

# 流域の水文的性格表示への ハイドログラフの応用

教授 萩原貞夫

助手 山口伊佐夫

Sadao OGIHARA and Isao YAMAGUCHI:

## Application of Hydrograph in Expressing the Hydrological Characteristics of Watersheds

目	次
緒言 .....	101
第Ⅰ部 合成ハイドログラフについて .....	103
1. ハイドログラフ .....	103
2. ユニットハイドログラフ .....	104
3. Sherman 理論の再検討 .....	105
4. ハイドログラフの性格 .....	106
5. 合成ハイドログラフとその応用 .....	109
6. 流域の水文的性格の比較方法 .....	112
第Ⅱ部 ユニットハイドログラフの応用 .....	113
1. 用語の説明 .....	113
2. ユニットハイドログラフの原理 .....	114
3. ユニットハイドログラフの誘導 .....	116
(i) 地下水流量の分離 .....	116
(ii) ユニットハイドログラフの計算 .....	116
(iii) 降雨と地表流下量との関係 .....	122
4. 推定増水曲線と測定増水曲線との比較 .....	125
5. ユニットハイドログラフに対する 流域内地形因子の価値 .....	127
(i) 理論の誘導 .....	127
(ii) 面積素の算定 .....	132
6. 得られた面積素を用いた推定増水 曲線と測定増水曲線との比較 .....	133
7. 各仮定に対する討議 .....	134
(i) 面積素について .....	137
(ii) 表面流出面積率について .....	139
Résumé .....	142

## 緒 言

降雨に基く増水や旱天の際の渇水など吾々の生活に直接の影響を持つ結果的の流量状態、あるいはこれに至るまでの表面流出、地中滲透、地下水湧出などの基因的現象は流域が異なるに従つて同じではない。この相違の原因を流域の水文的性格と呼べば、理水利水の立場から各流域のこの性格を知ることは極めて重要である。その性格の表現には従来いろいろの方法が考えられているが、多くの流域を比較対照する目的ではその表現法はできるだけ簡単であることが望ましい。しかし簡単さを重視するの余り、表現方法に普遍性を欠くようなことがあつてはならぬことは勿論である。

森林の理水機能に関する一般的の結論は未だ下されておらない。通説上では効果ありとされているが例外も少なからず存在するし、影響ありとしても地形、地質、降水状態などのそれらに比較して遙かに小さいと主張する学者もある。現在吾々のなすべきことはできるだけ多くの実験や

調査資料を得ることにある。しかして、それらの結果を比較検討して森林の効果に関する一般的結論を得るために各流域の水文的性格の簡単な表示方法が絶対的に必要となり、しかもその表示するところが種々異なる降雨の下における流出状態を全部包含したもの、換言すれば平均的流出状態ともいわれるものであることが望ましい。本文は従来行われている流量測定において理想的の結果として得られている時間と流量の関係を示すハイドログラフを応用して流域の水文的性格、とくに降雨に基く増水流量に関する性格の表示方法について研究したものである。降雨状態は大きく変化するからハイドログラフもその度ごとに異なる。本研究ではこれら種々の場合のハイドログラフを整理統合して平均的の簡単な指標を作ることに努力し、その結果1つの試案を提供している。

本文は2部に分れている。第I部は一般的のハイドログラフを対象とし荻原の研究による。第II部はとくにユニットハイドログラフの応用について研究したもので、山口の業績である。これら2つは独立に行われたものであるが、研究の目標と性格の点で同じであるからまとめて同一題目の下で発表することにした。従つて多少重複した箇所も見られるが各部を独立させたい意味でそのままにしておいた点は容赦されたい。

(昭和33年5月20日)

## 第Ⅰ部 合成ハイドログラフについて

### 1. ハイドログラフ

ハイドログラフ Hydrograph (量水曲線) は流路に沿う一定の地点で測定した流出量（流出水量あるいは簡単に流量）の時間に対する変化を示すグラフである。一般に時間を横軸上にとり、流量を縦軸上にとつて描かれ、流域からの水の流出状態を表わす最も良い記録の1つと考えられている。

流域からの水の出方を表わす方法にはいろいろある。先ず最も簡単な方法としては一定期間内の降水量と流出量が採用される。これには年、季節、月、日など期間を異にするまとめ方もあり、また1降雨に対する流出量を対象とする場合もある。降水量と流出量の関係の表現法については後者の前者に対するパーセント、いわゆる流出率による簡単なものから、直線、抛物線、あるいは他の形の関係式による場合もある。この他、利水や治水上の特種な目的で渴水時の流量や出水時の最大流量を対象とする場合も少なくない。このように流出量の状態を降水量と結びつけるためには種々の方法が考えられているが、その何れもが流域の水文的性格の表現を目的とする試みである。しかし、上記の諸法は期間に長短はあっても何れも一定期間内の総量、換言すればその期間内における平均値（総量 ÷ 期間 = 平均値であるから）か、あるいは最小とか最大とかの特定な極値を取扱っている点に物足りなさが感じられる。もし流出状態の完全に近い表現であるハイドログラフそのものを用いる方法があればこれに越したことはない。

ところがハイドログラフが個々の降雨に対する流出状態の克明な表示者であること自体がその取扱いを困難にしているのである。その理由は次のように説明される。先ず定まった流域における等しい状態の降雨によって作られるハイドログラフはほぼ等しい形を描くであろう。しかし時間的（降雨継続時間中の意味）にも地域的、あるいは面的（流域内の各部分的の意味）にも同じ様相で降る雨は2つとあり得ない。多数の資料の中からほぼ等しいと見なされる降雨の幾つかを選び出してもそれらのハイドログラフの間にはかなりの違いが見出される。従つてこれらの平均的なハイドログラフを作成することに先ず問題がある。しかし何らかの方法でこの操作が可能になつたとすれば次に前のものと異った階級と見なされる降雨でほぼ似かよつた幾つかのものを選び出してそれらの平均的ハイドログラフを求める。こうして異なる降雨の階級ごとに平均的なハイドログラフが作り得たとしよう。最後に残る問題は異なる降雨階級の各々に対して得られた平均ハイドログラフの総平均を求ることである。これらは形の点でもかなり異なり、とくに大きさの点では著しい差異を見せることであろう。先に述べた一定期間内の降雨と流量の総量あるいは最大とか最小の流量を対象とする表示法が平均流出率あるいは関係式という形で簡単に実施し得ることに比較してこの方法には格段の困難のあることは明らかである。しかし異なる降雨に対するハイドログラフを平均してただ1個の結果を導き得ないならば流域の水文的性格の表示法として

の価値は少ない。とくに異なる流域間の性格上の差異の比較を目的とする場合においてこの簡明な表示法の必要は痛感される。

ユニットハイドログラフもこの問題に対する1つの解答というべきであろう。

## 2. ユニットハイドログラフ

ユニットハイドログラフは L. K. Sherman<sup>1)</sup>によって1932年に発表されたもので、その基本となる仮定的考え方は次のようにある。すなわち

同一の流域において等しい継続時間を持つ降雨によるハイドログラフは等しい継続時間（降雨の継続時間とは異なる）を持ち、降雨の分布が時間的にも地域的にもほぼ等しければハイドログラフの縦距はその総流量に比例する、というのである。ただし、ここに注意を要するのは次の諸点である。

- (1) この場合の降雨は地表流下（表面流出）を生ずる程度以上のものであること。
- (2) このハイドログラフは主として降雨中で地表流下の型をとる部分によって生成されるいわゆる増水のみに対するものであること。従つて実際に得られるハイドログラフから適当な方法によつて地下水流出を差引かなければならない。

なお Sherman は降雨の分布が時間的にも地域的にもほぼ等しいという簡単な表現をしているが、これは次のように解してよいと思う。理想としては継続時間中、一定の強度で流域全体に一様に降るような場合が望ましい。しかし現実には降雨の分布が時間的にも地域的にも異なるのは当然であるから、この変化がある程度以下ならば、データーとしての採用を余儀なくされる。

Sherman によればハイドログラフの縦距が総流量に比例することになっているが、この点がユニットハイドログラフを作り得る基本仮定ともいべきものであろう。それは総流量（厳密には増水量の）として一定の標準値を採用すれば、総流量を異にするハイドログラフをこの標準として採用される総流量に対するものに還元し得るからである。アメリカ合衆国ではこの標準の総流量として流域全面積に対する1インチの水深に相当する流量を採用している。ただし、これは1つの例であつて、その他の標準量を採用しても一向に差支はない。こうして総流量が標準値の何倍に当るかを知つてその倍数でハイドログラフの縦距を割れば、ユニットハイドログラフが得られるのである、等しい継続時間で異なる強度の降雨（後述の有効降雨の意味）に対する種々のハイドログラフは以上の方法でユニットハイドログラフに引直される。これらのユニットハイドログラフはその継続時間に対応するものであり、平均される資格を持つデーターとなるのである。なお厳密には継続時間の等しい降雨に対するユニットハイドログラフが平均される資格を持つ理由としてはさらに大きな仮定が必要となるのであるが、この点に関しては次節以下に述べる。

1) Sherman, L. K., Streamflow from rainfall by the unit-graph method, Eng. News-Record, Vol. 108, p. 501, 1932.

### 3. Sherman 理論の再検討

ユニットハイドログラフが降雨に基く増水量のみを対象とすることは既に述べた。もしハイドログラフそのままを採用するとすれば地下流出による基底流量も加わっており、これは何時の降雨に基くものか、その判定が困難である。従つて問題の複雑化をさけて解析を容易にするために増水の部分だけを対象とする。基底流量も降雨による影響を受けて増加し、そのハイドログラフは山形を呈するものとされており、この形の研究は既に多くの学者によつて行われている。しかし地表流下を生ずるような降雨下における地下流出の実測データによる研究結果はなく、ほとんど推論的研究のみである。しかし今までに行われている研究結果の教えるところに従えば一応これを分離できるので増水だけのハイドログラフは得られるものとしてよい。

さて増水は主として降雨中の地表を流下する部分の水によつて形成される。従つてこの地表流下の降雨に対する関係と、それが観測地点において観測される増水に関与するまでの流下経路について考えなければならない。降雨が始まれば地表流下が起る前に先ずその大部分は土地を湿るために消費され、ある時間の後に地表流下が起るようになる。この後における降雨が増水に直接関与するのであるからこれを有効降雨、その量を有効雨量などと呼んでいる。有効降雨もその全部ではなく、何パーセントかが地表流下になる。この地表流下の比率いわば地表流下率といつたものが知られるならばユニットハイドログラフを作るに当つて、降雨の量と直接に関係させることができるのである。例えば有効降雨の強度の如何にかかわらず地表流下率が一定であるならば『ハイドログラフの縦距は有効雨量に比例する』といい切ることができる。ところが、この地表流下率が甚だ抑えにくく、一方には継続時間中一定強度を保つ降雨も望み得ない。そこで実際に測定し得るあるいは実測の容易な総増水量を代用したのである。この点は Sherman の巧みな意図といいたいと思う。

しかして彼の『ハイドログラフの縦距は総流量（総増水量の意味）に比例する』との考え方を裏付けるためにも次の大きな仮定を必要とする。先ず増水に直接の関係を持つものはほとんど地表流下と考えて

- (i) 地表流下が継続時間中一定の強度で起る。
- (ii) 流域内の一定の地点に生じた地表流下が流量観測地点に流達するのに要する時間いわゆる流達時間はその量自体の大小とそれが流下の途中で通過する流路中における流量の大小によつて影響されることなく一定とする。

以上の仮定は大胆であるが、これなくしては Sherman の考え方の理論的説明はできない。

(i) の仮定によつて降雨と地表流下が切離された型になつても『ハイドログラフの縦距が総増水量に比例する』というためにはこうせざるを得ないのである。そして有効降雨と地表流下の関係は別個に考えなくてはならない。要するに有効降雨の継続時間中、増水に關係する地表流下が一定であるような雨の降り方が必要なのである。Sherman は有効降雨の強度が一定ならば地表

流下もほぼ一定であるという仮定を前提としているものと思う。この点に関する筆者の見界は次のようである。

有効降雨の継続時間はハイドログラフの上昇開始時刻から降雨終了時刻の間とすればよい。観測が正確ならば自記雨量グラフの上昇開始点はハイドログラフのそれより必ず前にあるべきで、その差に相当する時間内の雨量は土地を湿るために消費されるものと考えられる。ただし厳密には量水施設は河道の中に設けられる関係上それに極く接近した河道中に降下した雨水は流量増加に影響するわけであるから有効降雨と増水の開始は同時刻とする方が適切であるとの考え方もある。結局自記雨量計と自記水位計の感度の相違などの点も考慮すればこの開始時刻については研究の余地が残されている。

次に有効降雨から地表流下が如何なる模様で発生するかの問題に移ろう。Sherman の理論が成立するためにはこの両者の間に如何なる関係があるべきかの検討をするのである。もし全流域を通じて地表流下率が降雨強度の如何にかかわらず常に一定との仮定が許されるならば問題はない。しかし、これは少し飛躍的な仮定と思われる。流域各部の地形、地質、地被物の状態の差異を考えるとき地表流下率も場所よつて異なることは当然想像され得る。そこで次のような仮定を設けたとすればどうであろう。すなわち各地点における地表流下率はそれぞれ異なるが、それらは一定強度の有効降雨の下においては時間的に変化しないとの仮定であつて、こうすれば問題は解き得る。それは流達時間の等しい各地点の地表流下率が異つても地表流下量の合計は有効降雨強度が変化しない限り一定であり得るからである。すなわち流達時間の等しい要素面積を  $\Delta a_1 \Delta a_2 \Delta a_3 \dots$  ……、それらの平均的地表流下率をそれぞれ  $c_1 c_2 c_3 \dots$  ……とし降雨強度を  $r$  とすれば各部分からの地表流下量は

$$r c_1 \Delta a_1 \quad r c_2 \Delta a_2 \quad r c_3 \Delta a_3 \dots$$

となり、その合計は

$$r(c_1 \Delta a_1 + c_2 \Delta a_2 + c_3 \Delta a_3 + \dots)$$

となる。ここに括弧内の各項は異なる流達時間に相当する地域に特有な常数と見なされる。降雨強度を乗じて地表流下量が得られるものであるからそれぞれ流達時間に対する地表流下能あるいは増水能とでも呼んでよいであろう。次に (ii) の仮定によつて等しい流達時間の曲線が描かれ、これにある幅を持たせれば等流達時間面積が得られる。等流達時間面積を考えるとすれば、流達時間も幅を持ち、従つて増水量についてもその幅に相当する一定時間内のものを取扱う方が便利である。後の説明にヒストограмを用いるのはこの便宜上の意味からのことにして他ならない。

#### 4. ハイドログラフの性格

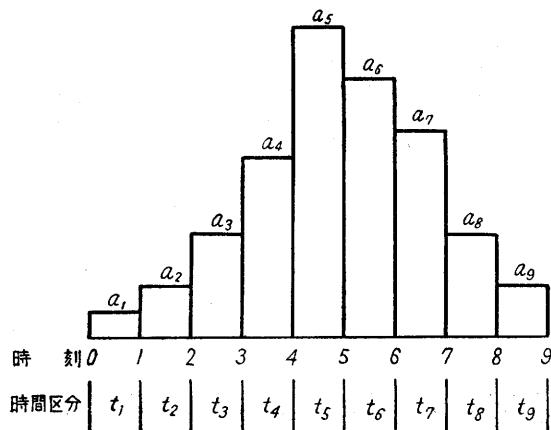
前節に述べた 2 つの仮定に従つて構成されるハイドログラフは次の重要な性質を持つている。ここでは説明の便宜上ヒストogram方式を採用するものとして先ず等しい時間間隔を考える。今、仮りに時間の単位を時にとり、時刻を 0, 1, 2, 3, 4, … 時、それらの間隔を時間区分として順次

に  $t_1 t_2 t_3 t_4 \dots$  と記号する。そして流量（増水の流量であるが、本節中では単に流量と呼ぶ）はこれら  $t_1 t_2 t_3 t_4 \dots$  に対応するものを考える。流域内に  $1, 2, 3, 4 \dots$  時間に相当する等流達時間曲線を描く。流量観測地点の流達時間は 0 であつて、これと 1 時間に相当する等流達時間曲線の間は 0~1 時間（あるいは  $t_1$ ）に相当する等流達面積になる。同様に相隣する曲線間の面積を以て順次に 1~2 時間 ( $t_2$ )、2~3 時間 ( $t_3$ ) \dots の等流達時間面積が得られる。それらの面積を順次に  $a_1 a_2 a_3 \dots$  とすれば第 1 図のような等流達時間面積のヒストグラムが描かれる。次に  $a_1 a_2 a_3 \dots$  などについてそれぞれの地表流下率を考える。既に述べたように同一等流達時間面積中でも各微小部分ごとに地表流下率は違う。そこでその平均的の値を考え、平均地表流下率と呼び、それらを

$c_1 c_2 c_3 \dots$

とする。そして、これらにそれぞれの面積を乗じて

$c_1 a_1 c_2 a_2 c_3 a_3 \dots$



第 1 図 等流達時間面積ヒストグラム

とすれば等流達時間地表流下発生能とでもいるべき値となる。これらに等強度の雨量を  $r$  乗じたものが各々の等流達時間面積に生ずる地表流下量になる。いま

$$r c_1 a_1 = R_1 \quad r c_2 a_2 = R_2 \quad r c_3 a_3 = R_3 \quad \dots$$

とすれば前掲の等流達時間面積ヒストグラムに準じて  $R_1 R_2 R_3 \dots$  のヒストグラムが描かれる。それらの縦距は  $a$  のものとは異なるが、性格的には同じであるから上図の  $a$  を  $R$  におきかえたものとして以下の説明に使用する。Sherman のユニットハイドログラフの原理は厳密な意味ではこの  $R_1 R_2 R_3 \dots$  が継続時間中等強度の場合に成立するものである。しかして流域の各部分について時間に対する  $R$  の関係を実測することはほとんど不可能というべきであろう。ここで  $c_1 c_2 c_3 \dots$  などは降雨の継続時間中ほぼ一定との仮定を設ければ等強度の降雨は等強度の地表流下を生ずるものと見なしてよい。以上の仮定を認めてこそ始めて継続時間中等強度の降雨に対するデーターの採用が可能になるのである。さて  $r$  の強度の降雨が非常に長い間継続する場合の増水流量を考えよう。最初の時間区分  $t_1$  に対しては  $R_1$  だけが関係し、次の  $t_2$  に対してはさらに  $R_2$  が、 $t_3$  に対してはさらに  $R_3$  が関係する。こうして流達時間の大きいものが順次に加わるから結局次のようになる。

時間区分

 $t_1$  $R_1$  $t_2$  $R_1 + R_2$

$t_3$  $R_1 + R_2 + R_3$  $t_{10}$  $R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_{10}$ 

以下同じ

流量計算表

時刻	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
時間区分	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$	$t_9$	$t_{10}$	$t_{11}$	$t_{12}$	$t_{13}$	$t_{14}$	$t_{15}$	$t_{16}$	$t_{17}$	
	$R_1$																	
	$R_2$																	
	$R_3$																	
	$R_4$																	
	$R_5$																	
	$R_6$																	
	$R_7$																	
	$R_8$																	
	$R_9$																	
	$R_{10}$																	

以上の計算には左表のようなものを作れば便利である。この表で各縦行の数字の合計を求めれば各時間区分に対する流量ヒストグラムの縦距が得られる。この例では流達時間の最大が10時間であるからこの時刻に流量は最大となり、それ以後は降雨継続時間中この最大値を持続するものである。

次に有効降雨の継続時間が最大流達

時間より短く、例えば4時間の場合を考えよう。 $t_5$ に対しては $R_1$ は既に流去してしまっているから除かれる。 $t_6$ に対しては $R_1$ と $R_2$ が除かれる。 $t_7$ に対してはさらに $R_3$ が、 $t_8$ に対してはさらに $R_4$ が抜けることになる。このようにして4時から始まつて右方へ斜に下る階段区画線より左側にある数字だけの和によって得られるヒストグラムが求めるハイドログラフである。次に8時から前の階段区画線に平行するものを設けると、この両区画線間に狭まれる部分は4時間継続有効降雨に対するものと全く等しい。さらに8時とそれから4時間ズレた12時とから始まる区画線間の部分についても同じく4時間継続の有効降雨に対するハイドログラフが得られる。以下記述を簡単にするために等強度の有効降雨の継続時間を $T$ とすれば、それに対するハイドログラフを『 $T$ -ハイドログラフ』のように呼び表わすこととする。

前掲の計算表は次の興味ある事実を示している。すなわち与えられた流域に等強度の降雨がある場合のハイドログラフは有効降雨の継続期間がその流域における最大流達時間に等しくなつた時刻にその流域のその降雨強度に対する最大流量すなわちハイドログラフのピークが現われる。降雨継続時間がこれより短ければハイドログラフのピークは低く、継続時間が短かくなればそれについてますます低くなる。このことから有効降雨継続時間がその流域における最大流達時間より短かければ与えられた強度の降雨についてその流域の生じ得る最大流量は起り得ないことが解る。今このようなハイドログラフを仮に不完全ハイドログラフと呼ぶことにしこれに対し最大流達時間より大きい降雨継続時間に対するものを完全ハイドログラフと称することにしよう。次にこの不完全ハイドログラフをその有効降雨継続時間だけ後方へズラせて並べ、重複する部分の縦距を合計すれば2倍の継続時間を持つ有効降雨に対するハイドログラフが計算上求められる。同じ操作によつて数個のハイドログラフの組合せができる。この方法によれば短い降雨に対する

データーから最大流達時間以上の継続時間に対する完全ハイドログラフを作ることが可能である。このようにして作られたハイドログラフを合成ハイドログラフと呼ぶことにしよう（第II部におけるSカーブに相当する）。上に述べたところは有効降雨の継続時間が異なる場合のハイドログラフを計算上求める方法であつた。そしてこれは時間は異つても強度（厳密には地表流下量の生ずる強度）は一定の場合である。本論文の目的であるハイドログラフによつて流域の水文的性格を表示しようとするにはこの方法を用いる。しかして Sherman の唱える合成ユニットハイドログラフの表示方法はこれとは多少異なるから次にその説明を附記しておく。

彼の定義によればすべてのユニットハイドログラフは何れも定められた標準の増水量（一定の水高に流域面積を乗じた値）に対するグラフである。従つて与えられたユニットハイドログラフを合成する場合には継続時間も増水総量も当然異つてくる。合成数を  $n$  とすればそれらは  $n$  倍されたことになる。そこで合成ハイドログラフの縦距を  $n$  で割つて元の標準増水総量に対するものに換算する。これが  $n$  倍の継続時間に対する Sherman のユニットハイドログラフになるのである。見方を変えれば  $\frac{1}{n}$  の強度の有効降雨（厳密には地表流下の生ずる強度）に対するものということができる。

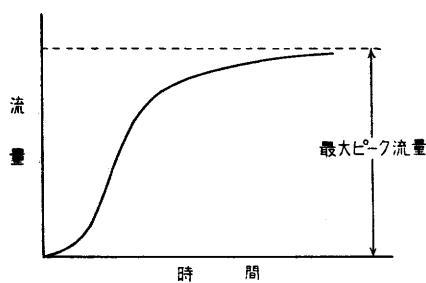
### 5. 合成ハイドログラフとその応用

等強度の地表流下を生ずるような降雨が充分長い時間継続すれば、そのハイドログラフは平らな頂を有する山形を示す。この平らな頂の部分の縦距は流域全面からの地表流下によつて構成される増水流量（厳密には流度）に相当し、このようなグラフが4.に述べた完全ハイドログラフなのである。一般にはこの完全ハイドログラフを形成しない内に降雨が止んだり弱まつたりするので、その場合のピークは前の場合より低く、従つて平らな頂も生じない。いわゆる不完全ハイドログラフで終つてしまう。このような不完全ハイドログラフによつても流域の水文的性格の表示は可能であるが、完全ハイドログラフを用いればいろいろの便宜がある。その最も著しい特徴を示せば次のようである。

- (a) 流域の水文的性格の表示方法が簡単になる。
- (b) 異なる継続時間の降雨に対するハイドログラフからそれらの平均的の性格のものを導く操作が簡易になる。

弱くて長い降雨の場合のハイドログラフも往々にして平らな頂らしいものを示すことがある。しかし、このような場合には降雨継続時間中にその強度が変化するので平らな頂の形も判然としないことが多い。資料としてはやはりある程度以上の強度を持つ孤立した降雨の方が一層望ましい。しかし、この種の降雨の継続時間は比較的に短く終る欠点があり、さらに継続時間を通じて等強度を示す資料ということになるとその数が極めて限定される。そしてこれらの数少ない資料もその大部分は不完全ハイドログラフを提供するに過ぎない。ところがこの不利の打開策がある。それは短い継続時間の不完全ハイドログラフでもそれらを合成することによつて完全ハイド

ログラフが得られるからである。従つて実際上の問題として次の手続が考えられる。すなわち  
継続時間の長短よりも等強度性と孤立性という点に重きをおいて資料を選択し、そのハイドロ  
グラフの合成によつて完全ハイドログラフを求める。完全ハイドログラフの平らな頂より前方に  
ある部分は上昇部と呼ばれるものであり、この形によつて流域の出水に関する性格を表示しよう  
とするのである。従来、出水の研究においては下降部曲線の型を取扱つたものが多かつた。これ  
に対し本研究では上昇部を対象とする点に特徴がある。その場合において、(i) 最大流量の大  
きさとその起時、(ii) 上昇部曲線の型、が問題となる。



第2図 合成ハイドログラフの型

#### (i) 最大増水流量の大きさと起時

1つの有効降雨に対する完全ハイドログラフを求め  
れば、この最大流量の値はその降雨の下で流域全面に  
生ずる地表流下によって構成される増水流量に相当する。  
従つて増水の最大ピーグ流量を考えるならばその  
流域の性格を表わす指標の1つとして役立つ。すなわ  
ち等しい有効降雨に対してこの値が大きければそれだ  
け治水機能が低いことになるわけである。この他に、も1つの重要な点がある。それは最大ピー  
ク流量の大小とは別にそれが現われるまでに要する時間に他ならない。この時間が短いほど治水  
機能の低いことは一般に認められるところである。

ここで断つておきたいのは3.に述べた等流達時間面積の仮定の下においては不完全ハイドロ  
グラフを用いても理論上この最大流量起時が計算上求められることである。今、流域中の最遠隔  
地点からの（最大）流達時間を  $m$  とし、有効降雨継続時間を  $n$ 、増水継続時間を  $T$  とすれば  
 $T = m + n$  である。 $m$  の値は増水開始からピークに達するまでの時間に一致するわけで理論上  
 $m = T - n$  から計算される。しかし、この  $T$  の値はハイドログラフから求める以外に途はなく、  
長く裾を引く減水部の曲線上に増水終了の点を定める操作は確実性を欠く。しかして、この性格  
は合成ハイドログラフによる場合にも同様につきまとう問題点である。第2図に示すように完全  
ハイドログラフは最大値に近づくにつれて増加の割合が減少している。この事実は最大値を示す  
水平線と上昇曲線との交点の位置を正確に求めることの困難さを意味する。ただし、(ii) の方法  
によればこの不利を補い得るのである。

#### (ii) 上昇部曲線の型

最大ピーグ流量の大きさとその起時は合成ハイドログラフを描けばほぼ知られるとしてもその  
確定的な値、ことに起時のそれを求める点に問題のあることは(i)に述べた。この不利を補促す  
る意味とさらに流域内最遠隔地点からの流達時間より短い継続時間の降雨に対するピーク流量  
(流域全面からの流出で構成されていない)の起時の早遅をも問題にするならば上昇部曲線の型  
全体を考える必要がある。

ハイドログラフの上昇曲線の形を見ると始めは上に凸であるが次第に直線化し、やがて下に凸の形に変じてその間に1つの弯曲点を持つている。この曲線に対する式として種々の型のものの採用を試みたが適合度の点で何れも不満足であった。そこで最大流量に相当する高さにある水平線を横軸と考え、この軸から曲線までの距離を縦距として普通の確率曲線式

$$y = Ke^{-ax^2} \quad (1)$$

を適用してみたところが、これには高い適合度が期待できることがわかつた。もし元の横軸に対する式を欲するならば

$$y = K(1 - e^{-ax^2}) \quad (2)$$

とすればよい。ただし後に述べるように出水の型の比較には簡単な(1)式を用いて充分に目的を果し得る。

以上の曲線式を適用する場合には次の点に問題がある。(1)式の確率曲線は本来の性質上横軸(元の横軸から一定距離にあってこれに平行する水平線)が漸近線となり  $x \rightarrow \infty$  で  $y \rightarrow 0$  ((2)式の場合には  $y \rightarrow K$ )となる。この点は事実と相反するけれども誤差の問題にこの曲線を応用する場合と同様な解釈が成立つ。すなわち  $x$  がある大きさ以上になると  $y$  の値は極めて小さくなつて实际上0と見なして差支えない((2)式の場合は  $y \approx K$ )。しかし曲線と横軸の交点として有限値が求められないので最大流量の起時は決定できることになる。そこで次のような別個の考え方をした。

最大流量といつても理論上では確定した1つの値を持たせ得るが实际上ではある幅を持たせざるを得ないし、またそれでも出水の災害的影響力の説明上大きな支障を来すものではない。そこで前式で代表された上昇部曲線全体としての型あるいは占める位置によって判断することとしたらどうであろう。そうすれば確率曲線中の定数  $K$  と  $a$  の2つだけの問題になるから異なる流域の比較に都合がよい。 $K$  の値がその流域全面からの地表流下によって構成される最大ピーク流量の大小の判定資料として役立つことは当然である。ところがその起時については既述のように確率曲線の性質上 $\infty$ となる。しかして誤差論における判定方法を想起すれば弯曲点までの距離を代用することによつて起時の早遅に関する比較の目的を充分果し得るという抜道のあることに気がつく。

ここで弯曲点までの距離を求める

$$x_i = \frac{1}{\sqrt{2a}}$$

であり、結局  $a$  の大小が基礎的の判定資料になる。すなわち

「 $a$  の値が大きいほど増水が時間的に急激である。」ということができる。

$\frac{1}{\sqrt{2a}}$  の値は誤差論における平均二乗誤差に相当するものであり、測定の精度を判定する1つの有力な指標となつてゐる事実から、この  $\frac{1}{\sqrt{2a}}$  は出水時におけるピーク出現の遅速判定の1つの資料と見なすことに異論はないと思う。なお降雨継続時間の長短によつてピーク出現時間に差

のあることはこれまでに説明したところで明かであるが、上記の指標は種々異なる降雨継続時間に対するピーク出現時刻の平均値的な性格を持つものと考えられる点でも重要な意味がある。

## 6. 流域の水文的性格の比較方法

増水の完全ハイドログラフを作成してその上昇部の曲線を  $y=Ke^{-ax^2}$  あるいは  $y=K(1-e^{-ax^2})$  で表わした場合に、これらの式によつて異なる流域あるいは同一流域でも地況や林況に変化があつた場合の比較をどうするかについて考える。

比較資料は  $K$  と  $a$  の値である。

### (1) $K$ について

完全ハイドログラフ作製には継続時間中に等強度で降る雨の資料を用いる。この継続時間の長短という条件の違いは Sherman の理論を認める限りにおいて消去できるが、有効降雨の強度の大小という条件は消去されない。3. 4. に述べたように降雨強度と地表流下率の関係は別問題だからである。従つて  $K$  の大小と降雨強度との関係を求め、この関係を比較すべきである。しかしてこの方針は従来の降水量と流出量の関係を流域の水文性格の比較資料として用いる場合に準ずるもので、現在のところ別に斬らしい意図を提案し得ない。 $K$  の大小は要するに増水総量の大小を示すものであり、これは流域の滲透度と直接の関係を持つ性格のものである。

### (2) $a$ について

完全ハイドログラフ上昇部曲線の変曲点までの距離は異なる継続時間の等強度降雨によるハイドログラフのピーク起時に関する代表的あるいは平均的ともいい得る性格を持つていることおよびその値は  $\frac{1}{\sqrt{2}a}$  で  $a$  はこの決定的の因子でありその値が大きいほど増水が時間的に急激であることは 5. に述べた。しかしてこの  $a$  の値は Sherman 理論に従えば降雨の強度にも継続時間にも無関係である。 $a$  の大小すなわちピーク起時の早いか遅いかは地中へ滲透した残りの地表流下水が量水観測地点まで流達する模様の如何による。あるいは流れに対するコントロールの状態の差といつてもよい。流域の出水に関する性格の比較には  $K$  の大小を無視するわけにはいかないが、降雨の継続時間と強度に無関係なこの  $a$  値を比較値として採用することは操作の簡単な点で勝れている。

このような意味を持つ  $a$  の値を求めることが目的とするならば、等強度の降雨に対するハイドログラフそのままを合成して完全ハイドログラフを作り、その上昇部曲線に確率曲線式を適用して常数  $a$  を決定すればよい。また Sherman のユニットハイドログラフを合成しても同様であるし、さらに、Bernard<sup>1)</sup> の提案したディストリビューショングラフを用いても同じ結果が得られる。これは増水ハイドログラフを等しい時間間隔に区分し各区分内の流量を総増水量に対するパーセントで表わしたグラフである。ヒストグラム方式によれば最も理解し易いが、各時刻

1) Bernard, M., An approach to determinate streamflow, Trans. ASCE, Vol 100, p. 347, 1935.

の流量（厳密には流度）を用いても同様な表現ができる。その場合には各時刻の流量をその総和（これに区分時間を乗じたものが増水総量になる）で除して 100 倍すればよい。何れにせよこれらの方法で得られたディストリビューショングラフについて合成ハイドログラフを求める場合と同じ操作を行えば合成ディストリビューショングラフともいべきものが得られる。この上昇部曲線  $y = Ke^{-ax^2}$  の  $K$  は 100 である。従つて目的とする  $a$  の値の決定が極めて容易になる。すなわち上式を変形して

$$\frac{y}{K} = e^{-ax^2}$$

$$\log_e \left( \frac{K}{y} \right) = ax^2$$

$$a = \frac{\log_e \left( \frac{K}{y} \right)}{x^2}$$

となるから  $x$  と  $y$  の異なる値に対する  $a$  を求めてその算術平均値を採用する程度で充分目的を果し得る。

#### $y = Ke^{-ax^2}$ 曲線式の利用について

$y = Ke^{-ax^2}$  は確率曲線式であり  $K$  の等しい場合の曲線は  $a$  の値が異つても決して交わらない。もし実際の曲線が交わっているような場合にはその何れかあるいは全部が  $a$  をただ 1 個の常数とする確率曲線式によく適合していないことを物語っているのである。このような場合に、も 1 つの常数を持つ  $y = Ke^{-ax^2}$  曲線を適用するとすれば適合度の高まるることはいうまでもない。しかしながら  $a$  と  $b$  の 2 個の常数を比較の資料に用いなければならぬから操作は複雑になるのを免れない。強いてこれを簡単にしようと欲するならば 異なる流域に対して計算された  $b$  の平均値を求め、これを  $x$  の指數として  $a$  の値を決定しなおして比較する。この方法は  $x$  の指數を始めから 2 とした場合よりも一層の合理性を持つものと考えられる。

## 第 II 部 ユニットハイドログラフの応用

### 1. 用語の説明

論文中に簡略化した用語を使用してあるからその説明を予めて行つておく。

U—グラフ……………ユニットハイドログラフ（ユニットグラフ）

S—カーヴ……………数値の追加曲線 ただしマスカーヴとは性格を異にする。（計算例 3 式参照）

時間単位……………ユニットグラフ構成上の基礎となる単位時間で目的とするユニットグラフを作るために必要な有効降雨の継続時間によって決定される。実際の増水曲線及び雨量記録から様々な時間単位を有するユニットグラフを計算することは出来るが必ずしも如何なる時間単位を採用しても可能といい切れない。

結局時間単位は流域面積あるいはその地帯の降雨の習性または計算の繁雑性等によつておのづから限定されてくるもので一応これらの点を考慮しその流域の時間単位を決定しておけばユニットグラフの応用範囲も広いものが得られる。

区分時間…………流量曲線あるいは降雨量などの操作上の単位となる時間

10 min-U-グラフ……10分ユニットハイドログラフ 10分時間単位のユニットハイドログラフ

20 min-U-グラフ……20分ユニットハイドログラフ 20分時間単位のユニットハイドログラフ

流 度…………増水曲線の縦軸 (Run-off rate) 本論文では ( $m^3/min$ ) を採用している

がこの値は1分間の平均流量の意味でなく ( $m^3/sec$ )  $\times 60$  の意味になっている。

表面流出面積率…………その降雨に対して表面流出を起し得る面積と流域面積との比率

面 積 素…………流域内の等しい流達時間を有する面積。この値は時間軸に対して連続的な見方と時間単位あるいは区分時間を基準としたヒストログラム的な見方がある。本論文では後者を採用する。

## 2. U—グラフの原理

まづU—グラフに対する過去の研究を簡略にあげてみる。

すなわち L. K. Sherman<sup>1)</sup>, は全増水量を流域面積上の水深に換算し 増水曲線の各縦軸を除した値をもつて U—グラフとしている。すなわち全増水量が流域面積上の 単位水深であるときの増水曲線を U—グラフとしているのである。従つてこの U—グラフには面積の因子が這入つて来ていることになる。

それに対して M. M. Bernard,<sup>2)</sup> F. E. Brater,<sup>3)</sup> は U—グラフの全増水量に対する各有限時間毎すなわち区分時間毎の流量の比をディスツリビューショングラフとしている。すなわちこのディスツリビューショングラフはヒストグラム的性格のグラフが描画されることになりまたその区分時間の決定に多少困難を生ずる場合もある。

これらに対して本論文では全増水量で増水曲線の各縦軸を除した値をもつてユニットハイドログラフとする。これは面積もユニットに換算された値とみることが出来るしまた U—グラフ 自体も連続曲線としてみることが出来る。

すなわち U—グラフの積分値は1を示すことになる。

以下 U—グラフについて誘導と誘導上の諸問題について論議を進めてみる。

まづ得られた自記雨量曲線から 希望とする時間単位の極めて強度変化の少い 資料を探り上げる。

次にそれに匹敵する自記水位曲線を選び以上の操作を加えて行く。

(1) 自記水位曲線より流量曲線を誘導しさらに観測のための遊水池があればそれへの流入量曲線を誘導する。

(2) 地下水流出量の分離を行う。(本論文では中流間も地下水に含めて論議している)。

この作業の結果この曲線は地表水のみの増水曲線とみなすことが出来る。

(3) 得られた地表流流量曲線からその全地表流流量を求める希望とする区分時間毎の流量曲線の縦軸を除す。従つて各値は連続的なものとして論議を進めることができる。この場合の区分時間は必ずしも降雨の時間単位と等しくする必要はない。これは単なる便宜上の値であつて理論上は何らの価値を有さないが降雨の時間単位は得られた U-グラフの基本的数値となり以後応用的面において大いに尊重しなければならない値である。

ただし時間単位と区分時間を等しくすると操作上便利な点が多い。

以上が U-グラフの誘導であるがこれに関して論議される問題点をあげると次のようである。

(1) 流域面積と降雨の時間単位との関係すなわち表面流出を起し得る最上流地帯から測水所迄流達し得る時間より更に長い時間単位をもつて U-グラフを求めるることは多少熟考を要する。従つて流域内における前述の流達時間より更に小さな時間単位を対象とする必要がある。このような考え方から出発すると極度の小流域に対しては U-グラフの描画が困難なことが分る。そのためには更に自記降雨記録及び自記水位記録の時間軸を長くした（区分時間当たりの単位長を拡大した）測定法を採用しなければならない。すなわち 1 分あるいは数秒毎の降雨を握み得る観測をしなければならないことになる。

所が単独の降雨で有効雨量と認められ得るもののがそのような短時間内に存在するのは先づないとみてよい。

(2) 以上に対して測定方法の希望が満されたとすれば得られた増水曲線から最小自乗法<sup>2)</sup> の採用によつて U-グラフの算定が可能である。（4式参照）ただしこの計算には多大の時間と労力を必要とすると共に採用する増水曲線の精度の如何によつては U-グラフの各値に負の値が計算される可能性がある。

すなわちこれらを総合的にみると流域面積に匹敵し得る時間単位の決定は重要な問題であつてそれと観測の方法とは密接な関係にあることを考慮に入れなければならない。（すなわち一例をあげると現在行われている観測の時間軸は長さで表現しているから単位時間に対する長さを拡大するような方法が必要である）。

これらによつて U-グラフの更に有効な価値が見出されてくる。

(3) 次に問題視されることは降雨量と表面流出量との関係である。これは流出量と降雨量との比すなわち流出率としての考え方で論議を進めると長期間のそれを対象とした場合は一応その説明もつかないこともないが、個々の増水に対しては多少予測と実験に齟齬を來す結果になる。

(4) 最後に U-グラフの応用性についてのべるとこの U-グラフは推定増水曲線の誘導のためには好ましい方法であるが流域の有機性の価値判断においては充分な資料になり得るとはいき切れない。すなわち U-グラフの各値は流域の水文的な形狀に関する因子が這入つているため

純粹な尺度とみなし得ないのである。

すなわち以上述べたところから改めて U-グラフの取扱いに対する数個の検討とその応用性に対して論議を進めてみる。

### 3. U-グラフの誘導

対象流域は東京大学愛知県演習林白坂流域を採用したこの測水所で得られた最近数カ年の自記雨量記録及び自記水位記録内から適当と思われる資料をもつて U-グラフの誘導を行つた。

#### (i) 地下水流度の分離

今迄の研究から次のような地下水に関する式が認められている。

$$Q = Q_0 e^{-ct} \quad (1)$$

$Q$ ; 地下水流度  $C$ ; 常数  $t$ ; 時間

この場合測定結果から  $C$  の算定は容易であるから増水曲線の減水部より時間の進行と逆に各計算された流度を追つて行くと表面流出の終つた時刻および表面流出の期間内における地下水の流出状態を判断することが出来る。この方法は近似的推定値になるわけであるいは多少の誤差も予想され得るが一応地下水流度のピーク時と増水曲線のピーク時を一致せしめ更に増加期間は増水始めとその頂点とを結ぶ適當な推定線を描くことによつて分離出来る。

勿論この量水観測は遊水池を設置してあるからその影響を消すような操作すなわち遊水池の流入量を求めて後前述の操作を加えるわけである。

以上の操作によつて得られた地下水増水曲線を増水曲線より除けばいわゆる地表水のみの増水曲線が得られることになる。

#### (ii) U-グラフの計算

前述によつて得られた各時刻の推定表面流出流度を計算された推定全表面流出量で除す。

この各々の値が各 U-グラフの縦軸となる。この場合流度を  $m^3/min$  で計算し 10 分の区分時間で計算を続けて行けば U-グラフの積分値は当然 1 になるべく更にまたこの U-グラフは連続曲線の意味を有する。

ただし計算された U-グラフはその時の降雨継続時間すなわち U-グラフの時間単位によつて異つた性格のものが得られることになる。すなわちこれを 10 min-U-グラフあるいは 30 min-U-グラフなどと名付ける。

ただしこれらの値は近似的な U-グラフになるもので短い時間単位の U-グラフ程好ましい値とみることが出来る。そのためには観測値より求める基礎資料の降雨型は成るべく強度の均一なものを選択する必要がある。

そのような好条件の資料が観測結果に得られなかつた場合は最小自乗法によつて計算するより他に方法がない。

Table 1. Ordinates of unit hydrograph in the each time-unit  
第1表 各時間単位のU-グラフの縦軸

Table 1. Ordinates of unit hydrograph in the each time-unit

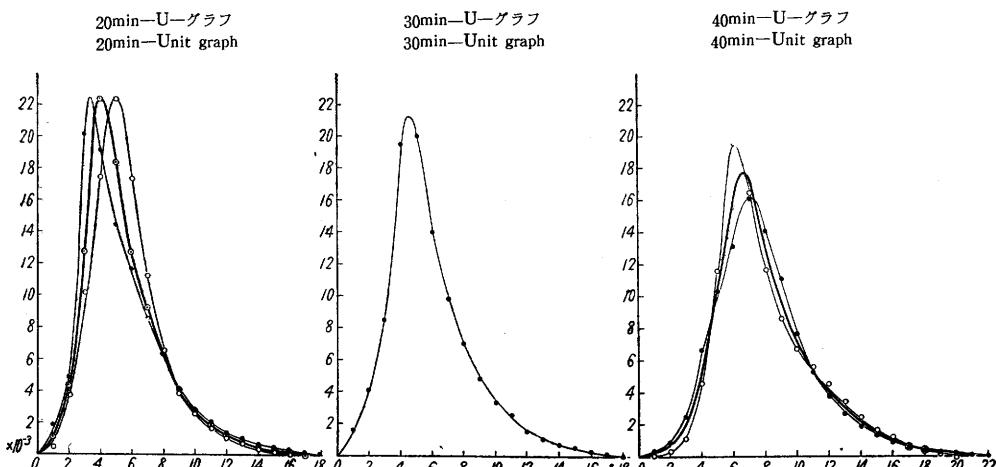
20 min—U-グラフ 20 min—Unit graph			30 min—U-グラフ 30 min—Unit graph			30 min—U-グラフ 30 min—Unit graph			40 min—U-グラフ 40 min—Unit graph		
No.	表面流出流度 Surface run-off rate m³/min	U-グラフ の縦軸 Ordinates of U-graph ×10⁻³									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.58	1.95	1	0.19	0.5	1	0.65	1.6	1	0.17	0.39
2	1.45	4.87	2	1.41	3.7	2	1.66	4.1	2	0.40	0.91
3	6.00	20.14	3	3.87	10.2	3	3.43	8.5	3	1.14	2.59
4	5.70	19.14	4	6.60	17.4	4	7.85	19.5	4	2.94	6.67
5	4.29	14.40	5	8.45	22.3	5	8.08	20.0	5	4.48	10.17
6	3.47	11.65	6	6.54	17.3	6	5.66	14.0	6	5.70	13.07
7	2.55	8.56	7	4.25	11.2	7	3.96	9.8	7	7.08	16.07
8	1.87	6.28	8	2.47	6.5	8	2.82	7.0	8	6.18	14.02
9	1.24	4.16	9	1.49	3.9	9	1.99	4.9	9	4.91	11.14
10	0.83	2.79	10	0.99	2.6	10	1.37	3.4	10	3.37	7.65
11	0.60	2.01	11	0.66	1.7	11	0.95	2.6	11	2.30	5.22
12	0.40	1.34	12	0.43	1.1	12	0.66	1.6	12	1.64	3.72
13	0.30	1.01	13	0.26	0.7	13	0.46	1.1	13	1.16	2.63
14	0.20	0.67	14	0.14	0.4	14	0.31	0.8	14	0.81	1.84
15	0.16	0.54	15	0.08	0.2	15	0.24	0.6	15	0.59	1.34
16	0.10	0.34	16	0	0	16	0.13	0.3	16	0.39	0.88
17	0.06	0.20	17	0	0.09	17	0.09	0.2	17	0.29	0.66
18	0	0	18	0	0	18	0	0	18	0.20	0.45
									19	0.12	0.27
									20	0.16	0.23
									21	0.04	0.09
									22	0	0
合計 total			298.0 m³			0.997			合計 total		
			1,0005			403.1			1,000		
			378.3			440.7			1,0001		
									1,0019		

第2表 各時間単位のU-グラフの平均  
Table 2. Average of unit hydrograph  
in the each time-unit

No.	20 min-U-グラフ	30 min-U-グラフ	40 min-U-グラフ
	20 min-U-graph $\times 10^{-3}$	30 min-U-graph $\times 10^{-3}$	40 min-U-graph $\times 10^{-3}$
0	0	0	0
1	1.10	1.60	0.18
2	4.35	4.10	0.69
3	12.75	8.50	2.00
4	22.28	19.50	5.31
5	18.25	20.00	10.51
6	12.75	14.00	16.91
7	9.20	9.80	17.00
8	6.31	7.00	13.25
9	4.10	4.90	9.55
10	2.65	3.40	7.00
11	1.85	2.60	5.37
12	1.18	1.60	4.10
13	0.81	1.10	3.00
14	0.51	0.80	2.18
15	0.30	0.60	1.51
16	0.10	0.30	1.00
17	0	0.20	6.65
18		0	0.40
19			0.20
20			0.10
21			0

果から同一表面流出面積率に対する降雨強度の巾は比較的大きいので多少の降雨強度の相異は同一視して取扱つても支障ない。

第1図 各単位時間毎のU-グラフ  
Fig. 1. Unit hydrograph in the each time-unit.



10<sub>min</sub>-U-グラフの誘導は次の計算順序によつて行えば比較的簡単である。

以上によつて昭和29年より昭和30年迄の観測値より求められた U-グラフは第1表のようである。

これを各時間単位毎に平均値を求めると第1図および第2表のようになる。これによつて平均的な20 min-U-グラフ, 30 min-U-グラフ, 40 min-U-グラフが得られたわけである。

所が今対象にしているこの流域ではやはり流域面積が小さいことと更に降雨強度の時間的変化状態から推して推定増水曲線を得る意味においてもまた流域内の有機的性格を判断する意味においても 10 min-U-グラフを得ることが最も望ましいようである。

従つて得られた3種のU-グラフから10 min-U-グラフを誘導してみる。

ただし理論的にいつて厳密には各降雨強度の等しいものののみのU-グラフの選択が必要であり降雨強度が極度に異つたU-グラフを同一視することはあまり好ましくない。併し後述する理論および試験結

今一般的想定を与えて誘導してみる。

降雨継続時間すなわち時間単位を 10 分とし区分時間を 10 分とした場合の  $r_1 \text{ mm}/10 \text{ min}$  の降雨強度に対する地表流下流度の値を

$q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3 \dots \dots \ q_n$  とする。

その場合の U—グラフの値すなわち 10 min—U—グラフの値は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{q_0}{\int_0^n q dt} = U_0^{10} \\ \frac{q_1}{\int_0^n q dt} = U_1^{10} \\ \vdots \\ \frac{q_n}{\int_0^n q dt} = U_n^{10} \end{array} \right\} \quad (1)$$

所が現在得られている値は 20 min—U—グラフあるいは 30 min—U—グラフであるからこの値に何らかの操作を加え 10 min—U—グラフが得られるとすればその方法が充分であると認めよ。

一例に 30 分をとつてこの操作を行つてみる。すなわち降雨継続時間 30 分すなわち時間単位 30 分区分時間 10 分とした場合の  $r_1 \text{ min}/10 \text{ min}$  の降雨強度に対する地表流下流度の値を前述の想定より計算すると

$$Q_0 = q_0$$

$$Q_1 = q_1 + q_0$$

$$Q_2 = q_2 + q_1 + q_0$$

$$Q_3 = q_3 + q_2 + q_1$$

.....

.....

.....

$$Q_n = q_n + q_{n-1} + q_{n-2}$$

$$Q_{n+1} = q_n + q_{n-1}$$

$$Q_{n+2} = q_n$$

の流度曲線が得られる。

すなわちこの流度曲線からの U—グラフといいかえれば 30 min—U—グラフは

$$\left. \begin{array}{l} \frac{Q_0}{\int_0^{n+2} Q dt} = \frac{q_0}{3 \int_0^n q dt} = U_0^{30} \\ \frac{Q_1}{\int_0^{n+2} Q dt} = \frac{q_0 + q_1}{3 \int_0^n q dt} = U_1^{30} \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{Q_2}{\int_0^{n+2} Q dt} &= \frac{q_0 + q_1 + q_2}{3 \int_0^n q dt} = U_2^{30} \\
 \frac{Q_3}{\int_0^{n+2} Q dt} &= \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3 \int_0^n q dt} = U_3^{30} \\
 &\vdots \\
 \frac{Q_n}{\int_0^{n+2} Q dt} &= \frac{q_n + q_{n-1} + q_{n-2}}{3 \int_0^n q dt} = U_n^{30} \\
 \frac{Q_{n+1}}{\int_0^{n+2} Q dt} &= \frac{q_n + q_{n+1}}{3 \int_0^n q dt} = U_{n+1}^{30} \\
 \frac{Q_{n+2}}{\int_0^{n+2} Q dt} &= \frac{q_n}{3 \int_0^n q dt} = U_{n+2}^{30}
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

この(2)式の30 min-U—グラフの各縦軸を30分づつずらして集計すると次のようになる。  
すなわち S—カーヴを求める。

$$\left. \begin{aligned}
 U_0^{30} &= \frac{q_0}{3 \int_0^n q dt} \\
 U_1^{30} &= \frac{q_0 + q_1}{3 \int_0^n q dt} \\
 U_2^{30} &= \frac{q_0 + q_1 + q_2}{3 \int_0^n q dt} \\
 U_3^{30} + U_0^{30} &= \frac{q_0 + q_1 + q_2 + q_3}{3 \int_0^n q dt} \\
 U_4^{30} + U_1^{30} &= \frac{q_0 + q_1 + q_2 + q_3 + q_4}{3 \int_0^n q dt} \\
 U_6^{30} + U_2^{30} &= \frac{q_0 + q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5}{3 \int_0^n q dt} \\
 U_7^{30} + U_3^{30} + U_0^{30} &= \frac{q_0 + q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6}{3 \int_0^n q dt} \\
 U_8^{30} + U_4^{30} + U_1^{30} &= \frac{q_0 + q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7}{3 \int_0^n q dt} \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

次にこの S—カーヴを希望とする時間単位すなわち10分だけずらしてその差を求め双方の時間単位の比率を乗ずれば求める時間単位の U—グラフが得られる。すなわち 10 分ずらされた S—

カーヴの差を3倍すれば10 min-U-グラフが得されることになる。

$$\begin{aligned}
 3U_0^{30} &= \frac{q_0}{\int_0^n q dt} = U_0^{10} \\
 3(U_0^{30} - U_0^{30}) &= \frac{q_1}{\int_0^n q dt} = U_1^{10} \\
 3(U_2^{30} - U_1^{30}) &= \frac{q_2}{\int_0^n q dt} = U_2^{10} \\
 3(U_3^{30} + U_0^{30} - U_2^{30}) &= \frac{q_3}{\int_0^n q dt} = U_3^{10} \\
 3(U_4^{30} + U_1^{30} - U_3^{30} - U_0^{30}) &= \frac{q_4}{\int_0^n q dt} = U_4^{10} \\
 3(U_5^{30} + U_2^{30} - U_4^{30} - U_1^{30}) &= \frac{q_5}{\int_0^n q dt} = U_5^{10} \\
 3(U_6^{30} + U_3^{30} + U_0^{30} - U_6^{30} - U_2^{30}) &= \frac{q_6}{\int_0^n q dt} = U_6^{10} \\
 3(U_7^{30} + U_4^{30} + U_1^{30} - U_7^{30} - U_3^{30} - U_0^{30}) &= \frac{q_7}{\int_0^n q dt} = 10_7^{10} \\
 &\vdots &&\vdots &&\vdots
 \end{aligned}$$

以上の操作を実際の資料に採用した結果は第3表のようである。これを前説明に準じて再び各細かい問題点について詳述する。先づ各時間単位のU-グラフからS-カーヴ<sup>(1)</sup>を求める。

第3表 20 min-U-グラフから 10 min-U-グラフの誘導  
Table 3. Derivation of 10 min-U-graph from 20 min-U-graph

No	① 20 min-U- グラフ 20 min-U- graph × 10 <sup>-3</sup>	② S-カーヴ S-Curve	③ 修正値 Adjusted	④ 10 min おくら した S-カーヴ S-Curve lagged 10 min	⑤ 差 Col ③ - ④	10 min-U- グラフ 10 min-U- graph(⑤) × 2
0	0	0	0	0	0	0
1	1.10	1.10	1.10	0	1.10	2.20
2	4.35	4.35	4.32	1.10	3.22	6.44
3	12.75	13.85	13.80	4.32	9.48	18.96
4	22.28	26.63	26.70	13.80	12.90	25.80
5	18.25	32.10	33.80	26.70	7.10	14.20
6	12.75	39.38	38.68	33.80	4.88	9.76
7	9.20	41.30	42.42	38.68	3.74	7.48
8	6.31	45.69	44.62	42.42	2.20	4.40

9	4.10	45.40	46.32	44.62	1.70	3.50
10	2.65	48.34	47.40	46.32	1.03	2.16
11	1.85	47.25	48.06	47.40	0.66	1.32
12	1.18	49.52	48.62	48.06	0.56	1.12
13	0.81	48.06	49.04	48.62	0.42	0.84
14	0.51	50.03	49.42	49.04	0.38	0.76
15	0.30	48.36	49.80	49.42	0.38	0.76
16	0.10	50.13	50.00	49.80	0.20	0.40
17	0		50.00	50.00	0	0

この場合の S—カーブは20 min—U—グラフは20分毎, 30 min—U—グラフは30分毎にずらして集計しなければならない。

このようにして描かれた S—カーブは多少の凹凸が生ずるから一応方眼紙にプロットして修正すればよい。この作業は観察によつて容易に行われ得る。

この場合 S—カーブの最終値は 100% に対して希望とする単位時間の比の逆数の値となつているべきはずである。従つてこの S—カーブを希望とする時間単位だけすらしてその差を求め時間単位の倍率を乗ずれば希望とする時間単位の U—グラフが得られる。第 3 表は例を 20 min—U—

グラフについてその計算順序を示す。

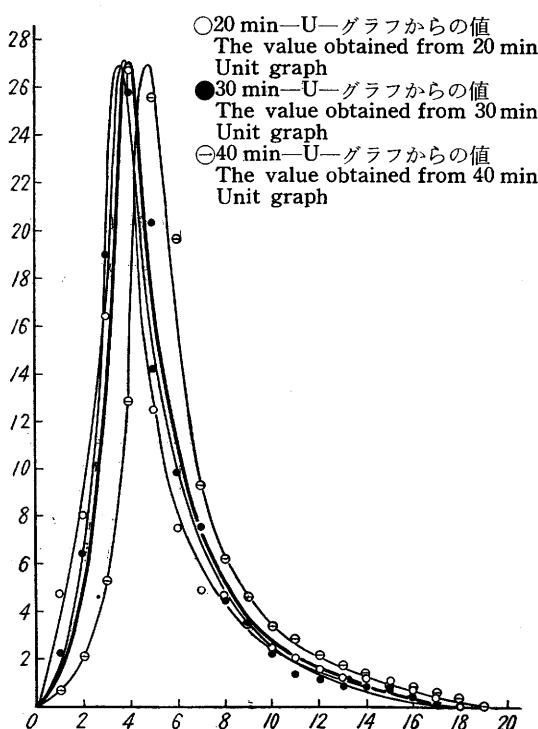
以上によつて 20 min—U—グラフ, 30 min—U—グラフ, 40 min—U—グラフからそれぞれの 10 min—U—グラフを求めることが出来るが、その値を総合的に平均することによつて希望とする時間単位の 10 min—U—グラフが得られる。これは与えられた流域の有する性格の表現値とみることが出来る。

(第 2 図 第 4 表参照) これらの操作は希望とする時間単位の資料が少い場合に採用される。

### (iii) 降雨と地表流下量との関係

この U—グラフの誘導に関して更に問題を実用性のある発展の段階迄結びつけるには流域内における全降水量と全地表流出量との関係について論議しなければならない。

この問題を従来の流出率すなわち降雨量に対する流出量の百分率的な考え方で進めるのはいさか不適当な感がある。更にまた採用



第 2 図 各単位時間のグラフから求められた  
10 min—U—グラフ

Fig. 2 Derivation of 10 min unit graph from  
20 min, 30 min, 40 min unit graph, and  
construction of an average unit graph.

第 4 表 10 分-U-グラフ  
Table 4. 10 min-U-graph

No.	20 min-U-グラフ からの値 Obtained from 20 min-U-graph	30 min-U-グラフ からの値 Obtained from 30 min-U-graph	40 min-U-グラフ からの値 Obtained from 40 min-U-graph	平均値 Average 10 min-U-graph
0	0	0	0	0
1	2.20	4.65	0.64	1.58
2	6.44	7.95	2.08	5.27
3	18.96	16.35	5.28	13.77
4	25.80	26.70	12.80	26.64
5	14.20	12.48	25.56	15.96
6	9.76	7.47	19.64	10.39
7	7.48	4.86	9.20	7.21
8	4.40	4.56	6.04	5.29
9	3.50	3.45	4.64	3.88
10	2.16	2.40	3.32	2.88
11	1.32	1.95	2.80	2.24
12	1.12	1.65	2.04	1.65
13	0.84	1.20	1.76	1.17
14	0.76	1.20	1.40	0.86
15	0.76	1.05	0.88	0.61
16	0.40	0.75	0.84	0.41
17	0	0.39	0.68	0.20
18		0	0.40	0
19			0	

した降雨量の一部が滲透し他の表面流出を起すといった考え方をするには数値的に合致しない点が生じてくる。

従つてそれに対して次のような<sup>(4)</sup>考え方をする。

流域内における滲透能は数値的に数階級を有するものとする。すなわち与えられた強度の降雨量に対してそれより過大な滲透能を有する地帯は降雨の殆んどが滲透しそれより過少な地帯においてのみその差だけ地表流下現象が行われるとする。

従つてその降雨量すなわち強度が大きくなれば滲透を行う地帯に変化はないが表面流出を行う地帯が幾分大くなる結果になる。

これらに関して理論と局所的滲透試験結果から得られた地表流下量と降雨量との関係式を求めると次のような傾向が得られている。

$$(P-\varphi)k=R$$

**P**; 降雨強度

**φ**; 表面流出を起す地帯の平均滲透能

**k**; 表面流出面積と全面積との比率

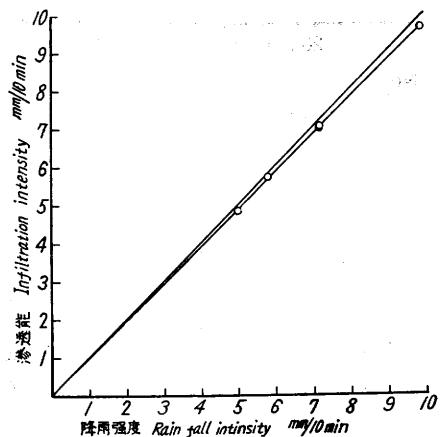
**R**; 流度

この **P** と **R** の関係は **P=0** より **P=∞** 迄同一の **φ** および **k** を示すものではない。

厳密には降雨強度が増大すれば  $\varphi$  の値も増大し  $k$  の値も増大して行く。すなわち単純な一次函数としての表現は出来ないわけである。併しこの函数の変化状態は非常に微少で或一定巾の  $P$  の間では  $\varphi$  および  $k$  の値はほぼ同一状態とみなしえる程度のようである。

更にこれを U-グラフについて言及すればこの区間巾における U-グラフは同一視して可能であることを意味し次の  $P$  の巾においてはまた異つたU-グラフを描くことを意味する。すなわち表面流出面積率が異つて来るからである。

以上のような仮定から前述の降雨量と全表面流出量との関係を前資料についてみると第5表および第3図が得られる。



第3図 渗透能と降雨強度との関係  
Fig. 3. Relation of infiltration intensity and rainfall intensity

第5表 降雨量と地表水  
Table 5. Rain fall and surface run-off

	雨量 Rain fall mm	継続時間 During time min	降雨強度 Rain fall intensity m³/10 min	総雨量 Total rain fall m³	総地表流量 Total surface runoff m³	地表流強度 Surface run- off intensity mm/10 min	渗透能 Infiltration intensity mm/10 min
1957 July 29	14.3	20	7.2	12655.5	298.0	0.17	7.03
1956 July 14	19.8	20	9.9	17523.0	378.3	0.21	9.69
1955 Sept 15	21.5	30	7.2	19027.5	403.1	0.15	7.05
1954 Aug 18	20.1	40	5.0	17788.5	440.7	0.12	4.88
1955 Aug 9	23.1	40	5.8	20443.5	348.9	0.099	5.701

この結果から  $P R$  との関係を求めることが出来る。

$$R = (P - 1)(1 - 0.97)$$

$$\varphi = 1_{mm} \quad k = (1 - 0.97)$$

更に第3図より得られる U-グラフが 0 より 10 mm/10 min の強度の降雨に対し適用可能のことを知り得る。

更にこの表面流出面積率および平均渗透能は更に大きな降雨強度に対して更に大きな値を示すことが伺える。

次に得られた表面流出面積率から表面流出面積を計算すると 2,655 ha の値を示す。

この値はほぼ水系表面積道路占有面積と崩壊地面積の約半分程度を加えた値になるようである。

#### 4. 推定増水曲線と測定増水曲線との比較

再び U—グラフについて説明するとこの U—グラフは希望とする降雨の時間単位に対して全表面流出量1, 表面流出面積1における表面流出量曲線とみることが出来る。

すなわち流域形状の問題を云々する必要のない条件を具備した論議においては U—グラフをもつて流域内の有機性を判断する尺度とすることが出来る。ただし同一の時間単位の U—グラフにおいてである。

この場合得られた U—グラフは流域面積形状の因子を含有しているのであるから極度に異った流域形状を有する他の流域との比較は行うことが出来ない。

更にこの U—グラフの応用価値は増水曲線の推定の場合に利用され得る。

すなわちその流域の U—グラフが分つていれば測定された降雨量の値及びその強度の時間的変化を知ることによつて容易に推算することが出来る。

今迄の説明に準じてこの説明も行えれば即ち 10 min—U—グラフの各縦軸を  $U_1 U_2 \dots U_n$  とし集水面積を  $A$ , 表面流出面積率を  $k$  降雨量の時間的変化を (10分毎)  $r_1 r_2 r_3 r_4 (\text{mm}/10 \text{min})$  とし, 更にこの強度は何れも降雨強度と流出量レートとの関係が同一状態にあると認められる範囲内の数値とすれば推定される表面流出流速  $q_1 q_2 q_3 \dots$

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= Ak \{U_1(r_1 - \varphi)\} \\ q_2 &= Ak \{U_1(r_2 - \varphi) + U_2(r_1 - \varphi)\} \\ q_3 &= Ak \{U_1(r_3 - \varphi) + U_2(r_2 - \varphi) + U_3(r_1 - \varphi)\} \\ q_4 &= Ak \{U_1(r_4 - \varphi) + U_2(r_3 - \varphi) + U_3(r_2 - \varphi) + U_4(r_1 - \varphi)\} \\ q_5 &= Ak \{U_2(r_4 - \varphi) + U_3(r_3 - \varphi) + U_4(r_2 - \varphi) + U_5(r_1 - \varphi)\} \\ &\vdots && \vdots && \vdots && \vdots \\ &\vdots && \vdots && \vdots && \vdots \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4) 式で求めることが出来る。

(更にまたこの (4) 式は  $q, A, k, \varphi, r$ , を他の方法で知ることが出来るから  $U_1 U_2 \dots U_n$  の値を最少自乗法で決定するための基礎式にすることも出来る。)

今白坂流域において得られた 10 min—U—グラフを (4) 式に代入して推定増水曲線を求めてみる。

計算例の一つは 10 min—U—グラフを求めるために用いた測定値を採用し他の一つは応用的意味において強度の変化に数個の断続を有する降雨型を採用した。

併し降雨強度は何れの区分時間においても 10 分間に 10mm 以下のものを有する連続降雨を採用しなければならない。

この時の平均滲透能は 1 mm/min を採用し表面流出面積率は 3 %を採用してある。(第3図参照)

第6(a)表 推定流度と測定流度  
 Table 6 (a). Observed runoff and predicted runoff (1954. Aug. 18.)

No.	雨量 Rain-fall mm	$\gamma_1=1.4$	$\gamma_2=5.8$	$\gamma_3=5.0$	$\gamma_4=3.7$	$\gamma_5=5.6$	合計 Total	推定流度 Total $\times 0.02655$ $m^3/min$ Predicted run-off rate	測定流度 Observed run-off rate
		0.4	4.8	4.0	2.7	4.6			
0	0	0					0.63	0.02	0
1	1.58	0.63	0				9.69	0.26	0.17
2	5.27	2.11	7.58	0			37.13	0.99	0.40
3	13.77	5.51	25.30	6.32	0		102.11	2.71	1.14
4	26.64	10.66	66.10	21.08	4.27	0			2.94
5	15.96	6.38	127.87	55.08	14.23	7.27	210.83	5.60	4.48
6	10.39	4.16	76.61	106.56	37.18	24.24	248.75	6.60	5.76
7	7.21	2.88	49.87	63.84	71.93	63.34	251.86	6.69	7.08
8	5.29	2.12	34.61	41.56	43.09	122.54	243.92	6.48	6.18
9	3.88	1.55	25.39	28.84	28.05	73.42	157.25	4.17	4.91
10	2.88	1.15	18.62	21.16	19.47	47.79	108.19	2.87	3.37
11	2.24	0.90	13.82	15.52	14.28	33.17	77.69	2.06	2.30
12	1.65	0.66	10.75	11.52	10.48	24.33	57.74	1.53	1.64
13	1.17	0.47	7.92	8.96	7.78	17.85	42.98	1.14	1.16
14	0.86	0.34	5.62	6.60	6.05	13.25	31.86	0.85	0.81
15	0.61	0.24	4.13	4.68	4.46	10.30	23.81	0.63	0.59
16	0.41	0.16	2.93	3.44	3.16	7.59	17.28	0.46	0.39
17	0.20	0.08	1.97	2.44	2.32	5.38	12.19	0.32	0.29
18	0	0	0.98	1.64	1.65	3.96	8.23	0.22	0.20
19			0	0.80	1.11	2.81	4.72	0.13	0.12
20					0.54	1.89	2.43	0.06	0.10
21					0	0.92	0.92	0.05	0.04
22						0	0	0	0

第6(b)表 推定流度と測定流度  
 Table 6 (b). Observed runoff and predicted runoff

No.	雨量 Rain-fall mm	7.6	4.2	0	0	0.6	2.3	4.1	2.3	0.5	合計 Total	推定流度 Predicted run-off rate Total $\times$ 0.02655 $m^3/min$	測定流度 Observed run-off rate
		6.6	3.2	0	0	0	1.3	3.1	1.3	0			
0	0	0									0	0	0
1	1.6	10.56	0								10.56	0.28	0.25
2	5.3	34.98	5.12	0							40.10	1.06	0.90
3	13.8	91.08	16.96	0	0						108.04	2.87	2.61
4	26.6	175.56	44.16	0	0	0					219.72	5.83	3.32
5	16.0	105.60	85.12	0	0	0	0				190.72	5.06	2.82
6	10.4	68.64	51.20	0	0	0	2.08	0			121.92	3.24	3.18
7	7.2	47.52	32.28	0	0	0	6.89	4.96	0		91.65	2.43	4.54
8	5.3	34.98	23.04	0	0	0	17.94	16.43	2.08	0	94.47	2.51	3.28
9	3.9	25.74	16.96	0	0	0	34.58	42.78	6.89	0	126.95	3.37	2.64
10	2.9	19.15	12.48	0	0	0	20.80	82.46	17.94	0	152.82	4.06	1.98
11	2.2	14.52	9.28	0	0	0	13.52	49.60	34.58	0	121.50	3.23	1.55
12	1.7	11.22	7.04	0	0	0	9.36	32.24	20.80	0	80.66	2.14	1.10
13	1.2	7.92	5.44	0	0	0	6.89	22.32	13.52	0	56.09	1.49	0.80
14	0.9	5.94	3.84	0	0	0	5.97	16.43	9.36	0	40.64	1.08	0.54
15	0.6	3.96	2.88	0	0	0	3.77	12.09	6.89	0	29.59	0.79	0.36
16	0.4	2.64	1.92	0	0	0	2.86	8.99	5.07	0	21.48	0.57	0.23
17	0.2	1.32	1.28	0	0	0	2.21	6.82	3.77	0	15.40	0.41	0.18
18	0	0	0.64	0	0	0	1.56	5.27	2.86	0	10.33	0.27	0.11
19			0	0	0	0	1.17	3.72	2.21	0	7.10	0.19	0.06
20				0	0	0	0.78	2.79	1.56	0	5.13	0.14	0.02
21				0	0	0	0.52	1.86	1.17	0	3.55	0.09	0.00
22				0	0	0	0.26	1.24	0.78	0	2.28	0.06	0.00
23				0	0	0	0	0.62	0.52	0	1.14	0.03	0.00
24				0	0	0	0	0.26	0	0	0.26	0.01	0.00
25								0	0	0	0	0	0
26								0	0	0	0	0	0

その結果は第6表(a)(b)のようである。

第6表の0.02655の値は流域面積に表面流出面積率を乗じた値で更に10min-Uグラフの各値が $10^{-3}$ 倍になつており、また降雨量は耗で計算してあるから米に換算するため結局 $10^{-6}$ 倍した値である。

即ち流域面積は88.5haであるから

$885000 \times 0.03 \times 10^{-6} \text{m}^2$ の値を示す。

## 5. ユニットハイドログラフに対する流域内地形因子の価値

前述でもふれたように得られたUグラフは面積の形状についての因子も含まれている。従つてこの数値が流域内の有機性を判断する決定的な数値になるとはいひ難い。更にまた流域内の水分移行を知る上においても不充分の点が多い。

以上の観点よりUグラフから流域内の面積形状を解析する方法についての論議を加えてみる。

### (i) 面積素の決定のための理論の誘導

先ず前述もしたようにUグラフはその時間単位の表面流出量1、表面流出面積1とした場合の表面流出量曲線とみることが出来る。従つて次のような想定のもとに解析を進めることができる。

その前に流域内における降雨強度と流度との関係を次のように仮定して<sup>(5)</sup>理論式を導いてみる。

$$(r-\varphi)-q = \frac{dp}{dt}$$

$\frac{dp}{dt}$ 、 $dt$ 時間内の地表面滞留量の変化

$r$ 、降雨強度

$q$ 、流度

$\varphi$ 、その部分の滲透能

今  $q=C_1\rho$  の関係があるとすれば

$$q = C_1 e^{-c_1 t} \left[ \int (r-\varphi) e^{c_1 t} dt + C_0 \right]$$

が得られる。

ある一定区分時間内で $r$ 及び $\varphi$ に変化がないとすれば

$$q = C_1 e^{-c_1 t} \left[ \frac{(r-\varphi)}{c_1} e^{c_1 t} + C_0 \right] = (r-\varphi) + C_0 C_1 e^{-c_1 t}$$

$t=0$ の時 $q=q_0$ とすれば

$$q_0 = (r-\varphi) + C_0 C_1$$

$q_0=0$  とすれば

$$C_0 = \frac{-(r-\varphi)}{c_1}$$

故に

$$q = (r-\varphi) (1 - e^{-c_1 t}) \quad (5)$$

次に降雨終了後についてみると

$$-q = \frac{dq}{dt}$$

として

$$q = q_r e^{-c_1 t}$$

この場合降雨終了時を  $T$  とすれば

$$q = q_r e^{-c_1 (t-T)}$$

連続の法則より

$$q_r = (r-\varphi) (1 - e^{-c_1 T})$$

従つて降雨終了後は

$$q = (r-\varphi) (1 - e^{-c_1 T}) e^{-c_1 (t-T)} \quad (6)$$

即ちこの(5)(6)式は区分時間を適当に決定すれば比較的簡単な基礎式が得られる。

即ち区分時間を10分におき10分を1, 20分を2とすれば(但しこの区分時間の数値によつて  $c_1$  の数値は変化してくるから注意)

$$q_1 = (r-\varphi) (1 - e^{-c_1}) \dots \dots \dots \text{10分後の流度}$$

$$q_2 = (r-\varphi) (1 - e^{-c_1}) e^{-c_1} \dots \dots \text{20分後の流度}$$

$$q_3 = (r-\varphi) (1 - e^{-c_1}) e^{-2c_1} \dots \dots \text{30分後の流度}$$

$$q_4 = (r-\varphi) (1 - e^{-c_1}) e^{-3c_1} \dots \dots \text{40分後の流度}$$

.....

$$\text{今 } (r-\varphi)T = q_r$$

流域内の表面流出面積素の区分時間毎の値を時間系列に沿つて  $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$  とすれば

各区分時間毎の流域内からの流出流度は前式より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= a_1 q_1 \\ Q_2 &= a_1 q_2 + a_2 q_1 \\ Q_3 &= a_1 q_3 + a_2 q_2 + a_3 q_1 \\ Q_4 &= a_1 q_4 + a_2 q_3 + a_3 q_2 + a_4 q_1 \\ Q_5 &= a_1 q_5 + a_2 q_4 + a_3 q_3 + a_4 q_2 + a_5 q_1 \\ Q_6 &= a_1 q_6 + a_2 q_5 + a_3 q_4 + a_4 q_3 + a_5 q_2 \\ Q_7 &= a_1 q_7 + a_2 q_6 + a_3 q_5 + a_4 q_4 + a_5 q_3 \\ &\vdots && \vdots && \vdots && \vdots && \vdots \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

この場合  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = A_r$  とすればこの  $A_r$  と流域面積  $A$  との比率が表面流出面積率となる。

また(6)式についてみると  $c_1$  の値によつて  $t$  のある一定時刻以後  $q$  の値は殆んど零に近づくことが考えられる。

以上の式は連続降雨についてでなく1つの時間単位における降雨強度  $r$  の場合の地表面流出の増水曲線とみなせるからこの地表面流出の増水曲線についてU—グラフを計算すると1つの時間単位におけるU—グラフが求められることになる。即ち今時間単位を10分としているから10分—U—グラフが得られることになる。

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{a_1 q_1}{a_1 \int q dt + a_2 \int q dt + a_3 \int q dt + a_4 \int q dt + a_5 \int q dt} \\ &= \frac{a_1 (r - \varphi) (1 - e^{-c})}{(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5) \int q dt} \\ &= \frac{a_1 q_r (1 - e^{-c_1})}{A r \int q dt} \end{aligned}$$

但し  $T=1$  とすれば  $(r - \varphi) = q_r$

同様に  $U_2$  以下も

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{(a_1 e^{-c_1} + a_2) (1 - e^{-c_1}) q_r}{A r \int q dt} \\ U_3 &= \frac{(a_1 e^{-2c_1} + a_2 e^{-c_1} + a_3) (1 - e^{-c_1}) q_r}{A r \int q dt} \end{aligned}$$

が得られる。これを整理すると

$$\int q dt = q_r$$

であるから

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{a_1}{A r} (1 - e^{-c_1}) \\ U_2 &= \frac{(a_1 e^{-c_1} + a_2)}{A r} (1 - e^{-c_1}) \\ U_3 &= \frac{(a_1 e^{-2c_1} + a_2 e^{-c_1} + a_3)}{A r} (1 - e^{-c_1}) \\ U_4 &= \frac{(a_1 e^{-3c_1} + a_2 e^{-2c_1} + a_3 e^{-c_1} + a_4)}{A r} (1 - e^{-c_1}) \\ U_5 &= \frac{(a_1 e^{-4c_1} + a_2 e^{-3c_1} + a_3 e^{-2c_1} + a_4 e^{-c_1} + a_5)}{A r} (1 - e^{-c_1}) \\ U_6 &= \frac{(a_1 e^{-4c_1} + a_2 e^{-3c_1} + a_3 e^{-2c_1} + a_4 e^{-c_1} + a_5) e^{-c_1}}{A r} (1 - e^{-c_1}) \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

が得られる。

即ち  $U_6$  以降においては  $U_5 e^{-c_1(t-5)}$  の函数式として表現可能であり、 $U_6$  以降の各値を片面対数方眼紙にプロットすることにより  $c_1$  の値は容易に計算が可能になる。これは最小自乗法によつて計算すればより精度の良好な数値を得ることは出来るが方眼紙上で概算しても大した支障は来さない。

また各面積素の値については (7) 式あるいは (8) 式を最小自乗法によつて計算しても算出可能であるが多くの繁雑性と更にまた計算誤差が加味されてくるからそれよりも次の方法によつて計算すると簡便で比較的弾力のある結果が得られる。

先ず前述の方法で  $c_1$  の算定が可能であるから勿論  $(1-e^{-c_1})$  の値も算出出来る。

この  $(1-e^{-c_1})$  で (8) 式の両辺を除す。

今

$$u_1 = \frac{U_1}{1-e^{-c_1}} \quad u_2 = \frac{U_2}{1-e^{-c_1}} \quad u_3 = \frac{U_3}{1-e^{-c_1}} \quad u_4 = \frac{U_4}{1-e^{-c_1}}$$

.....

とすれば

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{a_1}{Ar} \\ u_2 &= \frac{1}{Ar} (a_1 e^{-c_1} + a_2) \\ u_3 &= \frac{1}{Ar} (a_1 e^{-2c_1} + a_2 e^{-c_1} + a_3) \\ u_4 &= \frac{1}{Ar} (a_1 e^{-3c_1} + a_2 e^{-2c_1} + a_3 e^{-c_1} + a_4) \\ &\vdots && \vdots \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

が得られる。

次に (9) 式の S—カーヴを求める。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{Ar} a_1 \\ u_1 + u_2 &= \frac{1}{Ar} (a_1 e^{-c_1} + a_1 + a_2) \\ u_1 + u_2 + u_3 &= \frac{1}{Ar} (a_1 e^{-2c_1} + a_1 e^{-c_1} + a_1 + a_2 e^{-c_1} + a_2 + a_3) \\ u_1 + u_2 + u_3 + u_4 &= \frac{1}{Ar} (a_1 e^{-3c_1} + a_1 e^{-2c_1} + a_1 e^{-c_1} + a_1 + a_2 e^{-2c_1} + a_2 e^{-c_1} + a_2 + a_3 e^{-c_1} + a_3 + a_4) \\ &\vdots && \vdots && \vdots && \vdots && \vdots && \vdots \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(10) 式の両辺に  $e^{-c_1}$  を乘する。

$$\begin{aligned}
 u_1 e^{-c_1} &= \frac{1}{Ar} a_1 e^{-c_1} \\
 (u_1 + u_2) e^{-c_1} &= \frac{1}{Ar} (a_1 e^{-2c_1} + a_1 e^{-c_1} + a_2 e^{-c_1}) \\
 (u_1 + u_2 + u_3) e^{-c_1} &= \frac{1}{Ar} (a_1 e^{-3c_1} + a_1 e^{-2c_1} + a_1 e^{-c_1} + a_2 e^{-2c_1} + a_2 e^{-c_1} + a_3 e^{-c_1}) \\
 (u_1 + u_2 + u_3 + u_4) e^{-c_1} &= \frac{1}{Ar} (a_1 e^{-4c_1} + a_1 e^{-3c_1} + a_1 e^{-2c_1} + a_1 e^{-c_1} + a_2 e^{-3c_1} + a_2 e^{-2c_1} + a_2 e^{-c_1} + a_3 e^{-2c_1} + a_3 e^{-c_1} + a_4 e^{-c_1}) \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots
 \end{aligned} \tag{11}$$

次に (11) 式中の各式を時間単位だけずらして (10) 式中の各式より差を求めるとき面積素の表面流出面積に対する比率の S—カーヴが得られる。

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{a_1}{Ar} \\
 u_1(1-e^{-c_1}) + u_2 &= \frac{a_1}{Ar} + \frac{a_2}{Ar} \\
 (u_1 + u_2)(1-e^{-c_1}) + u_3 &= \frac{a_1}{Ar} + \frac{a_2}{Ar} + \frac{a_3}{Ar} \\
 (u_1 + u_2 + u_3)(1-e^{-c_1}) + u_4 &= \frac{a_1}{Ar} + \frac{a_2}{Ar} + \frac{a_3}{Ar} + \frac{a_4}{As} \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots
 \end{aligned} \tag{12}$$

この (12) 式の左辺の  $u$  は各 U—グラフの縦軸を  $(1-e^{-c_1})$  で除した値であるからこれを書き改めると

$$\begin{aligned}
 \frac{U_1}{1-e^{-c_1}} &= \frac{a_1}{Ar} \\
 U_1 + \frac{U_2}{1-e^{-c_1}} &= \frac{a_1}{Ar} + \frac{a_2}{Ar} \\
 (U_1 + U_2) + \frac{U_3}{1-e^{-c_1}} &= \frac{a_1}{Ar} + \frac{a_2}{Ar} + \frac{a_3}{Ar} \\
 (U_1 + U_2 + U_3) + \frac{U}{1-e^{-c_1}} &= \frac{a_1}{Ar} + \frac{a_2}{Ar} + \frac{a_3}{Ar} + \frac{a_4}{Ar} \\
 &\vdots \quad \vdots
 \end{aligned} \tag{13}$$

即ち今まで行われた操作を (13) 式から判断すると U—グラフの各縦軸を  $(1-e^{-c_1})$  で除しそれに U—グラフの S—カーヴを時間単位だけずらして加えれば 各面積素の総表面流出面積との比率の S—カーヴが得られることになる。

従つてこの値を時間単位だけずらして差を求めるとき 各面積素と地表面流出面積との比率が得れることになる。

この各値は時間系列に沿つた値であり流域の最遠地点の数値以後は当然零の値が計算されるこ

となる。

但し最後に計算される面積素の値は各区分時間毎の線的な意味の値であるから区分時間間隔に流達する距離の概念を乗ずる必要がありそのためには区分時間の数値を乗ずれば面積的数値が得られることになる。

例えば 10 分の区分時間で計算を進めてあれば10倍すれば足りる。

これは操作の上では得られた面積素と地表面流出面積との比率を10倍してそれに地表面流出面積（第3図によって求められる。）を乗ずれば各面積素が得られることになる。

次にこの論法に対して更に論議を進めると (8) 式あるいは (13) 式から次のようにしてS—カーヴを導くことなく面積素の計算を行うことが出来る。

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{a_1}{Ar} \\
 u_2 - u_1 e^{-c_1} &= \frac{a_2}{Ar} \\
 u_3 - u_2 e^{-c_1} &= \frac{a_3}{Ar} \\
 u_4 - u_3 e^{-c_1} &= \frac{a_4}{Ar} \\
 u_5 - u_4 e^{-c_1} &= \frac{a_5}{Ar} \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{14}$$

ところがこの直接的計算の場合は測定誤差あるいは後述する他の問題点等から必ずしも均等化された結果が得られるとは限らない。場合によつては負の面積素が得られることも予想され得る。

従つてこの S—カーヴを求める方法を採用すれば得られた S—カーヴを多少修正することによつて比較的計算結果の調正をはかるに便利である。そのような意味で (13) 式の提案を行つたのであるが (14) 式についての有用性を否定しているつもりのものではない。

## (ii) 面積素の算定

先ず白坂流域  $10_{min}$ —U—グラフより  $c_1$  の決定を行う。

即ち U—グラフの終端部より半対数方眼紙にプロットして終端部より直線上に排列したと思われる点から  $c_1$  の値を計算すると  $c_1 = 0.34$  が得られる。

従つて

$$e^{-c_1} = 0.7189$$

$$(1 - e^{-c_1}) = 0.2811$$

が得られる。

次に得られた U—グラフを 0.2811 で除しその値に時間単位だけずらした U—グラフの S—

第7表 U-グラフから面積素の算定  
Table 7. Estimation of element area from U-graph

No.	① U-グラ フの縦軸 Ordina- tes of U-graph $\times 10^{-3}$	② U-graph $(1 - e^{-c_1})$	③ S-curve of ① lagged 10 min	④ S-curve of area $\times 10^{-3}$	⑤ lagged 10 min	⑥ arer $\times 10^{-3}$	⑦ $\times$ 26,550 $\times 10$ area $m^2$	Adjus- ted of ④修正	⑧ lagged 10 min	⑨	⑩	⑪ $\times$ 26,550 $\times 10$ area $m^2$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1.58	5.62	0	5.62	0	5.62	1,492.1	7.3	0	7.3	1,938.2	
2	5.27	18.75	1.58	20.33	5.62	14.71	3,905.5	28.0	7.3	20.7	5,495.8	
3	13.77	48.99	6.85	55.84	20.33	35.51	9,427.9	78.5	28.0	50.5	13,407.7	
4	26.64	94.77	20.62	115.39	55.84	59.55	15,810.5	98.4	78.5	19.9	5,283.5	
5	15.96	15.96	47.26	104.04	115.39	-11.35	-3,013.4	99.0	98.4	11.1	292.1	
6	10.39	10.39	63.22	100.18	104.04	-3.86	-1,024.8	100.0	99.5	0.5	132.7	
7	7.21	7.21	73.61	99.26	100.18	-0.92	-244.3	100.0	100.0			
8	5.29	5.29	80.82	99.64	99.26			100.0	100.0			
9	3.88	3.88	86.11	99.91	99.64			100.0	100.0			
10	2.88	2.88	89.99	100.24	99.91			100.0	100.0			
11	2.24	2.24	92.87	100.84	100.24			100.0	100.0			
12	1.65	1.65	95.11	100.98	100.84			100.0	100.0			
13	1.17	1.17	96.76	100.92	100.98			100.0	100.0			
14	0.86	0.86	97.93	100.99	100.92			100.0	100.0			
15	0.61	0.61	98.79	100.96	100.99			100.0	100.0			
16	0.41	0.41	99.40	100.86	100.96			100.0	100.0			
17	0.20	0.20	99.81	100.52	100.86			100.0	100.0			
18	0	0	100.01	100.01	100.52			100.0	100.0			

カーヴを加えれば面積素の S—カーヴが得られることになる。

これらの関係は計算の順序を示す第7表によつて更によく理解することが出来る。

但し第7表の⑥及び⑩は面積比率の時間軸に対する連続曲線の縦軸になる値で⑦及び⑪はヒストグラムに換算された面積の値を示している。

また⑦の各面積素は S—カーヴに修正を与えない場合の値で⑪は修正した場合の値である。⑦及び⑪に採用された値は流域面積に表面流出面積率を乗じた値である。

$$885000_{m^2} \times 0.03 = 26550_{m^2}$$

これ等得られた面積素から再び U-グラフを誘導すると ⑦ の場合は殆んど原 U-グラフに一致し ⑪ の場合も比較的一致した値が得られる。この結果流域内における地表面積内の各面積素の流達時間が推算されたことになり更に流域の最遠地からの流達時間はほぼ60分の値を示すことが分る。

## 6. 得られた面積素を用いた推定増水曲線と測定増水曲線との比較

得られた面積素を  $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 (m^2)$  とし 区分時間毎の降雨強度を  $r_1 r_2 r_3 r_4 m/sec$  とすれば前述の仮定から単位面積素からの流度は

$$q_1 = (r_1 - \varphi)(1 - e^{-c_1})$$

$$q_2 = (r_1 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-c_1} + (r_2 - \varphi)(1 - e^{-c_1})$$

$$q_3 = (r_1 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-2c_1} + (r_2 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-c_1} + (r_2 - \varphi)(1 - e^{-c_1})$$

(15)

$$\begin{aligned}
 q_4 &= (r_1 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-3c_1} + (r_2 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-2c_1} + (r_3 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-c_1} + (r_4 - \varphi)(1 - e^{-c_1}) \\
 q_5 &= (r_1 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-4c_1} + (r_2 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-3c_1} + (r_3 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-2c_1} + (r_4 - \varphi)(1 - e^{-c_1})e^{-c_1} \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots
 \end{aligned}$$

故に流域内からの流度は

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= a_1 q_1 \\
 Q_2 &= a_1 q_2 + a_2 q_1 \\
 Q_3 &= a_1 q_3 + a_2 q_2 + a_3 q_1 \\
 Q_4 &= a_1 q_4 + a_2 q_3 + a_3 q_2 + a_4 q_1 \\
 Q_5 &= a_1 q_5 + a_2 q_4 + a_3 q_3 + a_4 q_2 + a_5 q_1 \\
 Q_6 &= a_1 q_6 + a_2 q_5 + a_3 q_4 + a_4 q_3 + a_5 q_2 \\
 &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots
 \end{aligned} \tag{16}$$

によって導くことが出来る。

前述の計算によつて得られた各面積素と降雨強度の時間的変化を代入して表面流出曲線を計算し観測された値と比較すると第10表のようになる。第8表(a) (b)は前式に準じて計算した順序を示す。

この計算結果をみると連続降雨では比較的観測値と推定値が合致しているが断続降雨では次のピークの出現時刻が多少おくれているようである。

なお(15)(16)式による計算は面積素の値を計算結果その儘の値と修正した値との双方の計算を行つてある。

これは各論議の基礎となる仮定が必ずしも各面積素を負にしないという確乎とした確証を持つていないためとまた実質的に面積素は負にならないという双方の矛盾した考えのもとに双方の計算を行つた次第である。

## 7. 各仮定に対する討議

先ず計算結果より判断すると前節で行われた論議が必ずしも充分であつたとはいえない感がある。

これに対して次の部面より再検討を行つてみる。

先ず第一として考えられることは得られた結果の主軸をなす基礎理論の適否についての再検討である。

即ち一つの現象を解析するためにはそれに最も近い性格を有する单一化した数個の仮定を設けその仮定を発展せしめることによつてその現象の解析を行うものであるが基礎的現象に対する基礎的仮定の相対的近似性があまりにもかけ離れている場合求められた結果に数種の矛盾を生ぜしめることがある。

第8(a)表 推定流度と測定流度  
Table 8 (a). Observed runoff and predicted runoff

i	$r \times 10^{-1}$		1.4		5.8		5.0		3.7		5.6		合計		Area m <sup>2</sup> 単位面積 面から出る表 面流出率 Run-off rate from unit area $\times 10^{-4} \text{m}$	Predicted run-off rate m <sup>3</sup> /min	Measured run-off rate m <sup>3</sup> /min
	$(r - \varphi) \times 10^{-1}$	$(1 - e^{-ic_1})$	0.4	4.8	4.0	2.7	4.6	$\times 10^{-4} \text{m}$	Total	$\times 10^{-4} \text{m}$	1,938.2	5,495.8	13,407.7	5,283.5	292.1	132.7	
0	0.2811	0.11	0.11	1.35	1.12	0.97	1.43	0.11	0.11	2.13	2,772	675	1,475	581	0.02	0.17	
1	0.2021	0.08	0.06	0.97	0.76	0.81	0.70	0.08	0.11	4,167	7,859	11,816	19,173	32	0.33	0.40	
2	0.1453	0.06	0.04	1.35	1.12	0.97	1.43	0.06	0.11	4,477	12,695	28,827	7,555	1,35	1.14		
3	0.1045	0.04	0.03	0.58	0.55	0.58	0.50	0.04	0.06	5,718	11,651	39,553	12,205	3,60	2.94		
4	0.0751	0.03	0.02	0.36	0.36	0.42	0.39	0.02	0.03	4,109	16,213	30,972	11,360	4,48	4.48		
5	0.05400	0.02	0.02	0.26	0.26	0.30	0.28	0.02	0.02	2,12	2,975	8,409	28,424	15,586	5,48	5.76	
6	0.03885	0.02	0.02	0.19	0.19	0.13	0.16	0.01	0.01	1.53	1,53	1,53	1,53	15	6.31	7.08	
7	0.02790	0.01	0.01	0.13	0.16	0.15	0.16	0.01	0.01	1.10	2,142	11,561	11,651	6,72	6.72	6.18	
8	0.02007	0.01	0.01	0.11	0.11	0.11	0.11	0.01	0.01	0.80	1,561	6,045	20,514	11,201	307	4.05	4.91
9	0.01443	0.01	0.01	0.07	0.07	0.08	0.08	0.01	0.01	0.57	1,115	4,397	14,748	8,084	675	3.37	3.37
10	0.010338	0	0	0.07	0.08	0.08	0.18	0.01	0.01	0.41	805	3,133	10,726	5,812	447	2.12	2.30
11	0.007460	0	0	0.05	0.06	0.05	0.13	0.01	0.01	0.29	572	2,253	7,642	4,227	321	2.12	2.30
12	0.005504	0	0	0.04	0.04	0.04	0.09	0.01	0.01	0.21	417	1,594	5,497	3,012	234	1.52	1.64
13	0.003857	0	0	0.03	0.03	0.03	0.07	0.01	0.01	0.16	320	1,154	3,888	2,166	146	1.09	1.16
14	0.002773	0	0	0.02	0.02	0.02	0.05	0.01	0.01	0.11	223	879	2,816	1,552	120	0.78	0.81
15	0.001994	0	0	0.01	0.02	0.01	0.03	0.01	0.01	0.07	146	605	2,145	1,110	85	0.56	0.59
16	0.001434	0	0	0.01	0.01	0.01	0.03	0.01	0.01	0.06	126	385	1,475	845	61	0.41	0.39
17	0.001030	0	0	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.05	107	330	939	581	48	0.29	0.29
18	0.0007407	0	0	0	0	0	0	0	0	0.03	68	275	804	317	32	0.12	0.12

Table 8(b). Observed runoff and predicted runoff

第9表 推定流度と測定流度の比較

Table 9. Comparison between observed run-off rate and predicted run-off rate

時刻 time min	例 1 Sample 1 1954, Aug 18					例 2 Sample 2 1954, Aug 31				
	測定値 Observed value m³/min	U-グラフ からの値 From U-graph m³/min	(15) (16) 式から の値 from formula (15) (16)	計算結果か らの値 True m³/min	修正値から の値 Adjusted m³/min	測定値 Observed value m³/min	U-グラフ からの値 From U-graph m³/min	(15) (16) 式から の値 From formula (15) (16)	計算結果か らの値 True m³/min	修正値から の値 Adjusted m³/min
		From U-graph m³/min	(15) (16) 式から の値 from formula (15) (16)	True m³/min	Adjusted m³/min		From U-graph m³/min	(15) (16) 式から の値 From formula (15) (16)	True m³/min	Adjusted m³/min
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0.17	0.02	0.02	0.02	0.25	0.28	0.28	0.28	0.36	0.36
20	0.40	0.26	0.26	0.33	0.90	1.06	1.06	1.06	1.45	1.45
30	1.14	0.99	0.98	1.35	2.61	2.87	2.86	2.86	4.03	4.03
40	2.94	2.71	2.71	3.60	3.32	5.83	5.84	5.84	5.08	5.08
50	4.48	5.60	5.60	5.48	2.82	5.06	5.06	5.06	4.18	4.18
1	5.76	6.60	6.60	6.31	3.18	3.24	3.24	3.24	3.13	3.13
10	7.08	6.69	6.69	6.72	4.54	2.43	2.45	2.45	2.63	2.63
20	6.18	6.48	6.47	5.55	3.28	2.51	2.49	2.49	2.94	2.94
30	4.91	4.17	4.17	4.05	2.64	3.37	3.34	3.34	3.64	3.64
40	3.37	2.87	2.86	2.94	1.98	4.06	4.00	4.00	3.60	3.60
50	2.30	2.06	2.03	2.12	1.55	3.23	3.16	3.16	2.81	2.81
2	1.64	1.53	1.47	1.52	1.10	2.14	2.06	2.06	2.05	2.05
10	1.16	1.14	1.04	1.09	0.80	1.49	1.43	1.43	1.48	1.48
20	0.81	0.85	0.75	0.78	0.54	1.08	1.03	1.03	1.07	1.07
30	0.59	0.63	0.53	0.56	0.36	0.79	0.74	0.74	0.78	0.78
40	0.39	0.46	0.39	0.41	0.23	0.57	0.54	0.54	0.57	0.57
50	0.29	0.32	0.29	0.29	0.18	0.41	0.40	0.40	0.40	0.40
3	0.20	0.22	0.19	0.20	0.11	0.27	0.26	0.26	0.28	0.28
10	0.12	0.13	0.14	0.16	0.06	0.19	0.18	0.18	0.20	0.20
20	0.10	0.06	0.12	0.12	0.02	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14
30	0.04	0.05	0.08	0.08	0.09	0.09	0.09	0.09	0.10	0.10
40	0		0.04	0.04	0.06	0.06	0.07	0.07	0.06	0.06
50			0.01	0.02	0.03	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04
4				0.01		0.01		0.03	0.03	0.03
10						0.01		0.01	0.01	0.01
20										

次に考えられることはこれ等の基礎仮定の発展によって得られた結果に対する応用的現象面の感覚的解釈のくいちがいの問題である。

これは原則として第一の仮定が充分であったとの確信が得られた後行われるべき性格のものである。ところが現象自体が定量的に把握し得ない性格のものであつた場合はやはり概念的根拠をもつてこれを処理する傾向が多い。

従つて現象自体に対する人間的錯覚とまた学問的論求の不充分のために得られた結果の解釈を無意識にゆがめて錯覚的現象と適合せしめる場合がある。

これ等と共に更に付加されることは採用される資料の調整の有無である。

特にこの論議の対象としている資料は総べての現象の総合された結果を採用しているのであるから各不必要的因子の影響は成るべく除去する必要がありそれ等の過程の不充分なために起る欠陥が問題視される。

以上の点を念頭において特にその主流をなす次の点について再び討議をくりかえしてみる。

#### (i) 面積素について

先ず得られた面積素について素直な解析を行うとある地点より上流部においては負の面積素を

有するとの結論になる。

これ等に関して極く単純な見方をすれば負の面積素が存在するとは先ず考えられない。

従つてそれに対する基礎理論の適応性について検討を加えてみる。

先ず (14) 式より次の式が得られる。

$$\begin{aligned}\frac{1}{(1-e^{-c_1})}U_1 &= \frac{a_1}{Ar} \\ \frac{1}{(1-e^{-c_1})}(U_2 - U_1 e^{-c_1}) &= \frac{a_2}{Ar} \\ \frac{1}{(1-e^{-c_1})}(U_3 - U_2 e^{-c_1}) &= \frac{a_3}{Ar} \\ \frac{1}{(1-e^{-c_1})}(U_4 - U_3 e^{-c_1}) &= \frac{a_4}{Ar} \\ \frac{1}{(1-e^{-c_1})}(U_5 - U_4 e^{-c_1}) &= \frac{a_5}{Ar}\end{aligned}$$

即ち流域の最遠地に降雨が降り止んだ時の流量が測水所に到達した以後の U—グラフの値は  $U_{i+1} = U_i e^{-c_1}$  で表現出来るから必然的に  $\frac{1}{(1-e^{-c_1})}(U_{i+1} - U_i e^{-c_1})$  は零となつて最遠地の面積素も決定されることになる。

ところが面積素が負を示すことに関して上式より判断すると

$$\frac{1}{(1-e^{-c_1})}(U_{m+1} - U_m e^{-c_1}) < 0$$

の状態にあるときである。

$$U_{m+1} = U_m + k$$

とすれば前式は

$$\frac{k}{1-e^{-c_1}} + U_m < 0 \text{ が成立する。}$$

これは U—グラフが増加中においては成立し得ない。即ち面積素が負になることはあり得ない。従つて U—グラフが減少する場合について考えると

$$k < -U_m + U_m e^{-c_1}$$

U—グラフが減少する場合は当然  $k$  は負を示すからこれを正の値に換算すると

$$k > U_m - U_m e^{-c_1}$$

となる。

即ち減水状態を  $U_0 e^{-c_1 t}$  とした場合の曲線より更に急な減水状態をもつ U—グラフでは前述の方法で求められる面積素に負の値が計算されることになる。これを逆から考えると面積素が負にならないためには  $U_0 e^{-c_1 t}$  の減水よりも緩な減水を示す U—グラフでなければならないことになる。

これは現実とよく合致した理論の誘導とはいえない。

即ち U-グラフにおいてもまた増水曲線においても減水曲線を片面対数方眼紙にプロットしてさえ凹曲細を描く場合が多いようである。（勿論直線になる場合凸曲線になる場合も考えられるがこれ等に対する論議はあえて必要としない。）

ここまで論議を進めるとこの基礎仮定に対して少からぬ疑問が抱かせられる。

先ず第一に考えられることは当初の基礎方程式を解く際仮定せられた  $q=c_1\rho$  の関係である。

即ち厳密には  $q=c_1\rho^n$  の関係が予想される。併しその場合の基礎方程式の解析は困難で例え解析出来たとしてもその後の式が極度に複雑になってくる。

併しこの仮定も近似計算によればある程度までは論議を進めることが出来る。

次に考えられることは各面積素毎の  $c_1$  の値の相異である。即ち各面積素が総べて同一の係数  $c_1$  を有するとは限らない。

ただしこの論議はあまりにも厳密に過ぎて解析する上に相等の困難さを伴う。

何れにしてもこれ等を総合して判断すると基礎仮定が厳密な意味における基礎現象と充分に一致していなかつたという結果になりそうである。

ところが第9表をみても分るように U-グラフから計算した推定増水曲線と面積素の負になる値を修正して求められた面積素に降雨強度の変化を加味して求めた推定増水曲線とを比較するとむしろ後者の方がより実測値に近い値を示しているようである。これは U-グラフを算定するために用いた実測値と更に無作為に採り上げた他の降雨型について共にそうである。

即ちこの結果よりみると U-グラフの値自体に対しても多少の疑問点が残されているといえよう。

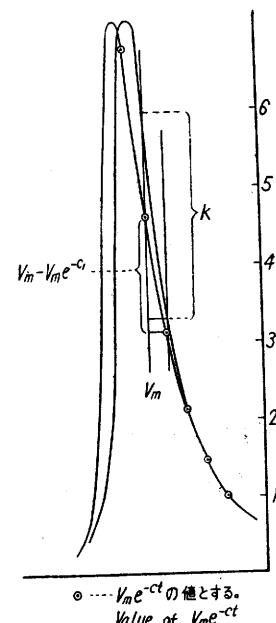
再び第2図の 10 min-U-グラフをみると各々の U-グラフが必ずしも集中的な形態を示しているとはいえない。即ちこれ等の点から最終的に得られた 10 min-U-グラフを絶対的なものとして面積素を算定して行くことはやはり無理のようである。

即ち第2図の平均値を求める程度の概念をもつて各面積素も決定して行くことが必要ではないかと考えられる。

#### (ii) 表面流出面積について

U-グラフを求めるための降雨はなるべく降雨始めより降雨終りまで均一な強度の雨を採用している。

従つて総雨量を有効継続時間で除すことによつて代表し得る比較的充分な降雨強度を算出する



第4図 減水曲線の検討  
Fig. 4. Review of depression curve.

ことが出来る。そこに第3図の更に有意義な価値が見出され得る。

併し例えれば降雨継続時間が長期に涉る場合はやはり強度に多くの変化を示し10分の区分時間でもつてすれば平均強度必ずしもその降雨の性格を代表する数値とは見做し難く第3図のような一率な関係を導き得ない。

即ち第3図を更に延長せしめると45度の直線より右側に位置する増加の曲線を描くことが確証されている。従つて代表せしめる平均強度が更に大きいものを計算上小さく求められたためその関係が均一にならないことが予想され得る。

ただしこの変化率は極度に小さいから部分的に直線とみなしても大した支障を来さない。

即ち降雨強度の一定区間中においては表面流出面積率は一定を示すという仮節が成立する。従つてその区間中のU—グラフは同一のものであると考えて支障ない。即ち次の区間中においてはまた多少異つたU—グラフが描けることになる。

これ等の問題点は更にまた次の論議の対象になる。

先ず一地点の滲透能をみると時間と共に変化しその状態は減衰曲線を描きつつある一定時間以後常数を示すことが考えられる。即ちこの第3図は一定時間後の定常化された滲透能についての降雨強度と滲透能の関係とみなすことが出来るからこの3図によつて判定する流域の平均滲透能及び表面流出率の値は連続降雨の初期の値に対しては必ずしも適当としない。

これ等の関係は第9表計算例(2)において如実に判断することが出来る。

以上が理論上における仮定の不充分な点としてみなすことが出来るが実際の操作面に対するものとしては増水曲線より地下流出量の分離に関する問題点及び河道貯留作用の整備に関する問題点が考えられる。

これ等は地表水と地下水あるいはU—グラフの型等に関する検討においてはあまり厳密な研究を必要としないかも分らないが面積素の算定あるいは他のU—グラフの解析等の一歩進んだ解析の段階まで行くとあながちわづかの操作上の差異を無視するわけには行かないようである。

#### 参考文献

- 1) LINSLEY, R. K:  
KOHLER, M. A: Applied hydrology.  
PAULHUS, L. H:
- 2) SNYDER, W. M: Hydrograph analysis by the method of least squares.  
Proceeding A.S.C.E. Vol 81
- 3) BRATER, E. F: The Unit hydrograph principle applied to small-watershed.  
Proceeding A.S.C.E. Vol 65
- 4) 片岡 順: 斜面の滲透性を表わす示標 東京大学農学部演習林報告 47号
- 5) 山口伊佐夫: 流域管理の為の量水方法並びに水分移行現象に関する基礎的研究 東京大学農学部演習林報告 52号

### Résumé

The hydrograph is one of the most convenient ways to know the runoff condition of a given watershed. But, it is so for individual rain, because the shape of hydrograph varies according to the duration and intensity of rainfall. In this paper the writers show the ways how to utilize hydrographs in expressing the hydrological characteristics of watersheds.

In Part I, S. OGIHARA deals with ordinary hydrographs. In doing so, he selects hydrographs under rains having constant intensities. Then, for each hydrograph the so-called S-curve is derived by adding the ordinates of a series of hydrographs of a kind with their points of beginning separated by the time of the rain duration. S-curves for rains of considerably long durations have flat peaks corresponding to the greatest runoffs. From the shape of the rising part (between the beginning point and the peak) of the S-curve we can estimate how soon the flood peak occurs. An index to be used for estimating times of flood peaks is obtained by calculating the horizontal distance to the inflection point on the S-curve, which is independent from the value of peak runoff, in other words the intensity of rain.

In Part II, I. YAMAGUCHI explains the application value of the principle of the unit hydrograph to the analysis of surface run-off. Basic data are taken from continuous records of runoff and rainfall measured at "Shirasaka" experimental watershed in the Tokyo University Forest in Aichi prefecture. The watershed area is 88.5 ha. covered with a comparatively good forest composed of Japanese red pine mixed with several kinds of hardwoods.

The first part of the research deals with a modification of the commonly known unit hydrograph and distribution graph. The latter part of the work is devoted to the application of the unit hydrograph in the analysis of hydrological characteristics of watersheds. Here the writer tries to determine the so-called "equal water travel time" as defined by R. T. Zock, with the aid of the unit hydrograph procedure as used by the writer. Finally, the writer makes comparison between predictive hydrographs obtained by this method and observed hydrographs. The results are shown in table 9.