線型計画法による収穫規整の分析

文部教官　南雲秀次郎
箕輪光博

Analysis of the Regulation of Yield by Linear Programming

Hidejiro NAGUMO and Mitsuhiro MINOWA

目　次

I　緒　言

森林の経営という概念が発生したのは，木材の需要が増加して，従来通りの自由な収穫をしていては将来必要とする量が確保できないという危機に遭遇したときであった[1]。そのことがなんとか森林をうまく使おうとする意識を発生させた。最初現われた概念は区画輪伐であった。これは一般的にはきわめて非能率的な森林の利用法であったが，その際重要なことは，毎年少なくとも必要とする収穫量が確保されるという保障であって，森林をより有効に使おうということではなかった。木材需要が増加し，それに伴う木材の不足が森林をより有効に利用しようとする意識をおこさせ，そのことが経営の発展をうながした。その結果，区画輪伐法に続いて材積配分法，材積平分法へと収穫規整法の発展をもたらした。もちろんこの発展の裏にはその相互作用として森林の蓄積，生長量の測定や予測技術，各種育林技術，伐木集運材技術などの発達もあった。

森林の生産力には限界があるという事実の認識にもとづいて，多くの森林経営者が関心をもったのは，この有限な森林のもっとも望ましい状態はどんなものかということであったが，それに対するひとつの解答が法正林であった。法正林は森林経営にとってもっとも理想的な経営モデルである。そこでは適期伐採を基調とする経済性と収穫の均等を基調とする保続性がなんら矛盾なく存在している。しかし問題は，この理論上理想的な経営モデルを現実に適用する際の考え方であった。現実の経営の過程から抽象された法正林は平均概念としてではなく，規範概念として現実の森林を規定したようである[2]。そして森林経理はこれを実現する手段として諸概念，たとえば作業級，輪伐期，伐採列区，さらには収穫規整などの追求をすることと規定されるようになっ

1) 吉田正男：理論森林経理学，p. 1，地球出版，1950
2) 甲斐原一朗：林業経営学通論（上巻），p. 33，日本林業調査会，1957

た。もちろん時代を経るにしたがい多くの学者らによる反省はなされたが，このように“厚い衣をまとった”法正林は現実にはそぐわないものであり，その結果この“厚い衣”ばかりでなく，法正林自身をも否定するような見解もうまれた[1]。そもそも経営計画は長期的利益と短期的利益とが矛盾する場合，それを調整するという点に意義がある。法正林の立場は，この長期的利益を重視するあまり短期的利益を軽視しすぎてはいなかったか，また長期的利益の源泉である法正林を規範概念として扱いすぎなかったか，という点に問題があると考える。

現在，いったい森林経営計画の意義はどこにあるのであろうか。それは所与の森林の生産力の最大化と安定性とを実現するという長期的利益のために，現在の利益追求の行動にひとつの枠をはめることにある。この長期的利益の対象として森林の構造を示すモデルが法正林であると筆者は考える。それゆえ，よい経営計画とは，森林の自然的，社会的状況にそくして長期および短期の利益を考慮しつつ実行機関に十分その能力を発揮させるに必要な活動の場を与えるもの，といえよう。これまで，法正林は次の4つの要件をみたすものといわれている。

1）法正令級分配　2）法正林分配置　3）法正蓄積　4）法正生長量

筆者らは，ここでは法正令級分配を法正林の要件と考える。収穫規整法は形式的には森林の理想とするモデルを実現する手続きを示すものといえよう。これらはそれぞれ特殊な場所で，特定の時代に，特定の技術水準を背景として形成されたものであり，それぞれ特徴をもっていて，現在どの収穫規整法を適用すべきかといこうとは個々の森林の社会的性格，森林の状態ならびに利用可能な生産技術水準によってきまる。しかし個々の規整方式がどのような特徴をもちどのような長短があるかということは比較できる。もちろん抽象からえられた結論はそれがどの水準でおこなわれたか，したがってどこまでが本質的なものであるかということが常に反省されねばならない。本研究は永津ら[2]の研究において暗示された方向へのひとつの発展であり，筆者らがおこなったことは一種のシュミレーションによってこの収穫規整法の論理を若干分析したものである。ここで分析したものは面積および材積またはこの両方を制御して法正林に導く規整法であって，直径とか径級分配を制御の対象とするような生長量法は除いた。なお計算は東京大学計算センターの大型電子計算機 Hitac 5020 を用いた。本研究の実行にあたり，種々ご指導をたまわった平田教授，名古屋大学鈴木太七教授および統計数理研究所石田正次氏に厚くお礼申しあげる。

II　林令空間理論

II-1. 林令空間理論による森林の表現

森林を表現する方法にはいろいろある。もっとも代表的な方法は森林を林班，小班にわけ，それぞれについて面積，樹種，林令，生長量，等々を記載するしかたである。しかし，それらは経

1) 小沢今朝芳：森林計画と国有林経営計画の展望，p. 6～p. 7，林業技術 174 号，1956
2) 永津武夫，鈴木太七：収穫予定への LP の応用，第76回日林講，1965

営の要素として時間および空間の中で動いてゆく状態を表現するものとしては適切でない。何を要素にするかは目的にもよるが，そのような動きをもっとも適確に表現するものとして，鈴木の林令空間の概念がある。これは令級と面積を構成要素として森林を表現している。いま，対象とする森林を令級ごとにまとめ $a(0), a(1), \cdots\cdots, a(n)$ とする。ここで $a(i)$ とは i 令級の森林の面積を表わすものとする。このとき，ある時点における森林の状態はベクトルの記号を用いて，

$$\omega=\{a(0), a(1), \cdots\cdots, a(n)\}$$

と表現することが可能である。これが鈴木のいう林令空間である。以下に鈴木の「木材の生産予測（II）1963」の5章の一部を引用する。

『もしもある森林が ω で表わされる林令状態にあるとき，それが1分期の間にいろいろな令級にわたって伐採され，また伐採されずに残るものは令級がひつとずつ進んで，全体として次の分期に空間 Ω の内の他のベクトル

$$\omega'=(a(0)', a(1)', a(2)', \cdots\cdots a_n)$$

になるとしよう。そのときには空間 Ω の内に点の流れ

$$\omega\rightarrow\omega'$$

を考えることになる。この流れをひとつの変換 R と書けば

$$\omega'=\omega R$$

という表現ができる。ただし，ここで n を充分大きなものと考え，n 令級より大きな令級を考えなくてもよいとすれば，Ω を有限な $(n+1)$ 次元としてもよい。このような林令配置のつくる空間 Ω を“林令空間”，その元素 ω を“林令ベクトル”とよぶことにする。

林令ベクトル ω' が次の分期にさらに他の林令ベクトル ω'' に移ったとすれば，その分期にもまたひとつの流れ R' を考えて，

$$\omega''=\omega' R'$$

とすることができる。

これらの流れ $R, R', \cdots\cdots$ などはいかなるものであるかを以下論ずることにしよう。ただいかなる移動をするにしても，全森林面積が不変であるかぎり，それら林令ベクトルは，

$$a(0)+a(1)+a(2)+\cdots\cdots+a(n)=\text{const.}$$

の $n+1$ 次元の超平面上のみの移動であることは明らかである。』

あるみかたからすれば，収穫規整とは林令空間上の初期条件として与えられているある一点から出発して，改良期と称せられる，ある有限の時間内に法正林といわれる林令空間上の一点へ移動させる経路を決定することである（永津ら：「前掲書」）。すなわち，$\omega^{(0)}$ を初期状態とし，$\omega^{(N)}$ を法正状態とし，l を改良期の分期数としたとき

$$\omega^{(N)}=\omega^{(0)}R_1\cdot R_2\cdot\cdots\cdots R_l$$

と表現できるが，$\omega^{(0)}\rightarrow\omega^{(N)}$ がもっとも有利なように $R_1\cdot R_2\cdot\cdots\cdots R_l$ の個々の R_i を決定する

ことである。つぎに上述の R がいかにして LP によって決定されるかに移ろう。

II-2. LP による収穫規整の一般的表現

鈴木は「木材の生産予測について　II」で次のような収穫面積図式を与えている。

現在の令級分配 A_{i_1}　$i_1=1, 2, \cdots, p$　　　目的の令級分配 B_{i_2}　$i_2=1, 2, \cdots, r$

改　　良　　期 q 分期　　　　　　　　　　収　穫　面　積 x_j　　$j=1, 2, \cdots, n$

収穫面積図式

$$
\begin{array}{lllllll}
 & & & & & & B_1 \\
 & & & & & x_{n-p-q+2} & B_2 \\
 & & & & \cdots\cdots & x_{n-p-q+3} & B_3 \\
 & & & & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\
 & & & x_{2p+2} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\
 & & x_{p+1} & x_{2p+3} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & B_q \\
A_1 & x_1 & x_{p+2} & x_{2p+4} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & B_{q+1} \\
A_2 & x_2 & x_{p+3} & x_{2p+5} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & B_{q+2} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\
A_{r-q} & x_{r-q} & x_{p+r-q+1} & x_{2p+r-q+3} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & B_r \\
A_{r-q+1} & x_{r-q+1} & x_{p+r-q+2} & x_{2p+r-q+4} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\
A_p & x_p & x_{2p+1} & x_{3p+3} & \cdots\cdots & x_n & 0 \\
\hline
 & 1 & 2 & 3 & \cdots\cdots & q &
\end{array}
$$

くわしいことは前述の書にゆずるが，これは現在 A_1 から A_p までの令級分配を示すものを，伐採と造林をくり返して，q 分期後に B_1 から B_r までの令級になることを示している。たとえば x_1 は第1分期に1令級の林を x_1 面積単位伐採すること，x_{p+2} は第2分期に2令級の林分を x_{p+2} 面積単位伐採すること，また $x_{n-p-q+3}$ は q 分期に2令級を $x_{n-p-q+3}$ 面積単位伐採すること，x_n は $p+q-1$ 令級の林分を x_n 面積単位伐採することを意味している。ここでは伐採された林分はただちに植栽されるものと仮定しているが，上の構造を数式で示せば次のようになる。

$$
\begin{array}{ll}
(1) & x_{n-p-q+2}+x_{n-p-q+3}+\cdots\cdots\cdots+x_n \quad =B_1 \\
\vdots & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
(q-1) & x_{p+1}+x_{p+2}+x_{p+3}+\cdots+x_{p+r-q+1}+\cdots+x_{2p+1}=B_{q-1} \\
(q) & x_1+x_2+x_3+\cdots\cdots+x_{r-q}+\cdots\cdots+x_p \quad =B_q \\
(q+1) & A_1-x_1-x_{p+2}-x_{2p+4}-\cdots\cdots\cdots=B_{q+1} \\
(q+1) & A_2-x_2-x_{p+3}-x_{2p+5}-\cdots\cdots\cdots=B_{q+2} \\
\vdots & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
(r) & A_{r-q}-x_{r-q}-x_{p+r-q+1}-x_{2p+r-q+3}-\cdots\cdots=B_r \\
(r+1) & A_{r-q+1}-x_{r-q+1}-x_{p+r-q+2}-x_{2p+r-q+4}-\cdots\cdots=0 \\
\vdots & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
(p+q) & A_p-x_p+x_{2p+1}-x_{3p+3}-\cdots\cdots+x_n \quad =0
\end{array}
$$

伐採になんらの条件を加えず，目標令級配置移行のみを条件とした場合，制約式の数は $p+q$ 個

となる。k 令級以上の令級はすべて伐採するという条件を加えると（簡単にするために $k=p\geqq r$ とする）．

$$\begin{aligned}&x_{2p+1}=x_{3p+3}=\cdots\cdots=x_n=0\\&\quad x_{3p+2}=x_{4p+5}=\cdots=x_{n-1}=0\\&\quad\vdots\\&\quad x_{m-2}=x_{m-1}=0\quad\left(m=pq+\frac{(q-1)(q-2)}{2}+1=n-q+2\right)\\&\quad x_m=0\end{aligned}$$

この条件によって $q(q-1)/2$ 個の変数をとり除くことができる。さらに l 令級以下はすべて伐採しないとすれば（$l<r$）

$$\begin{aligned}&x_1=x_2=\cdots=x_l=0\\&x_{p+1}=x_{p+2}=\cdots=x_{l+p}=0\\&\vdots\\&x_{n-p-q+2}=x_{n-p-q+3}=\cdots=x_{n-p-q+l+1}=0\end{aligned}$$

これによって lq 個の変数を除くことができる。

いま，1林地においてある時間の経過する間に伐採と植栽をくり返しているものとするとき，この土地から最大の収穫をうるためにはどうしたらよいか。このような問題はこれまでつねに考えられてきたが，これに理論的な解決を与えたのが鈴木である（鈴木:「前掲書」）。

結論はきわめて常識的であって，それは林分平均生長量最大の時期で伐採をくり返してゆくということである。それえゆ，林令図式で示されている A_1 から A_p までの令級をもった森林から最大の生産をあげるためには，それらを平均生長量最大の時期で伐採をくり返してゆけばよい。しかしながら一般の森林においてこのような方法で収穫をおこなう場合，つねに分期ごとの作業量に変動があり，この結果安定した経営ができない。それゆえ，このような施業による収穫量を上限とみなして，各経営体に存在する個々の短期的利益を考慮し，また将来の安定した生産形態を目標としながら，全体として収穫をこの上限にできるだけ近づけるように伐採量および伐採面積をきめてゆくことが合理的であると考えられる。

ところで，収穫面積図式の x_1 から x_n までを決定する際の条件としては次のようにまとめることができる。

1. q 分期後 r 令級分配を目的とする。
2. p 以上の令級はすべて伐採し，l 令級以下は伐採しない（$p\geqq l$）。
3. 伐採したならば同分期内に造林する。
4. 分期収穫量 E_j は一定である。
   分期収穫量 E_j はある一定の量 V より大きい（小さい）。
   分期収穫量 E_j は $E_j\geqq E_{j+1}(E_j\leqq E_{j+1})$。
5. 収穫面積 X_j は一定である。

収穫面積 X_j はある一定の量 X より大きい（小さい)。

収穫面積 X_j は $X_j \geqq X_{j+1} (X_j \leqq X_{j+1})$。

ここで，1. 2. 3. は長期的利益を，また 4. 5. は短期的利益を代表している。

上のような条件下で改良期間内の総収穫量を最大にする。

$$
\begin{aligned}
f(x_1, x_2, \cdots, x_n) = & v_1(x_1 + x_{p+1} + \cdots\cdots\cdots + x_{n-p-q+2}) \\
& + v_2(x_2 + x_{p+2} + \cdots\cdots\cdots + x_{n-p-q+3}) \\
& \vdots \\
& + v_{r-q}(x_{r-q} + x_{p+r-q} + \cdots\cdot + x_{n-p-2q+r+1}) \\
& \vdots \\
& + v_{p+q+2}(x_{n-p-q+1} + x_{n-1}) \\
& + v_{p+q+1} x_n
\end{aligned}
$$

（ただし v_i は単位面積あたり i 令級の収穫量)

以上のように表現することの利点はこの解が一意的に決定できることである。もちろん，制約式は条件が加わるごとに幾何級数的に複雑さを増す。しかし，電子計算機の発達によってこのような複雑さは現在それほど大きな障害とはならない。筆者らが利用した Hitac 5020 は，人間が手で計算した場合，少なくとも数ヵ月を要するほどの LP の計算を 2 分以内，大部分は 30 秒以内で処理しうることがわかった。さて，このように収穫規整を表現した結果，条件のとりかたによってどのような特徴がみいだされるか，具体的なモデルを用いて分析することにする。

III モデルの分析

III-1. 森林モデルおよび収穫予想表

モデルの森林は東京大学千葉演習林，札郷作業所のスギ，ヒノキ人工林および郷台作業所に属するものの一部分を加えて作成した（表 III-1)。さらにこの試料に若干外部の試料を用いて簡易収穫表を作成した（表 III-2)。この収穫表は試料不足もあってかなり精密さを欠くが，それでも千葉演習林のスギ林分の生育状況をよく表わしており，収穫表としての一般的性格も十分そなえている。平均生長量の最大は 55 年である。モデル森林の面積は 1 令級，6 令級がとくに大きく 2・3 令級がとくに小さい。この令級配置に凹凸のあるモデル森林はその改良を研究する場合きわめて適切といえる。

III-2 森林のモデルとその分析

1 分期，1 令級を 10 年として次の条件でその最適解を求めることにする。

表 III-1. モデル森林の令級別面積

令 級	I (1-10)	II (11-20)	III (21-30)	IV (31-40)	V (41-50)	VI (51-60)	VII (61-70)	計
面積 (ha)	61.32	5.16	15.94	47.09	46.96	72.66	40.22	289.35

表 III-2.　スギ収穫表（地位中）

林齢	主林木 平均直径	主林木 平均樹高	主林木 本数	主林木 材積	主林木 成長量 平均成長量	主林木 成長量 連年成長量	主林木 成長量 成長率	副林木 材積	副林木 累計	全収穫 材積	全収穫 成長量 平均成長量	全収穫 成長量 連年成長量	全収穫 成長量 成長率	林齢
	cm	m	本/ha	m^3/ha				m^3/ha		m$_3$/ha				
15														15
20	9.4	7.2	2300	67	3.3			10.0	10	77	3.9			20
25	10.5	7.9	2000	79	3.9	2.4		11.0	21	100	4.0	4.6		25
30	13.0	9.8	1750	128	4.3	9.9		12.0	33	161	5.4	12.2		30
35	16.2	11.2	1520	192	5.5	12.9		11.0	44	236	6.7	15.0		35
40	18.8	12.7	1320	250	6.2	11.5		10.0	54	304	7.6	13.6		40
45	20.9	13.8	1180	295	6.6	9.0		9.0	63	358	8.0	10.8		45
50	22.9	14.9	1040	332	6.6	7.4		8.0	71	403	8.0	9.0		50
55	24.9	15.9	920	365	6.6	6.6		7.0	78	443	8.1	8.0		55
60	26.5	16.9	820	387	6.4	4.4		5.0	83	470	7.8	5.4		60
65	28.5	17.7	720	405	6.2	3.7		3.0	86	491	7.6	4.2		65
70	30.0	18.5	645	416	5.9	2.1		2.0	88	504	7.2	2.1		70

モ デ ル I

1) 8分期後6均等令級分配を実現する。

2) 9令級以上はすべて伐採し，1·2 令級は伐採しない。ただし9令級を伐採した際の収穫は8令級と同じとする。

3) 伐採したら分期内に植栽する。

4) 目的関数は8分期間の総収穫量を最大にする。

この収穫面積図式(表 III-3)，制約式，目的関数は次の通りである。

表 III-3.　収穫面積図式（モデル I）

初期令級配置	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	目標令級配置
									$48.22=B_1$
									$48.22=B_2$
									$48.22=B_3$
								x_{42}	$48.23=B_4$
							x_{36}	x_{43}	$48.23=B_5$
						x_{30}	x_{37}	x_{44}	$48.23=B_6$
					x_{24}	x_{31}	x_{38}	x_{45}	
				x_{18}	x_{25}	x_{32}	x_{39}	x_{46}	
$A_1=61.32$			x_{12}	x_{19}	x_{26}	x_{33}	x_{40}	x_{47}	
$A_2=5.16$		x_6	x_{13}	x_{20}	x_{27}	x_{34}	x_{41}		
$A_3=15.94$	x_1	x_7	x_{14}	x_{21}	x_{28}	x_{35}			
$A_4=47.09$	x_2	x_8	x_{15}	x_{22}	x_{29}				
$A_5=46.96$	x_3	x_9	x_{16}	x_{23}					
$A_6=72.66$	x_4	x_{10}	x_{17}						
$A_7=40.22$	x_5	x_{11}							

制約式

$$x_{42}+x_{43}+x_{44}+x_{45}+x_{46}+x_{47}=48.22$$

$$x_{36}+x_{37}+x_{38}+x_{39}+x_{40}+x_{41}=48.22$$

$$x_{30}+x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}+x_{35}=48.22$$

$$x_{24}+x_{25}+x_{26}+x_{27}+x_{28}+x_{29}-x_{42}=48.23$$

$$x_{18}+x_{19}+x_{20}+x_{21}+x_{22}+x_{23}-x_{36}-x_{43}=48.23$$

$$x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}+x_{16}+x_{17}-x_{30}-x_{37}-x_{44}=48.23$$

$$x_{6}+x_{7}+x_{8}+x_{9}+x_{10}+x_{11}-x_{24}-x_{31}-x_{38}-x_{45}=0$$

$$x_{1}+x_{2}+x_{3}+x_{4}+x_{5}-x_{18}-x_{25}-x_{32}-x_{39}-x_{46}=0$$

$$x_{12}+x_{19}+x_{26}+x_{33}+x_{40}+x_{47}=61.32$$

$$x_{6}+x_{13}+x_{20}+x_{27}+x_{34}+x_{41}=5.16$$

$$x_{1}+x_{7}+x_{14}+x_{21}+x_{28}+x_{35}=15.94$$

$$x_{2}+x_{8}+x_{15}+x_{22}+x_{29}=47.09$$

$$x_{3}+x_{9}+x_{16}+x_{23}=46.96$$

$$x_{4}+x_{10}+x_{17}=72.66$$

$$x_{5}+x_{11}=40.22$$

目的関数

$$\begin{aligned} Z=&161.0(x_1+x_6+x_{12}+x_{18}+x_{24}+x_{30}+x_{36}+x_{42})\\ &+304.0(x_2+x_7+x_{13}+x_{19}+x_{25}+x_{31}+x_{37}+x_{43})\\ &+403.0(x_3+x_8+x_{14}+x_{20}+x_{26}+x_{32}+x_{38}+x_{44})\\ &+470.0(x_4+x_9+x_{15}+x_{21}+x_{27}+x_{33}+x_{39}+x_{45})\\ &+504.0(x_5+x_{10}+x_{16}+x_{22}+x_{28}+x_{34}+x_{40}+x_{46})\\ &+504.0(x_{11}+x_{17}+x_{23}+x_{29}+x_{35}+x_{41}+x_{47}) \end{aligned}$$

目的関数の係数として，各分期の上限の値をとった理由は，分期内の収穫面積がきまった際には，そのうち老令のものから伐ってゆくのが普通であり，したがって，収穫表の中央よりも上限をとった方がよいであろうという考慮からである。表 III-3 で現在7令級の A_7 はI分期またはII分期内に伐採されねばならない。この令級は現在でも過熟なので1分期に伐採するのが望ましいが，一応余裕をもたせる意味で8令級まで残してもよいとした。ただ，なるべく早く伐るという表現として，7分期で残っても8分期で伐っても収穫量にかわりはないとした。x_{18} は1分期に伐採して植栽したものが伐採可能になったことを示している。

次にモデルIの解を示す(表 III-4)。

普通，より大きな収穫をうるためには，なるべく高令級にして伐採するのがよい。しかしこの傾向は次の二つの理由によってみだれる。ひとつは，ここでは復伐がみとめられるということに

表 III-4. モデル I の解

初期令級配置	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	目標令級配置
									$48.22=B_1$
									$48.22=B_2$
									$48.22=B_3$
								0	$48.23=B_4$
							0	0	$48.23=B_5$
						0	0	14.80	$48.23=B_6$
					0	0	13.54	33.42	
				0	29.98	48.22	34.68		
$A_1=61.32$			0	43.07	18.25	0	0		
$A_2=5.16$		0	0	5.16	0	0	0		
$A_3=15.94$	0	0	15.94	0	0	0			
$A_4=47.09$	0	0	47.09	0	0				
$A_5=46.96$	0	46.96	0	0					
$A_6=72.66$	72.66	0	0						
$A_7=40.22$	40.22	0							

ある。この結果，鈴木の定理によって，平均生長量最大の令級で伐採しようとする傾向が生ずる。すなわち，表 III-3 で x_3 の対角線上で A_i を伐採しようとする。他のひとつは 8 分期後に法正令級分配をつくるという制約である。この制約は最後の分期からかぞえて，おそくとも 3 分期前から毎分期に等面積ずつ伐採することを強制する。これらの制約のもとで 8 分期間の総収穫量が最大になるような伐採のしかたが表 III-4 である。なお，電子計算機によってえられた数値は 7 桁まで示しており，表 III-4 はその数値を小数点以下 3 桁目をまるめたものである。そのため面積には 0.01 ha 以下，材積では総収穫量は除いて，各分期の収穫量にも 1% 以下のまるめの誤差がある。

次にモデル II，モデル III を次のようにしてつくる。

モデル II

1) 6 分期後 6 均等令級分配を実現する。

2) モデル I と同じ。

3) モデル I と同じ。

4) 目的関数は 6 分期間の総収穫量を最大にする。

モデル III

1) 10分期後 6 均等令級分配を実現する。

2) モデル I と同じ。

3) モデル I と同じ。

4) 目的関数は 10 分期間の総収穫量を最大にする。

これは改良期間をかえたら総収穫量はどのように変化するかを調べるためにつくった。その解

を表 III-5 表 III-6 に示す。

まず表 III-5 をみると，これは 2 分期めから令級分配をつくるため，指定された面積を伐採するよう強制されている。このことが各林分を有利な時期に伐採しようとする行動を制約し総収穫量をひくめる。これに反して，表 III-6 は，まえより行動の自由を大きくした結果，まえにくらべて個々の林分を有利な時期に伐採することを可能にする。すなわち，伐採する時期がモデル

表 III-5. モデル II の解

初期令級配置	I	II	III	IV	V	VI	目標令級配置
							$48.22=B_1$
							$48.22=B_2$
							$48.22=B_3$
						0	$48.23=B_4$
					0	0	$48.23=B_5$
				0	29.96	48.22	$48.23=B_6$
$A_1=61.32$			0	43.06	18.26	0	
$A_2=5.16$		0	0	5.16	0	0	
$A_3=15.94$	0	0	15.94	0	0	0	
$A_4=47.09$	0	14.80	32.29	0	0		
$A_5=46.96$	13.53	33.43	0	0			
$A_6=72.66$	72.66	0	0				
$A_7=40.22$	40.22	0					

表 III-6. モデル III の解

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	目標令級配置
											$48.22=B_1$
											$48.22=B_2$
											$48.22=B_3$
										0	$48.23=B_4$
									0	0	$48.23=B_5$
								0	43.06	48.22	$48.23=B_6$
							0	0	5.16	0	
						0	0	48.22	0	0	
					0	0	48.23	0	0	0	
				0	78.19	48.23	0	0	0		
$A_1=61.32$			0	0	61.32	0	0	0			
$A_2=5.16$		0	0	5.16	0	0	0				
$A_3=15.94$	0	0	15.44	0	0	0					
$A_4=47.09$	0	14.81	32.28	0	0						
$A_5=46.96$	13.54	33.42	0	0							
$A_6=72.66$	72.66	0	0								
$A_7=40.22$	40.22	0									

I，II にくらべて x_4 の対角線またはその付近に多くなっている。もちろん，すべてのモデルに共通だが，1分期には過熟な林分が多いので伐採面積は大きい。また表 III-6 の5分期めに平均生長量最大の時期よりまえに大量の伐採をするのは，次の分期から均等令級分配をつくってゆくために伐り残せなかったためである。次にモデルI，II，IIIの保続面積表，分期収穫量，および総収穫量を示す(表 III-7)。

これによると，モデルI，IIではモデルIIの方が大きいが，その差は小さい。しかし，これは前述の誤差の影響と考えるべきである。すなわち，まるめるとき，四捨五入の影響をどうしても

表 III-7. 保 続 面 積 表

モデル ［I］

令級＼分期	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
I	61.32	112.88	46.96	63.03	48.23	48.23	48.22	48.22	48.22	48.23
II	5.16	61.32	112.88	46.96	63.03	48.23	48.23	48.22	48.22	48.22
III	15.94	5.16	61.32	112.88	46.96	63.03	48.23	48.23	48.22	48.22
IV	47.09	15.94	5.16	61.32	112.88	46.96	63.03	48.23	48.23	48.22
V	46.96	47.09	15.94	5.16	18.25	82.90	46.96	63.03	48.23	48.23
VI	72.66	46.96	47.09	0	0	0	34.68	33.43	48.23	48.23
VII	40.22	0	0	0	0	0	0	0	0	0
収穫量	54421.08	22071.20	28556.12	15172.76	16468.67	19432.66	21756.22	21671.80	22668.10	22668.10

$Z=199,550.5$(8分期まで)，$Z=244,886.8$(10分期まで)

モデル ［II］

I	61.32	126.41	48.23	48.23	48.22	48.22	48.22	48.23	48.23	48.23
II	5.16	61.32	126.41	48.23	48.23	48.22	48.22	48.22	48.23	48.23
III	15.94	5.16	61.32	126.41	48.23	48.23	48.22	48.22	48.22	48.23
IV	47.09	15.94	5.16	61.32	126.41	48.23	48.23	48.22	48.22	48.22
V	46.96	47.09	15.94	5.16	18.26	96.45	48.23	48.23	48.22	48.22
VI	72.66	33.43	32.29	0	0	0	48.23	48.23	48.23	48.22
VII	40.22	0	0	0	0	0	0	0	0	0
収穫量	59873.67	21676.50	21600.12	16466.62	16466.62	19432.66	22668.10	22668.10	22668.10	22668.10

$Z=154,219.2$(6分期まで)，$Z=199,555.5$(8分期まで)，$Z=244,887.0$(10分期まで)

モデル ［III］

I	61.32	126.42	48.23	48.22	5.16	139.51	48.23	48.23	48.22	48.22
II	5.16	61.32	126.42	48.23	48.22	5.16	139.51	48.23	48.23	48.22
III	15.94	5.16	61.32	126.42	48.23	48.22	5.16	139.51	48.23	48.23
IV	47.09	15.94	5.16	61.32	126.42	48.23	48.22	5.16	139.51	48.23
V	46.96	47.09	15.94	5.16	61.32	48.23	48.23	48.22	5.16	96.45
VI	72.66	33.42	32.28	0	0	0	0	0	0	0
VII	40.22	0	0	0	0	0	0	0	0	0
収穫量	59877.70	21675.83	21595.42	2079.48	48481.72	19436.69	19436.69	19432.26	15169.72	19432.66

$Z=246,618.6$(10分期まで)

うける。これらとモデルⅢをくらべると総収穫量に差がでてきている。一般に改良期を長くするにつれて個々の部分をより有利に伐採できる結果（改良期が無限の場合，すべて平均生長量最大の時期で伐採される)，総収穫量はふえる。しかし，このふえかたは森林の初期条件によってことなる。もちろん，初期条件として均等令級分配が満たされていれば改良期間はなくなるし，均等令級分配に近かければ改良期間の長短による差は小さいであろう。このモデルの森林のように比較的凹凸の大きいものでも 6 分期，8 分期の間に総収穫量の差がない。またこれを 10 分期にしても，それほど総収穫量がふえない，ということは一般に改良期の長さはあまり長くする必要がないことを暗示しているといえよう。保続面積表で 1 令級の面積はその前の分期に収穫した面積を表わしている。これをみるとモデルⅢの分期ごとの収穫面積(量)は凹凸がはげしい。これはモデルⅠ，Ⅱにくらべて，林分を個々の状態をより充分考慮して伐採できるためである。これは初期状態の凹凸のはげしさを反映している。このように個々のものをより有利に処理するとき，個々のものの集合にはぐあいの悪いことが起こる。それは将来の令級分配と改良期の長さのみを条件として収穫規整をおこなうことが不充分であることを示している。

そこで次のモデルを考える。

モ デ ル Ⅳ

1) モデルⅠと同じ。
2) モデルⅠと同じ。
3) モデルⅠと同じ。
4) モデルⅠと同じ。
5) 各分期の収穫量は前分期の収穫量を超えてはならない。すなわち $E_j \geqq E_{j+1}$

モ デ ル Ⅴ

1) モデルⅠと同じ。
2) モデルⅠと同じ。
3) モデルⅠと同じ。
4) モデルⅠと同じ。
5) 各分期の収穫量および収穫面積は前分期の収穫量および収穫面積を超えてはならない。すなわち，$E_j \geqq E_{j+1}$，$S_j \geqq S_{j+1}$，ただし S_j は分期総収穫面積。

制約式

モデルI

$$
\begin{cases}
x_{42}+x_{43}+x_{44}+x_{45}+x_{46}+x_{47}=48.22\\
x_{36}+x_{37}+x_{38}+x_{39}+x_{40}+x_{41}=48.22\\
x_{30}+x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}+x_{35}=48.22\\
x_{24}+x_{25}+x_{26}+x_{27}+x_{28}+x_{29}-x_{42}=48.23\\
x_{18}+x_{19}+x_{20}+x_{21}+x_{22}+x_{23}-x_{36}-x_{43}=48.23\\
x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}+x_{16}+x_{17}-x_{30}-x_{37}-x_{44}=48.23\\
x_{6}+x_{7}+x_{8}+x_{9}+x_{10}+x_{11}-x_{24}-x_{31}-x_{38}-x_{45}=0\\
x_{1}+x_{2}+x_{3}+x_{4}+x_{5}-x_{18}-x_{25}-x_{32}-x_{39}-x_{46}=0\\
x_{12}+x_{14}+x_{26}+x_{33}+x_{40}+x_{47}=61.32\\
x_{6}+x_{13}+x_{20}+x_{27}+x_{34}+x_{41}=5.16\\
x_{1}+x_{7}+x_{14}+x_{21}+x_{28}+x_{35}=15.94\\
x_{2}+x_{8}+x_{15}+x_{22}+x_{29}=47.09\\
x_{3}+x_{9}+x_{16}+x_{23}=46.96\\
x_{4}+x_{10}+x_{17}=72.66\\
x_{5}+x_{11}=40.22
\end{cases}
$$

モデルIV

$$
\begin{aligned}
&161x_{6}+304x_{7}+403x_{8}+470x_{9}+504x_{10}+504x_{11}\\
&\qquad -161x_{1}-304x_{2}-403x_{3}-470x_{4}-504x_{5}\leqq 0\\
&161x_{12}+304x_{13}+403x_{14}+470x_{15}+504x_{16}+504x_{17}\\
&\qquad -161x_{6}-304x_{7}-403x_{8}-470x_{9}-504x_{10}-504x_{11}\leqq 0\\
&161x_{18}+304x_{19}+403x_{20}+470x_{21}+504x_{22}+504x_{23}\\
&\qquad -161x_{12}-304x_{13}-403x_{14}-470x_{15}-504x_{16}-504x_{17}\leqq 0\\
&161x_{24}+304x_{25}+403x_{26}+470x_{27}+504x_{28}+504x_{29}\\
&\qquad -161x_{18}-304x_{19}-403x_{20}-470x_{21}+504x_{22}-504x_{23}\leqq 0\\
&161x_{30}+304x_{31}+403x_{32}+470x_{33}+504x_{34}+504x_{35}\\
&\qquad -161x_{24}-304x_{25}-403x_{26}-470x_{27}-504x_{28}-504x_{29}\leqq 0\\
&161x_{36}+304x_{37}+403x_{38}+470x_{39}+504x_{40}+504x_{41}\\
&\qquad -161x_{30}-304x_{31}-403x_{32}-470x_{33}-504x_{34}-504x_{35}\stackrel{=}{>}0\\
&161x_{42}+304x_{43}+403x_{44}+470x_{45}+504x_{46}+504x_{47}\\
&\qquad -161x_{36}-304x_{37}-403x_{38}-470x_{39}-504x_{40}-504x_{41}\leqq 0
\end{aligned}
$$

モデルV

$$
\begin{aligned}
&x_{6}+x_{7}+x_{8}+x_{9}+x_{10}+x_{11}-x_{1}-x_{2}-x_{3}-x_{4}-x_{5}\leqq 0\\
&x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}+x_{16}+x_{17}-x_{6}-x_{7}-x_{8}-x_{9}-x_{10}-x_{11}\leqq 0\\
&x_{18}+x_{19}+x_{20}+x_{21}+x_{22}+x_{23}-x_{12}-x_{13}-x_{14}-x_{15}-x_{16}-x_{17}\leqq 0\\
&x_{24}+x_{25}+x_{26}+x_{27}+x_{28}+x_{29}-x_{18}-x_{19}-x_{20}-x_{21}-x_{22}-x_{23}\leqq 0\\
&x_{30}+x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}+x_{35}-x_{24}-x_{25}-x_{26}-x_{27}-x_{28}-x_{29}\leqq 0\\
&x_{36}+x_{37}+x_{38}+x_{39}+x_{40}+x_{41}-x_{30}-x_{31}-x_{32}-x_{33}-x_{34}-x_{35}\leqq 0\\
&x_{42}+x_{43}+x_{44}+x_{45}+x_{46}+x_{47}-x_{36}-x_{37}-x_{38}-x_{39}-x_{40}-x_{41}\leqq 0
\end{aligned}
$$

表 III-8.　モ

モデル　IV

初期令級配置	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	目標令級配置
									$48.22=B_1$
									$48.22=B_2$
									$48.22=B_3$
								13.51	$48.23=B_4$
								13.14	$48.23=B_5$
							6.51		$48.23=B_6$
							32.08	21.57	
					55.04	48.22	9.12		
$A_1=61.32$				54.62	6.70				
$A_2=5.16$				5.16					
$A_3=15.94$			14.34	1.60					
$A_4=47.09$		6.69	40.40						
$A_5=46.96$		46.96							
$A_6=72.66$	72.66								
$A_7=40.22$	40.22								

表 III-9.　保

モデル　IV

令級＼分期	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
I	61.32	112.88	53.65	54.74	61.38	61.74	48.22	48.21
II	5.16	61.32	112.88	53.65	54.74	61.38	61.74	48.22
III	15.94	5.16	61.32	112.88	53.65	54.74	61.38	61.74
IV	47.09	15.94	5.16	61.32	112.88	53.65	54.74	61.38
V	46.96	47.09	15.94	5.16	6.70	57.84	53.65	48.23
VI	72.66	46.96	40.40	1.60			9.62	21.57
VII	40.22							
収　穫　量	54421.08	24767.27	24767.02	19435.96	19432.26	19432.26	19428.68	16307.27

$Z=197995.0$

このモデルのねらいはまえのモデルの分期ごとの収穫の凹凸を除くことであった。表のように，このモデルの分期収穫量はよく安定している。しかし，制約式がふえたために総収穫量はモデルIにくらべて少なくなっている。いわば分期収穫量の意識的な方向性を実現するため，総収穫量を犠牲にしたわけである。このように新らしい制約はつねに総収穫量の犠牲のうえで実現する。たとえば，モデルIはモデルIVより総収穫量は大きく，モデルIVはモデルVより大きい。そこで問題なのは新しい制約によってどれほど犠牲が大きくなるかである。犠牲が大きいほどその制約式はきびしいといえる。モデルIに $E_j \geqq E_{j+1}$ と加えた制約はさらに $S_j \geqq S_{j+1}$ とした制約よりもきびしい。

デ ル の 解

モデル V

初期令級配置	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	目標令級配置
									$48.22=B_1$
									$48.22=B_2$
									$48.22=B_3$
								12.05	$48.23=B_4$
								12.05	$48.23=B_5$
								12.05	$48.23=B_6$
							48.22	12.06	
				0.75	49.10	48.22			
$A_1=61.32$				50.14	11.18				
$A_2=5.16$				5.16					
$A_3=15.94$			11.71	4.23					
$A_4=47.09$			47.09						
$A_5=46.96$		45.47	1.49						
$A_6=72.66$	57.85	14.81							
$A_7=40.22$	40.22								

続 面 積 表

モデル V

令級＼分期	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
I	61.32	98.07	60.28	60.29	60.28	60.28	48.22	48.22
II	5.16	61.32	98.07	60.28	60.29	60.28	60.28	48.22
III	15.94	5.16	61.32	98.07	60.28	60.29	60.29	60.29
IV	47.09	15.94	5.16	61.32	97.32	60.28	60.28	60.28
V	46.96	47.09	15.94	5.16	11.18	48.22	60.28	12.06
VI	72.66	46.96	47.09	4.23				
VII	40.22	14.81	1.49					
収 穫 量	47460.38	28835.14	27602.39	19430.89	19431.94	19432.66	19432.66	16122.90

$Z=19775.76$

次にモデルVI，モデルVIIをつくる。

モ デ ル VI

1) なし。

2) モデル I と同じ。

3) モデル I と同じ。

4) モデル I と同じ。

5) 分期収穫面積は前分期収穫面積を超えてはならない。

すなわち，$S_j \geqq S_{j+1}$

モ デ ル Ⅶ

1) なし。

2) モデルⅠと同じ。

3) モデルⅠと同じ。

4) モデルⅠと同じ。

5) 分期収穫面積は前分期収穫面積を超えてはならない。すなわち，$E_j \geqq E_{j+1}$

これまでのモデルは目標令級分配が直接的にもまた間接的にも各分期の収穫量に影響を与えていたので，その効果を調べるために，ここでは目標令級分配を条件から除いた。

森林はたとえ伐採されても植栽されれば，また収穫は可能であるから，幼令林は伐採しないという条件さえあればかりに $E_j \geqq E_{j+1}$ または $S_j \geqq S_{j+1}$ という条件をつけても $\lim_{j\to\infty} E_j$, $\lim_{j\to\infty} S_j$ は決して0にはならず，それとことなるどこかの水準で安定するであろう。したがって分期を長

表 Ⅲ-10. モ

モデル Ⅵ

令級 ＼ 分期	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ
								72.34
							72.34	
						72.34		
				5.86	72.33			
$A_1=61.32$				61.32				
$A_2=5.16$				5.16				
$A_3=15.94$			15.94					
$A_4=47.09$			47.09					
$A_5=46.96$		37.65	9.31					
$A_6=72.66$	37.97	34.69						
$A_7=40.22$	40.22							

表 Ⅲ-11. 保

モデル Ⅵ

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ
A_1	61.32	78.19	72.34	72.34	72.34	72.33	72.34	72.34
A_2	5.16	61.32	78.19	72.34	72.34	72.34	72.33	72.34
A_3	15.94	5.16	61.32	78.19	72.34	72.34	72.34	72.33
A_4	47.09	15.94	5.16	61.32	72.33	72.34	72.34	72.34
A_5	46.96	47.09	15.94	5.16	0	0	0	0
A_6	72.66	46.96	47.09	0	0	0	0	0
A_7	40.22	34.69	9.31	0	0	0	0	0
収穫量	38116.78	35178.26	33248.36	21664.22	21988.32	21991.36	21991.36	21991.36

$Z=216170.3$

くとれば，全分期間の収穫量を最大にするという目的の下に $E_j \geqq E_{j+1}$ でも $S_j \geqq S_{j+1}$ でも漸減という条件があれば均等な令級分配は実現されるであろう。それゆえ，初期の状態が過熟ならば上の条件の下では法正令級配置になると予想される。この傾向は期間を限ることによってみだされる。その例がモデル Ⅶ，モデル Ⅷ である。次にその保続面積表（表 Ⅲ-10，表 Ⅲ-11）を示す。

図のように $S_j \geqq S_{j+1}$ という制約の場合，すでに安定した令級分配に達している。しかし，分期総収穫量は 21991.36 m² で法正令級分配の 23321.61 m³ (57.87 ha×403 m³) や 6 均等令級分配の 22665.75 m³ に近いところで安定している。一方，$E_j \geqq E_{j+1}$ の場合は先細りの状態を示している。これは，全体を安定した状態にするためには期間が短かすぎたためと考えられる。なぜなら，目的関数は期間内の総収穫最大をねらっており，しかも期間外の状態はまったく考慮する必要がないので，条件の範囲内で利用できる資源はできるだけ使おうとする態度にでたためであ

デ ル の 解

モデル Ⅶ

令級＼分期	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ
								80.07
							32.02	40.80
							53.36	
						43.21	9.72	
					70.42	30.16		
A_1=61.32				51.72	9.60			
A_2=5.16				5.16				
A_3=15.94				15.94				
A_4=47.09			47.09					
A_5=46.96		40.69	6.27					
A_6=72.66	60.42	12.24						
A_7=40.22	40.22							

続 面 積 図 式

モデル Ⅶ

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ
A_1	61.32	100.64	52.93	53.36	72.82	80.07	73.37	95.10
A_2	5.16	61.32	100.64	52.93	53.36	72.82	80.07	73.37
A_3	15.94	5.16	61.32	100.64	52.93	53.36	72.83	80.07
A_4	47.09	15.94	5.16	61.32	100.64	52.93	53.36	40.80
A_5	46.96	47.09	15.94	5.16	9.60	30.17	9.73	0
A_6	72.66	46.96	47.09	15.94	0	0	0	0
A_7	40.22	12.24	6.27	0	0	0	0	0
収 穫 量	48668.28	25293.26	25292.38	25294.16	25291.68	25290.32	25293.82	25291.43

Z=225721.5

る。このような犠牲の結果，総収穫はモデルⅧの方がモデルⅦより大きい。またそれらをモデルⅠと比較した場合，目標令級分配実現という制約がないだけ，モデルⅦ，モデルⅧの方が総収穫量は大きい。かりに 5) の条件を $E_j \leqq E_{j+1}$，または $S_j \leqq S_{j+1}$ にあらためたならばどうであろうか。もし初期の森林の状態が過熟でなかったとすれば，鈴木の定理によって，かならず法正令級分配となるであろう。しかし，過熟であったならば，この収穫漸増という条件がきびしい制約となって老令な状態は改善されず，きわめて消極的な施業をしいることになろう。収穫均等という制約はこれら両方の欠点をもっているものと考えられ，森林が法正状態に近い場合を除けば，よい規整の方法とはいえない。面積が材積のいずれかを制御の手段として森林を改良してゆく場合，かりに両方の実行上の困難さが同じとしても，面積を手段とした方がより早く安定状態に達せられる点で一般に合理的といえる。つぎに，LP には輸送型の問題というのがある。これを利用して次のようなモデルを考える。

モ デ ル Ⅷ

1) 6分期後6均等令級分配を実現する。
2) 8令級以上はできるかぎり伐採し，2令級未満は伐採しないことがのぞましい。
3) 復伐は考えない。
4) 目的関数は6分期間の総収穫量を最大にする。

モ デ ル Ⅸ

1) 5分期後5均等令級分配置を実現する。
2) 8令級以上はできるかぎり伐採し，2令級未満は伐採しないことがのぞましい。
3) 復伐は考えない。
4) 目的関数は5分期間の総収穫量を最大にする。

輸送型の問題の特徴は次のとおりである。

表 Ⅲ-12

i \ j	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	A_i
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	A_1
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	X_{26}	A_2
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	X_{36}	A_3
4	X_{41}	X_{42}	X_{43}	X_{44}	X_{45}	X_{46}	A_4
5	X_{51}	X_{52}	X_{53}	X_{54}	X_{55}	X_{56}	A_5
6	X_{61}	X_{62}	X_{63}	X_{64}	X_{65}	X_{66}	A_6
T_j	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	

表 Ⅲ-12 で A_i を i 林分の総面積，T_j を j 分期の収穫面積，X_{ij} を i 林分の j 分期の収穫面積，v_{ij} をその際の単位面積あたりの収穫量とする。この型は次のように定式化することができる。

$$\sum_i X_{ij}=T_j \qquad \sum_j X_{ij}=A_i$$

$$Z_{\max}=\sum_i\sum_j v_{ij}\cdot X_{ij}$$

図のように T_j ずつ伐ってゆくと，改良期が終ったときの令級配置は高令級から順に T_j の面積でならぶ。このように改良期間と各分期の面積が直接関係していることがこのモデルのきびしい制約である。このため，全体として森林に低令級の林分が多い場合，これを伐採することを強制するし，過熟な林分が多い場合これをおそくまで伐り残すことを強制する。このように，この型は森林の状態を十分考慮せず，機械的にすべてを処理しがちな点で弾力性に欠けるので，森林の令級関係がきょくたんに不法正な場合は森林に大きな犠牲を与える。もし将来の令級分配を考慮しなくてもよいとすると，この型の利用可能性は大きく増加する。その場合，期間全体の犠牲が少なく分期間の収穫にいろいろな条件を容易かつ単純につけ加えることができる。また A_i として林班とか小班のように固定した指標をもつものをとってもよい。そのためにこの型の適用範囲はひろい。

次にモデルⅧおよびモデルⅨの収穫面積表，収穫表，それによる解を示す。ここで v_{ij} に 0 と書かれたものが多いが，これは条件 2 を表現したものである。一般に LP では，かりに i 行 j 列で伐りたい場合，v_{ij} に大きな数値を技巧的にいれ，また，伐りたくない場合にはマイナスの大きな数値をいれればよい。モデルⅨで分期の途中，高令部分が出現したが，これは収穫面積均

表 Ⅲ-13. モ デ ル の 解

モデル Ⅷ

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ
$A_1=61.32$					13.10	48.22
$A_2=5.16$					5.16	
$A_3=15.94$					15.94	
$A_4=47.09$				47.09		
$A_5=46.96$			46.46			
$A_6=72.66$	8.01	48.23	1.27	1.13	14.02	
$A_7=40.22$	40.22					

モデル Ⅸ

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ
$A_1=61.32$				4.05	57.87
$A_2=5.16$				5.16	
$A_3=15.94$				15.94	
$A_4=47.09$			13.77	33.32	
$A_5=46.96$		2.86	44.10		
$A_6=72.66$	17.65	55.01			
$A_7=40.22$	40.22				

表 III–14. 保続面積表

モデル VIII

	I	II	III	IV	V	VI	VII
I	61.32	48.23	48.23	48.23	48.22	48.22	48.22
II	5.16	61.32	48.23	48.23	48.23	48.22	48.22
III	15.94	5.16	61.32	48.23	48.23	48.23	48.22
IV	47.09	15.94	5.16	61.32	48.23	48.23	48.23
V	46.96	47.09	15.94	5.16	61.32	48.23	48.23
VI	72.66	46.96	47.09	15.94	5.16	48.23	48.23
VII	40.22	64.65	46.96	47.09	15.94	48.22	48.23
VIII			16.42	0	0		
IX				15.15	0		
X					14.02		
	24035.58	24307.92	24307.92	24302.88	22804.34	22663.40	22668.10

$Z=134146.40$, $Z=142422.04$(8令級以上504とした場合)

モデル IX

	I	II	III	IV	V	VI	VII
I	61.32	57.87	57.87	57.87	57.87	57.87	57.87
II	5.16	61.32	57.87	57.87	57.87	57.87	57.87
III	15.94	5.16	61.32	57.87	57.87	57.87	57.87
IV	47.09	15.94	5.16	61.32	57.87	57.87	57.87
V	46.96	47.09	15.94	5.16	57.87	57.87	57.87
VI	72.66	46.96	47.09	15.94			
VII	40.22	55.01	44.10	33.22			
VIII							
IX							
X							
	28566.32	29069.24	28698.30	27413.36	23321.61	23321.61	23321.61

$Z=137068.89$(5分期まで), $Z=160390.50$(6分期まで)

表 III–15

収穫面積図式

	I	II	III	IV	V	VI
I 61.32	x_1	x_8	x_{15}	x_{22}	x_{29}	x_{36}
II 5.16	x_2	x_9	x_{16}	x_{23}	x_{30}	x_{37}
III 15.94	x_3	x_{10}	x_{17}	x_{24}	x_{31}	x_{38}
IV 47.09	x_4	x_{11}	x_{18}	x_{25}	x_{32}	x_{39}
V 46.96	x_5	x_{12}	x_{19}	x_{26}	x_{33}	x_{40}
VI 72.66	x_6	x_{13}	x_{20}	x_{27}	x_{34}	x_{41}
VII 40.22	x_7	x_{14}	x_{21}	x_{28}	x_{35}	x_{42}

収　穫　表

	I	II	III	IV	V	VI
I	0	0	161	304	403	470
II	0	161	304	403	470	504
III	161	304	403	470	504	0
IV	304	403	470	504	0	0
V	403	470	504	0	0	0
VI	470	504	0	0	0	0
VII	504	0	0	0	0	0

等という制約がきびしいため高令を伐り残さねばならなかったこと，またその際 $v_{ij}=0$ がつづいているのでどこで伐っても損失が同じであるためにおこった現象である。モデルVIIIとモデルIXでは総収穫はモデルIXの方が大きい。これは目標令級分配実現のため改良期間と分期収穫面積が直接関係しているので，改良期間を長くすることが制約をゆるめることにはならないからである。このように輸送型のモデルを用いるときにはとくに改良期のきめかたが重要である。

III-3 考　　察

「いくつかの変数が線型不等式の形で制約をうけるとき，これらの線型関数を最大または最小にするような問題」というように線型計画の定義はなされているが『〈リニアープログラミング〉という術語はうまい言い方とみとめることはできない，〈リニアープログラミング〉という言葉から普通万能数学機械，すなわち電子計算機のプログラムをつくる理論がうかんでくるからである。むしろ〈リニアープランニング〉といった方が現在応用数学のひとつの独立した部分において方式化された問題全体に対するうまい名称かもしれない』とユージンとゴルシュティンはのべている（線型計画の問題と方法，p 2)。

「線型」ということはなにかきわめて制限された条件と考えられがちであるが，これはまったくのあやまりである。普通の活動体の現象は連続関数的であるが，理論的に分析してゆけば直線現象の集合と考えられるものが多い。現在おこなわれている森林経営計画も構造的にはこの範疇にはいるであろう。現実に，計画の担当者はつねにこの解を求めている。LP の解法は後述するが，そのプロセスは最初制約をみたす解をみつけだし，それを逐次改良してゆく。その途中で現われる解を「可能解」というが，一般に求められている解はこの「可能解」である。ではなぜ LP として解かれないのであろうか。その原因は一般的にはとりあつかっている数値（諸制約式を構成する予測の数値）の精度が悪いというよりも本質的に変動がはげしいということにある。そのため実際になにが制約的であるかわからないこと，またかりにわかったとしても，その数値の変動が大きいため LP として解かれた最適解を採用することによってえられる利益に比較し，偶然の変動により生ずる利益や損失が大きすぎるためである。しかし将来，諸作業が規格化され，また育林技術が進み，その結果諸数値が小さな変動で管理されるようになれば線型計画を利

用する場もでてくるであろう。

次にわれわれの問題を LP の標準型と対比してみよう。標準型とは次のようなものである。n 個の数値の組 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ で

$$Z = c_1x_1 + c_2c_2 + \cdots + c_nx_n \tag{Ⅲ-1}$$

で Z を最大にするもの，ここで $x_1, \cdots, x_n$ は非負であって m 個の不等式

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}\,x_1 + a_{12}\,x_2 + \cdots\cdots + a_{1n}\,x_n \leqq b_1 \\ a_{21}\,x_1 + a_{22}\,x_2 + \cdots\cdots + a_{2n}\,x_n \leqq b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots\cdots + a_{mn}x_n \leqq b_m \end{array}\right\} \tag{Ⅲ-2}$$

に制約されているもの，ここで a_i, b_i, c_i，は所与の定数である。上の式を次のように表現する

$$A_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \tag{Ⅲ-3}$$

$$A = (A_1, A_2, \cdots, A_n) \quad ただし \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

それぞれを説明すると

A_j: 第 j プロセスベクトルで，a_{ij} は第 i 投入物の第 j プロセスへの投入量。

B: 制約項ベクトルと呼ばれている。b_i は第 i 投入物の限界使用量。

X: 計画ベクトルと呼ばれている x_j は第 j プロセスの採用水準。

C: 特定の名称はついてないがここでは一応価値ベクトルとしておく。c_j は第 j プロセスを単位水準利用した場合えられる利益。

A: 単にプロセスベクトルの1組を表わす行列。

以上を用いると上の標準型は次の条件をみたす計画ベクトルを求める問題へ変換される。

$$X \geqq 0 \tag{Ⅲ-4}$$

$$AX \leqq B \tag{Ⅲ-5}$$

$Z = (C, X)_{\max}$ ただし，(C, X) はベクトルの内積で $\sum_{j=1}^{n} c_jx_j$ と同じ意味である。モデルⅠの制約式を書きかえると表Ⅳ-3の3行から下の部分である。この場合，A_j は x_j で伐採するという行為をあらわし，x_j がその水準，c_j (例えば $j=5$ のとき，504) はその際の単位面積あたりの利益である。計画ベクトルの分期別の部分集合とその前の令級分配から新しい令級分配ができる。したがって，Ⅱ章でのべた R も計算できる。それゆえ，林令遷移行列もできる。鈴木の場合，林令遷移行列は現在の森林の動きを表わしたものであり，それと現在の森林の状態とを用いて未来を予測することであった。筆者らの問題は現在と一定期間後の状態がきまっているときの最良の

遷移のさせかたであった。このように問題点のちがいはあるが，これらはすべて林令空間の理論で統一できる。

最後にこれまでのモデルの分析の結果を考慮して収穫規整法を調べてみる。吉田（前掲書）によると，これは便宜上，次の6群にわけられる。

1. 区劃輪伐法	2. 材積分配法	3. 平 分 法
4. 法正蓄積法	5. 令 級 法	6. 生 長 量 法

以上のうち 3，4，5，について調べる。

1) 平 分 法

筆者らのモデルではモデルⅧ，モデルⅨがこれに近い。この規整の仕方はほかにくらべて機械的であり，単純であるため，法正林実現の手段としては確実性が高いが，制約がきびしく，個々の林分を充分考慮できないため，森林の状態が法正状態から離れている場合，森林に与える損失が大きい。

2) 法正蓄積法

これは現在の蓄積，生長量を法正蓄積，法正生長量とつねに対比させて収穫量を決定する。一種の逐次決定法であって LP 法とは構造がちがう。しかしモデルⅥ，モデルⅦが参考になろう。この方法によると，森林が過熟な場合，収穫量は漸減し，法正林より蓄積が小さい場合，収穫量は漸増するであろう。したがって，法正林実現のみを考えるならば，どんな状態から出発してもそれは実現されるであろう。しかし，この方法では長い期間を統一して考え，全体を調整することができないため，森林が法正状態から離れている場合は犠牲が大きい。

3) 令 級 法

モデルⅠからモデルⅤまでがこれに近い。この方法は平分法の欠点を長所とし，長所を欠点としている。すなわち，一般に収穫の決定に弾力性をもち，森林に与える損失は他にくらべて少ない。しかしその改良には長期間を要するので複雑であり，法正林実現の手段としては確実性という点で平分法に劣る。それゆえ，森林が法正状態から離れていてかつ施業実行機関の能力が高い場合，以上3種の規整法のうちではもっとも合理的なものと考えられる。

Ⅳ 電子計算機による線型計画の解法

線型計画の解法にはいろいろあるが，一般的方法としてはシンプレックス法がある。くわしくは多くの専門書にゆずるが，これは掃出し法で連立一次方程式にくり返し掃出し計算をおこなうものである。

まず，掃出し計算を行うための枢軸要素の選択基準は次の通りである。

Phase 1 （技巧変数の追い出し過程）

$$a_{-1,j*}=\min\{a_{-1,j}<0 \quad (j=1,2,\cdots,n)\}$$
$$\theta_{i*}=\min\{\theta_i \qquad (i=1,2,\cdots,m)\}$$

ただし

$$\theta_i=a_{i0}/a_{ij*} \quad (a_{ij*}>0)$$

Phas 2 (Phase 1 で技巧変数を追出してえられた初期実行可能解から出発して，最適解を求める過程)

$$a_{0j*}=\min\{a_{0j}<0 \quad (j=1,2,\cdots,n-(m-r)\}$$
$$\theta_{i*}=\min\{\theta_i \qquad (i=1,2,\cdots,m)\}$$

ただし，

$$\theta_i=a_{i0}/a_{ij*} \quad (a_{ij*}>0,\quad i=1,2,\cdots,m)$$

m, n, r については，次の通り。

m: 本来の条件式の数，基底変数の数。

n: 非基底変数の数。

r: 技巧変数を除いた残りの基底変数の数，つまり $(m-r)$ は，技巧変数の数。

次にシンプレックス表を示す。

表 IV-1

変数の番号	J_0	$J_1\cdots\cdots\cdots\cdots J_j\cdots\cdots\cdots\cdots J_n$
I_{-1}	$a_{-1,0}$	$a_{-1,1}\quad a_{-1,2}\cdots a_{-1,j}\cdots\cdots\cdots\cdots a_{-1,n}$
I_0	a_{00}	$a_{01}\quad a_{02}\cdots\cdots a_{0j}\cdots\cdots\cdots\cdots a_{0n}$
I_1	a_{10}	$a_{11}\qquad a_1\qquad a_{1n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots\qquad\vdots$
I_i	a_{i0}	$a_{i1}\cdots\cdots\cdots\cdots a_{ij}\cdots\cdots\cdots\cdots a_{in}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots\qquad\vdots$
I_m	a_{m0}	$a_{m1}\qquad a_{mj}\qquad a_{mn}$

対応する条件式，および目的関数

$$\begin{array}{l}
a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots\cdots+a_{1j}x_j+\cdots\cdots+a_{1n}x_n\leqq a_{1.0}\\
\quad\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots\\
a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+\cdots\cdots+a_{ij}x_j+\cdots\cdots+a_{in}x_n\leqq a_{i0}\\
\quad\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots\\
a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots\cdots+a_{mj}x_j+\cdots\cdots+a_{in}x_n\leqq a_{m0}
\end{array}$$

$$Z_{\max}=c_1x_1+c_2x_2+\cdots\cdots+c_nx_n$$

表の説明

1) $a_{-1,0}=-\sum_i a_{i0}$ for $I_i\in H$ なる i

ただし，Hは技巧変数の番号の集合，I_i は基底変数の番号，それゆえ，$B=\{I_i\}$ とする

と $H \in B$ である。

2) $a_{-1,j} = -\sum_i a_{ij}$ $(I_i \in H, \quad j=1,2,\cdots,n)$

3) $a_{00} = \sum_i c_{Ii} \cdot a_{i0}$

ただし，$c_{Ii}=0$ ($I_i \in H$, または，$I_i \in K$, (K はスラックス変数の番号) のとき $c_{Ii}=c_i$ ($I_i \notin H, K$ のとき))

4) $a_{0j} = z_j - c_j = \sum a_{ij} c_i - c_j$ $(i=1,2,\cdots,m \quad j=1,2,\cdots,m)$

ただし，$a_{0j}=-c_j$ $(B=H \cup K)$，すなわち，基底が，技巧変数とスラックス変数からなるときは，$a_{0j}=-c_j$，したがって，最初のタブローにおいては，つねに，$a_{0j}=-c_j$ である。また a_{00} も 3) において明らかなように，$a_{00}=0$ である。

それでは，具体的問題を用いてシンプレックス表を作成してみよう。

(例1)

$$-x_1+2x_2 \leqq 120$$
$$x_1+2x_2-x_3=200$$
$$2x_1+x_2 \leqq 220$$
$$Z_{\max}=-x_1+4x_2$$

これを，スラックス変数 x_{101}, x_{103} および技巧変数 x_{-101} を用いて書きかえると，

$$-x_1+2x_2+x_{101}=120$$
$$x_1+2x_2-x_3+x_{-102}=200$$
$$2x_1+x_2+x_{103}=220$$

表 IV-2 (例1のシンプレックス表)

	見出し番号	0	1 (x_1)	2 (x_2)	3 (x_3)
	*100	−200	−1	−2	1
	*0	0	1	−4	0
x_{101}	101	120	−1	2	0
x_{-1}	−102	200	1	2	−1
x_{102}	−103	220	2	1	0

(注) * のところは，スラックス，技巧，および非基底変数以外の見出し番号なら，なんでもよい。

(例2) モデルIのシンプレックス表

制 約 式

$$x_{42}+x_{43}+x_{44}+x_{45}+x_{46}+x_{47}=48.22$$
$$x_{36}+x_{37}+x_{38}+x_{39}+x_{40}+x_{41}=48.22$$
$$x_{30}+x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}+x_{35}=48.22$$
$$x_{24}+x_{25}+x_{26}+x_{27}+x_{28}+x_{29}-x_{42}=48.23$$

$$x_{18}+x_{19}+x_{20}+x_{21}+x_{22}+x_{23}-x_{36}-x_{43}=48.23$$

$$x_{12}+x_{13}+x_{14}+x_{15}+x_{16}+x_{17}-x_{30}-x_{37}-x_{44}=48.23$$

$$x_{6}+x_{7}+x_{8}+x_{9}+x_{10}+x_{11}-x_{24}-x_{31}-x_{38}-x_{45}=0$$

$$x_{1}+x_{2}+x_{3}+x_{4}+x_{5}-x_{18}-x_{25}-x_{32}-x_{39}-x_{46}=0$$

$$x_{12}+x_{19}+x_{26}+x_{33}+x_{40}+x_{47}=61.32$$

$$x_{6}+x_{13}+x_{20}+x_{27}+x_{34}+x_{41}=5.16$$

$$x_{1}+x_{7}+x_{14}+x_{21}+x_{28}+x_{35}=15.94$$

$$x_{2}+x_{8}+x_{15}+x_{22}+x_{29}=47.09$$

$$x_{3}+x_{9}+x_{16}+x_{23}=46.96$$

$$x_{4}+x_{10}+x_{17}=72.66$$

$$x_{5}+x_{11}=40.22$$

表 Ⅳ-3. シ ン プ

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
100	−578.70	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0
0	0.0	−161.0	−304.0	−403.0	−470.0	−504.0	−161.0	−304.0	−403·0	−470.0	−504.0	−504.0
−101	48.22											
−102	48.22											
−103	48.22											
−104	48.23											
−105	48.23											
−106	48.23											
−107	0.0						1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1,0
−108	0.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0						
−109	61,32											
−110	5.16						1.0					
−111	15.94	1.0						1.0				
−112	47.09		1.0						1.0			
−113	46.96			1.0						1.0		
−114	72.66				1.0						1,0	
−115	40.22					1.0						1.0

		25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
100	−578.70	0.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	0.0	0.0	0.0	−2.0	−2.0	−2.0
0	0.0	−304.0	−403.0	−470.0	−504.0	−504.0	−161.0	−304.4	−403.0	−470.0	−504.0	−504.0
−101	48.22											
−102	48.22											
−103	48.22						1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
−104	48.23	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0						
−105	48.23											
−106	48·23						−1.0					
−107	0.0							−1.0				
−108	0.0	−1.0							−1.0			
−109	61.32		1.0							1.0		
−110	5.16			1.0							1.0	
−111	15.94				1.0							1.0
−112	47.09					1.0						
−113	46.96											
−114	72.66											
−115	40.22											

最後に本研究のために作成した，シンプレックス法の FORTRAN IV によるプログラムについてその利用の仕方を説明する。ただし，データの読み込みに関しては必要と思われることだけにとどめる。上から順に説明する。

NO: 解くべき問題の数を示すが，たとえば，p 題なら，$NO=p+1$ とする。

M: 表 IV-1 のシンプレックス表で考えると $M=m+2$ となる。これは基底変数の数 m に，a_0 と a_{-1} の 2 つを加えたもの。

N: 非基底変数の数，表 IV-1 では n。

$N1$: $n_1=n-(m-r)$ を示す。

$J2(J)$: $(J=2, N)$ 非基底変数の見出し番号，すなわち，表 IV-1 でいえば J_j である。

$I1(I)$: $(I=1, M)$ 同じく表 IV-1 でいえば I_i に相当する。

$A(I, J)$ について

レ ッ ク ス 表

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
−2.0	−2.0	−2,0	−2.0	−2.0	−2.0	0.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	−2.0	0.0
−161.0	−304.0	−403.0	−470.0	−504.0	−504.0	−161.0	−304.0	−403.0	−470.0	−504.0	−504.0	−161.0
												1.0
						1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0							
												−1.0
						−1.0						
1.0							1.0					
	1.0							1.0				
		1.0							1.0			
			1.0							1.0		
				1.0							1.0	
					1.0							

36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
0.0	0.0	0.0	0.0	−2.0	−2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	−2.0
−161.0	−304.0	−403.0	−470.0	−504.0	−504.0	−161.0	−304.0	−403.0	−470.0	−504.0	−504.0
						1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0						
						−1.0					
−1.0							−1.0				
	−1.0							−1.0			
		−1.0							−1.0		
			−1.0							−1.0	
				1.0							1.0
					1.0						

(i) $A(1, J)(J=1, N)$ は表 IV-1 の $a_{-1,j}(j=0, 1, \cdots, n)$

(ii) $A(2, J)(J=1, N)$ は表 IV-1 の $a_{0,j}(j=0, 1, \cdots, n)$

(iii) $A(I, J)(I=3, M,\ J=1, N)$ は表 IV-1 の $a_{ij}(i=1, m,\ j=0, 1, m)$

ITER ないしは ITERATION は，タブロの変換回数を示す。

解には普通の解と双対解が示される。また Phase I で ITERATION の下に負の整数が印刷される場合，これは，筆者らの等式が一次独立でないため，技巧変数を全部おいださないうちに $a_{-1,0}$ が 0 になる場合がおこる。そのとき残った技巧変数の番号を表わしている。

次にプログラムとそれによるモデル I の解を示す。

HARP 5020 COMPILED LIST

```
C     SIMPLEX METHOD MAXIMUM BY MINOWA AND NAGUMO, TODAI
      SHINRINKEIRI
      DIMENSION A (50, 100), THETA (50),
      I1 (50), J2 (100)
      READ (5, 130) NO
130   FORMAT (I8)
1     NO=NO-1
      IF (NO. LE. 0) GO TO 111
200   FORMAT (1H1, I8)
      READ (5, 100) M, N, N1
100   FORMAT (3I8)
      READ (5, 101) (J2 (J), J=2, N), (I1 (I), I=
      1, M)
101   FORAT (9I8)
      READ (5, 102) ((A (I, J), J=1, N), I=1, M)
102   FORMAT (6F12, 0)
      ITER=0
500   ITER=ITER+1
      AMIN=-1, 0E-30
      K=0
      DO 10 J=2, N
      IF (A (1, J). GT. AMIN) GO TO 10
      AMIN=A (1, J)
      K=J
10    CONTINUE
      DO 20 I=3, M
      THETA (I)=-1. 0
      IF (K. LE. 0) GO TO 1000
      IF (A (I, K). LE. 1. 0E-10) GO TO 20
      THETA (I)=A (I, 1)/A (I, K)
20    CONTINUE
      AMAX-1. 0E+30
      L=0
      DO 30 I=3, M
      IF (THETA (I). LT. 0. 0) GO TO 30
      IF (THETA (I). GT. AMAX) GO TO 30
      AMAX=THETA (I)
      L=I
30    CONTINUE
      IF (L. LE. 0) GO TO 3000
      DO 40 J=1, N
      IF (J. EQ. K) GO TO 40
      A (L, J)=A (L, J)/A (L, K)
40    CONTINUE
      DO 50 I=1, M
      IF (I. EQ. L) GO TO 50
      DO 60 J=1, N
      IF (J. EQ. K) GO TO 60
      A (I, J)=A (I, J)-A (L, J)*A (I, K)
60    CONTINUE
      A (I, K)=-A (I, K)/A (L, K)
50    CONTINUE
      A (L, K)=1. 0/A (L, K)
      I=J2 (K)
      J2 (K)=I1 (L)
      I1 (L)=I
      GO TO 500
1000  IF (A (1, 1). LT. -1. 0E-30) GO TO 3000
      WRITE (6, 103) ITER
103   FORMAT (//12H ITERATION, 14//)
      DO 80 I=3, M
      IF (I1 (I). GE. 0) GO TO 80
      WRITE (6, 300) I1 (I)
300   FORMAT (1H0, I8)
      N1=N1+1
80    CONTINUE
      J0=1
      J1=N+1
1001  J0=J0+1
      IF (J0. GT. N) GO TO 2000
      IF (J2 (J0). GE. 0) GO TO 1001
1002  J1=J1-1
      IF (J2 (J1). LT. 0) GO TO 1002
      IF (J0. GT. J1) GO 2000
      II=J2 (J0)
      J2 (J0)=J2 (J1)
      J2 (J1)=II
```

```
      DO 70 I=1, M
      W=A (I, J0)
      A (I, J0)=A (I, J1)
      A (I, J1)=W
   70 CONTINUE
      GO TO 1001
 2000 ITER=ITER+1
      AMIN=-1. 0E-30
      K=0
      DO 2010 J=2, N1
      IF (A (2, J). GT. AMIN) GO TO 2010
      AMIN=A (2, J)
      K=J
 2010 CONTINUE
      DO 2020 I=3, M
      THETA (I)=-1. 0
      IF (K. LE. 0) GO TO 2001
      IF (A (I, K). LE. 1. 0E-10) GO TO 2020
      THETA (I)=A (I, 1)/A (I. K)
 2020 CONTINUE
      AMAX=1. 0E+30
      L=0
      DO 2030 I=3, M
      IF (THETA (I). LT. 0. 0) GO TO 2030
      IF (THETA (I). GT. AMAX) GO TO 2030
      AMAX=THETA (I)
      L=I
 2030 CONTINUE
      IF (L. LE. 0) GO TO 2002
      DO 2040 J=1, N1
      IF (J. EQ. K) GO TO 2040
      A (L, J)=A (L, J)/A (L, K)
 2040 CONTINUE
      DO 2050 I=2, M
      IF (I. EQ. L) GO TO 2050
      DO 2060 J=1, N1
      IF (J. EQ. K) GO TO 2060
      A (I, J)=A (I, J)-A (L, J)*A (I, K)
 2060 CONTINUE
      A (I, K)=-A (I, K)/A (L, K)
 2050 CONTINUE
      A (L, K)=1. 0/A (L, K)
      I=J2 (K)
      J2 (K)=I1 (L)
      I1 (L)=I
      GO TO 2000
 2002 WRITE (6, 107)
  107 FORMAT (//11H INFINITY//)
 2001 WRITE (6, 105) ITER
  105 FORMAT (//12H ITERATION, I4//)
      WRITE (6, 108) I1 (I), A (I, 1), I=2, M)
  108 FORMAT (//1H, 5 (I6, E15. 7))
      WRITE (6, 120) (J2 (J), A (2, J), J=2, N1)
  120 FORMAT (//1H 5 (I6, E15. 7))
      GO TO 109
 3000 WRITE (6, 110)
  110 FORMAT (//10H NO SOL//)
  109 GO TO 1
  111 STOP
      END
```

モデル 1

```
ITERATION 16
     -105
     -108

ITERATION 31
  0 0.1995505E+06   19 0.4307001E+02   45 0.3342001E+02    38 0.1353999E+02   15 0.4709001E+02
 32 0.4822001E+02   14 0.1594000E+02   39 0.3468002E+02  -108 0.1525879E-04   26 0.1825001E+02
 20 0.5160000E+01    9 0.4696000E+02    4 0.7266002E+02     5 0.4022000E+02   44 0.1479999E+02
 25 0.2998000E+02
  1 0.1080000E+03    2 0.3200000E+02    3 0.0000000E-40    29 0.1360000E+03   21 0.4000000E+01
  6 0.1040000E+03    7 0.3200000E+02    8 0.0000000E-40    35 0.1680000E+03   10 0.3300000E+02
 46 0.3300000E+02   12 0.7200000E+02   13 0.2800000E+02    17 0.1000000E+03   28 0.6900000E+02
 16 0.3300000E+02   43 0.2800000E+02   18 0.4400000E+02    33 0.3200000E+02   27 0.3200000E+02
 23 0.1040000E+03   42 0.7200000E+02 -105 0.2050000E+03    27 0.7600000E+02   22 0.3700000E+02
 40 0.6500000E+02   34 0.9700000E+02   37 0.3200000E+02    36 0.1040000E+03   30 0.1080000E+03
 31 0.3200000E+02   11 0.6700000E+02   47 0.1320000E+03    41 0.1640000E+03
```

参 考 文 献

1) 鈴木太七: 木材の生産予測についてII 林業における収穫予定の数学的研究，科学技術庁資料 53 号，1963

2) 吉田正男: 理論森林経理学，地球出版，1937

3) ユージン・コルシュティン: 線型計画の問題と方法，東京図書，1960

4) サミュエルソン・ソロー・ドーフマン: 線型計画と経済分析，岩波書店，1958

5) 森口繁一: 電子計算機講習会プリント，東大出版会，1965

6) 同　上: FŌRTRNIV 入門，東大出版会，1965

7) 甲斐原一朗: 林業経営学通論(上巻)，日本林業調査会，1957

8) 小沢今朝芳: 森林計画と国有林経営計画の展望，林業技術 174 号，1956

9) 永津武夫・鈴木太七:収穫予定へのLPの応用，第76回日林講，1965

Résume

Prof. Suzuki, T. (1963) expressed the transition of managed forest, compose of various kinds of even aged stands of a similar species as follows:

$$
\begin{array}{lllllll}
 & & & & & & B_1 \\
 & & & & & x_{n-p-q+2} & B_2 \\
 & & & & & \cdots\cdots x_{n-p-q+3} & B_3 \\
 & & & & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\
 & & & x_{2p+2} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\
 & & x_{p+1} & x_{2p+3} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & B_q \\
A_1 & x_1 & x_{p+2} & x_{2p+4} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & B_{q+1} \\
A_2 & x_2 & x_{p+3} & x_{2p+5} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & B_{q+2} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\
A_{r-q} & x_{r-q} & x_{p+r-q+1} & x_{2p+r-q+3} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & B_r \\
A_{r-q+1} & x_{r-q+1} & x_{p+r-q+2} & x_{2p+r-q+4} & \cdots\cdots & \cdots\cdots & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots \\
A_n & x_n & x_{2n+1} & x_{3p+3} & \cdots\cdots & \cdots x_n & 0 \\
\hline
 & 1 & 2 & 3 & \cdots\cdots & \cdots q &
\end{array}
$$

with

A_i: the total area of the i-aged stands at the first period,

B_i: the total area of the i-aged stands at the q-th period,

x_i: the clearly felled area at each period.

For instance, x_1 means the clearly felled area in A_1 at the first period, x_{p+1} the clearly felled area at the second period, in the total area $(=x_1+x_2+\cdots\cdot+x_n)$ which were clearly felled at the first period, x_{p+2} the clearly felled area in A_1 at the second period and x_n the clearly felled area in A_n at the q-th period.

So the equations are shown as follows, under following assumptions:

1) the forest is managed by clear cut systed.

2) the clearly felled area must be regenerated within the same period.

$$
\begin{array}{llllll}
x_{n-p-q+2}+x_{n-p-q+3}+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots+x_n & & & & & =B_1 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
x_{p+1} & +x_{p+2} & +x_{p+3} & +\cdots\cdots\cdots+x_{p+r-q+1}+\cdots\cdots+x_{2p+1} & & =B_{q-1} \\
x_1 & +x_2 & +x_3 & +\cdots\cdots+x_{r-q}+\cdots\cdots\cdots\cdots+x_p & & =B_q \\
A_1 & -x_1 & -x_{p+2} & -x_{2p+4}+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & & =B_{q+1} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
A_{r-q} & -x_{r-q} & -x_{p+r-q+1}-x_{2p+r-q+3}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & & & =B_r \\
A_{r-q+1} & -x_{r-q+1} & -x_{p+r-q+4}-x_{2p+r-q+4}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & & & =0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
A_p & -x_p & -x_{2p+1} & -x_{3p+3} & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots-x_n & =0
\end{array}
$$

Thus, we may state our problem as that of maximizing the total yield from the first stage to the q-th stage represented by Z as follows:

$$
\begin{aligned}
Z=\;& v_1(x_1+x_{p+1}+\cdots\cdots+x_{n-p-q+2}) \\
&+v_2(x_2+x_{p+2}+\cdots\cdots+x_{n-p-q+3}) \\
&+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&+v_p(x_p+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots) \\
&+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
$$

Here v_i represents a valuse at the i-th period in the yield table, and the authors think the regulation of yield is done by deciding every $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ under many conditions.

For the purpose of analysis of yield regulation using above, they examined it under several conditions in a real forest.

We may conclude, in case a forest is nearly normal, every method published so far is effective, especially, frame work method is preferable, because it improves forest to normal one with rapidity and certainty, however in other case, age class method is preferable, because it improves forest without much loss of the yield.