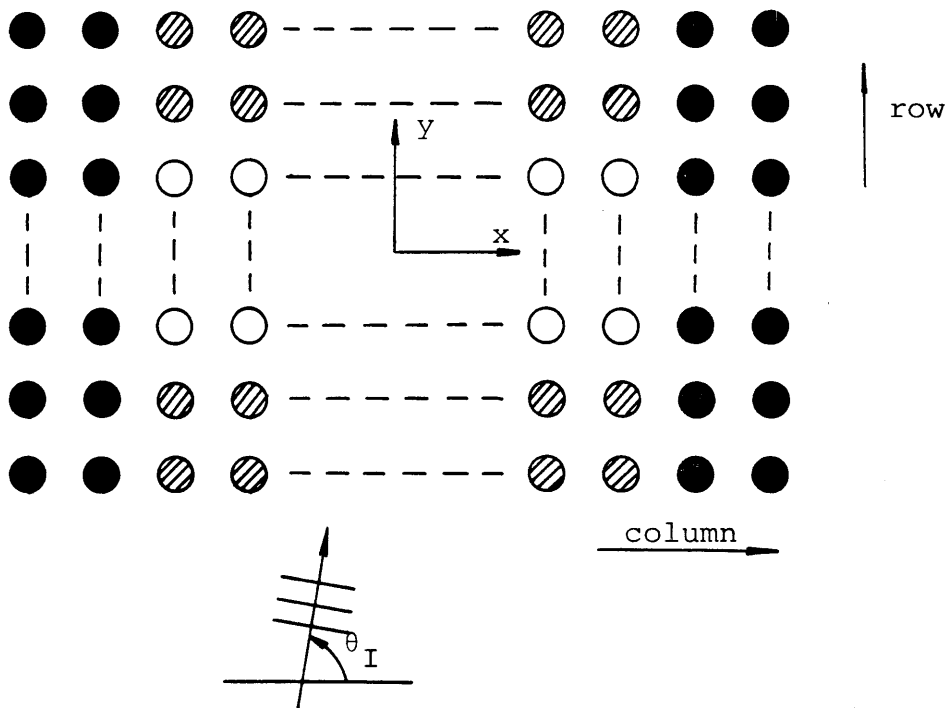


Fig.4.5 An array of finite rows and finite columns

浮体の数が非常に多く、かつ有限行有限列に配置された浮体群を考える。

1つの方法として、浮体群をFig. 4.5 に示すように外部浮体群（斜線をひいたものと黒く塗りつぶしたもの）と内部浮体群（白抜きのもの）にわけ、内部浮体群に対してのみ(4.13)式の関

係式を仮定する。しかしながら、この方法では4.3節で述べたのと同様の理由により、たとえば $\theta_I \sim \pi/2$ のときは、(4.13)式が成り立つためには内部浮体群に含まれる行数がかなり多いことが必要である。行数がそれほど多くない場合には(4.15)式のみを仮定して解くことが必要である。

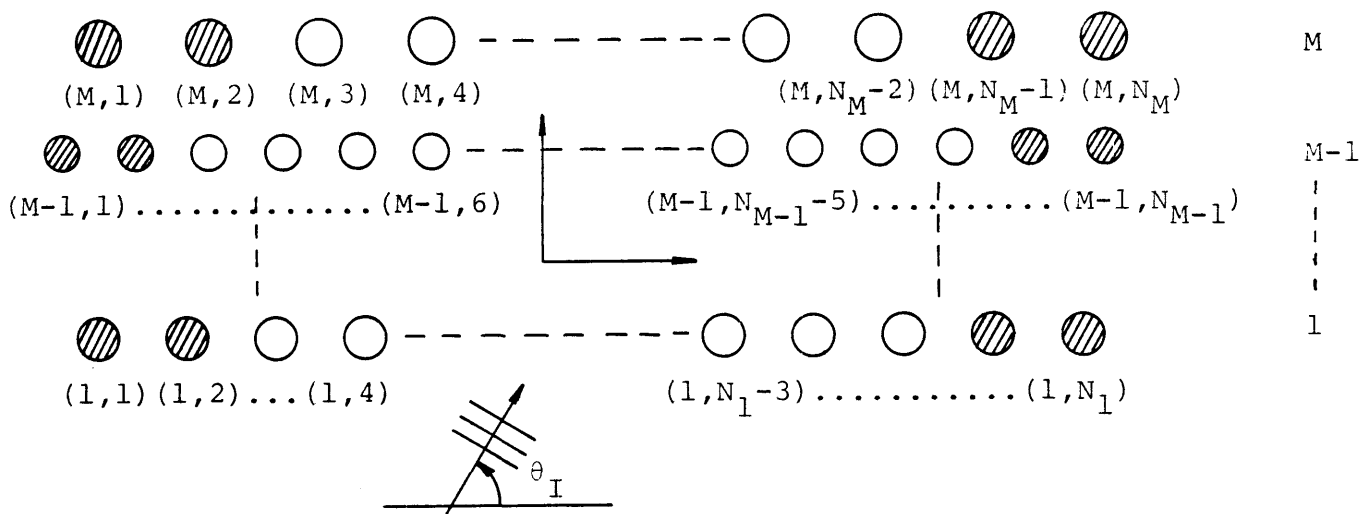


Fig.4.6 An array of M rows

即ち、Fig. 4.6 に示すように、M行の浮体群を考える。i番目の行には N_i 個の浮体が配置されているものとする。この問題に対して第2章にて述べた厳密な理論を適用するとi行j列目の浮体に対する入射波は局部波を無視すると

$$\begin{aligned} \phi_I^{(i,j)} + \Delta\phi_I^{(i,j)} &= \frac{\cosh ko(z+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N b_n J_n(k_o r) e^{in\theta} e^{i\epsilon_{ij}} \\ &+ \frac{\cosh ko(z+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N d_n^{(i,j)} J_n(k_o r) e^{in\theta} \end{aligned} \quad (4.16)$$

と仮定できる。ただし、 (r, θ, z) は当該浮体の中心に原点をおく局所円柱座標系である。

$d_n^{(i,j)}$ 相互の関係は

$$\begin{aligned} d_n^{(1,1)} &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} T_{(m,n)}(1,1) B_o^{(m,n)} (b_n e^{i\epsilon_{mn}} + d_n^{(m,n)}) \\ &\quad \cdot \quad (m,n) \neq (1,1) \\ &\quad \cdot \\ &\quad \cdot \\ &\quad \cdot \\ d_n^{(1,N_1)} &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} T_{(m,n)}(1,N_1) B_o^{(m,n)} (b_n e^{i\epsilon_{mn}} + d_n^{(m,n)}) \\ &\quad \cdot \quad (m,n) \neq (1,N_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{d}_n^{(2,1)} &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} T_{(m,n)}(2,1) B_o^{(m,n)} (b_n e^{i\epsilon_{mn}} + \hat{d}_n^{(m,n)}) \\
&\vdots \\
&\vdots \\
\hat{d}_n^{(M,N_M)} &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} T_{(m,n)}(M,N_M) B_o^{(m,n)} (b_n e^{i\epsilon_{mn}} + \hat{d}_n^{(m,n)}) \\
&\quad (m,n) \neq (M,N_M)
\end{aligned} \tag{4.17}$$

となる。

(4.17)式は、 $(2N+1) \times \sum_{i=1}^M N_i$ 元の連立方程式であるが、Fig. 4.6 に示すように各行に含まれる浮体群のうち端部に近い場所に位置する浮体群（斜線をひいたもの）以外の浮体（白抜きのもの）に対して(4.15)式が近似的に成り立つと仮定すると、解くべき方程式の元数は

$$(2N+1) \times \sum_{i=1}^M (1+N_{iout}) \tag{4.18}$$

に減少する。（ N_{iout} : i 行に含まれる外部浮体（斜線をひいたもの）の個数）

逆に $\theta_I \sim 0$ のときは

Fig. 4.7 に示すように斜線をほどこした浮体を外部浮体群と考え、各列に含まれる内部浮体群に対して(4.14)式を仮定すれば x 方向の力が精度よく比較的容易に求められる。

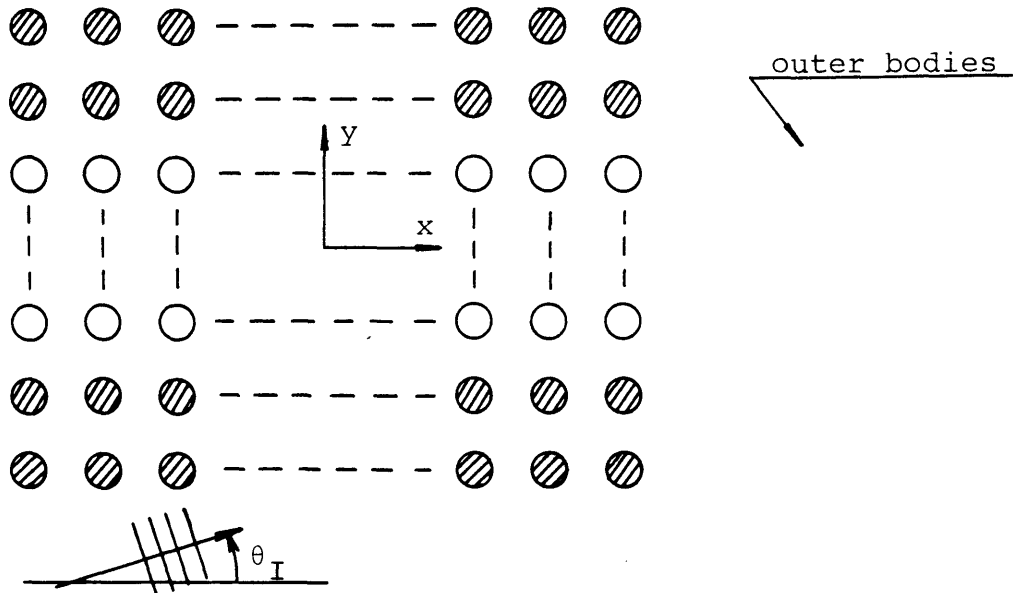


Fig.4.7 An array of finite rows and finite columns

4. 5 数値計算結果及び考察

Fig. 4.8 に示すように等間隔に配置された19本の水底まで達する鉛直円柱群に対する結果をFig. 4.9 に示す。Fig. 4.9 は、波周波数2種類 ($k_o D=1,2$) について、浮体群に $\theta_I = 90$ 度（入射角の定義はFig. 4.8 参照）の方向から規則波が入射した場合の各浮体に働く y 方向の波

強制力 (F_2) を示したものである。図中には厳密解((4.9)式) (丸印)、浮体群を無限列と仮定したときの結果((4.7)式) (破線)、浮体群を内部、外部の浮体群において端部影響を考慮した結果((4.10)式) (三角印：外部浮体群に対する値、四角印：内部浮体群に対する値)、及び浮体が単独の場合の値(実線)を示す。また、この場合には大楠の方法(無限列仮定)が適用でき、文献[8]に結果が示されているので、文献中の図より読み取った値もあわせて示している。端部影響を考慮した本計算法は厳密解と十分なる精度ですべての浮体について一致しておりその有効性が確認される。また、浮体群を無限列と仮定して得られた結果も端部を除いて厳密解と一致しており、さらに当然のことながら、大楠の方法による値と一致する。Fig. 4.10には、同じ浮体群に対して入射角 45° の斜め波が入射する場合に対する結果を示す。この場合も両端の5本程度の浮体のみを外部浮体として取り扱うことで厳密解とほぼ一致する結果の得られることがわかる。この場合には、既存の方法は適用できない。更に、Fig. 4.11にはFig. 4.10に示したものと同一浮体群、入射角に対するx方向(浮体の配列されている方向、Fig. 4.8参照)の波強制力を示す。 F_1 に対しては、無限列近似((4.5)式)のできる内部浮体群は、19本程度の浮体群では存在しないが、それでも無限列近似による解は厳密解のほぼ平均線を示す。この場合には、端部影響を考慮した計算は精度を改善することにならないので示していない。端部影響を取り入れた修正法が有効なのはFig. 4.9、Fig. 4.10に示したように、無限列近似が適用できる内部浮体群が存在する(内部に配置されたある範囲の浮体群に加わる波力振幅が一定になる)場合である。Fig. 4.12には、同じ浮体群に対して、入射角 90° の方向から波が入射する場合の波漂流力に対する結果を示す。波漂流力に対しても本計算法の有効性が確認される。なお、この場合、各浮体に対する力を求める必要があるので、波漂流力の計算は各浮体表面の圧力を積分して求めた。

Fig. 4.13(1)～(3)には各々、フーティングつき円柱が19本×2行に配置された場合につき、入射角 75° の斜め波が入射する場合のy, z, x方向の波強制力の結果を示す。さらに、Fig. 4.14(1)～(3)には、各々y, z, x方向に働く定常波漂流力の結果を示す。この場合も、各行が無数個の円柱より構成されるものとして求めたy, z方向の波強制力(F_2, F_3)、定常波漂流力(\bar{F}_2, \bar{F}_3)は端部を除いて厳密解と満足すべき一致を示す。また、x方向の波強制力(F_1)、定常波漂流力(\bar{F}_1)も厳密解のほぼ平均的な値をあたえており、相互干渉をまったく考慮しない場合(実線)に比べてその推定精度は著しく改善される。

Fig. 4.15(1)～(2), Fig. 4.16(1), (2)には、各々フーティングつき円柱が波の進行方向に50行配置された場合の、波強制力、波漂流力を計算した結果を示す。計算値は、各行が無数個の円柱から構成されているものとして求めた((4.7)式)のものである。既に示した結果より、各行が20本程度以上の円柱より構成されているときは、各行が無数個の円柱より成るとした計算値がほぼよい推定値を与えると考えられるから、Fig. 4.15, 4.16の結果は、 20×50 行(=1, 000)以上の円柱より成る場合に対応する推定値であると考えられる。この場合、厳密解は浮体の数が多すぎて実際問題として計算不可能であるので示していない。波強制力(F_2, F_3)、定常波漂流力(\bar{F}_2, \bar{F}_3)共に、入射波の波長が長い($k_0 D=1$)場合には、波下側の浮体群に対しても減衰せず、波上側の浮体群と同程度、あるいはむしろ大きくなることもあ

る。波長の短い場合 ($k_0 D=2$) には、波強制力、定常波漂流力は波上側の最前列の浮体群に対してのみ有意な値をもち、それ以外の浮体群に体しては、殆ど力がはたらかない。

波の進行方向に配置された行数が多い場合には、入射波の各行における位相差により各行に働く波強制力は相殺して浮体群全体に働く波強制力は小さくなる。しかしながら、定常波漂流力は入射波の各行における位相差により相殺することがないため、行数が多くなると問題となりうる。即ち、実際の構造物への応用を考えると、海上空港などでは、波強制力は局部的には大きくなりうるが全体としては小さい。これに対して、定常波漂流力は局部的にも、全体としても大きくなる可能性があり、係留設計などに対してその推定は非常に重要になる。Table 4.1 に、50 行のフーティングつき円柱群全体に加わる定常波漂流力（浮体の数で割って normalize した値）につき、干渉をまったく考慮しない場合の推定値と、各行が無数個の円柱より成るとして ((4.7) 式) 推定した値を比較して示す。波長の短い場合 ($k_0 D=2$) には、相互干渉効果による波下側の浮体に対する力の減衰により、浮体 1 本あたりの力は小さくなる。一方、波長の長い場合 ($k_0 D=1$) には、Fig. 4.16 に示したように波下側の浮体についても作用する定常波漂流力は小さくならないが、波の進行方向の波漂流力 (\bar{F}_2) は各行に加わる正、負の力が相殺して全体としての力は非常に小さくなる可能性のあることがわかる。

Fig. 4.17(1) ~ (3) には、Fig. 4.8 に示した 19 本の円柱群を波の進行方向に 2 行配置した場合の透過波の等高線図を示す。(Fig. 4.17(1) : 厳密解、Fig. 4.17(2) : 各行が無数個の円柱から構成されるとして本計算法を適用したもの、Fig. 4.17(3) : 干渉を考慮せず各浮体からの散乱波の位相差のみを考慮して加えあわせたもの)。図中に示した数字は入射波の振幅を 1 としたときの、各点における波振幅を表わしたものである。また、図中の 4 隅に示した座標は円柱の半径を 0.5、前列中央の円柱中心の x, y 座標を (0, 0) としたときの値である。多数行にて構成される浮体群を透過後の平面入射波の位相がずれるという実験的事実が流体力学的干渉効果を考慮した本計算法にて示されている。

Fig. 4.18 にはフーティングつき円柱を 1 行に 5 本、波の進行方向に 5 行配置して、平面入射波の透過後の波高の計測値と、本計算法による結果を比較して示す。図中に示すように、水槽の側壁による鏡像効果により各行が無数個の円柱により構成されている場合と流体力学的に等価であると考えられる。本計算法による推定値は実験値と満足すべき一致を示す。

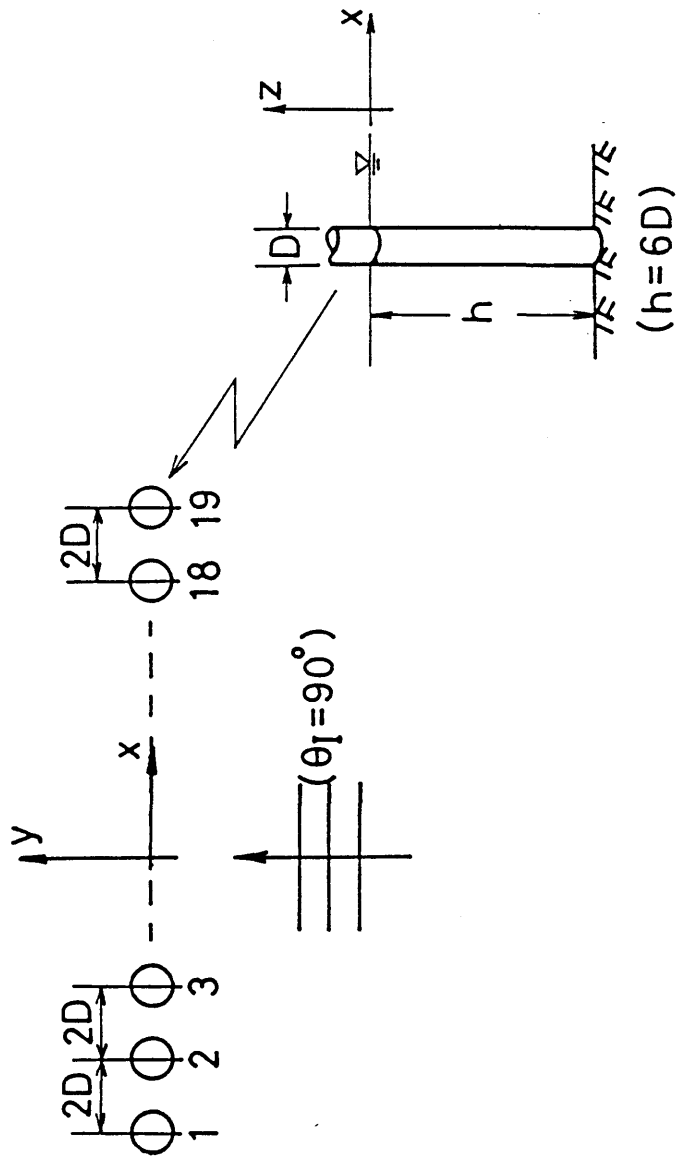


Fig.4.8 An array of 19 bottom-seated vertical legs in beam seas ($h/D=6, H/D=1$).

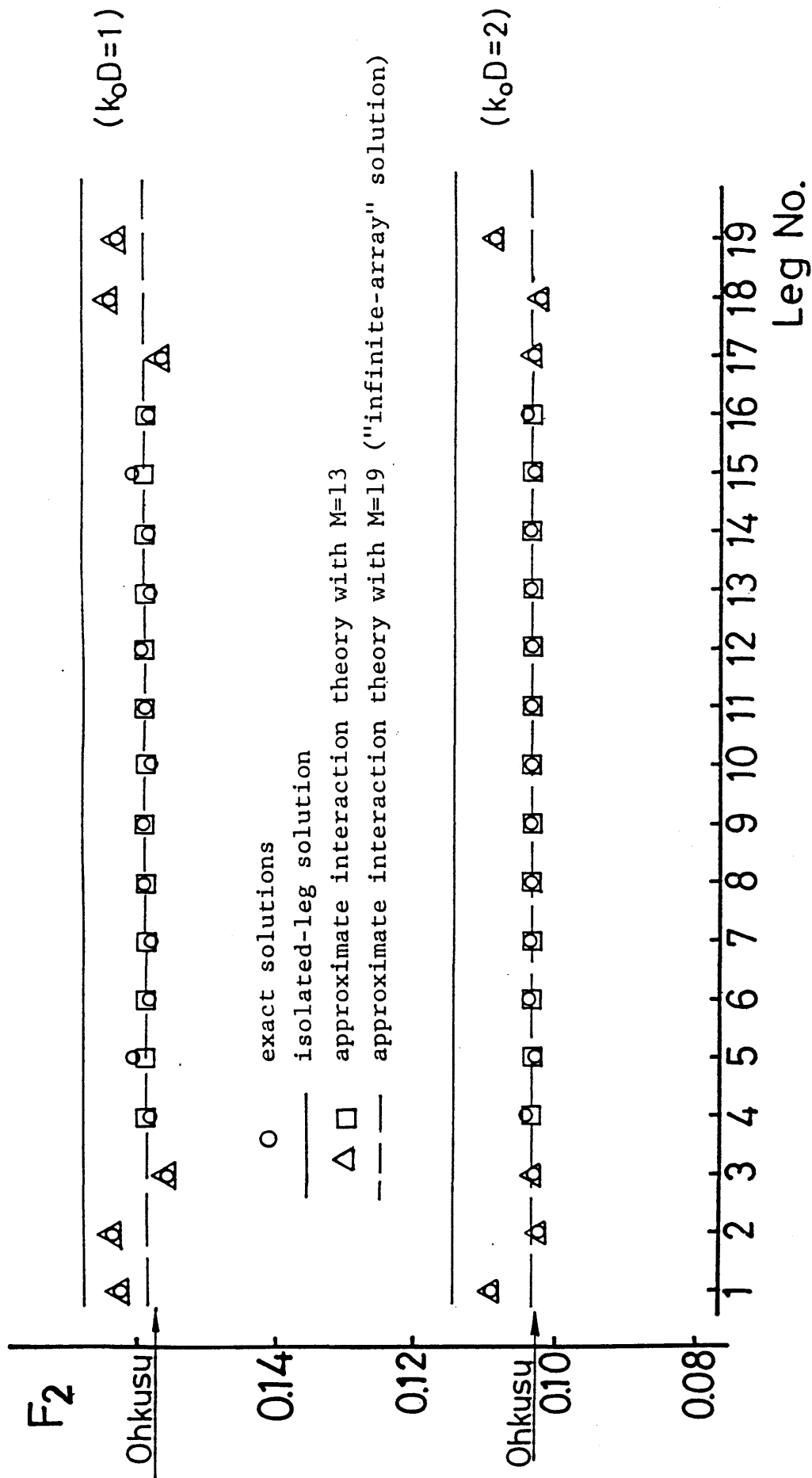


Fig.4.9 Results (F_2) for the array of 19 bottom-seated legs ($\theta_I=90^\circ$).

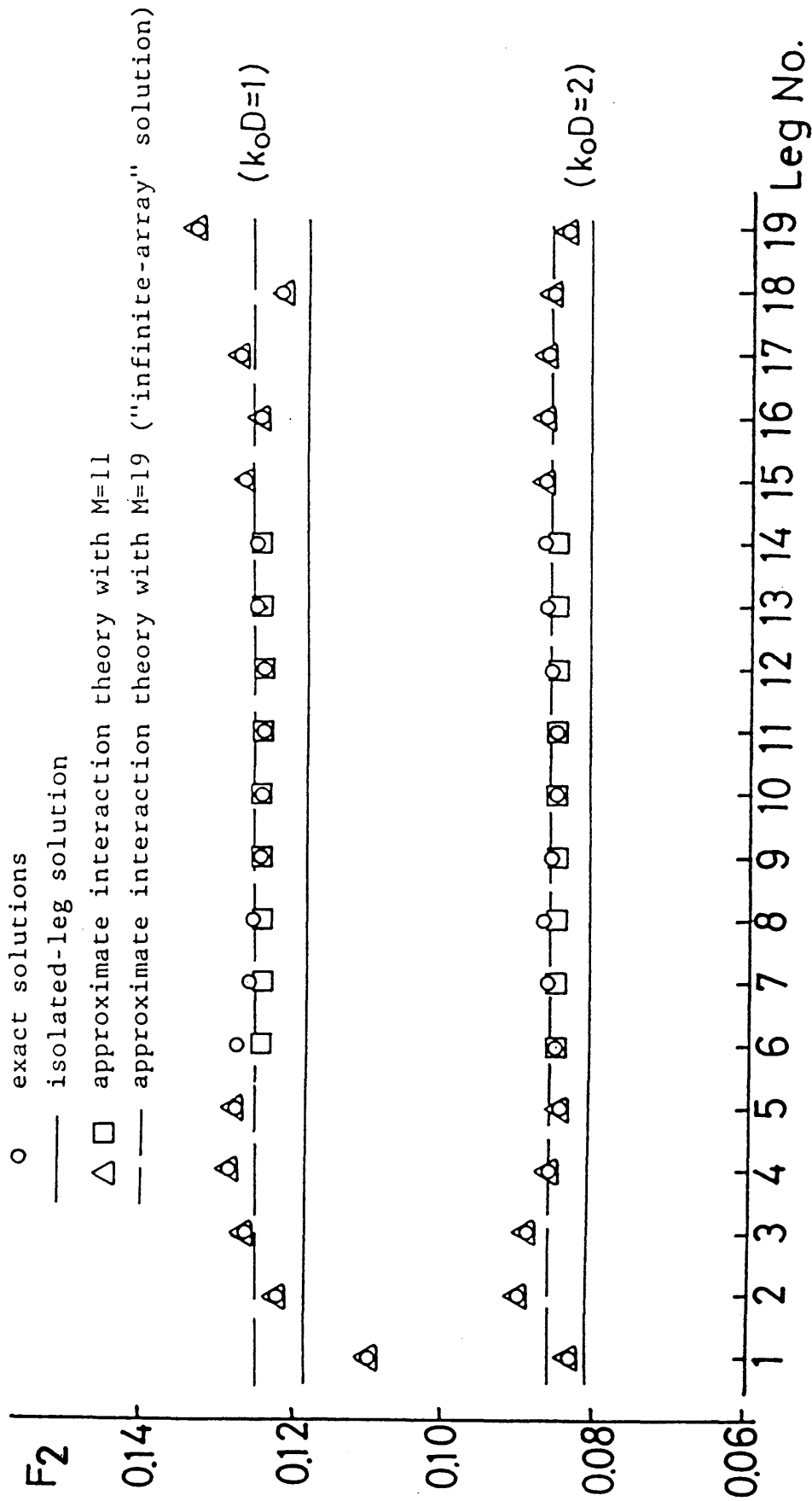


Fig.4.10 Results (F_2) for the array of 19 bottom-seated legs ($\theta_I=45^\circ$).

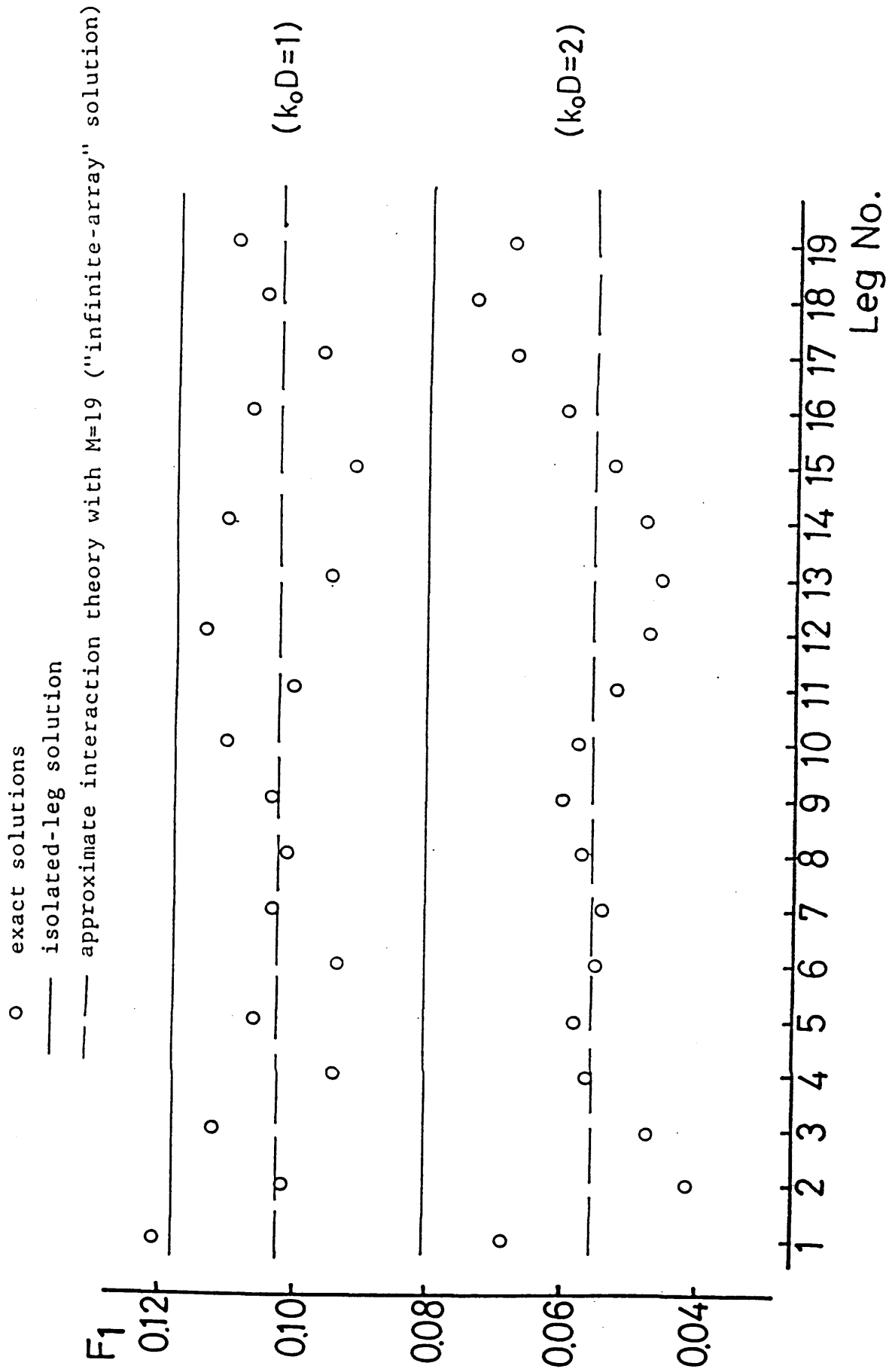


Fig.4.11 Results (F₁) for the array of 19 bottom-seated legs (θ_I=45°).

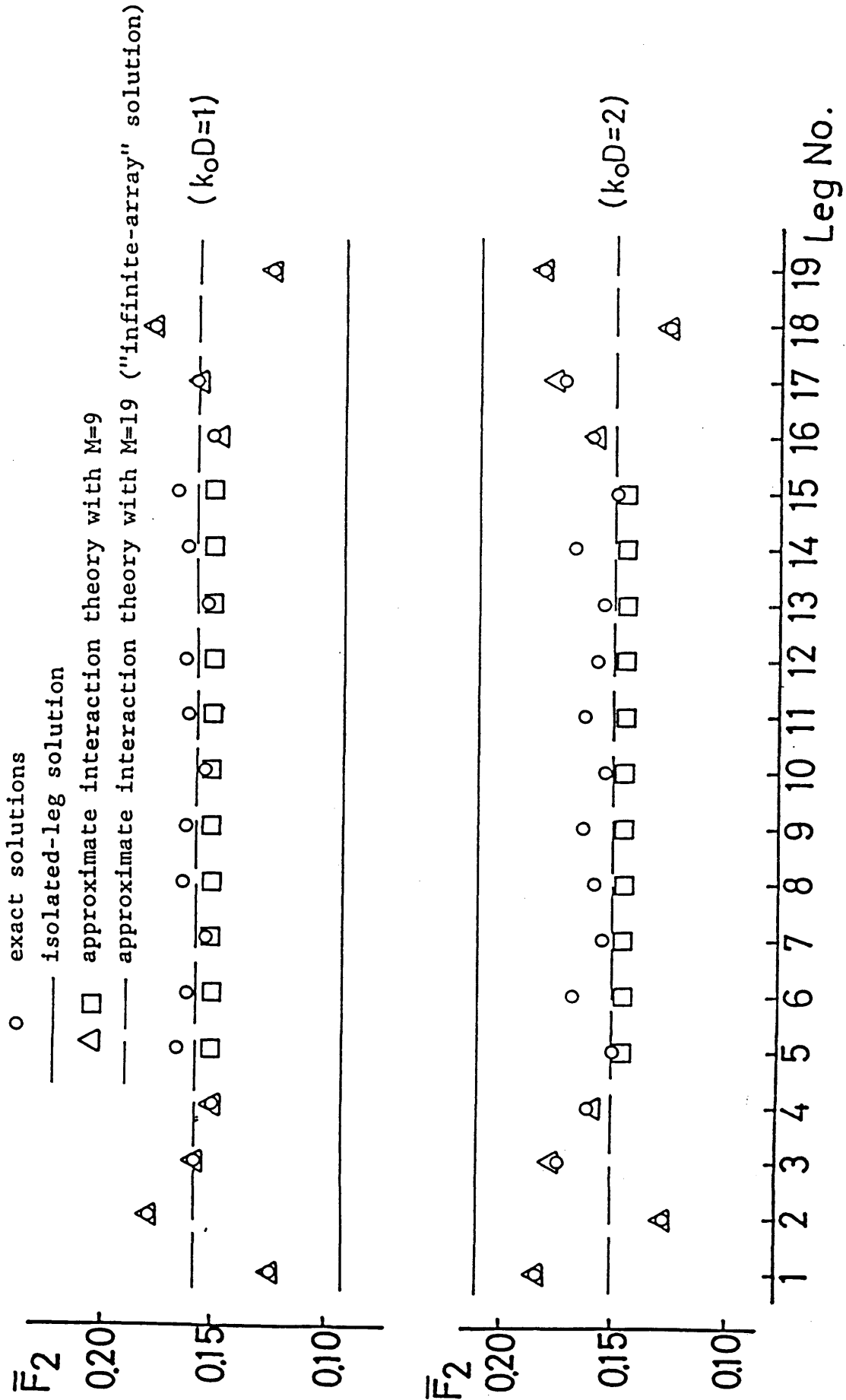


Fig.4.12 Results (\bar{F}_2) for the array of 19 bottom-seated legs ($\theta_I=90^\circ$).

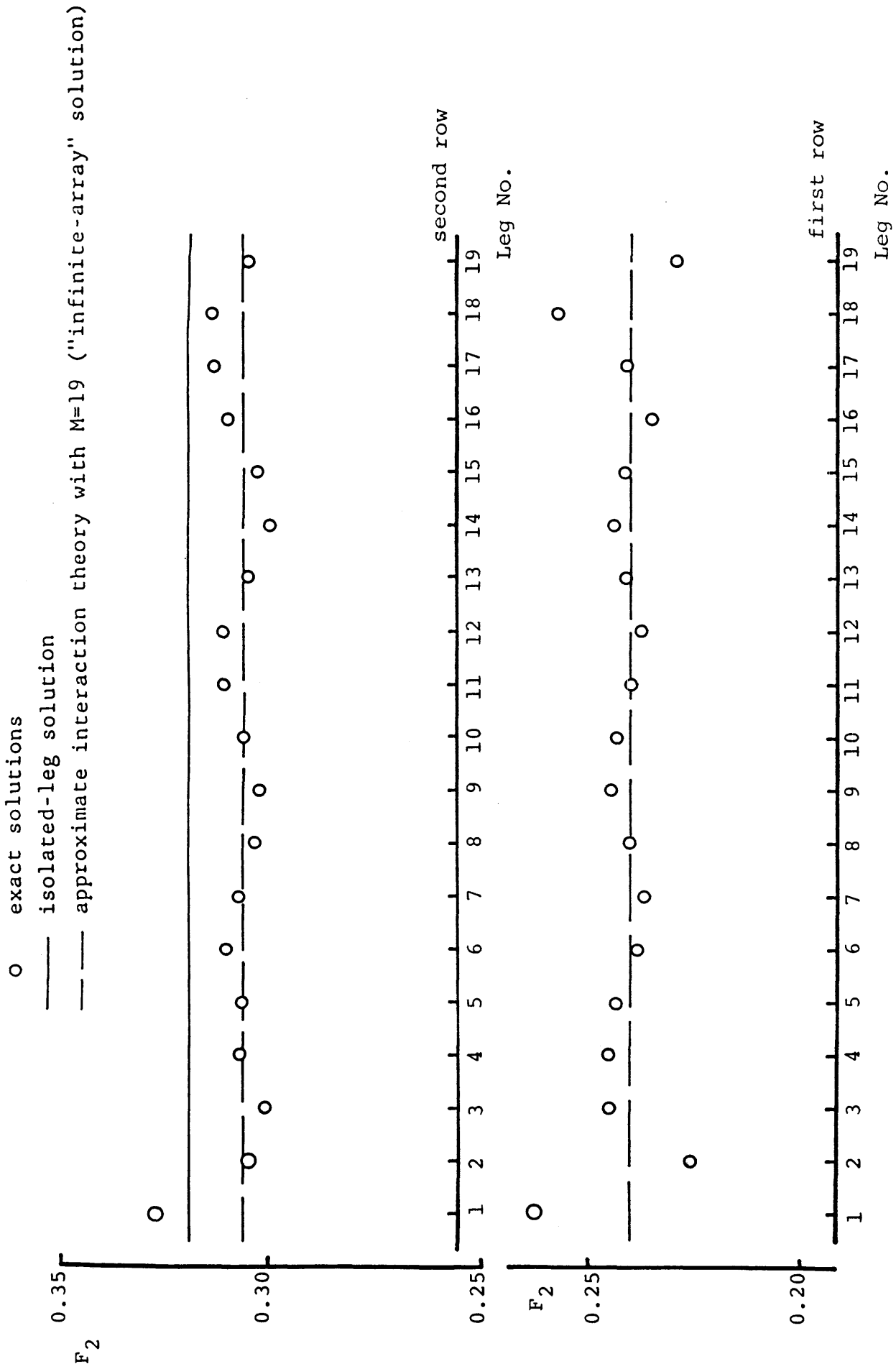


Fig.4.13(1) Results (F_2) for the array of 2 rows of floating bodies. ($\theta_I=75^\circ, k_D=1.0$)
 ($H/D=2, h/D=10, L/D=2$).

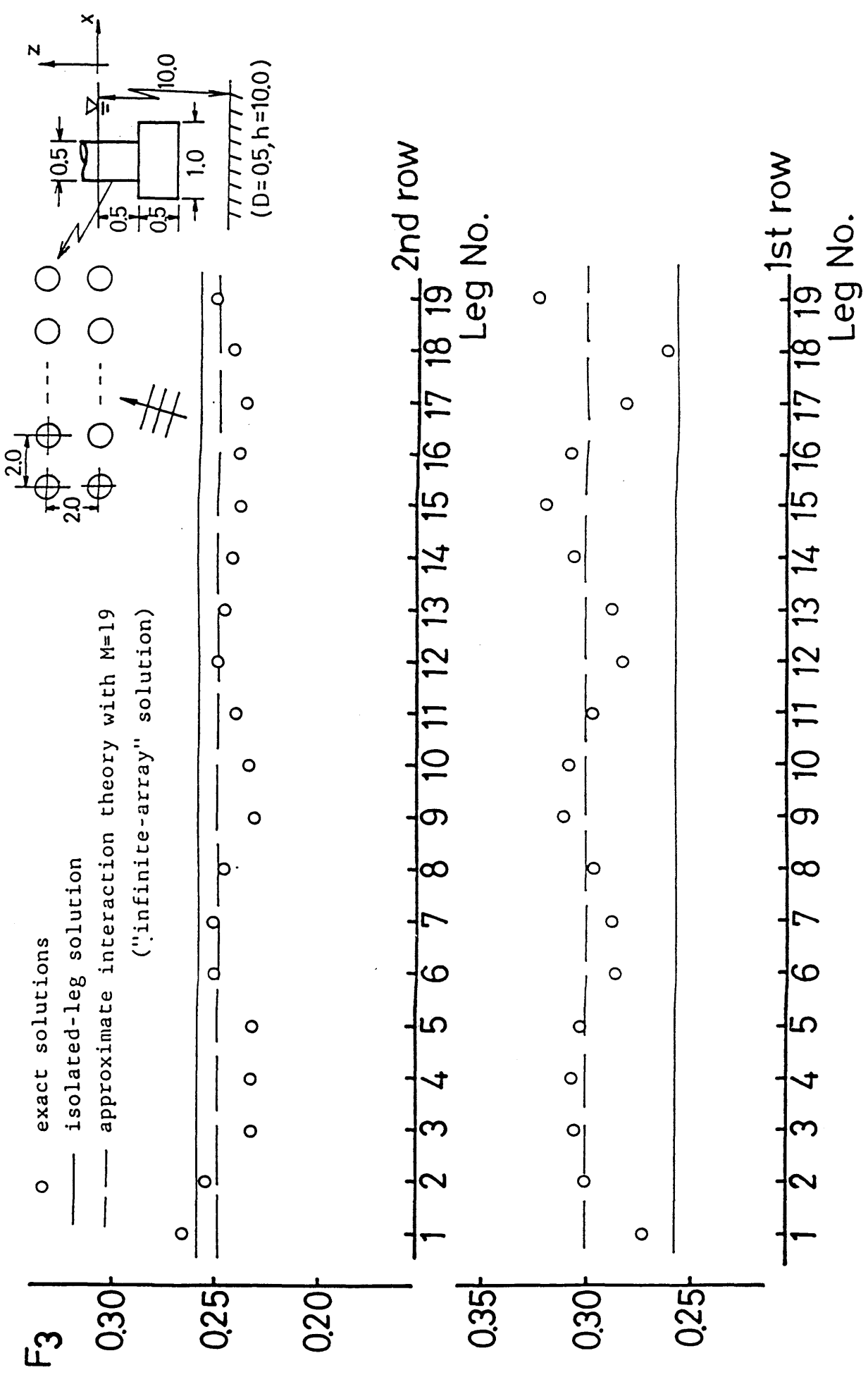


Fig. 4.13(2) Results (F_3) for the array of 2 rows of floating legs ($\theta_I=75^\circ, k_O D=1.0$).

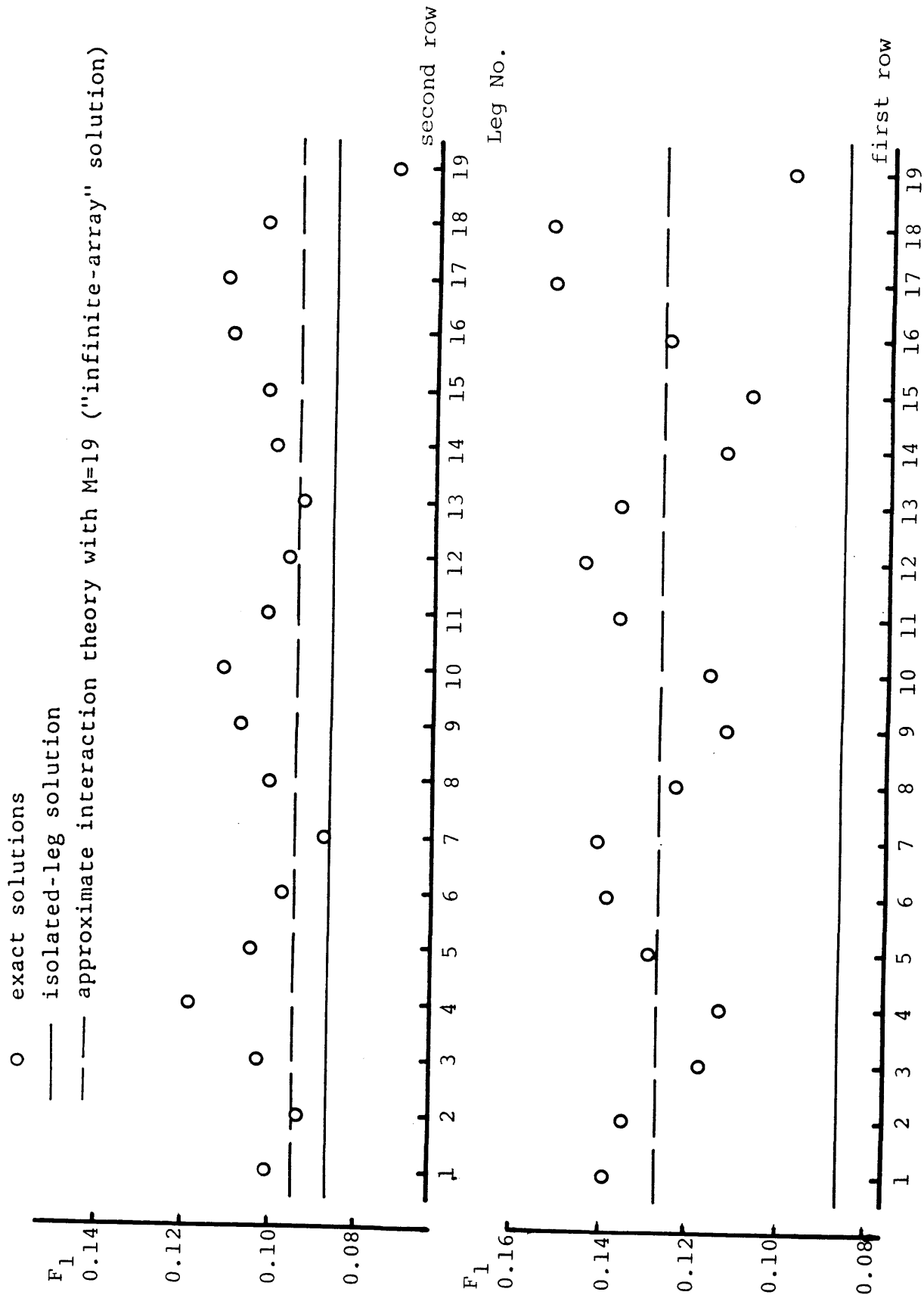


Fig. 4.13. (3) Results (F_1) for the array of 2 rows of floating legs. ($\theta_I=75^\circ; k_D=1.0$)

O exact solutions
 — isolated-leg solution
 - - - approximate interaction theory with M=19 ("infinite-array" solution)

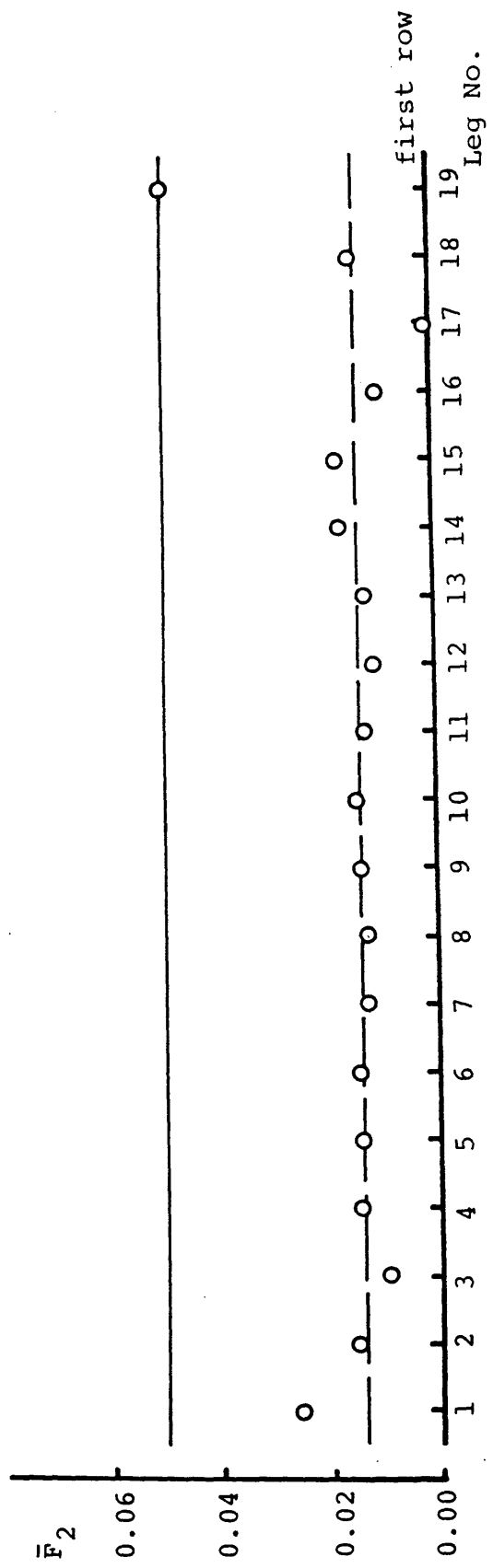
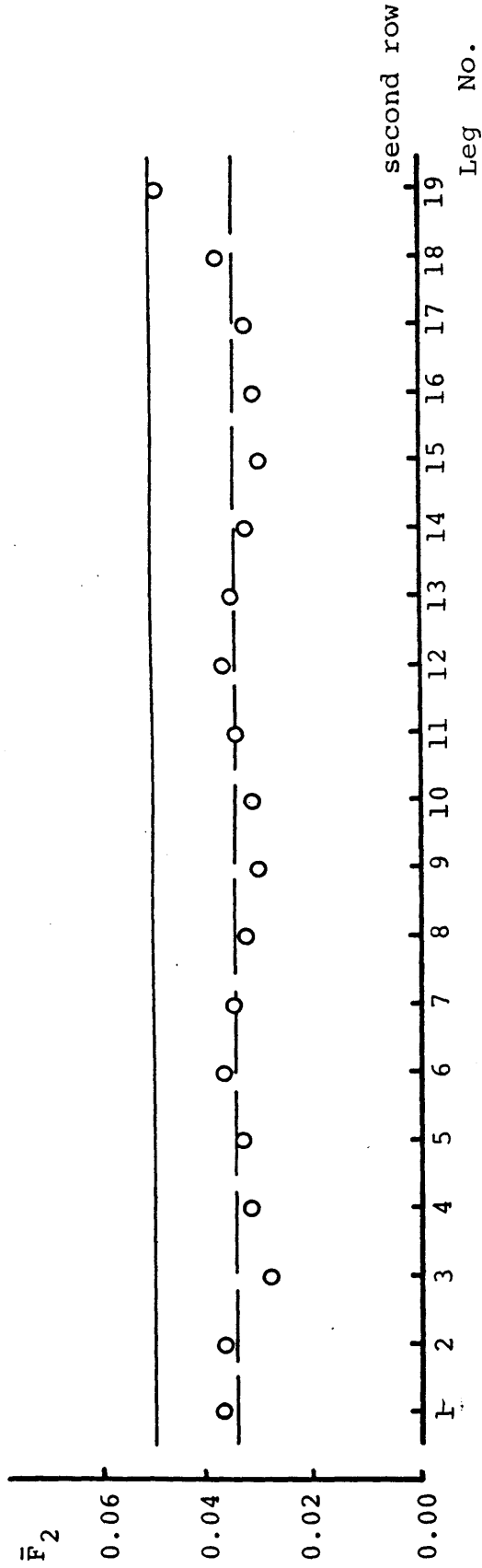


Fig.4.14(1) Results (\bar{F}_2) for the array of 2 rows of floating legs. ($\theta_1=75^\circ, k_0, D=1.0$)

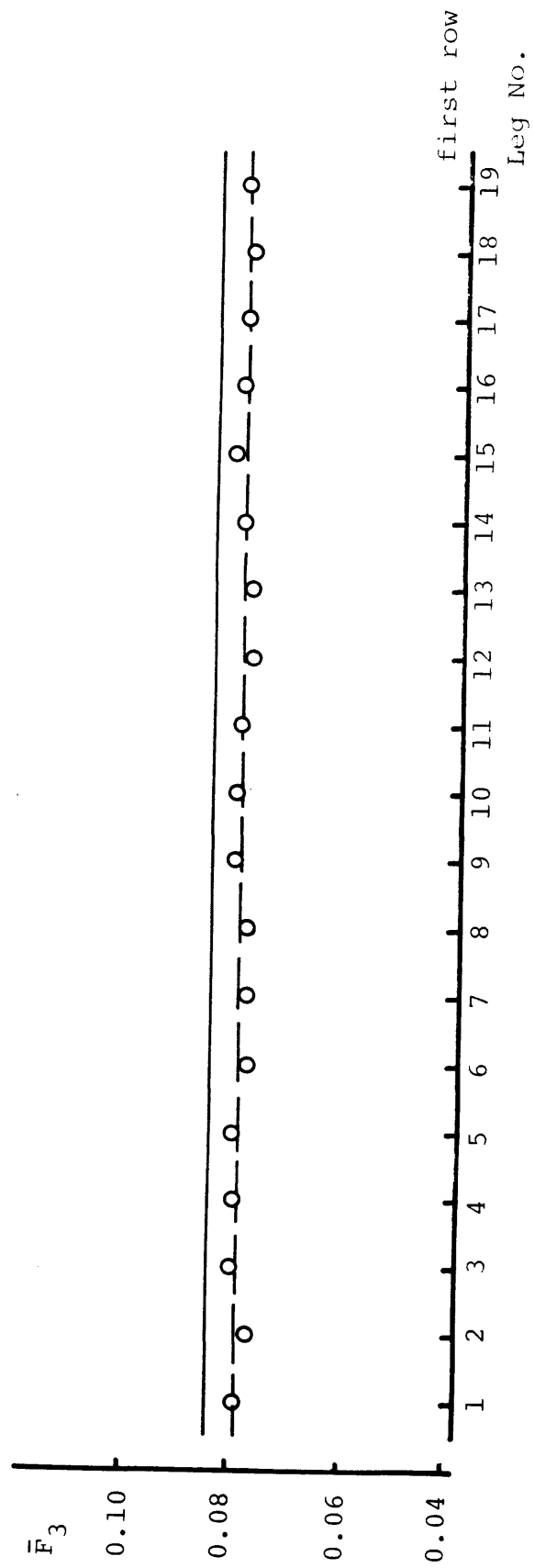
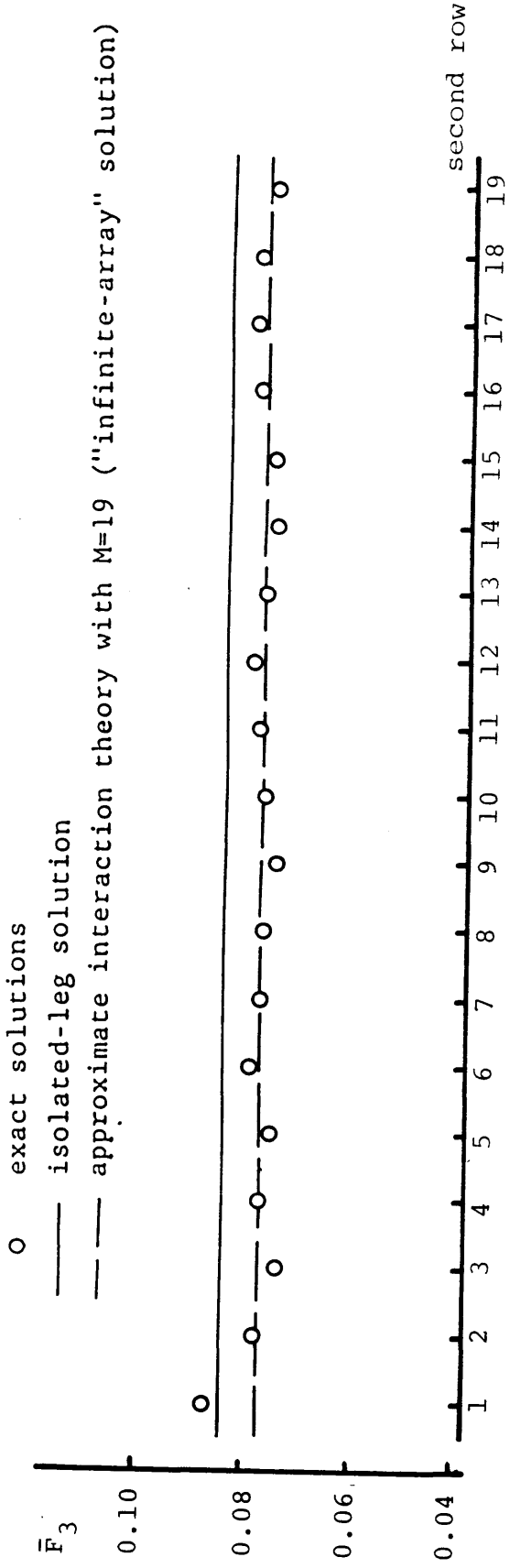


Fig.4.14(2) Results (\bar{F}_3) for the array of 2 rows of floating legs. ($\theta_I=75^\circ, k_O D=1.0$)

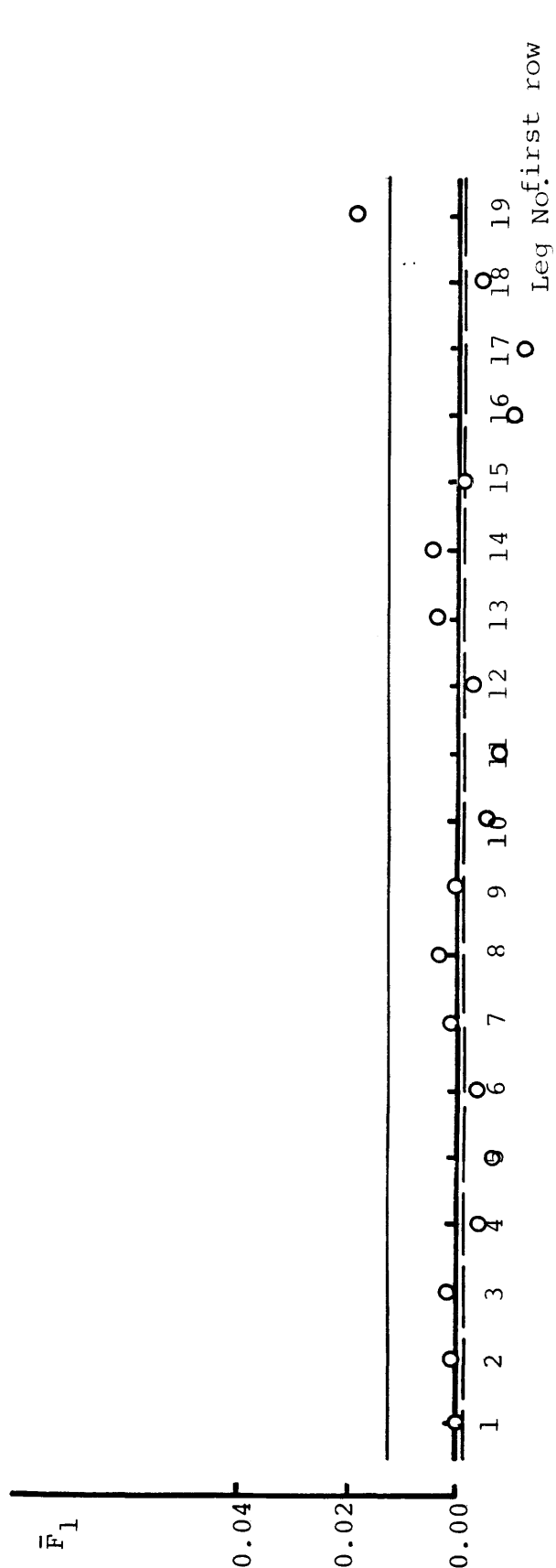
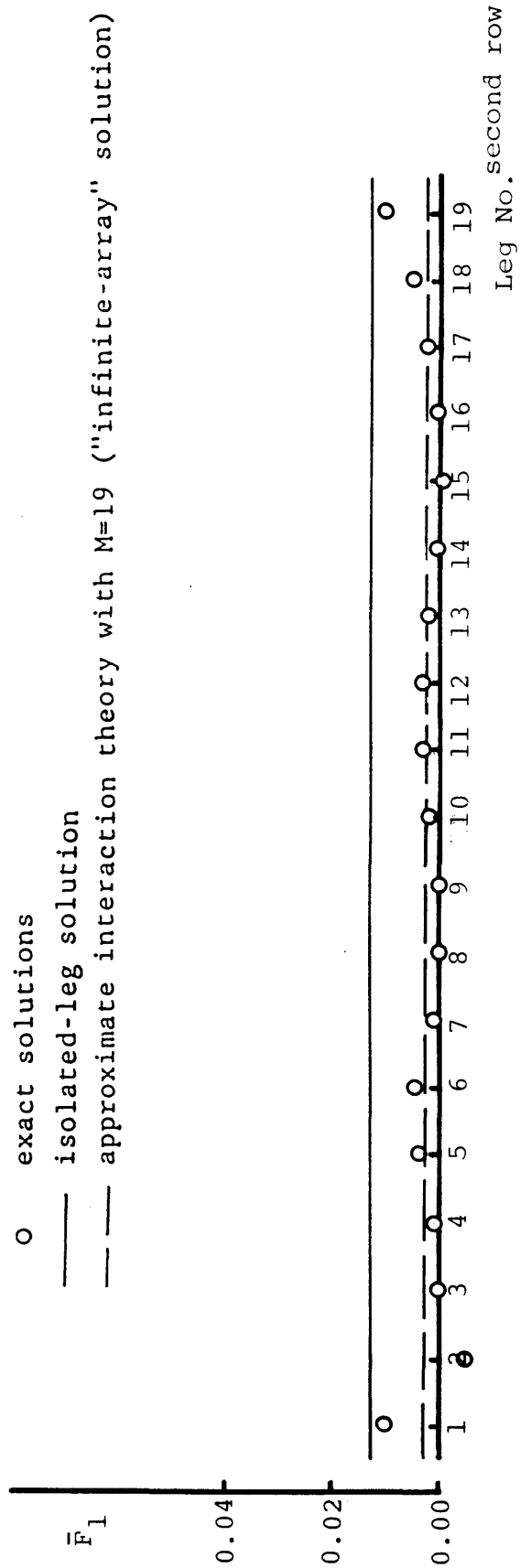


Fig.4.14(3) Results (\bar{F}_1) for the array of 2 rows of floating legs. ($\theta_I=75^\circ, k_O D=1.0$)

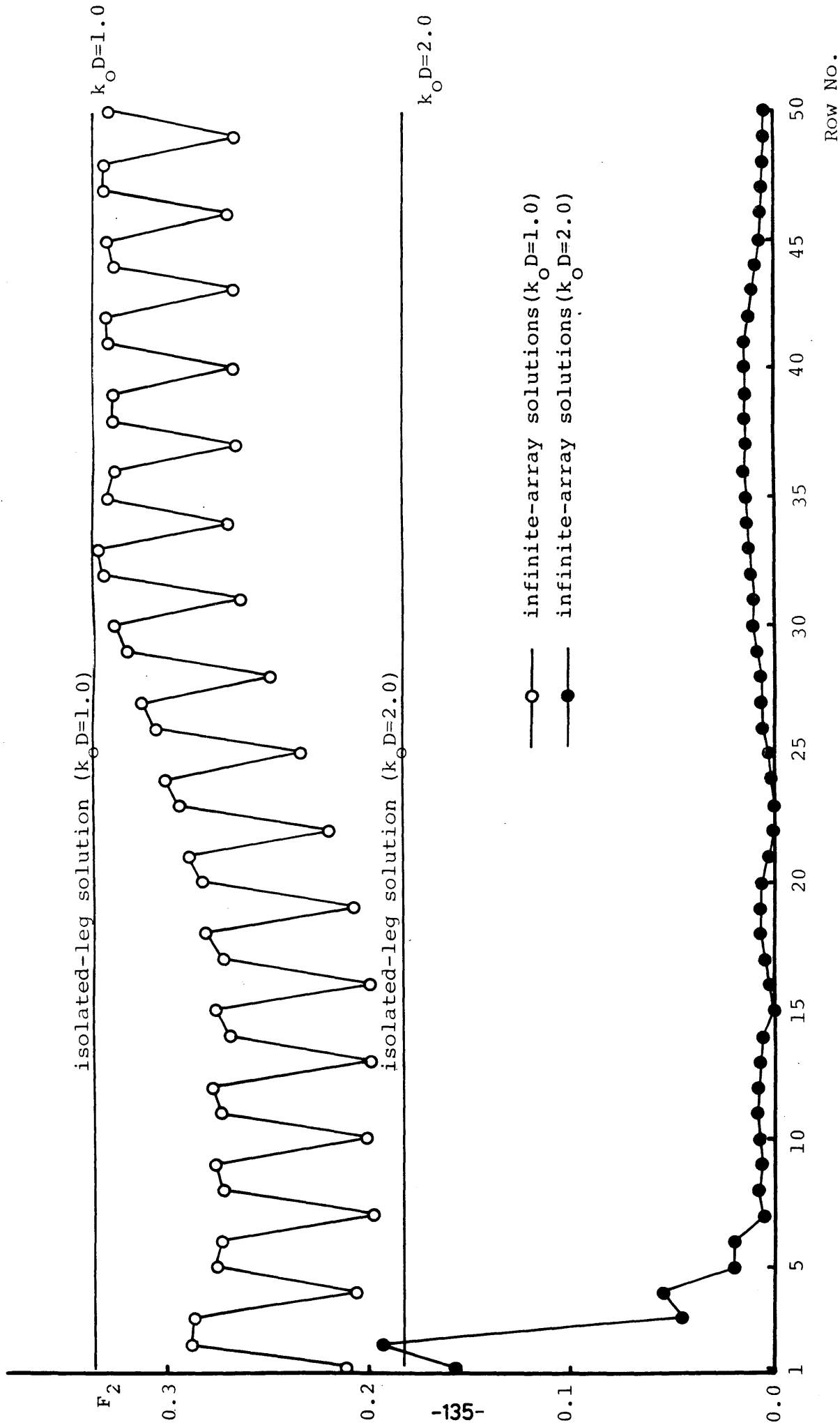


Fig.4.15(1) Wave exciting forces (F₂) on the array of 50 rows of floating legs. ($\theta_I=90^\circ$)

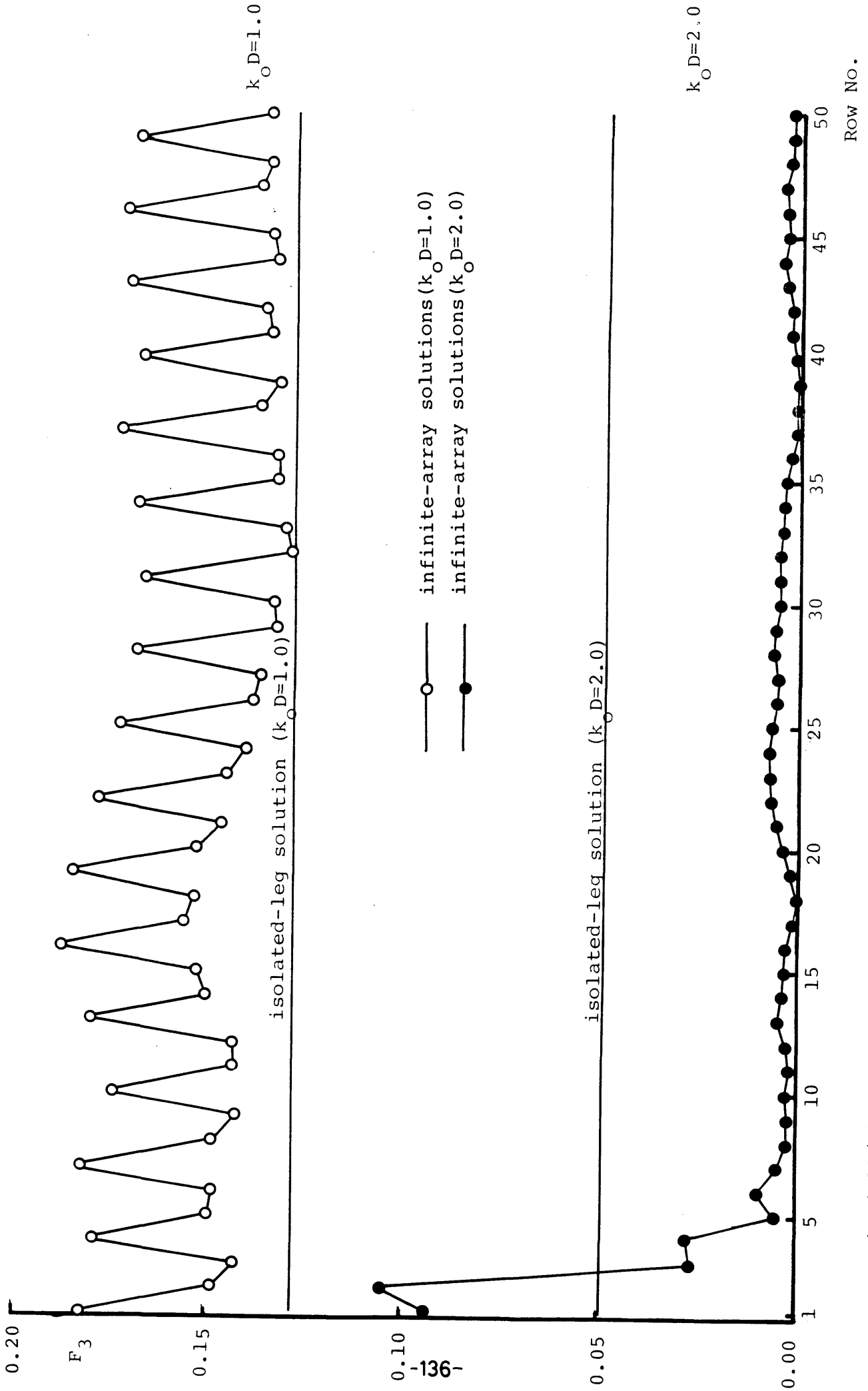


Fig. 4.15(2) Wave exciting forces (F_3) on the array of 50 rows of floating legs. ($\theta_I = 90^\circ$)

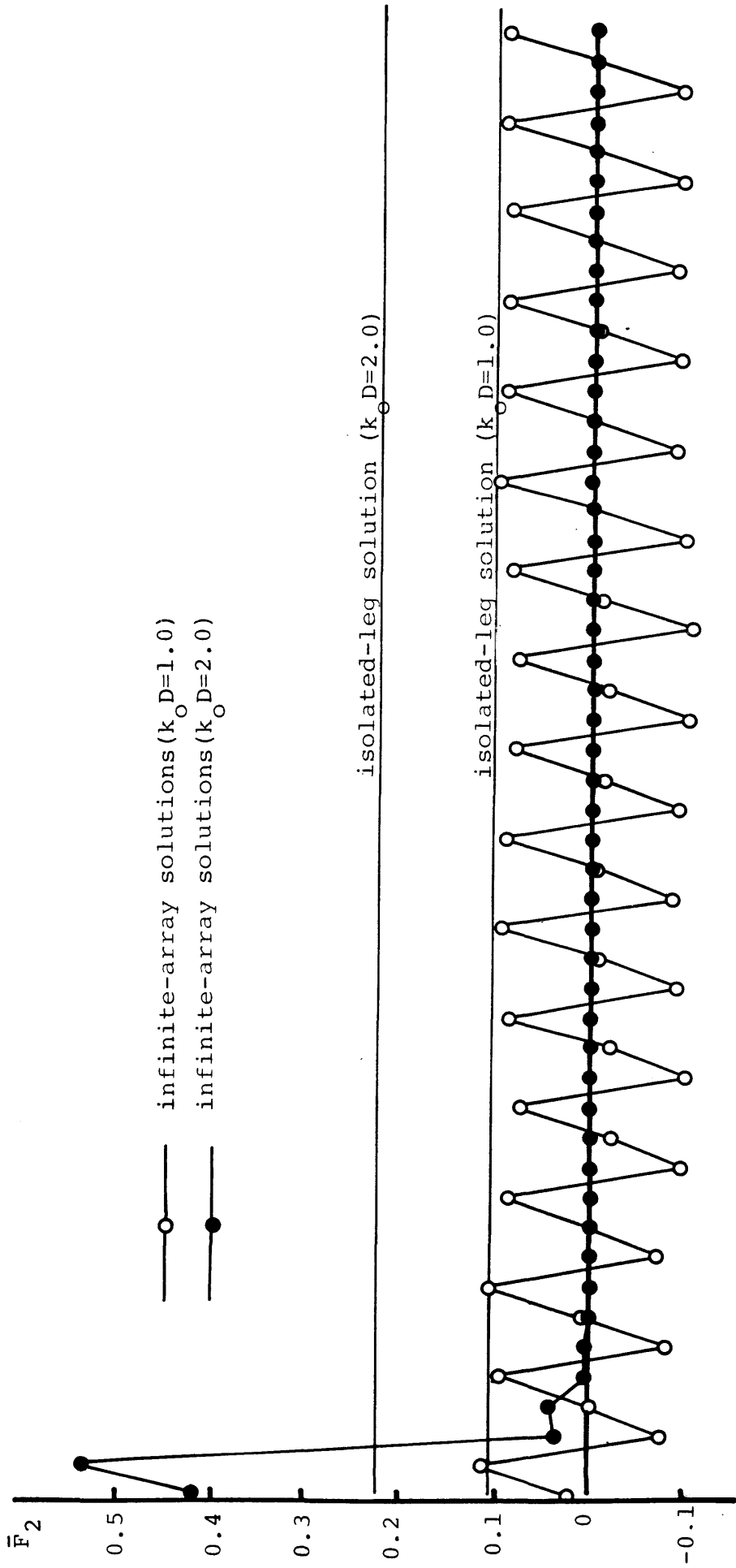


Fig.4.16(1) Results (\bar{F}_2) for the array of 50 rows of floating legs. ($\theta_I=90^\circ$)

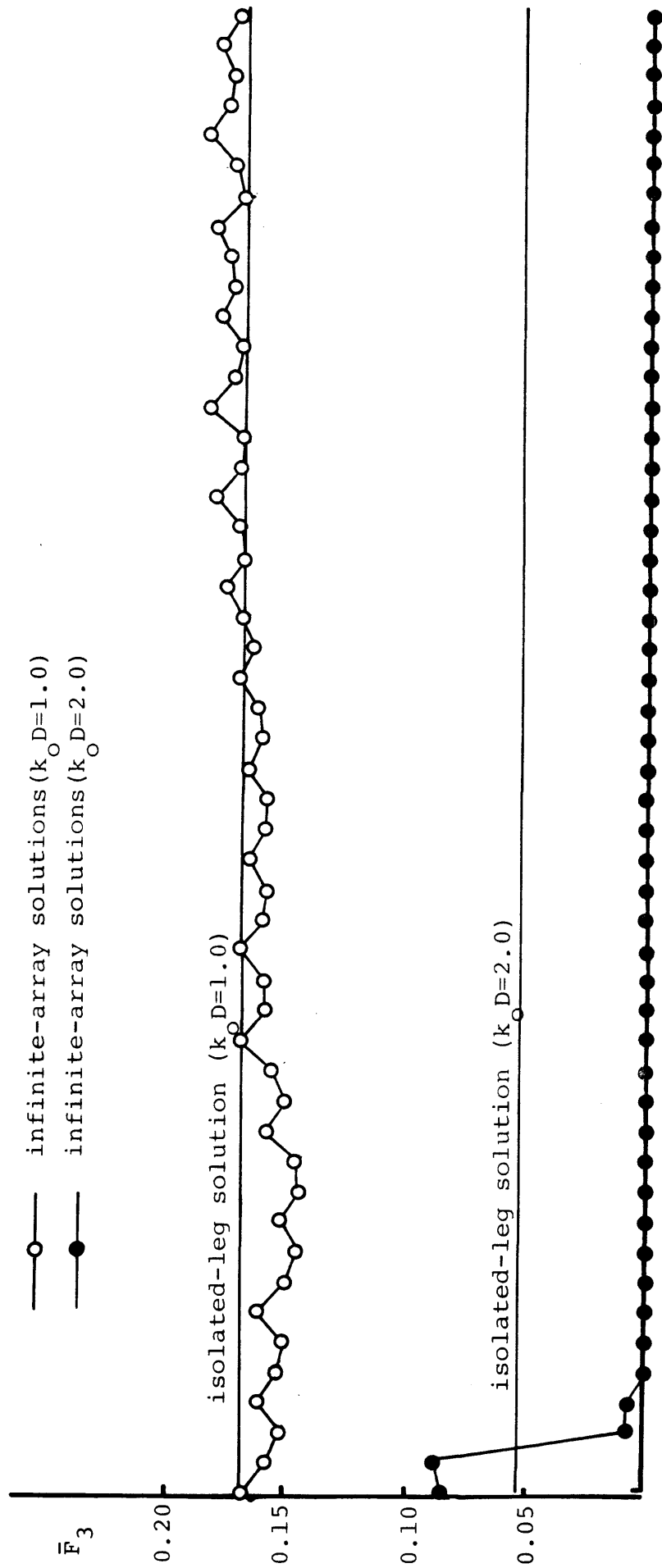


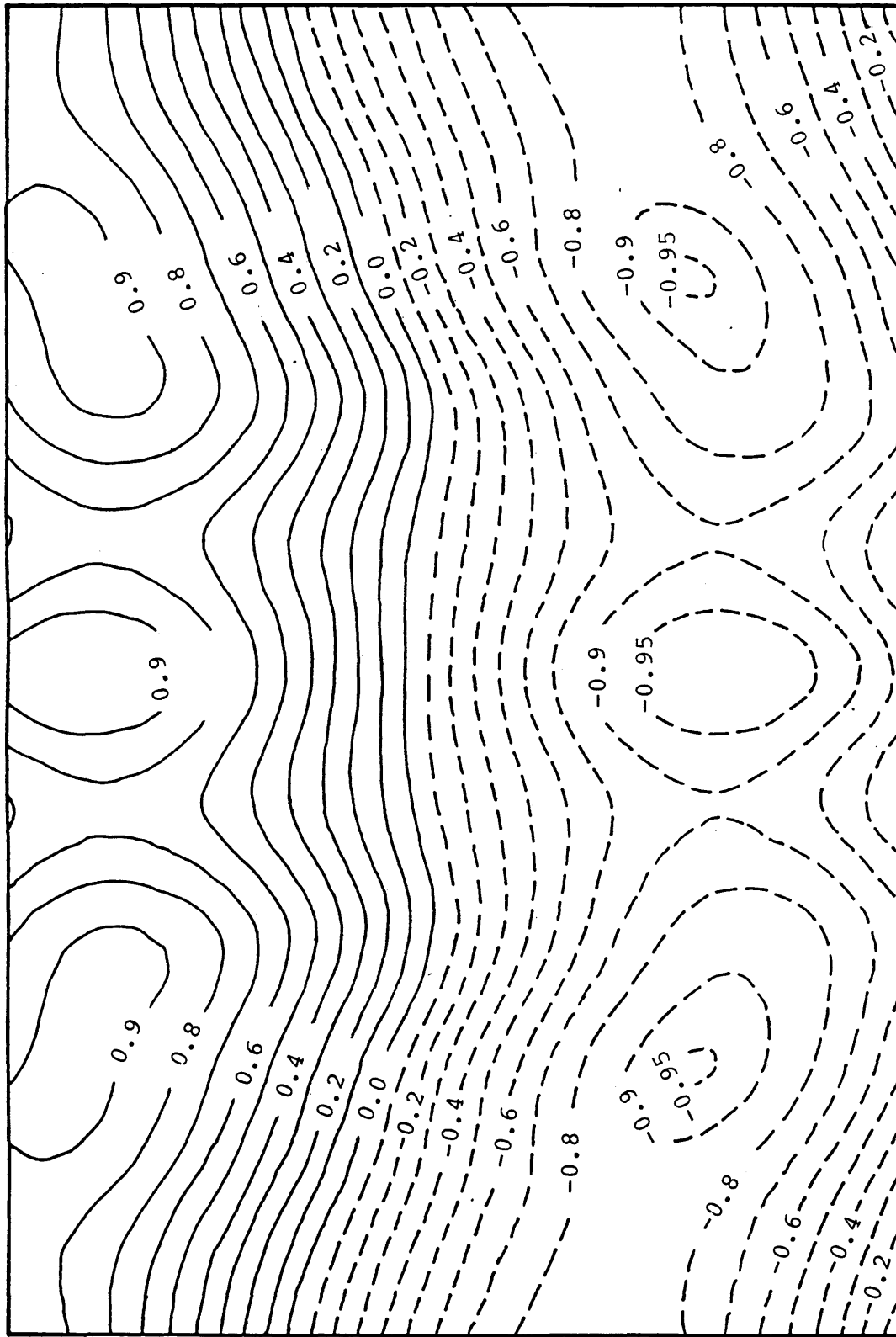
Fig.4.16(2) Steady vertical wave forces (\bar{F}_3) for the array of 50 rows of floating legs. ($\theta_I=90^\circ$)

Table 4.1 The total drift forces (normalized by N) acting on an array of 50 rows of floating legs.

	k_{0D}	with interaction	without interaction
\bar{F}_2	1.0	0.0000	0.1033
	2.0	0.0208	0.2215
\bar{F}_3	1.0	0.1634	0.1674
	2.0	0.0040	0.0536

(-12.5, 3.5)

(12.5, 3.5)



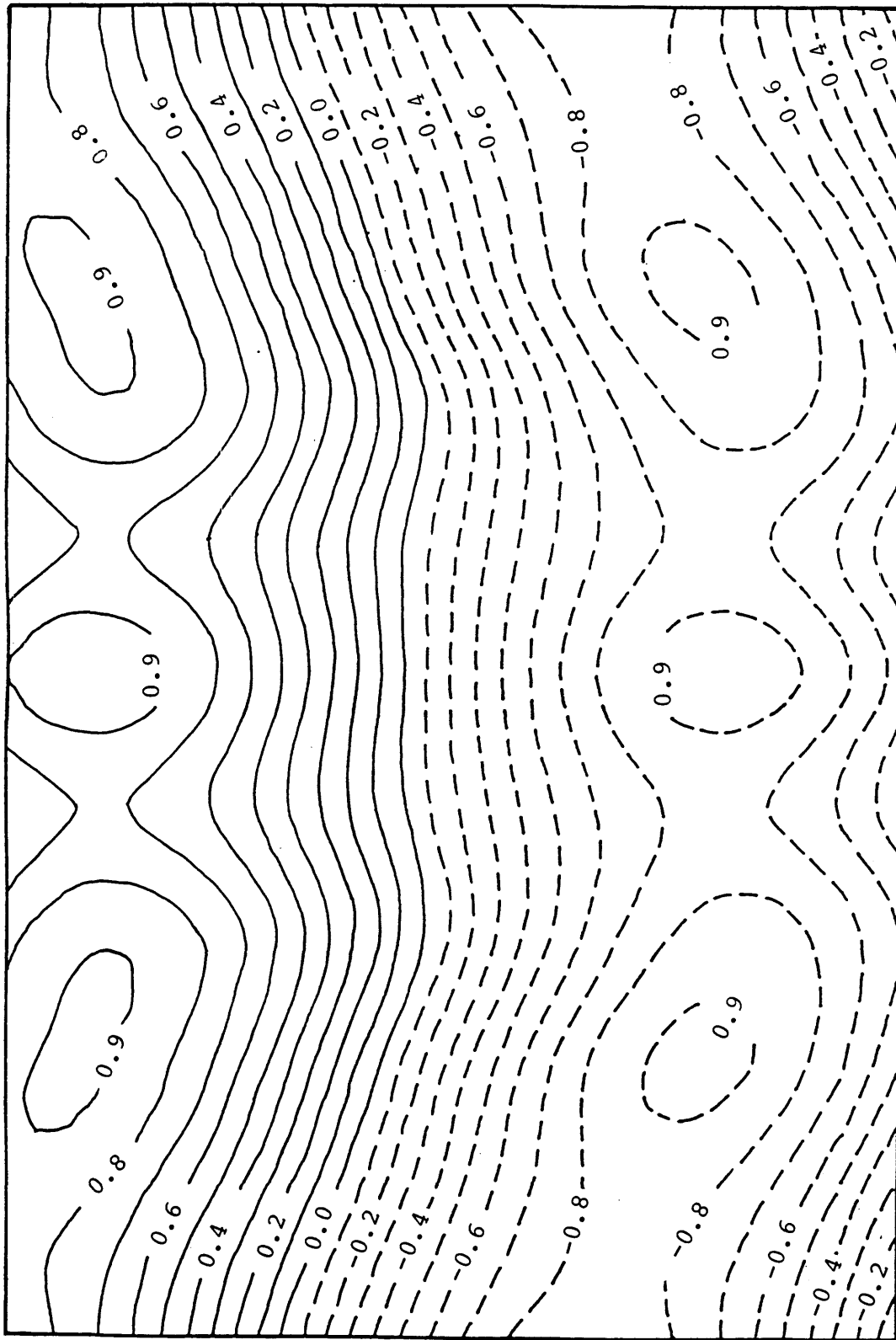
(-12.5, 1.25)

(12.5, 1.25)

Fig.4.17(1) Transmitted wave height contours due to the array of 2 rows of bottom-seated vertical legs. (exact solution)

(12.5, 3.5)

(-12.5, 3.5)



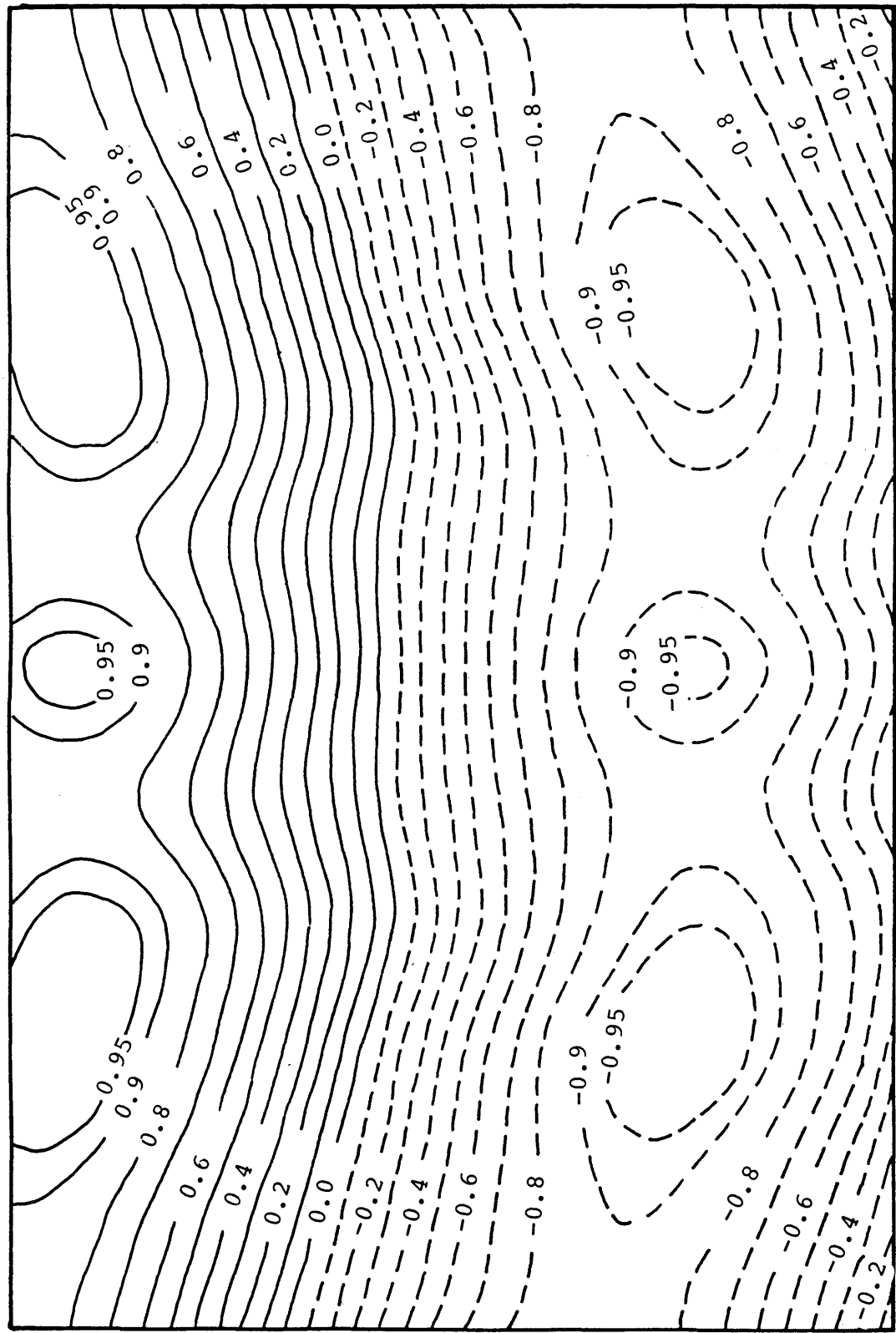
(-12.5, 1.25)

(12.5, 1.25)

Fig. 4.17(2) Transmitted wave height contours due to the array of 2 rows of 2 rows of bottom-seated vertical legs. (infinite array solution)

(12.5, 3.5)

(-12.5, 3.5)



(12.5, 1.25)

(-12.5, 1.25)

Fig.4.17(3) Transmitted wave height contours due to the array of 2 rows of bottom-seated vertical legs. (0-th order approximation)

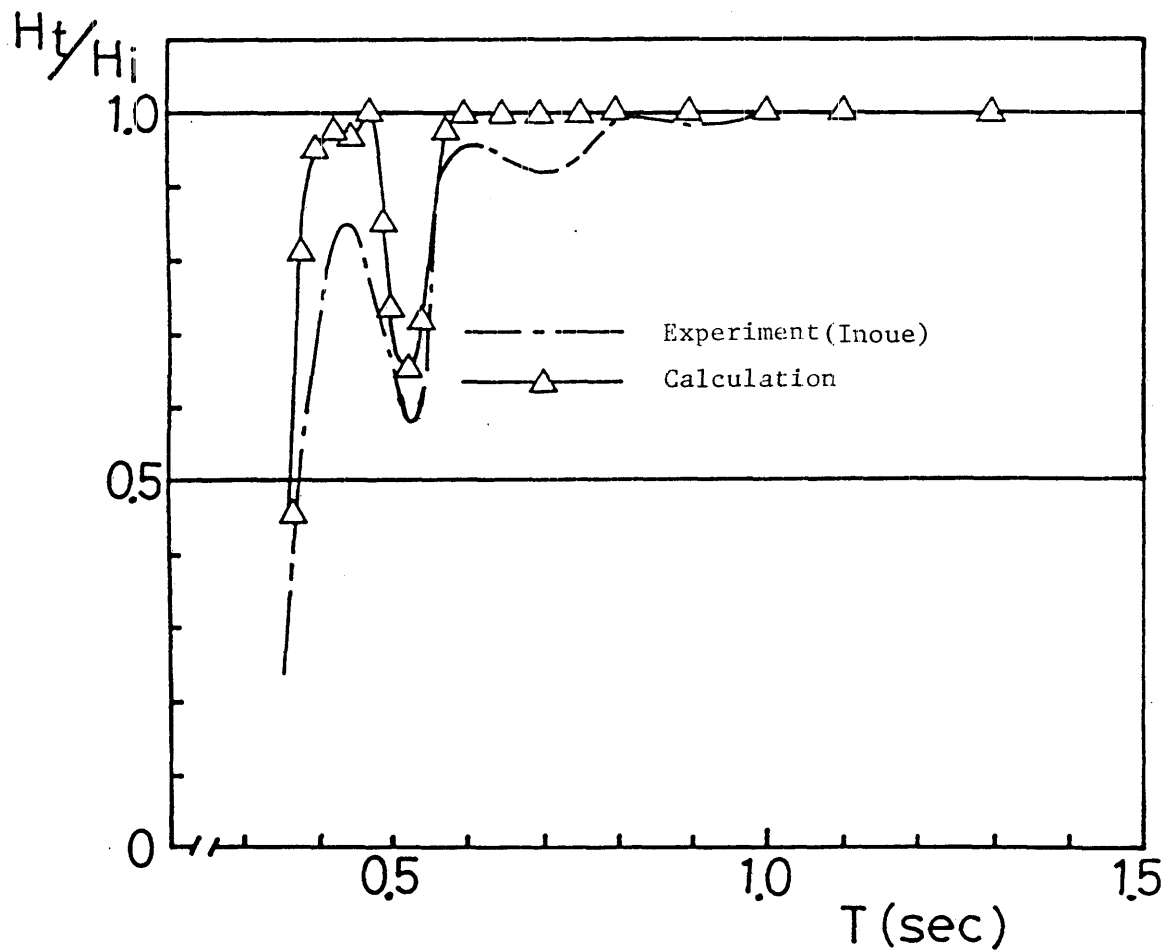
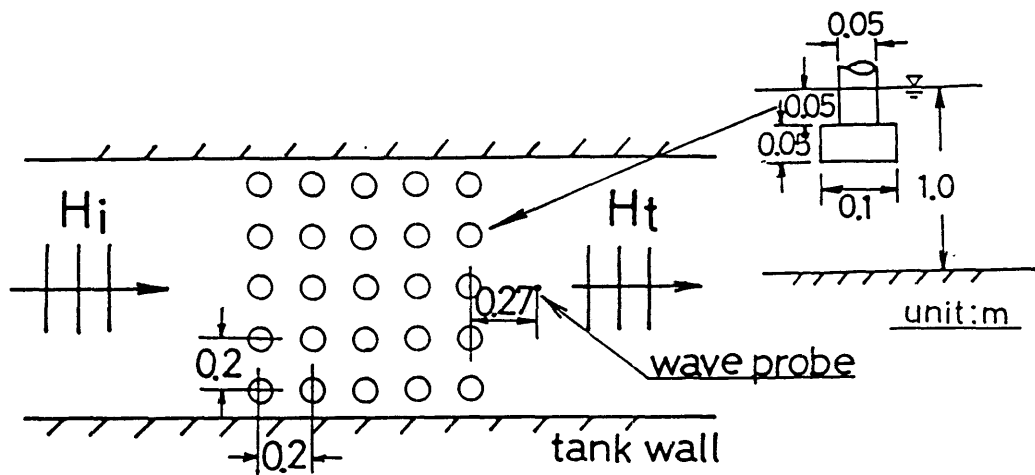


Fig.4.18 Comparisons with experimental data on transmitted-wave height behind the array of 5 rows of floating legs. ($L/D=4, \theta_I=90^\circ$)

第5章 相互干渉の近似簡易計算法

5.1 Diffraction 問題

第2章で述べた方法にて複数浮体の流体力学的相互干渉を（線型理論の範囲内で）厳密に推定することができる。本章では、2個の浮体間の相互干渉問題をとりあげ、相互干渉をも考慮した解を近似的にはあるが解析的に求める方法を示し、更に得られた解析解を用いて相互干渉効果に対する物理的考察を行なう。

問題を簡単にし、解析解を求めることを可能とするために以下の仮定を設ける。

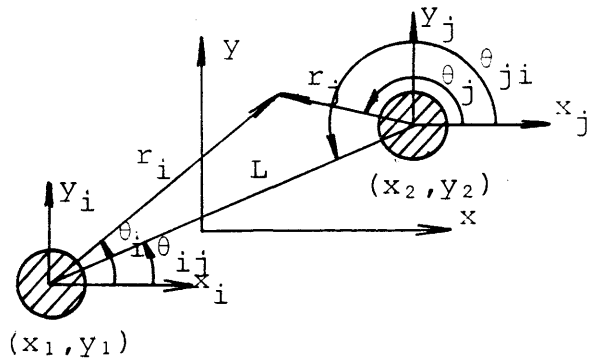


Fig.5.1

仮定

- (1) 物体は軸対称で、各物体の形状は同一とする。
- (2) 物体 i , j の相互干渉を考えると、物体 i による入射波の散乱波、あるいは、物体 i の動揺による放射波は物体 j によって再び散乱され、その一部は物体 i に対する付加的な入射波となるが、この物体 i に対する付加的な入射波は無視する。同様に、物体 j による入射波の散乱波あるいは物体 j の動揺による放射波が物体 i によって散乱されるが、この散乱波の物体 j に対する影響は考えない。いいかえれば、一度物体によって散乱された散乱波、放射波の他の物体への影響は考えない。
- (3) 局部波 (local wave) による相互干渉効果は考えない。
- (4) 各物体への入射波、あるいは各物体による散乱波は各々一般に

$$\begin{aligned} \text{入射波} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n J_n(k_0 r) e^{in\theta} \\ \text{散乱波} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_n H_n(k_0 r) e^{in\theta} \end{aligned} \quad (5.1)$$

の形にかけるが、 n に関する総和のうち $n=0, \pm 1$ のみを考慮する。

- (5) $k_0 L \gg 1$ (L : 物体間の距離) で

$$H_n(k_0 L) \sim \frac{2}{\pi k_0 L} e^{i(k_0 L - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}n)} \quad (5.2)$$

なる漸近展開式が十分なる精度で成り立つ。

(2) の仮定は各物体による散乱波が入射波に比して小さいとする low scattering approximation であり Kyllingstad [15] によっても用いられている。また (4) の仮定は、Simon [13] の plane wave approximation ($n=0$ のみ) に修正項 ($n=\pm 1$) を付加した McIver, Evans

[14]の方法に対応するものである。(5)の仮定は進行波の波長に比して物体間の距離が大きいとするwide space approximationである。 $k_0 L \gg 1$ なる仮定は必ずしも局部波の相互干渉に対する影響が無視できる(仮定(3))ことを意味せず、 $k_m h(L-a)/h \gg 1$ (k_m :局部波の波数、 h :水深、 L :物体間の距離、 a :物体の半径)の時に仮定(3)が成立する[25]。仮定(1)~(5)のもとで問題を考えると、扱える問題が限定されるが、後に厳密解と比較して示すように仮定(1)~(5)のもとで得られた解でも十分なる精度を有している場合も多く、相互干渉についての物理的考察を行なうことがある程度まで可能であろう。また、相互干渉影響に対する陽な解を得ることで相互干渉を利用した波力、透過波の制御などに対する考察が可能となる。

Fig. 5.1に示すように距離 L だけ離れた位置に固定された物体 i , j に入射する周期 $2\pi/\omega$ の平面波を考える。

平面入射波を表わす速度ポテンシャル($\phi_I e^{-i\omega t}$)は

$$\begin{aligned} \phi_I &= e^{-i\omega t} \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n J_n(k_0 r_i) e^{in(\theta_i - \theta_I)} e^{i\epsilon_i} \\ &= e^{-i\omega t} \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n J_n(k_0 r_j) e^{in(\theta_j - \theta_I)} e^{i\epsilon_j} \\ \left\{ \begin{array}{l} b_n = -\frac{ig\zeta_a}{\omega} i^n \\ \epsilon_i = k_0(x_1 \cos\theta_I + y_1 \sin\theta_I) \\ \epsilon_j = k_0(x_2 \cos\theta_I + y_2 \sin\theta_I) \end{array} \right. \quad (5.3) \end{aligned}$$

と書ける。

物体 i が平面入射波 ϕ_I 中に単独で存在する場合の物体 i まわりの流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_s^i が次のように求められているとする((A.2.8), (A.2.9))。

$$\begin{aligned} \phi_s^i &= \sum_{n=-N}^N \phi_{on} b_n e^{in(\theta_i - \theta_I)} e^{i\epsilon_i} \\ &\quad \text{(物体 } i \text{ 近傍)} \\ &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N b_n e^{i\epsilon_i} J_n(k_0 r_i) e^{in(\theta_i - \theta_I)} \\ &\quad + \left\{ \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \alpha_{on} b_n H_n(k_0 r_i) e^{in(\theta_i - \theta_I)} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\ell=1}^M \cos k_\ell(z_i+h) \sum_{n=-N}^N \alpha_{\ell n} b_n K_n(k_\ell r_i) e^{in(\theta_i - \theta_I)} \right\} e^{i\epsilon_i} \quad (5.4) \\ &\quad \text{(物体 } i \text{ より遠方)} \end{aligned}$$

Bessel関数の加法定理より、 ϕ_s^i は物体jの近傍 $r_j \leq L$ で

$$\begin{aligned} \phi_s^i \sim & \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N b_n e^{i\epsilon_j} J_n(k_o r_j) e^{in(\theta_j - \theta_I)} \\ & + \left\{ \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \left[\sum_{m=-N}^N \alpha_{om} b_m e^{i\theta_{ij}^{(m-n)}} H_{m-n}(k_o L) e^{-im\theta_I} \right] J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \right. \\ & + \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_j+h) \sum_{n=-N}^N \left[\sum_{m=-N}^N \alpha_{\ell m} b_m e^{i\theta_{ij}^{(m-n)}} K_{m-n}(k_\ell L) (-1)^n e^{-im\theta_I} \right] \\ & \left. \times I_n(k_\ell L) e^{in\theta_j} \right\} e^{i\epsilon_i} \end{aligned} \quad (5.5)$$

と書ける。

ここで、仮定(3)により(5.5)式第3項を省略し、さらに仮定(4)を用いると(5.5)式は

$$\phi_s^i \sim \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-1}^1 w_n J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \quad (5.6)$$

$$w_n = b_n e^{-i(n\theta_I - \epsilon_j)} + \sum_{m=-1}^1 \alpha_{om} b_m e^{i\theta_{ij}^{(m-n)}} H_{m-n}(k_o L) e^{-im\theta_I} e^{i\epsilon_i} \quad (5.7)$$

と近似できる。

同様にして、物体jに対する入射波を表わす速度ポテンシャル ϕ_s^j は物体i近傍 $r_i \leq L$ で次のように近似できる。

$$\phi_s^j \sim \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-1}^1 v_n J_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \quad (5.8)$$

$$v_n = b_n e^{-i(n\theta_I - \epsilon_i)} + \sum_{m=-1}^1 \alpha_{om} b_m e^{i\theta_{ji}^{(m-n)}} H_{m-n}(k_o L) e^{-im\theta_I} e^{i\epsilon_j} \quad (5.9)$$

(5.4)式より、入射波が

$$\phi_I^i = \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n J_n(k_o r_i) e^{in(\theta_i - \theta_I)} e^{i\epsilon_i} \quad (5.10)$$

のとき、物体iまわりの流場を表わす速度ポテンシャルは

$$\phi_s^i = \sum_{n=-N}^N b_n \phi_{on} e^{in(\theta_i - \theta_I)} e^{i\epsilon_i} \quad (5.11)$$

で与えられるから、入射波を表わす速度ポテンシャルが(5.8)式にて与えられるとき物体iま

わりの流場を表わす速度ポテンシャルは

$$\phi_s^i = \sum_{n=-1}^1 v_n \phi_{on} e^{in\theta_i} \quad (5.12)$$

と直ちに求められる。同様にして、入射波を表わす速度ポテンシャルが(5.6)式にて与えられるとき物体jまわりの流場を表わす速度ポテンシャルは

$$\phi_s^j = \sum_{n=-1}^1 w_n \phi_{on} e^{in\theta_j} \quad (5.13)$$

今、軸対称体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルが

$$\phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varphi_n e^{in\theta} \quad (5.14)$$

と表わされるとき、物体に加わるsurge force f_1 は

$$\begin{aligned} f_1 &= -i\omega\rho \int_0^{2\pi} \int_s \phi r \cos\theta n_{2r} ds d\theta \\ &= -i\omega\rho\pi \int_s (\varphi_1 + \varphi_{-1}) r n_{2r} ds \end{aligned} \quad (5.15)$$

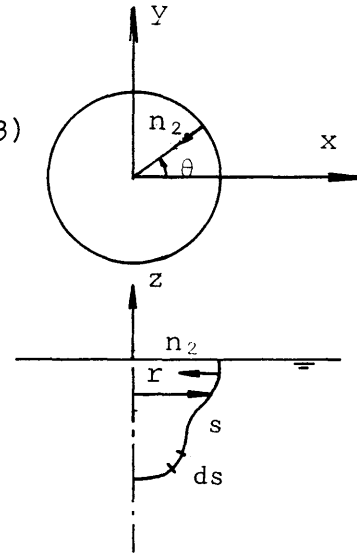


Fig.5.2

ここで、 n_{2r} はFig. 5.2 に示すように物体断面における法線ベクトルの r 方向余弦であり、 s は断面における物体境界にそって積分することを意味する。

従って、物体iまわりの流場を表わす速度ポテンシャルが(5.12)式で与えられるとき、物体iに働くsurge force F_1^i は

$$F_1^i = -i\omega\rho\pi \int_s (v_1\phi_{o1} + v_{-1}\phi_{o,-1}) r n_{2r} ds \quad (5.16)$$

となる。

v_n は(5.9)式にて表わされるが

$$b_{-n} = (-1)^n b_n, \quad H_{-n} = e^{in\pi} H_n \quad (5.17)$$

であり、さらに軸対称体の場合には

$$\alpha_{o,-n} = \alpha_{on}, \quad \phi_{o,-1} = -\phi_{o1} \quad (5.18)$$

であるから

$$F_1^i = -i\omega\rho\pi \int_s (v_1 - v_{-1}) \phi_{o1} r n_{2r} ds \quad (5.19)$$

となる。

物体 i が入射波中に単独で存在するとき、物体 i まわりの流場を表わす速度ポテンシャルは (5.4) 式で与えられるから、この場合物体 i に加わる surge force を F_1^i とかくと

$$F_1^i = -i\omega\pi \int_S 2b_1 \phi_{o1} \cos\theta_I \cdot e^{i\varepsilon} i r n_{2r} ds \quad (5.20)$$

となる。

結局、物体 i に加わる surge force F_1^i は相互干渉により F_1^i の $\frac{v_1 - v_{-1}}{2b_1 \cos\theta_I e^{i\varepsilon_i}}$ 倍となる。
(5.9) 式より

$$\begin{aligned} \frac{v_1 - v_{-1}}{2b_1 \cos\theta_I e^{i\varepsilon_i}} &= - \{ e^{i(\varepsilon_j - \varepsilon_i)} \alpha_{o1} \cos(2\theta_{ji} - \theta_I) H_2(k_o L) \} / \cos\theta_I \\ &\quad + i \{ e^{i(\varepsilon_j - \varepsilon_i)} \alpha_{oo} \cos\theta_{ji} H_1(k_o L) \} / \cos\theta_I \\ &\quad + \{ 1 + e^{i(\varepsilon_j - \varepsilon_i)} \alpha_{o1} H_o(k_o L) \} \end{aligned} \quad (5.21)$$

ここで仮定 (5) を用いると

$$\begin{aligned} \frac{v_1 - v_{-1}}{2b_1 \cos\theta_I e^{i\varepsilon_i}} &\sim 1 + e^{i(\varepsilon_j - \varepsilon_i)} \{ 2\alpha_{o1} \cos(\theta_{ji} - \theta_I) + \alpha_{oo} \} \\ &\quad \times \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \pi/4)} \frac{\cos\theta_{ji}}{\cos\theta_I} \\ &= 1 + A \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \pi/4 + \varepsilon_1 + \varepsilon_A)} \frac{\cos\theta_{ji}}{\cos\theta_I} \end{aligned} \quad (5.22)$$

ここで

$$\begin{aligned} A e^{i\varepsilon_A} &= \alpha_{oo} + 2\alpha_{o1} \cos(\theta_{ji} - \theta_I) \quad (A: \text{real}) \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_j - \varepsilon_i \end{aligned} \quad (5.23)$$

$\theta_I = 0$ (Fig. 5.3 参照) とすると

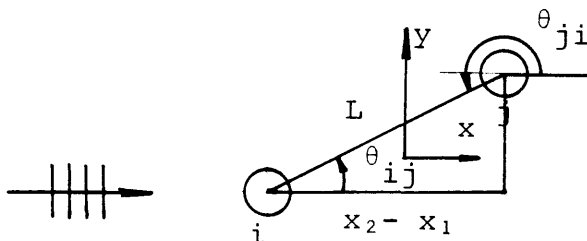


Fig. 5.3

$$\varepsilon_j - \varepsilon_i = k_o L \cos \theta_{ij} \quad (5.24)$$

だから

$$\frac{v_1 - v_{-1}}{2b_1 e^{i\varepsilon_i}} \sim 1 + A \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i\{k_o L(1+\cos \theta_{ij}) - \pi/4 + \varepsilon_A\}} \cdot \cos \theta_{ji}$$

$$\left| \frac{v_1 - v_{-1}}{2b_1 e^{i\varepsilon_i}} \right| \sim \sqrt{1 + A^2 \frac{2}{\pi k_o L} \cos^2 \theta_{ji} + 2A \sqrt{2/\pi k_o L} \cos \{k_o L(1+\cos \theta_{ij}) - \pi/4 + \varepsilon_A\} \cos \theta_{ji}}$$

(5.25)

結局 ($A \cos \theta_{ji} < 0$ として)

$$k_o L(1+\cos \theta_{ij}) - \pi/4 + \varepsilon_A = 2n\pi \quad \text{で} \quad \left| \frac{F_1}{F_1'} \right| \quad \text{は最小値} \quad 1 + A \cos \theta_{ji} \sqrt{2/\pi k_o L}$$

$$k_o L(1+\cos \theta_{ij}) - \pi/4 + \varepsilon_A = (2n-1)\pi \quad \text{で} \quad \left| \frac{F_1}{F_1'} \right| \quad \text{は最大値} \quad 1 - A \cos \theta_{ji} \sqrt{2/\pi k_o L}$$

(5.26)

となる。

(5.25)式より、 $|F_1^i/F_1^{i'}|$ を L/λ に対して示すと Fig. 5.4 の様になる。

$|F_1^i/F_1^{i'}|$ が L/λ に対して変化する様子は、図のように $|F_1^i/F_1^{i'}|=1$ のまわりに振動する波形となり、その波長は次のようになる。

$$\lambda = \frac{1}{1+\cos \theta_{ij}} \quad (5.27)$$

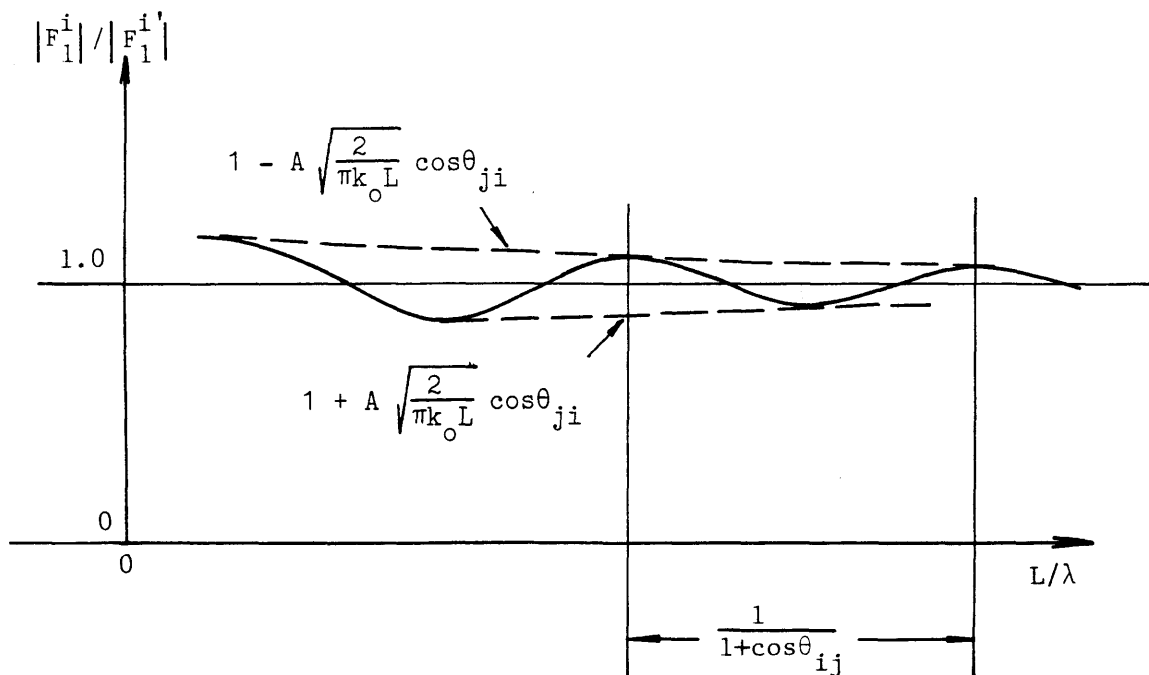


Fig.5.4 Magnification factor of surge force due to interaction (weatherside body in head seas)

同様に、物体jに加わるsurge force を F_1^j とし、相互干渉のない場合に物体jに加わる surge force を $F_1^{j'}$ とすると

$$F_1^j/F_1^{j'} = 1 + B \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \pi/4 + \epsilon_B)} \frac{\cos \theta_{ij}}{\cos \theta_I} \quad (5.28)$$

ここで

$$B e^{i\epsilon_B} = \alpha_{oo} 2\alpha_{o1} \cos(\theta_{ij} - \theta_I) \quad (B: \text{real})$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_i - \epsilon_j \quad (5.29)$$

$\theta_I = 0$ の場合には

$$F_1^j/F_1^{j'} \sim 1 + B \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i\{k_o L(1 - \cos \theta_{ij}) - \pi/4 + \epsilon_B\}} \cdot \cos \theta_{ij}$$

$$\left| F_1^j/F_1^{j'} \right| \sim \sqrt{1 + B^2 \frac{2}{\pi k_o L} \cos^2 \theta_{ij} + 2B \sqrt{2/\pi k_o L} \cos\{k_o L(1 - \cos \theta_{ij}) - \pi/4 + \epsilon_B\} \cos \theta_{ij}}$$

(5.30)

従って ($B \cos \theta_{ij} > 0$ として)

$$k_o L(1 - \cos \theta_{ij}) - \pi/4 + \epsilon_B = 2n\pi \quad \text{で} \quad \left| F_1^j/F_1^{j'} \right| \text{は最大値} \quad 1 + B \cos \theta_{ij} \sqrt{2/\pi k_o L}$$

$$k_o L(1 - \cos \theta_{ij}) - \pi/4 + \epsilon_B = (2n-1)\pi \quad \text{で} \quad \left| F_1^j/F_1^{j'} \right| \text{は最小値} \quad 1 - B \cos \theta_{ij} \sqrt{2/\pi k_o L}$$

(5.31)

となる。

Fig. 5.4 と同様に $\left| F_1^j/F_1^{j'} \right|$ を L/λ に対して図示すると Fig. 5.5 の如くなる。

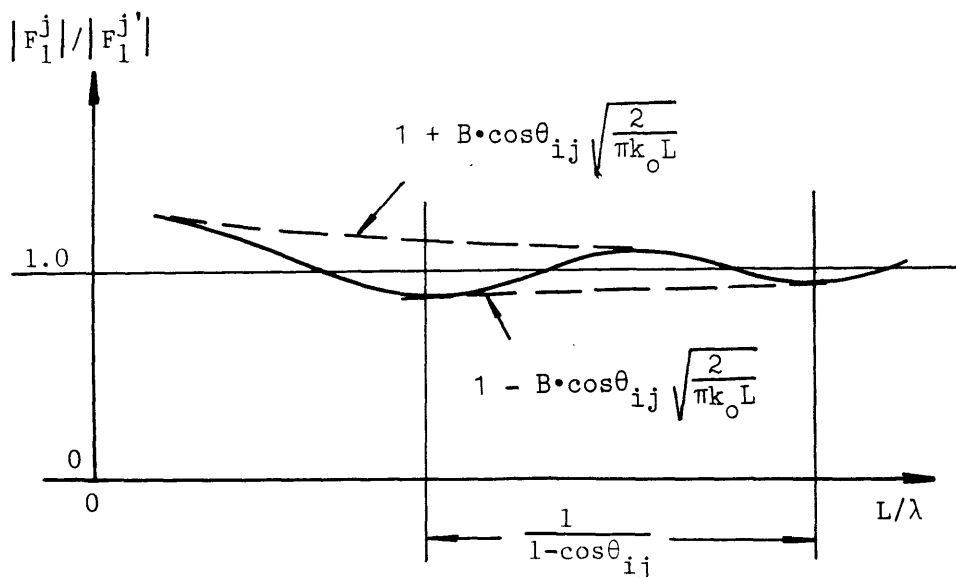


Fig.5.5 Magnification factor of surge force due to interaction (leeside body in head seas)

物体 j に対しても $|F_1^j/F_1^{j'}|$ が L/λ に対して変化の様子は $|F_1^j/F_1^{j'}|=1$ のまわりに振動する波形となり、その波長は

$$\lambda = \frac{1}{1 - \cos\theta_{ij}} \quad (5.32)$$

となり、 $\theta_{ij}=0$ のときは振動せず $\sqrt{L/\lambda}$ で単調に減衰し、1 に収束することが特徴的である。

surge force 以外の力、モーメントの解析も同様にできる。以下、結果のみを記すと次のようになる。

物体 i, j に加わる Sway force

$$\begin{aligned} F_2^i/F_2^{i'} &= 1 + A \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_1 + \epsilon_A)} \frac{\sin\theta_{ji}}{\sin\theta_I} \\ F_2^j/F_2^{j'} &= 1 + B \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_2 + \epsilon_B)} \frac{\sin\theta_{ij}}{\sin\theta_I} \end{aligned} \quad (5.33)$$

物体 i, j に加わる Heave force

$$\begin{aligned} F_3^i/F_3^{i'} &= 1 + A \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \pi/4 + \epsilon_1 + \epsilon_A)} \\ F_3^j/F_3^{j'} &= 1 + B \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \pi/4 + \epsilon_2 + \epsilon_B)} \end{aligned} \quad (5.34)$$

ここで

$$\begin{cases} Ae^{i\epsilon_A} = \alpha_{oo} + 2\alpha_{o1} \cos(\theta_{ji} - \theta_I) \\ Be^{i\epsilon_B} = \alpha_{oo} + 2\alpha_{o1} \cos(\theta_{ij} - \theta_I) \\ \epsilon_1 = \epsilon_j - \epsilon_i, \quad \epsilon_2 = \epsilon_i - \epsilon_j \end{cases} \quad (5.35)$$

$\theta_I=0$ のときは

$$\begin{aligned} |F_3^i/F_3^{i'}| &\sim \sqrt{1 + A^2 \frac{2}{\pi k_o L} + 2A\sqrt{2/\pi k_o L} \cos\{k_o L(1 + \cos\theta_{ij}) - \pi/4 + \epsilon_A\}} \\ |F_3^j/F_3^{j'}| &\sim \sqrt{1 + B^2 \frac{2}{\pi k_o L} + 2B\sqrt{2/\pi k_o L} \cos\{k_o L(1 - \cos\theta_{ij}) - \pi/4 + \epsilon_B\}} \end{aligned} \quad (5.36)$$

となり、 $|F_3^i/F_3^{i'}|$ を L/λ に対して図示すると Fig. 5.6 の様になる。

従って $\theta_{ij}=0$ ($\Rightarrow \begin{smallmatrix} o & o \\ i & j \end{smallmatrix}$) のときは $|F_3^i/F_3^{i'}|$ を L/λ に対して図示したときの波形は $|F_1^i/F_1^{i'}|$ を L/λ に対して図示したときの波形に比して $\frac{1}{4}(\frac{L}{\lambda})$ だけずれる。即ち、波上側の物体 (物体 i) に加わる Heave force に対する相互干渉影響が最大となる L/λ に対して、同じ物

体に加わる Surge force に対する相互干渉影響が最小になり、その逆もまた成り立つ。

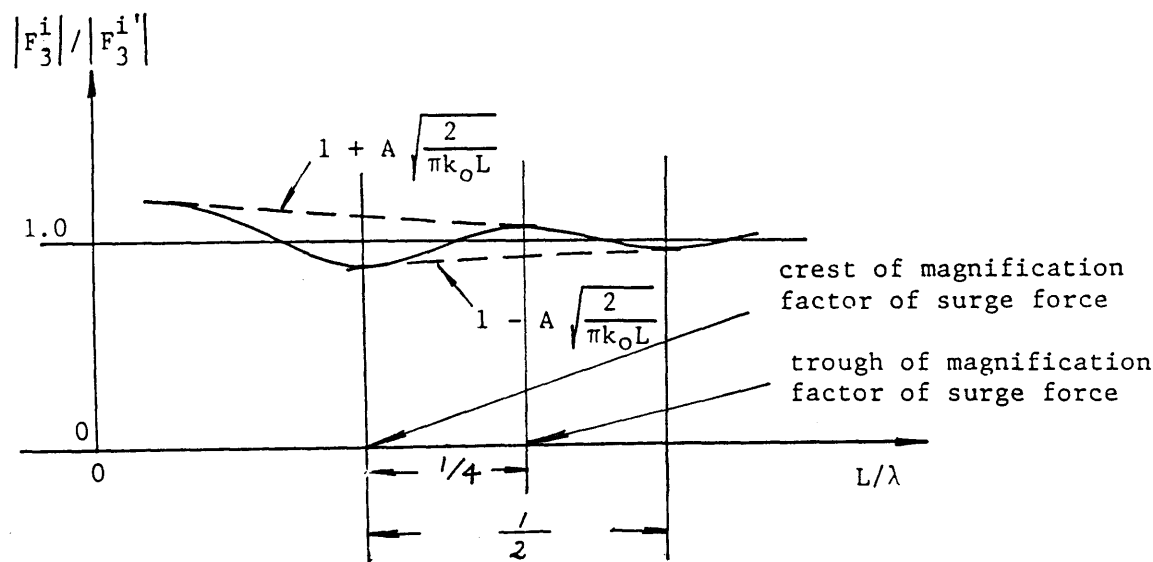


Fig.5.6 Magnification factor of heave force due to interaction (weatherside body in head seas)

物体 i, j に加わる Roll moment

Sway force と同様

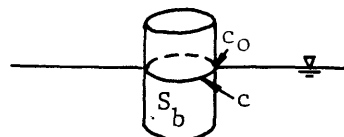
物体 i, j に加わる Pitch moment

Surge force と同様

次に、2 物体間の流体力学的干渉による波漂流力に対する影響について考察する。

今ある物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルが $\text{Re}(\phi e^{-i\omega t})$ と求まっていると Appendix ix-3 で示したように物体に働く波漂流力は次式にて計算できる。

$$\bar{F}_1 = \iint_{S_b} -\rho \frac{\nabla\phi \cdot \nabla\phi^*}{4} n_1 dS + \int_{C} \frac{\rho}{C4g} \omega^2 \phi \phi_n^* dC$$



$$\bar{F}_2 = \iint_{S_b} -\rho \frac{\nabla\phi \cdot \nabla\phi^*}{4} n_2 dS + \int_{C} \frac{\rho}{C4g} \omega^2 \phi \phi_n^* dC \quad (5.37) \quad \text{Fig.5.7 Definition of } S_b, c, c_0$$

(ϕ^* : complex conjugate of ϕ)

(5.37) 式において通常は第 2 項の寄与 (物体表面と静止水面との交線に沿っての線積分) が第 1 項 (静止水面下の物体表面での面積分) に比べてかなり大きい。したがって、解析的取り扱いを可能とするために第 1 項を省略する。両項は符号が逆であるから、この近似により漂流力は大きめに (conservative) 推定される。Fig. 5.8 に例として鉛直円柱について (5.37) 式第 1 項と第 2 項の大きさを比較して示す。

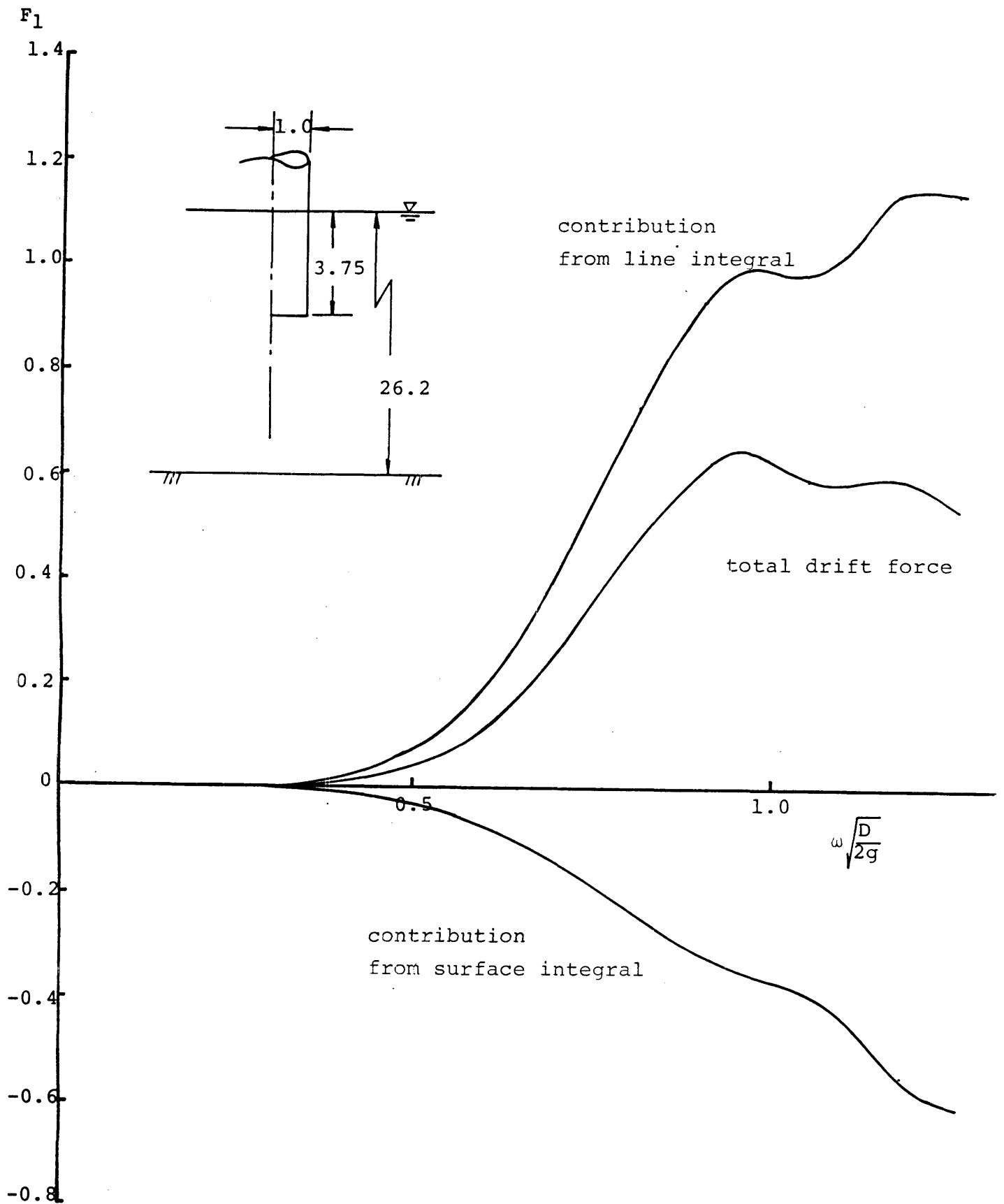


Fig.5.8 Comparison of the contribution to drift force from the integrals along the body surface and the water line

(5.37)式の第2項のみを考慮すると

$$\begin{aligned}\bar{F}_1 &\sim \int \frac{\rho}{c^4 g} \omega^2 \phi \phi_{n_1}^* dC \\ \bar{F}_2 &\sim \int \frac{\rho}{c^4 g} \omega^2 \phi \phi_{n_2}^* dC\end{aligned}\quad (5.38)$$

波強制力の場合と同様の解析(Appendix-4)により、たとえば $\theta_I=0, \theta_{ij}=0$ ($\rightarrow \circ \circ$) のとき

$$\bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'} = [c(1-A^2 \frac{2}{\pi k_o L}) - 2dA \sqrt{2/\pi k_o L} \sin(2k_o L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A)] / c \quad (5.39)$$

となる。ただし、 \bar{F}_1^i は相互干渉を考慮したとき物体 i に働く surge 方向の波漂流力であり、 $\bar{F}_1^{i'}$ は相互干渉を考慮しない(物体 i 単独の)場合に物体 i に働く surge 方向の波漂流力である。また、 A, ϵ_A は(5.23)式で定義され、 c, d は

$$b_o \phi_{oo} b_1^* \phi_{o1}^* = c + di \quad (c, d; \text{real}) \quad (5.40)$$

($b_o, b_1, \phi_{oo}, \phi_{o1}$ は(5.11)式にて定義される。)

で与えられる。よって、 $d/c > 0$ とすると $\bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'}$ は

$$\begin{aligned}2k_o L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A = 2n\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{で} \quad \bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'} \text{ は最小値} \quad (1 - A^2 \frac{2}{\pi k_o L}) - 2 \frac{d}{c} A \sqrt{2/\pi k_o L} \\ 2k_o L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A = (2n-1)\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{で} \quad \bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'} \text{ は最大値} \quad (1 - A^2 \frac{2}{\pi k_o L}) + 2 \frac{d}{c} A \sqrt{2/\pi k_o L}\end{aligned}\quad (5.41)$$

となり $\bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'}$ を L/λ に対して図示すると Fig. 5.9 の如くなる。

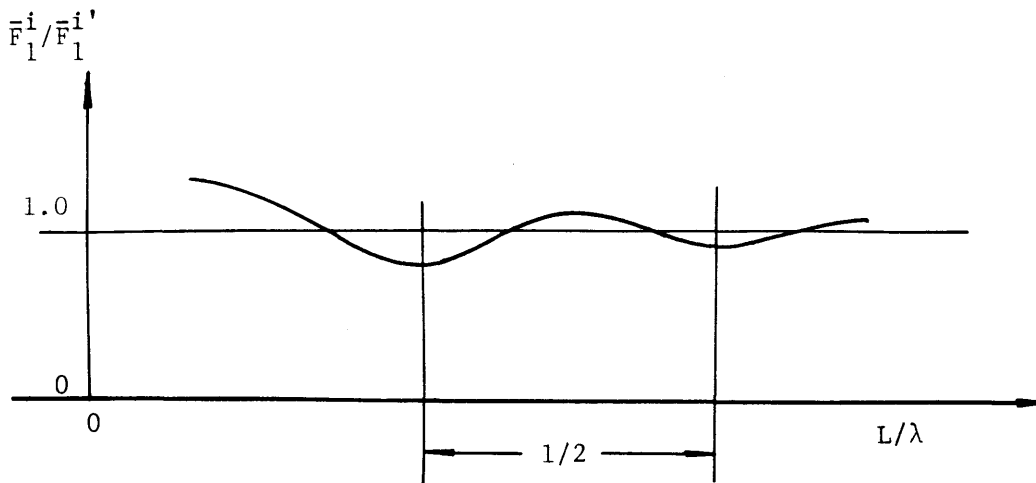


Fig.5.9 Magnification factor of the drift force due to interaction (weatherside body in head seas)

さらに、 $\theta_I=0, \theta_{ij}=0$ のとき波下側の物体 j に対しては

$$\bar{F}_1^j / \bar{F}_1^{j'} \sim 1 + B^2 \frac{2}{\pi k_0 L} + 2B\sqrt{2/\pi k_0 L} \cos(\epsilon_B - \frac{\pi}{4}) \quad (5.42)$$

(B, ϵ_B は(5.29)式にて定義される。)

となり、 L/λ に対して図示するとFig. 5.10となる。surge force の場合と同じくsurge 方向の波漂流力も波下側の物体については、相互干渉影響は L/λ と共に振動的に変化せず単調に減少する。

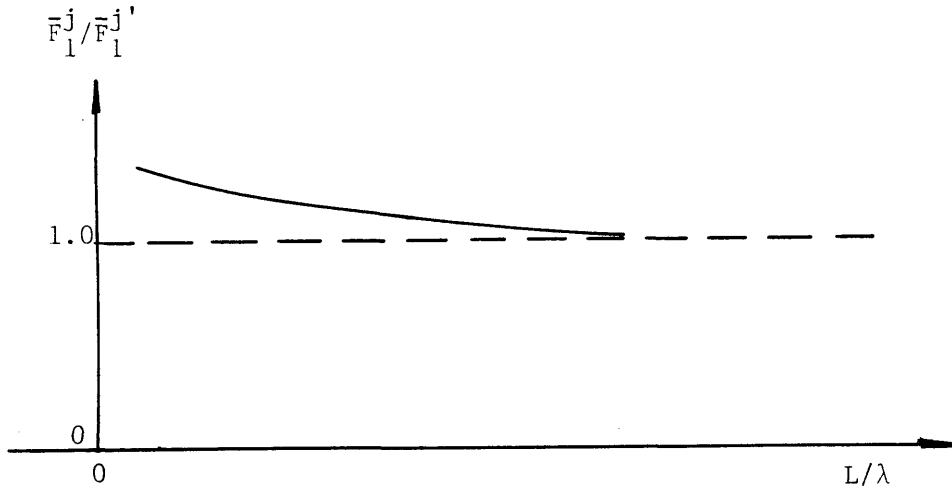


Fig.5.10 Magnification factor of the drift force due to interaction (leeward body in head seas)

$\theta_I=0, \theta_{ij}=\pi/2$ ($\rightarrow \circ$) のときは

$$\begin{aligned} \bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'} = [& c\{1 + A\sqrt{2/\pi k_0 L} \cos(k_0 L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A)\} \\ & - dA\sqrt{2/\pi k_0 L} \sin(k_0 L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A)] / c \quad (5.43) \end{aligned}$$

となり、 L/λ に対する変化の様子はFig. 5.11の如くなる。

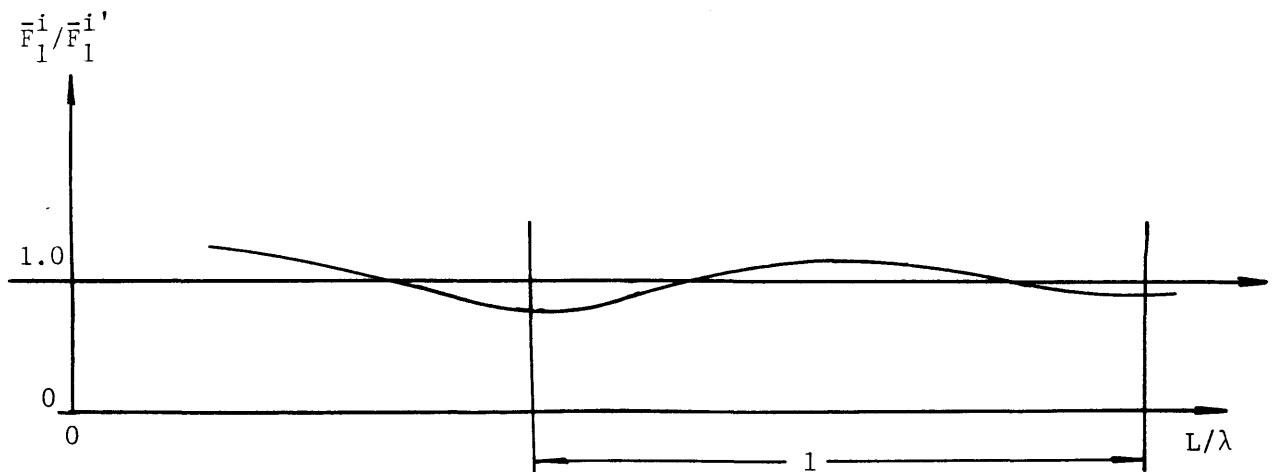


Fig.5.11 Magnification factor of the drift force due to interaction ($\theta_{ij}=\pi/2$)

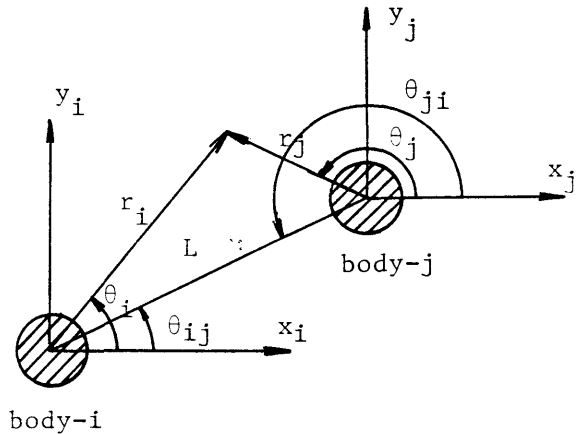
5.2 Radiation 問題

物体 i が単独で x 方向に調和振動

$$\dot{x}^i = X_a^i e^{-i\omega t} \quad (5.44)$$

をするときの radiation ポテンシャルは

$$\begin{aligned} \phi_R^i &= X_a^i \phi_o(r_i, z_i) \cos\theta_i \quad (\text{物体 } i \text{ 近傍}) \\ &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} X_a^i \eta_{01} H_1(k_o r_i) \cos\theta_i \\ &\quad (\text{物体 } i \text{ より遠方}) \end{aligned} \quad (5.45)$$



の様に求められる。(ただし、軸対称体に限る。)

Fig.5.12 Definition

(5.45)式は、また次のようにも書ける。

$$\begin{aligned} \phi_R^i &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} X_a^i \sum_{n=-N}^N \gamma_n H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \quad (5.46) \\ &(\gamma_1 = \eta_{01}/2, \gamma_{-1} = -\eta_{01}/2, \gamma_n = 0 (n \neq \pm 1)) \end{aligned}$$

同様にして、物体 i が単独で y 方向に調和運動

$$\dot{y}^i = Y_a^i e^{-i\omega t} \quad (5.47)$$

をするときの radiation ポテンシャルは

$$\begin{aligned} \phi_R^i &= Y_a^i \phi_o(r_i, z_i) \sin\theta_i \quad (\text{物体 } i \text{ 近傍}) \\ &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} (-i) Y_a^i \sum_{n=-N}^N \gamma'_n H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \quad (\text{物体 } i \text{ より遠方}) \\ &(\gamma'_1 = \eta_{01}/2, \gamma'_{-1} = \eta_{01}/2, \gamma'_n = 0 (n \neq \pm 1)) \end{aligned} \quad (5.48)$$

更に、物体 i が単独で z 方向に調和運動

$$\dot{z}^i = Z_a^i e^{-i\omega t} \quad (5.49)$$

をするときの radiation ポテンシャルは

$$\begin{aligned} \phi_R^i &= Z_a^i \phi_1(r_i, z_i) \quad (\text{物体 } i \text{ 近傍}) \\ &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} Z_a^i \beta_{oo} H_o(k_o r_i) \\ &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} Z_a^i \sum_{n=-N}^N \xi_n H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \\ &(\xi_o = \beta_{oo}, \xi_n = 0 (n \neq 0)) \quad (\text{物体 } i \text{ より遠方}) \end{aligned} \quad (5.50)$$

Surge 方向に運動するときの付加質量、造波減衰

2つの物体 i, j が x (surge) 方向に各々

$$\begin{aligned}\dot{x}^i &= X_a^i e^{-i\omega t} \\ \dot{x}^j &= X_a^j e^{-i\omega t}\end{aligned}\quad (5.51)$$

なる運動をしている場合を考える。このとき、物体 i, j からの放射波 (radiation wave) を表わす速度ポテンシャルは (5.46) 式より

$$\begin{aligned}\phi_R^i &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} X_a^i \sum_{n=-N}^N \gamma_n H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \\ \phi_R^j &= \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} X_a^j \sum_{n=-N}^N \gamma_n H_n(k_o r_j) e^{in\theta_j}\end{aligned}\quad (5.52)$$

と書ける。

物体 i, j からの発散波 (5.52) は、diffraction 問題の場合と同様に Bessel 関数の加法定理を用いて各々他の物体の近傍で次のように書ける。

ϕ_R^i は物体 j 近傍 $r_j \leq L$ で

$$\phi_R^i = \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} X_a^i \sum_{n=-1}^1 u_n J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j}\quad (5.53)$$

ϕ_R^j は物体 i 近傍 $r_i \leq L$ で

$$\phi_R^j = \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} X_a^j \sum_{n=-1}^1 t_n J_n(k_o r_i) e^{in\theta_i}\quad (5.54)$$

ここで

$$\begin{aligned}u_n &= \sum_{\ell=-1}^1 \gamma_\ell e^{i\theta_{ij}(\ell-n)} H_{\ell-n}(k_o L) \\ t_n &= \sum_{\ell=-1}^1 \gamma_\ell e^{i\theta_{ji}(\ell-n)} H_{\ell-n}(k_o L)\end{aligned}\quad (5.55)$$

ただし仮定 (4) を用いた。

また Bessel 関数の漸近展開式を用いる (仮定 (5)) と

$$\begin{aligned}u_n &\sim \sum_{\ell=-1}^1 \gamma_\ell e^{i\theta_{ij}(\ell-n)} \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4} - \frac{\ell-n}{2}\pi)} \\ t_n &\sim \sum_{\ell=-1}^1 \gamma_\ell e^{i\theta_{ji}(\ell-n)} \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4} - \frac{\ell-n}{2}\pi)\end{aligned}\quad (5.56)$$

(5.3), (5.4)式にて表わされるdiffraction 特性を用いれば、 ϕ_R^j, ϕ_R^i を各々物体 i, j に対する入射波と考えたとき、各物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルは次のように表わせる。

物体 i

$$\phi \sim X_a^j \sum_{n=-1}^1 t_n \phi_{on}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (5.57)$$

物体 j

$$\phi \sim X_a^i \sum_{n=-1}^1 u_n \phi_{on}(r_j, z_j) e^{in\theta_j} \quad (5.58)$$

結局、物体 i, j まわりの流場は(5.57), (5.58)式に各々の物体の運動による発散波を表わす速度ポテンシャル(5.45)式を加えて

$$\begin{aligned} \phi_s^i &\sim X_a^i \phi_o(r_i, z_i) \cos\theta_i + X_a^j \sum_{n=-1}^1 t_n \phi_{on}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \\ \phi_s^j &\sim X_a^j \phi_o(r_j, z_j) \cos\theta_j + X_a^i \sum_{n=-1}^1 u_n \phi_{on}(r_j, z_j) e^{in\theta_j} \end{aligned} \quad (5.59)$$

となる。

ϕ_s^i のうちで相互干渉によるものを $\Delta\phi_s^i$ とかくと

$$\Delta\phi_s^i = X_a^j \sum_{n=-1}^1 t_n \phi_{on}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (5.60)$$

さらに $\Delta\phi_s^i$ によって物体 i に加わる surge force を

$$-(\Delta M_{11}) \ddot{x}^i - (\Delta N_{11}) \dot{x}^i \quad (5.61)$$

とかくと $\dot{x}^i = X_a^i e^{-i\omega t}$ だから

$$\begin{aligned} \Delta M_{11} &= \frac{\rho i}{X_a^i} \int_{S_b} \text{Re}(\Delta\phi_s^i) n_1 dS \\ \Delta N_{11} &= \frac{\omega\rho}{X_a^i} \int_{S_b} \text{Im}(\Delta\phi_s^i) n_1 dS \end{aligned} \quad (5.62)$$

次に、(5.3), (5.4)式より物体 i が単独で振幅 ζ_a の平面入射波中に存在するとき、物体 i に働く surge force $F_1^{i'}$ は

$$F_1^{i'} = i\omega\rho \int_{S_b} \sum_{n=-N}^N \phi_{on} b_n e^{in\theta} n_1 dS$$

$$= \rho g \zeta_a \int_{S_b} \sum_{n=-N}^N \phi_{on} i^n e^{in\theta} n_1 dS \quad (5.63)$$

$$\left(b_n = -\frac{ig\zeta_a}{\omega} i^n, \theta_I = \epsilon_i = 0 \text{ とした。} \right)$$

従って

$$\begin{aligned} F_1^{i'} &= \rho g \zeta_a \int_s \int_0^{2\pi} \sum_{n=-N}^N \phi_{on} i^n e^{in\theta} r d\theta ds \\ &= 2\pi \rho g \zeta_a \int_s i \phi_{o1} r ds \quad (5.64) \\ &(\because \phi_{o,-1} = -\phi_{o,1}) \end{aligned}$$

(5.56)式より

$$\begin{cases} t_{-1} \sim -2\gamma_1 e^{i\theta} j_i \cos\theta_{ji} \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} \\ t_o \sim -2i\gamma_1 \cos\theta_{ji} \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} \\ t_1 \sim 2\gamma_1 e^{-i\theta} j_i \cos\theta_{ji} \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} \end{cases} \quad (5.65)$$

だから

$$\begin{aligned} &\int_{S_b} \Delta \phi_s^i n_1 dS \\ &= \int_s \int_0^{2\pi} X_a^j \sum_{n=-1}^1 t_n \phi_{on} e^{in\theta} n_1 r d\theta ds \\ &= \pi X_a^j \int_s (t_{-1} \phi_{o,-1} + t_1 \phi_{o,1}) n_1 r ds \\ &= 4\pi X_a^j \int_s \gamma_1 \phi_{o1} \cos^2 \theta_{ji} \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} n_1 r ds \\ &= 2X_a^j \gamma_1 \cos^2 \theta_{ji} \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{3\pi}{4})} \cdot (F_1^{i'} / \rho g \zeta_a) \quad (5.66) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} F_1^{i'} / \rho g \zeta_a &= f_{1a} e^{i\delta_1} \quad (f_{1a} : \text{real}) \\ 2X_a^j \gamma_1 / X_a^i &= R' e^{i\epsilon_{R'}} \quad (R' : \text{real}) \quad (5.67) \end{aligned}$$

と書くと、結局相互干渉の影響による付加質量、造波減衰係数の増加は次のようになる。

$$\Delta m_{11} = \Delta M_{11} / \rho \nabla = \frac{R'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos^2 \theta_{ji} f_{1a} \cos(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R'} + \delta_1) \quad (5.68)$$

$$\Delta N_{11} = \Delta N_{11} / \omega \rho \nabla = \frac{R'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos^2 \theta_{ji} f_{1a} \sin(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R'} + \delta_1) \quad (5.69)$$

(∇ : 物体の排水容積)

同様に、物体 j に対しては

$$\Delta m_{11} = \frac{R''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos^2 \theta_{ij} f_{1a} \cos(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R''} + \delta_1)$$

$$\Delta N_{11} = \frac{R''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos^2 \theta_{ij} f_{1a} \sin(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R''} + \delta_1)$$

$$(R'' e^{i\epsilon_{R''}} = 2X_a^i \gamma / X_a^j) \quad (5.70)$$

(5.68), (5.69)式を用いて、 Δm_{11} , Δn_{11} を L/λ に対して図示するとFig. 5.13のようになる。

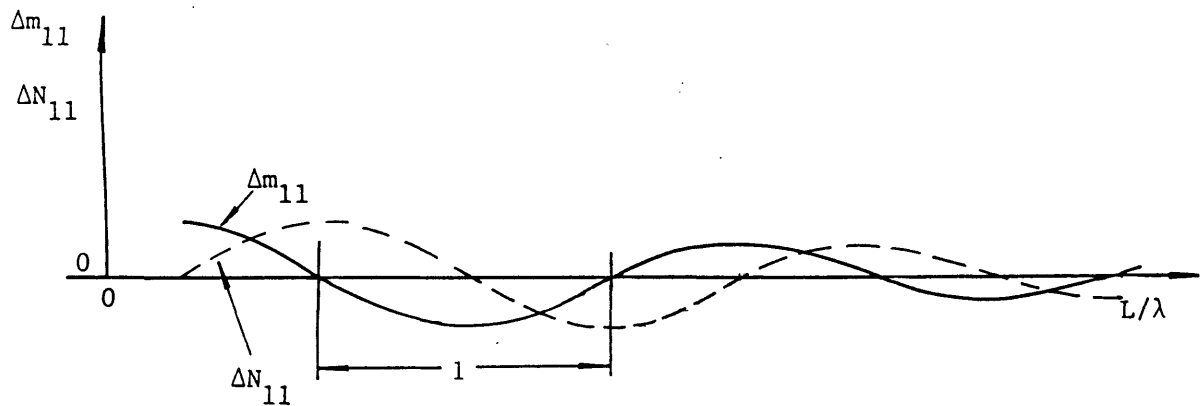


Fig.5.13 Interaction effects on added mass and damping

Δm_{11} , Δn_{11} は $L/\lambda=1$ の周期で振動しつつ $(L/\lambda)^{-1/2}$ で減衰する。また、 Δm_{11} , Δn_{11} は位相がずれて、 Δm_{11} が正、負の方向に最大のときは、 Δn_{11} は 0 となり、その逆もまた成立する。

他の方向の流体力も Appendix-5 に示すように同様にして求められ、いずれの場合も上述の Δm_{11} , Δn_{11} の関係がそのまま成り立つ。

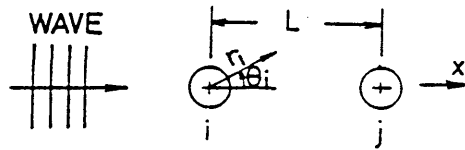
5.3 数値計算結果及び考察

Fig. 5.14 に本章で述べた近似簡易計算法により、2つの同一形状の軸対称円柱 ($H/D=1, h/D=2$) に加わる波強制力、波漂流力、付加質量、造波減衰を計算した結果を厳密解 (第2章で述べた方法によるもの) と比較して示す。計算は波長 λ 一定で物体間の距離 L を変化させて行なった。

近似計算法では (5.32) 式で示したように、波下側の物体 j に対する波強制力 F_1^j は L/λ と共

に振動せず単調に減少する形となるが、厳密解をみると振幅は小さいながらも L/λ と共に振動するようである。

しかしながら、このように単純な場合には各種波力、流体力共に物体間の距離が大($L/D > 6$) なるときは、本章で述べた近似法にて十分なる精度で推定できることがわかる。



(a) $\theta_{ij}=0$

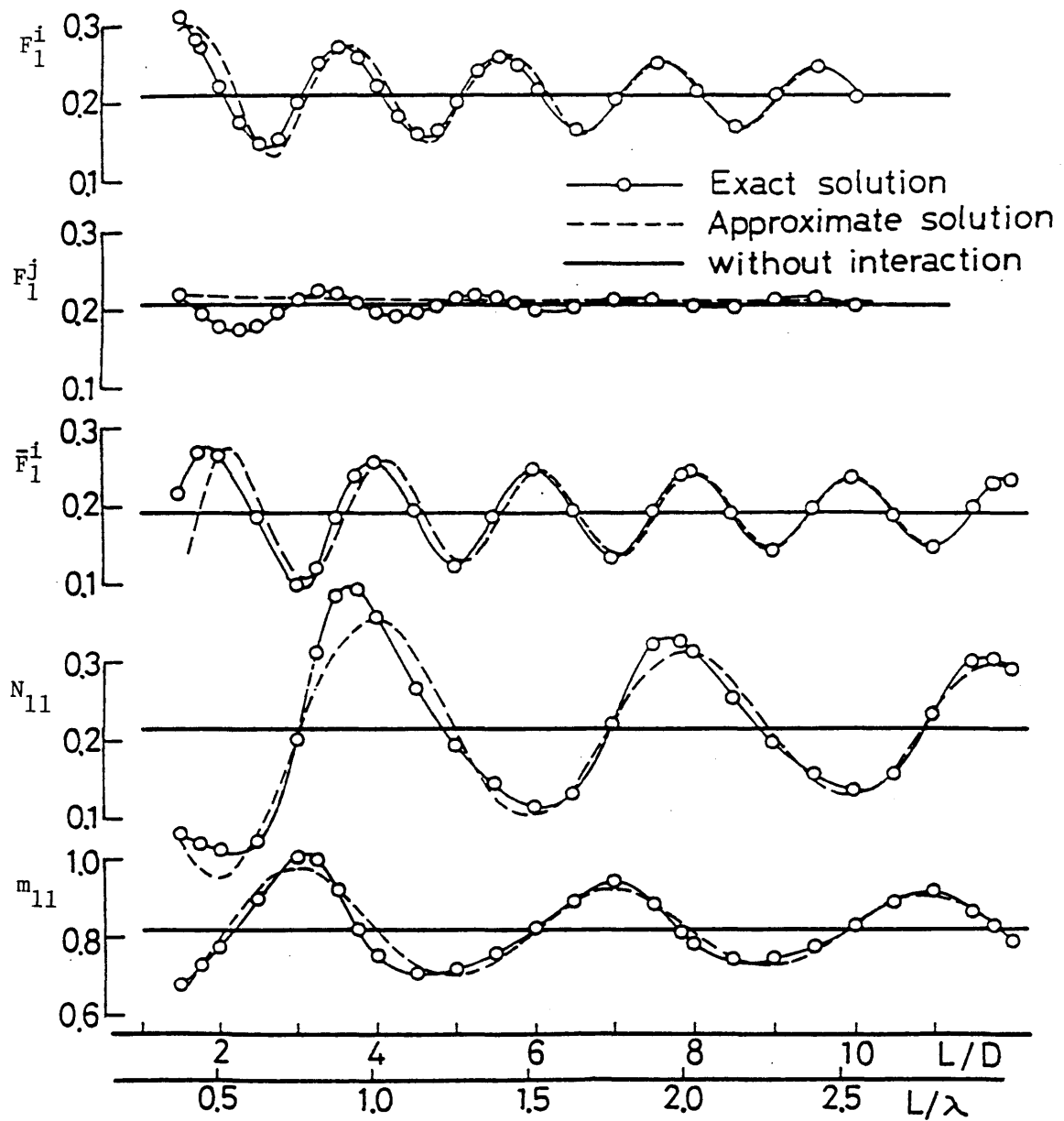


Fig.5.14 Comparison of exact and approximate solutions.

第6章 結言

本研究の動機は、浮体工法による関西国際新空港のフィジビリティスタディを船舶技術研究所で行なった際に、滑走路を有する上部デッキを支持する多行多列の脚群に作用する波力、流体力を精度よく推定する方法がなかったことによる。その意味では、第4章で述べた多行多列に配置された浮体群の相互干渉の計算法によって、本研究の目的がかなりの部分まで達成されたといえる。

第2章では、相互干渉の厳密な取り扱い方を示した。この解法は、数学的には大楠の方法 [8]、[9] と等価であるが、大楠法は扱う物体の数の増加に伴って計算量が飛躍的に増大し実際問題として取り扱うことのできる物体の数は数本程度である。これに対して、本計算法はマトリックス法をとりいれることにより計算量が大幅に減少し、数十本程度の浮体群の相互干渉問題も実際に解くことができる。また軸対称体のみならず一般3次元形状の物体間の相互干渉問題にも適用できる。更に、Simon [13] あるいはMcIver, Evans [14] らの近似解法と異なって、線型理論の範囲内でいかなる近似も導入しておらず実際に厳密解の得られることを有限要素法によって得られる解と比較することにより確認した。数値計算結果で示したように、物体の数や間隔を変化させたシリーズ計算によると、相互干渉影響は造波減衰力や波漂流力に対して特に大きく、浮体が平面入射波の進行方向に対して直角に配置された場合でも、波漂流力に対する干渉影響は大きい。また、局部波の相互干渉に対する影響は付加質量に対して顕著であり、その理由は2.3節で考察した。更に、局部波の影響は kD (k : 波数、 D : 浮体の代表寸法) が大きいばあい、および小さい場合に有意な値をもつことを示した。

第3章では、第2章の理論を拡張して、浮体の運動、弾性部材による浮体相互の連結の影響を考慮する方法を示した。海洋空間利用を目的とした海洋構造物はその規模が大きく、従って、長さ、幅に比して高さが小さくなって、曲げ剛性が小さくなり、弾性変形が大きくなりうるが、このような場合に本理論が適用できる。

第4章では、冒頭でも述べたように数千～数万本という多数の脚で支持された海洋構造物に作用する波力の推定法を示した。非常に多数の浮体群の相互干渉問題の解法としては大楠 [10]、増本ら [22]、[23] の方法があるが、いずれも1列に含まれる物体数は無限としての近似解法であり、さらに任意の波入射角に対して適用できない。本計算法では、Fig. 6.1 に示すように各列を構成する浮体の形状が同一で等間隔である場合に、各列に含まれる物体数が無限の時は、各列の浮体群をあたかも1つの浮体と考えることによって第2章にて述べ

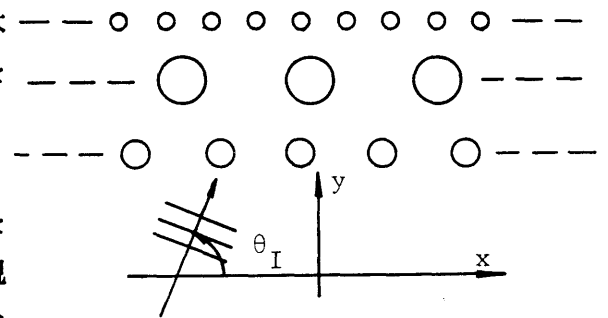


Fig.6.1

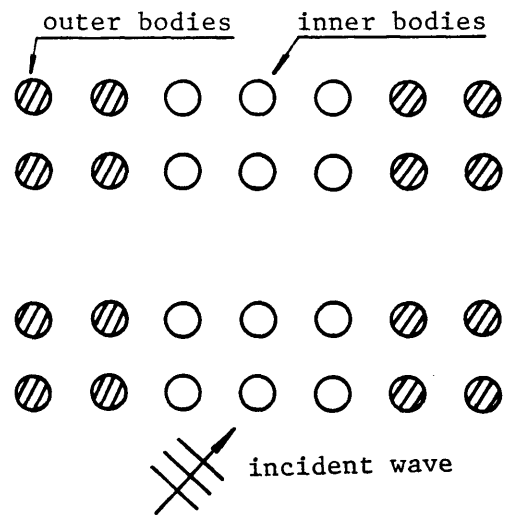


Fig.6.2 An array of a group of inner bodies and a group of outer bodies

た厳密解法をそのまま適用できることを示した。さらに、各列に含まれる浮体の数が有限の場合には、Fig. 6. 2 に示すように浮体群を内部浮体群と、端部付近に位置する外部浮体群にわけて、内部浮体群に対しては上述した無限浮体群の考えを適用し、外部浮体群に含まれる各浮体との間に第2章にて述べた方法を適用することにより端部影響を考慮できることを示した。従って、各列に含まれる浮体の数が有限の場合に対する本計算法は近似解法であるが、Fig. 6. 1 に示すように波の入射角 θ_I が $\theta_I \sim \pi/2$ のとき、 y 方向の波強制力、波漂流力、 z 方向の波強制力、波漂流力は端部影響を含め精度よく推定できることを厳密解との比較により示した。 x 軸方向の力、及び $\theta_I \sim 0$ の場合の y, z 方向の力に対しては、第4章にて示したように各物体に働く力の平均的な値を与える。物体の数が非常に多く、しかも等間隔で並んでいない場合や物体形状が同一でない場合は現在のところ本論文にて示した方法にても計算機能力の限界により実際問題としては解けない。

第2、3章で述べた厳密な解法は任意形状の3次元物体の流体力学的相互干渉問題を解くことができる。さらに、扱える物体の数は原理的には任意であるが、実際問題としては計算機の処理能力の制限から数十本程度である。また、取り扱える物体の相対位置には定式化にBessel関数の加法定理((2.13), (2.14)式)を使っているために若干の制限が生ずる。即ち、Fig. 6. 3 に示すように2つの物体 i, j に固定した局所円柱座標系 $(r_i, \theta_i, z_i), (r_j, \theta_j, z_j)$ の原点を o_i, o_j とすると o_i, o_j を中心として各物体を包含する最小の円が、他の物体の座標系中心を含む場合には本計算法は適用できない。これは、たとえばFig. 6. 4 に示すような場合の問題となる。(2.13), (2.14)式が成立するためには $r_j \leq \ell_{ij}$ なる条件が必要であるが、Fig. 6. 4 では物体 j の近傍の点 P を考えると

$r_j > \ell_{ij}$ である。したがってこの場合には物体 i による散乱波の物体 j 近傍における様子を (r_j, θ_j, z_j) 座標系を使って表わすことができなくなるため、第2、3章の定式化は使えない。扱う物体が軸対称の場合にはFig. 6. 5 に示すように物体相互が接するような近接した場合でも適用できる。

第5章では相互干渉の近似簡易計算法を示し、2本の鉛直円柱間の流体力学的相互干渉問題の解析解を導いた。その解によると、相互干渉影響の大きさは2物体間の距離を L としたとき L/λ (λ :波長)と共に振動的に変化しつつ $(L/\lambda)^{-1/2}$ で減衰することがわかる。

第2~4章で述べた理論は一般3次元物体に適用できるはずであるが、プログラム開発が軸対称物体に対してのみ完成しているので、数値計算結果は軸対称物体間の相互干渉問題について示した。一般3次元物体に対するプログラムが開発されれば浮消波堤の設計、岸壁における係船の挙動、一点係留システムにおけるタンカーとブイの挙動の推定など、更に応用範囲は広

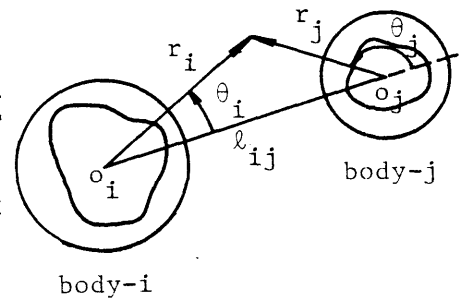


Fig.6.3 Definition

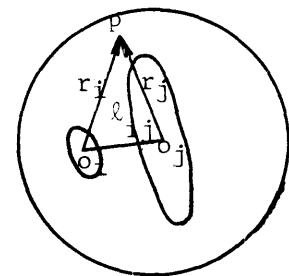


Fig.6.4 Two adjacent slender bodies

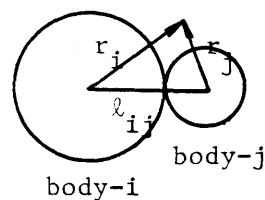


Fig.6.5 Two adjacent axisymmetric bodies

がることと思う。

謝辞

本論文作成に対しては、東京大学工学部船舶工学科藤野正隆教授の御指導と御鞭達を賜った。ここに深甚なる感謝の意を表します。

妻由利子と娘達の励ましと援助に対しても感謝をいたしたい。

また、本研究の大部分は米国マサチューセッツ工科大学海洋工学科のYue 助教授との共同研究によるものであり、本論文の作成に快く同意をいただいた同教授に感謝します。また、長期在外研究員としてMIT 留学の機会を与えていただいた科学技術庁、及び留学に際して御協力いただいた運輸省船舶技術研究所の関係各位に感謝します。

本研究は、Fluid Mechanics Program of the United States National Science Foundation (MEA-822210649) の研究費、及び運輸省試験研究費、科学技術振興調整費によって行なわれた。

計算は、MIT Joint Computer FacilityのVAX-PDP11、船舶技術研究所のFacom-M180ADII をもちいて行ない、更に一部は米国National Science Foundation の援助によってNCAR Cray-1 computerを用いて行なった。

参考文献

1. 安藤定雄、大川豊、上野勲、1983. 浮体工法による海上空港建設に係わる評価のための技術調査研究、船舶技術研究所報告、別冊第4号。
2. 安藤定雄、高石敬史他、1985. 大型浮遊式海洋構造物の建造基礎技術に関する研究、船舶技術研究所報告、別冊第6号。
3. Terai, K., 1985. Ocean Communication City (OCC) : Philosophical Considerations Underlying the Macroproject. Proc. Intl. Symp. on Ocean Space Utilization Vol.1, 17-21.
4. Heaviside, O. 1950. Electromagnetic Theory. Dover, New York. (Section 182).
5. Lebreton, J. C. and Cormault, P. 1969. Wave Action on Slightly Immersed Structures. Some Theoretical and Experimental Considerations. Proc. Symp. Wave Action. 9, paper 12A.
6. Wang, S. and Wahab, R. 1970. Heaving Oscillations of Twin Cylinders in a Free Surface. J. Ship Research. 15, 33-48.
7. Twersky, V. 1952. Multiple Scattering of Radiation by an Arbitrary Configuration of Parallel Cylinders. J. Acoustical Soc. America. 24, 42-46.
8. 大楠丹、1972. 複数本の鉛直円柱に働く波力について、日本造船学会論文集、第131号、53-64.
9. Ohkusu, M. 1974. Hydrodynamic Forces on Multiple Cylinders in Waves. Proc. Int'l. Symp. Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves. London. paper 12, 107-112.
10. 大楠丹、1975. 多数の浮体で支持された海洋構造物に作用する波力について、西部造船会会報、第151号、153-170.
11. Spring, B. H. and Monkmeyer, P. L. 1974. Interaction of Plane Waves with Vertical Cylinders. Proc. 14th Intl. Conf. on Coastal Engineering. Chapter 107, 1828-1845.
12. 木下健、1980. 複数列または無限列浮体の2次元動揺問題、生産研究、第32巻第8号、24-27.
13. Simon, M. J. 1982. Multiple Scattering in Arrays of Axisymmetric Wave-Energy Devices. Part 1. A Matrix Method Using a Plane-Wave Approximation. J. Fluid Mechanics. 120, 1-25.
14. McIver, P. and Evans, D. V. 1984. Approximation of Wave Forces on Cylinder Arrays. Applied Ocean Research. 6, 101-107.
15. Kyllingstad, A. 1984. A Low-Scattering Approximation for the Hydrodynamic Interactions of Small Wave-Power Devices. Applied Ocean Research. 6, 132-139.

16. Abramowitz, M. and Stegun, I. A. 1964. Handbook of Mathematical Functions. Government Printing Office. Washington.
17. Srokosz, M. A. and Evans, D. V. 1979. A Theory for Wave-Power Absorption by Two Independently Oscillating Bodies. *J. Fluid Mechanics*. 90, 337-362.
18. 安藤定雄、星野邦弘、1982. フーティング型浮体群に働く波強制力について、船舶技術研究所講演集、第40回、20-23.
19. 大川豊、井上令作、影本浩他、1985. 大型浮遊式海洋構造物の建造基礎技術に関する研究：浮体に働く外力及び流体力の推定法に関する研究、船舶技術研究所報告、別冊第6号、15-56.
20. 影本浩、1982. 海洋構造物に働く波漂流力について、船舶技術研究所海洋開発工学部内レポート.
21. McCamy, R. C. and Fuchs, R. A. 1954. Wave Forces on a Pile: A diffraction Theory. Tech. Memo. No.69. U.S. Army Board, U.S. Army Corp. og Eng.
22. 増山彰、山上順雄、坂田隆司、1979. 浮体群に働く波浪外力について、日本造船学会論文集、第145号、79-87.
23. Masumoto, A., Yamagami, Y. and Sakata, R. 1982. Wave Forces on Multiple Floating Bodies. *Applied Ocean Research*. Vol.4, No.1, 2-8.
24. Yue, D. K. P., Chen, H. S. and Mei, C. C. 1978. A Hybrid Element Method for Diffraction of Water Waves by Three-Dimensional Bodies. *Intl. J. for Numerical Methods in Engineering*. 12, 245-166.
25. Kagemoto, H. and Yue, D. K. P. 1986. Hydrodynamic Interaction among Multiple Three Dimensional Floating Bodies; An Exact Algebraic Method. *J. Fluid Mechanics*. Vol.166, 189-209.
26. Kagemoto, H. and Yue, D. K. P. 1985. Wave Forces on Multiple Leg Platforms. *Proc. 4th Intl. Conf. on Behaviour of Offshore Structures*. 751-762.
27. Kagemoto, H. and Yue, D. K. P. 1986. Wave Forces on a Platform Supported on a Large Number of Floating Legs. *Proc. 5th Intl. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. Vol.1, 206-211.
28. Budal, K. 1977. Theory for Absorption of Wave Power by a System of Interacting Bodies. *J. Ship Research*. 21, 241-253.
29. Duncan, J. H. and Brown, C. E. 1982. Development of a Numerical Method for the Calculation of Power Absorption by Arrays of Similar Arbitrarily Shaped Bodies in a Seaway. *J. Ship Research*. 26, 38-44.
30. Greenhow, M. J. L. 1980. The Hydrodynamic Interactions of Spherical Wave-Power Devices in Surface Waves. In *Power from Sea Waves*. (ed. B. M. Count), 287-343, Academic Press.

- 3 1 . Matui, T. and Kato, K. 1983. Computation of Wave Drift Forces on Floating Axisymmetric Bodies in Regular Waves. Memoirs of the Faculty of Engineering, Nagoya University, 35. 117-130.
- 3 2 . Mei, C. C. 1978. Numerical Methods in Water-Wave Diffraction and Radiation. Ann. Rev. Fluid Mechanics. 10, 393-416.
- 3 3 . Newman, J. N. 1967. The Drift Force and Moment on Ships in Waves. J. Ship Research. 11, 51-60.
- 3 4 . Yue, D. K. P., Chen, H. S. and Mei, C. C. 1976. A Hybrid Method for Calculating Three-Dimensional Water Wave Scattering. MIT Report No. 215.

Fig. A.1.1 に示すように、入射波の物体 i による散乱波を表わす速度ポテンシャルが物体 i に固定した局所座標系 (r_i, θ_i, z_i) で

$$\begin{aligned} \phi_s^i = & \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{on}^i H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} e^{i\epsilon_i} \\ & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_i+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{\ell n}^i K_n(k_{\ell} r_i) e^{in\theta_i} e^{i\epsilon_i} \end{aligned} \quad (A.1.1)$$

で表わされるとする。

Bessel関数の和の公式 [16] ($r_j \leq \ell_{ij}$)

$$\begin{aligned} H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i\theta_{ij}(n-m)} H_{n-m}(k_o \ell_{ij}) J_m(k_o r_j) e^{im\theta_j} \\ K_n(k_{\ell} r_i) e^{in\theta_i} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i\theta_{ij}(n-m)} K_{n-m}(k_{\ell} \ell_{ij}) (-1)^m I_m(k_{\ell} r_j) e^{im\theta_j} \end{aligned} \quad (A.1.2)$$

を用いると、(A.1.1) 式は

$$\begin{aligned} \phi_s^i = & \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{on}^i \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i\theta_{ij}(n-m)} H_{n-m}(k_o \ell_{ij}) J_m(k_o r_j) e^{im\theta_j} \right) e^{i\epsilon_i} \\ & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_i+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{\ell n}^i \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i\theta_{ij}(n-m)} K_{n-m}(k_{\ell} \ell_{ij}) (-1)^m I_m(k_{\ell} r_j) e^{im\theta_j} \right) e^{i\epsilon_i} \end{aligned} \quad (A.1.3)$$

あるいは m と n をいれかえて

$$\begin{aligned} \phi_s^i = & \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{om}^i e^{i\theta_{ij}(m-n)} H_{m-n}(k_o \ell_{ij}) e^{i\epsilon_i} \right] J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\ & + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_i+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{\ell m}^i e^{i\theta_{ij}(m-n)} K_{m-n}(k_{\ell} \ell_{ij}) (-1)^n e^{i\epsilon_i} \right] I_n(k_{\ell} r_j) e^{in\theta_j} \end{aligned} \quad (A.1.4)$$

となって ϕ_s^i が物体 j 近傍 ($r_j \leq \ell_{ij}$) で物体 j に固定した局所座標系 (r_j, θ_j, z_j) で表わされる。

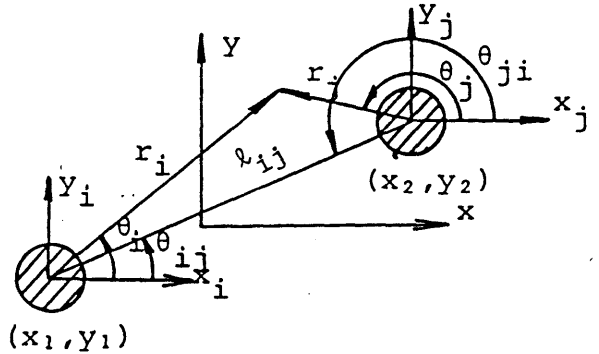


Fig.A.1.1 Definition

ここでは第2章(2.25)式にて示される物体jのdiffraction 特性を表わすマトリックス $B_o^j, B_\ell^j, E_q^j, F_{q\ell}^j$ の求め方を示す。

(I) B_o^j, B_ℓ^j

Fig.A.2.1 に示すように、物体jが単独で

$$\phi_I = \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} J_p(k_o r_j) e^{ip\theta_j} \quad (A.2.1)$$

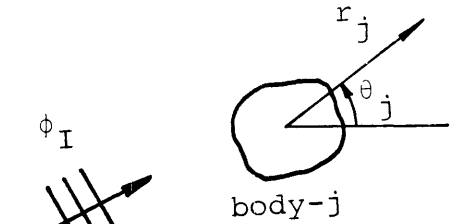


Fig.A.2.1 Definition

なる速度ポテンシャルで表わされる入射波中に固定されているときのdiffraction 問題を解いて物体jまわりの流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_s が

$$\begin{aligned} \phi_s &= \sum_{n=-N}^N \phi_{opn}^j(r_j, z_j) e^{in\theta_j} \\ &= \phi_I + \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \alpha_n^j H_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_j+h) \sum_{n=-N}^N \alpha_{\ell pn}^j K_n(k_\ell r_j) e^{in\theta_j} \quad (A.2.2) \end{aligned}$$

と求められたとする。

(A.2.1)→(A.2.2)の関係が $p=-N \sim N$ について各々求められたとすると、入射波ポテンシャルが

$$\phi_I = \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{p=-N}^N b_p^j J_p(k_o r_j) e^{ip\theta_j} \quad (A.2.3)$$

で与えられたとき、物体jまわりの流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_s は

$$\begin{aligned} \phi_s &= \phi_I + \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{p=-N}^N \sum_{n=-N}^N b_p^j \alpha_{pn}^j H_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_j+h) \sum_{p=-N}^N \sum_{n=-N}^N b_p^j \alpha_{\ell pn}^j K_n(k_\ell r_j) e^{in\theta_j} \quad (A.2.4) \end{aligned}$$

と表わされる。

(A.2.3)→(A.2.4)の関係を

$$\begin{cases} \beta_{on}^j = B_o^j \alpha_n \\ \beta_{\ell n}^j = B_\ell^j \alpha_n \end{cases} \quad (A.2.5)$$

$$\beta_{on}^j = \begin{bmatrix} \sum_{p=-N}^N b_p \alpha_{op,-N}^j \\ \vdots \\ \sum_{p=-N}^N b_p \alpha_{opN}^j \end{bmatrix} \quad \beta_{ln}^j = \begin{bmatrix} \sum_{p=-N}^N b_p \alpha_{lp,-N}^j \\ \vdots \\ \sum_{p=-N}^N b_p \alpha_{lp,N}^j \end{bmatrix} \quad \beta_n = \begin{bmatrix} b_{-N} \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix}$$

とかくと B_o^j, B_l^j は次のように書ける。

$$B_o^j = \begin{bmatrix} \alpha_{o,-N,-N}^j & \alpha_{o,-N+1,-N}^j & \cdots & \alpha_{o,N-1,-N}^j & \alpha_{o,N,-N}^j \\ \alpha_{o,-N,-N+1}^j & \alpha_{o,-N+1,-N+1}^j & \cdots & \alpha_{o,N-1,-N+1}^j & \alpha_{o,N,-N+1}^j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{o,-N,N}^j & \alpha_{o,-N+1,N}^j & \cdots & \alpha_{o,N-1,N}^j & \alpha_{o,N,N}^j \end{bmatrix}$$

$$B_l^j = \begin{bmatrix} \alpha_{l,-N,-N}^j & \alpha_{l,-N+1,-N}^j & \cdots & \alpha_{l,N-1,-N}^j & \alpha_{l,N,-N}^j \\ \alpha_{l,-N,-N+1}^j & \alpha_{l,-N+1,-N+1}^j & \cdots & \alpha_{l,N-1,-N+1}^j & \alpha_{l,N,-N+1}^j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{l,-N,N}^j & \alpha_{l,-N+1,N}^j & \cdots & \alpha_{l,N-1,N}^j & \alpha_{l,N,N}^j \end{bmatrix}$$

(A.2.6)

物体形状が z 軸に関して軸対称の場合には (A. 2. 2) 式において

$$\begin{cases} \alpha_{opn}^j = 0 & \text{if } n \neq p \\ \alpha_{lpn}^j = 0 & \text{if } n \neq p \end{cases} \quad (\text{A.2.7})$$

であるから、 $p=-N \sim N$ について別々に (A. 2. 1) \rightarrow (A. 2. 2) の関係を求める必要はなく

$$\phi_I = \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{p=-N}^N J_p(k_o r_j) e^{ip\theta_j} \quad (\text{A.2.8})$$

なる入射波に対する

$$\begin{aligned}\phi_s &= \sum_{n=-N}^N \phi_{on}^j(r_j, z_j) e^{in\theta_j} \\ &= \phi_I + \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \alpha_{on}^j H_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_j+h) \sum_{n=-N}^N \alpha_{\ell n}^j K_n(k_\ell r_j) e^{in\theta_j} \quad (A.2.9)\end{aligned}$$

を求めれば

$$B_o^j = \begin{bmatrix} \alpha_{o,-N}^j & & & & \\ & \alpha_{o,-N+1}^j & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \alpha_{o,N-1}^j & \\ & & & & \alpha_{oN}^j \end{bmatrix} \quad B_\ell^j = \begin{bmatrix} \alpha_{\ell,-N}^j & & & & \\ & \alpha_{\ell,-N+1}^j & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \alpha_{\ell,N-1}^j & \\ & & & & \alpha_{\ell,N}^j \end{bmatrix} \quad (A.2.10)$$

となる。即ち、一般3次元物体の場合には B_o^j , B_ℓ^j を求めるためには $2N+1$ 個の diffraction 問題を別個に解く必要があるが、軸対称体の場合には1個の diffraction 問題を解くだけでよく B_o^j , B_ℓ^j は対角行列となる。

(A.2.8) のかわりに入射波として

$$\begin{aligned}\phi_I &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N b_n J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \quad (A.2.11) \\ &\quad (b_n = -\frac{ig\zeta a}{\omega} i^n)\end{aligned}$$

を考えると、散乱波を表わす速度ポテンシャルは (A.2.9) 式の α_{on}^j , $\alpha_{\ell n}^j$ を用いて

$$\begin{aligned}\phi_s &= \phi_I + \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N b_n \alpha_{on}^j \cdot H_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_j+h) \sum_{n=-N}^N b_n \alpha_{\ell n}^j \cdot K_n(k_\ell r_j) e^{in\theta_j} \quad (A.2.12)\end{aligned}$$

となる。

(A.2.11) 式は平面入射波を表わすから平面入射波中の物体に働く波力を求めるためのプログラ

ムコードをそのまま利用できる利点がある。

(II) $E_q^j, F_{q\ell}^j$
物体 j が単独で

$$\phi_I = \cos k_q(z_j+h) I_p(k_q r_j) e^{ip\theta_j} \quad (A.2.13)$$

なる速度ポテンシャルで表わされる入射波中に固定されているときの diffraction 問題を解いて、物体 j まわりの流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_s が

$$\begin{aligned} \phi_s &= \sum_{n=-N}^N \phi_{qpn}^j(r_j, z_j) e^{in\theta_j} \\ &= \phi_I + \frac{\cosh k_o(z_j+h)}{\cosh k_o h} \sum_{n=-N}^N \gamma_{qpn}^j H_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_j+h) \sum_{n=-N}^N \xi_{q\ell pn}^j K_n(k_{\ell} r_j) e^{in\theta_j} \quad (A.2.14) \end{aligned}$$

と求められたとする。(A.2.13)→(A.2.14)の関係が $p=-N \sim N$ について求められたとすると、 $E_q^j, F_{q\ell}^j$ は次のように書ける。

$$\begin{aligned} E_q^j &= \begin{bmatrix} \gamma_{q,-N,-N}^j & \gamma_{q,-N+1,-N}^j & \cdots & \gamma_{q,N-1,-N}^j & \gamma_{q,N,-N}^j \\ \gamma_{q,-N,-N+1}^j & \gamma_{q,-N+1,-N+1}^j & \cdots & \gamma_{q,N-1,-N+1}^j & \gamma_{q,N,-N+1}^j \\ \vdots & & & & \vdots \\ \gamma_{q,-N,N}^j & \gamma_{q,-N+1,N}^j & \cdots & \gamma_{q,N-1,N}^j & \gamma_{q,N,N}^j \end{bmatrix} \\ F_{q\ell}^j &= \begin{bmatrix} \xi_{q\ell,-N,-N}^j & \xi_{q\ell,-N+1,-N}^j & \cdots & \xi_{q\ell,N-1,-N}^j & \xi_{q\ell,N,-N}^j \\ \xi_{q\ell,-N,-N+1}^j & \xi_{q\ell,-N+1,-N+1}^j & \cdots & \xi_{q\ell,N-1,-N+1}^j & \xi_{q\ell,N,-N+1}^j \\ \vdots & & & & \vdots \\ \xi_{q\ell,-N,N}^j & \xi_{q\ell,-N+1,N}^j & \cdots & \xi_{q\ell,N-1,N}^j & \xi_{q\ell,N,N}^j \end{bmatrix} \quad (A.2.15) \end{aligned}$$

B_o^j, B_{ℓ}^j と同様に、物体形状が z_j 軸に関して軸対称の場合には $p=-N \sim N$ について (A.2.13)→(A.2.14) の関係を求める必要がなく

$$\phi_I = \cos k_q(z_j+h) \sum_{p=-N}^N K_p(k_q r_j) e^{ip\theta_j} \quad (A.2.16)$$

なる入射波に対する

$$\begin{aligned}
\phi_s &= \sum_{n=-N}^N \phi_{qn}^j(r_j, z_j) e^{in\theta_j} \\
&= \phi_I + \frac{\cosh k_0(z_j+h)}{\cosh k_0 h} \sum_{n=-N}^N \gamma_{qn}^j H_n(k_0 r_j) e^{in\theta_j} \\
&+ \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_{\ell}(z_j+h) \sum_{n=-N}^N \xi_{q\ell n}^j K_n(k_{\ell} r_j) e^{in\theta_j} \quad (A.2.17)
\end{aligned}$$

を求めれば

$$\begin{aligned}
E_q^j &= \begin{bmatrix} \gamma_{q,-N}^j & & & & \\ & \gamma_{q,-N+1}^j & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \gamma_{q,N-1}^j & \\ & & & & \gamma_{q,N}^j \end{bmatrix} \\
F_{q\ell}^j &= \begin{bmatrix} \xi_{q\ell,-N}^j & & & & \\ & \xi_{q\ell,-N+1}^j & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \xi_{q\ell,N-1}^j & \\ & & & & \xi_{q\ell,N}^j \end{bmatrix} \quad (A.2.18)
\end{aligned}$$

となる。

物体 i まわりの流場を表わす速度ポテンシャルを Φ とすると、
圧力 p は

$$p = p_0 - \rho g z_i - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho \frac{(\nabla \Phi)^2}{2} \quad (\text{A.3.1})$$

にて求められる。ここで、 p_0 は大気圧を表わす。

更に、物体 i に働く k 方向の力は

$$F_k(t) = \iint_{S_b^i} p n_k dS \quad (\text{A.3.2})$$

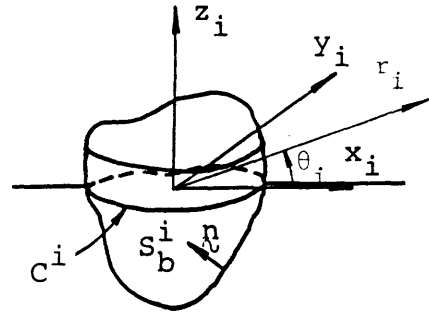


Fig. A.3.1

となる。ここで n_k は物体表面における単位法線ベクトルの k 方向成分であり、その具体形は (2.35) 式にて表わされる。また $S_b^i(t)$ は各時刻における物体表面の浸水部分を表わす。速度ポテンシャルがある微小パラメータ ϵ で

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + O(\epsilon^3) \quad (\text{A.3.3})$$

と展開される時 (ただし $\Phi_1 = O(\epsilon)$, $\Phi_2 = O(\epsilon^2)$)

物体に働く力 F_k を

$$F_k = F_k^{(0)} + F_k^{(1)} + F_k^{(2)} + O(\epsilon^3) \\ (F_k^{(0)} = O(1), F_k^{(1)} = O(\epsilon), F_k^{(2)} = O(\epsilon^2)) \quad (\text{A.3.4})$$

とすると

$$F_k^{(0)} = \iint_{S_b^i} -\rho g z_i n_k dS \\ F_k^{(1)} = \iint_{S_b^i} -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} n_k dS \\ F_k^{(2)} = \iint_{S_b^i} \left[-\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho \frac{(\nabla \Phi)^2}{2} \right] n_k dS \\ + \iint_{\Delta S_b^i} \left(-\rho g z_i - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) n_k dS \quad (\text{A.3.5})$$

となる。ここで、 S_b^i は静止水面下の物体表面の浸水部分を示し、 $\Delta S_b^i(t)$ は時々刻々の物体表面の浸水部 S_b^i と S_b^i の差 ($0 \leq z_i \leq -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t}$) を表わす。
従って、今物体が水面を垂直に貫通しているとする

$$F_k^{(2)} = \iint_{S_b^i} \left[-\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho \frac{(\nabla \Phi)^2}{2} \right] n_k dS + \int_{C^i} \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 n_k dC \quad (\text{A.3.6})$$

となる。ここで C^1 は Fig. A. 3. 1 に示すように物体表面と静止水面 ($z_i = 0$) との交線である。

(A. 3. 6) 式を

$$F_k^{(2)} = F_{k1}^{(2)} + F_{k2}^{(2)} \quad (A. 3. 7)$$

$$F_{k1}^{(2)} = \iint_{S_b^i} -\rho \frac{(\nabla\phi)^2}{2} n_k dS + \int_C \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho}{g} \left(\frac{\partial\phi}{\partial t} \right)^2 n_k dc$$

$$F_{k2}^{(2)} = \iint_{S_b^i} -\rho \frac{\partial\phi}{\partial t}^2 \cdot n_k dS \quad (A. 3. 8)$$

と分けてかくと、 $F_{k1}^{(2)}$ は ϕ_1 (線型理論の解) だけで計算可能である。また、流場が周期的であると $F_{k2}^{(2)}$ の mean value (時間に依存しない成分) は 0 である。

従って、時間によって変動しない定常力、定常モーメント \bar{F}_k は

$$\bar{F}_k = \text{mean value of } F_{k1}^{(2)}$$

$$= \iint_{S_b^i} -\rho \frac{\nabla\phi \cdot \nabla\phi^*}{4} n_k dS + \int_C \frac{1}{4} \cdot \frac{\rho}{g} \omega^2 \phi_1 \phi_1^* n_k dc \quad (A. 3. 9)$$

となり、線型理論の解 ϕ_1 が知れていれば計算できることになる。

ただし $\phi_1 = \text{Re}(\phi_1 e^{-i\omega t})$ とし、 ϕ_1^* は ϕ_1 の複素共役を示す。

物体形状が z_i 軸に関して軸対称で ϕ_1 が (2. 37) 式で示されるように

$$\phi_1 = \sum_{n=-N}^N n(r_i, z_i) e^{in\theta} \quad (A. 3. 10)$$

と表わされるとき、物体に働く定常力、定常モーメントは次のように書ける。

即ち、物体 i に固定した円柱座標系 (r_i, θ_i, z_i) を用いて

$$\bar{F}_k = \int_0^{2\pi} \int_s -\rho \frac{\nabla\phi \cdot \nabla\phi^*}{4} n_{2k} ds \cdot r d\theta$$

$$+ \int_0^{2\pi} \frac{1}{4} \cdot \frac{\rho}{g} \omega^2 \phi_1 \phi_1^* n_{2k} r d\theta \quad (A. 3. 11)$$

ここで

$$n_{21} = n_{2r} \cos\theta \quad n_{24} = \{ r n_{2z} - (z_i - z_0) n_{2r} \} \cos\theta$$

$$n_{22} = n_{2r} \sin\theta \quad n_{25} = \{ (z_i - z_0) n_{2r} - r n_{2z} \} \sin\theta$$

$$n_{23} = n_{2z} \quad n_{26} = 0 \quad (A. 3. 12)$$

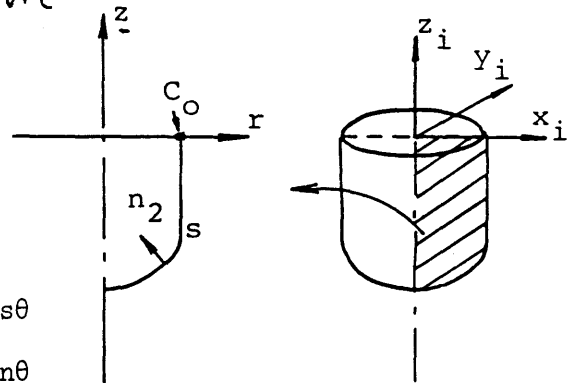


Fig. A. 3. 2 Cross section of an axisymmetric body

モーメントを考える点は $(0, 0, z_0)$ とし、 s は Fig. A. 3. 2 に示すように z_i 軸を含む物体の断面の輪郭部であり、 n_{2r} 、 n_{2z} はその断面における 2次元単位法線ベクトル $n_2(r_i, z_i)$ の r 、 z 方向への方向余弦である。

$$\begin{aligned} & \nabla\phi_1 \cdot \nabla\phi_1^* \\ &= \frac{\partial\phi_1}{\partial r} \frac{\partial\phi_1^*}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial\phi_1}{\partial\theta} \frac{\partial\phi_1^*}{\partial\theta} + \frac{\partial\phi_1}{\partial z} \frac{\partial\phi_1^*}{\partial z} \quad (\text{A.3.13}) \end{aligned}$$

なることを利用し、(A.3.10)式を(A.3.9)式に代入し

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} e^{in\theta} \cdot e^{im\theta} \cos\theta d\theta &= \begin{cases} \pi & \text{if } m+n=\pm 1 \\ 0 & \text{if } m+n \neq \pm 1 \end{cases} \\ \int_0^{2\pi} e^{in\theta} \cdot e^{im\theta} \sin\theta d\theta &= \begin{cases} -i\pi & \text{if } m+n=-1 \\ i\pi & \text{if } m+n=1 \\ 0 & \text{if } m+n \neq \pm 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A.3.14})$$

なる関係を用いると

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= \int_s -\frac{\rho\pi}{4} \left[r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial\varphi_n}{\partial r} \left\{ \frac{\partial\varphi_{n+1}^*}{\partial r} + \frac{\partial\varphi_{n-1}^*}{\partial r} \right\} \right. \\ &\quad + \frac{1}{r} \sum_{n=-N}^N in\varphi_n \left\{ -i(n+1)\varphi_{n+1}^* - i(n-1)\varphi_{n-1}^* \right\} \\ &\quad + r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial\varphi_n}{\partial z} \left\{ \frac{\partial\varphi_{n+1}^*}{\partial z} + \frac{\partial\varphi_{n-1}^*}{\partial z} \right\} \left. \right] n_2 r ds \\ &\quad - \frac{\rho\omega^2\pi}{4g} \sum_{n=-N}^N r\varphi_n (\varphi_{n+1}^* + \varphi_{n-1}^*) \Big|_{\text{at } C_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_2 &= \int_s -\frac{i\rho\pi}{4} \left[r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial\varphi_n}{\partial r} \left\{ \frac{\partial\varphi_{n+1}^*}{\partial r} - \frac{\partial\varphi_{n-1}^*}{\partial r} \right\} \right. \\ &\quad + \frac{1}{r} \sum_{n=-N}^N in\varphi_n \left\{ -i(n+1)\varphi_{n+1}^* + i(n-1)\varphi_{n-1}^* \right\} \\ &\quad + r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial\varphi_n}{\partial z} \left\{ \frac{\partial\varphi_{n+1}^*}{\partial z} - \frac{\partial\varphi_{n-1}^*}{\partial z} \right\} \left. \right] n_2 r ds \\ &\quad + i\frac{\rho\omega^2\pi}{4g} \sum_{n=-N}^N r\varphi_n (\varphi_{n+1}^* - \varphi_{n-1}^*) \Big|_{\text{at } C_0} \end{aligned}$$

$$\bar{F}_3 = \int_s -\rho \frac{\pi}{2} \left[r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial \varphi_n^2}{\partial r} + \frac{1}{r} \sum_{n=-N}^N n^2 |\varphi_n|^2 + r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial \varphi_n^2}{\partial z} \right] n_{2z} ds$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_4 = \int_s \frac{i\rho\pi}{4} & \left[r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial \varphi_n}{\partial r} \left\{ \frac{\partial \varphi_{n+1}^*}{\partial r} - \frac{\partial \varphi_{n-1}^*}{\partial r} \right\} \right. \\ & + \frac{1}{r} \sum_{n=-N}^N i n \varphi_n \left\{ -i(n+1)\varphi_{n+1}^* + i(n-1)\varphi_{n-1}^* \right\} \\ & \left. + r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial \varphi_n}{\partial z} \left\{ \frac{\partial \varphi_{n+1}^*}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_{n-1}^*}{\partial z} \right\} \right] (rn_{2z} - zn_{2r}) ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_5 = \int_s \frac{i\rho\pi}{4} & \left[r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial \varphi_n}{\partial r} \left\{ \frac{\partial \varphi_{n+1}^*}{\partial r} + \frac{\partial \varphi_{n-1}^*}{\partial r} \right\} \right. \\ & + \frac{1}{r} \sum_{n=-N}^N i n \varphi_n \left\{ -i(n+1)\varphi_{n+1}^* - i(n-1)\varphi_{n-1}^* \right\} \\ & \left. + r \sum_{n=-N}^N \frac{\partial \varphi_n}{\partial z} \left\{ \frac{\partial \varphi_{n+1}^*}{\partial z} + \frac{\partial \varphi_{n-1}^*}{\partial z} \right\} \right] (zn_{2r} - rn_{2z}) ds \end{aligned}$$

$$\bar{F}_6 = 0 \quad (A.3.15)$$

ただしモーメントを考える点は静止水面上とし、 C_0 はFig. A. 3. 2 に示すように z_i 軸を含む物体の断面と静止水面との交点とする。

第5章(5.38)式で示したように、物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャル $\text{Re}(\phi e^{-i\omega t})$ が求められているとき、物体に働く水平方向波漂流力は次式にて近似的に計算できる。

$$\begin{aligned}\bar{F}_1 &\sim \int_C \frac{\rho}{4g} \omega^2 \phi \phi_{n_1}^* dC \\ \bar{F}_2 &\sim \int_C \frac{\rho}{4g} \omega^2 \phi \phi_{n_2}^* dC\end{aligned}\quad (\text{A.4.1})$$

ϕ^* : complex conjugate of ϕ

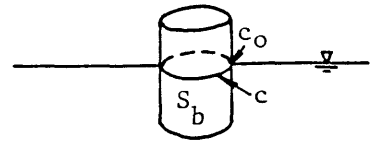


Fig. A.4.1 Definition of S_b, c, c_0

ここで \bar{F}_1, \bar{F}_2 は物体に固定した座標系において各々x軸、y軸方向に働く波漂流力を示し、 c は物体の表面と静止水面との交線である。また n_1, n_2 は各々物体表面における単位法線ベクトルのx, y軸方向成分を意味する。

今、軸対称物体まわりの速度ポテンシャルが

$$\phi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n e^{in\theta} \quad (\text{A.4.2})$$

と表わされるとき(A.4.1)式より

$$\begin{aligned}\bar{F}_1 &\sim \int_C \frac{\rho}{4g} \omega^2 \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n e^{in\theta} \right) \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n^* e^{-in\theta} \right) n_1 dC \\ &= 2\pi \frac{\rho}{4g} \omega^2 n_{2r} \text{Re} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n \phi_{n+1}^* \right) \text{at } C_0\end{aligned}\quad (\text{A.4.3})$$

ここで C_0 はFig. A.4.1に示すように物体の対称断面と静止水面の交点であり、 n_{2r} は対称断面における2次元単位法線ベクトル $n_2(r, z)$ のr方向成分である。

平面入射波中の2個の物体i, jを考えると、物体iまわりの流場を表わす速度ポテンシャルは近似的に(5.12)式で表わされるから、物体iに加わるx方向波漂流力 \bar{F}_1^i は

$$\bar{F}_1^i \sim -2\pi \frac{\rho}{4g} \omega^2 \text{Re} \{ (v_{-1} \phi_{0,-1}) (v_0^* \phi_{00}^*) + (v_0 \phi_{00}) (v_1^* \phi_{01}^*) \} \quad (\text{A.4.4})$$

軸対称体ならば

$$-\phi_{0,-1} = \phi_{01} \quad (\text{A.4.5})$$

だから

$$\bar{F}_1^i \sim -2\pi \frac{\rho}{4g} \omega^2 \text{Re} \{ (v_0 \phi_{00}) (v_1^* \phi_{01}^*) - (v_0^* \phi_{00}^*) (v_{-1} \phi_{01}) \} \quad (\text{A.4.6})$$

また、相互干渉のない場合(物体iが単独で平面入射波中に存在する場合)に物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルは(5.11)式で与えられるから、このとき物体iに加わるx方向の波漂流力を \bar{F}_1^i とすると

$$\bar{F}_1^{i'} = -2\pi \frac{\rho}{4g} \omega^2 \text{Re}\{(b'_0 \phi_{00})(b'_1 \phi_{01})^* - (b'_0 \phi_{00})^*(b'_{-1} \phi_{01})\} \quad (\text{A.4.7})$$

$$(b'_n = b_n e^{-in\theta} I e^{i\varepsilon_i})$$

従って

$$\bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'} = \frac{(v_0 \phi_{00})(v_1 \phi_{01})^* - (v_0 \phi_{00})^*(v_{-1} \phi_{01})}{(b'_0 \phi_{00})(b'_1 \phi_{01})^* + (b'_0 \phi_{00})^*(b'_{-1} \phi_{01})} \quad (\text{A.4.8})$$

ここで

$$(b'_0 \phi_{00}) \cdot (b'_1 \phi_{01})^* = c + di \quad (c, d: \text{real}) \quad (\text{A.4.9})$$

とおく。

また、 $\theta_1 = 0$ の場合を考えると第5章(5.9)式及び仮定(4), (5)より

$$\frac{v_1}{b'_1} \sim 1 + A \sqrt{2/\pi k_0 L} e^{i\{k_0 L(1+\cos\theta_{ij}) - \pi/4 - \theta_{ji} + \varepsilon_A\}} \quad (\text{A.4.10})$$

同様にして

$$\frac{v_0}{b'_0} \sim 1 + A \sqrt{2/\pi k_0 L} e^{i\{k_0 L(1+\cos\theta_{ij}) - \pi/4 + \varepsilon_A\}} \quad (\text{A.4.11})$$

$$(A e^{i\varepsilon_A} \equiv \alpha_{00} + 2\alpha_{01} \cos\theta_{ji})$$

従って

$$\frac{v_0}{b'_0} \cdot \frac{v_1}{b'_1}^* = 1 + A^2 \frac{2}{\pi k_0 L} e^{i\theta_{ji}} + 2A \sqrt{2/\pi k_0 L} e^{i\theta_{ji}/2} \times \cos\{k_0 L(1+\cos\theta_{ij}) - \pi/4 - \theta_{ji}/2 + \varepsilon_A\}$$

$$\frac{v_{-1}}{b'_{-1}} \cdot \frac{v_0}{b'_0}^* = -1 - A^2 \frac{2}{\pi k_0 L} e^{i\theta_{ji}} - 2A \sqrt{2/\pi k_0 L} e^{i\theta_{ji}/2} \times \cos\{k_0 L(1+\cos\theta_{ij}) - \pi/4 + \theta_{ji}/2 + \varepsilon_A\}$$

$$(\text{A.4.12})$$

結局

$$(v_0 \phi_{00})(v_1 \phi_{01})^* - (v_0 \phi_{00})^*(v_{-1} \phi_{01})$$

$$= (1 + A^2 \frac{2}{\pi k_0 L} e^{i\theta_{ji}} + 2A \sqrt{2/\pi k_0 L} e^{i\theta_{ji}/2} \times \cos\{k_0 L(1+\cos\theta_{ij}) - \pi/4 - \theta_{ji}/2 + \varepsilon_A\})(c+di)$$

$$+ (1 + A^2 \frac{2}{\pi k_0 L} e^{i\theta_{ji}} + 2A \sqrt{2/\pi k_0 L} e^{i\theta_{ji}/2} \times \cos\{k_0 L(1+\cos\theta_{ij}) - \pi/4 + \theta_{ji}/2 + \varepsilon_A\})(c-di)$$

$$(\text{A.4.13})$$

よって、 $\theta_{ij}=0$ ($\theta_{ji}=\pi$) ($\Rightarrow 00$) のとき

$$\begin{aligned} & \text{Re}[(v_0\phi_{00})(v_1\phi_{01})^* - (v_0\phi_{00})^*(v_{-1}\phi_{01})] \\ & = 2c \left(1 - \frac{2}{\pi k_0 L} A^2 \right) - 4dA \sqrt{2/\pi k_0 L} \sin(2k_0 L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A) \end{aligned} \quad (\text{A.4.14})$$

従って

$$\bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'} = \left(1 - A^2 \frac{2}{\pi k_0 L} \right) - \frac{d}{c} A \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 L}} 2 \sin(2k_0 L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A) \quad (\text{A.4.15})$$

よって $d/c > 0$ とすると $\bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'}$ は

$$\begin{aligned} 2k_0 L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A = 2n\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{で} \quad \bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'} \quad \text{は} \quad \text{最小値} \quad \left(1 - A^2 \frac{2}{\pi k_0 L} \right) - 2 \frac{d}{c} A \sqrt{2/\pi k_0 L} \\ 2k_0 L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A = (2n-1)\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{で} \quad \bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'} \quad \text{は} \quad \text{最大値} \quad \left(1 - A^2 \frac{2}{\pi k_0 L} \right) + 2 \frac{d}{c} A \sqrt{2/\pi k_0 L} \end{aligned} \quad (\text{A.4.16})$$

$\theta_{ij}=\pi/2$ ($\Rightarrow 00$) のときは

$$\begin{aligned} \bar{F}_1^i / \bar{F}_1^{i'} \sim [& c \{ 1 + A \sqrt{2/\pi k_0 L} \cos(k_0 L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A) \} \\ & - 2dA \sqrt{2/\pi k_0 L} \sin(k_0 L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_A) \}] / c \end{aligned}$$

となる。

次に物体 j に加わる波漂流力 \bar{F}_1^j を考える。

物体 j まわりの流場を表わす速度ポテンシャルは(5.13)式にて与えられるから、(A.4.8)式と同様に

$$\begin{aligned} \bar{F}_1^j / \bar{F}_1^{j'} \sim \frac{(w_0\phi_{00})(w_1\phi_{01})^* - (w_0\phi_{00})^*(w_{-1}\phi_{01})}{(b''_0\phi_{00})(b''_1\phi_{01})^* + (b''_0\phi_{00})^*(b''_1\phi_{01})} \\ (b''_n = b_n e^{-in\theta_{Ij}} e^{i\epsilon_j}) \end{aligned} \quad (\text{A.4.18})$$

\bar{F}_1^j : 相互干渉のない場合 (物体 j が単独で平面入射波中に存在する場合) に物体 j に加わる x 方向波漂流力

ここで

$$\begin{aligned} \frac{w_0}{b''_0} & \sim 1 + B \sqrt{2/\pi k_0 L} e^{i\{k_0 L(1-\cos\theta_{ij}) - \frac{\pi}{4} + \epsilon_B\}} \\ \frac{w_1}{b''_1} & \sim 1 + B \sqrt{2/\pi k_0 L} e^{i\{k_0 L(1-\cos\theta_{ij}) - \frac{\pi}{4} - \theta_{ij} + \epsilon_B\}} \\ & (B e^{i\epsilon_B} \equiv \alpha_{00} + 2\alpha_{01} \cos(\theta_{ij} - \theta_I)) \end{aligned} \quad (\text{A.4.19})$$

だから

$$\frac{w_0}{b_0''} \frac{w_1^*}{b_1^{*'}} = 1 + B^2 \frac{2}{\pi k_0 L} e^{i\theta_{ij} + 2B\sqrt{2/\pi k_0 L}} e^{i\theta_{ij}/2} \cos\{k_0 L(1 - \cos\theta_{ij}) - \frac{\pi}{4} - \theta_{ij}/2 + \epsilon_B\}$$

$$\frac{w_{-1}}{b_{-1}''} \frac{w_0^*}{b_0^{*'}} = -1 - B^2 \frac{2}{\pi k_0 L} e^{i\theta_{ij} - 2B\sqrt{2/\pi k_0 L}} e^{i\theta_{ij}/2} \cos\{k_0 L(1 - \cos\theta_{ij}) - \frac{\pi}{4} + \theta_{ij}/2 + \epsilon_B\}$$

(A.4.20)

結局、 $\theta_{ij}=0$ ($\theta_{ji}=\pi$) ($\rightsquigarrow \circ \circ$) のとき

$$\text{Re}\{(w_0 \phi_{00})(w_1 \phi_{01})^* - (w_0 \phi_{00})^*(w_{-1} \phi_{01})\}$$

$$= 2c \left(1 + \frac{2}{\pi k_0 L} B^2 \right) + 2cB\sqrt{2/\pi k_0 L} \cos(\epsilon_B - \frac{\pi}{4}) \quad (\text{A.4.21})$$

従って

$$\bar{F}_1^j / \bar{F}_1^{j'} \sim 1 + B^2 \frac{2}{\pi k_0 L} + 2B\sqrt{2/\pi k_0 L} \cos(\epsilon_B - \frac{\pi}{4}) \quad (\text{A.4.22})$$

2つの物体 i, j が x (surge) 方向に各々

$$\begin{aligned} \dot{x}^i &= X_a^i e^{-i\omega t} \\ \dot{x}^j &= X_a^j e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (A.5.1)$$

なる運動をしている場合、物体 i まわりの流場を表わす速度ポテンシャルのうち、相互干渉によるものを $\Delta\phi_s^i$ とかくと $\Delta\phi_s^i$ は (5.60) 式より近似的に

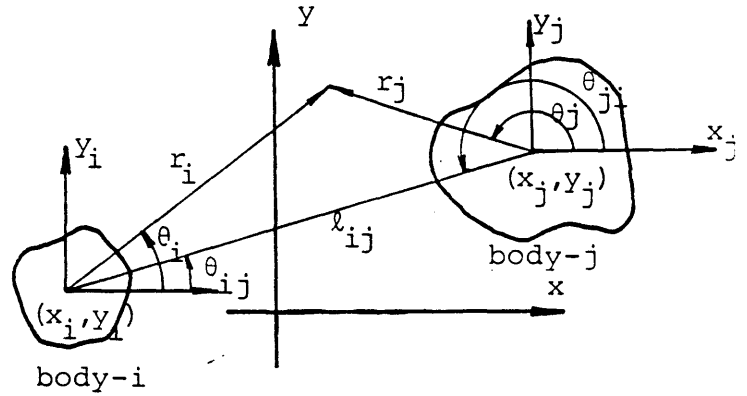


Fig.A.5.1 Definition

$$\Delta\phi_s^i = X_a^j \sum_{n=-1}^1 t_n \phi_{on}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (A.5.2)$$

で与えられる。(A.5.2) 式で表わされる $\Delta\phi_s^i$ によって物体 i に加わる sway force を

$$-(\Delta M_{12}) \ddot{x}^i - (\Delta N_{12}) \dot{x}^i \quad (A.5.3)$$

とすると

$$\begin{aligned} \Delta M_{12} &= \frac{\rho}{X_a^i} \int_{S_b} \text{Re}(\Delta\phi_s^i) n_2 dS \\ \Delta N_{12} &= \frac{\omega\rho}{X_a^i} \int_{S_b} \text{Im}(\Delta\phi_s^i) n_2 dS \end{aligned} \quad (A.5.4)$$

ここで S_b は物体表面にわたる積分を意味する。

従って、第5章と同様の方法により

$$\begin{aligned} \Delta m_{12} &= \Delta M_{12} / \rho \nabla = \frac{R'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos\theta_{ji} \sin\theta_{ji} f_{2a} \cos(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R'} + \delta_2) \\ \Delta n_{12} &= \Delta N_{12} / \omega\rho \nabla = \frac{R'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos\theta_{ji} \sin\theta_{ji} f_{2a} \sin(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R'} + \delta_2) \end{aligned} \quad (A.5.5)$$

物体 j に対しては

$$\begin{aligned} \Delta m_{12} &= \frac{R''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos\theta_{ij} \sin\theta_{ij} f_{2a} \cos(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R''} + \delta_2) \\ \Delta n_{12} &= \frac{R''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos\theta_{ij} \sin\theta_{ij} f_{2a} \sin(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R''} + \delta_2) \end{aligned} \quad (A.5.6)$$

ここで ∇ は物体の排水容積で、 $R', \epsilon_{R'}$, $R'', \epsilon_{R''}$ は (5.67), (5.70) 式にて定義される。また f_{2a} , δ_2 は物体 i (あるいは物体 j) が単独で平面入射波中に存在するときにおける sway force $F_2^{i'}$

と

$$F_2^{i'} / \rho g \zeta_a = f_{2a} e^{i\delta_2} \quad (f_{2a} : \text{real}) \quad (\text{A.5.7})$$

なる関係で定義される。

更に、(A.5.2) 式で表わされる $\Delta\phi_s^i$ によって物体 i に加わる heave force を

$$-(\Delta M_{13})^{\cdot\cdot i} - (\Delta N_{13})^{\cdot i} \quad (\text{A.5.8})$$

とすると

$$\dot{x}^i = X_a^i e^{-i\omega t}$$

だから

$$\begin{aligned} \Delta M_{13} &= \frac{\rho}{X_a^i} \int_{S_b} \text{Re}(\Delta\phi_s^i) n_3 dS \\ \Delta N_{13} &= \frac{\omega\rho}{X_a^i} \int_{S_b} \text{Im}(\Delta\phi_s^i) n_3 dS \end{aligned} \quad (\text{A.5.9})$$

(5.3), (5.4) 式より物体 i が単独で振幅 ζ_a の平面入射波中に存在するとき、物体 i に働く heave force $F_3^{i'}$ は

$$\begin{aligned} F_3^{i'} &= i\omega\rho \int_{S_b} \sum_{n=-N}^N \phi_{on}^i e^{in\theta} n_3 dS \\ &= \rho g \zeta_a \int_{S_b} \sum_{n=-N}^N \phi_{on}^i e^{in\theta} n_3 dS \\ &\quad \left(b_n = -\frac{ig\zeta_a}{\omega} i^n, \theta_I = \epsilon_i = 0 \right) \end{aligned} \quad (\text{A.5.10})$$

従って

$$F_3^{i'} = 2\pi\rho g \zeta_a \int_s \phi_{oo}^i r ds \quad (\text{A.5.11})$$

更に

$$\begin{aligned} &\int_{S_b} \Delta\phi_s^i n_3 dS \\ &= \int_s \int_0^{2\pi} X_a^j \sum_{n=-1}^1 t_n \phi_{on}^i e^{in\theta} n_3 r d\theta ds \\ &= 2\pi X_a^j \int_s t_o \phi_{oo}^i n_3 r ds \\ &= 4\pi X_a^j \int_s \gamma_1 \phi_{oo}^i \cos\theta_{ji} \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{3}{4}\pi)} n_3 r ds \\ &= 2X_a^j \gamma_1 \cos\theta_{ji} \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{3}{4}\pi)} (F_3^{i'} / \rho g \zeta_a) \end{aligned} \quad (\text{A.5.12})$$

ここで

$$\begin{aligned} F_3^{i'} / \rho g \zeta_a &= f_{3a} e^{i\delta_3} \quad (f_{3a} : \text{real}) \\ 2X_a^j \gamma_1 / X_a^i &= R' e^{i\epsilon_{R'}} \quad (R' : \text{real}) \end{aligned} \quad (\text{A.5.13})$$

と書くと、結局物体 i に対して

$$\begin{aligned} \Delta m_{13} &= \Delta M_{13} / \rho \nabla = \frac{R'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos \theta_{ji} f_{3a} \cos(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R'} + \delta_3) \\ \Delta N_{13} &= \Delta N_{13} / \omega \rho \nabla = \frac{R'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos \theta_{ji} f_{3a} \sin(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R'} + \delta_3) \end{aligned} \quad (\text{A.5.14})$$

物体 j に対して

$$\begin{aligned} \Delta m_{13} &= \frac{R''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos \theta_{ij} f_{3a} \cos(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R''} + \delta_3) \\ \Delta N_{13} &= \frac{R''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos \theta_{ij} f_{3a} \sin(k_o L - \frac{3}{4}\pi + \epsilon_{R''} + \delta_3) \end{aligned} \quad (\text{A.5.15})$$

Heave 方向に運動するときの付加質量、造波減衰

2つの物体 i, j が z 方向に

$$\begin{aligned} \dot{z}^i &= Z_a^i e^{-i\omega t} \\ \dot{z}^j &= Z_a^j e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (\text{A.5.16})$$

なる運動をしている場合を考える。

このとき、物体 i, j からの発散波は(5.50)式より各々

$$\begin{aligned} \phi_R^i &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} Z_a^i \sum_{n=-N}^N \xi_n H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \\ \phi_R^j &= \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} Z_a^j \sum_{n=-N}^N \xi_n H_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \end{aligned} \quad (\text{A.5.17})$$

と書ける。

物体 i, j からの発散波(A.5.17)は各々

ϕ_R^i は物体 j の近傍で

$$\phi_R^i \sim \frac{\cosh ko(z_j+h)}{\cosh koh} Z_a^i \sum_{n=-1}^1 w_n J_n(k_o r_j) e^{in\theta_j} \quad (\text{A.5.18})$$

ϕ_R^j は物体 i の近傍で

$$\phi_R^j \sim \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} z_a^j \sum_{n=-1}^1 v_n J_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} \quad (\text{A.5.19})$$

と書ける。

ここで

$$\begin{cases} w_{-1} = \xi_o e^{i\theta} i j H_1(k_o L) \\ w_o = \xi_o H_o(k_o L) \\ w_1 = \xi_o e^{-i\theta} i j H_{-1}(k_o L) \end{cases} \quad (\text{A.5.20})$$

$$\begin{cases} v_{-1} = \xi_o e^{i\theta} j i H_1(k_o L) \\ v_o = \xi_o H_o(k_o L) \\ v_1 = \xi_o e^{-i\theta} j i H_{-1}(k_o L) \end{cases} \quad (\text{A.5.21})$$

$$(\xi_n = 0 (n \neq 0))$$

また $k_o L \gg 1$ として第5章の仮定 (5) より Bessel 関数の漸近展開式を用いると

$$\begin{cases} w_{-1} \sim -i \xi_o e^{i\theta} i j \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} \\ w_o \sim \xi_o \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} \\ w_1 \sim i \xi_o e^{-i\theta} i j \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} \end{cases} \quad (\text{A.5.22})$$

$$\begin{cases} v_{-1} \sim -i \xi_o e^{i\theta} j i \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} \\ v_o \sim \xi_o \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} \\ v_1 \sim i \xi_o e^{-i\theta} j i \sqrt{2/\pi k_o L} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} \end{cases} \quad (\text{A.5.23})$$

(5.3), (5.4) 式にて表わされる diffraction 特性を用いれば、(A.5.18), (A.5.19) 式で与えられる ϕ_R^j , ϕ_R^i を各々物体 i , j に対する入射波と考えたとき、各物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルは次のようになる。

物体 i

$$\phi \sim z_a^j \sum_{n=-1}^1 v_n \phi_{on}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (\text{A.5.24})$$

物体 j

$$\phi \sim Z_a^i \sum_{n=-1}^1 w_n \phi_{on}(r_j, z_j) e^{in\theta_j} \quad (\text{A.5.25})$$

従って、各物体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルは (A. 5. 24), (A. 5. 25) に物体 i, j からの発散波を表わす速度ポテンシャル (5. 50) を加えて

$$\begin{aligned} \phi_s^i &\sim Z_a^i \phi_1(r_i, z_i) + Z_a^j \sum_{n=-1}^1 v_n \phi_{on}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \\ \phi_s^j &\sim Z_a^j \phi_1(r_j, z_j) + Z_a^i \sum_{n=-1}^1 w_n \phi_{on}(r_j, z_j) e^{in\theta_j} \end{aligned} \quad (\text{A.5.26})$$

ϕ_s^i のうちで相互干渉によるものを $\Delta\phi_s^i$ と書くと

$$\Delta\phi_s^i = Z_a^j \sum_{n=-1}^1 v_n \phi_{on}(r_i, z_i) e^{in\theta_i} \quad (\text{A.5.27})$$

$\Delta\phi_s^i$ によって物体 i に加わる surge force を

$$-(\Delta M_{31})^{\cdot i} z^i - (\Delta N_{31})^{\cdot i} z^i \quad (\text{A.5.28})$$

とかくと

$$\begin{aligned} \Delta M_{31} &= \frac{\rho}{Z_a^i} \int_{S_b} \text{Re}(\Delta\phi_s^i) n_1 dS \\ \Delta N_{31} &= \frac{\omega\rho}{Z_a^i} \int_{S_b} \text{Im}(\Delta\phi_s^i) n_1 dS \end{aligned} \quad (\text{A.5.29})$$

$$\begin{aligned} &\int_{S_b} \Delta\phi_s^i n_1 dS \\ &= \int_s \int_0^{2\pi} Z_a^j \sum_{n=-1}^1 v_n \phi_{on} e^{in\theta} n_1 r d\theta ds \\ &= \pi Z_a^j \int_s (v_{-1} \phi_{o,-1} + v_1 \phi_{o1}) n_1 r ds \\ &= 2\pi Z_a^j \int_s i \xi_o \phi_{o1} \cos\theta_{ji} \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} n_1 r ds \\ &= Z_a^j \xi_o \cos\theta_{ji} \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \pi/4)} (F_1^{i'} / \rho g \zeta_a) \end{aligned} \quad (\text{A.5.30})$$

ここで $F_1^{i'}$ は (5.64) 式にて示されるように、物体 i が単独で平面入射波中に存在するとき物体 i に働く surge force である。

$$\begin{aligned} F_1^{i'} / \rho g \zeta_a &= f_{1a} e^{i\delta_1} \quad (f_{1a}: \text{real}) \\ Z_a^j \xi_o / Z_a^i &= P' e^{i\epsilon_P'} \quad (P': \text{real}) \end{aligned} \quad (\text{A.5.31})$$

とかくと

$$\begin{aligned}\Delta m_{31} &= \Delta M_{31}/\rho V = \frac{P'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos\theta_{ji} f_{1a} \cos(k_o L - \frac{\pi}{4} + \varepsilon_{p'} + \delta_1) \\ \Delta N_{31} &= \Delta N_{31}/\omega\rho V = \frac{P'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos\theta_{ji} f_{1a} \sin(k_o L - \frac{\pi}{4} + \varepsilon_{p'} + \delta_1)\end{aligned}\quad (\text{A.5.32})$$

同様に物体 j に対しては

$$\begin{aligned}\Delta m_{31} &= \frac{P''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos\theta_{ij} f_{1a} \cos(k_o L - \frac{\pi}{4} + \varepsilon_{p''} + \delta_1) \\ \Delta N_{31} &= \frac{P''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \cos\theta_{ij} f_{1a} \sin(k_o L - \frac{\pi}{4} + \varepsilon_{p''} + \delta_1) \\ (P'' e^{i\varepsilon_{p''}} &= Z_a^i \xi_o / Z_a^j)\end{aligned}\quad (\text{A.5.33})$$

更に (A.5.27) 式で表わされる $\Delta\phi_s^i$ によって物体 i に加わる sway force を

$$-(\Delta M_{32})_{z^i}^{\cdot i} - (\Delta N_{32})_{z^i}^{\cdot i} \quad (\text{A.5.34})$$

とすると

$$\begin{aligned}\Delta m_{32} &= \Delta M_{32}/\rho V = \frac{P'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \sin\theta_{ji} f_{2a} \cos(k_o L - \frac{\pi}{4} + \varepsilon_{p'} + \delta_2) \\ \Delta N_{32} &= \Delta N_{32}/\omega\rho V = \frac{P'}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \sin\theta_{ji} f_{2a} \sin(k_o L - \frac{\pi}{4} + \varepsilon_{p'} + \delta_2)\end{aligned}\quad (\text{A.5.35})$$

物体 j に対しては

$$\begin{aligned}\Delta m_{32} &= \frac{P''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \sin\theta_{ij} f_{2a} \cos(k_o L - \frac{\pi}{4} + \varepsilon_{p''} + \delta_2) \\ \Delta N_{32} &= \frac{P''}{\nabla} \sqrt{2/\pi k_o L} \sin\theta_{ij} f_{2a} \sin(k_o L - \frac{\pi}{4} + \varepsilon_{p''} + \delta_2)\end{aligned}\quad (\text{A.5.36})$$

ここで f_{2a} , δ_2 は (A.5.7) 式で定義される。

(A.5.27) 式で表わされる $\Delta\phi_s^i$ によって物体 i に加わる heave force を

$$-(\Delta M_{33})_{z^i}^{\cdot i} - (\Delta N_{33})_{z^i}^{\cdot i} \quad (\text{A.5.37})$$

とかくと

$$\begin{aligned}\Delta M_{33} &= \frac{\rho}{Z_a^i} \int_{S_b} \text{Re}(\Delta\phi_s^i) n_3 dS \\ \Delta N_{33} &= \frac{\omega\rho}{Z_a^i} \int_{S_b} \text{Im}(\Delta\phi_s^i) n_3 dS\end{aligned}\quad (\text{A.5.38})$$

ここで

$$\begin{aligned}
& \int_{S_b} \Delta \phi_s^i n_3 dS \\
&= \int_{S_o} \int_0^{2\pi} Z_a^j \sum_{n=-1}^1 v_n \phi_{on} e^{in\theta} n_3 r d\theta ds \\
&= 2\pi Z_a^j \int_S v_o \phi_{oo} n_3 r ds \\
&= 2\pi Z_a^j \int_S \xi_o \phi_{oo} \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} n_3 r ds \\
&= Z_a^j \xi_o \sqrt{\frac{2}{\pi k_o L}} e^{i(k_o L - \frac{\pi}{4})} (F_3^{i'} / \rho g \zeta_a) \quad (A.5.39)
\end{aligned}$$

ここで $F_3^{i'}$ は物体 i が単独で振幅 ζ_a の平面入射波中に存在するとき物体 i に働く heave force である。

$$\begin{aligned}
F_3^{i'} / \rho g \zeta_a &= f_{3a} e^{i\delta_3} \quad (f_{3a}: \text{real}) \\
Z_a^j \xi_o / Z_a^i &= P' e^{i\epsilon_{P'}} \quad (P': \text{real}) \quad (A.5.40)
\end{aligned}$$

とかくと、結局

$$\begin{aligned}
\Delta m_{33} &= \Delta M_{33} / \rho V = \frac{P'}{V} \sqrt{2/\pi k_o L} f_{3a} \cos(k_o L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_{P'} + \delta_3) \\
\Delta N_{33} &= \Delta N_{33} / \omega \rho V = \frac{P'}{V} \sqrt{2/\pi k_o L} f_{3a} \sin(k_o L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_{P'} + \delta_3) \quad (A.5.41)
\end{aligned}$$

物体 j に対しては

$$\begin{aligned}
\Delta m_{33} &= \frac{P''}{V} \sqrt{2/\pi k_o L} f_{3a} \cos(k_o L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_{P''} + \delta_3) \\
\Delta N_{33} &= \frac{P''}{V} \sqrt{2/\pi k_o L} f_{3a} \sin(k_o L - \frac{\pi}{4} + \epsilon_{P''} + \delta_3) \quad (A.5.42)
\end{aligned}$$

となる。ただし

$$P'' e^{i\epsilon_{P''}} = Z_a^i \xi_o / Z_a^j \quad (A.5.43)$$

で定義される。

A.6.1 Normalization

数値計算にあたってはBessel関数、Hankel関数を必要とするが、これらの関数は以下に示すように特異性をもつ。

$$\begin{aligned} Y_n(z) &\rightarrow \infty \\ H_n(z) &\rightarrow 0+i\infty \\ K_n(z) &\rightarrow \infty \end{aligned} \quad \text{as } n \rightarrow \infty \quad (\text{A.6.1})$$

従って適当なnormalizationをほどこさず関数をそのまま用いて精度をあげるためにnの大なるところまで計算しようとする、関数値が非常に大きくなり、数値計算上の誤差により結果として精度の悪い結果の得られることがある。この理由により、実際の数値計算にあたっては適当なnormalizationを行なうことが必要となる。 $J_n(z)$ 、 $I_n(z)$ は $n \rightarrow 0$ で0に漸近するので Y_n 、 H_n 、 K_n と共に J_n 、 I_n のnormalizationも行なうこととし、すべてのn、zに対して

$$\begin{aligned} J_n(z)/f(n) &= O(1) \\ H_n(z)/g(n) &= O(0+i) \\ I_n(k_p z)/i_p(n) &= O(1) \\ K_n(k_p z)/h_p(n) &= O(1) \end{aligned} \quad (\text{A.6.2})$$

となる関数 f, g, i_p, h_p の存在を仮定する。

すべてのn、zに対して(A.6.2)式が成り立つためには厳密には f, g, i_p, h_p もn、zの両方に依存すべきであるが、J、H、I、Kの引数zに対する変化の割合は、次数nに対する変化に比べて非常に小さいので $f=f(n), g=g(n), i_p=i_p(n), h_p=h_p(n)$ と仮定する。この様な関数が存在するとすれば、第2章の議論はnormalizationをほどこした形で次のように再定式化される。

第2章の(2.29)式に対応して、各物体(たとえば物体i)に対する入射波は一般に次の形でかける。

$$\begin{aligned} \phi_{I_1}^i + \Delta \phi_{I_1}^i &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N (b_n^i f(n)) (J_n(k_o r_i)/f(n)) e^{in\theta_i} e^{i\epsilon_i} \\ &+ \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N (d_n^i f(n)) (J_n(k_o r_i)/f(n)) e^{in\theta_i} \\ &+ \sum_{p=1}^L \cos k_p(z_i+h) \sum_{n=-N}^N (a_{pn}^i i_p(n)) (I_n(k_p r_i)/i_p(n)) e^{in\theta_i} \end{aligned} \quad (\text{A.6.3})$$

Appendix-2の(A. 2. 1), (A. 2. 2) 式、及び(A. 2. 13), (A. 2. 14) 式に対応して

入射波((A. 2. 1))

$$\phi_I = \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} f(p) (J_p(k_o r_i) / f(p)) e^{ip\theta_i} \quad (A.6.4)$$

散乱波+入射波((A. 2. 2))

$$\begin{aligned} \phi_s = \phi_I + & \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N (\alpha_{opn}^i g(n)) (H_n(k_o r_i) / g(n)) e^{in\theta_i} \\ & + \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_i+h) \sum_{n=-N}^N (\alpha_{\ell pn}^i h_\ell(n)) (K_n(k_\ell r_i) / h_\ell(n)) e^{in\theta_i} \end{aligned} \quad (A.6.5)$$

入射波((A. 2. 13))

$$\phi_I = \cos k_q(z_i+h) i_q(p) (I_p(k_q r_i) / i_q(p)) e^{ip\theta_i} \quad (A.6.6)$$

散乱波+入射波((A. 2. 14))

$$\begin{aligned} \phi_s = \phi_I + & \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N (\gamma_{qpn}^i g(n)) (H_n(k_o r_i) / g(n)) e^{in\theta_i} \\ & + \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_i+h) \sum_{n=-N}^N (\xi_{q\ell pn}^i h_\ell(n)) (K_n(k_\ell r_i) / h_\ell(n)) e^{in\theta_i} \end{aligned} \quad (A.6.7)$$

従って、(2.20)式の $d_{\ell n}^i, a_{\ell n}^i$ 及び b_n を各々規格化した形で次のように再定義すると

$$d_{\ell n}^{i*} = \begin{pmatrix} d_{-N}^i f(-N) \\ d_{-N+1}^i f(-N+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ d_N^i f(N) \end{pmatrix} \quad b_n^* = \begin{pmatrix} b_{-N} f(-N) \\ b_{-N+1} f(-N+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b_N f(N) \end{pmatrix} \quad a_{qn}^{i*} = \begin{pmatrix} a_{q, -N}^i i_q(-N) \\ a_{q, -N+1}^i i_q(-N+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{q, N}^i i_q(N) \end{pmatrix} \quad (A.6.8)$$

(2.20)式にて表わされる T_{ij}, T'_{ij} 及び(A. 2. 6), (A. 2. 15)式にて表わされる $B_o^i, B_\ell^i, E_q^i, F_{q\ell}^i$ も各々次のように規格化された形で再定義される。

$$[T_{ij}]^* = \left[\begin{array}{ccc} \frac{H_o f(-N)}{g(-N)} & \frac{e^{i\theta} {}_{ij}H_1 f(-N)}{g(-N+1)} & \frac{e^{2Ni\theta} {}_{ij}H_{2N} f(-N)}{g(N)} \\ \frac{e^{-\theta} {}_{ij}H_{-1} f(-N+1)}{g(-N)} & \frac{H_o f(-N+1)}{g(-N+1)} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{e^{-2Ni\theta} {}_{ij}H_{-2N} f(N)}{g(-N)} & \vdots & \frac{H_o f(N)}{g(N)} \end{array} \right]$$

$(H_n \equiv H_n(k_o \ell_{ij}))$
(A.6.9)

$$[T'_{ij}]^* = \left[\begin{array}{ccc} \frac{K_o (-1)^{-N} {}_{i\ell}(-N)}{h_\ell(-N)} & \frac{e^{2Ni\theta} {}_{ij}K_{2N} (-1)^{-N} {}_{i\ell}(-N)}{h_\ell(N)} \\ \vdots & \frac{K_o (-1)^{-N+1} {}_{i\ell}(-N+1)}{h_\ell(-N+1)} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{e^{-2Ni\theta} {}_{ij}K_{-2N} (-1)^N {}_{i\ell}(N)}{h_\ell(-N)} & \vdots & \frac{K_o (-1)^N {}_{i\ell}(N)}{h_\ell(N)} \end{array} \right]$$

$(K_n \equiv K_n(k_\ell \ell_{ij}))$
(A.6.10)

$$[B_o^i]^* = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_{o,-N,-N}^i g(-N)}{f(-N)} & \frac{\alpha_{o,-N,-N+1}^i g(-N+1)}{f(-N)} & \cdots & \frac{\alpha_{o,-N,N}^i g(N)}{f(-N)} \\ \frac{\alpha_{o,-N+1,-N}^i g(-N)}{f(-N+1)} & \frac{\alpha_{o,-N+1,-N+1}^i g(-N+1)}{f(-N+1)} & \cdots & \frac{\alpha_{o,-N+1,N}^i g(N)}{f(-N+1)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\alpha_{o,N,-N}^i g(-N)}{f(N)} & \frac{\alpha_{o,N,-N+1}^i g(-N+1)}{f(N)} & \cdots & \frac{\alpha_{o,N,N}^i g(N)}{f(N)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6.11})$$

$$[B_\ell^i]^* = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_{\ell,-N,-N}^i h_\ell(-N)}{f(-N)} & \frac{\alpha_{\ell,-N,-N+1}^i h_\ell(-N+1)}{f(-N)} & \cdots & \frac{\alpha_{\ell,-N,N}^i h_\ell(N)}{f(-N)} \\ \frac{\alpha_{\ell,-N+1,-N}^i h_\ell(-N)}{f(-N+1)} & \frac{\alpha_{\ell,-N+1,-N+1}^i h_\ell(-N+1)}{f(-N+1)} & \cdots & \frac{\alpha_{\ell,-N+1,N}^i h_\ell(N)}{f(-N+1)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\alpha_{\ell,N,-N}^i h_\ell(-N)}{f(N)} & \frac{\alpha_{\ell,N,-N+1}^i h_\ell(-N+1)}{f(N)} & \cdots & \frac{\alpha_{\ell,N,N}^i h_\ell(N)}{f(N)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6.12})$$

$$[E_q^i]^* = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_{q,-N,-N}^i g(-N)}{i_q(-N)} & \frac{\gamma_{q,-N,-N+1}^i g(-N+1)}{i_q(-N)} & \cdots & \frac{\gamma_{q,-N,N}^i g(N)}{i_q(-N)} \\ \frac{\gamma_{q,-N+1,-N}^i g(-N)}{i_q(-N+1)} & \frac{\gamma_{q,-N+1,-N+1}^i g(-N+1)}{i_q(-N+1)} & \cdots & \frac{\gamma_{q,-N+1,N}^i g(N)}{i_q(-N+1)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\gamma_{q,N,-N}^i g(-N)}{i_q(N)} & \frac{\gamma_{q,N,-N+1}^i g(-N+1)}{i_q(N)} & \cdots & \frac{\gamma_{q,N,N}^i g(N)}{i_q(N)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6.13})$$

$$[F_{q\ell}^i]^* = \begin{bmatrix} \frac{\xi_{q\ell, -N, -N}^i h_{\ell}(-N)}{i_q(-N)} & \frac{\xi_{q\ell, -N, -N+1}^i h_{\ell}(-N+1)}{i_q(-N)} & \cdots & \frac{\xi_{q\ell, -N, N}^i h_{\ell}(N)}{i_q(-N)} \\ \frac{\xi_{q\ell, -N+1, -N}^i h_{\ell}(-N)}{i_q(-N+1)} & \frac{\xi_{q\ell, -N+1, -N+1}^i h_{\ell}(-N+1)}{i_q(-N+1)} & \cdots & \frac{\xi_{q\ell, -N+1, N}^i h_{\ell}(N)}{i_q(-N+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\xi_{q\ell, N, -N}^i h_{\ell}(-N)}{i_q(N)} & \frac{\xi_{q\ell, N, -N+1}^i h_{\ell}(-N+1)}{i_q(N)} & \cdots & \frac{\xi_{q\ell, N, N}^i h_{\ell}(N)}{i_q(N)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6.14})$$

実際の数値計算においては、(2.26)式の対応する部分を(A.6.8)～(A.6.14)式で定義した規格化されたベクトル、マトリックスでおきかえることになる。

規格化のための各関数 f, g, i_p, h_p の具体的な形はたとえば次のように与えられる [34]。

$f(n), g(n)$ は x_0 をある代表長さとして

1) $|x_0^2 - n^2| \leq \sqrt{x_0}$ のとき

$$f(n), g(n) = x_0^{-1/3} \quad (\text{A.6.15})$$

2) $|x_0^2 - n^2| > \sqrt{x_0}$ and $x_0^2 - n^2 \geq 0$ のとき

$$f(n), g(n) = (x_0^2 - n^2)^{-1/4} \quad (\text{A.6.16})$$

3) $|x_0^2 - n^2| > \sqrt{x_0}$ and $x_0^2 - n^2 < 0$ のとき

$$\begin{aligned} f(n) &= (n^2 - x_0^2)^{-1/4} \exp\{ (n^2 - x_0^2)^{1/2} - n \sinh^{-1}(n/x_0) \} \\ g(n) &= (n^2 - x_0^2)^{-1/4} \exp\{ -(n^2 - x_0^2)^{1/2} + n \cosh^{-1}(n/x_0) \} \end{aligned} \quad (\text{A.6.17})$$

$i_p(n), h_p(n)$ は y_0 をある代表長さとして

$$\begin{aligned} i_p(n) &= (p^2 + y_0^2)^{-1/4} \exp\{ (p^2 + y_0^2)^{1/2} - p \sinh^{-1}(p/y_0) \} \\ h_p(n) &= (p^2 + y_0^2)^{-1/4} \exp\{ -(p^2 + y_0^2)^{1/2} + p \sinh^{-1}(p/y_0) \} \end{aligned} \quad (\text{A.6.18})$$

x_0, y_0 としては通常

$$\begin{cases} x_0 = k_0 \ell_0 \\ y_0 = k_p a \end{cases} \quad (\text{A.6.19})$$

(ℓ_0 : 浮体間の距離、 a : 浮体の水線面半径)
をとればよいが、計算精度は x_0 , y_0 のとり方にあまり影響されないので、各関数の引数の代表的な値をとればよい。

A.6.2 無限和の打ち切り誤差

第2章の定式化のところで示したように、厳密には無限和となるべきところを実際の数値計算上はある点で打ち切らざるを得ない。

即ち、

(1) 入射波の近似

$$\begin{aligned} \phi_I^i &= -\frac{ig\zeta a}{\omega} \frac{\cosh ko(z+h)}{\cosh koh} e^{i(k_0 x \cos \theta_1 + k_0 y \sin \theta_1 + \epsilon_i - \omega t)} \\ &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n J_n(k_0 r_i) e^{in\theta_i} e^{i\epsilon_i} \\ &\sim \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N b_n J_n(k_0 r_i) e^{in\theta_i} e^{i\epsilon_i} \quad (\text{A.6.20}) \\ &\quad (b_n = -\frac{ig\zeta a}{\omega} i^n) \end{aligned}$$

(2) ϕ_I^i の物体 i による散乱波 ϕ_S^i の物体 j 近傍での近似

$$\begin{aligned} \phi_S^i &= \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{on}^i H_n(k_0 r_i) e^{in\theta_i} e^{i\epsilon_i} \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^{\infty} \cos k_\ell(z_i+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_{\ell n}^i K_n(k_\ell r_i) e^{in\theta_i} e^{i\epsilon_i} \\ &\sim \frac{\cosh ko(z_i+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \left[\sum_{m=-N}^N B_{om}^i e^{i\theta_{ij}(m-n)} H_{m-n}(k_0 \ell_{ij}) e^{i\epsilon_i} \right] J_n(k_0 r_j) e^{in\theta_j} \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^L \cos k_\ell(z_j+h) \sum_{n=-N}^N \left[\sum_{m=-N}^N B_{\ell m}^i e^{i\theta_{ij}(m-n)} K_{m-n}(k_\ell \ell_{ij}) (-1)^n e^{i\epsilon_i} \right] I_n(k_\ell r_j) e^{in\theta_j} \end{aligned} \quad (\text{A.6.21})$$

(A.6.20), (A.6.21) 式中の N , L が打ち切り点であり、 N , L の取り方が不適當であると最終結果に誤差を生じる。逆に精度をあげるために N , L を大きくすると計算量が増える。

即ち、 M 個の浮体による相互干渉問題を考える場合に最終的に解くべき連立一次方程式の元数は

$$(2N+1) \times (L+1) \times M \quad (\text{A.6.22})$$

となる。

N, Lの取り方に対する明確な基準を得ることはできなかったが、厳密解との比較によると本論文で示した計算例では、N=4, L=2で十分であった。

参考のためFig. A. 6. 1, Fig. A. 6. 2 に示した例について、N, Lを変化させて計算した結果を示す。なお比較のための厳密解としては、第2章で述べたように十分に密に分割した要素を用いて計算した有限要素法 [24] による結果を採用した。

例1. 2本の水底まで達する鉛直円柱

	F_1	\bar{F}_1
exact solution	.2310	.1662
N=2, L=0	.2290	.1650
N=4, L=0	.2314	.1667
N=7, L=0	.2314	.1667

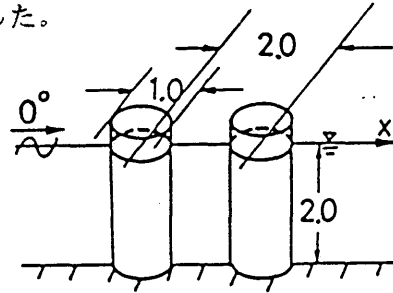


Fig.A.6.1 two bottom-seated vertical cylinders. (L/D=2, H/D=2, h/D=2)

(この場合は局部波が存在しないので [21]、L=0とした。)

例2. 2本の鉛直円柱

	F_1	F_3	\bar{F}_1	m_{11}	m_{33}	N_{11}
single cylinder*			.19124	.32423	.31054	.35599
0-th order approx.*	.16433	.00363				
exact solutions	.18828	.00779	.16736	.39797	.34852	.18146
L=0, N=4	.18871	.00754	.16762	.41866	.31033	.18164
L=1, N=4	.18875	.00777	.16763	.41338	.34694	.18182
L=2, N=2	.18848	.00761	.17583	.39405	.35070	.18403
L=2, N=4	.18879	.00772	.16763	.39739	.35076	.18185
L=2, N=7	.18880	.00772	.16767	.39740	.35076	.18185
L=3, N=4	.18880	.00772	.16763	.39260	.35160	.18183

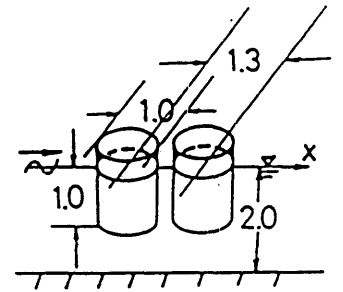


Fig.A.6.2 two truncated vertical cylinders. (L/D=1.3, H/D=1, h/D=2)

* single body: solutions for a isolated single cylinder
 0-th order approx.: solutions obtained while taking into account only the phase difference of incident waves at each cylinder.

これらの例よりわかる様に、波強制力、漂流力、造波減衰力はNに、付加質量はLに大きく依存する。

A. 6. 3 遠方の解を使って漂流力を求める方法

丸尾、Newman [33] の理論により、浮体群から遠方の場を表わす解を用いて浮体群に働く水平方向波漂流力を計算できる。

第2章で示したようにP個の物体による相互干渉を考える場合、浮体群より遠方での解は一

般に次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{\cosh ko(z+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N b_n J_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} e^{i\epsilon_i} \\ & + \frac{\cosh ko(z_1+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \beta_{on}^1 H_n(k_o r_1) e^{in\theta_1} \\ & + \frac{\cosh ko(z_2+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \beta_{on}^2 H_n(k_o r_2) e^{in\theta_2} \\ & \vdots \\ & + \frac{\cosh ko(z_p+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \beta_{on}^p H_n(k_o r_p) e^{in\theta_p} \end{aligned} \quad (\text{A.6.23})$$

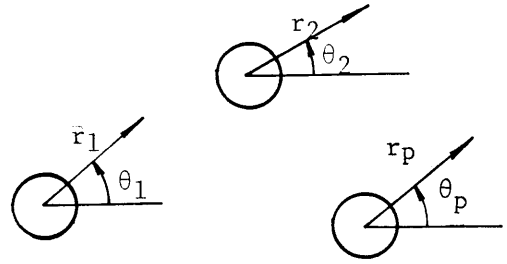


Fig.A.6.3 An array of P bodies

各物体より遠方での解を考えているので、局部波は省略した。第1項は平面入射波 (diffraction 問題の場合) を表わす。

(A.6.23)式のまま遠方での運動量の出入りを考えるのは困難で (r_i, θ_i, z_i) 座標系 $(i=1, 2, \dots, M)$ で表わされている各項を共通の座標系で表わす必要がある。

共通の座標系を (r, θ, z) とし (r_i, θ_i, z_i) 座標系の原点 O_i と (r, θ, z) 座標系の原点 O の距離を ℓ_i とする。Bessel関数の加法定理 [16] より

$$\begin{aligned} H_n(k_o r_i) e^{in(\theta-\theta_i)} &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_{n+k}(k_o r) J_k(k_o \ell_i) e^{ik(\theta_{oi}-\theta)} \\ \rightarrow H_n(k_o r_i) e^{-in\theta_i} &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_{n+k}(k_o r) J_k(k_o \ell_i) e^{ik(\theta_{oi}-\theta)} e^{-in\theta} \\ \rightarrow (-1)^n H_n(k_o r_i) e^{in\theta_i} &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_{k-n}(k_o r) J_k(k_o \ell_i) e^{ik(\theta_{oi}-\theta)} e^{in\theta} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-k} H_{n-k}(k_o r) J_k(k_o \ell_i) e^{ik\theta_{oi}} e^{i(n-k)\theta} \end{aligned}$$

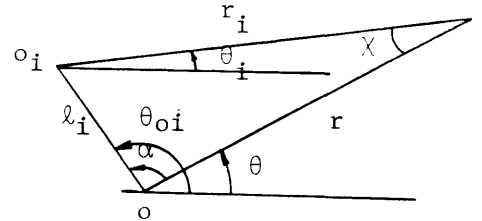


Fig.A.6.4 Definition

$$(\text{A.6.24})$$

(A.6.23)式の第1項は運動量の出入りに関係ないので省略することとし、(A.6.24)式を用いて

(A.6.23)式を書きかえると

$$\begin{aligned} \phi \sim & \frac{\cosh ko(z+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M (-1)^{n+m} \beta_{on}^1 J_{n-m}(k_o \ell_1) H_m(k_o r) e^{i(n-m)\theta_{o1}} e^{im\theta} \\ & + \frac{\cosh ko(z+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M (-1)^{n+m} \beta_{on}^2 J_{n-m}(k_o \ell_2) H_m(k_o r) e^{i(n-m)\theta_{o2}} e^{im\theta} \\ & \vdots \\ & + \frac{\cosh ko(z+h)}{\cosh koh} \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M (-1)^{n+m} \beta_{on}^p J_{n-m}(k_o \ell_p) H_m(k_o r) e^{i(n-m)\theta_{op}} e^{im\theta} \end{aligned}$$

$$= \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} \sum_{n=-N}^N \sum_{i=1}^P \sum_{m=-M}^M (-1)^{n+m} \beta_{on}^i J_{n-m}(k_o \ell_i) H_m(k_o r) e^{i(n-m)\theta_{oi}} \times e^{im\theta} \quad (\text{A.6.25})$$

$$\sim \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} \sum_{n=-N}^N \left[\sum_{i=1}^P \sum_{m=-N}^N (-1)^{n+m} \beta_{om}^i J_{m-n}(k_o \ell_i) e^{i(m-n)\theta_{oi}} \right] \times H_n(k_o r) e^{in\theta} \quad (\text{A.6.26})$$

n, m についての総和を $-\infty \sim \infty$ までとることができれば (A. 6. 25), (A. 6. 26) 式のどちらを用いてもよいが、実際にはあるところで打ち切らなければならない。(A. 6. 25)式を用いると M を大きくすることにより m についての総和の精度をあげることは比較的容易であるが、(A. 6. 26)式を用いて精度をあげるためには、あらかじめ β_{om}^i ($m=-N \sim N$) の項数を多く計算しておく必要があり、そのために計算時間が多くかかる。従って、(A. 6. 25)式を用いた方がよいと思われる。