

地下水涵養機構としての不飽和流の研究

昭和63年3月

塩 沢 昌

地下水涵養機構としての不飽和流の研究

目次

序論	1
第1章 砂丘地の地下水涵養機構	
はじめに	6
第1節 調査地	9
第2節 水分観測システム	11
第3節 土層の物理性の概要	14
第4節 水分量-サクション関係	20
第5節 不飽和透水係数	15
第6節 土壌面蒸発	22
1. 測定方法	
2. 土壌面蒸発の実態	
3. 土壌面蒸発速度の推定式	
第7節 蒸散と根の吸水	31
1. 根密度	
2. 水分分布と根の吸水量	
3. 蒸散比	

第 8 節	シミュレーションモデル	38
1.	土中の水移動式	
2.	蒸発モデル	
3.	蒸散と根の吸水モデル	
4.	気象環境の入力データ	
5.	不飽和透水係数、比水分容量	
第 9 節	数値計算法	50
1.	偏微分方程式の離散化	
2.	境界条件の処理	
3.	非線形方程式の解法	
4.	連立一次方程式の解法	
5.	時間の刻みの問題	
第 10 節	砂丘地の不飽和流	61
1.	サクション、フラックスの変化	
2.	水分分布の変化	
3.	蒸発散と表層含水率の変化	
第 2 章	地下水涵養機構としての不飽和流の理論	
	はじめに	75
第 1 節	研究史的な背景	77
第 2 節	土中水の移動式とパラメータ	83

第 3 節	排水過程	86
1.	問題設定	
2.	計算結果	
3.	地下水面上のサクション・水分分布	
4.	非定常流への地下水面の影響	
5.	L' と到達時間の関係	
6.	排水前線の降下と拡大	
7.	排水過程、浸潤過程における重力項の役割	
第 4 節	排水過程・浸潤過程の近似解	102
1.	一般的な初期値問題の解法	
2.	排水過程の解法	
3.	$k(\theta)$ がベキ関数のときの解	
4.	浸潤前線の進行速度	
5.	浸潤過程の近似解	
第 5 節	降雨パルスの伝達 —— 伝達モデル ——	113
1.	基底定常流に加えられたパルス	
2.	先行する排水過程に加えられたパルス	
3.	降雨パルスの重ね合わせ	

第 3 章	地下水涵養の論理	
	はじめに	130
第 1 節	伝達モデルの現場への適用	131
	1. 蒸発散の扱い方	
	2. 伝達モデルの砂丘地への適用	
第 2 節	伝達モデルと地下水涵養	134
	1. 地下水涵養（伝達モデル）を規定する要因	
	2. 地下水の深さと地下水涵養	
	3. 不飽和透水係数と地下水涵養	
	4. 降雨と地下水涵養	
第 3 節	伝達モデルと地下水流出	154
結語		157
謝辞		161
引用文献		163

図一覽

第 1 章

- 図 1 - 1 砂丘地不飽和流の研究方法
- 図 1 - 2 調査地
- 図 1 - 3 砂丘地の水分測定システム
- 図 1 - 4 水分・サクシヨン分布
- 図 1 - 5 乾燥密度、粒径分布
- 図 1 - 6 水分特性曲線（吸引法による）
- 図 1 - 7 水分量とサクシヨンとの関係
- 図 1 - 8 不飽和透水係数と水分量との関係
- 図 1 - 9 水面蒸発計
- 図 1 - 1 0 降雨後の E_s 、 E_w 、 W_5 の変化
- 図 1 - 1 1 E_s 、 E_w 、 W_5 の変化（7 月～8 月）
- 図 1 - 1 2 乾燥過程の水分分布（7 月～8 月）
- 図 1 - 1 3 E_s 、 E_w 、 W_5 、および地温の変化（10 月）
- 図 1 - 1 4 乾燥時の水分分布（10 月の朝と夕方）
- 図 1 - 1 5 土壌面蒸発速度の実測値と推定値の比較
- 図 1 - 1 6 根密度分布
- 図 1 - 1 7 水分分布
- 図 1 - 1 8 根の吸水量分布
- 図 1 - 1 9 蒸散比と根群域の平均含水率との関係
- 図 1 - 2 0 根の密度分布と回帰式

- 図 1 - 2 1 水面蒸発量と全天日射量との関係
- 図 1 - 2 2 雨量、サクシヨン、フラックス、地下水位の変化
- 図 1 - 2 3 水分分布
- 図 1 - 2 4 W_5 、 E_s 、 E_p 、 E_{p0} の変化 (計算)

第 2 章

- 図 2 - 1 不飽和透水係数と水分特性曲線
- 図 2 - 2 排水過程の問題設定
- 図 2 - 3 排水過程中的サクシヨン分布と水分分布
- 図 2 - 4 地下水面のフラックスのハイδροグラフ
- 図 2 - 5 L と到達時間との関係
- 図 2 - 6 L' と到達時間との関係
- 図 2 - 7 0.1 mm/day の基底定常流に加えられた降雨パルス
- 図 2 - 8 排水過程に加えられたパルスの伝達
- 図 2 - 9 降雨パルスの重ね合わせ (フラックス)
- 図 2 - 1 0 降雨パルスの重ね合わせ (水分分布)

第 3 章

- 図 3 - 1 伝達モデルと数値計算の地下水涵養
フラックスの比較
- 図 3 - 2 深度 L の異なる基本排水曲線の比較 (砂丘砂)
- 図 3 - 3 深度 L とピーク到達時間との関係 (砂丘砂,
 $\tau = 20$ 日) (上図はリニア、下図は両対数)
- 図 3 - 4 深度 L とピーク到達時間との関係 (砂丘砂,
 $\tau = 40$ 日) (上図はリニア、下図は両対数)
- 図 3 - 5 深度 L とピーク到達時間との関係 (砂丘砂,
 $\tau = 80$ 日) (上図はリニア、下図は両対数)
- 図 3 - 6 深度 L とピークフラックスの関係
(砂丘砂, $\tau = 20$ 日)
- 図 3 - 7 深度 L とピークフラックスの関係
(砂丘砂, $\tau = 40$ 日)
- 図 3 - 8 深度 L とピークフラックスの関係
(砂丘砂, $\tau = 80$ 日)
- 図 3 - 9 砂丘砂とシラスの基本排水曲線
- 図 3 - 10 砂丘砂とシラスのピーク到達時間の比較
($\tau = 80$ 日) (上図はリニア、下図は両対数)
- 図 3 - 11 砂丘砂とシラスのピークフラックスの比較
($\tau = 80$ 日, $Q = 100, 200$ ■■)

序論

降雨や灌漑で地表面に与えられ地中に侵入した水分は、一部は地表面から蒸発し、一部は植物の根によって吸われて葉から蒸散するが、残りはより深層部へと浸透して地下水面に至り、不圧地下水を涵養する。一般に、蒸散や蒸発によって水分が大きく変化するのは地表から50-60cmの根群域で、これより深いところでは水分変化が少なく、重力によって常時下向きのフラックスが生じている。飽和の地下水帯水層では不飽和層からの地下水涵養の下で、水平方向を主体とする地下水の流動が生じる。

地下水が浅い場合には、地表面に与えられるフラックス変化は直接的に地下水に伝わるが、地下水が深い場合には、地上部におけるフラックスの変動は長大な不飽和層の貯留量の増減を介して地下水に伝わるので、時間がかかるとともに、応答は鈍くなる。したがってこの場合には、不飽和土層中の水分の流れが地下水涵養機構として地下水の水文的循環の重要な一部となり、地下水流出に大きな影響を与える。しかし、この不飽和土層中の流れの基本的な性質と応答機構は実測が困難なことと物理的なメカニズムの複雑さのために、問題の重要性にもか

かわらず今日なお未解決の問題となっており、土壤の水文学と地下水学の、残された大きな課題である。本研究はこの課題に応えるようとするものである。

地下水涵養機構としての不飽和流は、常に具体的な現場における問題である。現実には地表面の境界条件として与えられるフラックスには降雨や灌漑だけではなく、土壤面蒸発と植物による蒸散がある。土壤面蒸発は地表面に与えられる負のフラックスであり、蒸散は根によって土中から引き抜かれるフラックスであり、地下水涵養機構としての不飽和流は蒸発散をも含む地表から地下水面までの土層全体の連続した水分の流れである。本研究では、地上部での蒸発、蒸散、根の吸水、深層での水分変化、地下水位などの不飽和層の水循環の各部分を現場において調査し、地下水涵養機構としての不飽和流の具体的な姿を明らかにしようとした。

不飽和流は連続式とダルシー式に支配される現象である。2式を連立させた偏微分方程式は極めて非線形性の強いもので、流れは媒体としての土の特性に依存して複雑であり、この非線形性が現象の一般的な性格や性質を見通すことを困難にしている。これまで、不飽和流の解析的な解析法は必ずしも現実的ではない特定の単純な初期・境界条件に限定されており、Richards^{1) 2)}が不飽和

透水係数と不飽和流の偏微分方程式を明らかにして以来、数値解法によって不飽和流を調べることが不飽和流の重要な研究手法となった。現象の物理法則を表現する偏微分方程式の数値解を得ることは、数値解が正確である限りで、精度のよい実験を行なうことに相当する。このような数値実験は本研究でも重要な研究手段である。しかし、本研究では数値実験によって特定の媒体の特定の初期・境界条件下での現象を知ることにとどまらず、現象の一般的な性格や性質を理論的に考察し、近似的ではあるが解析的な流れのモデルを提出することを目指した。

本論は、第1章「地下水涵養機構としての不飽和流の基本性質」、第2章「砂丘地における地下水涵養機構」、第3章「地下水涵養の論理」から構成されている。

第1章では庄内砂丘における不飽和流と地下水涵養の実態を示す。1981年から1985年までの5年間の調査に基づくものである。深層を含む不飽和流の実際を詳しく把握することは容易なことではないので、ここでは、不飽和層の水分変化の観測を行なうとともに、不飽和流のシミュレーションによって流れを再現する。このシミュレーションモデルには地表部における土壌面蒸発の経験的なモデルと蒸散と根の吸水パターンを表現する既往のSPACモデルが組み込まれている。数値シミュレーション

ンにおいて、地表部の境界条件として入力されるデータは、雨量データとポテンシャル蒸発散量を推定するための日ごとの全天日射量のデータだけである。この数値計算の結果が、さまざまな降雨のパターンに対する土中の水分変化の実測データをよく表現することが示され、降雨にともなう土中の水分変化の様相が詳しく観察される。

第2章は「地下水涵養機構としての不飽和流」の一般的な理論である。ここでは数値実験によって典型的な流れの性質を調べてその結果を考察し、また逆に、理論的な展開を数値実験で検証しながら、地下水涵養機構としての一般的な流れのモデルを組み上げる。まず、ひとつの定常流を初期条件として、上部に与えられるフラックスが減少したときの影響がどのように地下水面に到達するかという排水過程の典型的な問題を、地下水の深さを変えながら数値実験で調べる。この結果に対する理論的な考察から、下部境界としての地下水面の不飽和流への影響を明らかにし、不飽和流における重力項と拡散項の役割を検討する。そして、重力だけで水分が流れると考えたときの流れの一般的な解析法と排水過程の解析解を誘導し、浸潤前線の進行速度について検討する。次に、この考察を一步進めて、まとまった降雨が上部にパルス状に与えられるという、より一般的な状況での浸潤・再

配分過程を表現する解析的な方法を示し、この現象の基本的な性質を予測する。さらにこの考え方を発展させ、任意の大きさの降雨パルスの任意の時系列という最も一般的な境界条件の地下水への伝達を表現する解析的な方法を示し、ひとつの降雨の伝達に対する先行する降雨の影響や浸潤ピークの重ね合せなどを考察する。このような問題は「地下水涵養機構」の最も興味深い問題であろう。最後に、解析的な方法による流れの予測と数値実験の結果を比較して、この近似的ではあるが解析的な方法の妥当性が示され、解析的に予測した現象が数値実験の結果とよく一致することが示される。

第3章 「地下水涵養の論理」では、第2章で展開した地下水涵養モデル（＝伝達モデル）の現場への適用方法と適用例を示した後、伝達モデルを規定する4つの要因（地下水の深さ、水分量の関数としての不飽和透水係数、有効雨量、遅れ時間）が地下水涵養にどのような影響するのかを述べる。これによって、地下水涵養に関わる具体的な土層・土質条件と降雨条件がどのような地下水涵養フラックスを生むかが具体的に検討され、伝達モデルの挙動の全てが明らかになる。最後に、伝達モデルの特徴と地下水流出との関連を述べる。

第1章 砂丘地の地下水涵養機構

はじめに

ここでは砂丘地における、地表面から地下水面に至るまでの不飽和流の実態を述べる。これは庄内砂丘における、1981年から1985年まで5年間の調査によるものである。土層構成の単純な砂丘では、地下水涵養問題の一般的な性質が典型的に現われると期待される。

不飽和層の上部の境界条件として与えられるフラックスは、降雨と蒸発散である。雨量は不飽和層の水分状態とは独立に与えられる水分フラックスであるが、蒸発と蒸散は不飽和層の水分状態とは独立な大気環境に依存するとともに、不飽和層上部の水分状態に依存する水分フラックスである。本論では地下水に向かう流れを研究対象とするが、これは地表から地下水までの連続した水分の流れと貯留の問題であり、地表部における蒸発と蒸散はその重要な構成部分である。

地下水面までの長大な土層の不飽和流の実際を把握することは容易ではない。調査では、この流れの実態を直接測定するように努め、そのために水分観測システムを作って水分分布とサクション変化を測定した。しかし、

それだけで流れの詳細をとらえることは困難である。土層中の流れと水分変化の詳細を探る有効な方法は数値シミュレーションである。数値シミュレーションによれば、測定の不可能な土中のフラックスの変化をも鮮明に捉えることができる。土中水の水分移動は連続式とダルシー式に従うので、これを連立させた偏微分方程式を数値的に解けば流れを再現できる。しかし、シミュレーションモデルが現実（実物）を正しく反映したものであるためには、方程式の中の各種のパラメータと境界条件が現実（実物）を反映したものでなければならない。すなわち、土層の特性を示すパラメータとして与えられる不飽和透水係数－水分量関係、水分量－サクション関係が現実の土層のものでなければならない。また、土壌面蒸発、蒸散と根の吸水を与える適切なモデルと入力データが必要である。

ここでは、不飽和透水係数－水分量関係、水分量－サクション関係を実験室に持ち込んだサンプルで測定するとともに、現場での測定も行なった。また、土壌面蒸発には現場の測定から得られた経験式を用い、蒸散と根の吸水には既往のSPACモデルを用いた。結局、シミュレーションモデルに対する気象環境の入力データは、雨量と全天日射量データだけである。

これまで、台地における不飽和層の水分変化を測定した研究はみられる²⁾³⁾⁴⁾が、蒸発散のモデルを組み込んだ上で地下水面までの現実の不飽和流のシミュレーションを行なった例は少ない。

砂丘地不飽和流の調査・研究方法

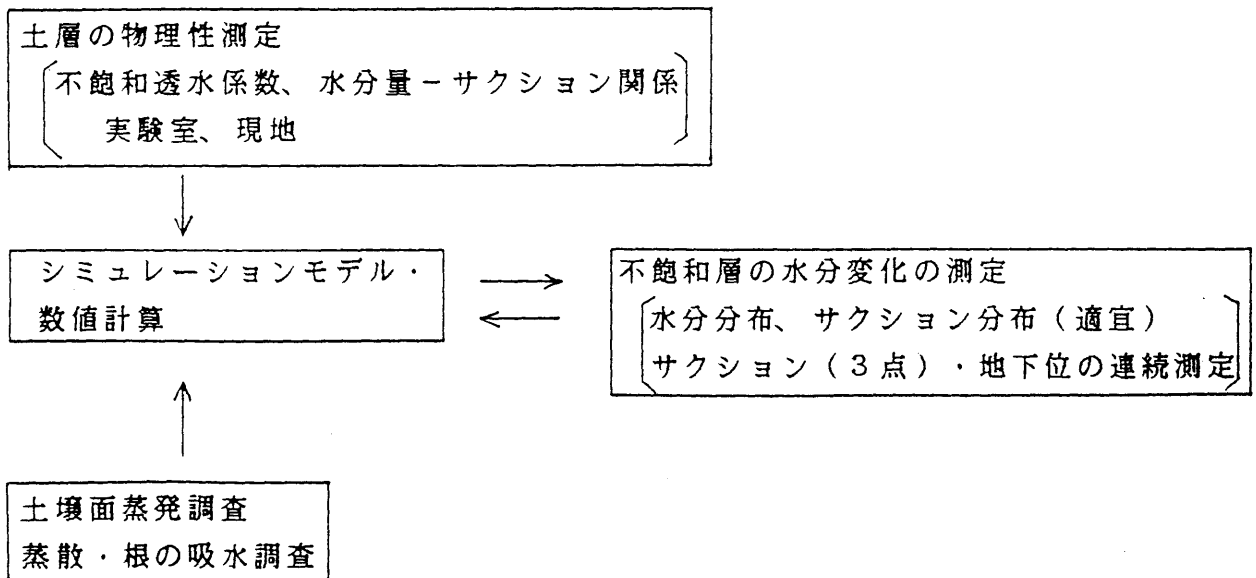


図 1 - 1 砂丘地不飽和流の研究手法

第1節 調査地

山形県鶴岡市湯野浜の山形大学砂丘農場の跡地である（図1-2）。ここは庄内砂丘上にあり、標高は12.5m、地下水位は深さ4.6m-5.5mにある。海岸からは約500m離れており、浅層地下水の水位に海面変動の影響はない。元は農場であったので平坦であり、現在は裸地に近いが、春夏秋には雑草が疎らに繁茂する。

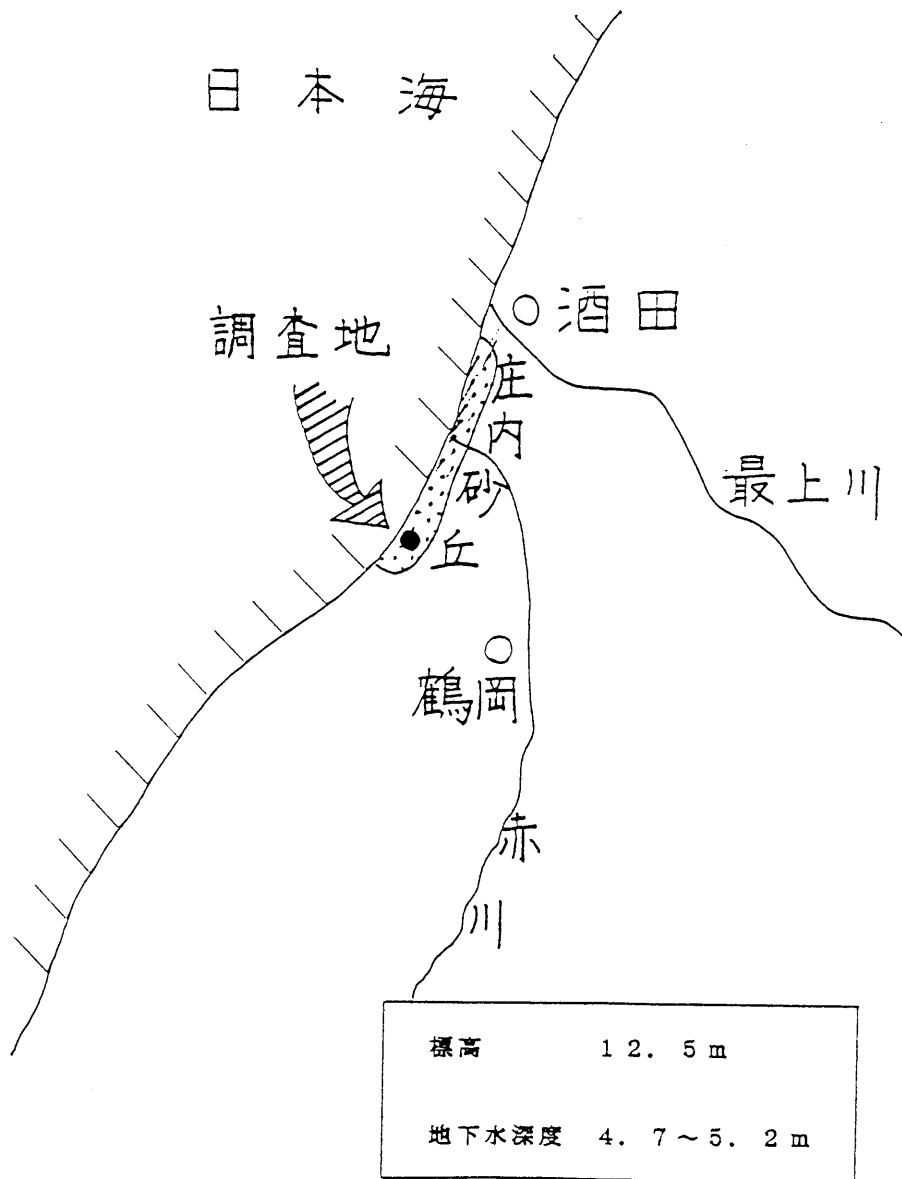


図 1 - 2 調査地

第2節 水分観測システム

地表から地下水面までの砂層の水分量とサクシオンを観測するために、図1-3のように、地表から深度450cmまで25cmごとに18本の観測孔を作った。この観測孔は低部の直径が2-3cm、上部の直径は4-5cmで、地上から穴の底より上30-50cmまでは内径3cmの塩ビパイプが入れてある。水分量を調べるときは、外径20mm内径16mmの鉄パイプの先端部5cmを半円形断面に切り取って作った採土器で、孔の底部から5-10グラム程度の土を採取し、炉乾して質量含水比を求め、乾燥密度から体積含水率を求めた。サクシオンを測定するためのテンシオメータは径が0.5cmのテンシヨカップを外径2.2cmの塩ビ管の先端に固定し、塩ビ管内で、テンシヨカップは長さ6cmの水を満したビニルパイプで小型半導体圧力変換器につないである。圧力変換器のケーブルは塩ビ管内を通して塩ビ管の反対側からでてアンプと記録計につないである。ケーブルの長さは10mである。この圧力変換器付きのテンシオメータを塩ビ管の長さが1.5m、2.5m、4.7mの3種類作り、観測孔に挿入してサクシオンを測れるようにした。このテンシオメータは観測孔に挿入後、5-15分で圧力が平衡し、3本のテンシオメ

ータを使って、18本の観測孔のサクションを約1時間半で測定することができた。深度が0.5m、2.0m、3.5mの3点はテンシヨメータを常置してサクションの時間変化を連続して測定した。

地下水位は、直径20cmの塩ビ管ライニングの観測井を作り、サーボ式水位計で自動測定した。

雨量は転倒升式の雨量計で測った。測定可能な最小雨量は0.5mmである。

雨量、地下水位、3深度のサクションは1982年8月から1985年7月までの4年間ほぼ連続して測定し、8時間（後に6時間）ごとのデータにまとめてデータファイルを作った。

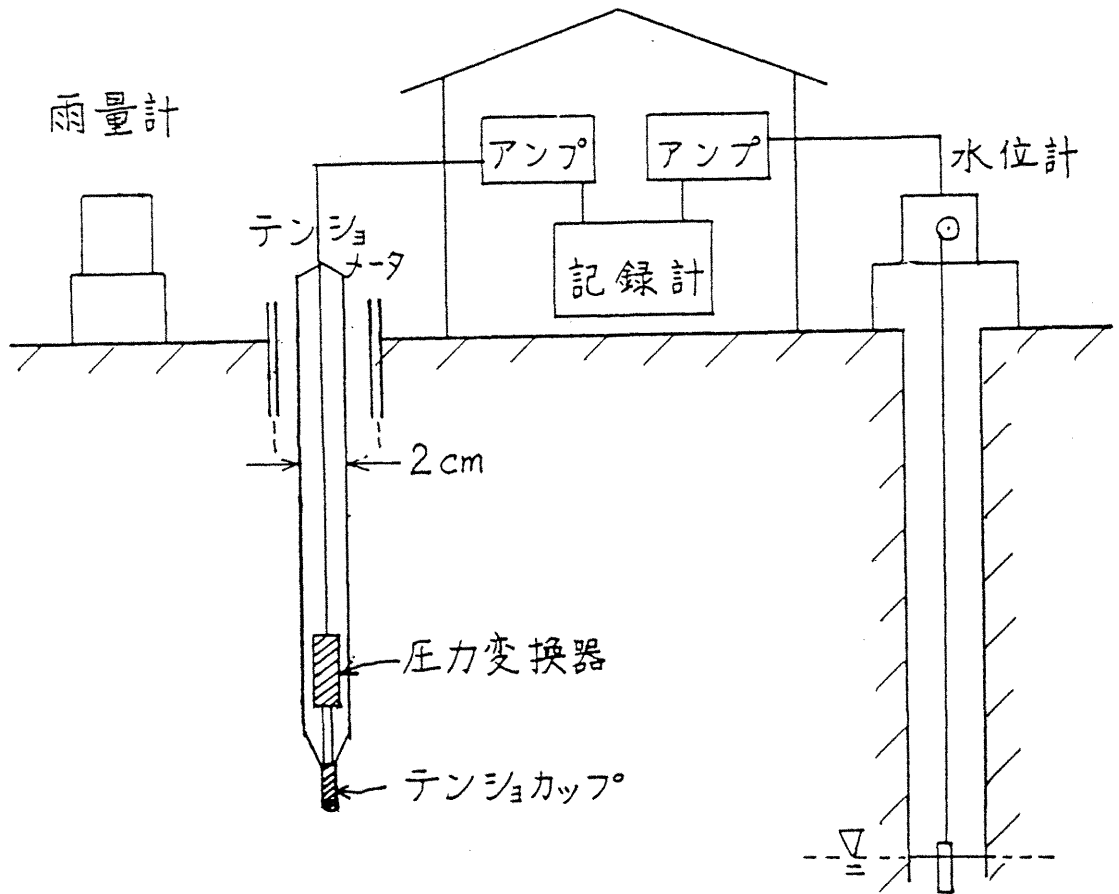
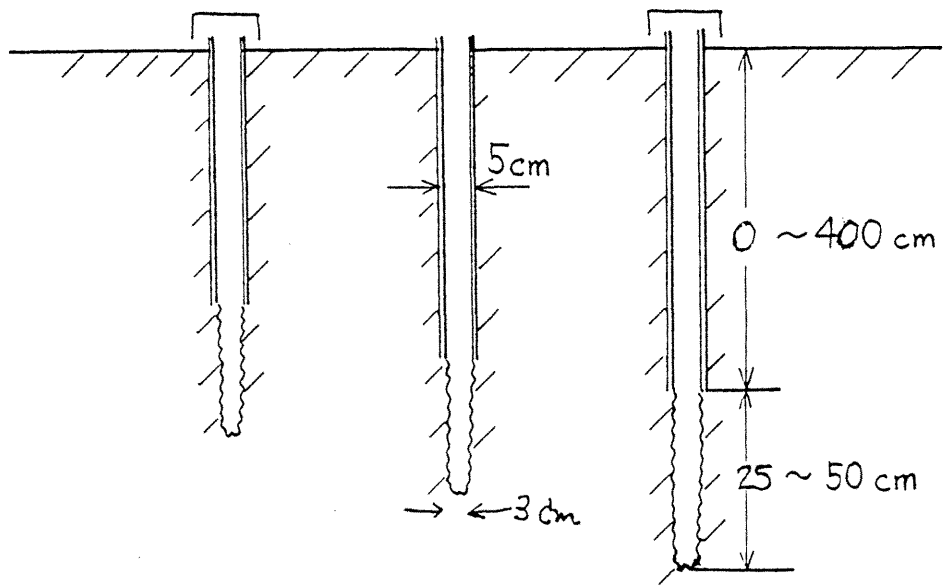


図 1 - 3 砂丘地の水分測定システム

第3節 土層の物理性の概要

図1-4は地下水面までの不飽和土層の水分が多い時と少ない時の水分分布とサクシヨン分布の例である。深層の不飽和層の体積含水率は0.08～0.13の範囲で変化し、変化幅は0.05以下である。サクシヨンは20～40cmの範囲にあって、変化幅は10cm程度である。

図1-5に砂層の乾燥密度、粒径の重量割合の分布を示す。乾燥密度は1.35～1.40であり、真比重は2.61である。粒径は土層全体の平均で中央粒径が0.4mmであり、ほとんどの粒子が0.1mm～2mmの間にある。図1-5のように乾燥密度や粒径は深さによって幾分異なるが、地下水面まで、かなり均質な砂層である。

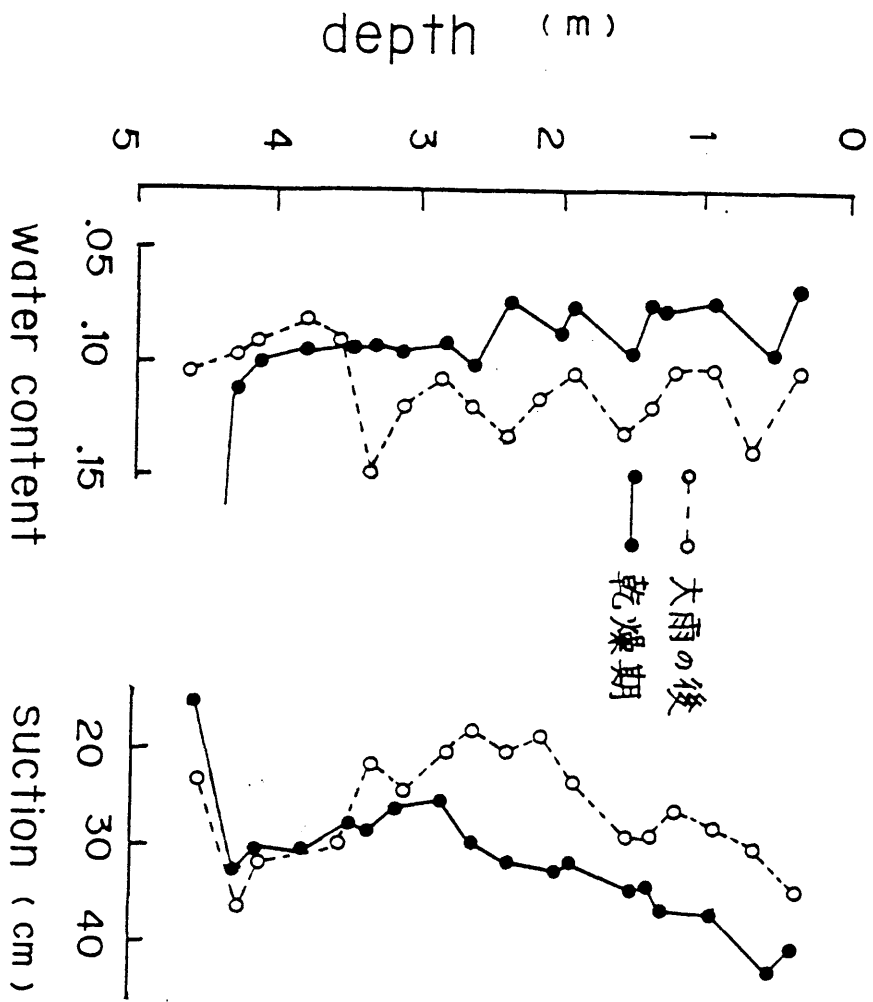


図1-4 水分・サクション分布

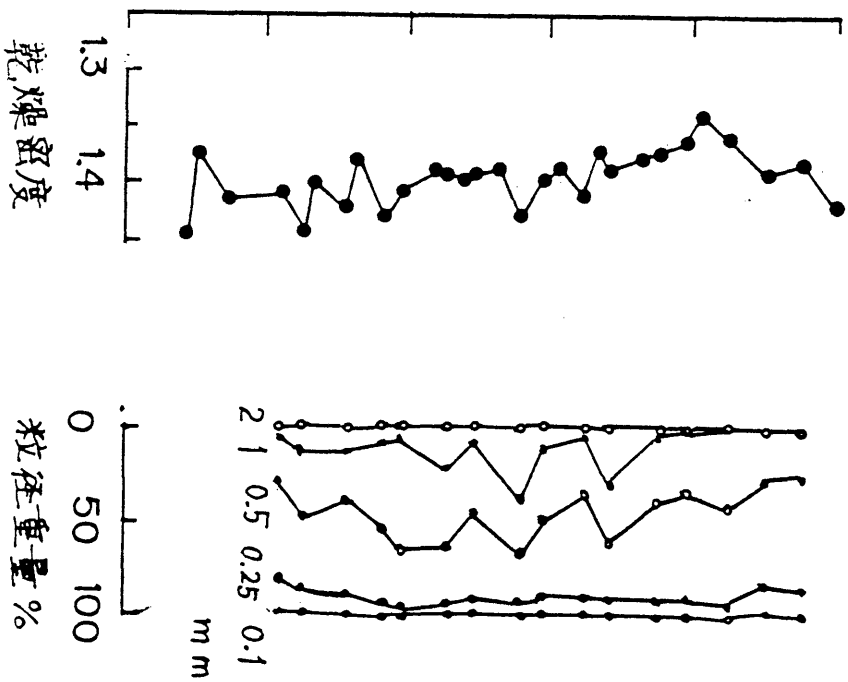


図1-5 乾燥密度・粒径分布

第4節 水分量 - サクシヨン関係

排水過程でのサクシヨンと体積含水率との関係を図1-6に示す。サクシヨンが15cmから40cmの間で水分量は大きく変わるが、この領域では、サンプルによって、同じサクシヨンに対する水分量の違いが大きい。

図1-7は現地で様々な水分状態で測定したサクシヨンと水分量の関係である。観測孔で水分量とサクシヨンを同時に測定して得たものである。現場の深度50cm以下の水分は体積含水率で0.07~0.15、サクシヨンは20cm~35cmで変化している。深さの異なる地点での、同一体積含水率に対するサクシヨンの違いは5cm~10cmである。

このデータから得られる現場の比水分容量 ($-d\theta/dh$) は0.0025~0.005 cm^{-1} である。一方、排水過程の水分特性曲線の対応する水分状態で得られる比水分容量は0.05 cm^{-1} 程度であり、現場の比水分容量の方がはるかに小さく、砂丘砂の水分量 - サクシヨン関係のヒステリシスが大きいことがわかる。

また、図1-7には実験室で試料に与えるサクシヨンを制御して、排水 - 湿潤過程を繰り返した時の水分量とサクシヨンの関係を示した。与えたサクシヨンの変化過

程は、 $0 \rightarrow 90 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 30 \rightarrow 20$
 cm^3 である。この実験で、サクシオンを $20 \sim 40 \text{ cm}^3$ の範
囲で増減させたときの比水分容量は $0.0025 \sim$
 0.0035 cm^{-1} であり、この値は現場で測定した比水
分容量にほぼ一致する。またこの範囲の水分変化であれ
ば、同じサクシオンに対する水分増加過程と減少過程で
の体積含水率の違いは、大きくても 0.005 程度にす
ぎない。このように、飽和から乾燥状態までの広い水分
範囲では、砂丘砂の水分量 - サクシオン関係のヒステリ
シスは著しいが、現場の水分変化の範囲では、水分増加
過程と減少過程での違いはそれほど大きくはない。むし
ろ場所（深さ）によるその違いの方が大きい。

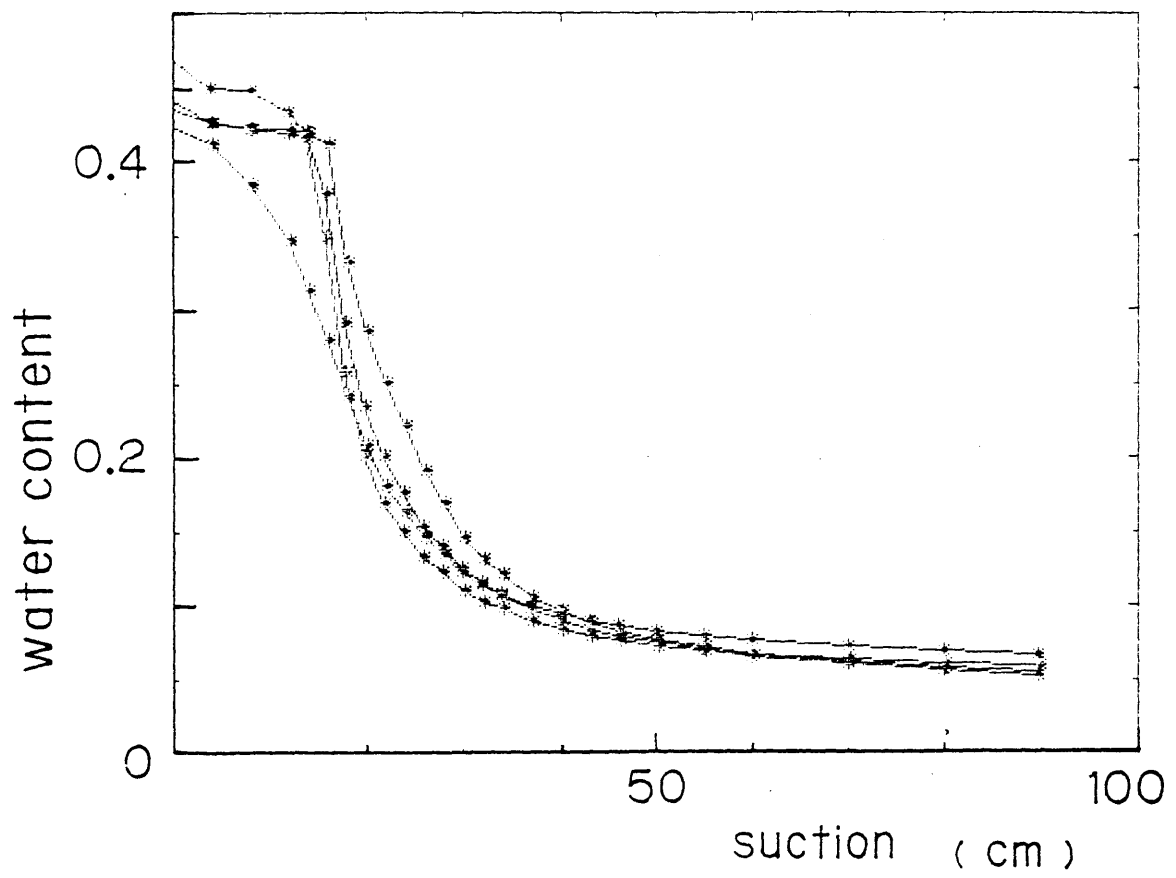


図 1 - 6 水分特性曲線 (吸引法による)

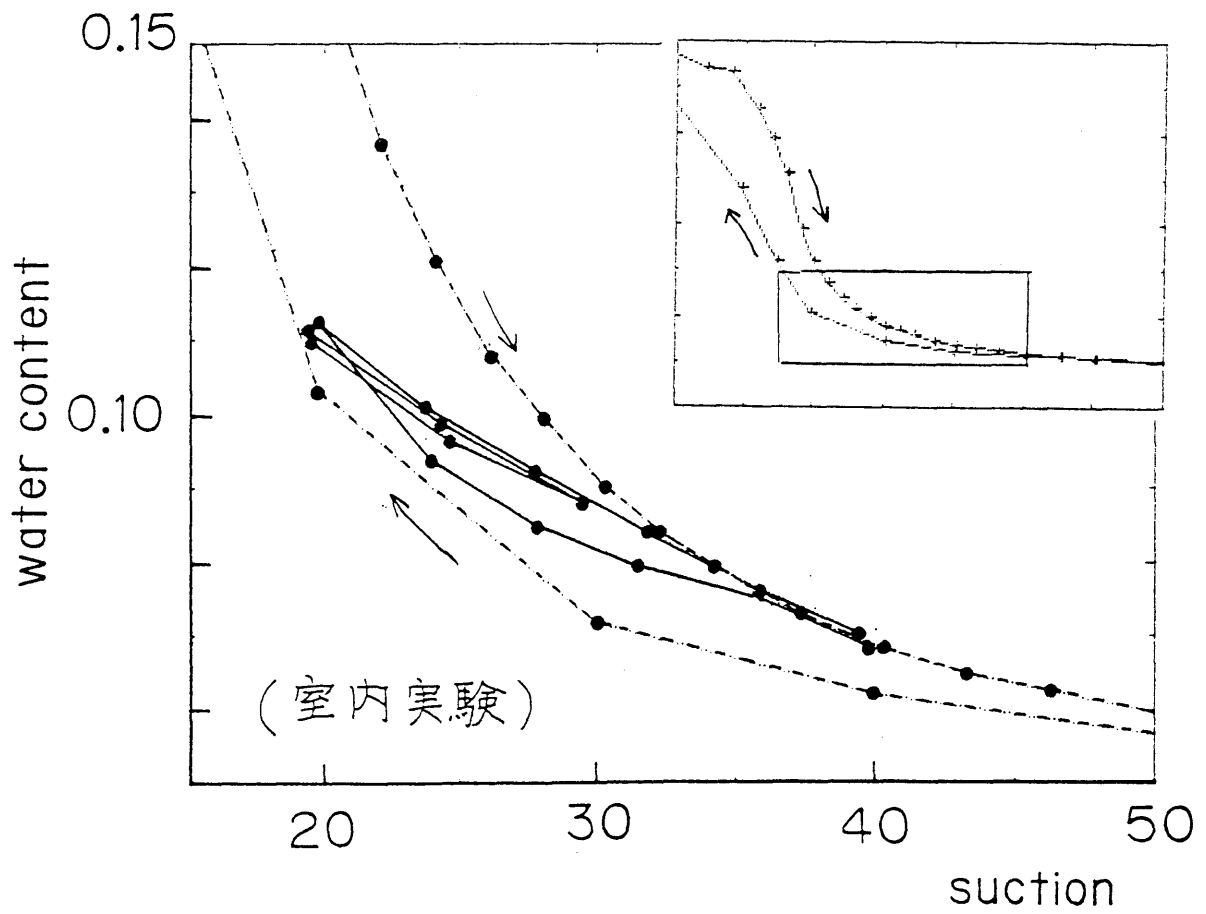
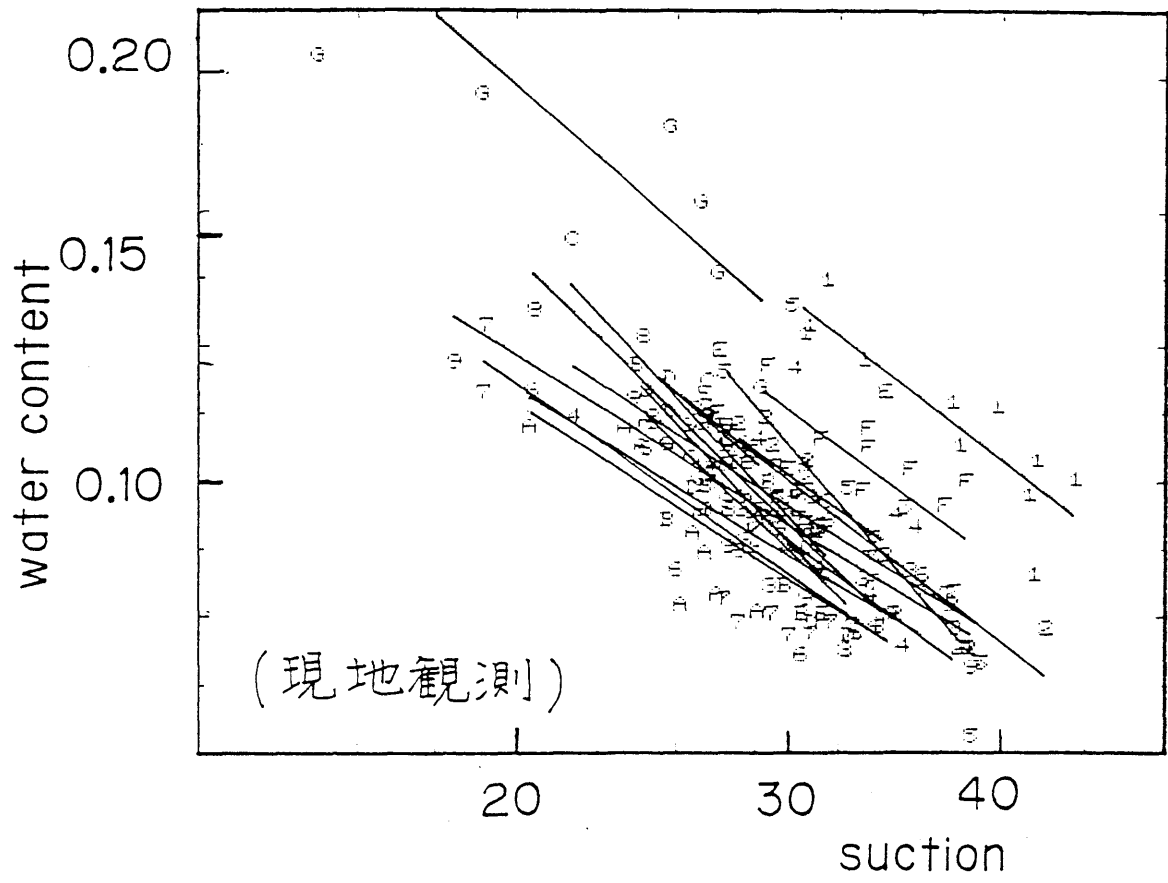


図 1 - 7 水分量とサクションとの関係

第5節 不飽和透水係数

1. 実験室での不飽和透水係数の測定

また図1-8に定常法⁵⁾⁶⁾⁷⁾で測定した体積含水率と不飽和透水係数との関係を示す。飽和から体積含水率0.15付近までは水分量の減少に対する不飽和透水係数の減少は緩やかであるが、これより水分の少ないところでは、不飽和透水係数の減少は急になる。

2. 現場での不飽和透水係数の測定

現地での水分分布法で深度1 mまでの不飽和透水係数を測定した。76 mmの大きな降雨の直後に、2 m x 2 mの地表面をビニールシートで覆い、雨の侵入と蒸発を防いで、28日後までの排水過程の水分分布を、随時、深さ1 mまで5 cmごとに採土をして追跡した。この水分分布を地表から各深さまで積分して、その深さまでの土層の水分量を求め、近接する2つの時間のその差から時間間隔内のその深さのフラックスを求め、動水勾配を1として不飽和透水係数を求め、その時の水分量に対応させた。こうして求めた深さごとの不飽和透水係数と体積含水率との関係も図1-8に示す。

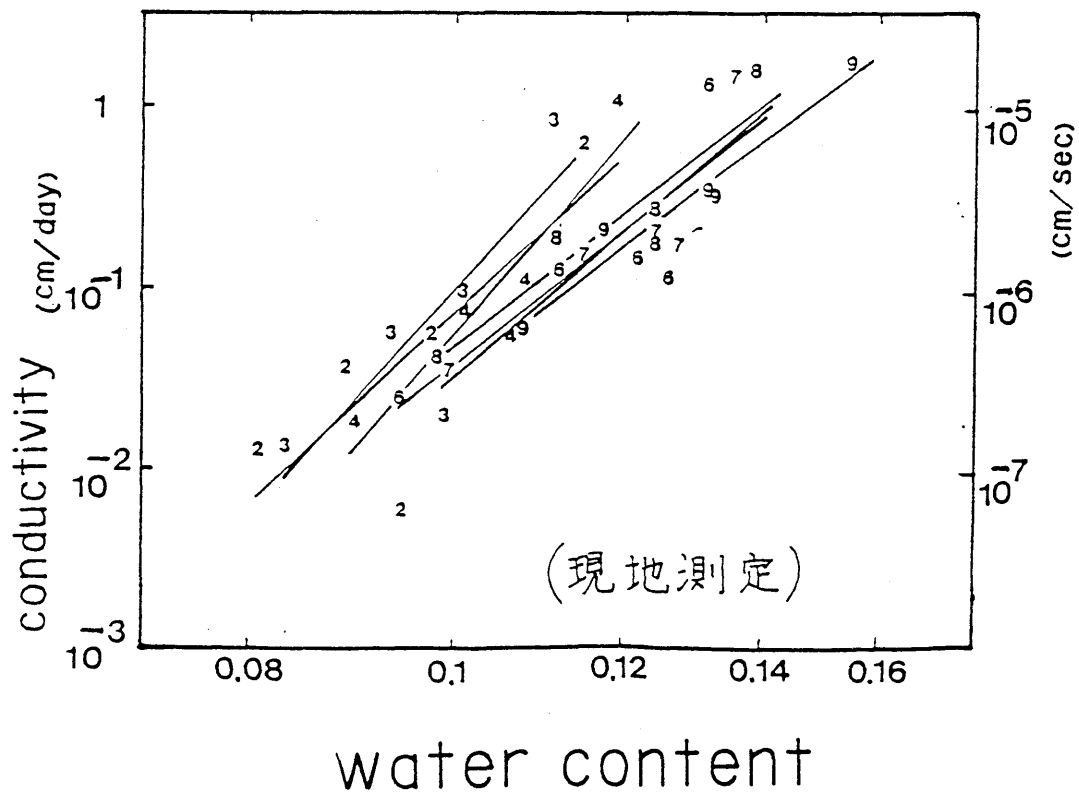
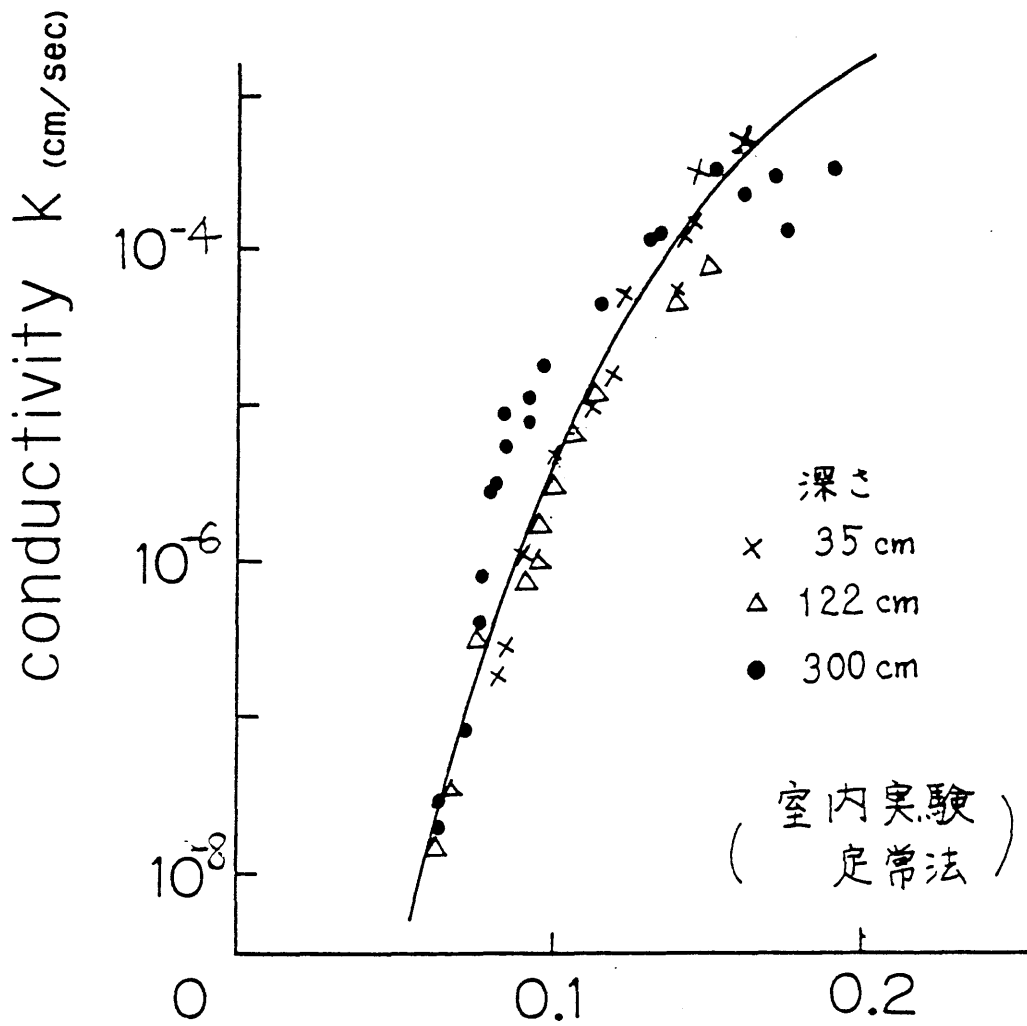


図 1 - 8 不飽和透水係数と水分量との関係

第6節 土壌面蒸発

1. 測定方法

(1) 土壌面蒸発量の測定

直径8.3cm、長さ10cm~20cmの塩ビの筒を、上部が0.5cm地上に残る程度まで、砂中に打ち込み、これを取り出して底蓋をして、電子天秤で重さを測定した後、すぐに元の孔に戻して、時間をおいて周囲と同じ環境で蒸発をさせた後、再び取り出して重さを測って蒸発量と蒸発速度を求めた⁸⁾。

(2) 水面および湿った土壌面の蒸発量の測定

水を張った3種類の水面蒸発計(A, B, C)と砂を入れて水で飽和させた蒸発計(D)を作り、電子天秤で重さを測定して、短時間または一日の蒸発量を求めた。長方形の容器A, Bは深さ7cm、22cm x 29cmの長方形の容器を図1-9のように7個並べて大きな面積の蒸発計と同等の効果を持たせたものの中央と縁の位置である。CとDは深さ5cm、径20cmの円形の容器である。それぞれの容器の蒸発速度は、飽和した砂の蒸発が最も大きかった。大きな容器の中央と縁の有為差はほとんどなかった。容器A, B, Cは白いペンキを塗ったため、

はじめはアルベドが小さく、容器Dに比べて蒸発量が小さかったが、使っているうちに汚れてきて、蒸発量はDの容器に近くなった。そこで、再現性の大きいと考えられる飽和した砂の蒸発速度をポテンシャル蒸発を表わす基準にとり、以後これを「水面蒸発速度」と呼ぶ。

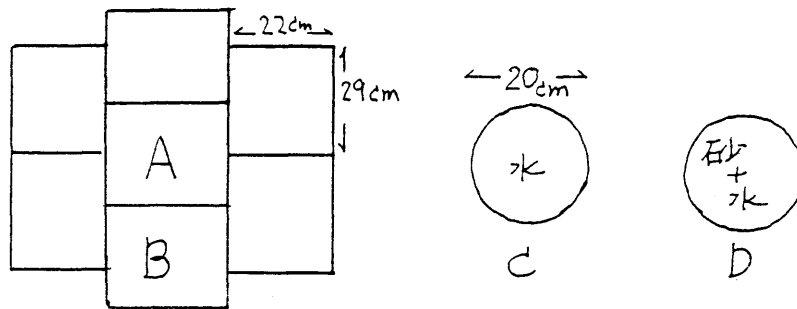


図 1 - 9 水面蒸発計

(3) 地表面付近の水分量と水分分布の測定

土壌面蒸発量の測定とともに、地表面に長さ 5 cm の 100cc サンプラーを打ち込んで、表層 5 cm までの平均含水量を測定した。

また、高さが 1 cm と 2 cm のアクリルリングを重ねてテープで止めた長さ 14 cm の採土管を乾燥層に打ち込んで取り出した後、リングを切断して土を採取し、乾燥層内の水分分布を得た。

2. 土壌面蒸発の実態

図1-10は1984年7月26日の76mmの降雨後2日間の土壌面蒸発速度(E_s)、水面蒸発速度(E_w)で、図1-11はこの2日を含む10日間の日蒸発量の変化である。この時期はポテンシャル蒸発の大きい時期であり、 E_s は一日平均0.4~0.5cmである。土壌と水面蒸発との比(E_s/E_w)は、雨の翌日の午前中に0.7、午後には0.5、その翌日には0.3で、表層の含水量の減少とともに減少し、降雨後6日乾燥が続くと、 E_s は E_w の1/10以下になる。昼間の E_s が E_w よりも大きく低下しても、夜間の E_s は E_w に比べてそれほど低下せず、7月28日の夜間のように夏の乾燥時には夜間の蒸発は総量で昼の1/3程度で意外に多い。これは、水面蒸発計の表面温度は夜間に低下して蒸発が抑えられるが、土壌は熱容量が大きく、下からの熱の供給で蒸発面の温度が低下しにくいためと考えられる。図1-12はこのときの水分分布である。土壌面蒸発による水分の現象は深さ5cmまでで著しい。この水分分布は植物の少ないところのものであるが、分布番号の6、7は深さ40cmまでの水分が減少しており、これは根の吸水によるものである。

図1-13は10月で、8日間の乾燥を経た後の2日

間の E_s 、 E_w 、 W_s である。 E_w は夏の約 $2/3$ となり、

E_s/E_w は 0.14 である。 E_s は、午前中が午後よりも常に約 2 倍大きい。これは夜間に下から地表面に水分が供給され、これが午前中に蒸発するためである。また秋の晴れた夜間は大気から地表面への凝縮が起こることも多くなり、この分が翌日の午前中に蒸発する。地表から少なくとも 10 cm 程度までは、液状水の移動はほとんど考えられないので、夜間の下からの水分供給は、地表面の温度が下部よりも低下するために、温度勾配によって生じる水蒸気移動であり、下からの供給とは言っても、地表からせいぜい 10 cm までの層内で生じる移動であろう。

砂は乾燥により不飽和透水係数が著しく低下し、ポテンシャル蒸発が大きいと、恒率乾燥の期間が測定にかからないほど短く、表面の乾燥による蒸発速度の低下が顕著である。降雨の後 $1-2$ 日以外は蒸発速度は小さいので、乾燥期でも土層の水収支に対する土壌面蒸発の占める割合は小さいといえる。

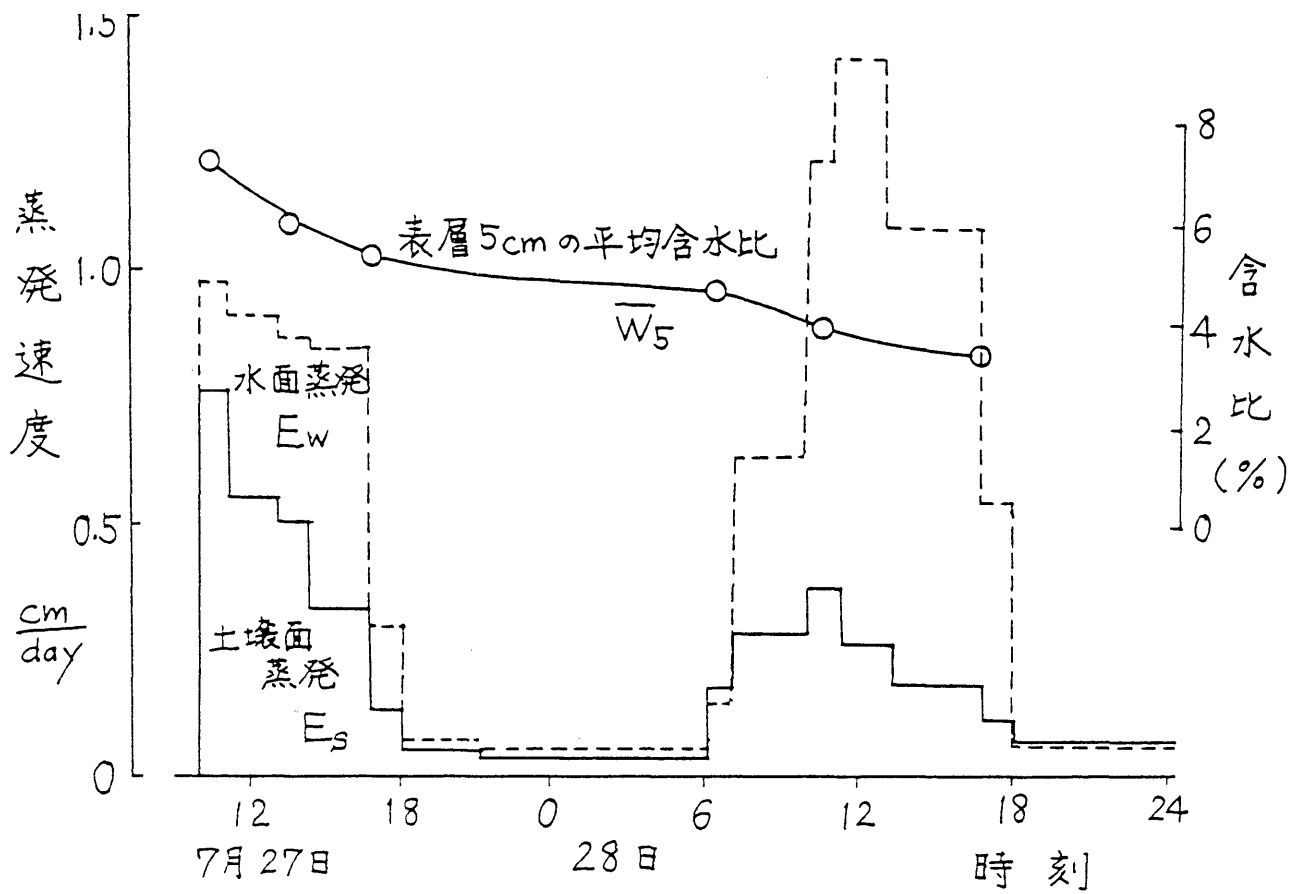


図 1 - 1 0 降雨後の E_s 、 E_w 、 \bar{W}_5 の変化

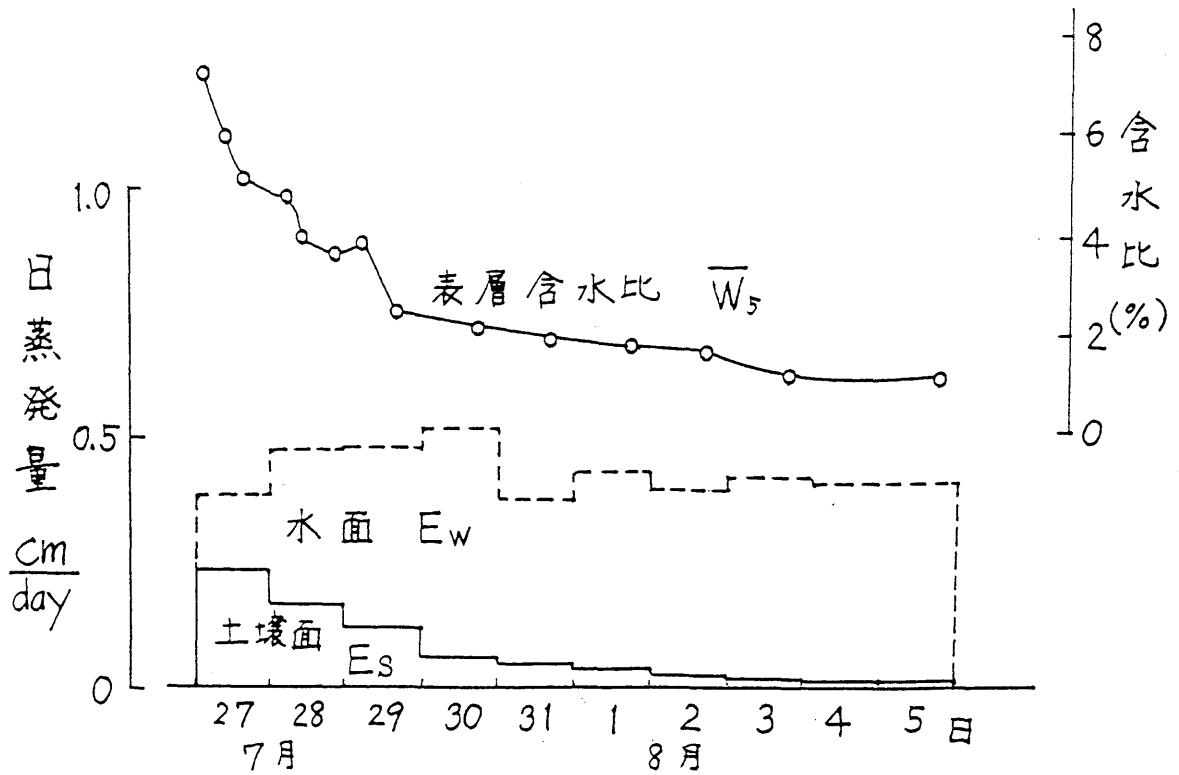


図 1 - 1 1 E_s 、 E_w 、 \bar{W}_5 の変化 (7月~8月)

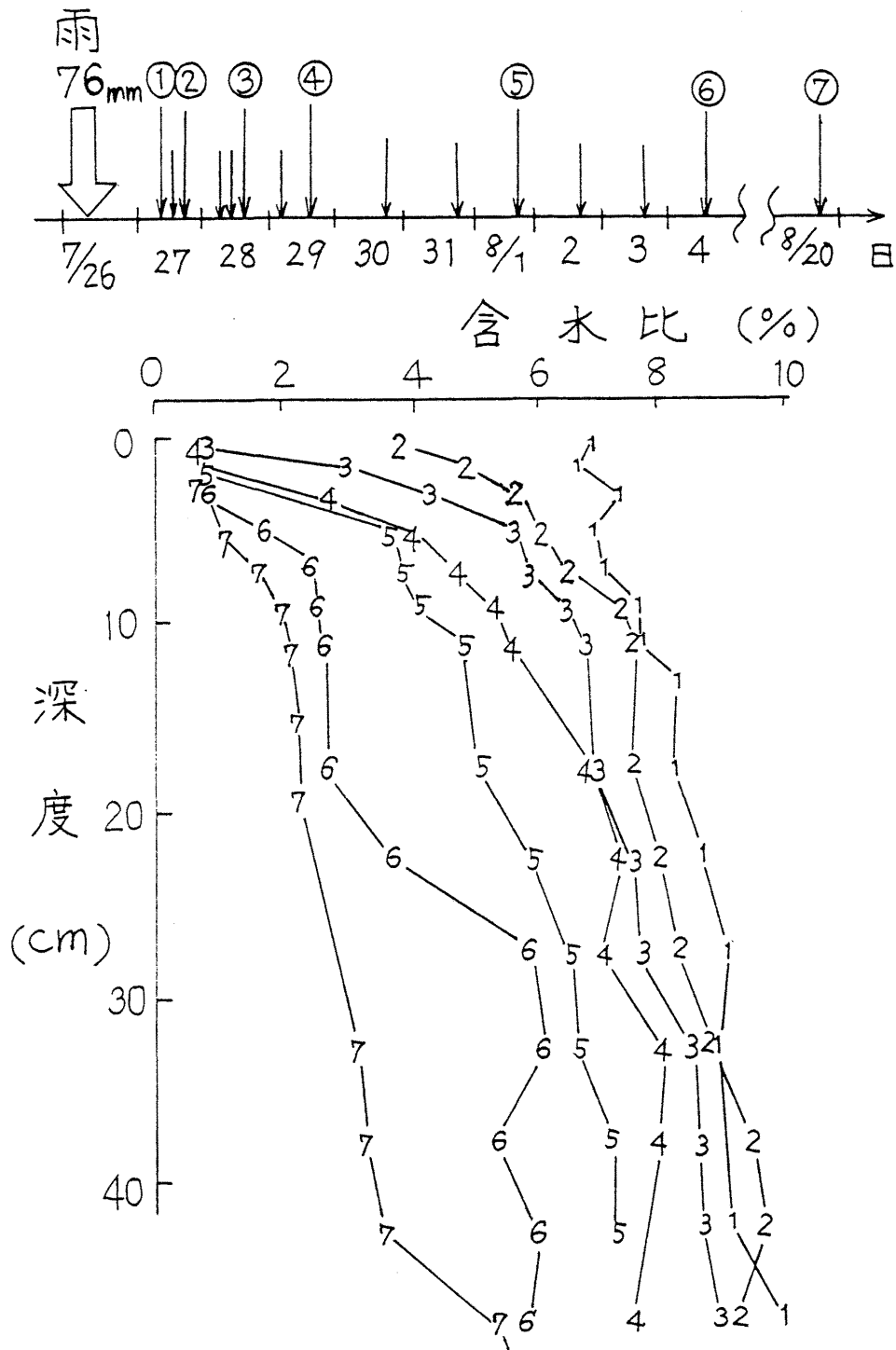


図 1 - 1 2 乾燥過程の水分分布

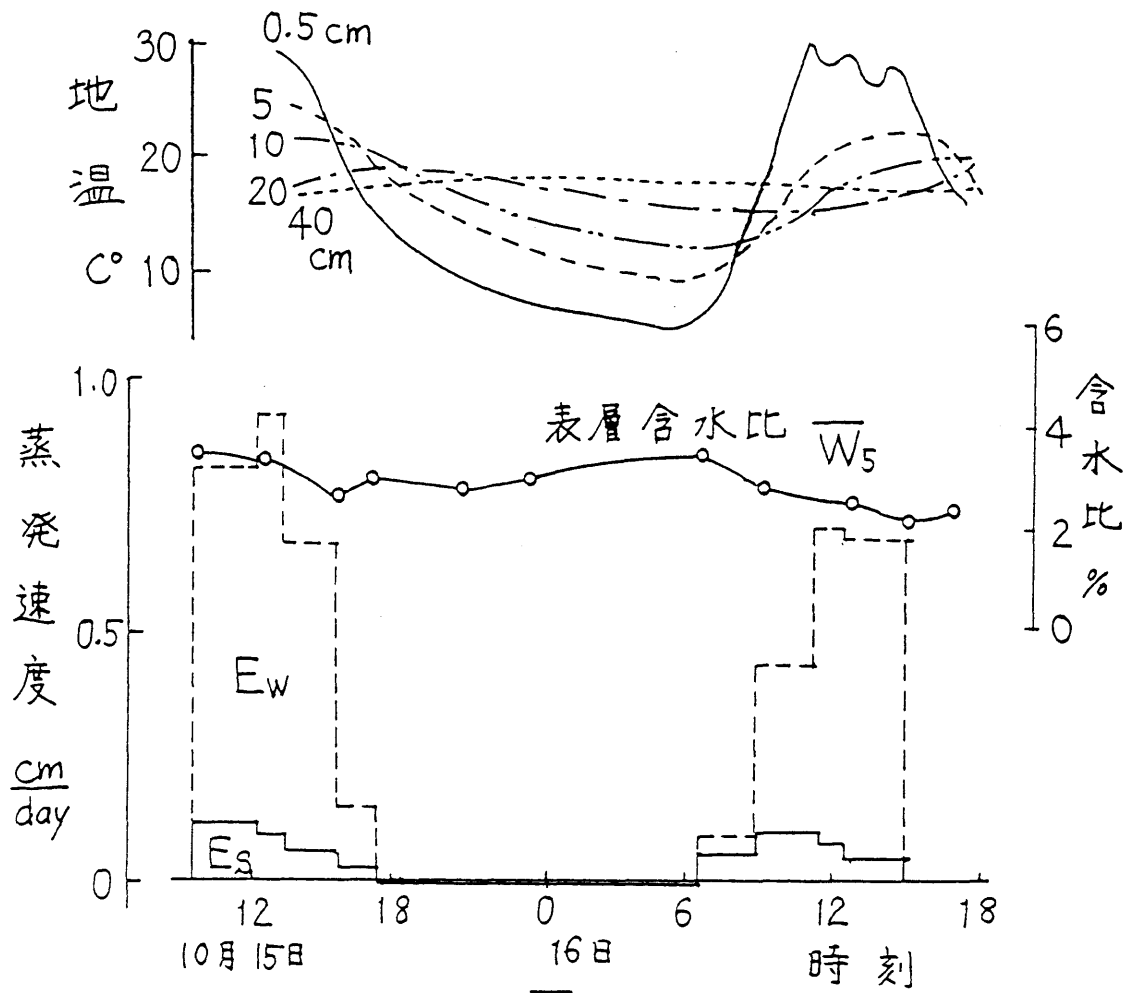


図 1 - 1 3 Es、Ew、 \overline{W}_5 、および地温の変化 (10月)

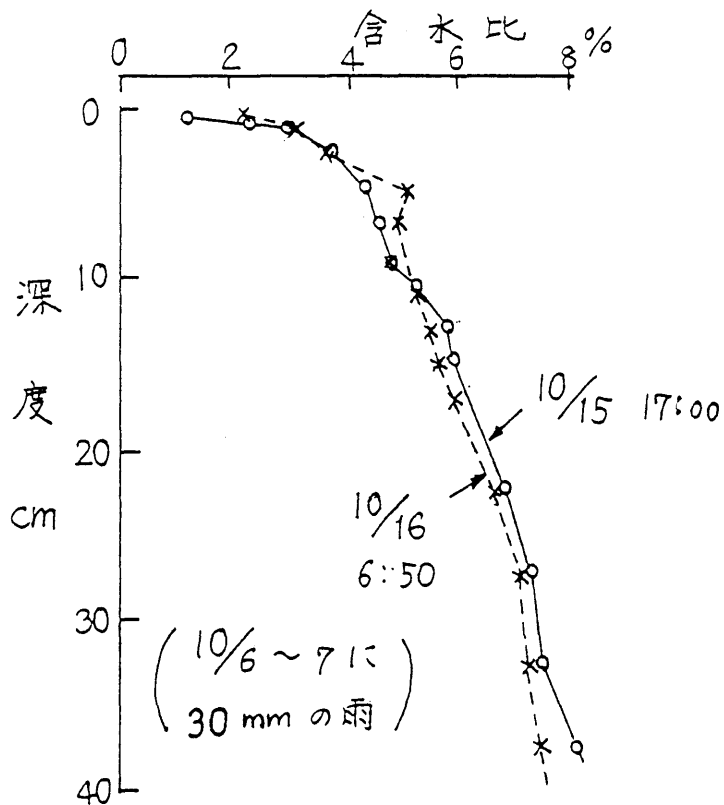


図 1 - 1 4 乾燥時の水分分布 (10月の朝と夕方)

3. 土壌面蒸発速度の推定式

蒸発速度は、ポテンシャル蒸発とともに、表面の乾燥状態に大きく依存する。地表面から深さ5 cmまでの層は、乾燥進行による水分変化が激しい部分であり、この層の平均含水量を、蒸発速度を規定する表面の乾燥状態の指標とみることは適切であろう。そこで、土壌面蒸発量 E_s は、水面蒸発計の蒸発速度 E_w と表層5 cmの平均含水量 W_s によって決まると考え、さまざまな条件の実測データをうまく表現する経験式として次式を作った。

$$E_s = 18.3 \times E_w^{0.75} \cdot \bar{\theta}_s^{-1.54} \quad (1-1)$$

ここに、 E_s 、 E_w の単位は「cm/day」、 θ_s は「cm³/cm³」である。

この式は図1-15のように、ほぼ±0.1cm/day以内の精度で刻々の E_s を推定できる。この式の E_w の指数が1以下であることは、 θ_s が同じでも、 E_w が大きいときには表面がより乾燥した水分分布となり、 E_s は E_w と比例関係ほどには増加しないことを示すものである。

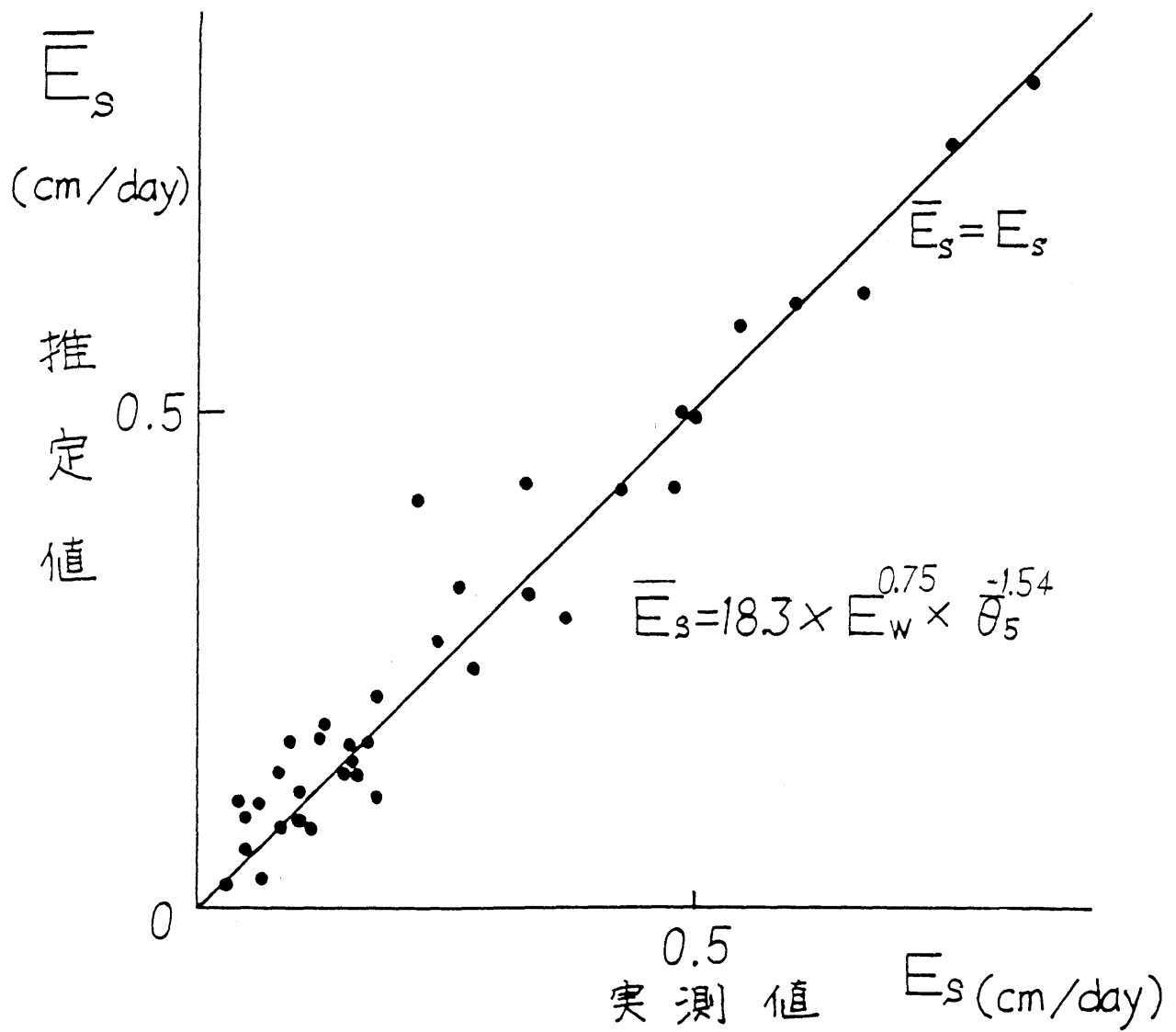


図 1 - 1 5 土 壤 面 蒸 発 速 度 の 実 測 値 と 推 定 値 の 比 較

第7節 蒸散と根の吸水

調査地における、蒸散量と根による土中水の吸水パターンを調べるための調査を行なった。水分分布の変化を連続して調べて、これから深さごとの根の吸水量を推定し、土層の水分減少量から蒸散量を推定した。調査地では場所によって、草の比較的多いところと比較的少ないところがある。

1. 根密度

まず、根密度を調べた。5 cmごとに100 ccずつ採取した土壌中の根の長さをニューマン法⁹⁾で求めた。これは格子を描いた平面に根をランダムに散らばし、格子との交点を数えて、確率論的に根の長さを推定するものである。草の比較的多いところと比較的少ないところの2カ所の平均の根密度分布を図1-16に示す。根密度の測定にあたっては、若い根（生きた根）と古い根（死んだ根）との区別が明瞭でなく、とくに上部では古い根をかなり数えているかもしれない。この草は互いに横につながった地下径があり、芝の一種だと思われる。

2. 水分分布と根の吸水量

水分分布の変化を連続して調べて、ある深さの水分減少量を根による吸水量とみなすことにした。水分減少量が根の吸水量に等しいとみなすことは土層内の鉛直方向に水分移動を無視することである。砂丘砂の場合、体積含水率の減少による不飽和透水係数（および水分拡散係数）の減少が著しく、体積含水率8%で不飽和透水係数は 10^{-7} cm/s以下、水分拡散係数は 10^{-4} cm/s以下に低下するので、降雨後3～4日程度での乾燥で根群域内の重力による水分移動は無視できるようになる。またこの後の根群域内の水分勾配は大きくても 0.002 /cmであり、マトリックポテンシャル勾配は1のオーダーから 10^3 のオーダーまで乾燥とともに増加するが、不飽和透水係数の低下の方が著しいので、水分量の差による根群域の水分移動量はせいぜい 0.02 cm/day程度と小さい。

水分分布は深さ5 cmごとに100 ccを採土して求めた。毎回近接した位置で採土をしたが、全く同じ位置ではないので、根の多少等による含水量のばらつきが避けられない。これに対しては、水分分布の測定時間間隔を短く、測定数を多くして、含水量の時間変化の4～5点の回帰直線から根の吸水速度を求めることで、採土時点ごとの含水量のばらつきを統計的に解消するようにした。

図1-17は蒸散の盛んな7~8月の水分分布の一例である。このような水分分布で、ある深さの水分量の減少量を根の吸水量とみなすことができる。2つの水分分布を比較した時のある深さの水分量差はぼらつきの大きいものになる。そこで、各深さの時間と水分量との関係に対して、2~4日の時間幅で4~5点を含む回帰直線の傾きを求めた。この回帰直線の傾きが各土層の水分量の日当りの減少量である。こうして求めた各土層の水分量の日当りの減少量が図1-18である。図(a)は草の多いところで求めたものである。はじめは吸水の中心が10~20cmであるが次に30~40cmに移り、さらに35~45cmとなるが、このときには全体の吸水量が大きく低下している。図(b)は草の少ないところで、水分が多いときは吸水の中心は10~20cmで、ここの水分が少なくなると吸水の最大部位は20~30cmに移る。この図の水分が多いときの「吸水量」には地表面の蒸発と重力による下方への浸透分がかなり含まれている。

このように、根の吸水は、はじめは上層から行なわれるが、上層の水分減少とともに次第に下層へと移り、根が分布する最下層の水分が減少すると、全吸水量(蒸散量)が急に低下する。蒸散量が低下したとき、草は葉が丸まって萎れた状態であった。この状態が続いても、

再び雨が降ると、この草は生き生きとよみがえるのである。

3. 蒸散比

水分分布から求めた蒸散量と蒸発計蒸発量との比 (E_p/E_w) と深さ40cmまでの根群域の平均体積含水率との関係を図1-19に示す。この蒸散比は、蒸散が低下するまでは約0.35で一定しているが、根群域の水分が0.05以下に減少すると急に減少し、0.1までの低下が測定された。このような蒸散速度の変化と根の吸水パターンを表現するには、植物の水ポテンシャルを媒介に蒸散速度を予測し、これを各土層の根の吸水量として配分するモデルが必要なことが理解される。

夏のポテンシャル蒸発散が大きいとき、降雨直後の土壌面蒸発量は蒸散量よりも大きい。1日の蒸発を経ると土壌面蒸発は蒸散量と同程度になり、その後も低下してゆく。これに対して蒸散速度は、根群土層がかなり乾燥するまで、ほとんど一定であり、土層の水収支に対する重要性は蒸散の方が大きい。

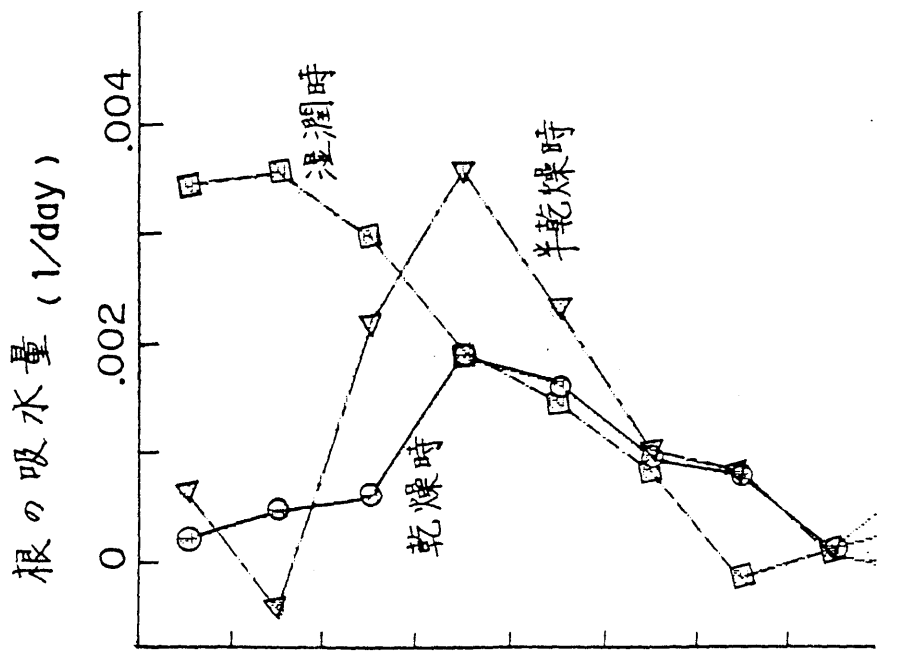


図1-18 吸水量分布 (草が多い所)
(a)

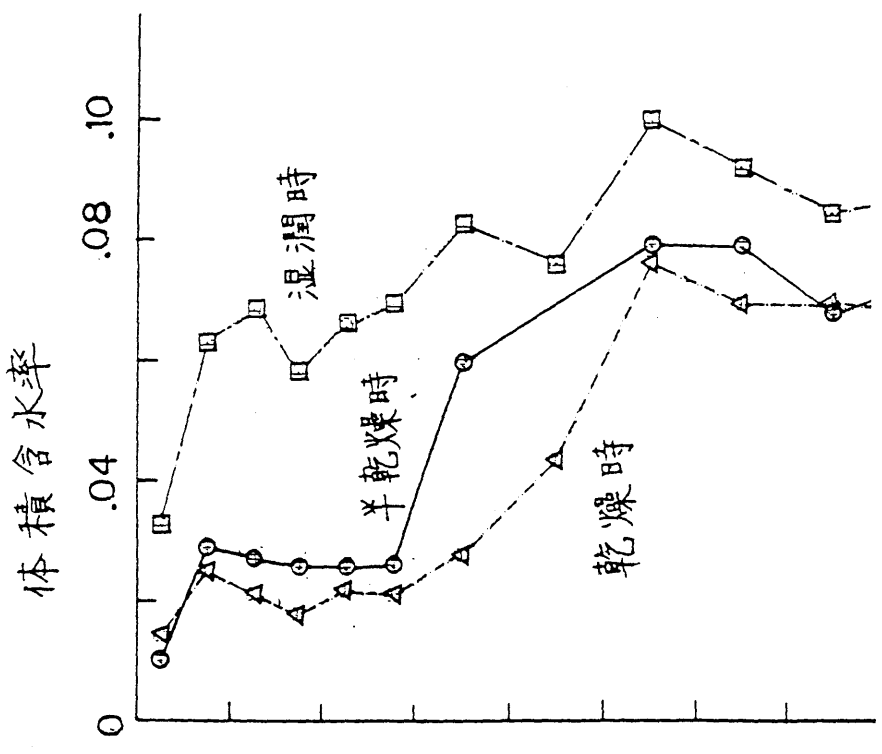


図1-17 水分分布

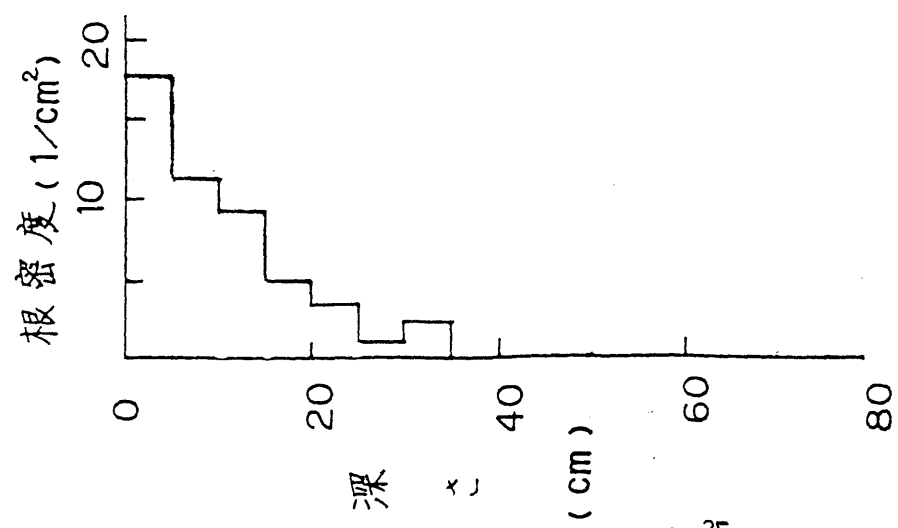


図1-16 根密度分布

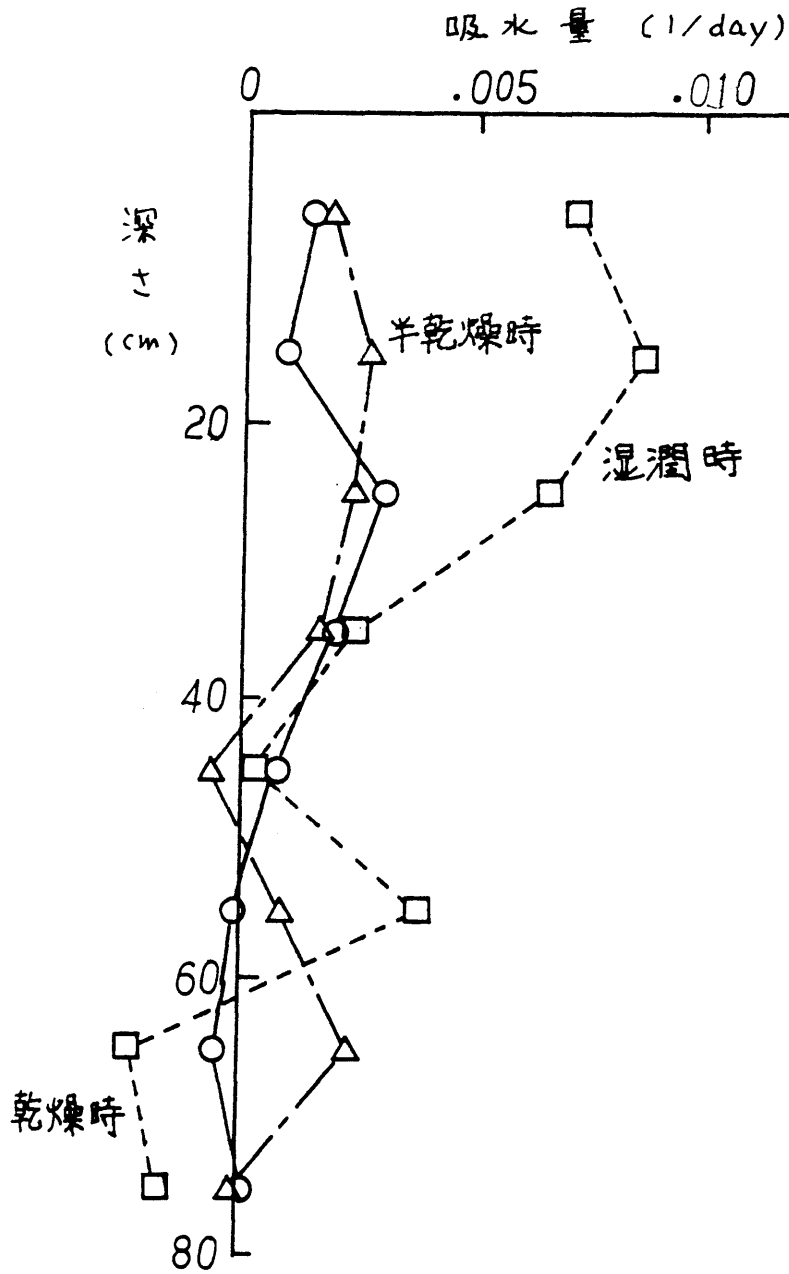


図 1 - 1 8 (b) 吸水量分布 (草が少ない所)

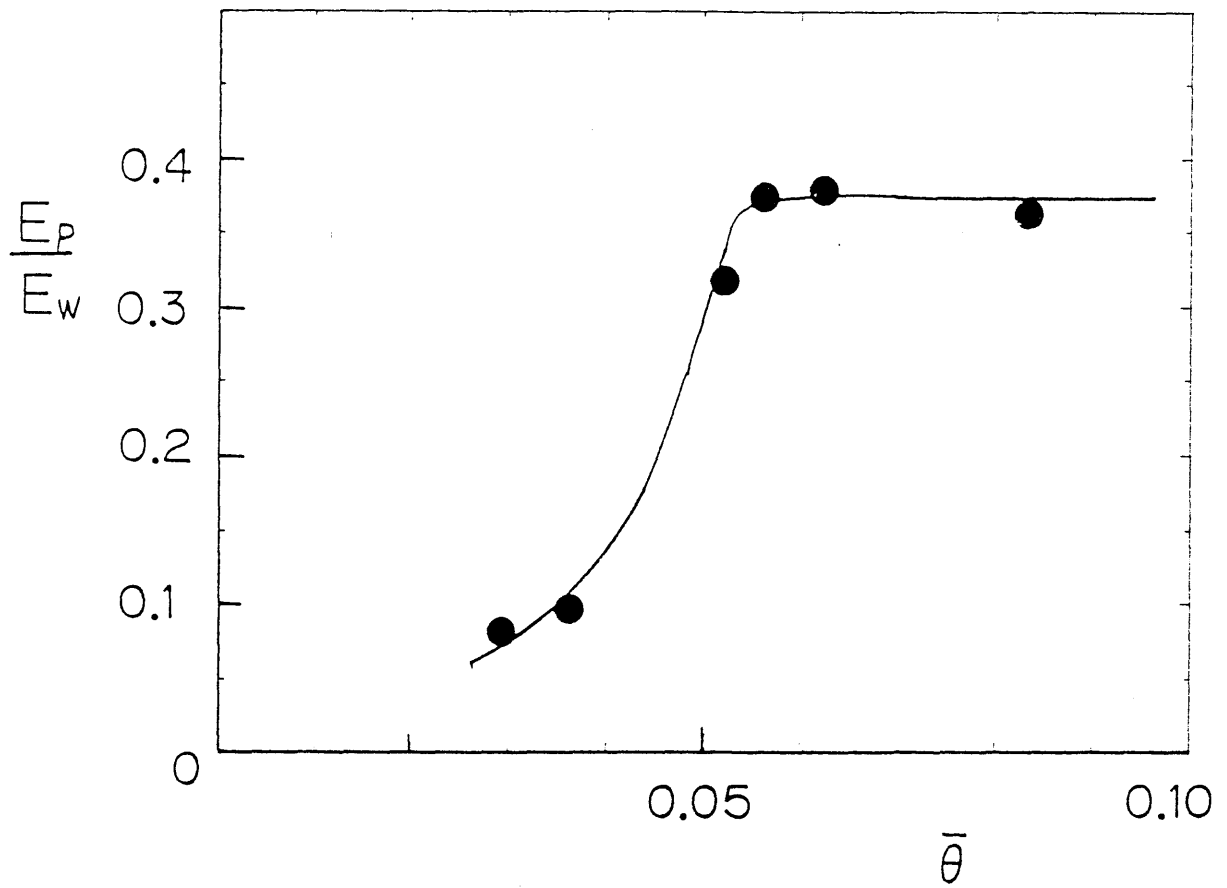


図 1 - 1 9 蒸散比と根群域 (40cm)
の平均含水率との関係

第8節 シミュレーションモデル

1. 土中の水移動式

土中水の移動現象を支配する物理法則は、水の質量連続条件を表わす連続式とフラックスと動水勾配との比例関係を表わすダルシー式であり、2式を連立させて数値的に解けば、流れをシミュレートできる。

鉛直一次元流を考えると連続式は

$$\partial \theta / \partial t = - \partial q / \partial x - S \quad (1-2)$$

ここに

x: 鉛直方向下向きに正の座標

t: 時間

θ : 体積含水率

q: 水のフラックス (単位時間当りに単位断面積を通過する水の体積)

S: 単位長さ当りの吸い込み項

ここで、 θ と q は 2 つの独立変数 x と t の関数である。

体積含水率とサクションとの間のヒステリシスを無視して、体積含水率がサクションと一価関係にあるとすると、連続式(1-2)は次のように書くことができる。

$$C \cdot \partial h / \partial t = - \partial q / \partial x - S \quad (1-3)$$

ここに

h : サクシヨン C : 比水分容量 ($d\theta / dh$)

比水分容量 C は水分特性曲線のサクシヨンに対する水分量の変化率で、 h の関数である。

次に、ダルシー式は、次式で与えられる。

$$q = K \left(\frac{\partial h}{\partial x} + 1 \right) \quad (1-4)$$

ここに、 K は不飽和透水係数で水分量の関数であるが、水分量とサクシヨンが一価関係であればサクシヨンの関数とみなすせる。(1-3)式の q に(1-4)式を代入すれば、次式となる。

$$\begin{aligned} & C \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \\ & = - \frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + K \right) - S \end{aligned} \quad (1-5)$$

本論では、この形の方程式の数値解を得ることによって土中水の流れをシミュレートする。吸水項 S は、 x 座標に沿った単位長さ当りの、根による吸水速度である。根がない深さでは S は不用である。

2. 蒸発

蒸発は地表面から引き抜かれるフラックスである。この量は、7節で求めたポテンシャル蒸発と表層 5 cm の含水量を使った経験式(1-1)を用いて与えた。

3. 蒸散と根の吸水

根による吸水は土中の吸水項となる。この吸水項を与えるためには、蒸散速度を推定するモデルと、その蒸散量を根の吸水量として各深さに配分するモデルが必要である。ここで用いたモデルは、根の吸水モデルとしてこれまで Gardner¹⁰⁾, Hillel¹¹⁾らによって提案され、Campbell¹²⁾が蒸散モデルと結合して計算方法をまとめたものである。

蒸散量を決める簡単なモデルは、蒸散速度とポテンシャル蒸散速度との比が、葉の気孔抵抗に比例すると考えることである。気孔抵抗は植物体内の水ポテンシャルで決まり、水ポテンシャルが低下するると気孔が閉じて（抵抗が大きくなって）蒸散速度は低下する。この関係は次式で表わされる。

$$E_p = E_{p0} / (1 + (\psi_L / \psi_0)^n) \quad (1-6)$$

ここに E_{p0} はポテンシャル蒸散速度、 ψ_L は葉の水ポテンシャル、 ψ_0 は蒸散速度が $1/2$ になる葉の水ポテンシャルで定数である。

分母が、気孔抵抗の相対的な大きさ（抵抗が最小の時

との比)を表わし、 n の値で、水ポテンシャルの低下によってどれだけ急に蒸散速度が低下するかが表わされる。Campbell^{1,2)}らによれば、 n は10程度で、葉の水ポテンシャルが ψ_0 の近くで蒸散速度は急に低下することになるが、これは蒸散速度が急に減少するという、既に述べた砂丘地の調査結果と一致する。

このように蒸散速度は植物の水ポテンシャルで決まるが、植物の水ポテンシャルは蒸散速度と土のポテンシャル分布によって決まる。蒸散量を根の吸水量として各深さに配分し、葉のポテンシャルを決めるために、根の吸水モデルが必要である。これまでの研究者によって提案されている吸水モデルでは、いずれも、各深さの吸水速度が、土壌と植物体内の水ポテンシャルの差および根密度に比例し、吸水抵抗に反比例する。吸水抵抗は、根の外から内部に水が入る部分の抵抗(根の抵抗)と土壌内で根に向かう部分での抵抗(土の抵抗)が大きく、植物体内での水の移動抵抗は小さいと考えられている。

吸水モデルのひとつのポイントは土の抵抗の評価である。Gardner^{1,3)}らによれば、この抵抗は、根を中心とする円筒座標で、根までの「平均距離」(根密度で決まる)から根の表面に向かう定常流における抵抗で表わされる。土層 i におけるこの抵抗 R_{si} は次式で与えられる。

$$R_{si} = B_i (\psi_{si} - \psi_{ri}) / (k_{ri} \psi_{ri} - k_{si} \psi_{si}) \quad (1-7)$$

ただし

$$B_i = (1 - n) \ln (\pi r_l^2 L_i) / (4 L_i \Delta x)$$

ここに

ψ_{si} : 土のポテンシャル

ψ_{ri} : 土層の根の表面のポテンシャル

k_{si} : ψ_{si} に対応する不飽和透水係数

k_{ri} : ψ_{ri} に対応する不飽和透水係数

L_i : 根密度

Δx : 土層の厚さ

r_l : 根の半径

これらはいずれも土層 i における値である。

また n は、不飽和透水係数がマトリックポテンシャルの n 乗に反比例することを示す定数である。

土層 i 内において不飽和透水係数を一定とすると、 R_{si} は次式で近似できる。

$$R_{si} = B_i / k_{si} \quad (1-8)$$

実際の計算ではこの式を使った。

土層 i における吸水抵抗は土の抵抗 R_{si} と根の抵抗 R_{ri} の和であり、根のある土層の吸水量の総和が蒸散速度 E_p となる。このことから葉の水ポテンシャル（植物体内の抵抗を無視して根と葉の水ポテンシャルを等しいと考える） ψ_L は E_p を用いて次式で与えられる。

$$\psi_L = \frac{\sum [\psi / (R_s + R_r)]}{\sum [1 / (R_s + R_r)]} + \frac{E_p}{\sum [1 / (R_s + R_r)]} + E_p \cdot R_L \quad (1-9)$$

ここで、 \sum は根群域の x の刻み i についての総和である。

E_p と ψ_L は (1-6) 式と (1-9) 式を満たすように決まる。

(1-6) 式を (1-9) 式に代入して

$$\psi_L = \frac{\sum [\psi / (R_s + R_r)]}{\sum [1 / (R_s + R_r)]} + \frac{E_{p0} / (1 + (\psi_L / \psi_0)^n)}{\sum [1 / (R_s + R_r)]} + E_{p0} / (1 + (\psi_L / \psi_0)^n) \cdot R_L \quad (1-10)$$

ψ_L はこの代数方程式の解であり、これはニュートンラフソン法による反復計算で求めることができる。

根密度は 5 cm ごとの実測値があるが、この領域の計算

の刻みを0.5cmとしたので、根密度分布を次式で与えた。

$$L(x) = L_0 \cdot \exp(-ax) \quad (1-11)$$

L_0 は地表面での根密度、 a は定数である。定数 L_0 と a は実測の分布の回帰式からこの定数を決めた(図1-20)。根密度分布をデータで与えるよりも、式で与えてプログラム内で値を計算する方が、たとえば a の値を変えることで根の伸び具合に応じた分布の変化を容易に表わせるという利点もある。

4. 気象環境の入力データ

地表面に与えられるフラックスは雨量、蒸発量、蒸散量である。

(1)雨量

雨量は測定値を用いた。4年間の現地の雨量データが8ないし6時間ごとにまとめてあり、8ないし6時間雨量がこの時間内に平均して降るとして計算した。まれにはあるが、欠測がある日は、調査地から約20km離れた酒田測候所の日雨量データを用いた。

(2)ポテンシャル蒸発、蒸散速度

蒸発量と蒸散量は既に述べたモデルで計算するが、そのためには気象環境条件としてポテンシャル蒸発速度とポテンシャル蒸散速度を与えなければならない。ポテンシャル蒸発散速度は蒸発計蒸発量で表わされるとしても、雨量データのような年間を通じた現地での測定値は得られていない。そこで、一日のポテンシャル蒸発散量を全天日射量に比例するとして、酒田測候所の全天日射量データ¹⁴⁾から推定することにした。その比例定数は、図1-21のように、調査地で測定した蒸発計の日蒸発量とその日の酒田の全天日射量を比較して、回帰直線の傾きから決めた。蒸発計蒸発量を E_w 、全天日射量を R_g 、蒸発の潜熱(580cal/cm³)を L として

$$E_w = a \cdot R_g / L \quad (1-12)$$

とおいたときの比例定数 a は0.7である。これは、もし地表面が十分に湿っていれば、地表面に到達する全日射エネルギーの70%が蒸発散の潜熱として消費されるとみなすことに相当する。

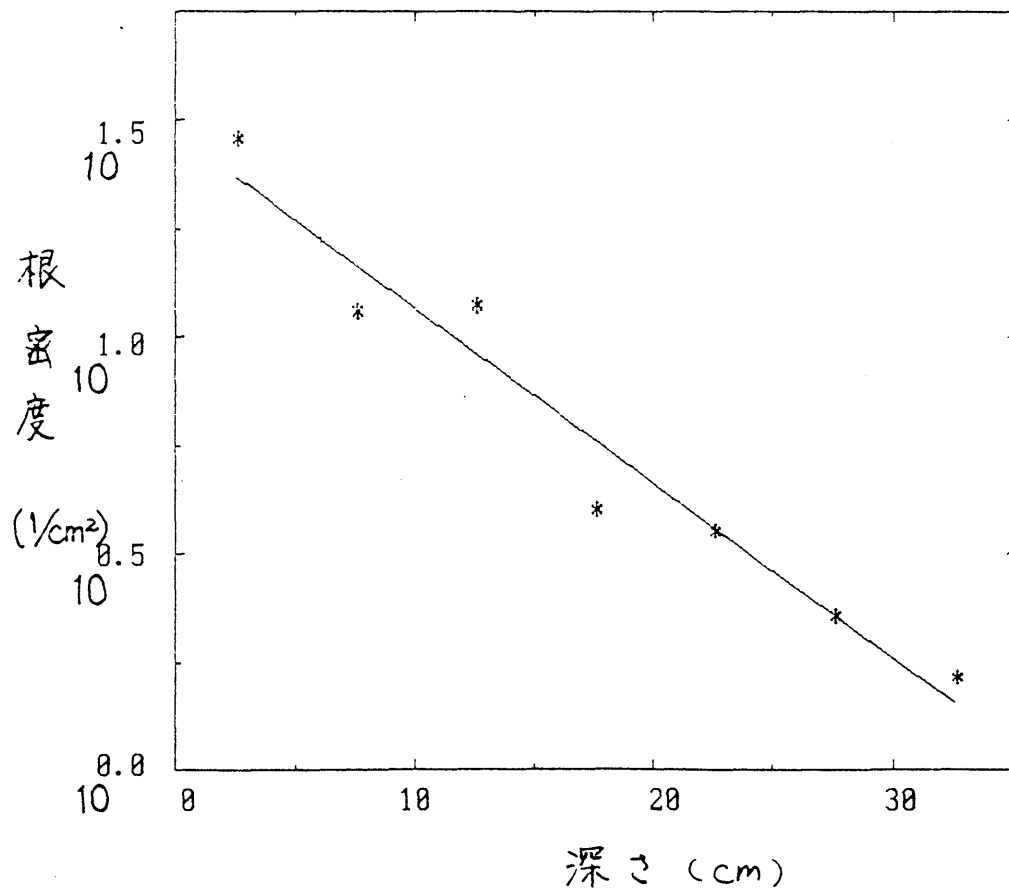


図 1 - 2 0 根の密度分布と回帰式

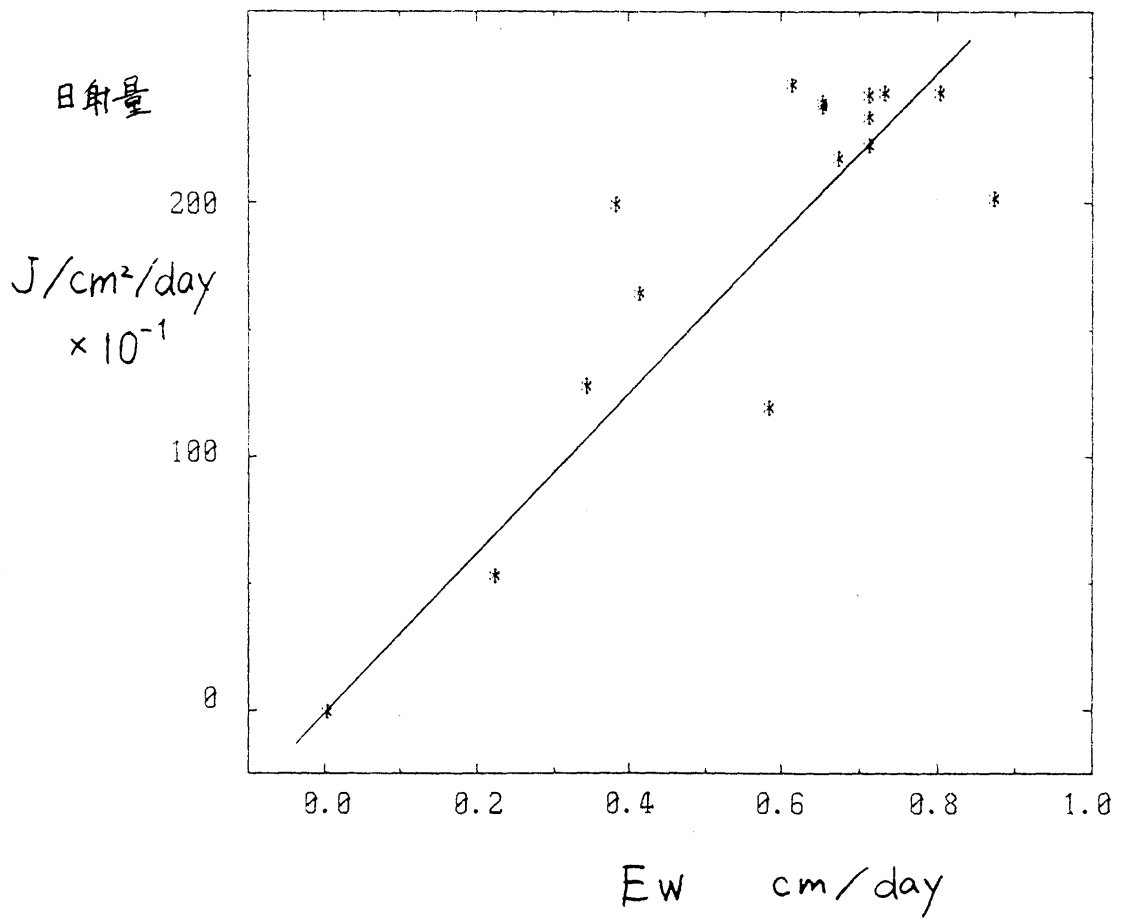


図 1 - 2 1 水面蒸発量と全天日射量との関係

以上のようにして、任意の日のポテンシャル蒸発散量が求められるが、一日の変動は、夜間のポテンシャル蒸発散はゼロとみなして、昼は次のように正弦曲線の正の部分で与えることにした。

$$E_w(t) = \pi E_w \cdot \sin(2(t-12)\pi) \quad (1-13)$$

ここに t : 24時制の一日の時刻

つぎに、このポテンシャル蒸発散を、ポテンシャル蒸発とポテンシャル蒸散に配分しなければならない。

$$F = E_{p0} / E_w, \quad 1 - F = E_{s0} / E_w$$

とおくと、第7節で示した E_p / E_w の実測値より、最も草が繁茂している7～8月の F の値は0.35である。これを基準として、月ごとの草の茂り具合を推定して0～0.35の範囲で F を決めた。

5. 不飽和透水係数、比水分容量

不飽和透水係数と水分特性曲線の関数形をベキ関数で与えた。水分の多い領域と少ない領域で2本の曲線として、水分の少ない領域の不飽和透水係数には水蒸気移動係数を定数として加えた。水蒸気移動係数は空気中の水蒸気拡散係数の約0.35倍 (1.0×10^{-5} cm/day) とした。

$$\begin{aligned}
 k &= k_s & h < h_a \\
 k &= k_s (h / h_a)^{RK} & h_2 > h > h_a \\
 k &= k_2 (h / h_a)^{RK2} + k_v & h > h_2
 \end{aligned}$$

(1-14)

また、比水分容量は水分特性曲線から与えられるが、水分特性曲線の実験式としては次の形とした。

$$\begin{aligned}
 \theta &= \theta_s & h < h_a \\
 \theta &= \theta_s (h / h_a)^{RW} & h_2 > h > h_a \\
 \theta &= \theta_2 (h / h_a)^{RW2} & h > h_2
 \end{aligned}$$

(1-15)

ここに

h_a : 空気侵入サクシヨン k_s : 飽和透水係数
 θ_s : 飽和体積含水率 k_v : 水蒸気移動係数

RK 、 RW 、 $RK2$ 、 $RW2$ 、 h_2 、 k_2 、 θ_2 は実験定数である。

比水分容量は $d\theta / dh$ なので

$$\begin{aligned}
 C &\approx 0 & h < h_a \\
 C &= RW \cdot \theta_s (h / h_a)^{RW-1} & h > h_a \\
 C &= RW2 \cdot \theta_2 (h / h_2)^{RW2-1} & h > h_a
 \end{aligned}$$

(1-16)

第9節 数値計算法

1. 偏微分方程式の離散化

未知数 h は有限個の節点においてのみ指定できるとし、不飽和透水係数は節点間の要素内で均一であると考え、比水分容量は節点を中心とする領域内で均一とする。変数に下添字を付けて節点または要素における値を示すと、要素 I におけるフラックスは(1-4)式より、次式で近似される。

$$q_i = T_i (h_{i+1} - h_i) + K_i \quad (1-17)$$

ここに

$$T_i = K_i / \Delta x_i$$

ここで Δx_i は節点 $i+1$ と節点 i の間隔

次に(1-3)式に対応する、節点 I を中心とする長さ Δx の領域の水収支を考える。要素 I のフラックス q_i と要素 $I+1$ のフラックス q_{i+1} の差は、節点 I を中心とする領域の貯留量の単位時間あたりの変化であり、これは節点 I におけるマトリックポテンシャル変化をもたらす。したがって、 Δt 時間を隔てた二つの時刻 j 、 $j+1$ におけるサクションを h_j 、 h_{j+1} とすると

$$C h_i \cdot (h^{j+1}_i - h^j_i) / \Delta t = q_{i-1} - q_i - S_i \quad (1-18)$$

ここに $C h$ は節点 I を中心とする領域の容量で

$$C h_i = C_i \cdot (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i) / 2 \quad (1-19)$$

(1-18)式の q は、時刻が j と $j+1$ の間の平均フラックスである。(1-18)式の q と $C h$ に (1-17)式と(1-19)式を代入すれば、

$$\begin{aligned} & C h_i (h_{i,j+1} - h_{i,j}) / \Delta t \\ &= T_{i-1} (h_i - h_{i-1}) - T_i (h_{i+1} - h_i) \\ &+ K_{i-1} - K_i - S_i \end{aligned} \quad (1-20)$$

ここに h_i 、 h_{i-1} は時刻が j と $j+1$ の間の平均的な値であり、次のようにおく。

$$h_i = (1 - \lambda) h_{i,j} + \lambda h_{i,j+1} \quad (1-21)$$

ここで λ は重み係数で 0 と 1 の間の値である。 $\lambda = 0$ のときの解法を陽解法、 $\lambda = 1$ のときは完全陰形式、 $\lambda = 0.5$ のときはクランク-ニコルソン法である。 $\lambda = 0$ 以外では $h_{i,j+1}$ は陰の形で与えられるので、節点ごとに成立する(1-20)式を連立方程式として、これを解くことによって $h_{i,j+1}$ が求められる。精度の点で、一般的な最適値は $\lambda = 0.5$ であるが、時間とともに変化が遅くなる現象では λ はこれより大きめでよい。解の安定性と精度を考えると、 λ は 0.6-0.7 とするのがよく、 $\lambda = 0.7$ を採用した。

T 、 K 、 $C h$ はいずれも h の関数なので時間とともに変わる。(1-20)式の係数 K 、 T 、 $C h$ も、時刻 j と $j+1$ の

間の平均的な値であり、次のようにおかれる¹⁵⁾。

$$K_j = (1 - \lambda) K_{j-1} + \lambda K_{j+1} \quad (1-22)$$

$$T_j = (1 - \lambda) T_{j-1} + \lambda T_{j+1} \quad (1-23)$$

$$Ch_j = (Ch_{j-1} + Ch_{j+1}) / 2 \quad (1-24)$$

(1-20)式に(1-21)式を代入し、 h_j および係数 K 、 Ch 、 T が既知であるとする、 h_{j+1} を未知数とする方程式が、各節点ごとに得られる。これを連立させた方程式が、時刻 $j+1$ の系のサクション分布を与える。この連立方程式をプログラムで使う変数を使って行列の形で表せば、

$$\begin{bmatrix} B(1) & C(1) & 0 & 0 \\ A(2) & B(2) & C(2) & 0 \\ 0 & A(3) & B(3) & C(3) \\ & & & \\ & 0 & A(N-1) & B(N-1) & C(N-1) \\ 0 & 0 & A(N) & B(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(1) \\ P(2) \\ : \\ : \\ P(N-1) \\ P(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D(1) \\ D(2) \\ : \\ : \\ D(N-1) \\ D(N) \end{bmatrix} \quad (1-25)$$

ここで

$$B(I) = E(T(I) + T(I-1)) - CP(I) / DT$$

$$C(I) = A(I+1) = -E \cdot T(I)$$

$$D(I) = EM \cdot T(I-1) \cdot P1(I-1) + (-EM \cdot (T(I) + T(I-1))) - CP(I) / DT \\) \cdot P1(I) + EM \cdot T(I) \cdot P1(I+1) - KT(I-1) + KT(I) + S(I) \\ (1-26)$$

ただし $EM = E - 1$ である。

上端の節点に系の上から与えられるフラックス Q が、下端の節点には系から下に向かうフラックス QL があるとするれば、(1-25)式の $D(1)$ に $-Q$ が加わり、 $D(N)$ に QL が加わって(1-25)式が成立する。

2. 境界条件の処理

ここでは、上部では地表面のフラックスが境界条件に与えられ、下部の境界点でポテンシャル $P(N)$ が与えられるものとする。連立方程式(1-25)の N 番目の式の未知数は既知となるので、(1-25)式は $N-1$ 個の未知数を含む $N-1$ 個の方程式となる。また $N-1$ 番目の式において $P(N)$ が既知なので、これを含む項を右辺に移項して、

$$D(N-1) = D(N-1) - P(N) \cdot C(N-1)$$

とする必要がある。連立方程式を解いて $P(I)$ が求められた後、 N 番目の式を QL について解いた式

$$QL = A(N) \cdot P(N-1) + B(N) \cdot P(N) - D(N)$$

によって下端から系外に出るフラックス QL が計算される。

3. 非線形方程式の解法

(1-25)式を解いて h^{j+1} を求める上で問題は、(1-22)、(1-23)、(1-24)式で定義される係数 K , T , C h が時刻 $j+1$ における係数を含んでおり、これは未知数 h^{j+1} がわからないと決まらない。この種の非線形方程式の問題の代表的な解法にはニュートン・ラフソン法がある。ニュートン・ラフソン法は非線形方程式を近似する線形方程式（接線に相当する）を解く方法であるが、関数に変曲点をもつ領域では解が得られるとは限らないので、飽和領域を含む場合の不飽和流の計算のように、関数値が極端な変曲点をもつ場合には使えない。そこで、より基本的な方法として、パラメータの予測と修正による反復計算を行なう。はじめに係数 K , C をまず時刻 j の値 K^j , C^j として(1-25)式を構成し、これを解いて h^{j+1} の予測値を求める。次にこの予測値を使って K^j , C^j を求め、 K , T , C L のより正確な値を使った(1-25)式を解き直して、より正確な h^{j+1} の値を求める。これを繰り返せば h^{j+1} はある値に収束するが、(1-22)-(1-24)式の時間平均の係数を使う場合は比較的収束が速いので、時刻間の関数値の変化がそれほど大きくなならないように Δt をとって、修正式を1-2回使えばよい。

4. 連立一次方程式の解法

(1-25)式の係数行列のように、対角成分とその隣合う2成分以外は0である三重対角系の方程式は特別の方法で短い計算時間で解くことができる^{16) 17)}。この方法は(1-25)式を、これと同値な次の方程式に変換する。

$$\begin{bmatrix} 1 & C(1)' & 0 & 0 \\ 0 & 1 & C(2)' & 0 \\ 0 & 0 & 1 & C(3)' \\ & & & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & C(N-1)' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(1) \\ P(2) \\ \vdots \\ P(N-1) \\ P(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D(1)' \\ D(2)' \\ \vdots \\ D(N-1)' \\ D(N)' \end{bmatrix} \quad (1-29)$$

(1-29)式を得るには、連立方程式(1-25)の上の式から順番に、まずI番目の式をB(I)で割って対角成分を1にしたうえで、この式のA(I+1)倍をI+1番目の式から引いて下三角成分を0にするという操作を下に向かって進めて行けばよい。すなわち、

$$C(1)' = C(1) / B(1)$$

$$C(I+1)' = C(I+1) / (B(I+1) - A(I) \cdot C(I))' \quad (I=2, \dots, N-2)$$

$$D(1)' = D(1) / B(1)$$

$$D(I+1)' = (D(I+1) - A(I) \cdot D(I)) / (B(I+1) - A(I) \cdot C(I)')$$

$$(I=2, \dots, N-1)$$

(1-29)式を解くのは簡単で、I番目の式では $P(I+1)$ がわかれば $P(I)$ がわかるので、下から上に向かって解いて行けばよい。すなわち、

$$P(N) = D(N)$$

$$P(I) = D(I)' - C(I)' \cdot P(I+1) \quad (I=N-1, \dots, 2)$$

5. 時間の刻みの問題

距離の刻み Δx は、水分勾配が大きくなる上部ほど細かくとり、深さ0~100cmまでは0.5cm、100cm~200cmまでは1.0cm、200~500cmまでを2.0cmとした。

時間刻みのとりかたは注意を要する。浸潤、排水、乾燥などの一過程を計算するのであれば、時間ステップのとり方はそれほどむずかしくないが、境界条件がさまざまに変化する実際の野外の不飽和流を計算するには、時間刻みは計算の成否に関わる重要な問題である。

一般に時間刻みが細かいほど精度のよい計算ができるが、時間刻みを細かくするほど計算時間が長くなる。例えば、1分の時間刻みで1カ月間の不飽和流の計算をし

ようとするれば、時間ステップ数は約4万となり、連立方程式を約8万回解かなければならないが、このような計算は現在の大型計算機でもかなり大きな計算となる。しかし、1分という時間刻みは、場合によっては大きすぎ、数秒の時間刻みが必要となる。

乾燥過程や排水過程のように、サクシヨンの時間変化が大きくないときは時間刻みをかなり大きくとっても問題ない。しかし浸潤時には、浸潤前線の部分でサクシヨンの時間変化が大きいので、時間刻みを細かくしなければならない。とくに、乾燥している土壌表面に雨が降る場合、1分間の雨でも、表面のサクシヨンや不飽和透水係数は数オーダーも変化するので、時間刻みを数秒～十数秒にしないと解が発散して、正しい解が得られない。土壌が湿っていれば、大きな雨が降っても、サクシヨンや不飽和透水係数の変化割合はそれほど大きくないので、数分の時間刻みでも計算できる。このように、状況によって必要な時間刻みは大きく異なるので、境界条件がさまざまに変化する実際の条件下の不飽和流を計算するには工夫が必要である。時間刻みを安全側に小さく固定することは、極めて不経済で、長期間の計算は不可能である。時間刻みは可変にしなければならないが、事前に適当な時間刻みを予測することもむずかしい。したがって、

プログラム内で計算中に、水分状態と流れの状況に応じて時間刻みを決める必要がある。ここでは、計算結果を出力する大きな時間刻みを決めておき（1～2時間）、その間を分割して計算の小さな時間刻みとし、この時間刻みと分割数を自動的に決めるサブルーチンを作って組み込んだ。その考え方は次の通りである。

- ① 乾燥しているところに浸潤が生じるときには時間刻みを小さくする。
- ② 土層内の最大フラックスが大きいほど時間刻みを小さくする。

具体的には、

- ① 土層内の各部分の乾燥状態とフラックスの両方を示す指標として不飽和透水係数を用い、土層内のその最大値TKMAXと最小値TKMIN、およびそれらを与える節点番号を求める。ただし、最大値TKMAXには、これから地表面に与えられる境界フラックスを含めて比較する。
- ② TKMAXを与える節点がTKMINを与える節点より上である場合、浸潤が起こると判定される。この場合 Δt (DT)は次式で定める。

$$DT = DT1 / (A1 * TKMAX / TKMIN + TKMAX)$$

ここで、DT1、A1は定数として与える。

この式は、フラックスの最大と最小の比、および最大フ

ラックスの両方を考慮して浸潤時のフラックスを決めるものである。TKMINが極めて小さい乾燥状態の浸潤では、分母の第1項が大きくなり、DTは小さな値をとる。浸潤がより湿っている土層内へと進行するにしたがってTKMINが大きくなり、DTも次第に大きくなる。

③ TKMAXを与える節点がTKMINを与える節点より下である場合、土層は排水または乾燥過程にあると判定される。この場合時間刻みDTは次式で与える。

$$DT = DT1 / (TKMAX + (TKMAX - TKMIN))$$

これは最大フラックスと最大および最小フラックスの差を考慮してDTを決めるものであるが、ほとんどの場合、TKMAXはTKMINよりはるかに小さいので、DTはTKMAXにほぼ反比例する。

④ DTには上限と下限を設け、最大値を設定し、また極端に小さな値もとらないようにする。

定数DT1とA1をあたえれば、以上のようにして適切な時間刻みを決めることができる。上記において不飽和透水係数の最大・最小を考える土層は深さ1mまでとした。これは土層が乾燥するのはせいぜい50～60cmまで

で、時間刻みを決める上で、小さな不飽和透水係数を経験する上部の流れの状況が重要だからである。深部は常に湿っており、湿った深部での浸潤も精度よく計算できる程度に、時間刻みに上限を設定しておけば十分なのである。

計算時間の大半を乾燥した上層部への浸潤の計算に食われるので、このときの時間刻みを合理的に設定することがポイントである。

このようにして、1カ月間分の計算の時間ステップの総数を1万回以下におさえ、実用上必要な精度で計算を行なうことができた。

計算は1ヵ月単位で行ない、前の月の最後のサクシヨン分布を次の月の計算の初期値に読み込んで長期の計算を行なった。

第10節 砂丘地の不飽和流

1. サクシヨン、フラックスの変化

図1-22は、1982年8月から同年12月の雨量、地下水位、3深度(0.5m、2.0m、3.5m)のサクシヨン、および2深度のフラックス(深度2.0m、深度5.0mの地下水面)である。雨量と地下水位は実測であり、フラックスは計算値、サクシヨンは実測と計算を比較した。

シミュレーションが現実の不飽和流を正しく反映しているかどうかは水分量変化の再現の程度で判断されるが、これはサクシヨン変化を実測と比較することで間接的にみることができる。深度0.5mのサクシヨンは実測値とよく一致しているが、2mと3.5mのものは計算値のサクシヨンの方が絶対値が常に高い。これは計算に用いた水分量-サクシヨン関係が上層のそれに一致しており、下層における水分量に対応するサクシヨンが実際よりも大きくなっていることが主な原因である。したがって水分量変化については実測と一致しており、図1-23に示す水分分布では、深層の水分変化を計算値が実測値をよく表わしている。またテンシオメータによるサクシヨンの測定値の絶対値の信頼性にも一部に問題がある。これは半導体圧力変換器センサーを高湿度の土中に長期間埋め込

んでいるため、センサーの圧力-出力電圧特性が当初キャリブレーションした特性から変化するためである。半年～1年に一度、観測孔から取り出してキャリブレーションをやり直したが、出力特性がかなり変化していた。またコネクタの腐食によって測定が不能になった時期もあった。たとえサクシヨンの実測値の絶対値に幾分問題があったとしても、浸潤ピークの到達する時間は正確に測定されている。浸潤ピークの到達時間は土層の各部分の貯留量の変化を反映するものなので、流れの様相を表わす最も明確な指標である。シミュレーションが浸潤ピークの到達を再現できていれば、計算によるフラックスは現実をよく反映しているとみなすことができる。

雨量データは8時間雨量として整理されており、計算では8時間(0.33日)でこの雨量になるように均一なフラックスを与えている。したがって、この時間範囲内のサクシオン変化の計算と実際とのずれはやむをえない。計算値は、さまざまな降雨のパターンに対する浸潤ピークの到達時間をよく再現している。

8月は乾燥の激しいなかで、8月23～25日に計44mmの雨がかったが、この浸潤は実測では深度50cmまでは伝わっているが、200cmまでは伝わっていない。計算ではフラックスは小さいながらも深部まで伝わって

おり、計算における乾燥時の蒸発散の見積りが過小であることを示している。計算では根群域を深さ30cmまでとしているが、実際はもっと根が深くまで入っているか、または根群域の保水性が下層よりよく、蒸発散による水分欠損量が大きいことが考えられる。

9月には、8月からの乾燥が続いた後、9日から13日に4日間で130mmという極めて大きな雨が断続的に降った。このとき、深度50cmのサクシオンは降雨の強弱に応じて変化し、4つの浸潤ピークの通過がみられる。深度2mでは浸潤ピークは2つになり、深度3.5mでは浸潤ピークは1つになって14日に通過し、15日に地下水面に達している。

10月は、9月後半から雨がほとんどなく、深度2mおよび地下水面のフラックスは0.1cm/day程度の小さなレベルにある

11月半ばから12月は、東北日本海側特有の雨の多い時期のものである。深度50cmのサクシオンは個々の降雨に応じて変化しているが、深部のサクシオンとフラックスは降雨間隔が短い時には、重ね合わされて一つの浸潤ピークになる。

2. 水分分布の変化

図 1 - 2 3 は 1982 年 9 月の大きな降雨の前後と降雨中の水分分布を示した。実測の水分分布はばらつきがあるが、計算のものとだいたい一致している。降雨前の水分分布①は乾燥時のもので、根群域の体積含水率は 0.02 近くになるが、根群域より深い上部では 0.08 程度になる。降雨中の 1 1 日 (②) には 2 m 付近まで浸潤が進んでおり、降雨直後の 1 3 日 (③) には 3 ~ 3.5 m まで浸潤が進んでいる。1 5 日 (④) には浸潤が地下水面まで達して深部まで水分が増加しているが、上部では排水過程となって水分の減少がみられる。2 4 日 (⑤) の分布は排水過程が進行して、全層で水分が減少している。

3. 蒸発散と表層含水率の変化

図 1 - 2 4 は、6 月から 10 月まで、入力データとして与えた一日のポテンシャル蒸発散量、計算による土壌面蒸発速度 E_s 、蒸散速度 E_p 、および表層 5 cm の平均体積含水率である。 E_s と E_p の日内変化はポテンシャル蒸発散速度を昼だけ \sin カーブで与えているためである。 E_s は雨の後、表層含水率の大きいときだけ大きい表層の乾燥によって低下する。一日当りで見ると、 E_p はほとんどポテンシャル蒸発散に比例して変動し、夏の長期間の乾燥の時には、これより大きく低下する。

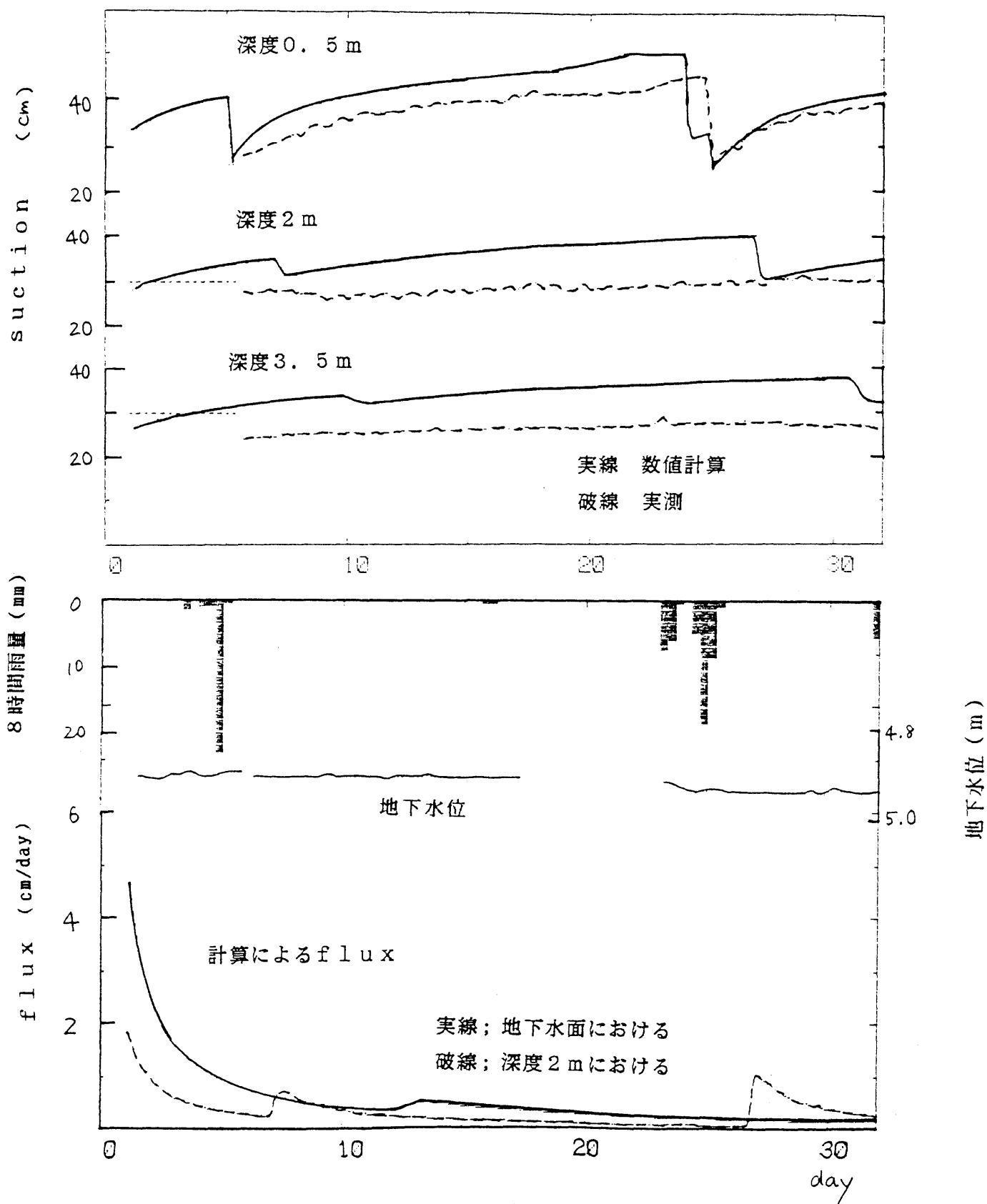


図1-22 雨量、サクシオン、フラックス、地下水位の変化 (1982年8月)

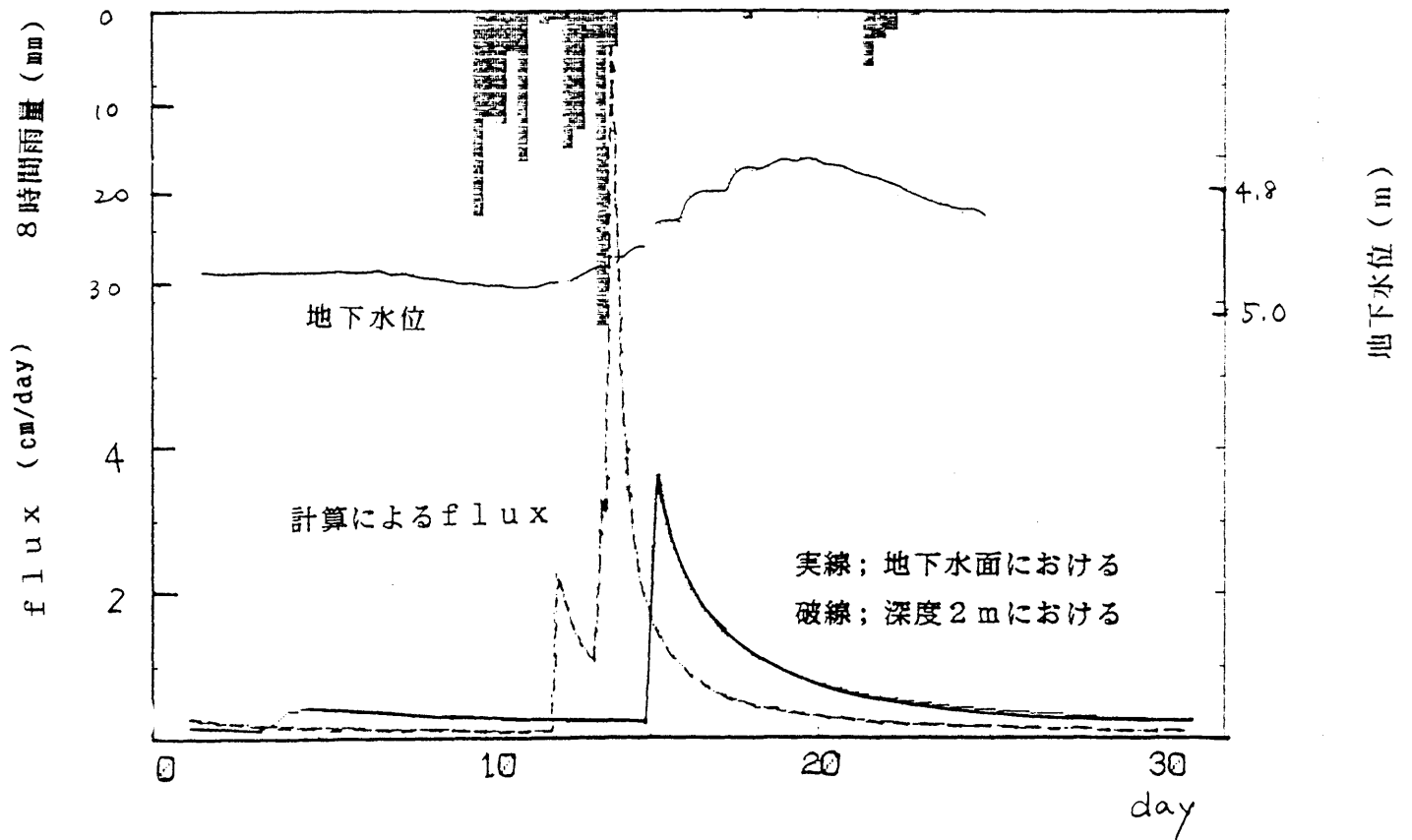
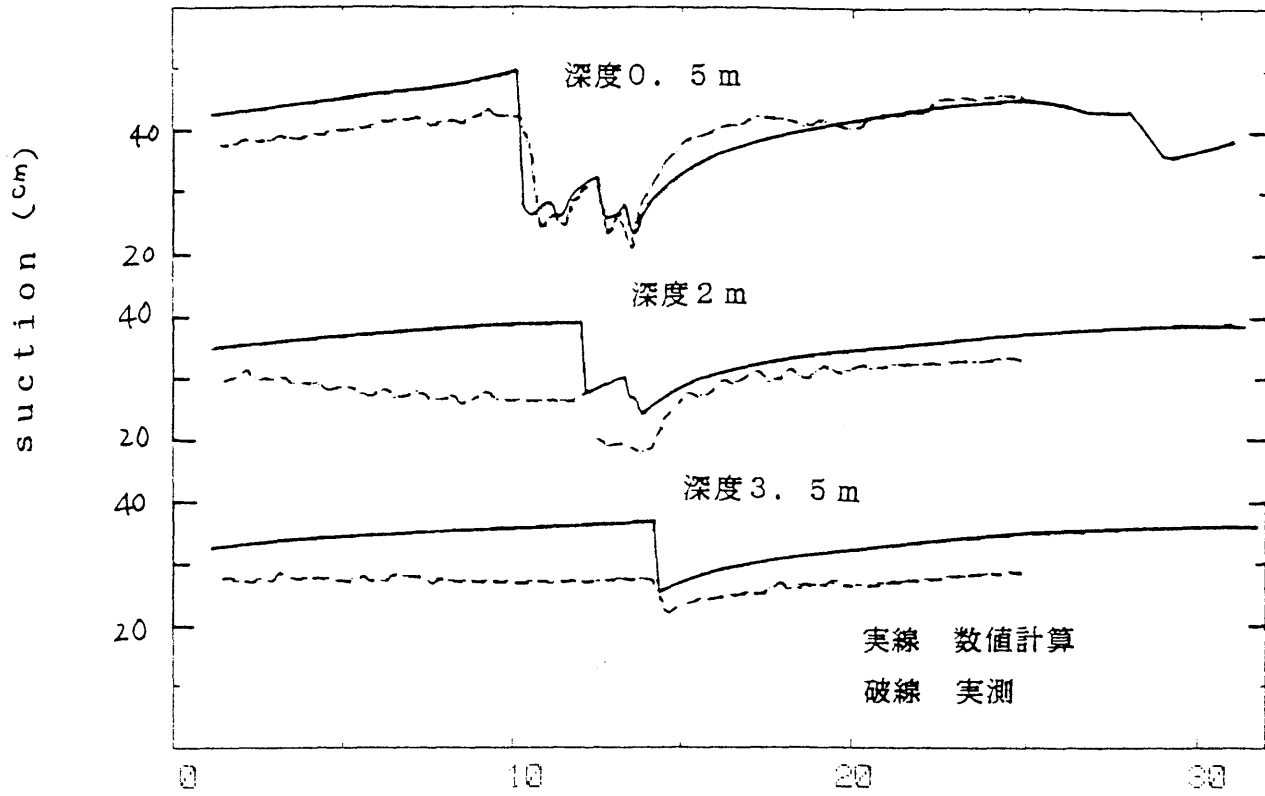


図 1-22 雨量、サクシオン、フラックス、地下水位の変化 (1982年 9月)

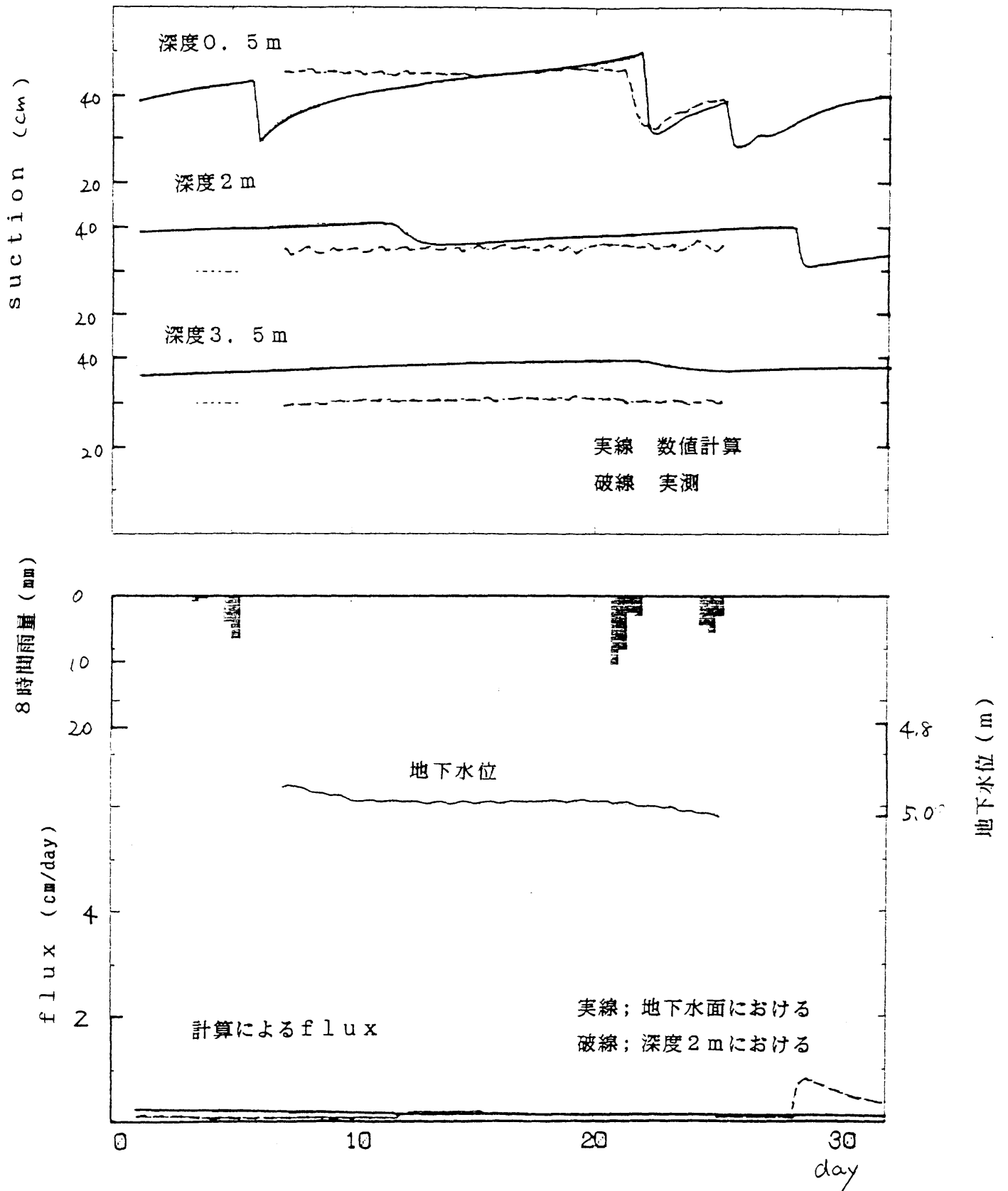


図1-22 雨量、サクション、フラックス、地下水位の変化 (1982年10月)

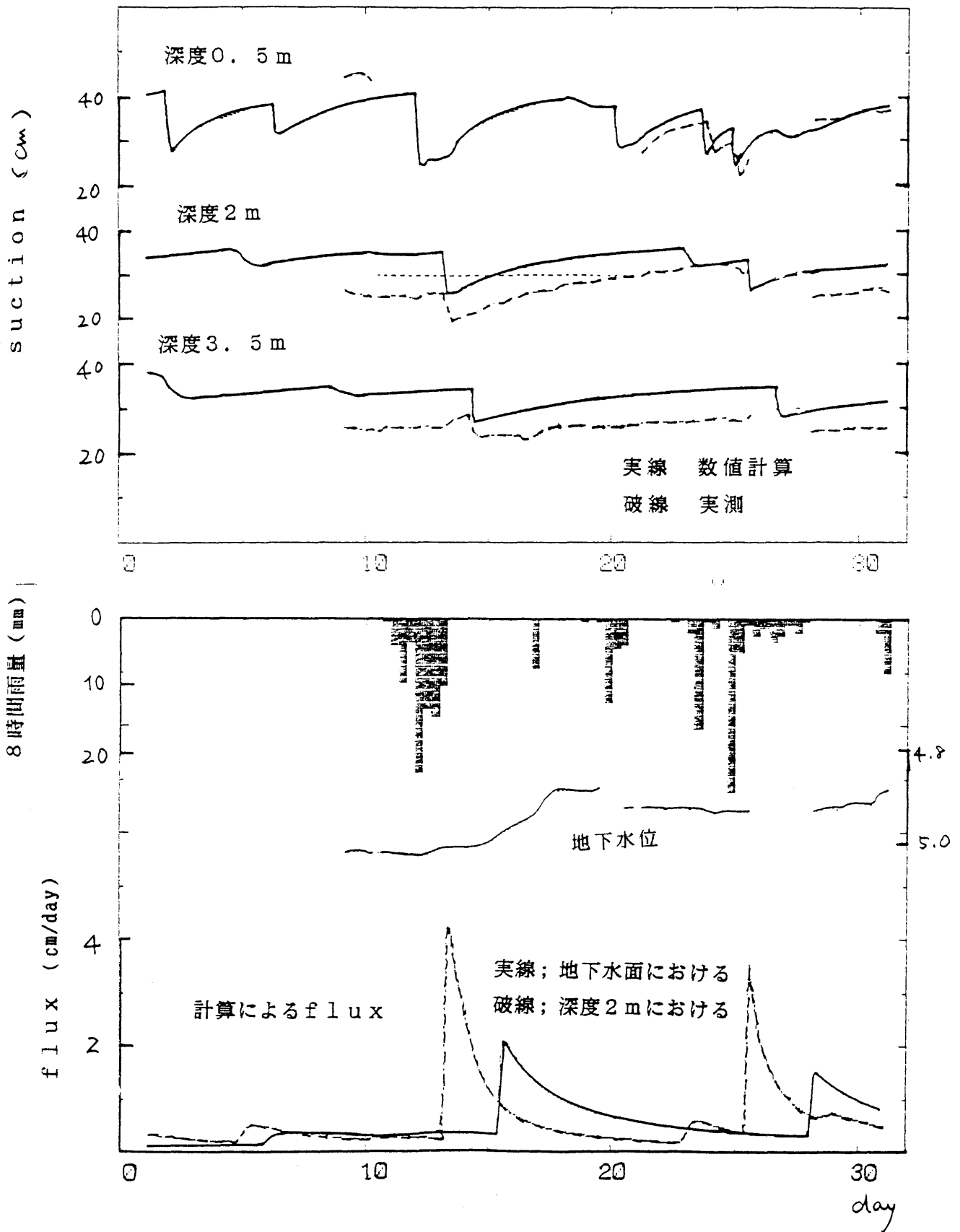


図1-22 雨量、サクシオン、フラックス、地下水位の変化 (1982年11月)

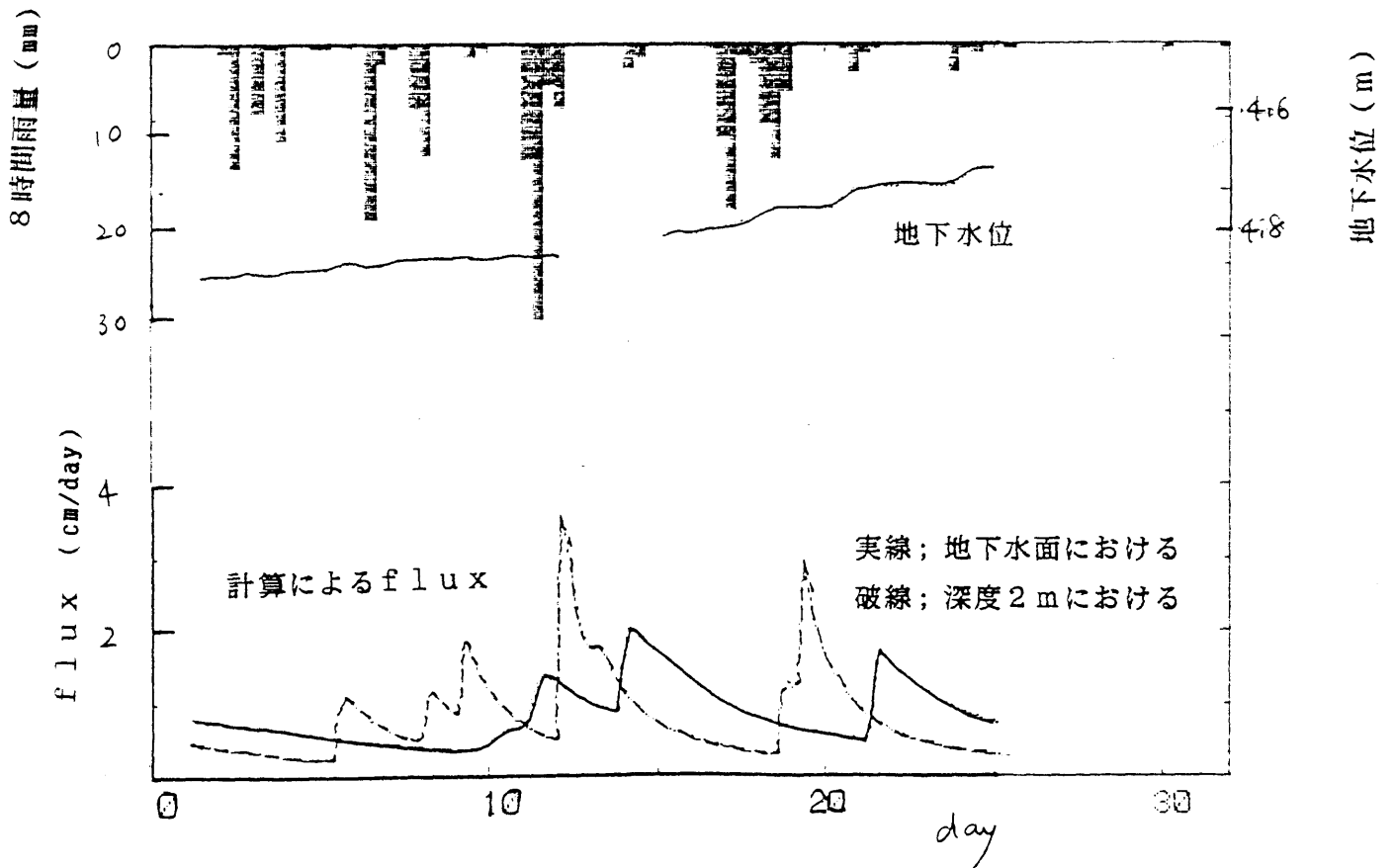
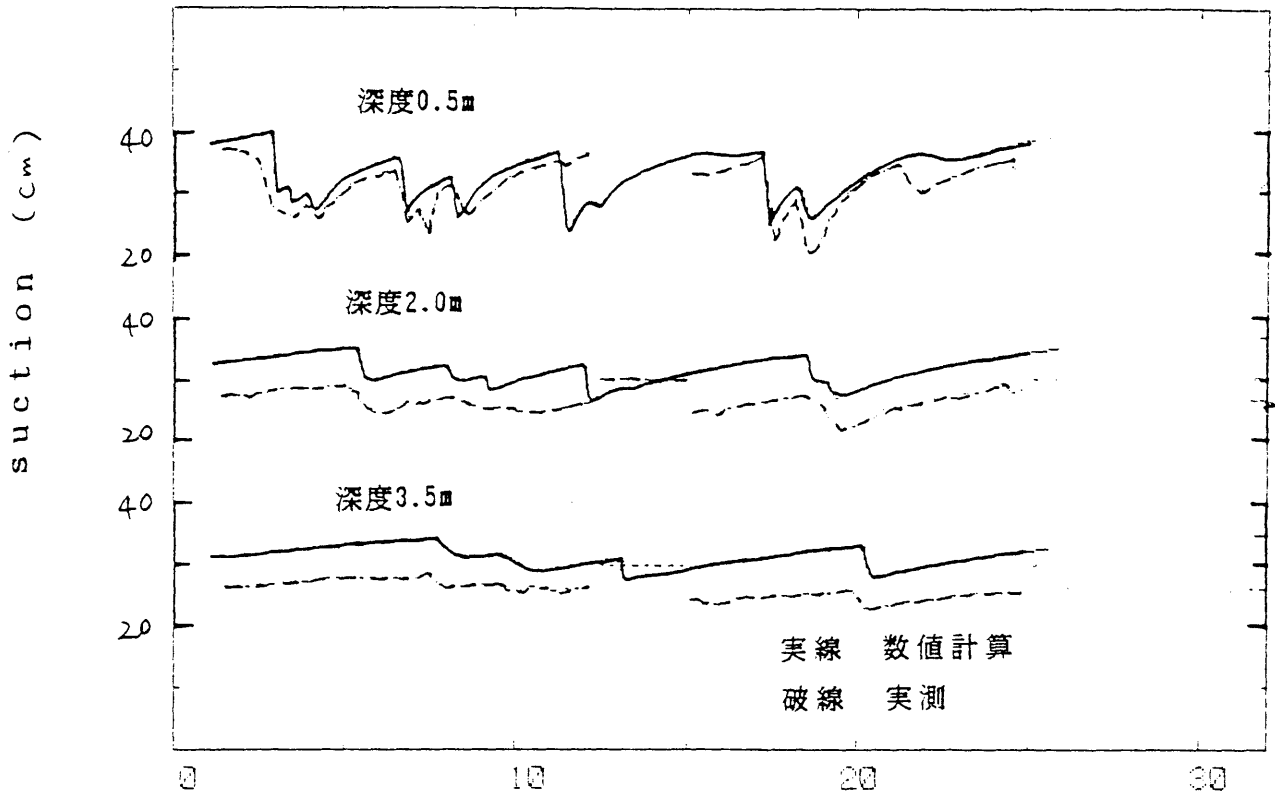


図1-22 雨量、サクション、フラックス、地下水水位の変化(1982年12月)

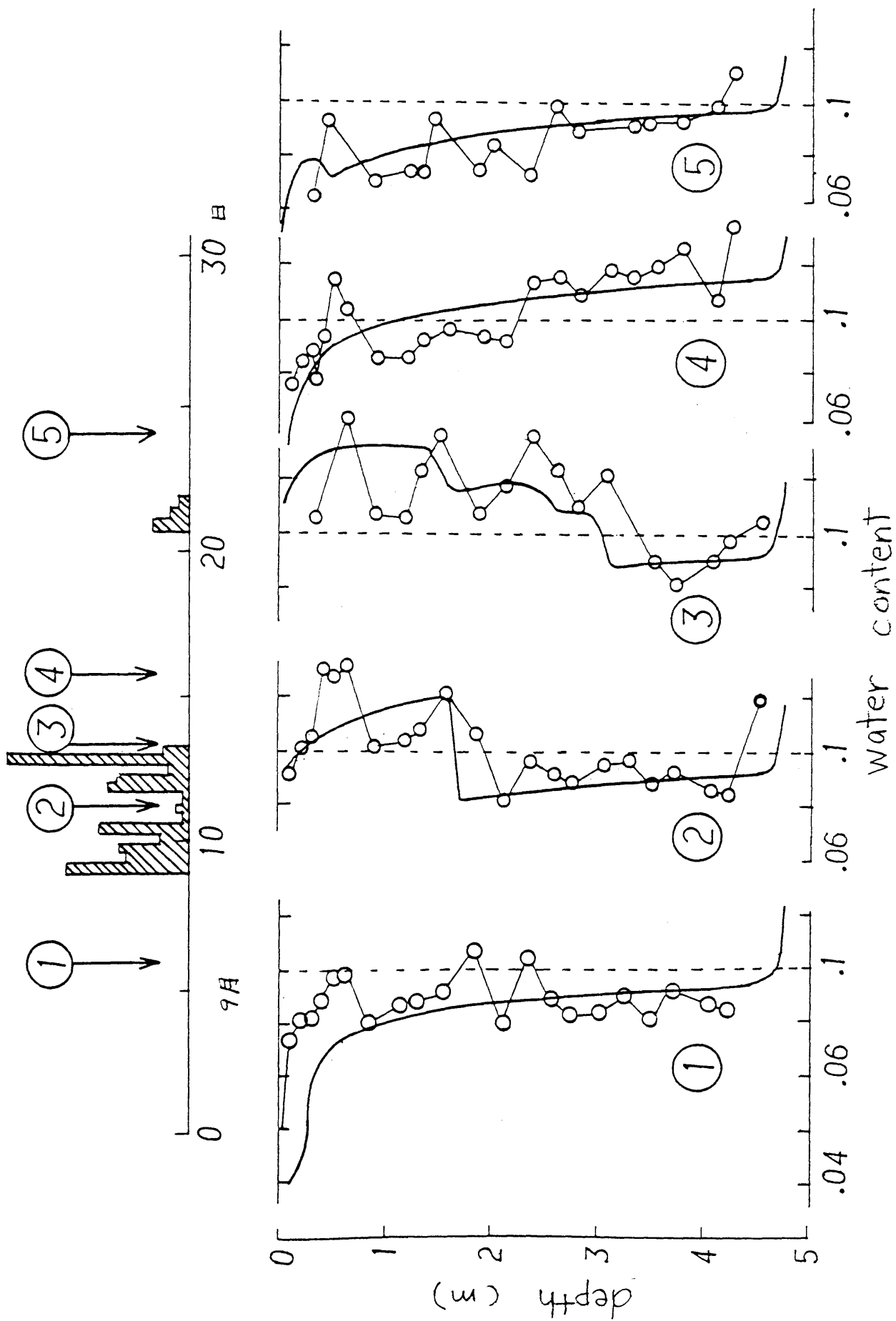


图1-23 水分分布 (山線; 数值計算、プロット; 実測)

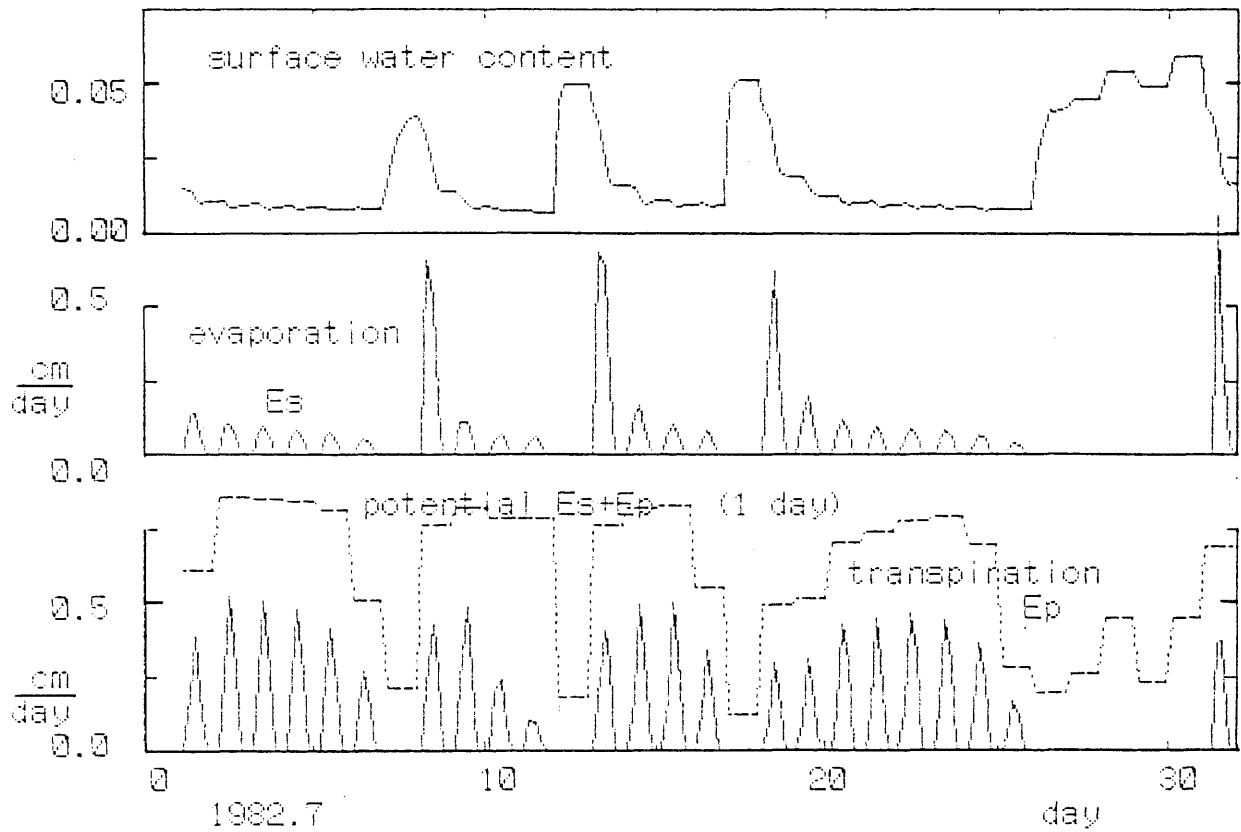


図1-24 表層5cmの平均含水量、土壌面蒸発量 E_s 、蒸散量 E_p 、ポテンシャル蒸発散量の変化（計算による。1982年7月）

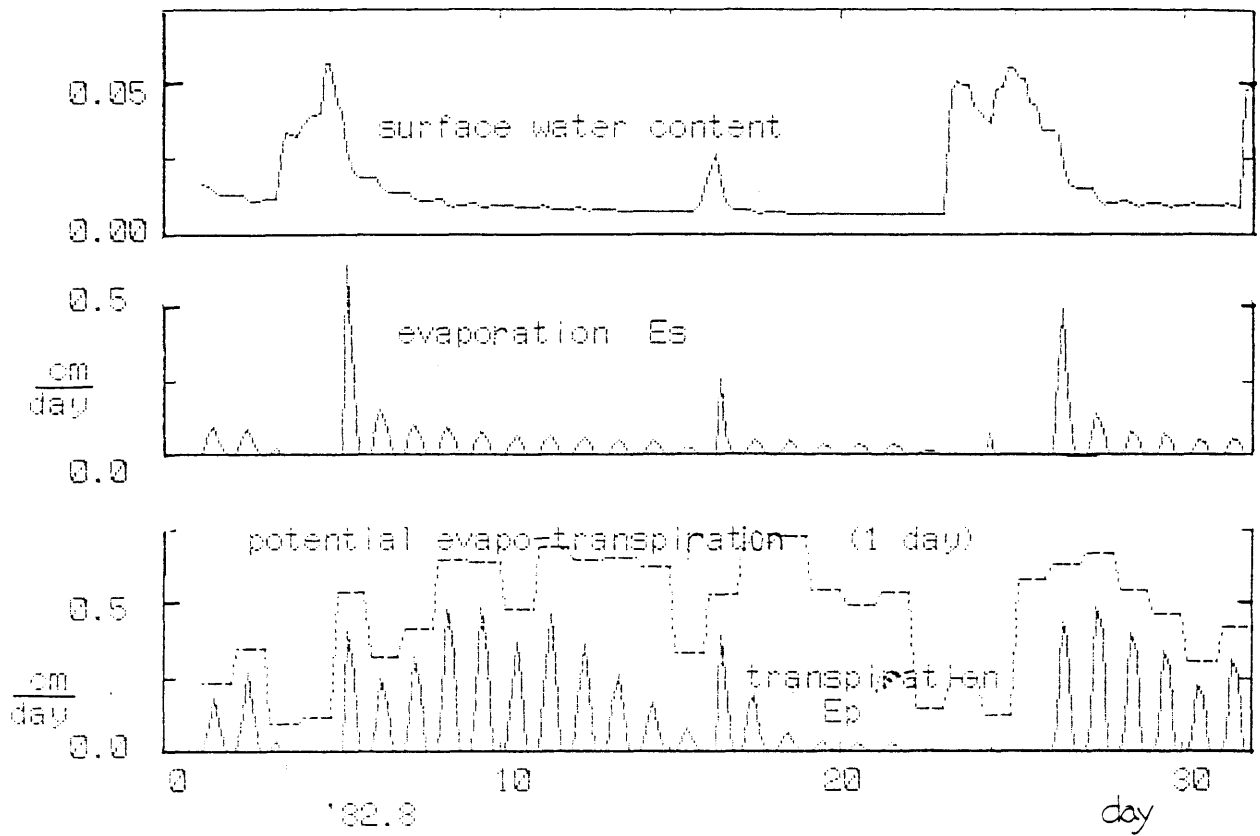


図1-24 表層5cmの平均含水量、土壌面蒸発量 E_s 、蒸散量 E_p 、ポテンシャル蒸発散量の変化（計算による。1982年8月）

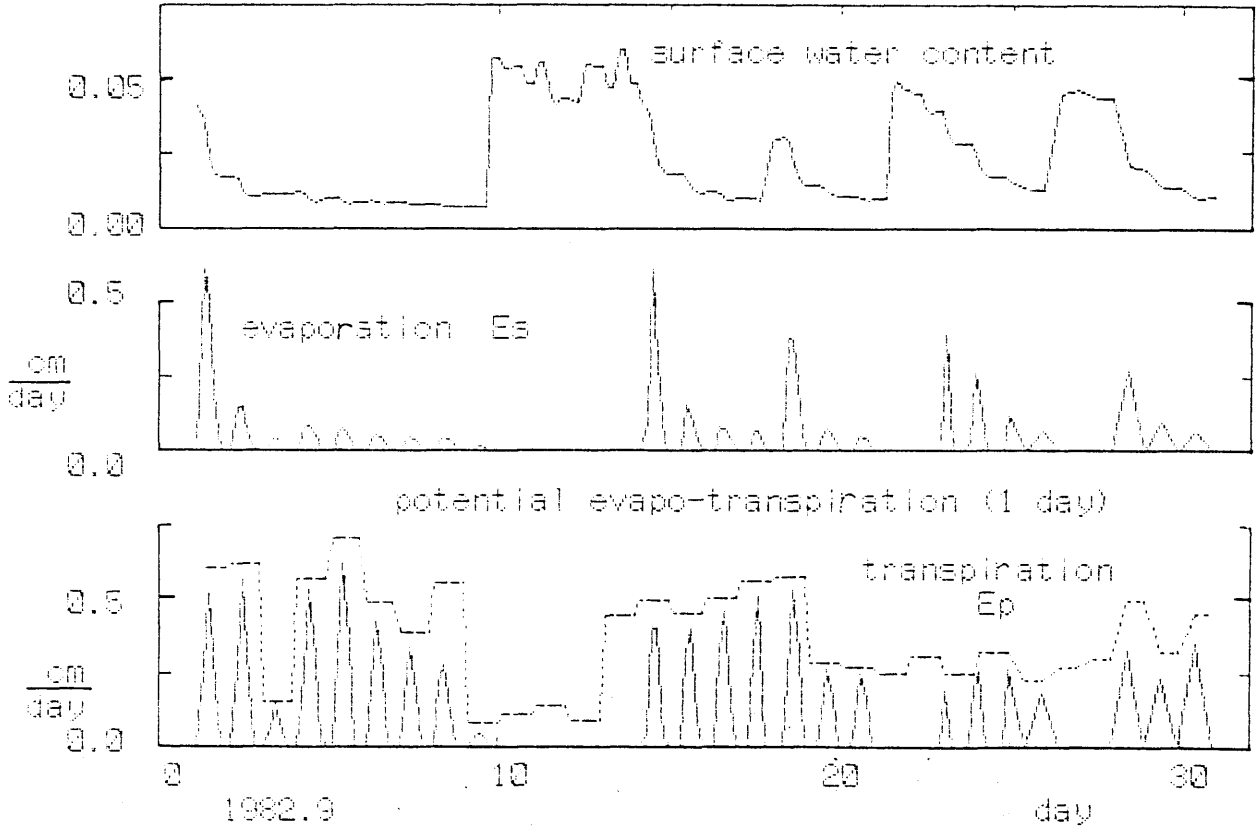


図1-24 表層5cmの平均含水量、土壌面蒸発量 E_s 、蒸散量 E_p 、ポテンシャル蒸発散量の変化（計算による。1982年9月）

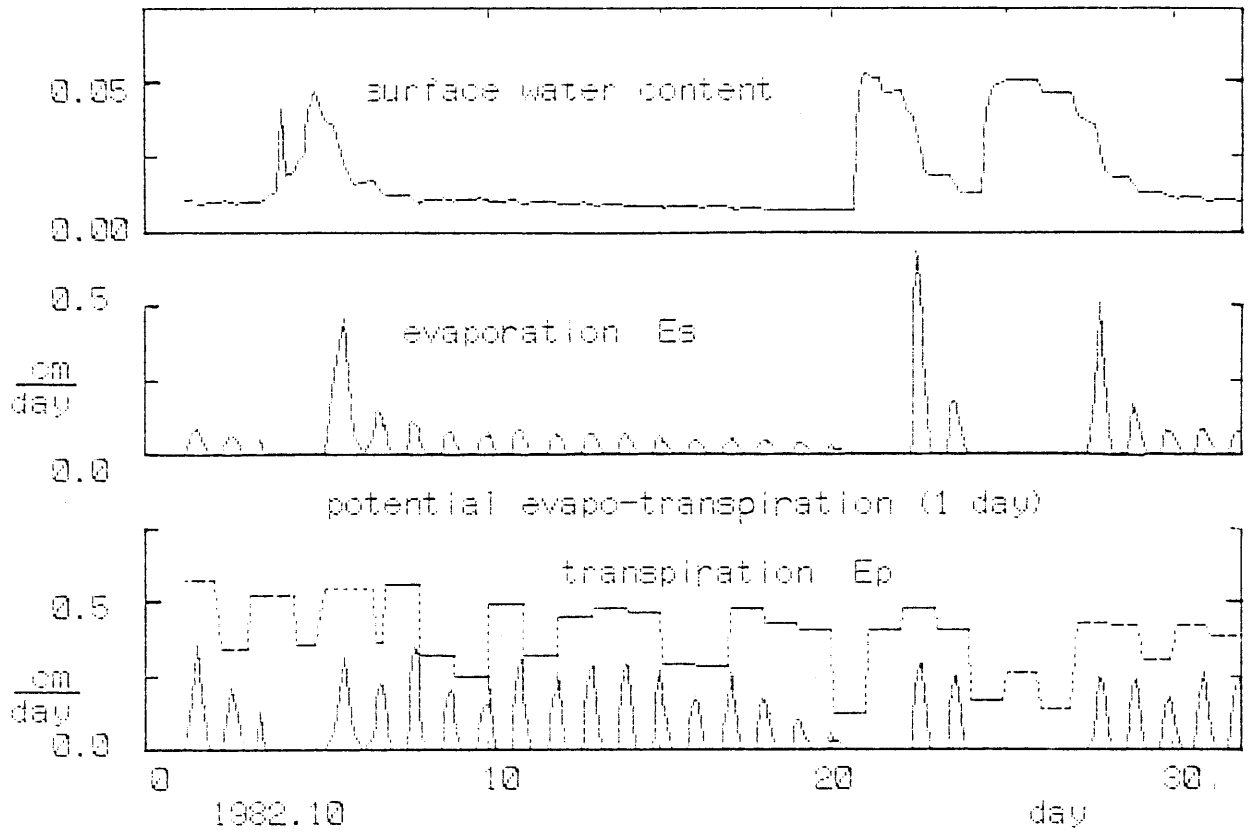


図1-24 表層5cmの平均含水量、土壌面蒸発量 E_s 、蒸散量 E_p 、ポテンシャル蒸発散量の変化（計算による。1982年10月）

第2章 地下水涵養機構としての不飽和流の理論

はじめに

ここでは地下水涵養機構としての不飽和流の一般的で基本的な性質と、地表に与えられるフラックスから任意の深さのフラックスや水分分布を求める簡単な解析モデルを示す。この理論的な解析は、地下水が深いときの不飽和層内の流れでは、地下水面近傍以外では、流れの駆動力としてサクシオン勾配よりも重力が支配的であるという事実に基づいて、この領域で、駆動力としてのサクシオン勾配を重力に対して無視するという近似によって展開される。重力だけを駆動力とする流れの方程式は、非線形な「波動の伝達」を表わすものとなる。

現象を支配する物理法則を表現する偏微分方程式を数値的に解くことは、数値解が正確である限り、精密な実験を行なうことに相当する。本章では、数値実験の結果を考察して現象に対する理論的な理解を深め、逆に、考察に基づく理論的な展開を数値実験によって検証する形で理論を進めた。

はじめに簡単な境界条件での数値実験で排水過程を調べ、浸潤過程と排水過程の基本的な性質と地下水面が不

飽和流に及ぼす影響を考察し、解析的な近似解を示す。

つぎに、より一般的な境界条件に対する解析モデルを展開し、ひとつの降雨に対する先行降雨の影響などの基本的な性質を説明する。

この解析的なモデルは、一般的な初期・境界条件での、数学的に不連続点を含む解であるため、これを非線形偏微分方程式の解析的な解として純粹に数学的な展開だけで誘導することは極めて困難であろう。またそのような純数学的なやり方が好ましいとも思えない。ここで解析的な解を誘導した方法は、もちろん数学の助けをかりているが、むしろ多分に物理的な考察によるものである。この解析モデルによって、さまざまの境界フラックスが与えられたときの流れの物理的な、しかも定量的に明確なイメージを、容易に得ることができる。

第1節 研究史的な背景

土中の水分が時間とともに増加してゆく流れは浸潤と呼び、その逆に水分が減少してゆく流れを排水と呼ぶ。

乾燥した土壌への浸潤過程の初期には、駆動力として重力よりもサクション勾配が大きく、上からの浸潤でも、水平方向への浸潤と同様に、重力を無視した近似が成り立つ。この場合、流れの偏微分方程式は非線形の拡散型（放物型）になる。拡散型方程式の性質はよく知られているように、一般に関数値の空間分布（ここでは水分分布やサクション分布）の変曲を解消し、この分布が直線化する方向に変化が進むというものである。拡散型方程式はボルツマン変換によって常微分方程式に変換できるので、もし初期条件と境界条件がボルツマン変数で表わされれば（例えば初期水分状態が均一で境界の水分量が一定の場合）、水分分布やサクション分布はボルツマン変数（ $x / t^{1/2}$ ）で決まり、拡散問題に特有のきれいな解が得られる¹⁸⁾。

しかし、上からの浸潤が続くと駆動力としての重力の重みが次第に大きくなり、水分分布は拡散型の解から離れてゆく。均一な初期水分状態の土層で、地表面の水分量が一定に保たれるような浸潤の問題の解析的な解法は

Philip¹⁹⁾²⁰⁾²¹⁾によって与えられており、浸潤過程の基本的な性質が説明されている。Philipによれば、浸潤初期には、浸潤前線の幅が拡散的に広がるが、時間とともに一定の形に近づき、この浸潤前線が降下してゆく形で浸潤が進行する。浸潤のこの特徴は、簡単な実験でも容易に観察できるので、定性的にはよく知られているといえよう。またこの現象を単純化して、浸潤前線の進行を表わしたGreen-Amptの式がよく知られている。²³⁾²⁴⁾

これに対して、重力による排水過程については必ずしもよく知られていない。実験室での重力排水の実験と数値解をWatson²⁵⁾が示し、Hillel²⁶⁾も数値解の例を示している。コラム実験や圃場で調べられた排水過程の水分分布は、排水過程の進行が浸潤とは全く異なり、水分勾配が小さく、動水勾配が1（重力の勾配）に近い状態で水分が減少することを示している²⁷⁾。しかしこのように浸潤と排水が現象として大きく異なる理由が明らかにされていないし、排水過程を解析する一般的で解析的な方法は示されていない。Youngs²⁸⁾やJackson²⁹⁾は毛管モデルによって飽和から平衡状態にいたる排水過程を表現しようとした。しかしこの研究は下部に地下水面のある短いコラムが静止平衡するまでの排水量の時間変化曲線の実験結果を説明する単純化した式を提案すること

にとどまり、排水過程のより一般的な問題を毛管モデルに基づいて展開する方向には向かわなかった。これとは違って地下水が深く、その影響のない排水過程について、Gardner³⁰⁾が水分分布が均一であるという現象の単純化を前提にして、現象の簡単な数学的な記述を示しているが、排水過程の理論的な解析までには至っていない。理論とは基本的な物理法則に基づいて現象を説明し（必然性を明かにし）予測できるものである。浸潤と排水の物理的な性格が明確に理解されていないために、例えば、浸潤に対して有効なGreen-Amptのモデルが、全く現象が異なるにもかかわらず、排水過程にも適用できると考えるような誤解すら、内外の研究者の一部に生んでいる。

現実の不飽和土層の下部境界には必ず地下水面がある。浸潤や排水という不飽和層の水分変化に対して、地下水面がどのように影響するのかという問題は現実には重要であるが、Philipの浸潤理論にしても均一な水分状態が無限に深く続いていることを仮定しており、地下水面の影響に対する理論的な検討はなされていない。

地下水が深い土層ならば浸潤前線が地下水面に到達するまで地表面の水分やフラックスが一定に保たれるという条件は、仮想的なもので現実的ではない。浸潤の進行途中で地表面からの水分供給が停止すれば、上部の浸潤

領域は排水過程となり、下部ではさらに浸潤が進行する。この過程は再配分と呼ばれており、再配分過程になると、下部の浸潤速度は急に遅くなる。再配分過程のこのような現象は、実際の流れの観察や流れの方程式の数値解によって知られているが、この流れの基本的な性質や一般的な解析法は知られていない。

さらに、一般にこれまでの解析的な理論や数値解を得るときの典型的な初期条件は、水分状態を均一とするか、平衡状態を考えるか、または定常流を考えるかであろう。しかしこのような初期条件は現実的ではない。現実の不飽和層の水分状態は、地表面の境界条件の変化に応じて深層では浸潤、排水、再配分がさまざまな形で繰り返して生じており、常に非定常な流れの過程にあるのであって、平衡状態や定常状態のような特別の初期条件は現実的には決してありえないことである。

本章で明らかにしようとしているのは、地表面に与えられるフラックスの様々な変化パターンのもとで、浸潤、排水、再配分が様々な生じている現実の深層の不飽和流の理論である。これに対して、浸潤問題の研究に代表されるかつての不飽和流の理論的な研究は、その関心が主に根群域程度の比較的浅いところまでであったとともに、必ずしも現実的ではない単純な特定の初期・境界条件で

の流れの解を得ることに問題設定が限定されており、流れの一般的な性格や性質を理論的に示そうとするものではなかったように思われる。しかしそれはやむを得ないことである。不飽和流は現象を観察すること自体が容易ではなく、流れの一般的な性格や性質を理論的に説明することは、数値解を容易に得ることができ、それによって様々な条件下での現象を詳細に調べることができる時代の研究者の仕事だからである。本章では深層部を含んだ不飽和層の現実的で一般的な初期・境界条件の流れを最終的に考察する。

地下水涵養という問題設定では、Freeze³¹⁾や岡³²⁾がRichards型の方程式の数値解を基に、問題の検討を行っている。この中で岡は、地下水涵養を表わす簡単なモデルの必要性を強調し、そのひとつの試みとして不飽和土層内の内部のフラックスと水分の分布を無視して、不飽和層のフラックス(=地下水涵養フラックス)が土層の平均含量の関数と考えるモデルを示し、これを実際に地下水の流れの計算に使っている³³⁾³⁴⁾³⁵⁾。このモデルは流出フラックスを不飽和層の全貯留量の関数と考える貯留型モデルであり、単純ではあるが、土層内の水分とフラックスの分布を無視してその平均値を扱うため、浸潤・排水といった土層内の特有の流れを無視することに

なる。本章で展開するモデル（伝達モデル）は、不飽和層内部の流れをブラックボックスとして平均化する貯留型モデルではなく、不飽和層内部の浸潤・排水過程の流れを表現し、その結果として生じる地下水涵養フラックスを表現できる簡単な物理的モデルである。

第2節 土中水の移動式とパラメータ

1章で示したように、土中水の流れを支配する物理法則は、質量連続条件とフラックスを与えるダルシー則であり、吸い込み項のない鉛直一次元の連続式とダルシー式は、次のように書かれる。

$$\partial \theta / \partial t = - \partial q / \partial x \quad (2-1)$$

$$q = K (\partial h / \partial x + 1) \quad (2-2)$$

また、(2-2)式を(2-1)式に代入して、サクションを未知数とするRichards型の方程式は

$$\begin{aligned} C \cdot \partial h / \partial t \\ = - \partial (K \cdot \partial h / \partial x + K) / \partial x \end{aligned} \quad (2-3)$$

本章で(2-3)式の数値計算に用いた不飽和透水係数と水分特性曲線は次のようなべき関数型の実験式である。

$$\begin{aligned} k (h) &= k_s & h < h_a \\ k (h) &= k_s (h / h_a)^{R_K} & h > h_a \end{aligned} \quad (2-4)$$

$$\begin{aligned} \theta (h) &= \theta_s & h < h_a \\ \theta (h) &= \theta_s (h / h_a)^{R_W} & h > h_a \end{aligned} \quad (2-5)$$

ここに、 k_s : 飽和透水係数、 θ_s : 飽和体積含水率、

h_a : 空気侵入サクションである。

これより、比水分容量は

$$C(h) = 0 \quad h < h_a$$

$$C(h) = RW \cdot \theta_s (h / h_s)^{RW-1} \quad h > h_a \quad (2-6)$$

排水過程の計算は、シラスと砂丘砂について行った。排水過程で測定した不飽和透水係数と水分特性曲線は図2-1である。パラメータを次表に示す。

	シラス	砂丘砂 1	砂丘砂 2
k_s (cm/day)	35.4	4.41E+4	2573.0
h_a (cm)	41.2	15.0	8.0
θ_s	0.504	0.25	0.35
RK	4.13	9.74	12.4
RS	0.66	1.46	0.96

砂丘砂 1 は排水過程の水分特性曲線を使ったもので、第3節の計算に用いた。砂丘砂 2 は砂丘の実際の水分量-サクション関係に近いもので、第5節の計算に用いた。

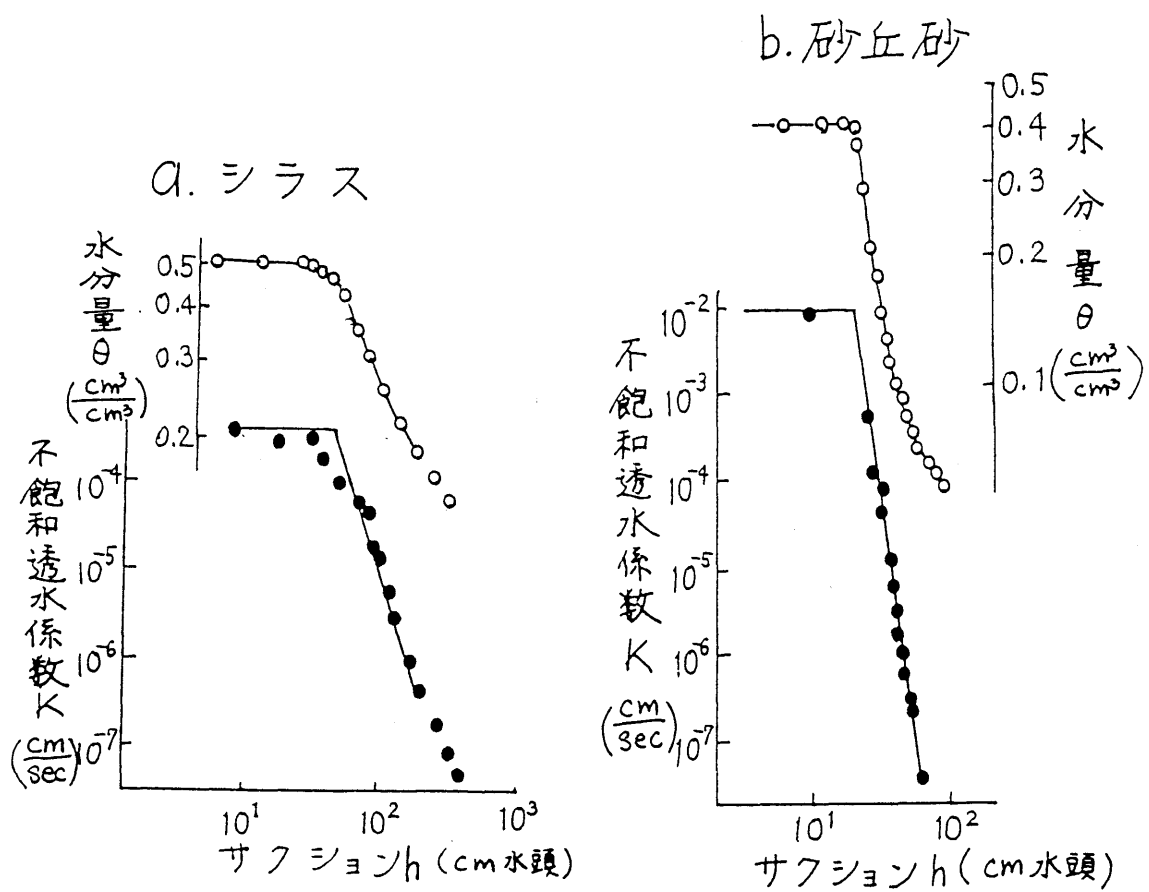


図 2 - 1 不飽和透水係数と水分特性曲線

第3節 排水過程³⁶⁾

1. 問題設定

図2-2のように、地下水面を深さ L に固定し、上部からのフラックス q_1 というひとつの定常流を初期値として、 $t=0$ に q_2 に減少する流れを考える。

上部に与えられるフラックス $q_0(t)$ に対して、地下水面におけるフラックス $q_L(t)$ の対応関係を決める土層の要因は、ひとつは土層を構成する土の物理性であるが、もうひとつは地下水面までの深さ L である。 L が小さければ $q_L(t)$ は $q_0(t)$ に鋭く対応し、時間遅れも小さいであろうが、 L が大きいくほど対応は鈍くなり時間遅れが大きくなると考えられる。そこで、(2-3)式の数値計算により、 L を変えてこの対応関係を調べた。

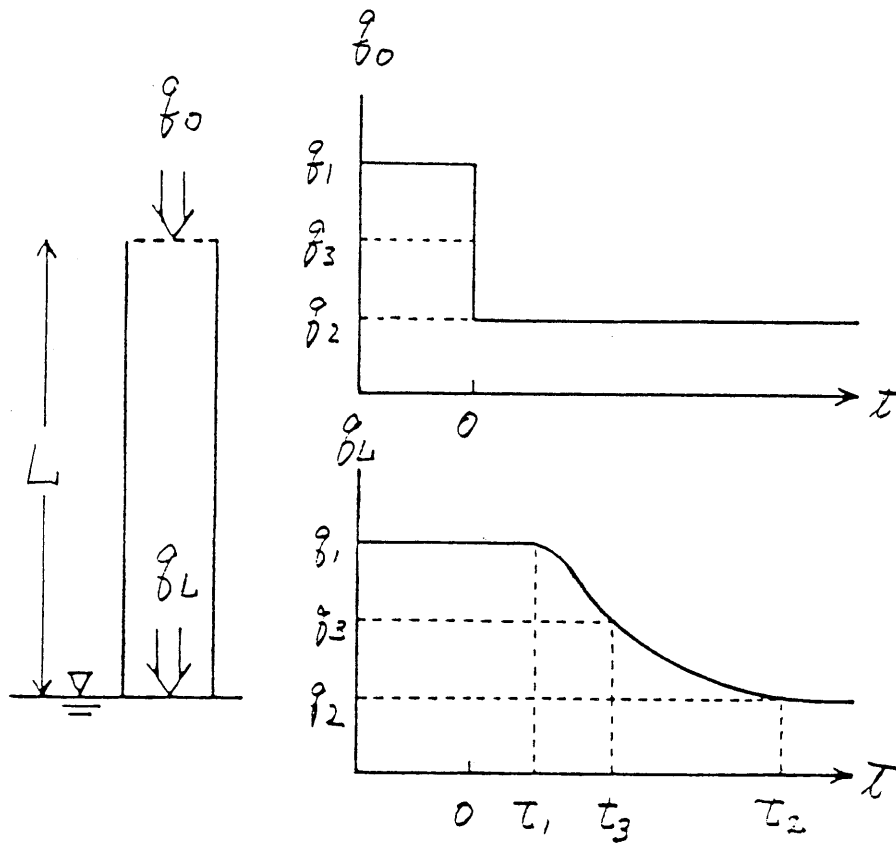


図 2 - 2 排水過程の問題設定

(2) 計算結果

図 2 - 3 は排水過程中のサクシヨン分布と水分分布である。排水過程中の水分分布は、上から下に、排水前線（水分遷移部分を言う）の幅が広がりながら降下する形で進行する。

地下水面におけるフラックス q_L のハイドログラフ（ $q_L \sim \log t$ ）を図 2 - 4 に示す。 $q_L(t)$ は排水前線の先端が地下水面近傍に達する時刻に q_1 から減少し始め、

その後端が達する時間にほぼ次の定常流フラックス q_2 になる。時間を対数にとったこの曲線は、 L の小さいものほど遞減部の傾斜は緩く、全体の時間遅れは L の比よりも小さいが、 L が大きいと時間軸を L の比だけ平衡移動した形になる。すなわち、 $q_L(t)$ があるフラックスがになる時間は L の小さいときは L にたいして明らかに非線形であるが、 L が大きいと L に比例する。

この点を詳しくみるために、 q_0 が q_1 から減少し始める時間を t_1 、ほぼ Q_2 となる時間を t_2 、 q_1 と q_2 の平均値 q_3 となる時間を t_3 として、これらをフラックスの「到達時間」と呼ぶことにして、 L と到達時間との関係を図 2 - 5 に示す。図 2 - 5 の直線は到達時間が L に比例する直線の傾きを表わす。到達時間は L が大きいときは L と比例関係に近いが、 L が小さいときは、それよりも到達時間が小さい。

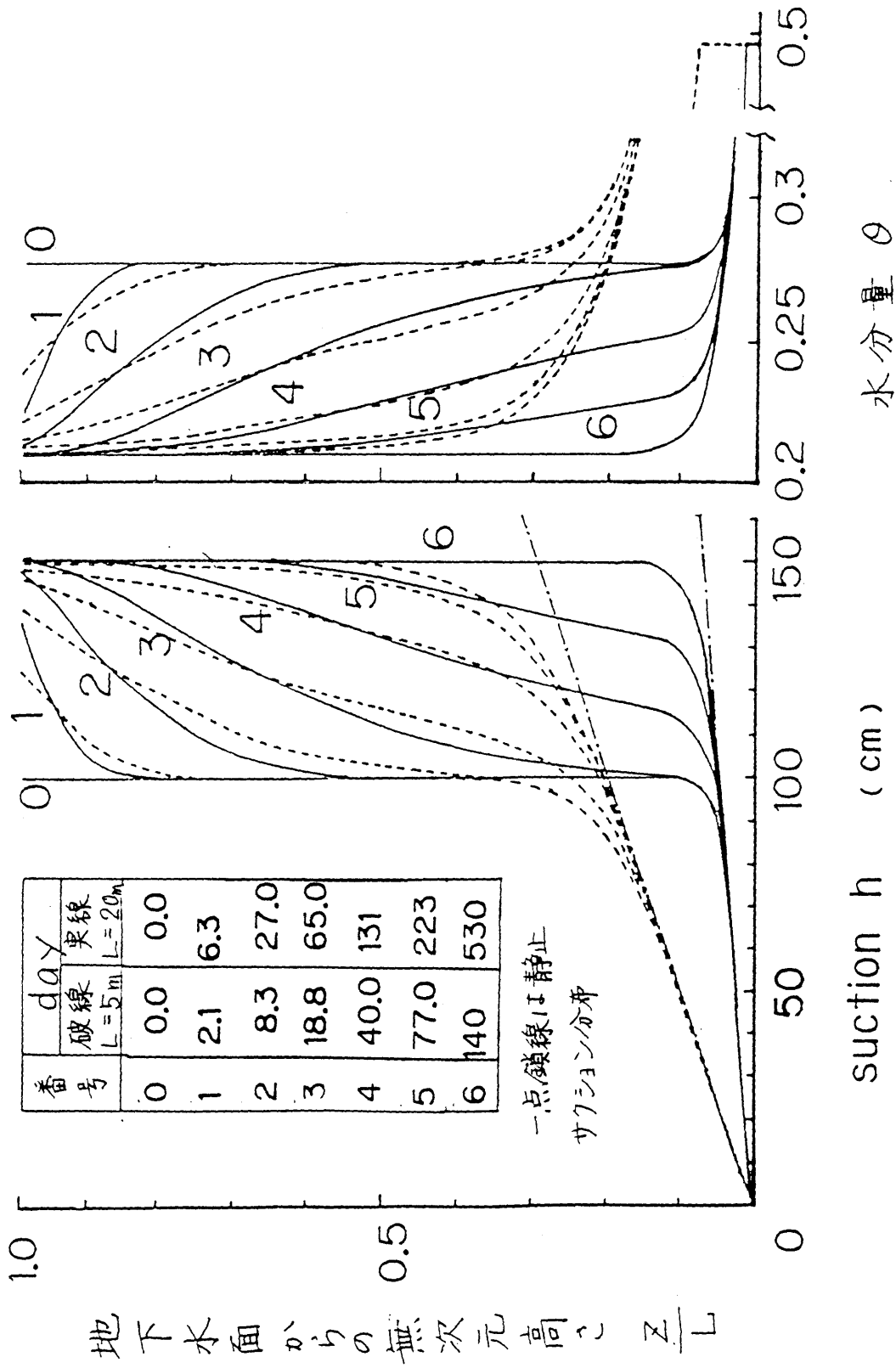


図2-3 サクシオン分布・水分分布 (シラス) (数値実験)

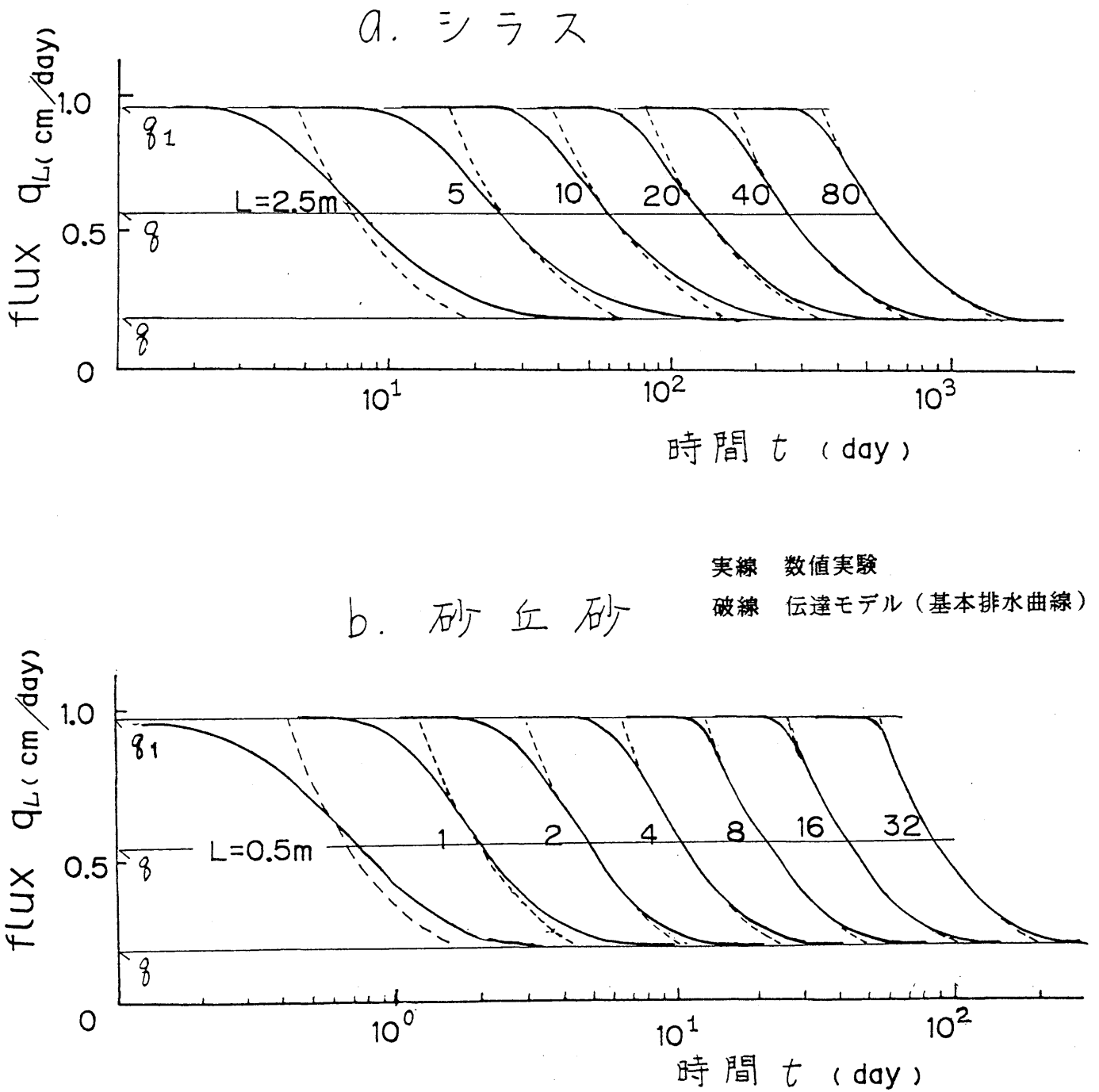


図 2 - 4 地下水面のフラックスのヒドログラフ

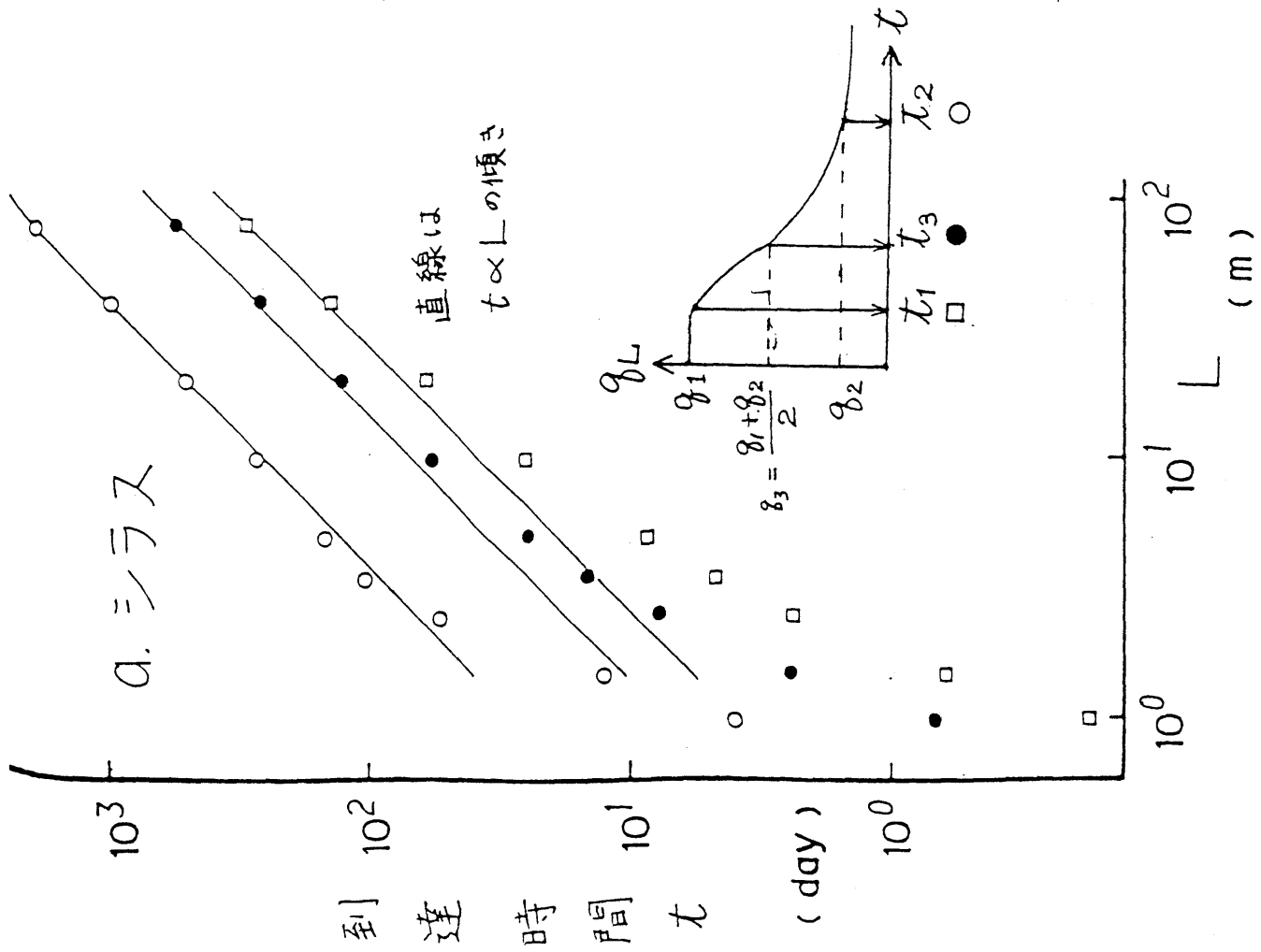


図2-5 層長 L と到達時間の関係

(数値実験)

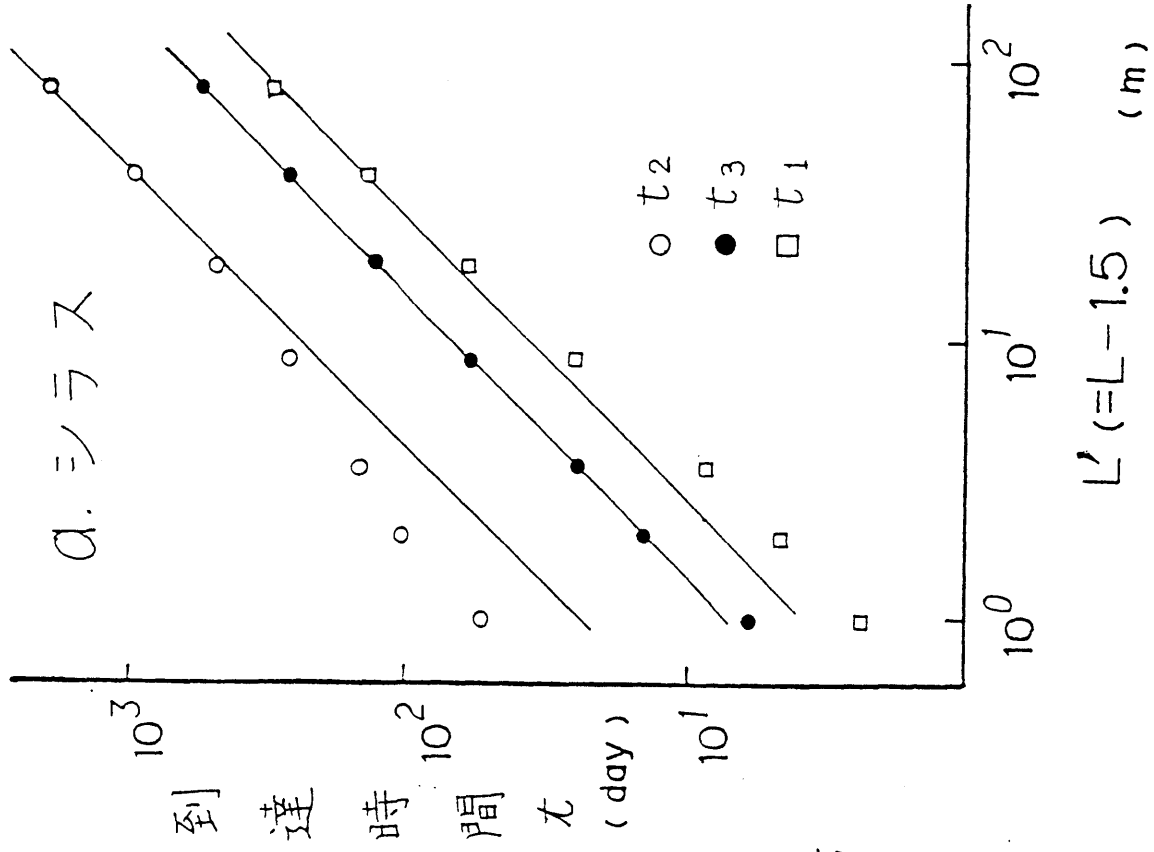


図2-6 L' と到達時間の関係

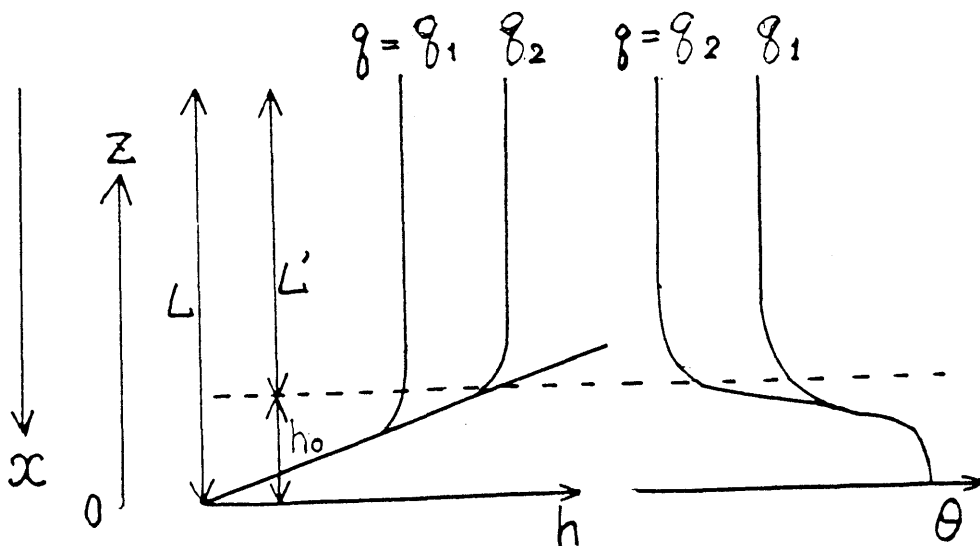
3. 地下水面上のサクシオン・水分分布

図 2 - 3 において、排水過程中のサクシオン、水分分布は、フラックスが q_1 と q_2 の 2 つの定常流に囲まれた範囲で変化する。定常流の分布は上部では均一な水分で、下部では静止サクシオンに近い分布の 2 つの領域にかなりはっきり区分される。地下水面を起点として上向きに正の座標を z ($z = L - x$) として q は下向きのフラックスとすると、(2-2) のダルシー式は次のようになる。

$$q = K (- \partial h / \partial z + 1) \quad (2-2)'$$

これよりフラックスが $q = Q$ である定常流において、サクシオン勾配は次のように与えられる。

$$d h / d z = - Q / K (h) + 1 \quad (2-7)$$



ここで、 $Q = K(h_0)$ とし、飽和透水係数を K_s として、 $K_s \gg K(h_0)$ である場合を考える。 $K(h)$ は連続な減少関数なので、地下水面近傍では、

$$K(h) \gg Q$$

が成立し、(2-7)式は $dh/dz = 1$ となる。したがって、サクシヨン分布はほぼ静止サクシヨン分布となって、 h は z に比例して増加する。しかし、 $h \rightarrow h_0$ で $K(h) \rightarrow Q$ により、 $dh/dz \rightarrow 0$ となるので上部では一定値サクシヨン分布に近くなる。砂のような粗粒土ほど、 $K(h)$ の $h = h_0$ 付近での dK/dh の変化が大きく、 $K(h) \gg Q$ の条件が成立する h の範囲が h_0 の近くまで及び、静止サクシヨンから一定値サクシヨン分布への変化が急になる。2つの領域のこの区分点は $z = h_0$ の高さである。一定値のサクシヨン分布は、地下水面が無限に深く地下水面の影響が及ばないときの分布である。地下水面が存在してもその影響の及ぶ範囲は限られていて、定常流のサクシヨン分布が一定値である領域にはその影響は及んでいない。このように地下水面上のサクシヨン分布は、 $z = h_0$ の高さを境に、地下水面の影響の大きい特異な部分と、その影響の及ばない上部領域とに比較的明瞭に区分される。

4. 非定常流への地下水面の影響

連続式を再記すると、 z 軸を用いて

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_z = -\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right)_t \quad (2-1)$$

偏微分方程式の添字は固定する変数を明示するものである。(2.1)式では $\theta(z, t)$ 、 $q(z, t)$ であるが、これを $z(q, t)$ 、 $q(z, t)$ とみて、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_q &= \\ & -\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_z / \left(\frac{\partial q}{\partial z}\right)_t \\ \left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_z &= \left(\frac{\partial q}{\partial \theta}\right)_z \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_z \end{aligned}$$

の関係により、連続式は次式に書き換えられる。

$$-\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_q = \left(\frac{\partial q}{\partial \theta}\right)_z \quad (2-8)$$

この書き換えられた連続式は、あるフラックス q を与える点 z の下方への移動速度 $-\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_q$ がその地点での体積含水率に対するフラックス変化率 $\left(\frac{\partial q}{\partial \theta}\right)_z$ に等しいことを示している。

フラックスを異にする二つの定常流の地下水面近くの水分分布を比較すると、その水分量差が飽和面に向かって小さくなり、飽和領域ではゼロになることがわかる。すなわち、 $(\partial q / \partial \theta)_z$ が地下水面に向かって大きくなるということであり、したがって、フラックスの伝達速度 $-(\partial z / \partial t)$ は地下水面に近いほど速く、飽和領域ではフラックスの伝達に時間を要さない。

図2-5のLが小さいときのフラックス到達時間が短いことは、地下水面近くでフラックス変化の伝達が速いことによって説明される。

5. L' と到達時間の関係

地下水面近くのフラックス変化の伝達が著しく速い領域を $z = h_0$ までとすると、 $z = 0$ の地下水面で計測されるフラックスは、 $z = h_0$ で計測されるフラックスと近似的に等しいとみなすことができ、上部領域の長さを L' ($= L - h_0$) とすると、上部境界のフラックス変化が地下水面に到達する時間は L' で決まると考えられる。 h_0 の目安は、考えているフラックス q に対して、 $q = k(h)$ を満たすサクション h に相当する高さである。

そこで、 $h_0 = 1.5\text{m}$ (シラス) および $h_0 = 0.3\text{m}$ (砂丘砂) として、 L' と到達時間 t_1 、 t_2 、 t_3 の関係を図2

- 6 に示す。 t_3 は L' と比例関係であり、 t_1 、 t_2 も L' が大きくなるにしたがって、 L' と比例関係となる。

$z > h_0$ の上部領域ではその水分状態に地下水面の影響が及ばず、ある時間の水分状態は上部境界からの深さ x だけで決まり、地下水の深さにはよらないから、図 2-6 は地下水が十分深いときの、深さ $x = L$ とフラックス到達時間の関係を表わすとみてよい。

6. 排水前線の降下と拡大

排水過程は、土中の水分分布からみれば、 $t = 0$ で最上部に生じた排水前線が広がりながら降下してゆく現象である。排水前線の拡大とは、水分遷移部分が長くなり、水分勾配、サクション勾配が小さくなることをいう。排水前線の各部分が降下するのに要する時間は、地下水面におけるフラックスの到達時間を与え、排水前線が拡大するために地下水面のフラックス $q_L(t)$ は徐々に減少する。このように排水前線が時間とともに広がることは、浸潤では浸潤前線が広がらずに一定の形になることと対照的である。したがって、浸潤では前線の到達時点で $q_L(t)$ は急に立ち上がるが、排水では $q_L(t)$ は急減するのではなく、遅減曲線になるのである。

排水前線の発達した段階では、サクション勾配が小さ

くなり、動水勾配はほとんど1なので、フラックス q はその地点の不飽和透水係数 $k(\theta)$ に等しいとみなすことができる。このとき、 q は θ の関数となる。 L が大きいとき、フラックスの到達時間が L' に比例するという結果は、水分分布上である θ （および q ）を与える点の降下速度が一定速度になるということで、しかも θ の大きい点ほど降下速度が速く、排水前線の広がり方も一定速度になるということである。

方程式(2-3)において排水前線を拡大する要因のひとつは拡散項である。拡散項は水分分布の変曲を解消し、水分分布を滑らかにするように作用する。しかし、仮に排水前線の拡大が拡散項だけ生じるとすると、排水前線上での拡散項の大きさは、拡散現象の特徴として、時間の $1/2$ 乗に比例して減少するから、排水前線の広がる速度が一定になるという結果は、拡散項では説明できない。排水前線の拡大の主な要因は重力項にある。

7. 排水過程、浸潤過程における重力項の役割

ダルシー式(2-2)において駆動力としてのサクション勾配を無視して、重力だけで水分移動が生じると考えよう。このとき、ダルシー式は次式となる。

$$q = k(\theta) \quad (2-9)$$

これを連続式(2-1)に代入すると、

$$\begin{aligned}\partial \theta / \partial t &= - \partial k / \partial x \\ &= - (d k / d \theta) \cdot (\partial \theta / \partial x)\end{aligned}\tag{2-10}$$

ここで

$$d k / d \theta = v (\theta)\tag{2-11}$$

とおくと

$$\partial \theta / \partial t = - v (\theta) \cdot (\partial \theta / \partial x)\tag{2-12}$$

この形の一階の偏微分方程式の解が、速度 v で一方向に伝わる θ のパターン

$$\theta = \theta (x - v (\theta) \cdot t)\tag{2-13}$$

である^{16) 37)}ことは、(2.12)式に入れて微分すれば確かめられる。(2-13)式は、

$$x - v (\theta) \cdot t = \text{一定値}$$

の条件下で、 θ が一定値をとるということで、時間とともに速度 v で x の正方向に伝わる θ の分布を表わす。

(2-9)式のようにフラックス q は θ の関数だから、(2-

12)式と(2-13)式の θ の代わりに q を使った

$$\partial q / \partial t = -v(\theta(q)) \cdot \partial q / \partial x \quad (2-14)$$

$$q = q(x - v(\theta(q)) \cdot t) \quad (2-15)$$

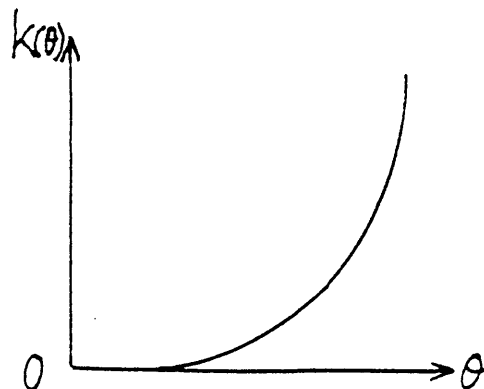
も成立することを容易に確かめられる。したがって、 $v(\theta(q))$ は q を与える点の移動速度とみてもよい。

不飽和透水係数 $k(\theta)$ は増加関数であるから

$$dk/d\theta = v(\theta) > 0 \quad (2-16)$$

であり、 θ は x の正方向、すなわち下方に進む分布となる。このことは、浸潤または排水の水分分布が下向きに移動すること、すなわち浸潤または排水前線が上から下に降下することに対応する。ところで、水分分布上の θ の降下速度 $v(\theta)$ は θ の関数であり、 θ の大きさによって降下速度が異なるので、水分分布は時間とともに全体が降下すると同時に変形が生じる。

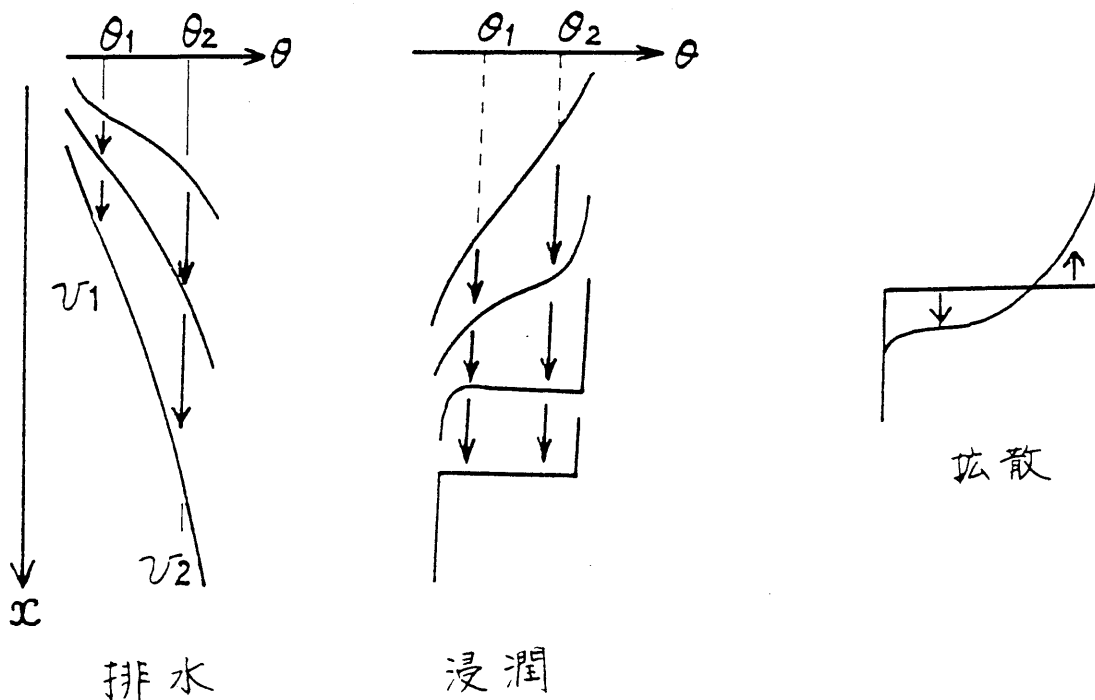
水分分布の移動速度 $v(\theta)$ について考えよう。一般に不飽和透水係数 $k(\theta)$ は下に凸の曲線で、



$$d v / d \theta = d^2 k / d \theta^2 > 0 \quad (2-17)$$

という性質をもっており、 θ が大きいほど降水速度 v は大きい。

このため、上部ほど水分の大きい浸潤時の水分分布は、下図のように、上部の θ の大きい点の速度の方が速いため浸潤の進行とともに水分変化部分が圧縮され水分勾配が大きくなり、あるところで上部の大きな θ が下方の小さな θ に追いつき、水分分布が急変する不連続点となる。これが浸潤前線であり、流体力学における「衝撃波」である。浸潤では初期水分分布がどのようなものでも、時間がたてば必ずこの「衝撃波」を生じる。実際の水分分布では、拡散項が水分分布を広げるので、浸潤前線は一定の幅と滑らかな形をもつ。



一方、下部ほど水分の大きい排水時の水分分布は下部の θ の大きい点の速度の方が速いために浸潤の進行とともに水分変化部分が広がって水分勾配が次第に小さくなり、水分は時間とともにいくらかでも均一になる。拡散項は排水の初期と最上部で水分勾配を広げる役割を果たすが、水分分布が滑らかになるほどその作用は小さくなり、ほとんど重力項だけで水分分布の降下と均一化が生じるようになる。このとき、 θ を与える点の降下速度 $v(\theta)$ は時間によらず一定であり、フラックスも一定速度で降下する。

(2-17)式のような不飽和透水係数の性質に基づく重力項の作用が、浸潤時には水分分布を圧縮し、浸潤前線の水分急変を生み出し、排水時には水分を均一化するのである。

第4節 排水過程・浸潤過程の近似解

地下水が深い場合、駆動力としてサクション勾配よりも重力の比重が大きく、地下水面の影響のない $z > h_0$ の領域では、重力項に対して拡散項を無視した(2-12)式に基づいて、近似的な流れの解析で流れの様相を十分にあらわすことができる。

すでに述べたように、(2.12)式の解は(2.13)式のように速度 $v(\theta)$ で移動する θ の分布であるから、 θ が一定の値となる点 x の移動を考えると、与えられた初期分布上の θ の位置から出発して、 t 時間後には $v(\theta)t$ の距離だけ移動する。したがって、 $v(\theta)$ と初期分布がわかっているならば、「 $\theta = \text{一定}$ 」の点を追跡することで任意の時間の水分分布を求めることができる。

1. 一般的な初期値問題の解法

不飽和透水係数 $k(\theta)$ の関数形を $K(\theta)$ とする。

k は変数名、 K は関数形であり、このことを

$$\theta \rightarrow k \quad ; \quad k = K(\theta) \quad (2-18)$$

と表現する。 K の逆関数を K^{-1} とする。すなわち

$$k \rightarrow \theta \quad ; \quad \theta = K^{-1}(k) \quad (2-19)$$

$v(\theta) = dk / d\theta$ であるが、 $v(\theta)$ の関数形を

$V(\theta)$ とする。すなわち、

$$\theta \rightarrow v \quad ; \quad v = V(\theta) \quad (2-20)$$

であるが、もちろん $V(\theta)$ は $K(\theta)$ の導関数であり、

$$V(\theta) = K'(\theta)$$

V の逆関数を V^{-1} とする。すなわち

$$v \rightarrow \theta \quad ; \quad \theta = V^{-1}(v) \quad (2-21)$$

関数 K が与えられれば、 K^{-1} 、 V 、 V^{-1} のいずれの関数形も決まる。

水分分布を $x(\theta, t)$ によってあらわす。初期分布を

$$x_0(\theta) = x(\theta, 0)$$

とすると、時刻 t の分布は

$$x = x_0(\theta) + V(\theta) t \quad (2-22)$$

である。(2-22)式を θ について解けば、 $\theta(x, t)$ の形で水分分布を表わすことができる。

フラックス q については、(2.9)式、(2.19)式より

$$\theta = K^{-1}(q) \quad (2-23)$$

を(2-22)式に代入すれば、

$$x = x_0(K^{-1}(q)) + V(K^{-1}(q)) t \quad (2-24)$$

によって、フラックス分布 $x(q, t)$ が与えられる。

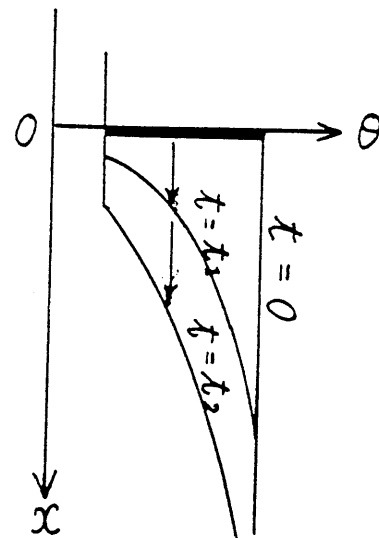
(2.24)式を q について解けば $q(x, t)$ の形でフラックス分布を表わすことができる。

以上のように、関数 K と初期分布 $x_0(\theta)$ から任意の時刻の水分分布やフラックス分布が求められることがわかる。これは、領域内の水分分布に不連続点（衝撃波）が形成されない限り、浸潤、排水のいずれの流れについても適用できる。

2. 排水過程の解法

図 2 - 2 の排水過程を考える。

この問題は (2-9)式の下では、初期水分が均一（ $z > h_0$ の範囲）で、地表境界にフラックスが与えられる初期値・境界値問題である。(2-9)式の下で、この問題は x の無限領域に、右図のような初期分布が与えられた



ときの初期値問題と等価である。 $t = 0$ で $x = 0$ の位置にある水分分布上の全ての θ が時間とともに降下するのである。この場合すべての θ について

$$x_0(\theta) = 0 \quad (2-25)$$

であるから、水分分布 (2-22) は

$$x = V (\theta) t \quad (2-26)$$

となる。これを θ について解けば、

$$\theta = V^{-1} (x / t) \quad (2-27)$$

となって、水分分布 $\theta (x, t)$ が与えられる。

フラックス分布 $x (q, t)$ は、(2-26)式に(2-23)式を代入して

$$x = V (K^{-1} (q)) t \quad (2-28)$$

となる。(2-27)式と(2-9)式より、 $q (x, t)$ は

$$q = K (V^{-1} (x / t)) \quad (2-29)$$

となって、フラックス分布 $q (x, t)$ が与えられる。

地下水面のフラックスは、 $L' = L - h_0$ を改めて L と書くことにして、 $x = L$ におけるフラックスであり、

$$q (L, t) = K (V^{-1} (L / t)) \quad (2-30)$$

3. $k (\theta)$ がベキ関数のときの解

不飽和透水係数 $k (\theta)$ の関数形が α 、 p 、 θ_r を定数として

$$k = K (\theta) = \alpha (\theta - \theta_r)^p \quad (2-31)$$

のように与えられるとする。ここに α 、 p 、 θ_r は実験定数である。このとき、 $v (\theta)$ は

$$v = V(\theta) = \alpha p(\theta - \theta_r)^{p-1} \quad (2-32)$$

(2-19)、(2-21)の各関数は

$$\theta = K^{-1}(k) = \alpha^{-1/p} k^{1/p} + \theta_r \quad (2-33)$$

$$\theta = V^{-1}(v) = \alpha^{1/(1-p)} p^{1/(1-p)} v^{1/p-1} + \theta_r \quad (2-34)$$

水分分布(2-26)式と(2-27)式は

$$x(\theta, t) = \alpha p(\theta - \theta_r)^{p-1} t \quad (2-35)$$

$$\begin{aligned} \theta(x, t) \\ = \alpha^{1/(1-p)} p^{1/(1-p)} (x/t)^{1/p-1} + \theta_r \end{aligned} \quad (2-36)$$

深さ $x = L$ におけるフラックス(2-30)式は

$$q(L, t) = \alpha^{1/(1-p)} p^{p/(1-p)} (L/t)^{p/p-1} \quad (2-37)$$

図2-4の点線は(2-37)式を描いたものである。この重力項だけの近似解は、 L が大きいほど数値解に近くなる。拡散項を含む数値解のフラックス到達は、近似解と比較すると、排水先端が速く、後端の到達が遅れており、拡散項が水分分布をさらに広げていることがわかる。しかし、この逓減曲線全体の位置は近似解で表わされている。

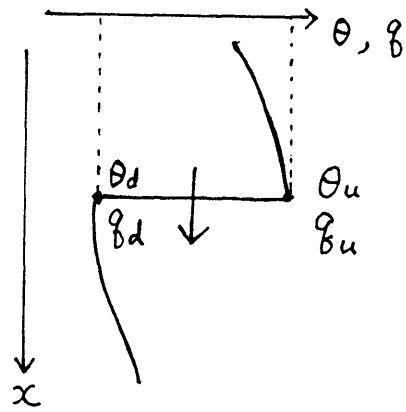
(2-30)式またはその具体的な例としての(2-37)式は、
 $t = 0$ で地表面のフラックスが減少(または停止)した
 ときのフラックス変化が、深さ $x = L$ にどのように伝わ
 るかを示す逓減曲線であり、「基本排水曲線」と呼ぶこ
 とにして、 $q_b(t)$ と表わす。この曲線は、後でパルス
 的なフラックスの伝達を考える上でも重要な意味をもつ。
 基本排水曲線は L/t の関数であるから、 L に比例し
 て時間に対する逓減が緩やかになる。

4. 浸潤前線の進行速度

すでに述べたように浸潤過程では、初期に滑らかな水
 分分布であっても、時間がたてば水分勾配が急になって
 不連続な水分分布(衝撃波)となり、この不連続な水分
 分布は浸潤の進行によって解消されない。連続な水分分
 布に対しては $v(\theta)$ が「 $\theta = \text{一定}$ 」点の移動速度であ
 るが、水分分布が不連続になると、これによって分布の
 移動速度を与えることができない。これは $\theta(x)$ が不
 連続な点では、物理的な連続条件を(2-12)式で表現でき
 ないということである。しかしこの場合、浸潤前線での
 物理的な連続条件を考えれば、その進行速度は容易に求
 めることができる。

浸潤前線の浸潤部分の水分量を θu 、そのフラックスを

q_u 、浸潤前線の未浸潤部分の水分量を θ_d 、そのフラックスを q_d とし、時間 Δt に浸潤前線が x から $x + \Delta x$ に移動するとして、断面 x と $x + \Delta x$ の区間で連続条件を考えると、



$\Delta t \rightarrow 0$ 、 $\Delta x \rightarrow 0$ の極限で、 Δt 時間内の区間への上からの侵入水量は $q_u \Delta t$ 、下からでる水量は $q_d \Delta t$ であり、区間内の水分増加量は $(\theta_u - \theta_d) \Delta x$ であるから

$$(\theta_u - \theta_d) \Delta x = (q_u - q_d) \Delta t$$

より前線の進行速度 v は

$$v = \Delta x / \Delta t = (q_u - q_d) / (\theta_u - \theta_d)$$

(2-38)

である。(2-9)式より

$$q_u = k(\theta_u)$$

$$q_d = k(\theta_d)$$

を(2-38)式に代入すれば、前線の進行速度は

$$v = (k(\theta_u) - k(\theta_d)) / (\theta_u - \theta_d)$$

(2-39)

によって与えられる。

(2-39)式において、水分分布が連続ならば、

$$\theta_d \rightarrow \theta_u$$

となるから、このとき v は

$$v = dk / d\theta = v(\theta)$$

となるが、これは $\theta(x)$ が連続のとき、「 $\theta = \text{一定}$ 」点の移動速度が $v(\theta)$ であるということで、(2-12)式の解(2-13)式の示すことに他ならない。

(2-39)式において、 θ_d を固定して、 θ_u の大きさが浸潤前線の進行速度をどのように変えるかを考えよう。

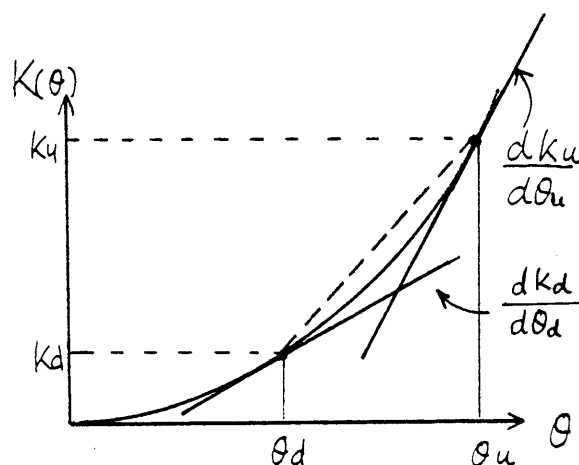
θ_d が増加すると $k(\theta_u)$ も増えるが、 $k(\theta)$ は(2-17)式の性質がある。これは θ の増加率よりも $k(\theta)$ の増加率の方が大きいということであるから、 θ_u が増加すると v は増加する。もう少し厳密に示そう。(2-39)式を θ_u で微分すると

$$\begin{aligned} dv / d\theta_u &= (dk_u / d\theta_u \cdot (\theta_u - \theta_d) \\ &\quad - (k_u - k_d)) / (\theta_u - \theta_d)^2 \end{aligned} \tag{2-40}$$

となるが、 $\theta_u > \theta_d$ だから

$$\begin{aligned} dk_u / d\theta_u &> (k_u - k_d) / (\theta_u - \theta_d) \\ &> dk_d / d\theta_d \end{aligned} \tag{2.41}$$

(2-41)式の代数的な証明
 は平均値の定理を使えば
 よいが、右図より明か
 であろう。これより、(2-
 40)式の分子が正だから



$$d v / d \theta u > 0 \quad (2-42)$$

である。

したがって、浸潤部分の水分量 θu (およびフラックス $q u$) が大きいほど浸潤前線の進行速度は速くなる。すなわち、初期水分分布が同じならば、与えられる浸潤フラックスが大きいほど浸潤前線の進行速度も大きくなる。この性質は、不飽和透水係数が条件(2-17)式の性質を持つことから生じるものである。

次に、 θu を固定して、未浸潤部の水分量 θd が浸潤前線の進行速度にどのように影響するかを考えよう。前と同様に(2-39)式の v を、今度は θd で微分すると

$$d v / d \theta d = (- (d k d / d \theta d) \cdot (\theta u - \theta d) + (k u - k d)) / (\theta u - \theta d) ^ 2 \quad (2-43)$$

ここで不等式(2-41)より、(2-43)式の右辺の分子が正なので、

$$d v / d \theta d > 0 \quad (2-44)$$

であり、未浸潤部の水分量 θd (およびフラックス $q d$) が大きいほど浸潤前線の進行速度は速い。すなわち、同じ浸潤フラックスでは、前方の未浸潤部分の水分(およびフラックス)の多い方が浸潤前線の進行速度が速いのである。この重要な性質は、同程度の雨量による浸潤が引き続いて起こると、後からの浸潤の方が未浸潤部分の水分量 θd が大きいために浸潤前線の進行速度が大きく、先行する浸潤前線に追いついて、浸潤前線の重ね合わせが起こる理由となる。この浸潤の性質の根拠も結局、不飽和透水係数の性質(2-17)式によるのである。

5. 浸潤過程の近似解

表面のフラックスが q_2 の定常流から時刻 $t = 0$ に q_1 に増加するような単純な浸潤過程では、浸潤部分と未浸潤部分の水分量とフラックスが一定だから、浸潤前線の進行速度 v も一定で

$$\begin{aligned}
 v &= (q_u - q_d) / (\theta_u - \theta_d) \\
 &= (q_1 - q_2) / (K^{-1}(q_1) - K^{-1}(q_2))
 \end{aligned}
 \tag{2-45}$$

不飽和透水係数 $k(\theta)$ が (2-31) 式で与えられるとき、

(2-40) 式は (2-33) 式より、

$$v = (q_1 - q_2) / (\alpha^{-1/p} (q_1^{1/p} - q_2^{1/p}))
 \tag{2-46}$$

$x = L$ におけるフラックス $q(L, t)$ は、浸潤前線の到達時に q_2 から q_1

に立ち上がるが、この時刻は

$$t = L / v$$

である。

第5節 降雨パルスの伝達

- - 伝達モデル - -

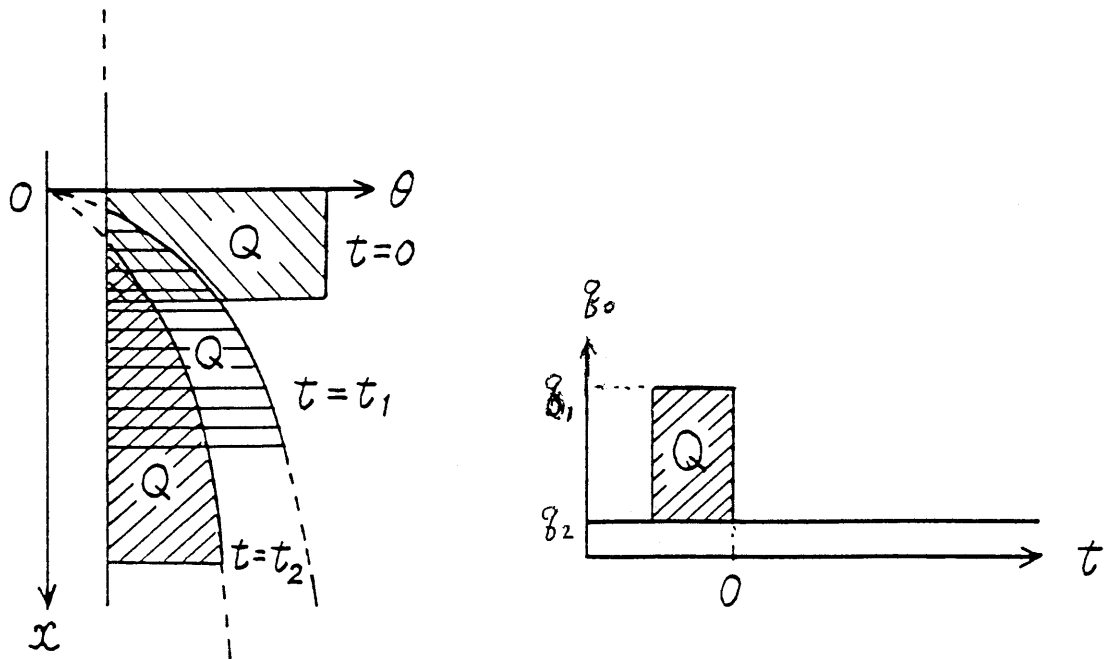
浸潤前線が地下水面に到達するまで地表面から一定フラックスが供給されるような浸潤は現実にはありえないことで、浸潤の途中で上からのフラックスが停止したり少なくなったりする。このとき上部からは排水過程が始まって水分が減少し、下部では浸潤が継続する。この排水・浸潤過程はどのように進行するであろうか。前節と同様に拡散項を無視して、(2-9)式に基づいて解析する。(2-9)式および(2-10)式に基づく近似的な解析法を、以後「伝達モデル」と呼ぶ。

1. 基底定常流に加えられたパルス

はじめに、問題を簡単にするために、フラックスが q_1 の定常流を初期値として（すなわち、均一な水分分布 θ_1 のところに）、水量 Q のパルスが与えられるときのパルスの伝達を考えよう。初期のフラックスは

$$q_1 = q(x, 0) = k(\theta_1)$$

である。簡単に q_1 が 0 のときを考えてもよいが、そうでなくてもよい。



地表面に、飽和透水係数を越えない程度に大きな一定のフラックス q_1 が、一定時間与えられ、その積算水量が Q になって給水が停止し、地表面のフラックスは再び q_2 になったとする。この時点をも $t = 0$ とする。

$t = 0$ には、給水中の浸潤によって、土中には上図の $t = 0$ の水分分布ができています。ここで上からのフラックスが停止したとすると、浸潤領域の上から排水過程が生じるが、その挙動は前節で述べたことと同様に、地表面から排水前線が降下する形で進み、フラックスの降下速度は $v(\theta)$ で与えられ、その水分分布は (2-35) 式または (2-36) 式で与えられる。給水停止直後の短時間は、排水水分分布上のフラックス q_1 の点がまだ浸潤前線まで届

かないが、フラックス q_1 の点が浸潤前線に到達した後は、排水水分分布の先端が浸潤前線となり、この位置でフラックスは最大であるが q_2 よりは小さくなる。

排水過程は浸潤前線の上部だけであり、排水過程のフラックスの降下は浸潤前線までである。上部から排水されたフラックスは浸潤前線の位置で最大となるが、このフラックスが浸潤の進行に使われる。浸潤前線より前方では浸潤前線の通過時に水分が増加するが、その後は直ちに排水過程となる。浸潤前線が通過した領域でのその後の排水過程は、既に明らかにしたとうりで、この排水過程の進行は前方の浸潤前線には影響されない。したがって問題は、任意の時間の浸潤前線の位置を決めることだけである。

浸潤前線の位置を決める方法は、地表から浸潤前線までの領域に連続条件を適用することである。すなわち、水分分布の定常流水分量 θ_1 (フラックスは q_1) 以上の部分を、排水側でフラックスが q_2 の位置 x_2 から浸潤前線の位置 x_1 まで積分した量は、地表面で基底フラックスに加えられた水量 Q である。

任意の時間 t の排水過程の水分分布は(2-27)式または(2-36)式のようにわかっているのでこの積分は可能である。排水側のフラックスが q_1 の地点は(2-26)式または

(2-35)式より求められる。そこで、 $K(\theta)$ が(2-31)式
 で与えられるとき

$$\begin{aligned}
 Q &= \int_{x_2}^{x_1} (V^{-1}(x/t) - \theta_1) dt \\
 &= \int_{x_2}^{x_1} (\alpha^{1/p-1} p^{1/p-1} (x/t)^{1/p-1} + \theta_r) dt \\
 &\quad - \theta_1(x_1 - x_2) \\
 &= (p-1)/p \cdot (\alpha p t)^{p/p-1} (x_1^{p/p-1} - x_2^{p/p-1}) \\
 &\quad - \theta_1(x_1 - x_2)
 \end{aligned} \tag{2-47}$$

ただし

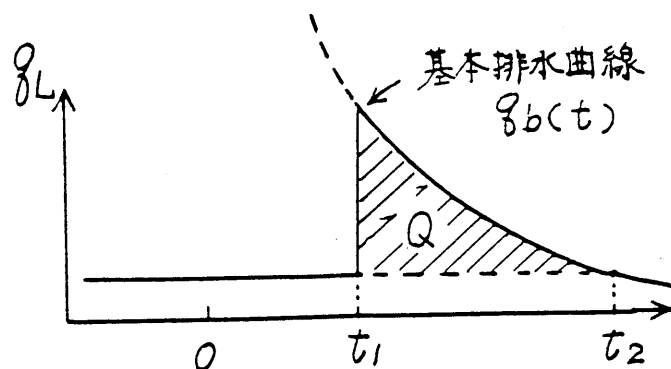
$$\begin{aligned}
 x_2 &= \alpha p (\theta - \theta_r)^{p-1} t \\
 &= p q_2^{(p-1)/p} t
 \end{aligned} \tag{2-48}$$

代数方程式(2-47)を解いて x_1 が求まる。浸潤の位置が決
 まると、排水水分分布上で浸潤点の水分量（ピーク水分
 量）とフラックス（ピークフラックス）が決まる。

浸潤前線の進行速度を考えよう。浸潤前線の進行速度
 は、浸潤点での連続条件により一般に(2-39)式で与えら
 れるが、これはピーク水分量で決まり、既に検討したよ
 うにピーク水分量が大きいほど大きい。排水前線の先端

が浸潤位置に達した後、浸潤位置の前進とともにピーク水分量は減少するから、浸潤位置の前進速度も遅くなる。

次に、深さが L の位置におけるフラックス $q(L, t)$ を考えよう。浸潤前線の到達時に $q(L, t)$ は立ち上がり、その後すぐに排水過程となるが、浸潤前線が到達した後の排水過程の遞減曲線は、(2-37)式で与えられる基本排水曲線 $q_b(t)$ になるはずなので、ここでも問題は浸潤前線の到達時間である。既に、時間に対して土層内の浸潤前線の位置を決める式を導いたので、これによって $z = L$ に到達する時間を決めることができる。しかし、浸潤前線の到達時間を決めるもうひとつの興味深い方法が考えられる。それは、フラックス $q_b(t)$ に対して連続条件を適用することである。すなわち、浸潤前線到達時間からフラックス q_1 が到達する時間 t_2 まで、 $q_b(t)$ から基底フラックス q_1 を引いたフラックスを積分したものは侵入水量 Q になるので、この条件によって浸潤前線到達時間を決めることができる。



$$\begin{aligned}
Q &= q_1 \cdot (t_2 - t_1) \\
&= \int_{t_1}^{t_2} q_b(t) dt \\
&= (p-1) \alpha^{1/1-p} (p/L)^{p/1-p} (t_1^{1/1-p} - t_2^{1/1-p})
\end{aligned}
\tag{2-49}$$

ただし

$$t_2 = L \alpha^{-1/p} p^{-1} q_2^{1-p/p} \tag{2-50}$$

である。(2-49)式を解いてピーク到達時間 t_1 が求められる。

0. 1 mm/day の基底定常流に 25 mm と 50 mm の降雨パルスを与えたときの 5 m の深さの地下水面のフラックスと水分分布を、数値実験と伝達モデルで求めた。結果を図 2-7 に示す。土層は砂丘砂を想定し、伝達モデルでは $h_0 = 0.2$ mm なので、 $L = 4.8$ mm として計算している。

水分分布は数値実験の方が拡散があるのでより滑らかであるが、伝達モデルは排水水分分布と浸潤前線の位置をよく表わしている。地下水面のフラックスも数値解の方がピークの立ち上がりが滑らかではあるが、遷減曲線は伝達モデルの基本排水曲線に一致し、伝達モデルはピーク立ち上がりの時刻もよく表現している。

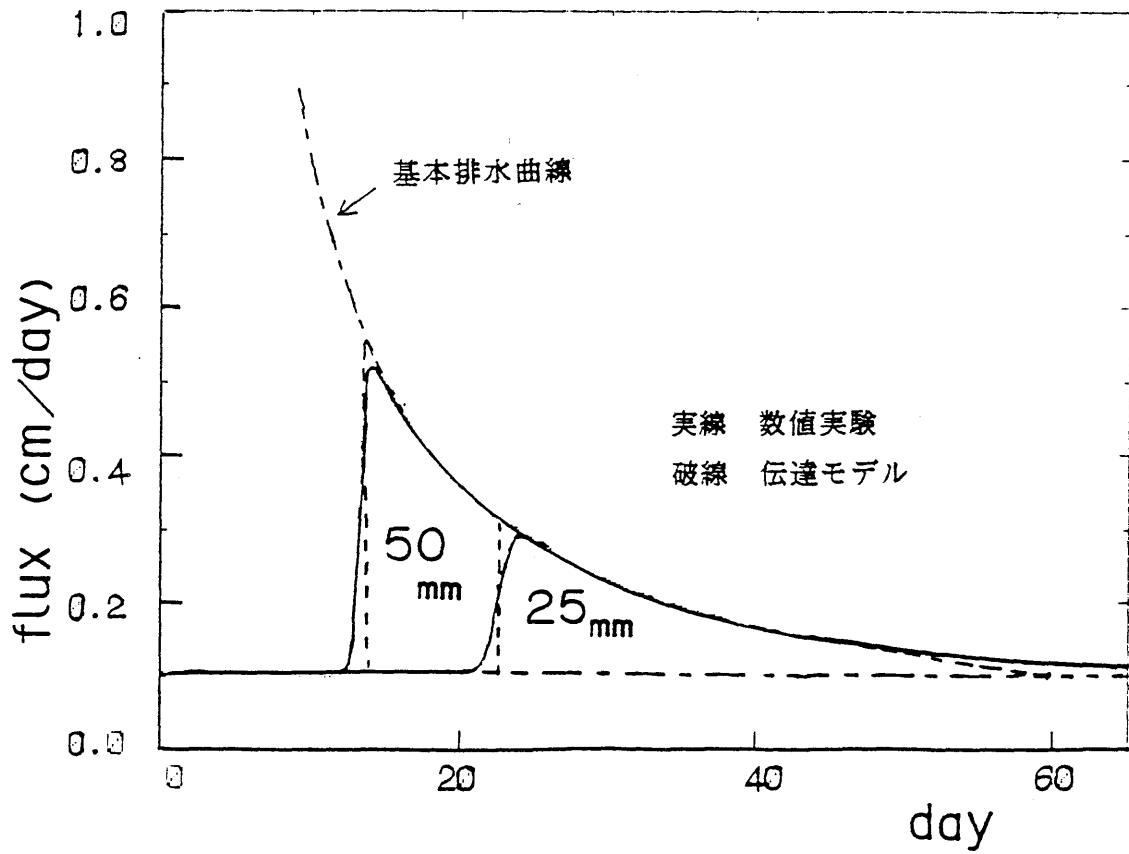
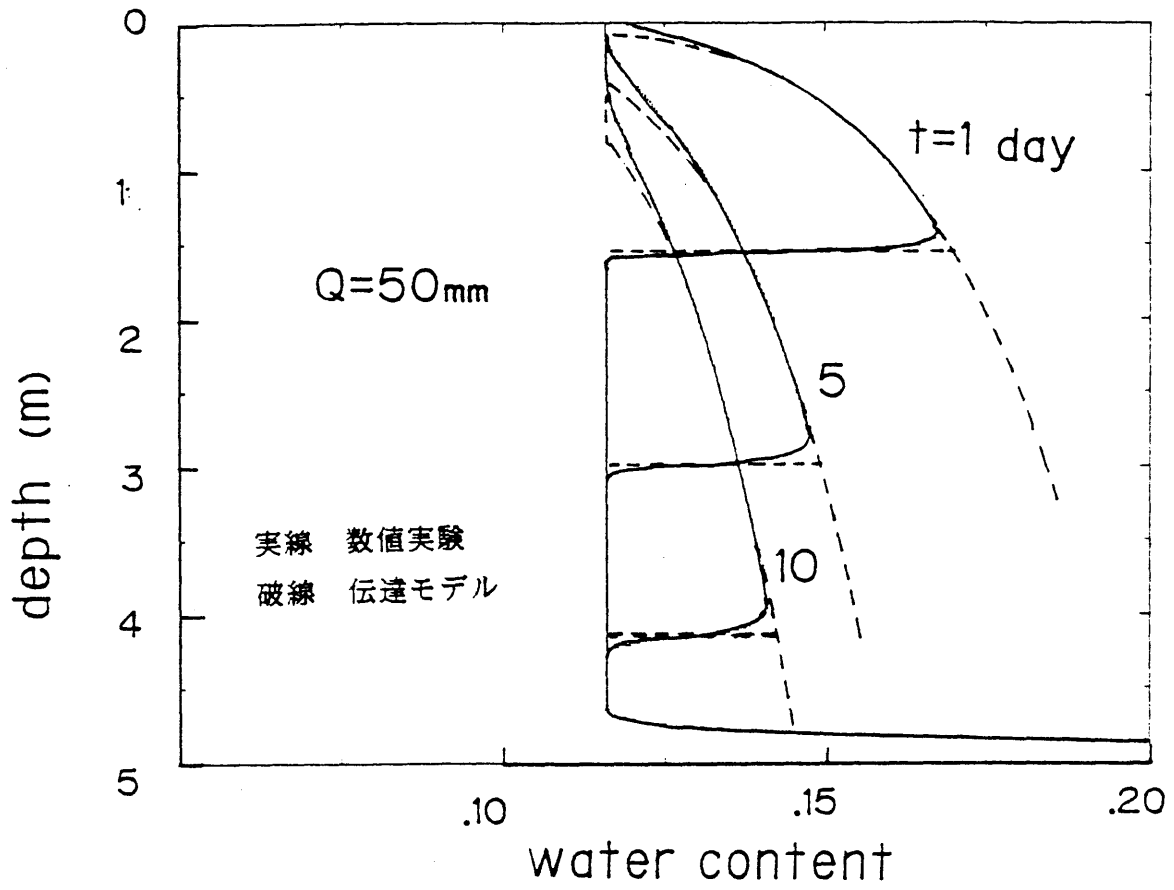
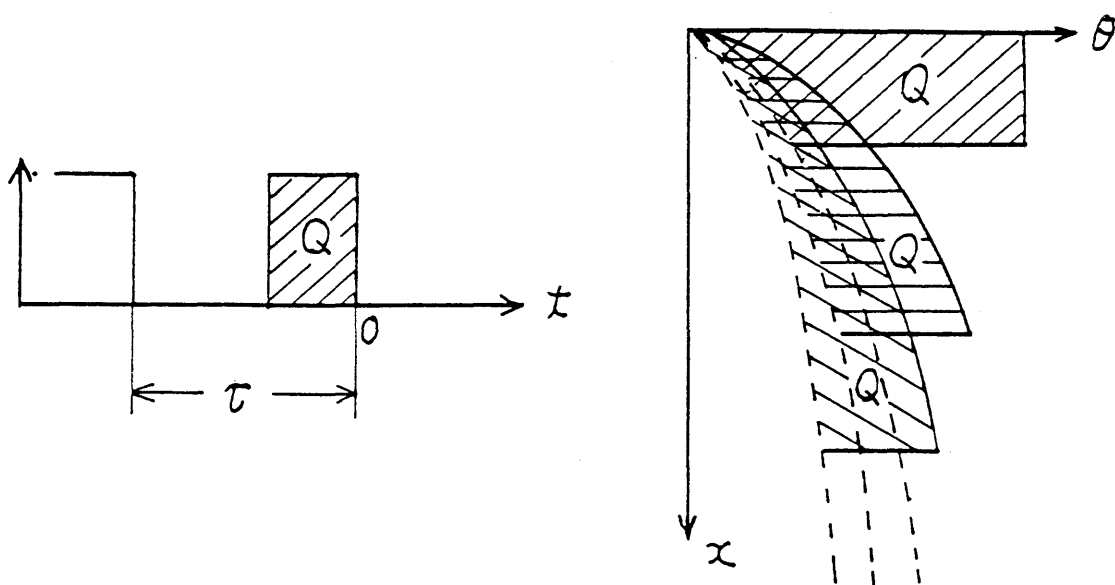


図 2 - 7 0.1 mm/dayの基底定常流に加えられた降雨パルス

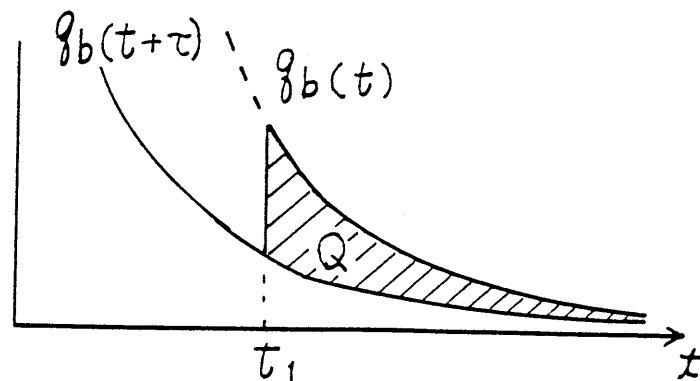
2. 先行する排水過程に加えられたパルス

これまで、初期条件として定常流を仮定してきたのは、初期の水分状態とフラックスを均一として、問題を考え易くするためであった。しかし、地表から地下水面まで定常流（または平衡状態）になることは現実にはありえないことである。そこで、この非現実的な初期条件を取り外す。現実の不飽和層は地表面のフラックスの変動に応じて、常に非定常な流れの過程にあるので、不飽和層の水分状態は、先行する地表面のフラックスによって決まる。したがって、先行する降雨パルスの排水過程を初期条件として、これに加えられるパルスの伝達を考えよう。水分分布は、図のように変化するが、排水側の水分



分布は、(2-36)式で表わされ、これは先行する水分分布の影響を受けない。浸潤前線の位置は、先行する排水水分分布と今回の水分分布にはさまれた面積が雨量 Q になる位置として定まる。先行する水分分布の影響を受けるのは、浸潤前線の位置だけである。

地下水面のフラックス $q_L(t)$ は、浸潤前線の到達までは、先行する降雨の基本排水曲線 $q_b(t+\tau)$ をたどり、浸潤前線の到達後は今回の基本排水曲線 $q_b(t)$ をたどるはずである。浸潤前線の到達時間 t_1 は、先行する排水曲線 $q_b(t+\tau)$ と今回の排水曲線 $q_b(t)$ に挟まれた部分を t_1 から時間軸の無限遠方まで積分した面積が雨量 Q になるような時間である。すなわち



$$Q = \lim_{t_2 \rightarrow \infty} \int_{t_1}^{t_2} (q_b(t) - q_b(t + \tau)) dt$$

$$= \lim_{t_2 \rightarrow \infty} \left(\int_{t_1}^{t_2} q_b(t) dt - \int_{t_1 + \tau}^{t_2 + \tau} q_b(t) dt \right)$$

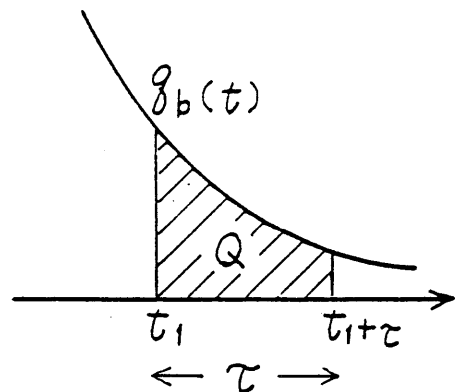
ここで

$$t_2 \rightarrow \infty \text{ にて } q_b(t_2) \rightarrow 0$$

だから

$$= \lim_{t_2 \rightarrow \infty} \int_{t_1 + \tau}^{t_2} q_b(t) dt \quad (2-51)$$

つまり、基本排水曲線 $q_b(t)$ を時間幅 τ で積分した面積が Q となる点が t_1 である。 $k(\theta)$ が (2-31) 式で表わされるとき、これは次式となる。



$$Q = C_2 \left(t_1^{1/1-p} - (t_1 + \tau)^{1/1-p} \right) \quad (2-52)$$

ただし

$$C_2 = (p-1) \alpha^{1/1-p} (p/L)^{p/1-p} \quad (2-53)$$

である。この代数方程式の解として t_1 が求められる。

20日前の降雨による排水過程に対して、50 mm、75 mm、100 mmの雨を与え、数値実験と伝達モデルを比較した。図2-8はこのときの深さ2 mと地下水面（深さ5 m）におけるフラックスである。 $q_L(t)$ の遞減部分は降雨の大きさに関わらず、伝達モデルにおける基本排水曲線に一致し、ピークの立ち上がりは、数値実験の方が拡散項があるので滑らかではあるが、その時間は伝達モデルと一致している。

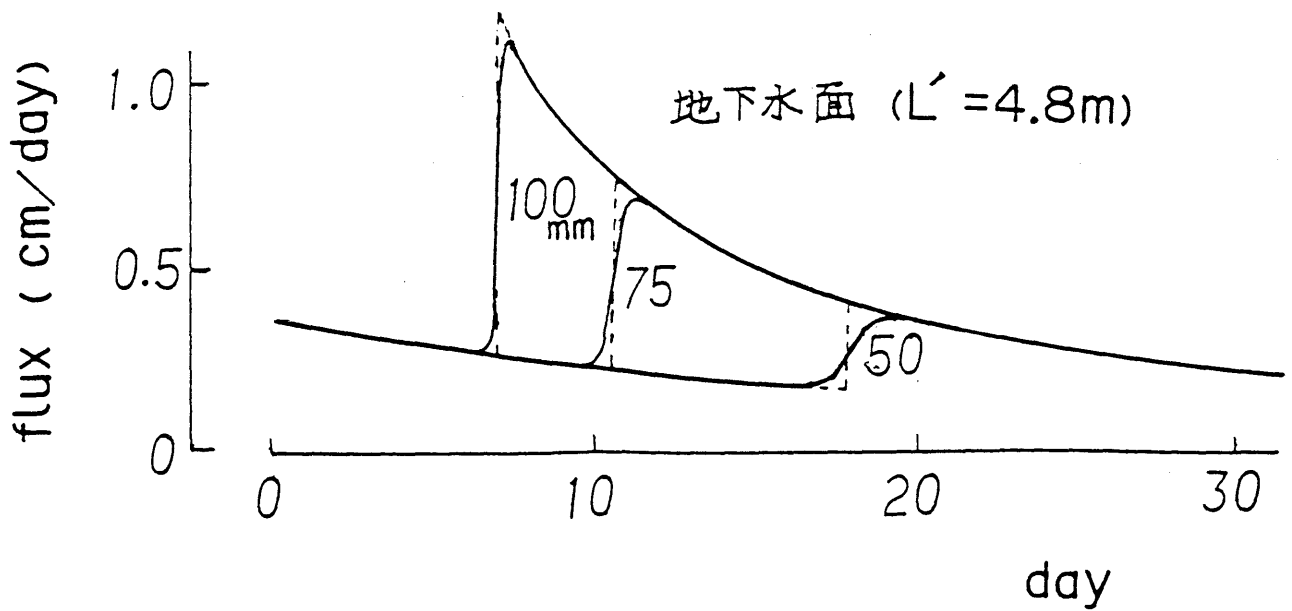
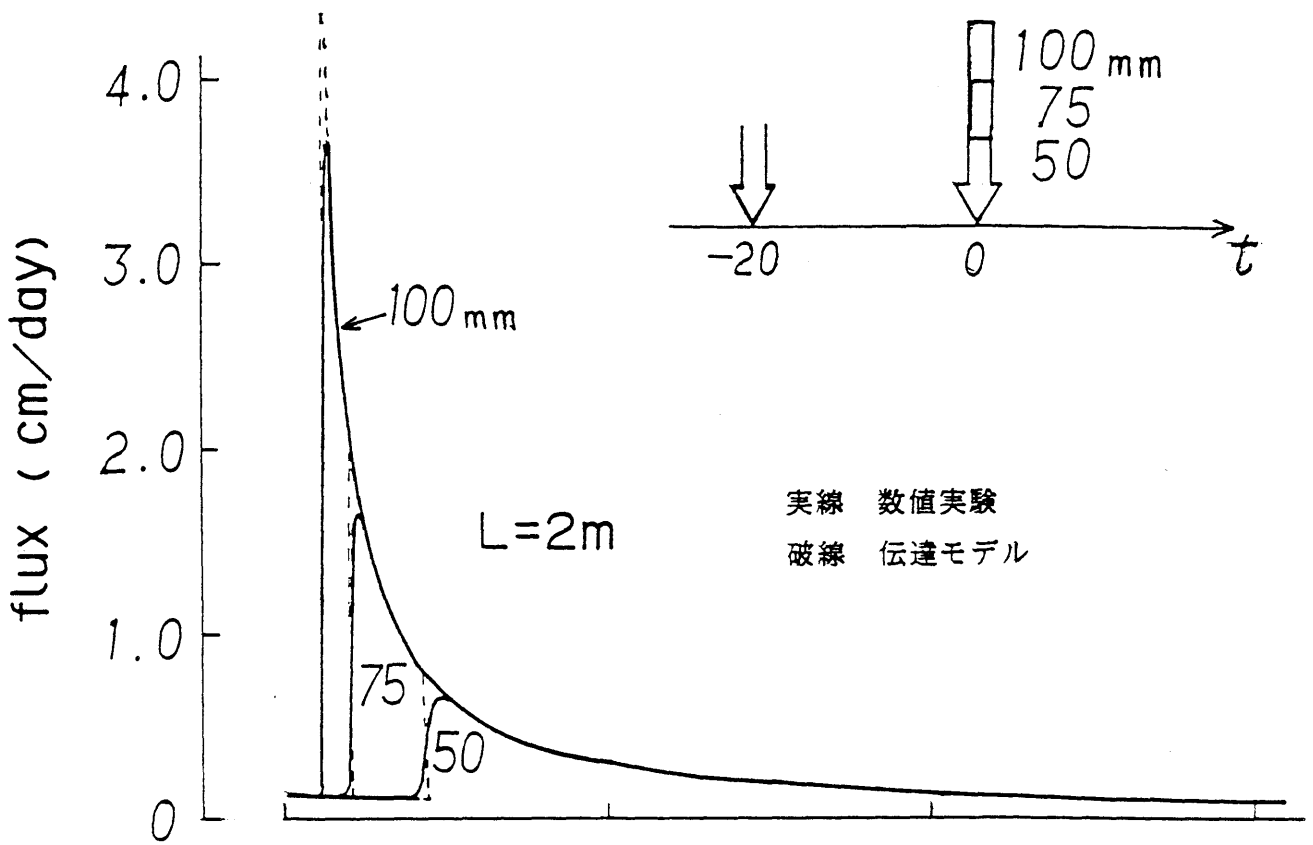
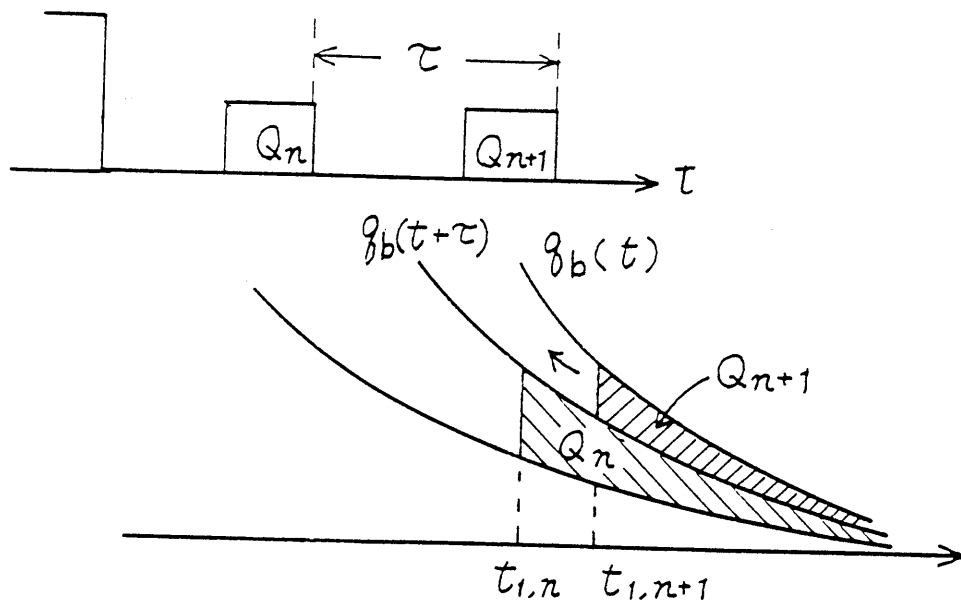


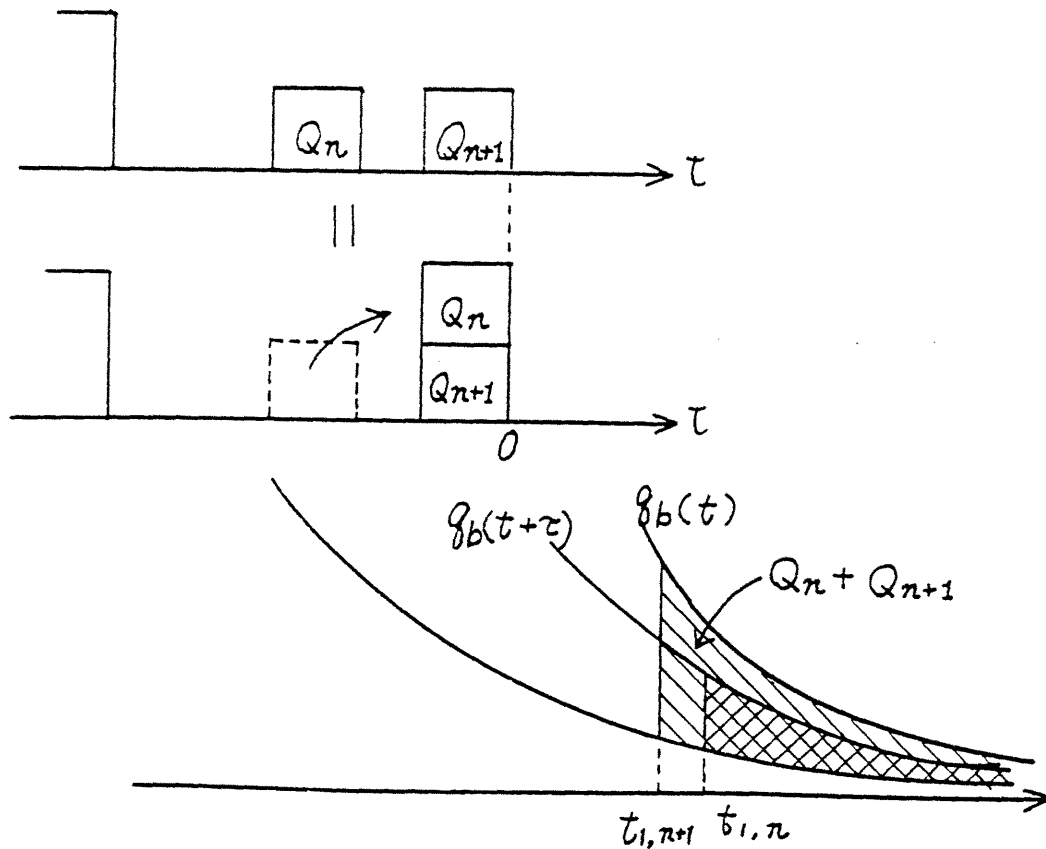
図 2 - 8 排水過程に加えられたパルスの伝達

3. 降雨パルスの重ね合わせ

最も一般的な地表面の境界条件は、任意の大きさの、さまざまな時間間隔の降雨パルスの時系列である。これに対する地下水面のフラックスの応答は、個々のパルスに対する基本排水曲線を描き、雨量 Q と前の降雨からの遅れ時間 τ より(2-52)式を解いてピーク到達時間を決めていけばよい。



しかし、2つのパルスの間隔が近いような場合、 $n + 1$ 番目のパルスの到達時間 T_{n+1} の方が n 番目のパルスの到達時間 T_n よりも早くなることが起こり得る。この場合、後からの浸潤前線が前の浸潤に追いついてひとつのピークとなる。このピークの到達時間は、 $n - 1$ 番目と $n + 1$ 番目の排水曲線の間積分が $Q_n + Q_{n+1}$ となる時間であるが、これは $n + 1$ 番目のパルスの時刻に $Q_n + Q_{n+1}$ の雨が降ったときと全く同じことである。



次の3つの降雨パターンを数値実験と伝達モデルで比較した。

(1) 20日前の排水過程に、50mmの降雨を与え、その12日後に50mmの降雨を与える。

(2) 20日前の排水過程に、50mmの降雨を与え、その7日後に50mmの降雨を与える。

(3) 20日前の排水過程を経たさらに7日後に、100mmの降雨を与える。

図2-9はその結果である。深度2mのフラックスはパターン(1)でもパターン(2)でもピークは2つであるが、地下水面のフラックスはパターン(1)では2つのピークとなるが、パターン(2)では1つのピークとなり、これはパターン(3)と全く一致している。

また図2-10はこのときの水分分布である。後からの浸潤前線の伝達が速いために、深部で浸潤前線が重ね合わされる様子がよくわかる。

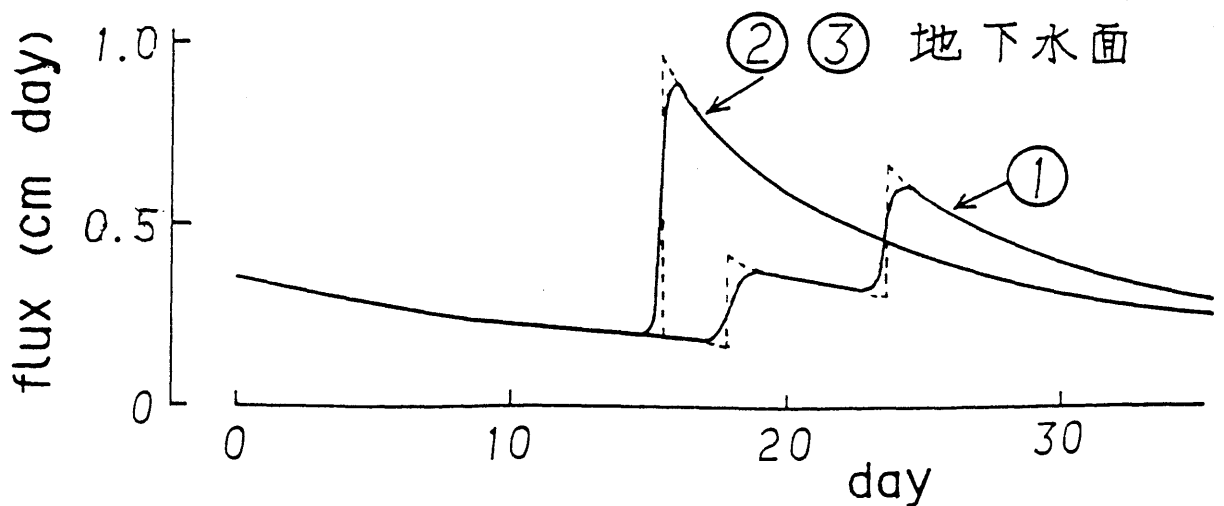
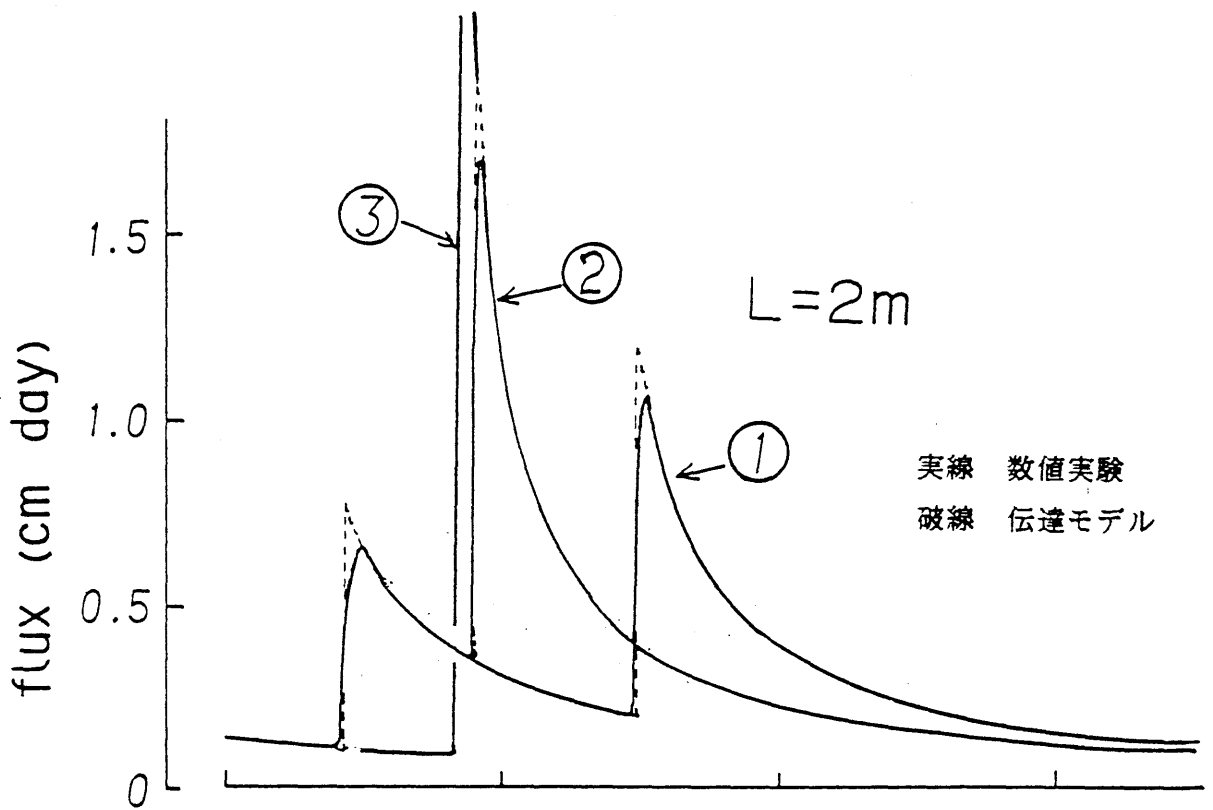
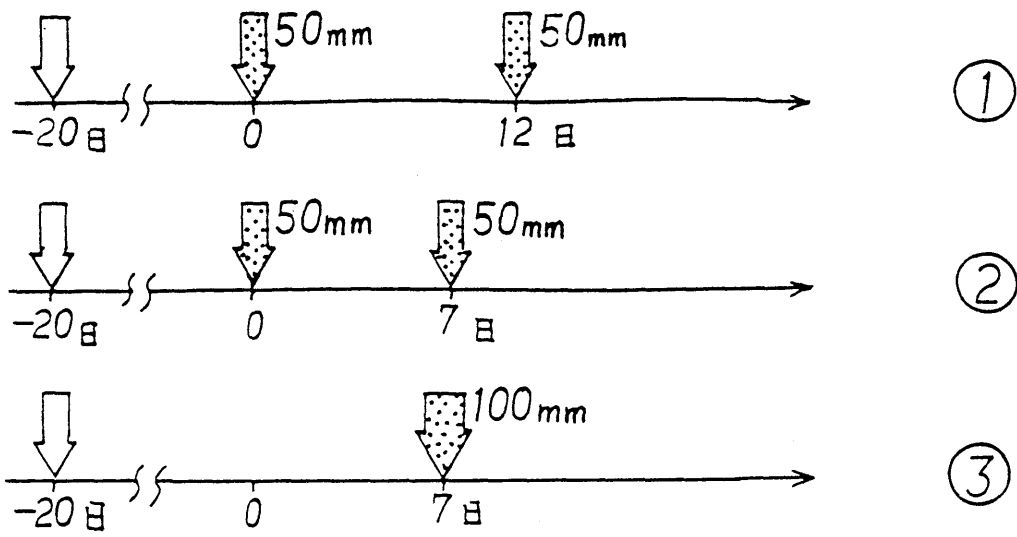


図 2 - 9 降雨パルスの重ね合わせ (フラックス)

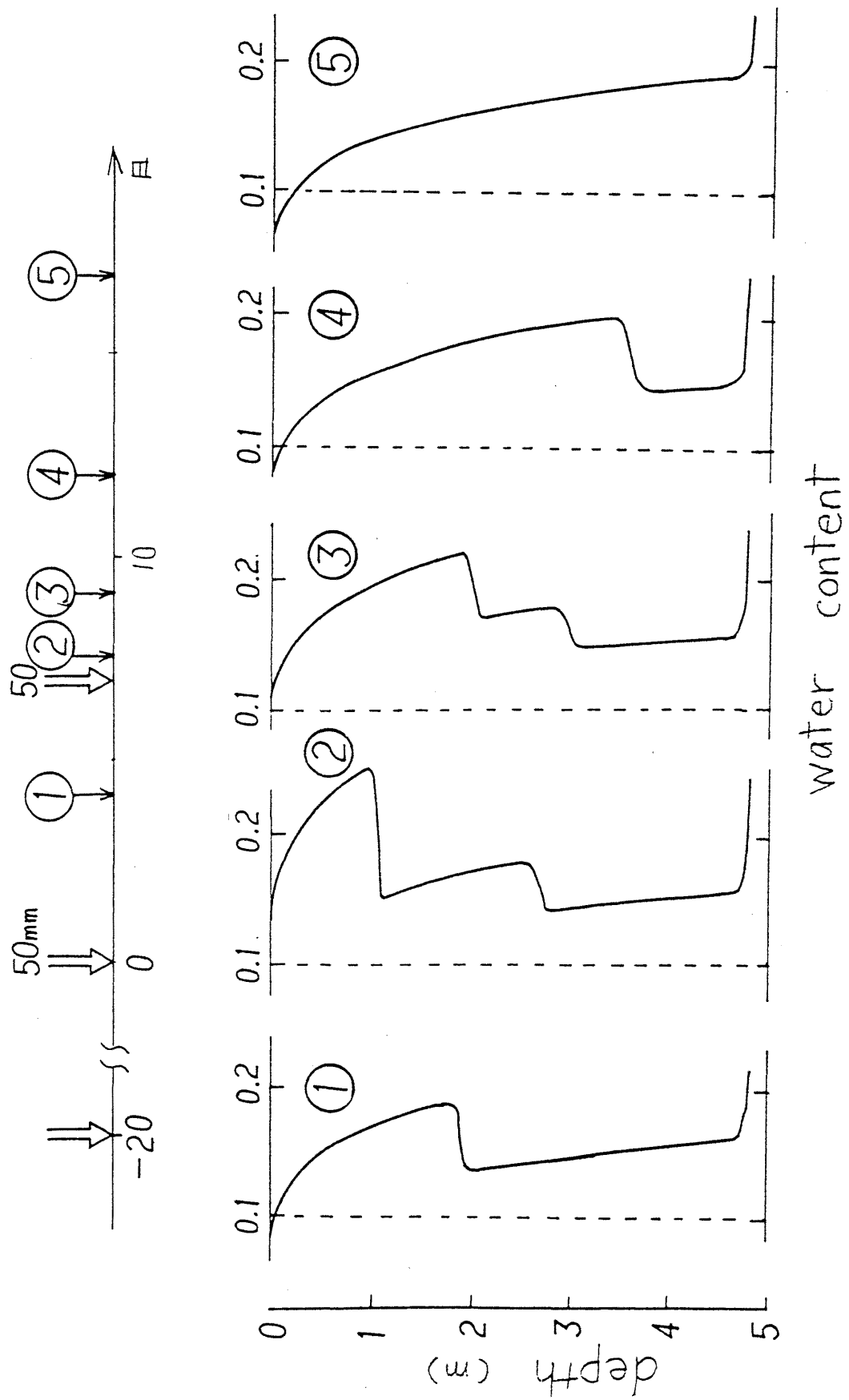


図 2 - 1 0 降雨パルスの重ね合わせ (水分分布)

第3章 地下水涵養の論理

はじめに

第2章で、水移動の駆動力に重力だけを考えた伝達モデルが、地下水涵養の本質的な部分を表現できることを示した。しかし、第2章は降雨パルスだけで、蒸発散を考慮していなかった。第3章ではまず、蒸発散のある現実の地下水涵養への伝達モデルの適用について述べる。

実際の地下水涵養は、決して抽象的なものではなく、様々の具体的な土層・土質条件と降雨気象条件の下で生じる現象である。次に、伝達モデルを用いて、地下水涵養を規定する基本的な要因を整理し、この要因の違いによって、地下水涵養にどのような違いが生じるのかを述べる。そして最後に、伝達モデルと地下水流出の関連についての考察を述べる。

第1節 伝達モデルの実際への適用

1. 蒸発散量の扱い方

蒸発散の考慮の仕方は、「前回の降雨パルスから今回までの蒸発散量を、今回の雨量から差し引く」というものである。これは蒸発散は根群域の水分を減少させるもので、降雨パルスはこの減少量を回復させた上で深部に流れると考えるべきだからである。第1章でもみたように、蒸発散の影響は深部の水分分布に及ばないので、既に深層に入った浸潤に対してその後の蒸発散は影響しないと考えて差し支えない。このようにそれまでの蒸発散量を差し引いた雨量を有効雨量と呼ぶ。また、ここで言う「雨量」とは、表面流が発生する場合には、もちろん雨量のうちの地中に侵入した部分である。

2. 伝達モデルの砂丘地への適用

図3-1は9月の乾燥期に断続的な大きな降雨のあったときと12月の雨の多い時期に、有効雨量を入力データとして伝達モデルを適用し、地下水面のフラックスを数値計算と比較したものである。個々の降雨パルスの到達時間を計算して、後のパルスの到達が前のパルスの到達より早くなったときは重ね合わせが起きるので、前の

パルス雨量と合わせた雨量で到達時間を計算し直す。このように計算を進めていくと、9月の浸潤ピークは数値計算と同様に1つになる。12月は伝達モデルではピークが5つであるが、12月15日付近の2つのピークは接近しており、数値計算では拡散項によって後のピークは拡散してピークではなくなっている。伝達モデルは数値計算の排水逓減曲線をよく表わすとともに、ピークの到達時間もよく一致している。両者の違いは、数値計算の方がピーク立ち上がりが滑らかであるということだけである。

伝達モデルでは排水過程の逓減曲線は決まっているので、代数方程式(2-52)式を解いてピーク到達時間を求めるだけである。これにはニュートン・ラフソン法による反復計算を行えばよい。これは電卓でもできるし、パソコンの簡単なプログラムで直ちに求められる。

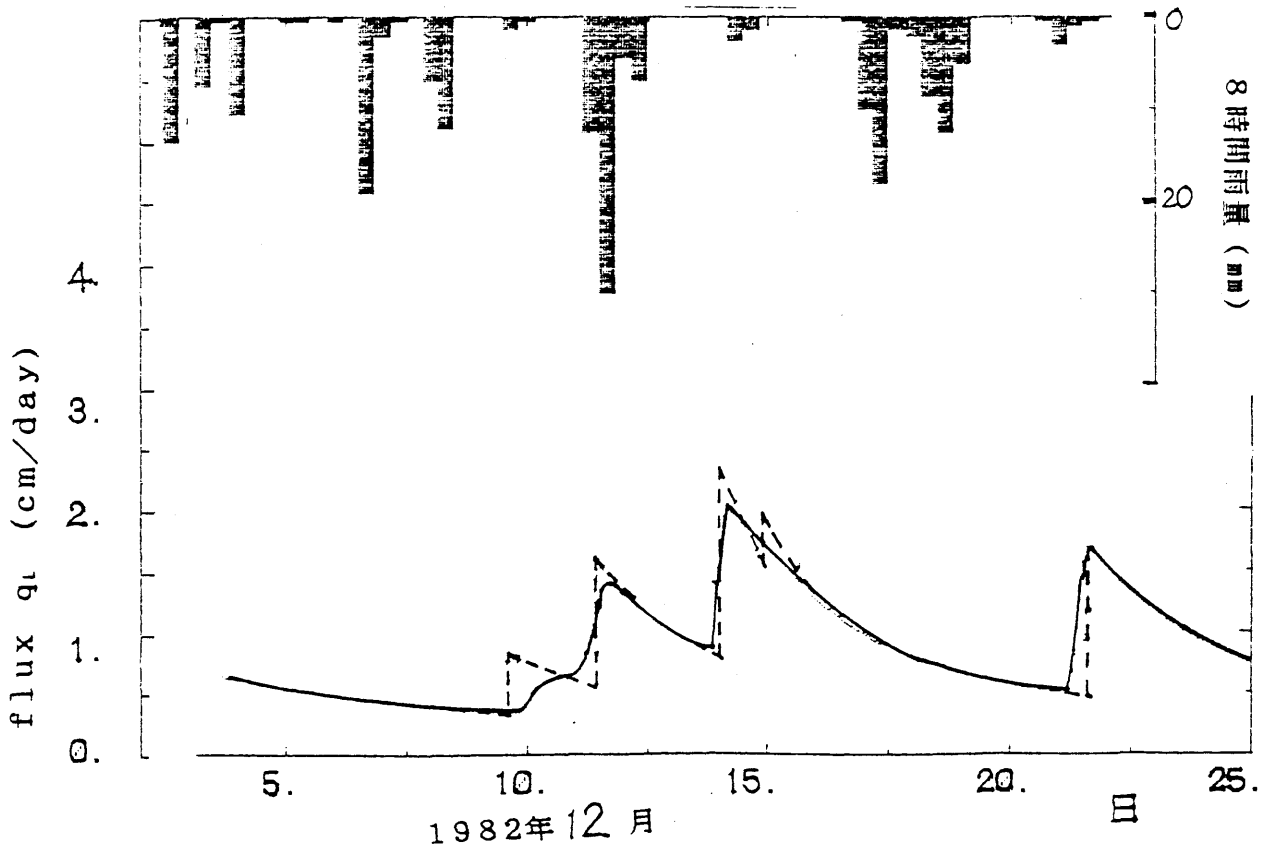
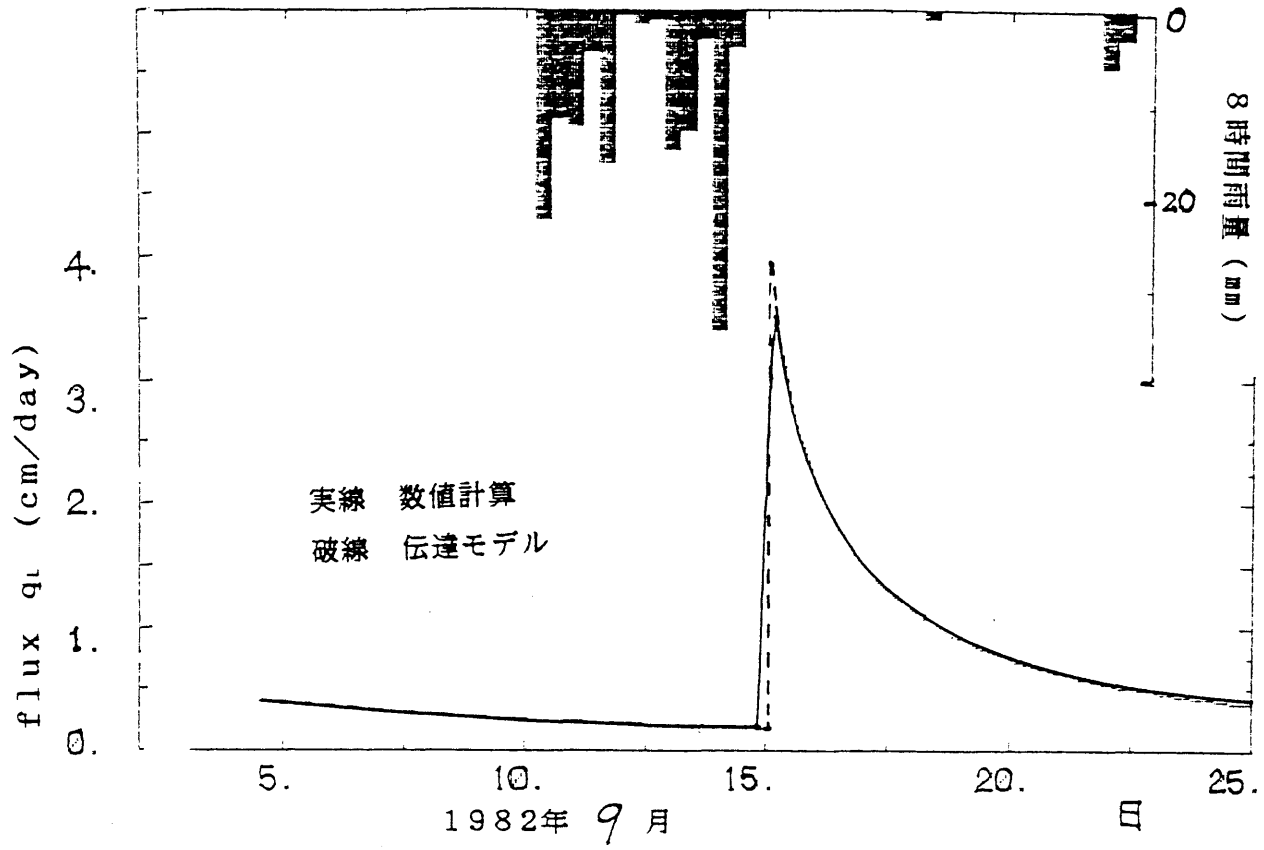


図 3 - 1 伝達モデルと数值計算の地下水涵養

フラックスの比較

第2節 伝達モデルと地下水涵養

1. 地下水涵養（伝達モデル）を規定する要因

地下水涵養には、不飽和層の水移動に関わる全ての要因が関係する。一般に地下水涵養（地下水への補給フラックス）を規定する要因として次のものが考えられる。

(1)土層・土質条件として

地下水深度

不飽和透水係数、水分量－サクション関係とそれらの

成層条件

(2)地表面の条件として

地表面の飽和透水係数（マクロポアを含む）

地表面の凹凸と傾斜、地表堆積物

植生の根密度、葉面積指数

(3)降雨気象条件として

雨量

降雨パターン

ポテンシャル蒸発散速度

伝達モデルは、地中に侵入した水の地下水への伝達を考えるもので、4つの基本要因によって地下水涵養フラックスが与えられる。

(1)土層・土質条件:

地下水の深さ (L), 不飽和透水係数 ($k(\theta)$)

(2)降雨気象条件:

有効雨量 (Q), 遅れ時間 (τ)

地下水の深さ L は、実際には地下水面の影響の強い高さ h_0 を差し引いた長さを考えなければならない。

不飽和透水係数 $k(\theta)$ は $k(\theta) = \alpha \theta^p$ の形でよく表わされるので、 α 、 p がこの土の特性を与える。

有効雨量 Q と遅れ時間 τ は、実際には複雑な降雨（および蒸発散）パターンが、伝達モデルにおける重ね合わせの原理によって、それと全く等価のものとして単純化されたものである。

伝達モデルで示される地下水涵養の著しい特徴は、どのような大きさの降雨が、土層のどのような水分状態に与えられても、浸潤ピークの到達後の排水過程のフラックスは、同じ唯一の曲線（基本排水曲線）を辿るというものである。この基本排水曲線の形は L と $k(\theta)$ （すなわち α と p ）だけで決まる。そして、浸潤ピークの到達時間を

(およびピークフラックス)を決めるのが Q と τ である。

2. 地下水の深さと地下水涵養

地下水涵養(地表の降雨の地下水への伝達)と地下水の深さ L との関係を考察しよう。

地下水面の影響が不飽和流に及ぶ高さ h_0 程度に地下水が浅い場合、蒸発散による不飽和層の水分欠損がなければ、2章の1で述べたように、降雨の伝達は極めて速いので、地下水面のフラックスは個々の降雨にほとんど時間遅れなしに敏感に応答し、有効雨量(フラックス) = 地下水涵養フラックスとみなしてよい。

これより地下水が深くなると急にフラックス到達時間が長くなって、それは $L - h_0$ によって決まるようになる。(以後、 $L - h_0$ を単に L と呼ぶ)。

地下水面のフラックスの遞減曲線の特性を考えよう。この遞減曲線は、特に渇水時の地下水流出に大きく影響し、河川の渇水流量を特徴づけることになる。伝達モデルでは、この遞減曲線は基本排水曲線として、

$$q_b(t) = k(v^{-1}(L/t))$$

で与えられる。 L の異なる基本排水曲線を図3-2に示す。この曲線は t/L の関数であるから、地下水が深い

ほどフラックスの遞減が緩やかで、フラックスがある値に減少するまでの時間は L に比例する。

図3-3～図3-5に、様々の降雨条件における浸潤ピークの到達時間と深度 L との関係を示した。また図3-6～図3-8にはピークフラックスと深度 L との関係を示した。

降雨パルスに対する浸潤前線の進行速度は、時間とともに、浸潤前線が深部に進むほど遅くなるから、浸潤ピークの到達に要する時間は、 L に比例するものではない。 L が長いほど、比例関係以上にピーク到達は遅くなる。ピーク到達が遅くなることは同時に、ピークフラックスを小さくする。しかし図3-3～図3-5には、もう一つ興味深い性質が現われている。相対的に L が小さく、相対的に Q が大きいときには、ピーク到達時間は L に比例せず、確かに浸潤前線の進行速度は深部に進むほど遅くなるのであるが、相対的に L が大きく、相対的に Q が小さいときには、ピーク到達時間は L に比例し、浸潤前線の進行速度は一定速度に近づくのである。浸潤前線の進行速度が一定速度に近づくことは、ピークフラックスが一定値になることと対応している。

L が長くなるとピーク到達が遅くなるので、浸潤前線の重ね合わせが生じる降雨の間隔が長くなる。すなわち、

Lが長いと、地下水面に達するフラックスの変動が少ないとともに、短い時間間隔の降雨は浸潤ピークが1つになり、地表における長周期の雨量変動だけが、「相対的に雨の多い時期（または季節、または年）の浸潤ピーク」として地下水面に伝わるようになる。そしてこの効果は、Lが長くなるほど著しくなる。

3. 不飽和透水係数と地下水涵養

伝達モデルでは、不飽和層の流れを規定する土の物理性は不飽和透水係数 $k(\theta)$ だけである。関数 $k(\theta)$ が分かると、与えられた降雨に対する地中のフラックスや水分量の応答（基本排水曲線）は一意的に決まる。ここでは砂丘砂とシラスにおける地下水涵養を比較してみる。

はじめにフラックス伝達速度の簡単な試算をしておく。 $k(\theta) = \alpha \theta^p$ としたとき、伝達モデルでは、フラックスは

$$q = k(\theta) = \alpha \theta^p$$

であり、フラックスの伝達速度は（水分量、サクシオン等の伝達速度も同じ）

$$v(\theta) = dk(\theta)/d\theta = \alpha p \theta^{p-1}$$

である。 $v(\theta)$ はフラックス q が大きいほど（水分量が大きい）大きいので、土によるフラックス伝達速度の違

いは、フラックスとフラックス伝達速度の比を比較する必要がある。この比は、

$$v / q = p / \theta$$

となる。θは考えているフラックスqを不飽和透水係数として与える水分量である。フラックスが $q = 0.01$ cm/dayのとき、θ、vは表のようになる。

	シラス	砂丘砂
α (m/day)	28.8	3.63E+6
p	6.26	9.0
q = 0.01m/dayのとき		
θ	0.28	0.11
p / θ	22.4	81.8
v (m/day)	0.0224	0.0818

この簡単な試算でも、砂丘砂で構成された土層の方がシラスで構成された土層よりフラックス伝達速度は4倍程度速いことが分かる。降雨パルスの伝達については、基本排水曲線に基づく伝達モデルで検討しなければならな

い。

図3-9は、砂丘砂とシラスの基本排水曲線を比較したものである。係数 α の大きいほど、また指数 p の大きいほど基本排水曲線は急になる。シラスの方が砂丘砂より曲線がなだらかであることが分かる。フラックスの伝達速度の速い土では基本排水曲線が急になり、遅い土では逓減が緩い。シラスのように、基本排水曲線がなだらかでフラックスの逓減が緩いほど、浸潤ピークの到達が遅れ、ピークフラックスも小さくなり、フラックスの時間変動が小さくなる。基本排水曲線がなだらかであることは、不飽和層の貯留効果が大きいことを意味する。逆に、砂丘砂のように基本排水曲線が急でフラックスの減少が早いことは、不飽和層の貯留効果が小さいために、浸潤ピークの到達が早く、ピークフラックスが大きく、フラックスの時間変動が大きいことを意味する。

図3-10は雨量 Q が 100mm と 200mm のときの浸潤ピークの到達時間と深度 L との関係を、シラスと砂丘砂について比較したものである。シラスは浸潤前線の到達が砂丘砂の3~10倍遅いことが分かる。シラスの不飽和層の貯留能力は砂丘砂の3~4倍であり、大まかにいえば、シラスの地下水涵養機構は、土層の厚さが3.5倍の砂丘砂とほぼ同じ地下水涵養特性を示す。10mのシラス

層は、35 mの砂丘砂に相当するのである。

図3-10において、 Q が100mmの時の浸潤前線の進行速度は0.039m/dayである。武藤²⁾は塚原シラス台地の深度10～11mの豪の中でテンシヨメータでシラス層内の浸潤前線の降下速度を測定し、「シラスの侵入水は60cmの距離を18日間かかるほどゆっくりと降下」という貴重な実測例を示している。この実測の浸潤前線の進行速度は0.033m/dayであるから、同じシラス層の $k(\theta)$ 特性を使って伝達モデルで計算した図3-10の例と一致している。浸潤前線の進行速度は遅れ時間 τ と有効雨量 Q によって異なるものであるが、伝達モデルがシラス層内の実際の浸潤進行速度を十分予測し、説明できることを示すものであるといえよう。

このように浸潤の進行の遅いシラス層の深部では、 L の大きいときのように、降雨の間隔の長い場合でも浸潤前線の重ね合わせが次々に行なわれ、降雨の多い季節（または年）の重ね合わされた浸潤前線が、一つのピークとして地下水に到達すると考えられる。シラスの厚く堆積した、地下水の深い不飽和層では、基本排水曲線が極めてなだらかになるので、地下水面のフラックス変動は非常に小さく、長期の渇水時でも地下水涵養フラックスは減少しにくいと考えられる。シラス台地のように、フ

ラックス伝達が比較的遅く、しかも地下水が深い不飽和層は、その貯水能力によって降雨量の長期の変動をも緩和し、地下水流出の変動を小さくする上で、大きな役割を果たすものである。

4. 降雨と地下水涵養

図3-3～図3-5は、伝達モデルで、有効雨量 Q と遅れ時間 τ によってピーク到達時間がどの様になるかを示している。

Q の大きいほどピークの到達は早い（浸潤前線の降下速度が大きい）が、相対的に L が大きく、 Q が小さいときには、この速度は Q と比例関係に近づくという結果になっている。相対的に L が小さく、 Q が大きいときには、 Q が増えると比例関係以上に浸潤速度は早くなる。

遅れ時間 τ は、先行する排水過程の進行状態を示すもので、 τ が大きいことは、排水過程が進んで土層の水分が減少している状態に対応する。 τ が大きいほど、同じ Q でも浸潤ピークの降下は遅くなる。相対的に L が大きく、 Q が小さいときには、到達時間が τ と比例関係に近い（浸潤ピークの降下速度は τ とほぼ反比例）という結果になっている。相対的に L が小さく、 Q が大きいとき

には、 τ はピーク到達時間に対して比例関係ほどの影響をもたない。

地表面における、様々の雨量の様々の時間間隔の時系列は、深部での浸潤前線の重ね合わせをもたらすが、伝達モデルでは、重ね合わされて一つになった浸潤ピークの進行が、遅れ時間 τ と τ 時間内の累計の有効雨量 Q だけで決まり、 τ 時間内の過去の降雨の配分は問題にならないのである。この重ね合わせの原理によって問題は単純化され、見通しがよくなる。深い地点ほど浸潤の到達に時間がかかり、その間に浸潤の重ね合わせが生じるので、ある期間の中で、相対的に大きなくしたがって進行速度の速い)浸潤だけがピークとして深部に伝わるようになる。一般に時間間隔を長くとれば、その間の累計有効雨量は多くなる。平均的には累計雨量は時間間隔に比例して増加する。浸潤ピークの進行は、累計有効雨量 Q が大きいほど、また τ が小さいほど速いので、考える深さにピークが到達するのに要する時間を τ の目安として、 Q/τ が平均有効降雨フラックスよりも大きくなるときに、深部に到達する一つの浸潤前線が形成されると考えてよい。

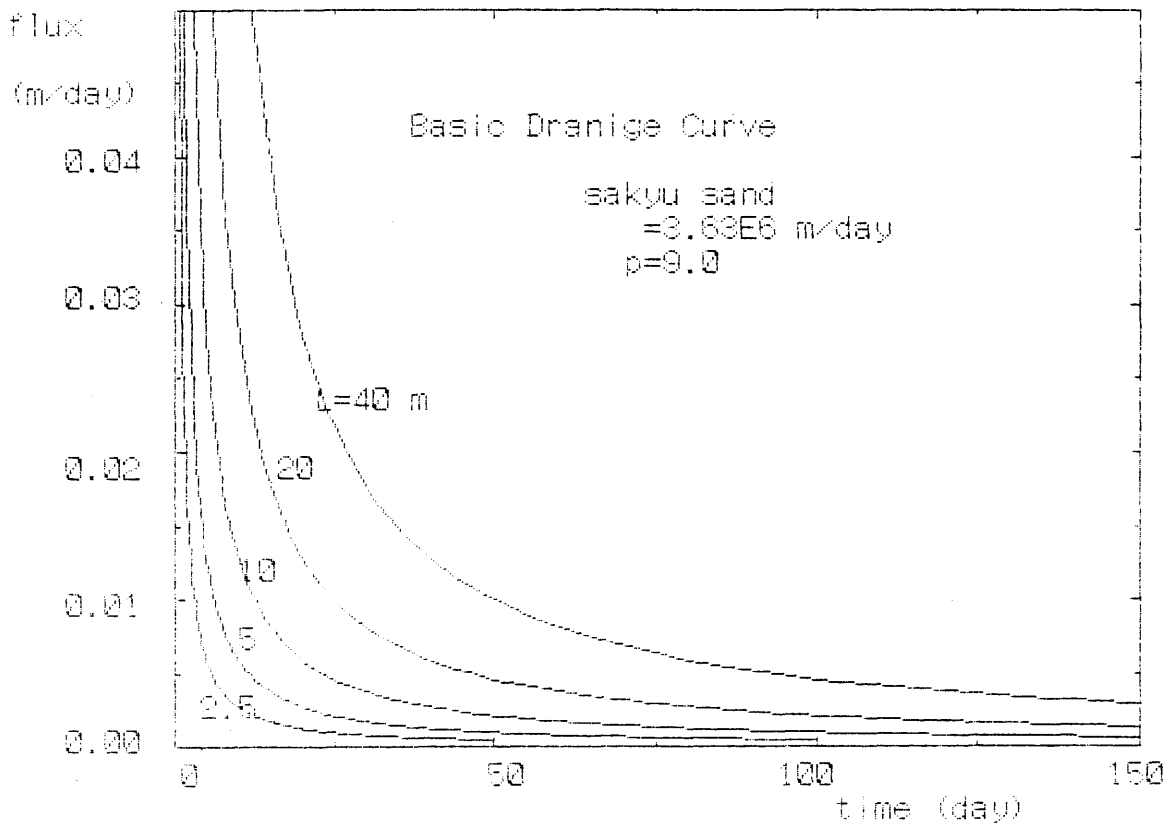


図 3 - 2 深度 L の異なる基本排水曲線の比較 (砂丘砂)

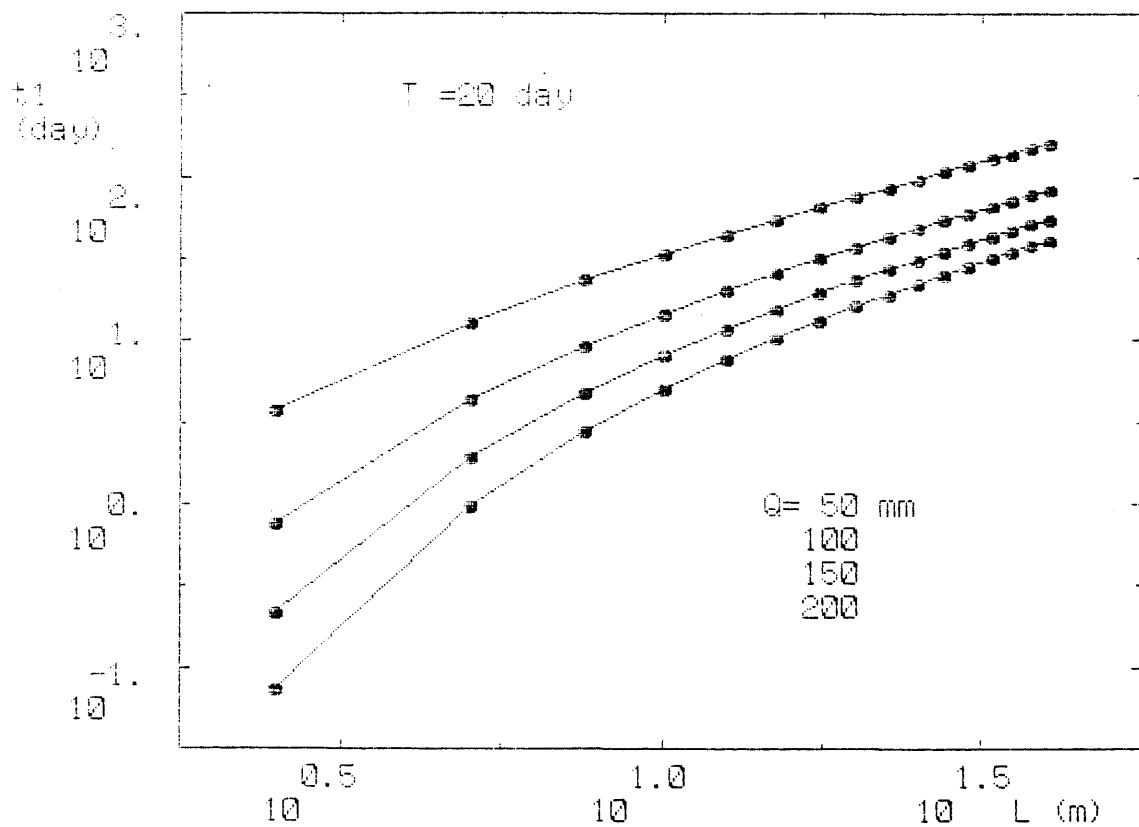
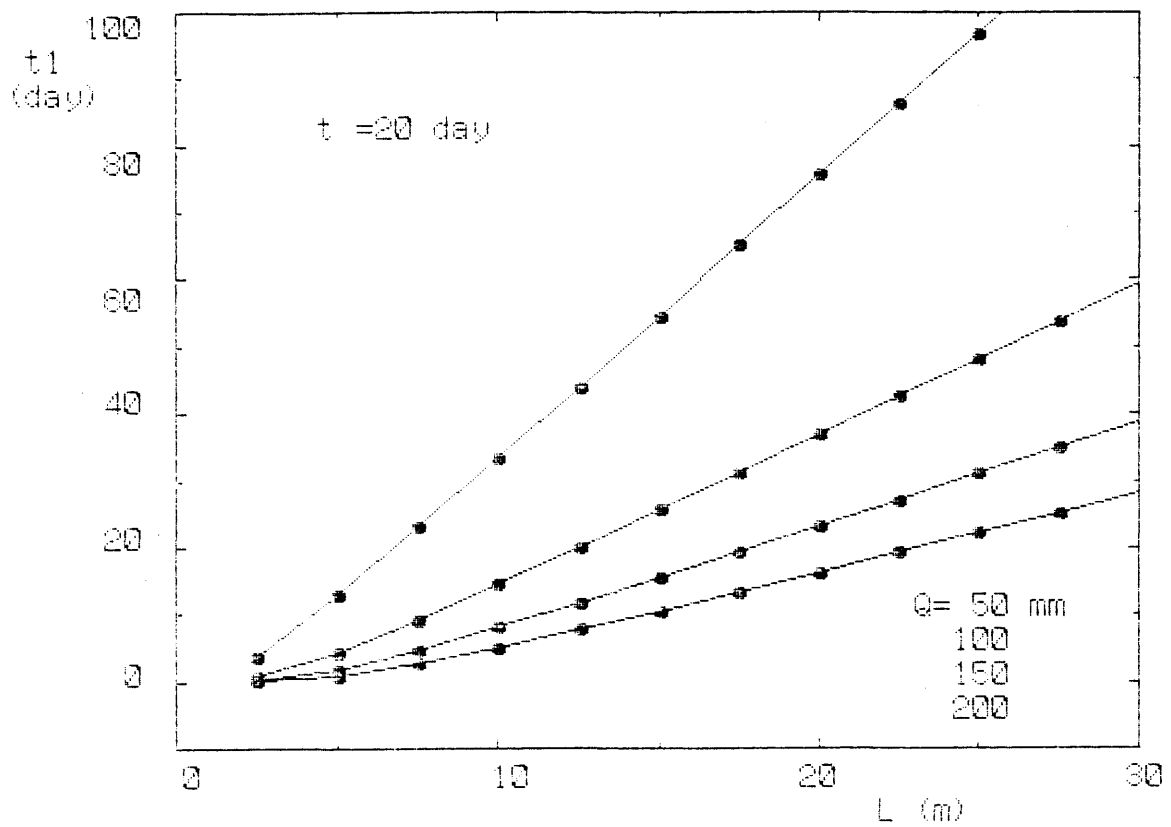


図 3 - 3 深度 L とピーク到達時間との関係 (砂丘砂, $\tau = 20$ 日) (上図はリニア、下図は両対数)

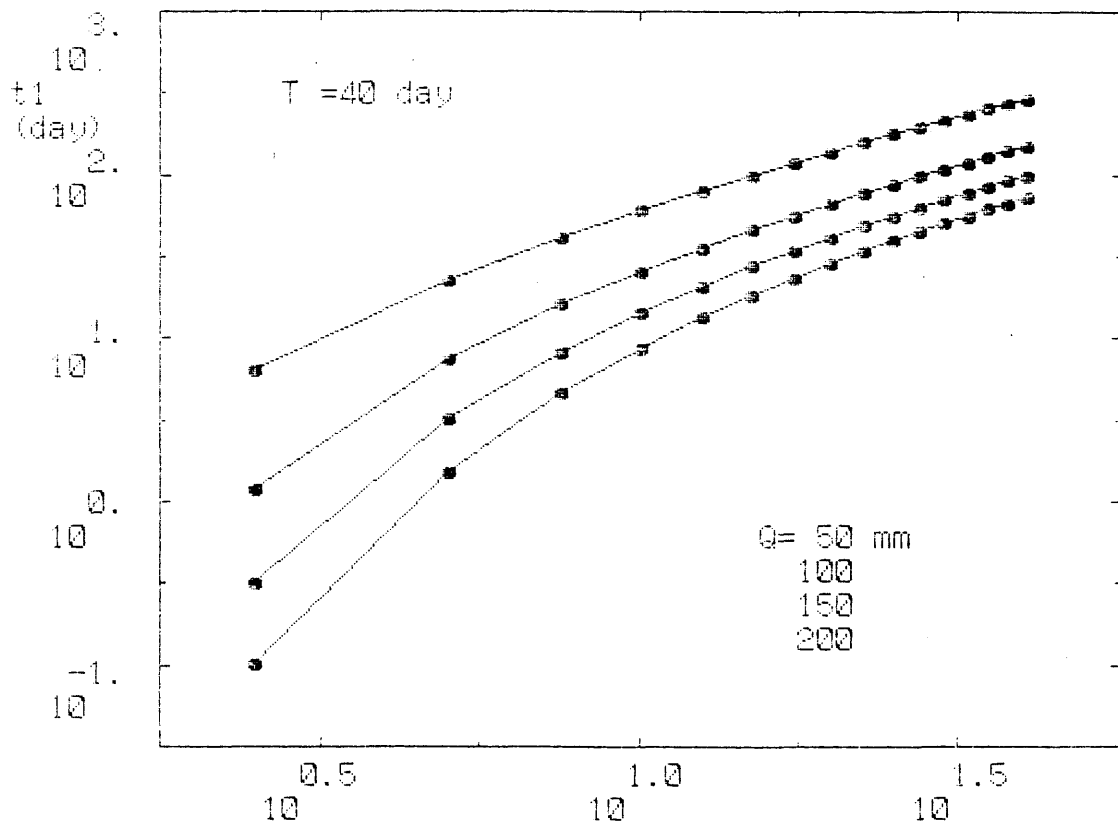
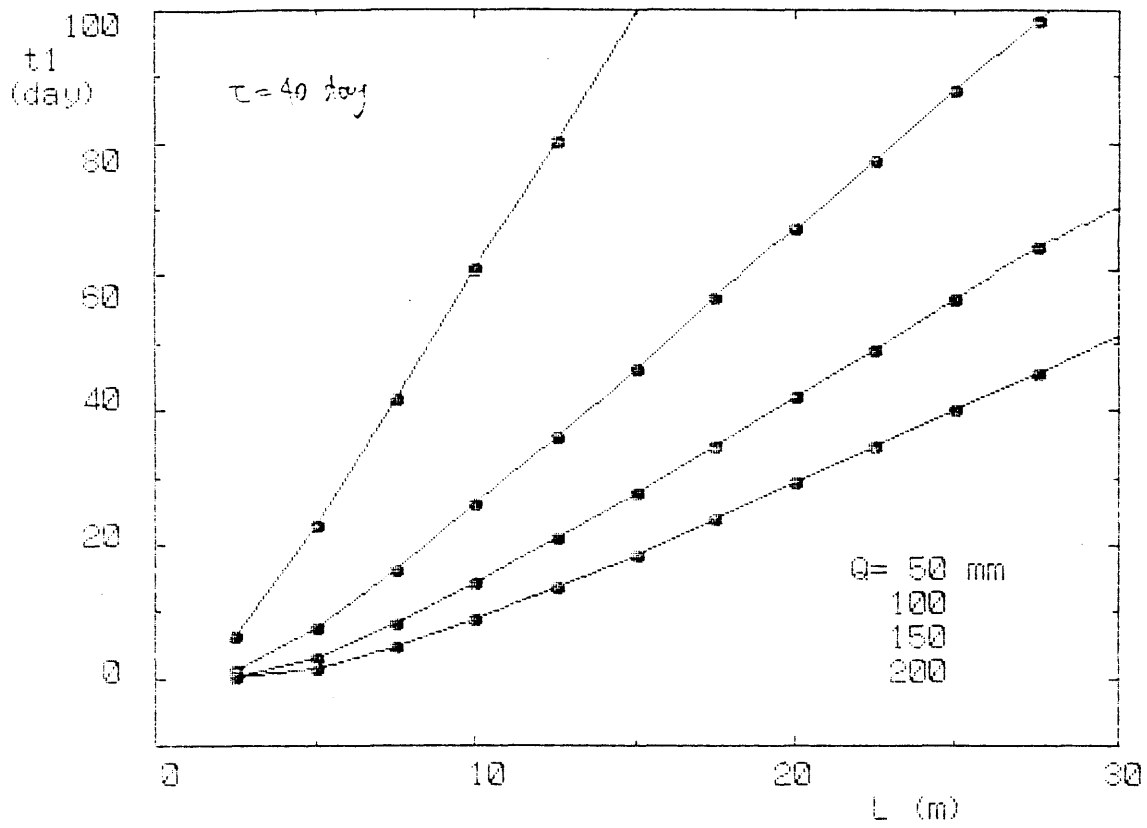


図 3 - 4 深度 L とピーク到達時間との関係 (砂丘砂,
 $\tau = 40$ 日) (上図はリニア、下図は両対数)

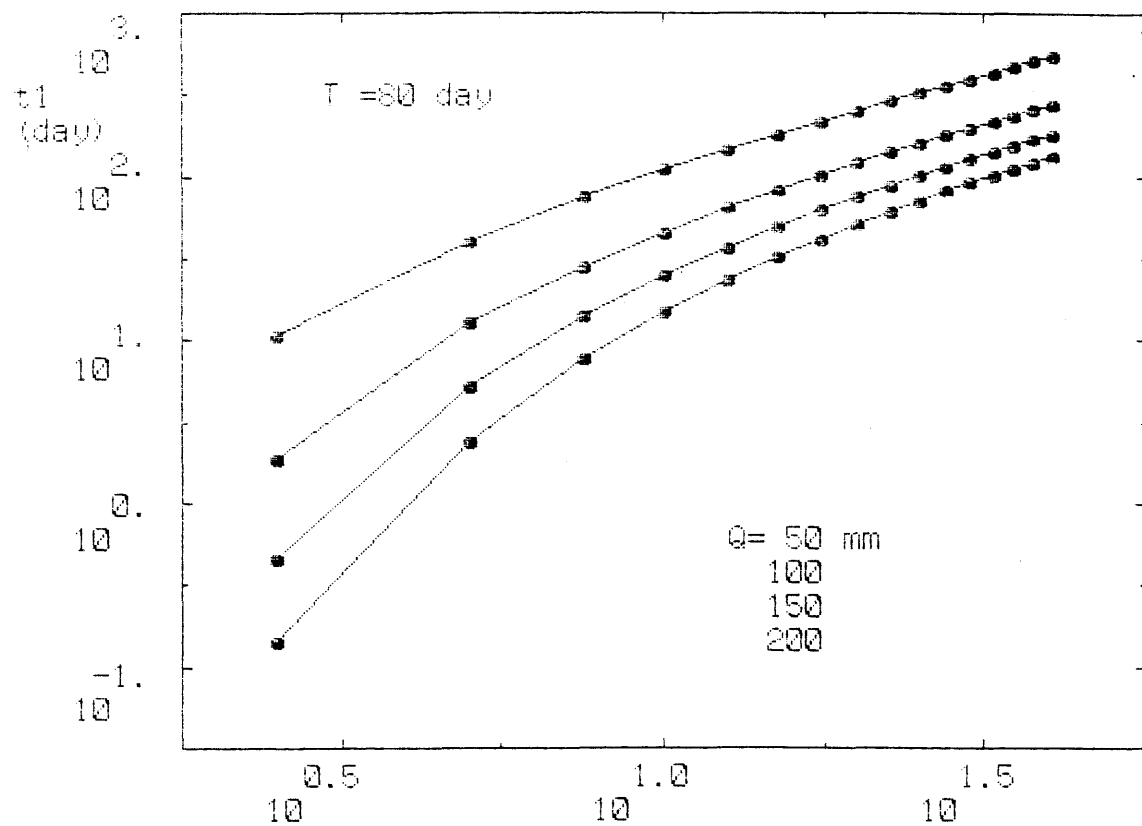
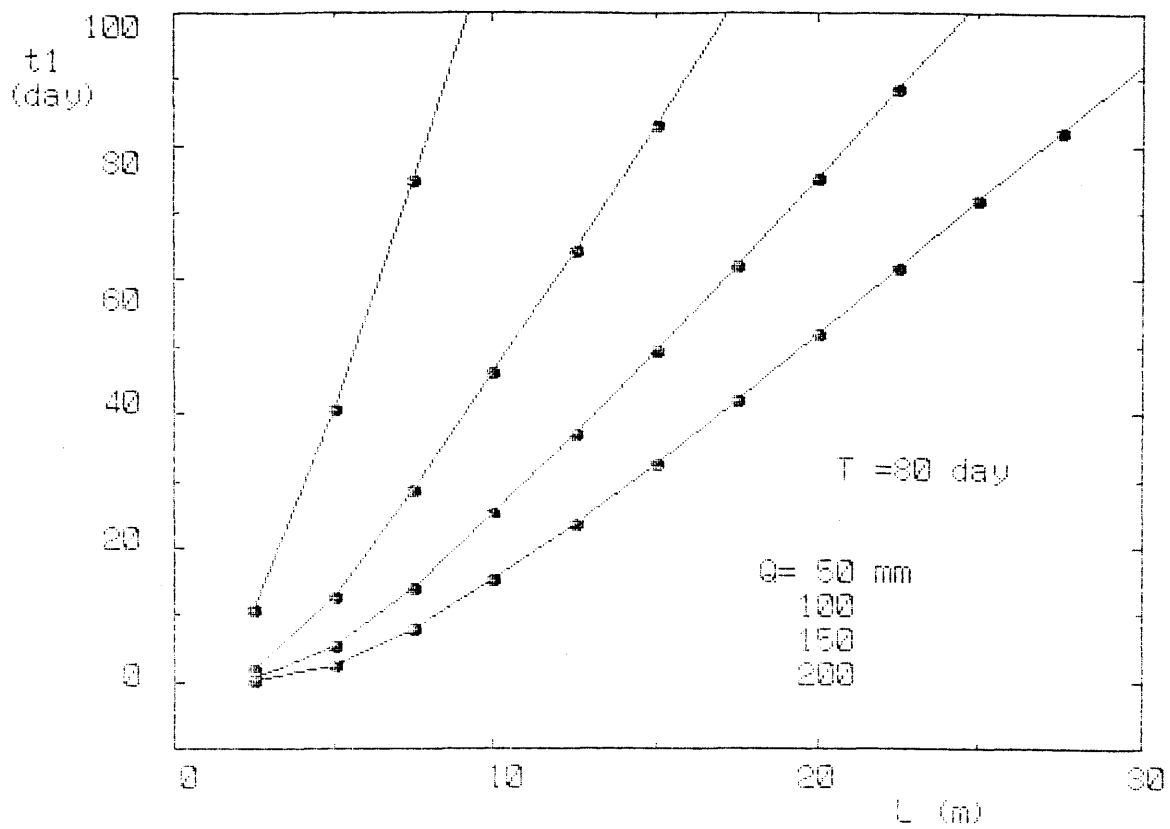


図 3 - 5 深度 L とピーク到達時間との関係 (砂丘砂,
 $\tau = 80$ 日) (上図はリニア、下図は両対数)

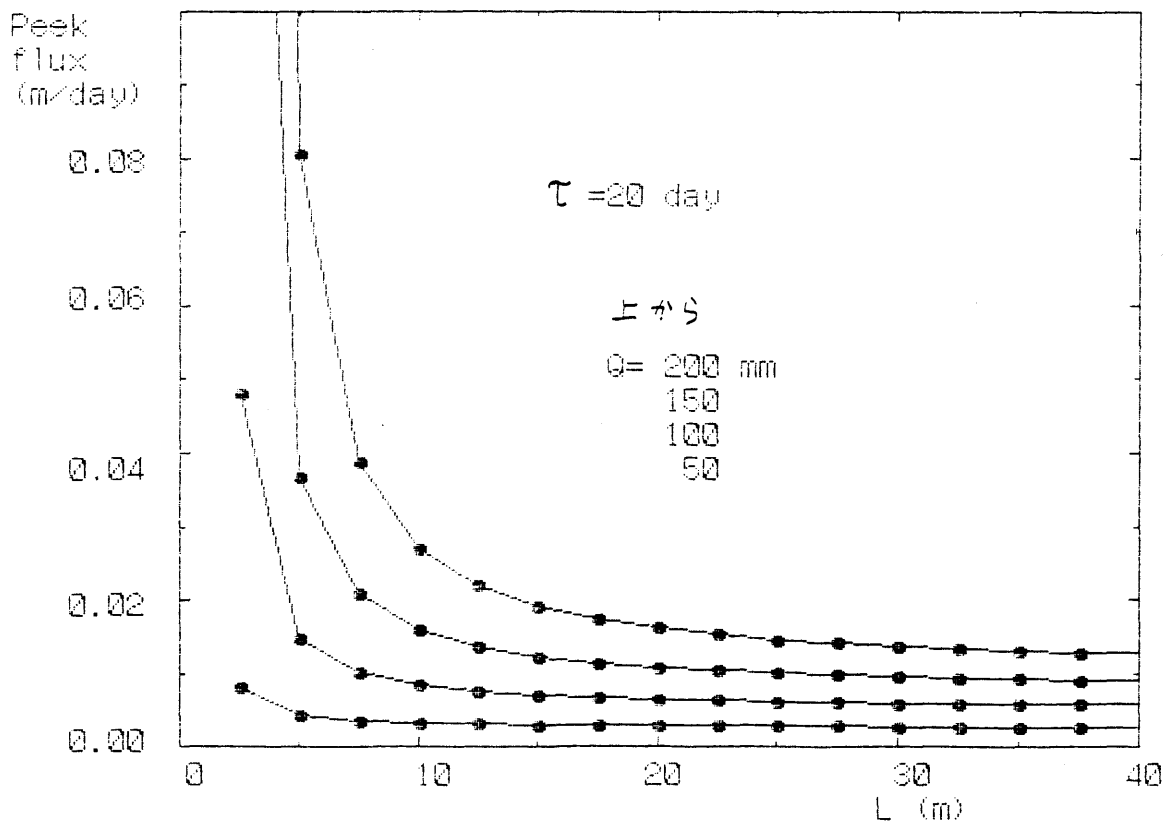


図 3 - 6 深度 L とピークフラックスの関係
(砂丘砂, $\tau = 20$ 日)

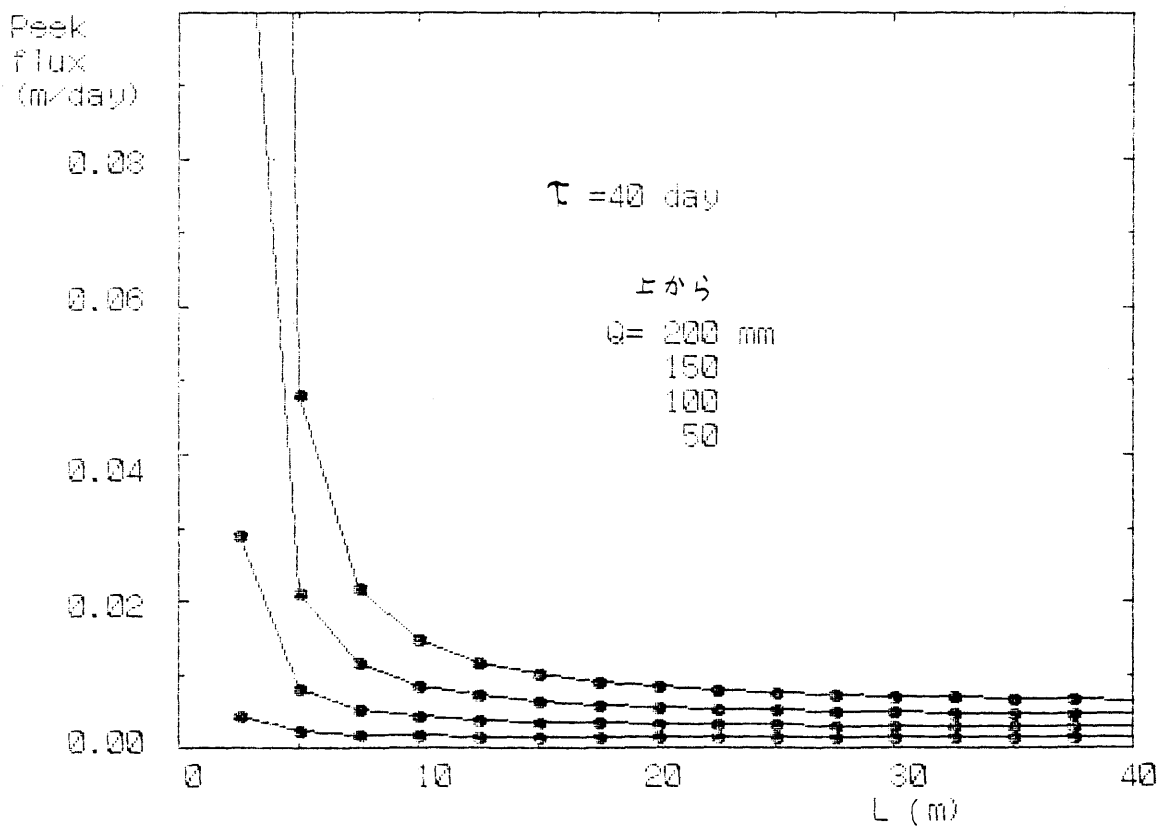


図 3 - 7 深度 L とピークフラックスの関係
 (砂丘砂, $\tau = 40$ 日)

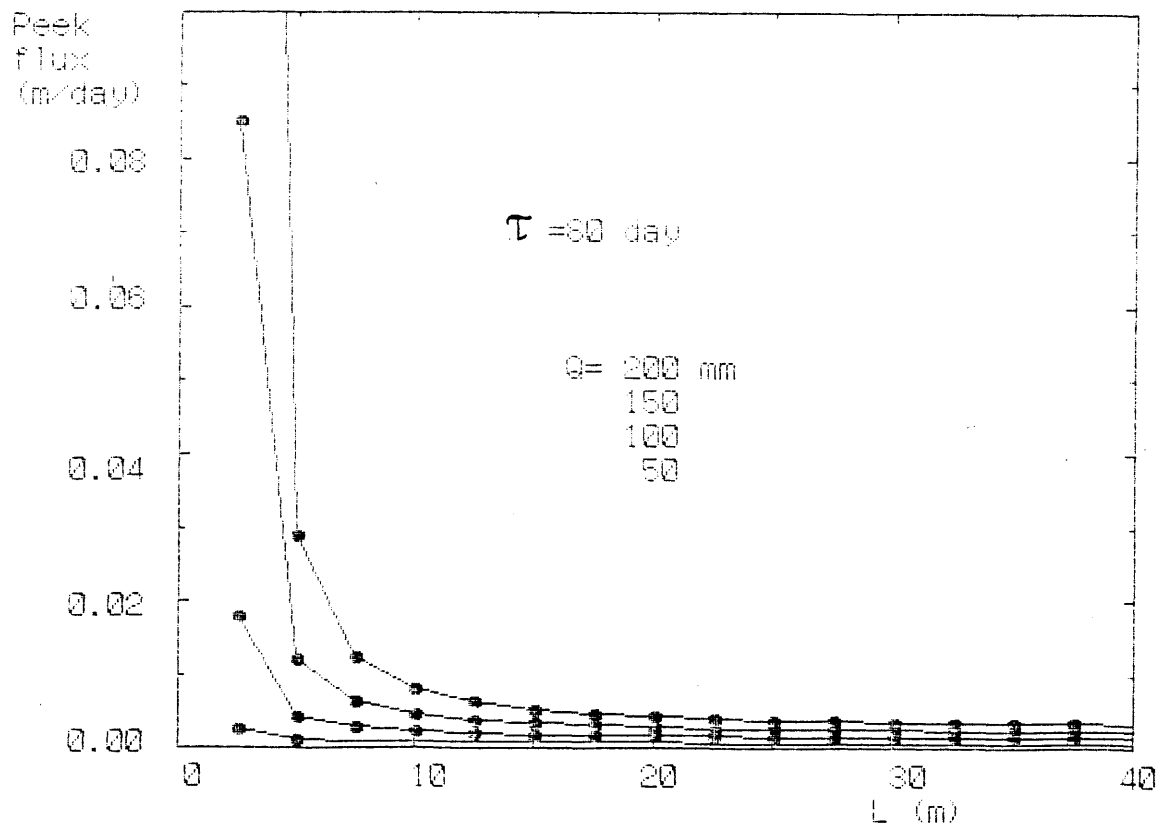


図 3 - 8 深度 L とピークフラックスの関係
 (砂丘砂, $\tau = 80$ 日)

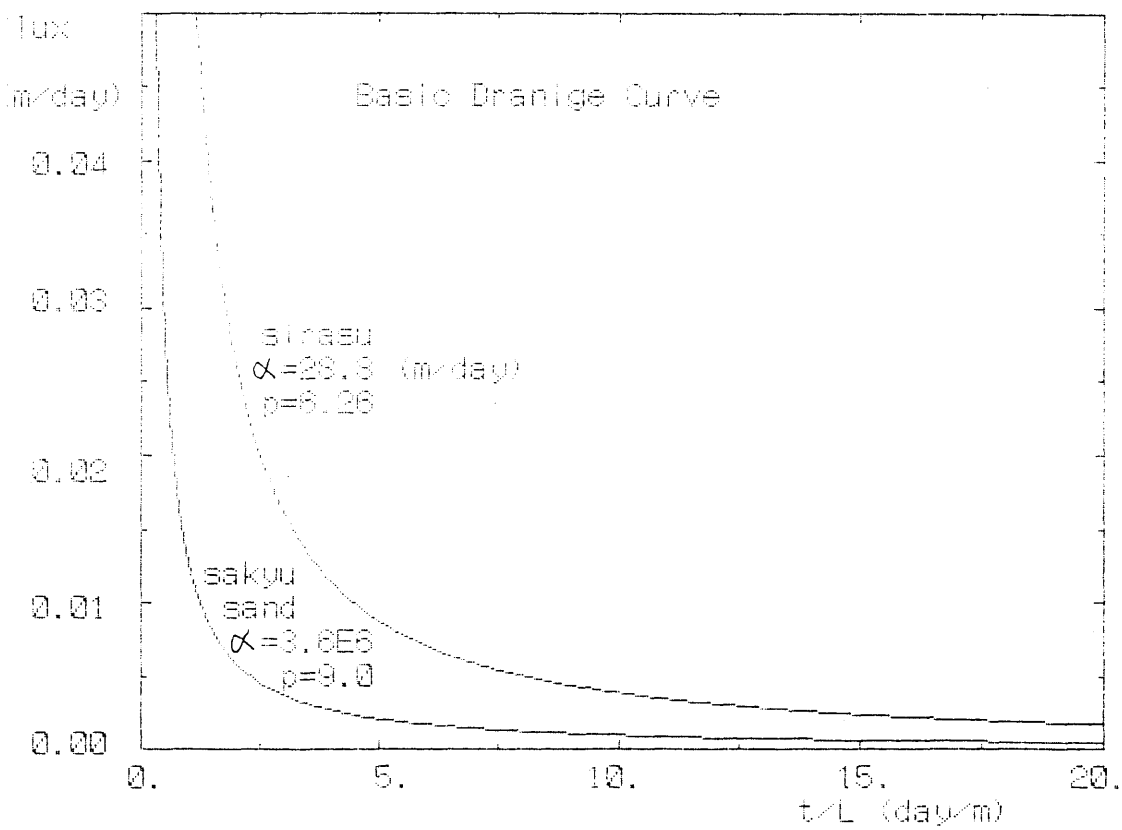


図 3 - 9 砂丘砂とシラスの基本排水曲線

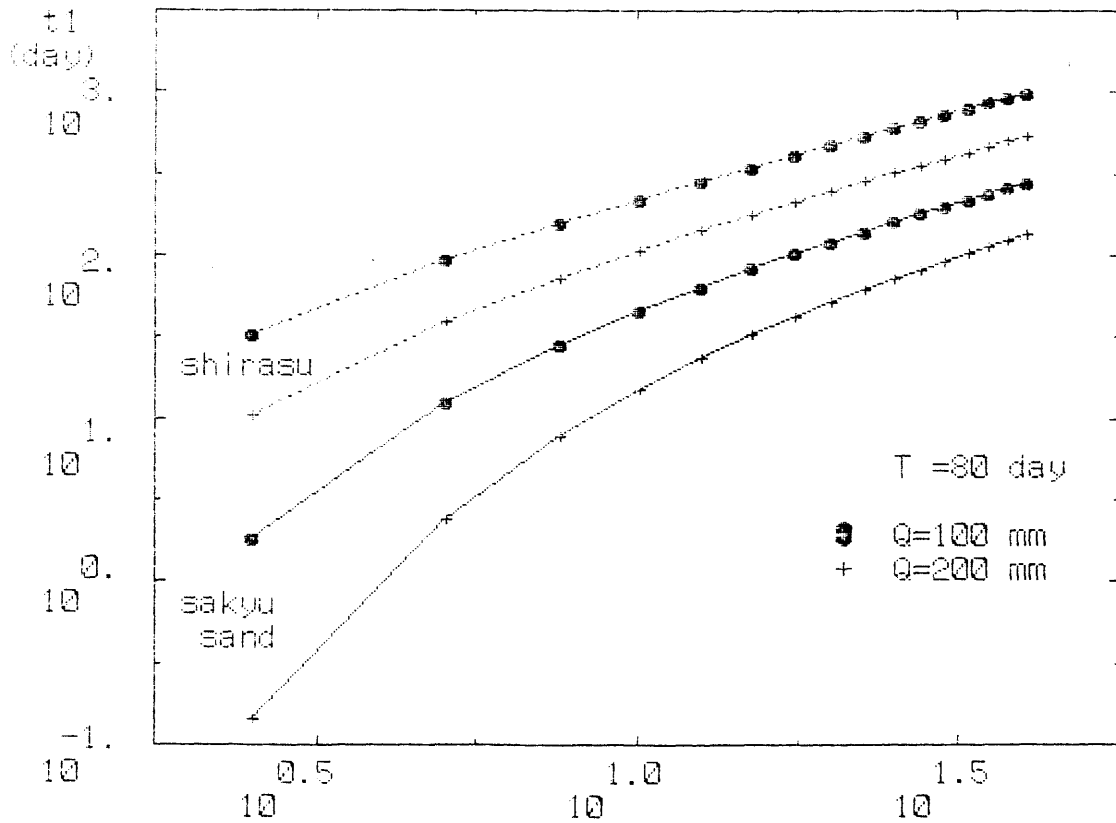
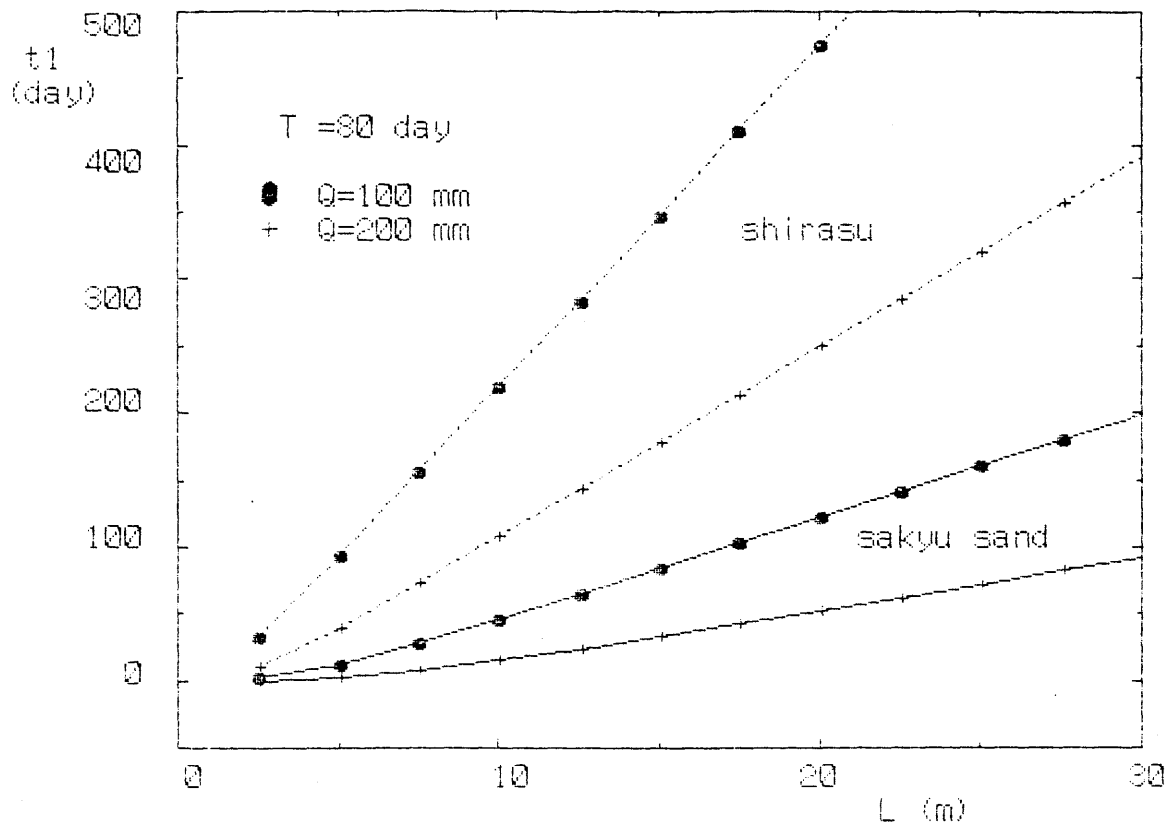


図 3-10 砂丘砂とシラスのピーク到達時間と深度 L の関係 ($\tau = 80$ 日)
 (上図はリニア、下図は両対数)

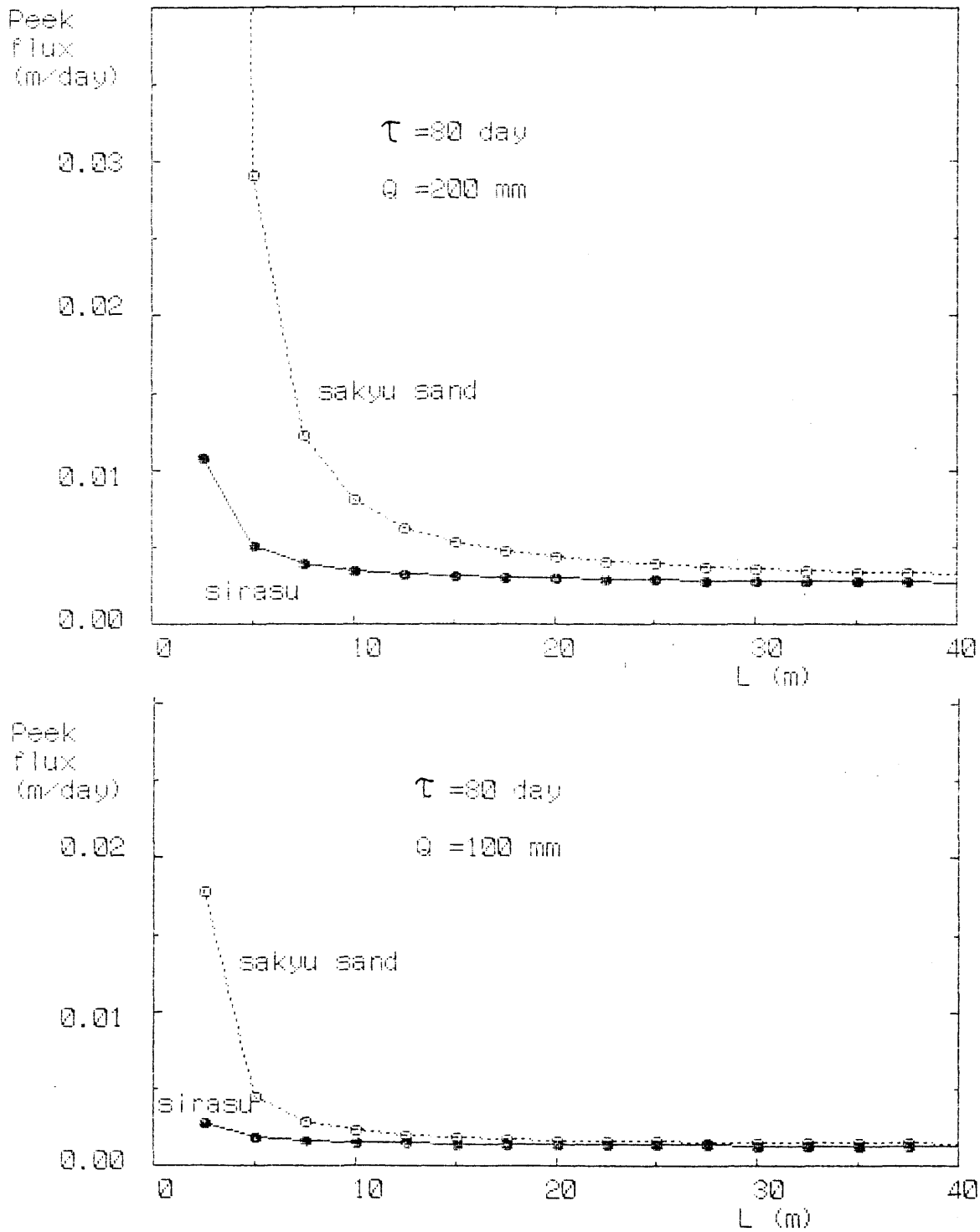


図 3 - 1 1 砂丘砂とシラスのピークフラックスの比較
 ($\tau = 80$ 日 , $Q = 100, 200$ mm)

第3節 伝達モデルと地下水流出

伝達モデルによって示される地下水涵養機構の大きな特徴は、降雨パルスはその浸潤前線が地下水に到達するまでの間、地下水涵養フラックスに何の影響も与えず、これがいったん到達した後は、今度は逆に過去の不飽和層の水分状態の影響はいっさい消し去られ、決められた一つの排水曲線（基本排水曲線）を辿ることである。すなわち、一つの降雨の影響（浸潤前線）が不飽和層を地下水まで伝達するには時間がかかるが、浸潤前線が到達した後の排水過程のフラックスは、どのような大きさの降雨でも、またそれ以前に不飽和層がどのような水分状態であっても、同じ形の曲線（基本排水曲線）を辿り、降雨が重ね合わされて雨量が多くなると、浸潤ピークの到達が早まることでピークフラックスが大きくなる。

このような地下水涵養の特性は、線形現象における重ね合わせのイメージとは大きく異なるもので、流出解析における単位図法のような考え方^{38) 39)}からは予測できないものである。また、この1地点の地下水涵養の挙動はタンクモデルのような非線形の貯留型の流出モデル⁴⁰⁾で表現することもできない。例えば、貯留型のモデルであれば、降雨が与えられた直後に土層の貯留量が最大に

なって流出も最大になるが、伝達モデルでは浸潤前線が到達するまで、降雨の影響は全く現われない。このような伝達モデルの挙動は拡散型の現象にはみられない非線形波動現象の特質である。地中の水移動の中でこの特質を示すのは重力の影響が大きい鉛直不飽和流だけある。飽和地下水の非定常流は（慣性力を無視すれば）すべて拡散型の現象のである。

河川への地下水流出は不飽和層からの地下水涵養だけで決まるものではないし、面的な広がりを持つ不圧地下水帯水層はその上部に様々の厚さ L の不飽和層を持つから、場所によって浸潤ピークの到達時間が異なり、 L が指定された1地点の地下水涵養機構の特徴がそのまま地下水流出に現われることはないであろう。一般には不飽和層から地下水帯水層全体への地下水補給は、浸潤到達時間の異なる地点のフラックスが複合されるために、降雨のパターンによって複雑に異なるものになると考えられる。地下水が深いときの浸潤ピークの到達時間が長いことは、かなり長期の無降雨でも、地下水帯水層全体への地下水補給は過去の降雨パターンの影響を受けると思われる。しかし、長期間の無降雨が続いて、不飽和層の全層が排水過程にはいるような条件の下では、地下水涵養フラックスは各地点でその地点の $k(\theta)$ と地下水深度

Lに 応じた基本排水曲線をたどり、この涵養フラックスは無降雨時間だけで決まり、過去の降雨パターンによらないから、地下水帯水層全体への補給フラックスも過去の降雨パターンによらずに一つの逓減曲線をたどると考えられる。また、流域内の全ての不飽和層が排水過程になるような条件の下では、流出逓減曲線は渇水期間だけで決まる1つの曲線をたどると考えられる。

結語

第一章では、砂丘地における不飽和層の水分変化と不飽和流の実態がとらえられた。

砂丘砂はサクションが少し高くなるだけで不飽和透水係数が大きく低下するので、土壤表面の乾燥過程で下から水分が供給されにくく、短時間で表面が乾燥して蒸発速度が小さくなる。したがって砂丘地では土壤面蒸発が重要なのは雨の直後だけで、それ以外は蒸散の方が大きい。植物の蒸散にともなう根の吸水のパターンはS P A Cモデルによって計算と予測ができる。蒸発散によって、水分変化が大きいのは根群域に限られ、これより深部は水分変化が小さく、動水勾配が常時1に近く、下向きのフラックスが生じている。

深部にその影響が達する降雨は、乾燥時には蒸発散によって減少した根群域の水分を回復する以上の雨量のものである。降雨の浸潤ピークが伝わる速さやピークフラックスの大きさはひとつの降雨の雨量によって異なり、ともに、先行する降雨からの時間やその大きさによって異なる。深い地点ほど浸潤前線の重ね合わせによってフラックスの変化のピークが少なくなり、断続的な降雨はひとつの浸潤前線となる。

第2章では、地下水涵養機構としての不飽和流の基本的な特徴と性質が理論的に明らかにされ、地表に与えられた降雨の地下への伝達を容易に解析し、この流れの諸性質を明確に表現する「伝達モデル」が示された。伝達モデルは重力だけでフラックスが生じるという近似に基づく解析法である。

下向きのフラックスがある場合、不飽和層の流れや水分状態に地下水面の影響が及ぶのは、地下水面上の一定の高さに限られ、これより上部には及ばない。この高さは、生じているフラックスを不飽和透水係数として与えるサクシヨンに相当する高さである。地下水面の影響の大きい下部領域ではサクシヨン分布、水分分布が静止分布に近く、ここではフラックスの伝達が上部領域より速い。そこで、地下水が深いときには、地下水面でのフラックスを高さ h_0 におけるフラックスに近似的に等しいと考えることができる。

排水過程のフラックスは、不飽和透水係数 $K(\theta)$ と深さ L によって決まる基本排水曲線をたどる。

降雨パルスにともなう浸潤前線の位置や、深さ L に浸潤のピークフラックスが到達する時間は、排水過程の水分分布や基本排水曲線に水の質量保存則を適用して求め

ることができる。この到達時間は、降雨パルスの雨量 Q とこのパルスの先行する降雨パルスからの遅れ時間 τ を使って計算される。これによれば、降雨パルスの雨量が多くなるほど、深さ L におけるフラックスが立ち上がる時間は早くなる。また先行する降雨からの遅れ時間 τ が短いほど早くなる。

Q が大きく τ が小さいほど浸潤ピークの伝達が速いから、降雨間隔が近いかまたは先行降雨の方が小さいとき、後からの浸潤前線が先行する浸潤前線に追いついて、一つの浸潤前線となる。この重ね合わされた浸潤は、先行する降雨の雨量を後の降雨の雨量に対して加えた一つの降雨パルスの浸潤に等しい。

L が大きいほど、この浸潤前線の重ね合わせが繰り返し起こり易く、ある期間の断続的なまとまった降雨が一つの浸潤前線を形成するようになる。このような様相は伝達モデルで簡単に予測できる。

第三章では伝達モデルの砂丘地への適用例が示され、伝達モデルに基づいて、現象を規定する要因について検討された。

実際の現場に伝達モデルを適用するときの雨量は、前回の降雨パルスから今回の降雨パルスまでの蒸発散量を

今回の雨量から差し引いて有効雨量とすればよい。砂丘地への適用例では、伝達モデルは数値計算のフラックス変化の形をよく表わしている。拡散項の役割は水分分布やフラックスの変化を滑らかにするものであるが、フラックスの伝達は基本的に重力項によって生じる。

「伝達モデル」による地中への降雨パルスの伝達を規定する要因は、土層の条件として不飽和透水係数 $K(\theta)$ と深さ L であり、降雨条件として雨量 Q と先行降雨からの遅れ時間 τ である。 $K(\theta)$ と L によって基本排水曲線が決まり、 Q と τ によって浸潤ピークの立ち上がり時間が決まる。伝達モデルによればこれらの要因が地下水涵養機構としての不飽和流にどのように影響するかが具体的に検討された。

伝達モデルによって、地表に与えられた降雨が不飽和層を伝達し、地下水面に達する様相を容易に解析、予測でき、またこの現象に関わる要因の影響も検討できる。これによって、従来未解決であった地下水涵養機構としての不飽和流の問題が、基本的に解決され、解明された。

謝 辞

「地下水涵養問題」は大学院の学生であったときに、指導教官の東京大学教授中野政詩先生から与えられたテーマである。修士の時に参加した地水研の宮崎県におけるシラス台地の水循環の調査は、現場の調査の基本的なやり方を身に付けるものであったとともに、筆者のこの問題への問題意識を鮮明にした。「地下水涵養問題」は、どこにでも生じているという意味で基本的なことでありながら、未解決の問題であった。研究の出発点から、このようなやりがいのあるテーマを与えられたことは誠に好運であったといえよう。このように貴重な研究テーマを与えていただき、以来これまで一貫して懇切なご指導と励ましをいただいた中野先生に深く感謝するものである。

宮崎助教授とは本論のテーマの基本的な部分で多くの議論をしていただいたが、これは大いに参考になるとともに筆者の励みとなった。雨宮悠助手には筆者が大学院生の時から調査と実験の方法を懇切に教えていただいた。

砂丘地の調査は、山形大学農学部農業水利学研究室に勤務していたときに行なったものである。桑原英夫先生、前川勝朗先生には多くの点で協力をいただいた。水利学

研究室の学生諸君とは現場の調査を共にし、大きな助力を得た。

石田朋靖氏（山形大学）には根密度の測定方法を御指導いただくとともに、討論を通して多くの点で有益な示唆を得た。

久保成隆氏（東京大学）には非線形波動について有益な助言を頂き、啓発された。

農業地水学研究室の井本博美技官には論文作成中の筆者の職務をカバーしていただいたのははじめさまさまの協力を得た。また農業地水学研究室の大学院生の諸君にも、本論について討論をいただいた。

また、図面の清書には妻の泰子の協力を得た。

本研究は、これらの人々のご指導、ご鞭撻とご助力の上にはじめてなし得たものであり、ここに深く謝意を表すものである。

昭和63年3月

東京大学農学部農業工学科

農業地水学研究室にて

塩 沢 昌

引用文献

- 1) Richards, L.A. and Moore, D.C.: Influence of Capillary Conductivity and Depth of Wetting on Moisture Retention in soil., Trans. Amer. Geoph. Union, 33, pp.531-539 (1952)
- 2) 武藤勲: シラス台地における地中水の挙動に関する研究 (学位論文) pp.100-105 (1986)
- 3) 雨宮悠・武藤勲・中野政詩: 台地不飽和土壌水分帯域の保水と移動 - シラス地帯における土の特性と水の動態 (Ⅲ) -, 農土論集 93, pp13-21 (1981)
- 4) 平田重夫: 本郷台, 白山における不圧地下水の涵養機構, 地理学評論, Vol.44-1, pp14-46 (1971)
- 5) Nakano M., and Ichii K.: Measurement and Prediction of Hydraulic Conductivity in Unsaturated Porous Mediums., Trans. JSIDRE., No.69, pp29-34 (1977)
- 6) 塩沢昌: 定常法による不飽和透水係数の測定方法と精度について, 農土論集 106, pp.73-79 (1983)
- 7) 塩沢昌・井本博美・中野政詩: フラックス制御定常流による不飽和透水係数の測定, 農土誌 Vol.55-9 pp.23-28 (1987)
- 8) 渡辺春夫: 地下水位一定条件における土壌水分の運動について, 土肥誌 Vol.45 pp.253-258 (1973)
- 9) E.I. Newman: A method of estimating the total length of root in sample. J.Appl.Ecol.3 pp.139-145 (1966)
- 10) W.R..Gardner: Dynamic aspect of water availability to plants., Soil Sci.89 pp.63-73 (1960)
- 11) D. Hillel: Application of Soil Physics. Academic Press, New York. (1980)

- 12) G.S Campbell: Soil Physics with BASIC,
Elsevier Sci.(1985)
パソコンで学ぶ土の物理学, G. S. Elsevier
キャンベル著 中野政詩・東山勇 監訳, 鹿島出版会
(1987)
- 13) 石田朋靖・中野政詩: 土壌-植物-大気系における水
分消費の動態, 農土論集 92, PP.26-34 (1981)
- 14) 気象庁月報 (1982-1985)
- 15) G.F.Pinder, W.G.Gray: Finite Element Simulation
in Surface and Subsurface Hydrology,
ACADEMIC PRESS (1977)
- 16) スタンリー・ファーロウ 著: 偏微分方程式 伊里
正夫、伊里由美 訳 ワイリー・ジャパン (1983)
- 17) 森口繁一・伊理正夫(1985): 算法通論(第2版)
東京大学出版会
- 18) D. Hillel: Soil and Water, Academic Press,
New York.(1971)
- 19) J.R. Philip: The Theory of Infiltration: 1. The
Infiltration Equation and Its Solution, Soil Sci
. ,83, pp.345-357 (1957)
- 20) J.R. Philip: The Theory of Infiltration: 2.The
Profile of Infinity, Soil Sci. ,83, pp.437-448
(1957)
- 21) J.R. Philip: The Theory of Infiltration: 4.
Sorptivity and algebraic infiltration equations.
Soil Sci. 84, pp.257-264 (1957)
- 22) Richards, L.A: Capillary Conductivity of Liquids
through Porous Mediums., Physics 1, pp.318-333
(1931)
- 23) Green W.H and Ampt G.A.: Studies on soil physics
: I. Flow of air and water through soil. J. Agr. Sci.
4, pp.1-24 (1911)

- 24) 宮崎毅: 浸潤方程式, 土壤の物理性 50, pp.56-61 (1984)
- 25) K.K. Watson: Experimental and Numerical Study of Column Drainage, Proc. A.C.C.E, HY2, pp.1-15, (1967)
- 26) D. Hillel: Applications of Soil Physics. Academic Press, New York (1980)
- 27) 岩田進午: 排水過程の水分運動の特質と圃場用水量, 農技研報告 B - 1 6, pp.149-176 (1966)
- 28) E.G. Youngs: The Drainage of Liquids from Porous Materials, , J. Geophysical Res. 65-12 , pp.4025 (1960)
- 29) R.D. Jackson and F.D. Whisler: Equation for Approximating Vertical Nonsteady-State Drainage of Soil Columns, , Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 34, pp.715-718 (1970)
- 30) W.R. Gardner: Field measurement of soil water diffusivity, Soil Sci. Soc. Am. Proc. 34, pp.382 (1970)
- 31) R.Allan Freeze: Theoretical Analysis of Regional Groundwater Flow, Water Resource Rrs. 3-2 pp.624-634 (1967)
- 32) 岡太郎・角屋睦: 裸地斜面における雨水の侵入と地下水流出(2) - 流出モデルへのアプローチ -, 京都大学防災研年報 17-B pp.523-533 (1974)
- 33) 岡太郎・角屋睦: 丘陵地斜面域における雨水の侵入・流出過程, 京都大学防災研年報 18-B pp.469-482 (1975)
- 34) 岡太郎・角屋睦: 丘陵地斜面域における雨水の侵入・流出過程(2), 京都大学防災研年報 19-B2 pp.153-165. (1976)
- 35) 岡太郎: F E M による扇状地地下水の平面解析, 京都大学防災研年報 22-B2 pp.257-270 (1979)

- 36) 塩沢昌・中野政詩：不飽和層の排水過程としての地下水涵養機構，農土論集 92，pp.35-42(1981)
- 37) 谷内俊弥・西原功修：非線形波動，岩波出版
pp.1-7 (1977)
- 38) 角屋睦：流出解析手法(その2)，農土誌 47-11
pp.37-40，(1979)
- 39) 角屋睦：流出解析手法(その3)，農土誌 47-12
pp.29-36，(1979)
- 40) 菅原正己：流出解析法，共立出版(1972)
- 41) Klute, A.: The Determination of the Hydraulic Conductivity and Diffusivity of Unsaturated Soil., Soil, Sci., 113, pp.264-276(1972)

論文の内容の要旨

論文題名 地下水涵養機構としての不飽和流の研究

氏名 塩沢 昌

降雨や灌漑で地表面に与えられ、地中に侵入した水分は、一部は地表面から蒸発し、一部は植物の根によって吸われて葉から蒸散するが、残りはさらに深層部へと浸透し、地下水面に至って不圧地下水を涵養する。一般に、蒸散や蒸発によって水分が大きく変化するのは、地表から50-60cmの根群域で、これより深いところでは水分変化が少なく、重力の下で、常時下向きのフラックスが生じている。飽和の地下水帯水層では、不飽和層からの地下水涵養の下で、水平方向を主体とする地下水の流動が生じる。

地下水が浅い場合には、地表面におけるフラックス変化の地下水への伝達は直接的であるが、地下水が深い場合には、不飽和層の貯留量の増減を介して地下水に伝わるので、時間がかかるとともに、応答は鈍くなる。したがって、地下水が深い場合には、不飽和土層中の水分の流れが、地下水涵養機構として、地下水の水文的循環の重要な一部となり、地下水流出に大きな影響を与える。しかし、この流れの基本的な性質と応答機構は、実測が困難なことから物理的なメカニズムの複雑さのために、問題の重要性にもかかわらず、今日なお未解決の問題となっており、土壌の水文学と地下水学の、残された大きな課題である。本研究は、この課題に応えるものである。

論文は3つの章から構成されている。第1章では、地下水涵養機構の一例として、砂丘地をとりあげ、庄内砂丘における現地調査をもとに、不飽和層の水分変化と流れの実態を明らかにした。第2章では、地下水涵養機構としての不飽和流の理論を展開した。ここでは流れを容易に解析でき、その物理的な内容を簡潔に示すことができるモデル（伝達モデル）が示され、これによって地下水涵養機構の基本的な性質が説明される。第3章では、この地下水涵養モデルの実際への適用を試みた。

第1章の、砂丘地における不飽和流の調査研究方法としては、まず、不飽和層の水分変化を実測した。地表から地下水面までの水分分布とサクシオン分布を適宜測定するとともに、3つの深さのサクシオンと地下水位を連続測定した。しかしそれだけで流れをとらえることは困難なので、シミュレーションモデルの数値計算によって流れの詳細を調べた。そのために、土層の物理性として、とくに流れを規定するパラメータである不飽和透水係数および水分量サクシオン関係を実験室で測定するとともに、現場での測定を行なった。また、地上部での土壌面蒸発の調査と植物の蒸散と根の吸水の調査を行なった。

土壌面蒸発速度 E_s は、降雨の直後は水面蒸発計の蒸発速度 E_w に近いものの、地表面が乾燥するにしたがって E_s は E_w に較べて低下してゆく。したがって E_s は E_w と表層の含水量（表層5 cmの平均含水量 θ_5 で代表させる）で決まると考えられるので、 E_s を予測するつぎのような経験式を作って係数 A 、 R_1 、 R_2 を決めた。

$$E_s = A \cdot E_w^{R_1} \cdot \theta_5^{R_2} \quad (E_s < E_w \text{ のとき})$$

蒸散と根の吸水量は、根群域の水分分布の測定から求めた。根群域が湿っているときは、根の多い表面近くでおもに吸水されるが、上部が乾燥してくると根群域の下部に吸水のピークが移り、さらに乾燥が進むと根系全体の吸水速度（蒸発散速度）が急に減少する。このような蒸発散速度と根の吸水パターンの変化を表現するために、シミュレーションモデルには、植物体内の水ポテンシャルを媒介に蒸散速度と根の吸水量の各土層への配分を決めるSPACモデルを組み込んだ。

土中の水移動は連続式とダルシー式に従うので、これを連立させた偏微分方程式に、境界条件および吸水項を与える蒸発と根の吸水モデルを組み込んで、これを数値的に解けば、現実の不飽和流をシミュレートできる。このシミュレーションモデルに入力する気象環境データは、雨量とポテンシャル蒸発散速度であるが、

要旨

ポテンシャル蒸発散速度は、全天日射量に比例すると仮定してこれを与えた。

シミュレーションモデルの数値計算の結果は、実測の水分分布と深層のテンシオメータの読みの変化パターン（降雨浸潤の到達時間など）をよく表現しており、地表面におけるさまざまな降雨パターンの下で、フラックスが深部に伝達する様相、地下水面におけるフラックス変化の様相をみることができた。これによると、降雨によるフラックスのピークの到達は雨量の多い方が速く、地表面より深い地点ほどフラックスのピークは小さくなるが、その遞減は緩くなる。また降雨間隔が近いと、深部では浸潤前線が重ね合わされて、断続的な降雨が一つの浸潤ピークとなる。

第2章では、地表面に与えられる降雨（フラックスの変化）がどのように不飽和層を伝達し、地表面における入力に対する応答としての地下水面におけるフラックス変化をもたらすかを理論的に明らかにした。ここでは、流れの支配方程式の数値解を得て現象を調べながら（数値実験）、理論を展開した。

はじめに、一つの定常流を初期条件として、上からのフラックスが減少したときの、次の定常流に到る排水過程を調べた。この結果を考察して、次の点を明らかにした。(1)下部境界としての地下水面の影響が不飽和流に及ぶのは地下水面上の一定の高さ h_0 までで、これより上部には地下水面の影響が事実上及ばず、上部境界条件だけで水分状態が決まる。この高さ h_0 は、フラックスを不飽和透水係数として与えるサクシオンに相当する高さである。(2)この地下水面から高さ h_0 までの領域ではフラックス変化の伝達が上部よりも速く、地下水面のフラックスは、この h_0 の高さにおけるフラックスに近似的に等しいとみなすことができる。(3)排水過程で、あるフラックスが深さ L に到達する時間は、 L が長いと L に比例する。この性質は流れの駆動力として重力が支配的であるとして説明できる。

不飽和透水係数を水分量 θ の関数 $k(\theta)$ として、重力のみを駆動力と考える（動水勾配が1）と、流れの方程式は次の1階の非線形偏微分方程式になる。

$$\partial \theta / \partial t = v(\theta) \cdot \partial \theta / \partial x \quad , \quad \text{ここに} \quad v(\theta) = dk(\theta) / d\theta$$

この解は、速度 $v(\theta)$ で進む θ の分布なので、深さ L におけるフラックス q の、排水過程における遞減曲線が次のように誘導される（基本排水曲線）。

$$q(t) = k(v^{-1}(L/T)) = qb(t)$$

ただし $v^{-1}()$ は $v()$ の逆関数である。この曲線は、数値実験の排水フラックスの

要旨

ポテンシャル蒸発散速度は、全天日射量に比例すると仮定してこれを与えた。

シミュレーションモデルの数値計算の結果は、実測の水分分布と深層のテンシオメータの読みの変化パターン（降雨浸潤の到達時間など）をよく表現しており、地表面におけるさまざまな降雨パターンの下で、フラックスが深部に伝達する様相、地下水面におけるフラックス変化の様相をみることができた。これによると、降雨によるフラックスのピークの到達は雨量の多い方が速く、地表面より深い地点ほどフラックスのピークは小さくなるが、その遅減は緩くなる。また降雨間隔が近いと、深部では浸潤前線が重ね合わされて、断続的な降雨が一つの浸潤ピークとなる。

第2章では、地表面に与えられる降雨（フラックスの変化）がどのように不飽和層を伝達し、地表面における入力に対する応答としての地下水面におけるフラックス変化をもたらすかを理論的に明らかにした。ここでは、流れの支配方程式の数値解を得て現象を調べながら（数値実験）、理論を展開した。

はじめに、一つの定常流を初期条件として、上からのフラックスが減少したときの、次の定常流に到る排水過程を調べた。この結果を考察して、次の点を明らかにした。(1)下部境界としての地下水面の影響が不飽和流に及ぶのは地下水面上の一定の高さ h_0 までで、これより上部には地下水面の影響が事実上及ばず、上部境界条件だけで水分状態が決まる。この高さ h_0 は、フラックスを不飽和透水係数として与えるサクシオンに相当する高さである。(2)この地下水面から高さ h_0 までの領域ではフラックス変化の伝達が上部よりも速く、地下水面のフラックスは、この h_0 の高さにおけるフラックスに近似的に等しいとみなすことができる。(3)排水過程で、あるフラックスが深さ L に到達する時間は、 L が長いと L に比例する。この性質は流れの駆動力として重力が支配的であるとして説明できる。

不飽和透水係数を水分量 θ の関数 $k(\theta)$ として、重力のみを駆動力と考える（動水勾配が1）と、流れの方程式は次の1階の非線形偏微分方程式になる。

$$\partial \theta / \partial t = v(\theta) \cdot \partial \theta / \partial x \quad , \quad \text{ここに} \quad v(\theta) = dk(\theta) / d\theta$$

この解は、速度 $v(\theta)$ で進む θ の分布なので、深さ L におけるフラックス q の、排水過程における遅減曲線が次のように誘導される（基本排水曲線）。

$$q(t) = k(v^{-1}(L/T)) = qb(t)$$

ただし $v^{-1}()$ は $v()$ の逆関数である。この曲線は、数値実験の排水フラックスの

要旨

逓減曲線をよく表わすものであった。以後、この近似解法を伝達モデルと呼ぶ。

つぎに、雨量 Q がパルス状に地表に与えられる場合の伝達モデルを考察した。

まず、基底定常流に対して、雨量 Q のパルスが与えられる場合を考えると、深さ L の地点では、浸潤前線の到達時にフラックスが立ち上がり、その後すぐ排水過程にはいるが、排水過程のフラックスは基本排水曲線をたどるので、これを積分したものが雨量 Q になるという条件から浸潤ピークの到達時間が求められる。雨量が大きくなると、ピーク到達が早くなることでピークフラックスが高くなる。

さらに、より現実的な場面は、時間 τ だけ先行する降雨の排水過程に加えられたパルスの伝達であるが、この場合、ピークの到達時間は、基本排水曲線 $qb(t)$ と先行する曲線 $qb(t+\tau)$ の差を無限時間まで積分した値が与えられた雨量 Q になる時間として計算できる。

さらに、一般的な地表の境界条件は任意の大きさの降雨パルスの時系列である。これについては、前述のように、個々の降雨に対して先行降雨からの遅れ時間 τ と雨量 Q からピーク到達時間を決めてゆけばよい。しかしこの時、この到達時間が先行降雨のピーク到達時間より早くなることがある。この場合、後からの浸潤前線の進行が速いために、先行する浸潤前線に追いついて一つのピークになる。これは今回の雨量に先行する降雨の雨量を加えた雨量が、今回の時点で与えられたのと同じ効果を持つ。

以上の伝達モデルに基づく考察を数値実験で確かめた。数値実験は拡散項が利くので水分分布やフラックスの時間変化はより滑らかではあるが、フラックスの伝達の本質的な部分は重力のみを考えた伝達モデルで表現できることを明らかにした。このモデルによって、地下水涵養機構としての不飽和流の基本的な諸性質の全てを、物理的に容易に理解することができる。

第3章では、この伝達モデルの実際への適用を述べた。実際の現場に適用する上での問題は、蒸発散量の扱いである。蒸発散は根群域の水分を減少させるだけで、降雨はその減少分を回復したうえで深部に流れるので、先行降雨からの蒸発散量を今回の雨量から差し引くことにした。この伝達モデルを砂丘地に適用してシミュレーションモデルの数値計算と比較した。その結果は地下水面のフラックスを数値計算と一致し、しかも簡単な計算であることを示した。