

第 6 章 回転運動系耕うん実験

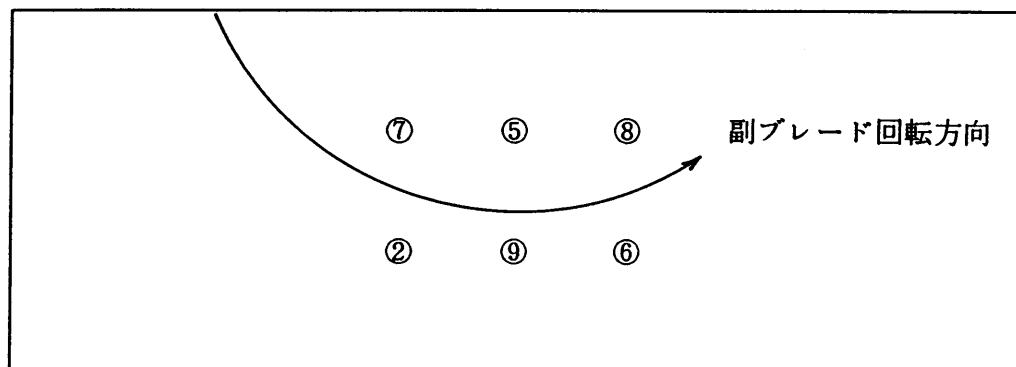
6-1 目的

回転運動系の耕うんモデル実験を行ない、本装置システムから得られるデータを分析する。

6-2 実験方法

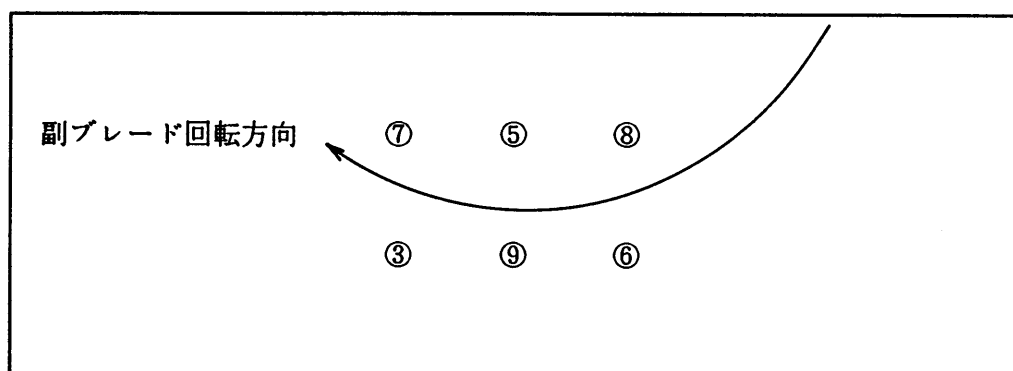
同様の供試土について、副ブレードを用いて回転運動系耕うんモデル実験を行なった。実験は土壌槽を駆動しながら副ブレードを回転させて行ない、ブレードの軌跡をトロコロイド曲線にした。その際、回転方向を変えてダウンカット耕うんとアップカット耕うんのモデル実験を行なった。実験で用いた耕うん速度は以下のように設定した。まず、変速プーリモータの回転速度を最も早い 1 rpm に設定すると、モータの軸から刃の裏面までの長さは 400mm であるので、ブレードの接線速度は約 40mm/s となる。この接線速度と耕うん速度の比をロータリ耕うんで用いる範囲²⁾にある 5 として、土壌槽の移動速度を約 8 mm/s とした。なお、切削角は 0°（回転軸に対して直角）とした。

図 63 に用いた SSD センサの配置を示す。実験ではブレードの上下に各 3 個ずつ計 6 個のセンサを用いた。



土壌槽進行方向→

a) ダウンカット



土壌槽進行方向→

b) アップカット

図63 回転運動系耕うん実験でのSSDセンサの配置
(センサIDで表示)

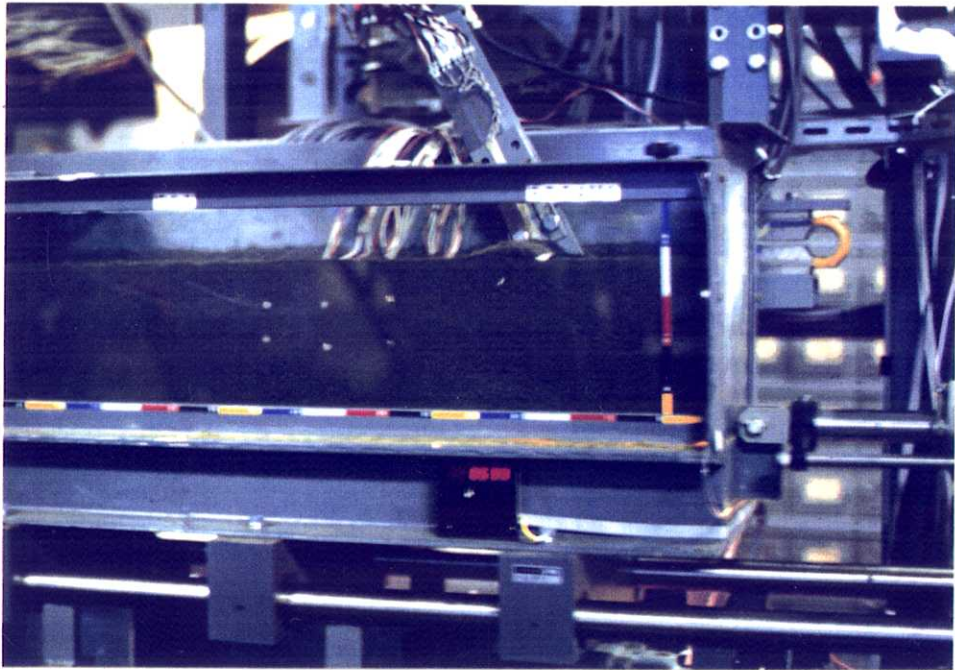


図64 回転運動系（アップカット）耕うん実験（1）

（測定開始約6秒後で、刃が耕うんし始めている）

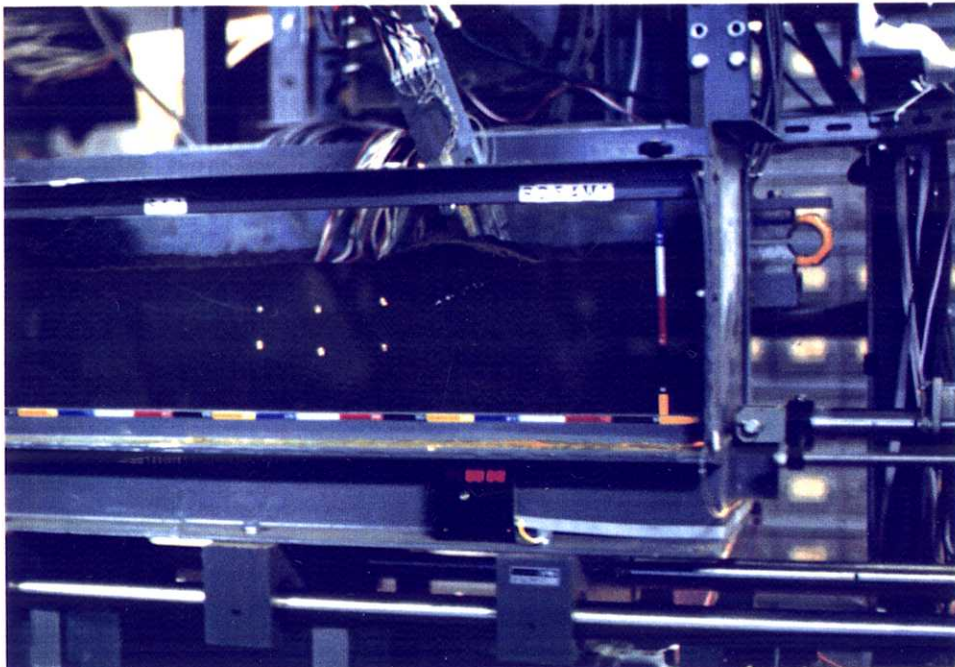


図65 回転運動系（アップカット）耕うん実験（2）

（測定開始約8秒後で、刃がSSDセンサに接近している）

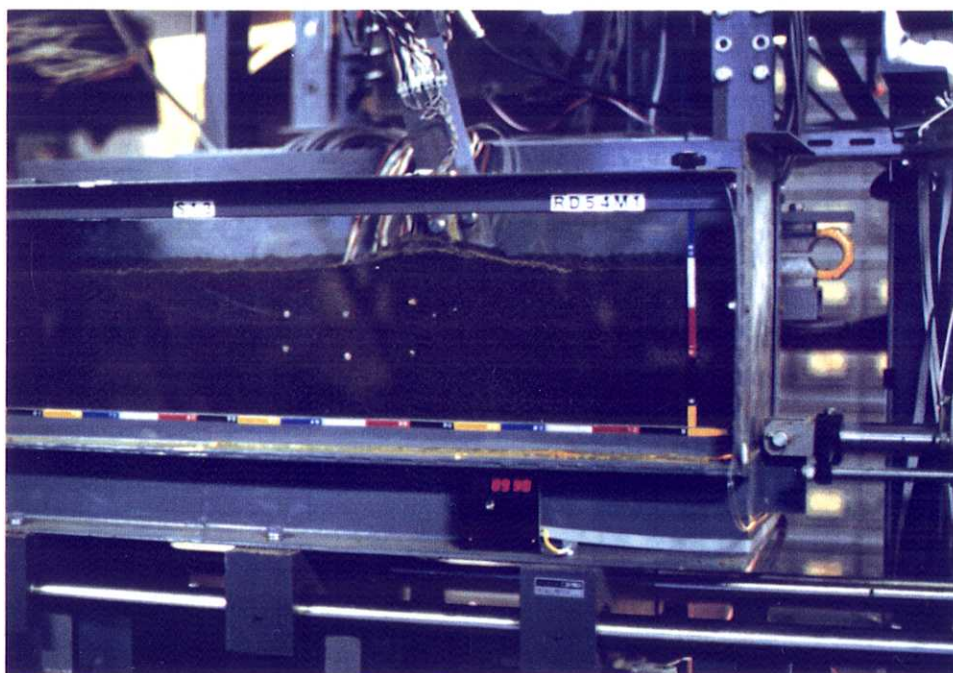


図66 回転運動系（アップカット）耕うん実験（3）

（測定開始約10秒後で，刃がSSDセンサ間に達しようとしている）

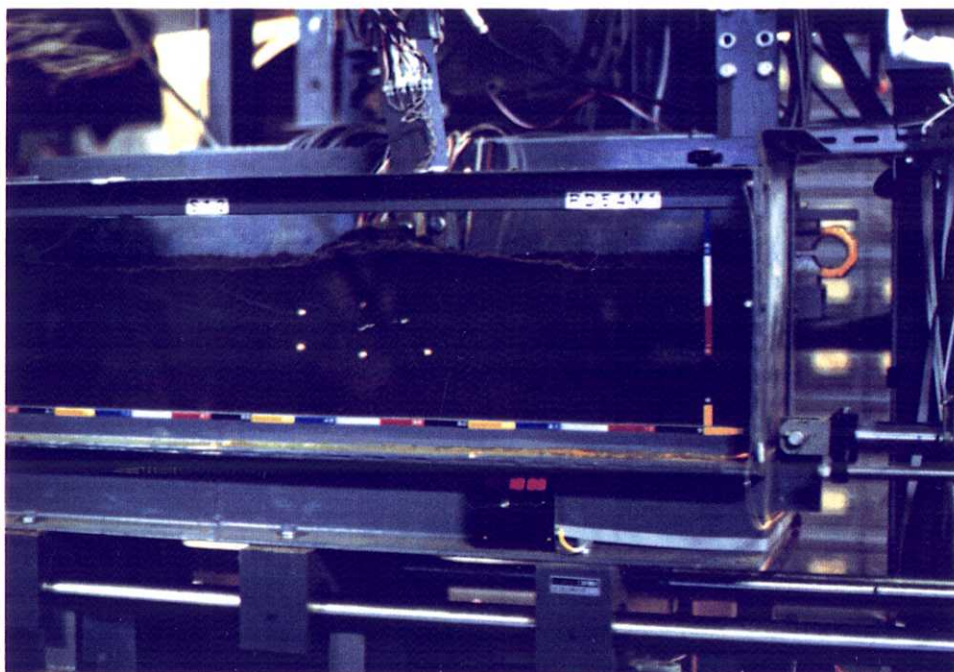


図67 回転運動系（アップカット）耕うん実験（4）

（測定開始約13秒後で，刃が次のSSDセンサ間に達している）

6-3 実験結果と考察

実験の様子（アップカット耕うん）を図64～67に示す。

図68～75にダウンカット耕うん実験の結果を示す。成形後の土壌の密度は約1350 kg/m³、含水比約14.5%、土壌表面での土壌硬度は約100kPa、深さ5 cmのところでは約90kPaであった。

図68は6つのSSDセンサの動きで土壌変位を表わしたもので、プロット横の数字は時間を表わしている。また、ブレード底面の動きを直線で描いてあり、刃先部に縦線を入れ、その横に時間をふってある。回転運動系の実験ではSSDセンサの出入力コードと副ブレードの腕の部分が交差するためにブレードを1回転させることができず、14秒付近で制動しはじめて約18秒で停止させている。図より、ブレード面より上部で耕うん方向寄りの土壌（Sp7、5）は、ブレードの接近により耕うん方向寄り上方に移動し、ブレードが通りすぎると再び下方に移動していることが分かる。また、耕うん方向後部の土壌（Sp8）は、ブレードの接近により一旦耕うん方向寄り上方に移動してから耕うん方向と反対寄り上方に移動し、再び耕うん方向寄り上方に移動している。しかし、これには制動の影響があるとも考えられる。一方、ブレード下部の土壌（Sp2、9、6）はほとんど動いていない。

図69は、副ブレード軸トルクと、副ブレード表面で刃尻（向かって左）

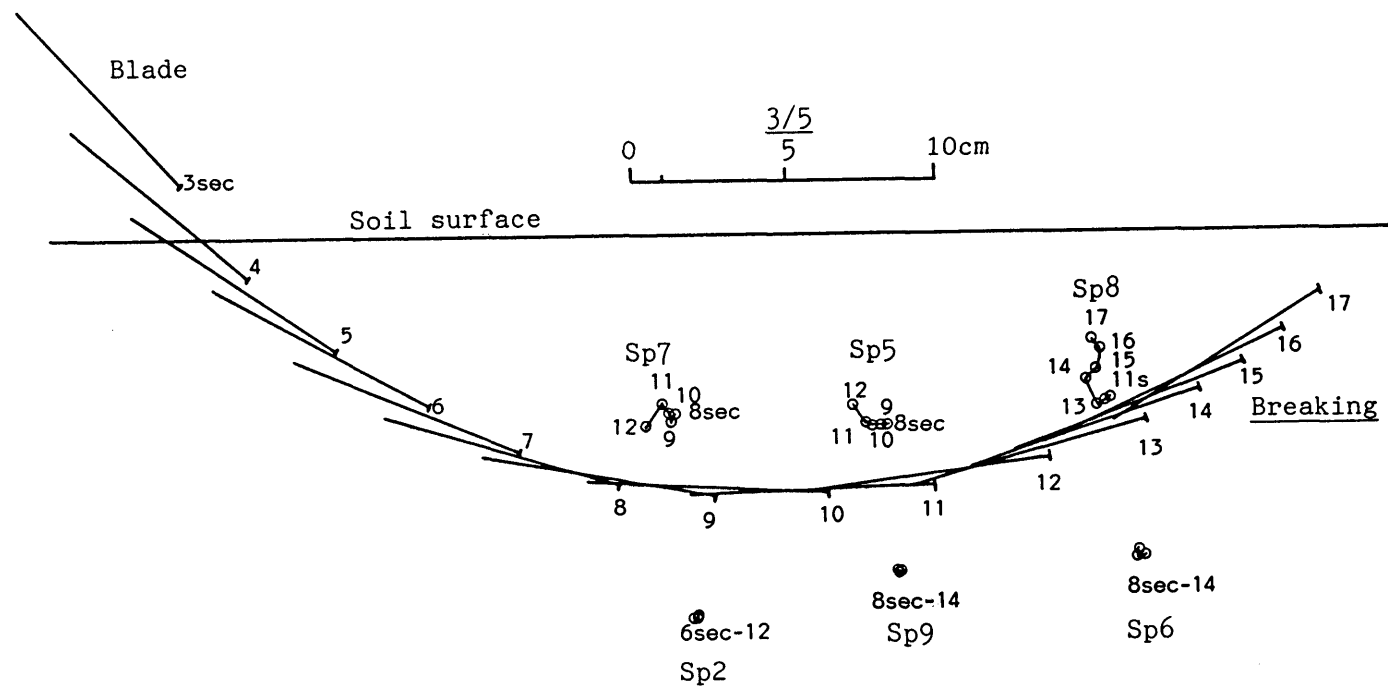


図68 回転運動系（ダウンカット）耕うん実験の土壌変位

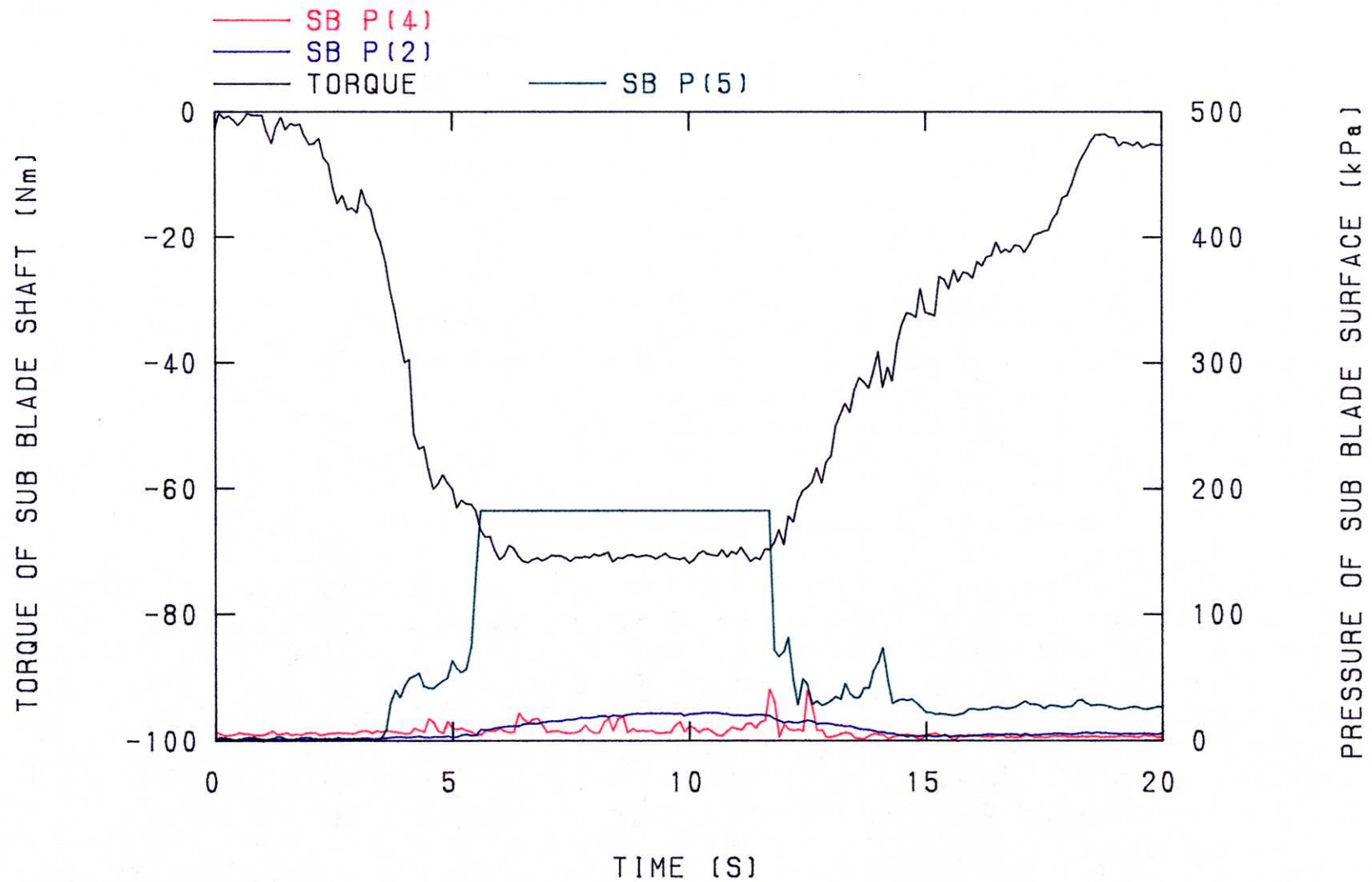


図69 回転運動系（ダウンカット）耕うん実験の軸トルクとブレード面にかかる圧力

（ブラック：軸トルク，ブルー：刃尻から17mmのところの刃表面の圧力，レッド：刃先から9mmのところの刃表面の圧力，グリーン：刃尻から15mmのところの刃裏面の圧力）

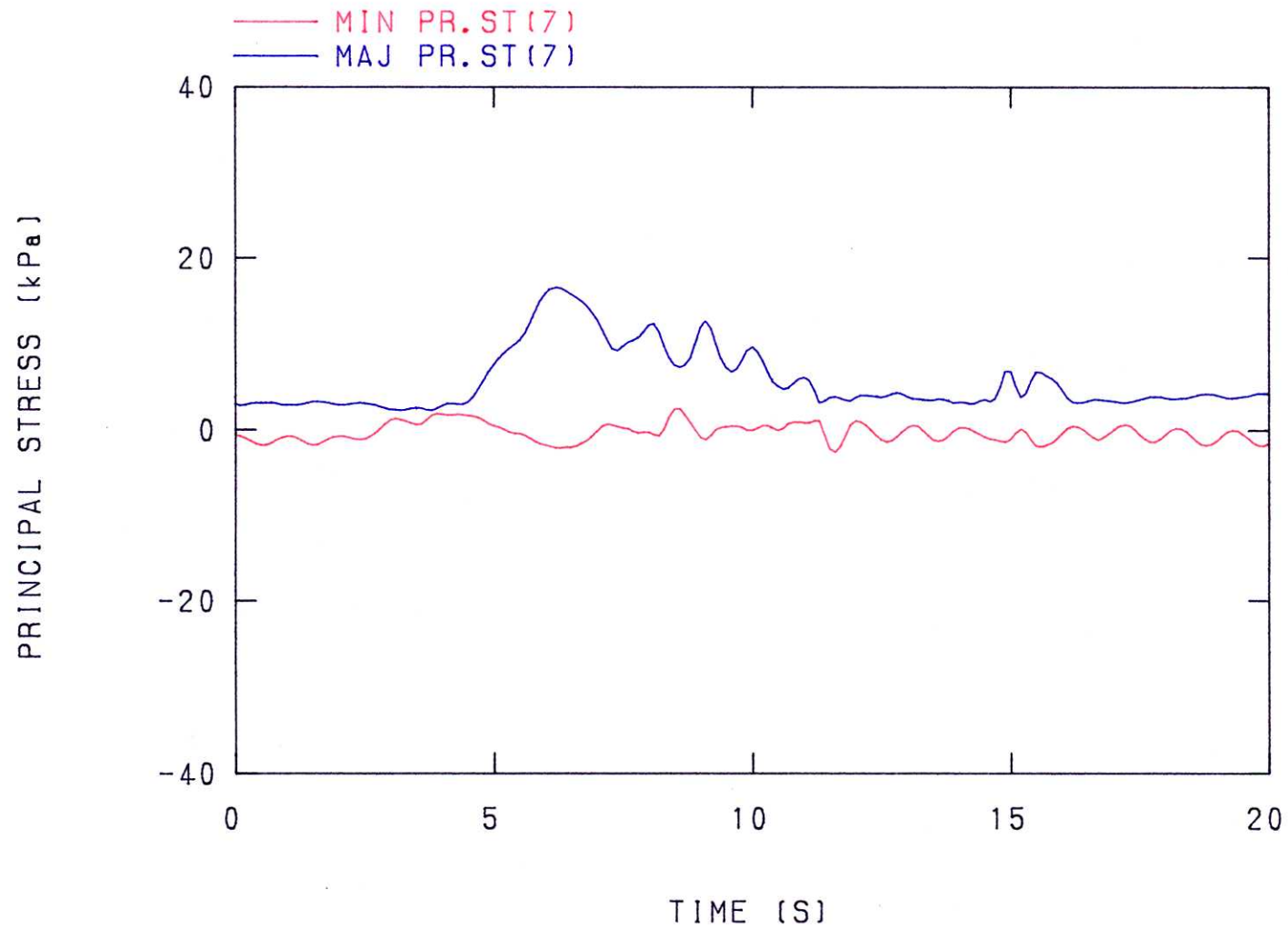


図70 回転運動系（ダウンカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その1）

（ブルー：最大主応力（Sp7），レッド：最小主応力（Sp7））

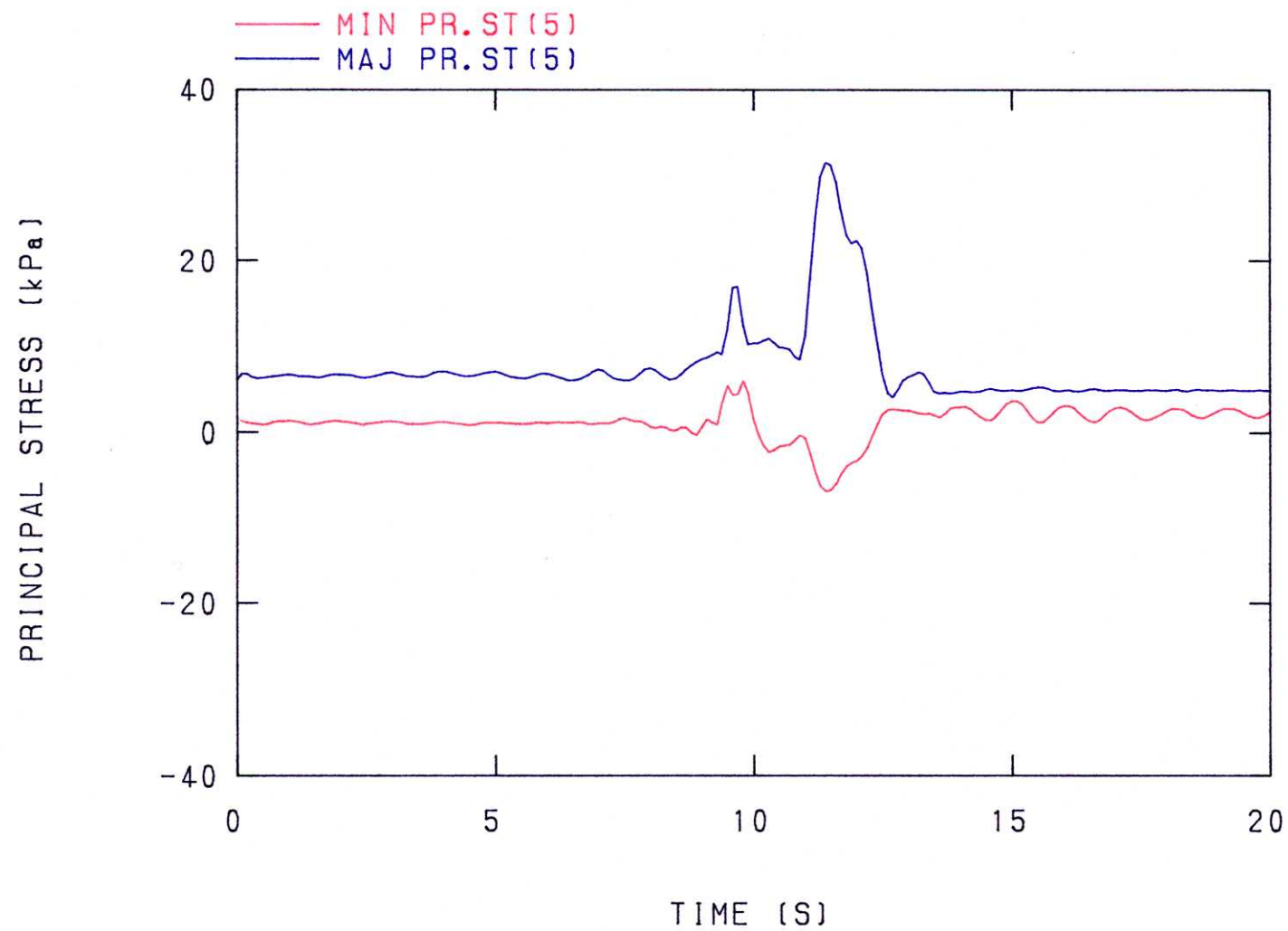


図71 回転運動系（ダウンカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その2）

（ブルー：最大主応力（Sp5），レッド：最小主応力（Sp5））

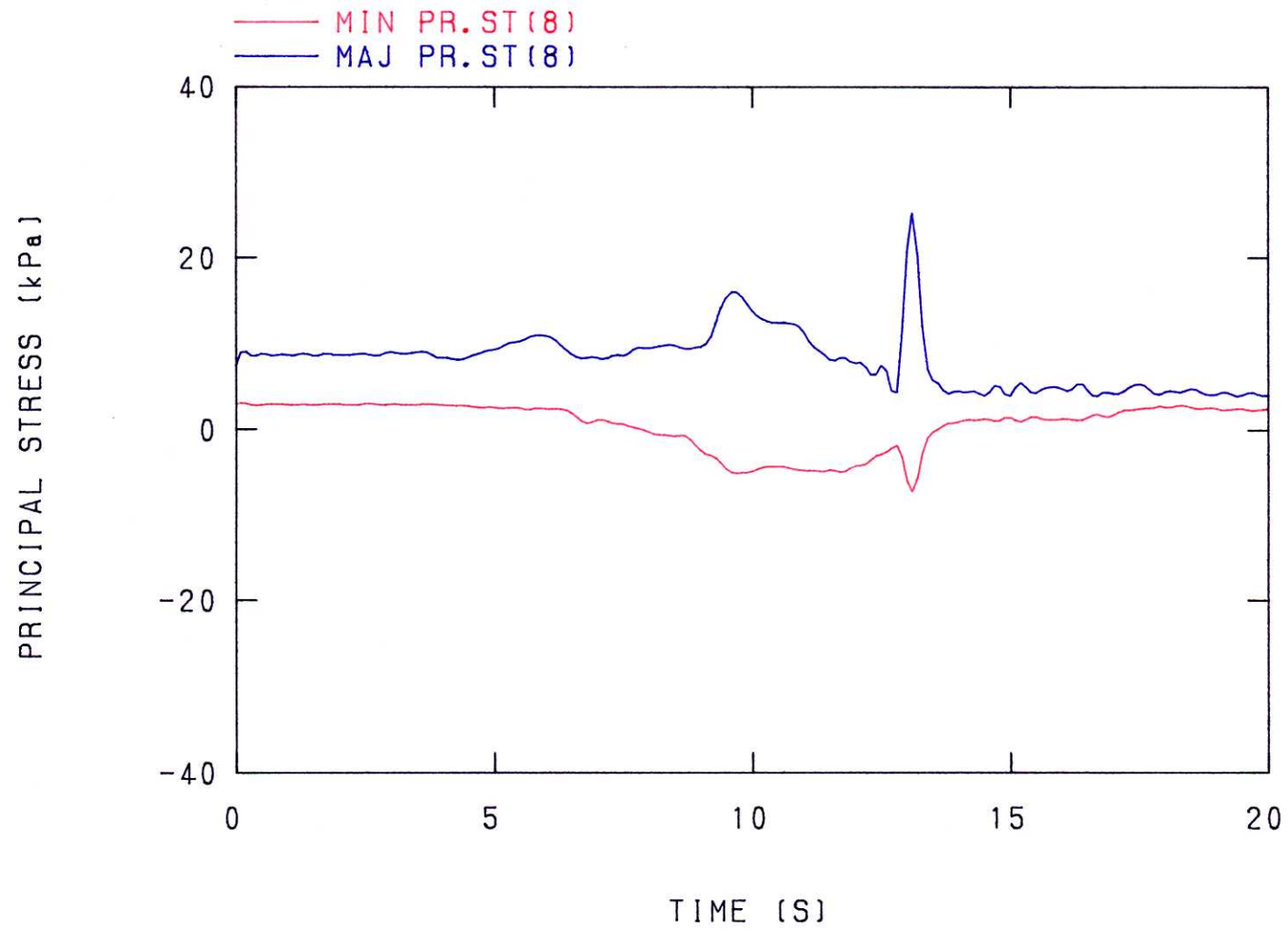


図72 回転運動系（ダウンカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その3）

（ブルー：最大主応力（Sp8），レッド：最小主応力（Sp8））

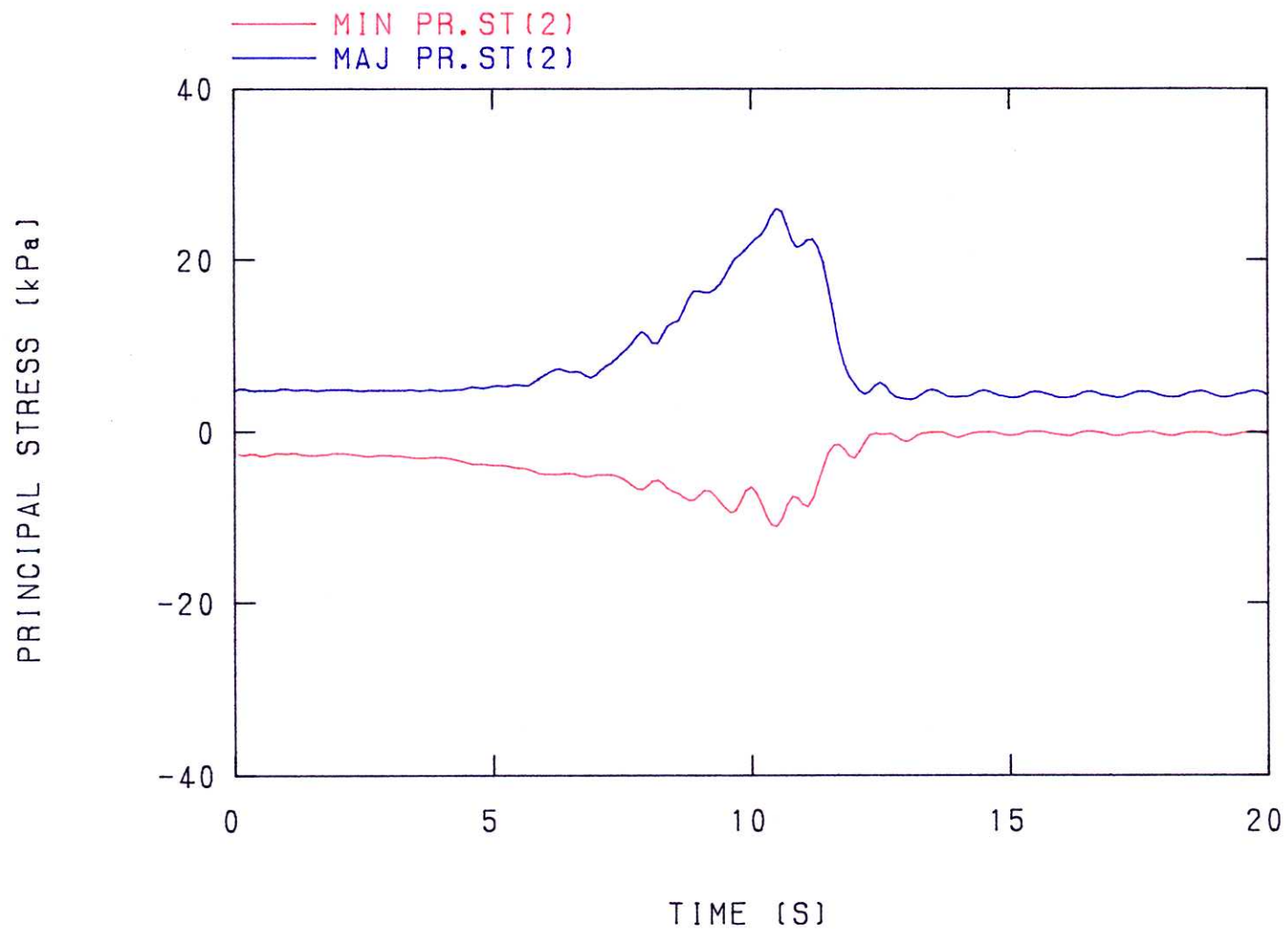


図73 回転運動系（ダウンカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その4）

（ブルー：最大主応力（Sp2），レッド：最小主応力（Sp2））

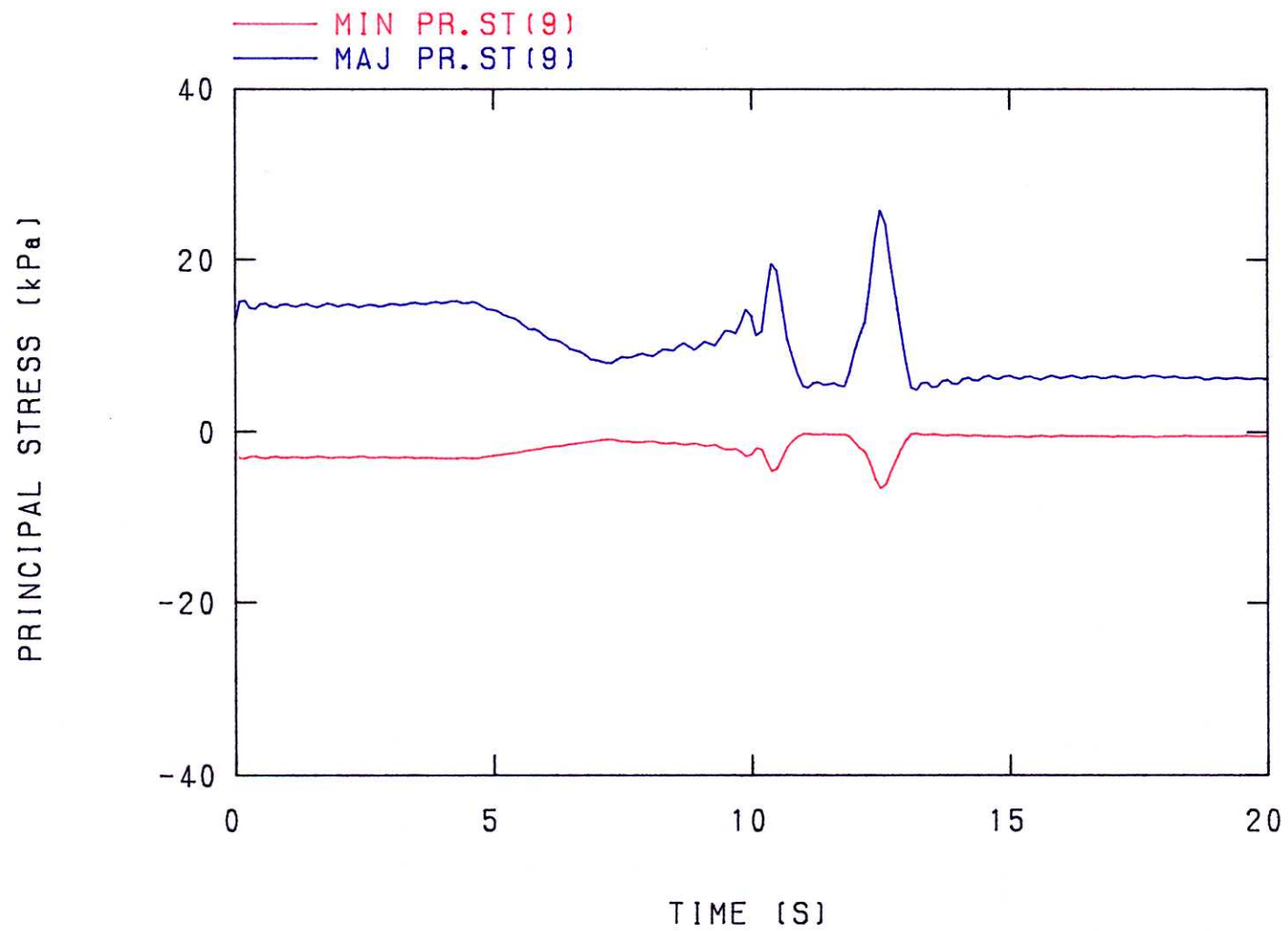


図74 回転運動系（ダウンカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その5）

（ブルー：最大主応力（Sp9），レッド：最小主応力（Sp9））

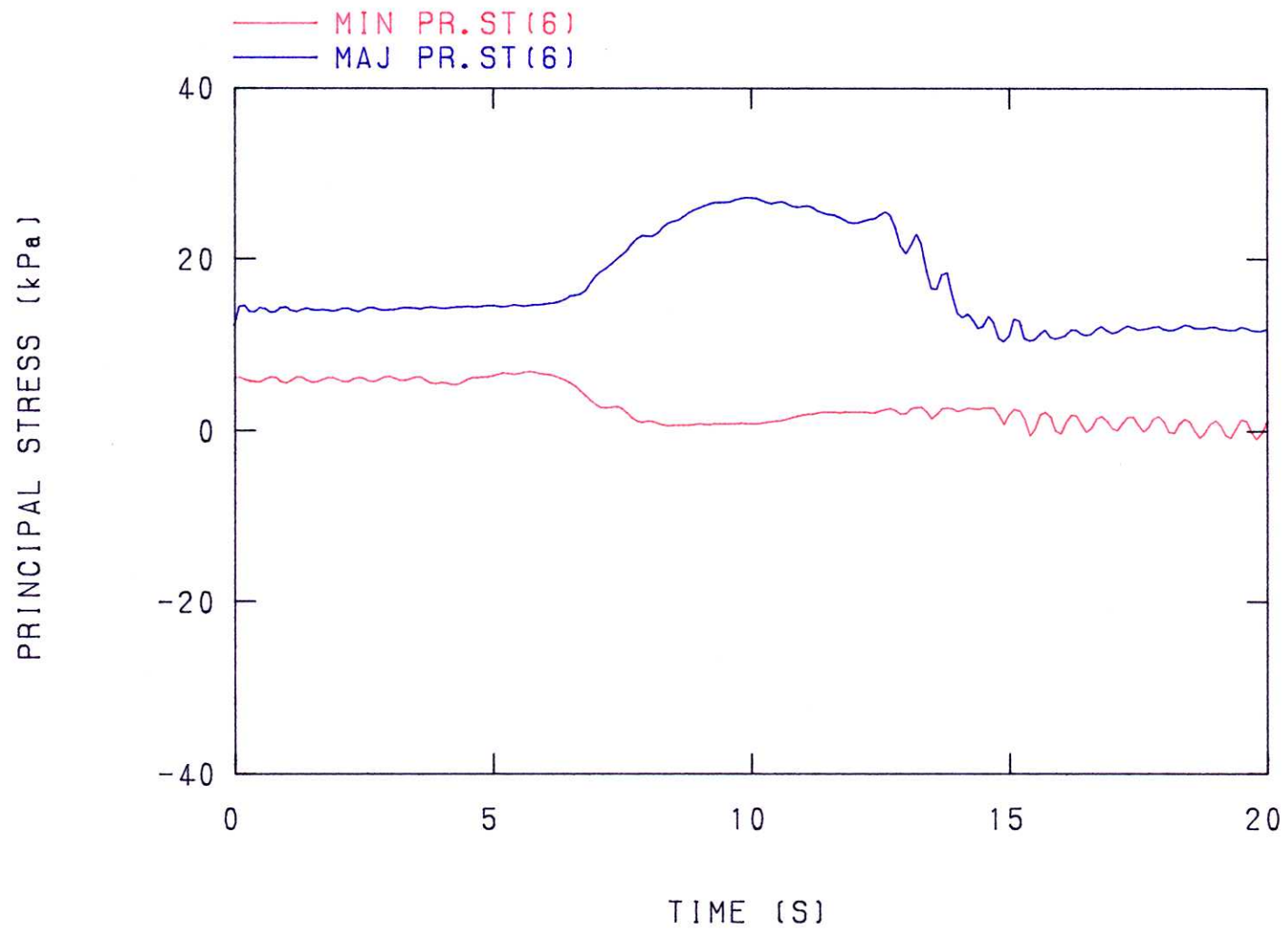


図75 回転運動系（ダウンカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その6）

（ブルー：最大主応力（Sp6），レッド：最小主応力（Sp6））

から17mmのところと刃先（向かって右）から9mmのところ、および、ブレード裏面で刃尻より15mmのところの圧力を表わしている。なお、軸トルクは方向の関係で負の値になっている。軸トルクは、土壌への切削が開始するとともに増加し、ブレードが完全に土中に入り込んだ約6秒後から極値をとりつづけ、ブレードの角度が上を向き始める約12秒以後は減少している。この出力と同様な傾向を示しているのが、ブレード裏面刃尻部の圧力である。特に、ブレードの角度が下向きから水平に至るまでの軸トルクが極値をとっているときには、圧力がオーバースケールの状態になっている。また、ブレード裏面刃先部と表面刃先部は、直線運動系耕うん時のブレードの刃先面と同じような傾向の圧力を示し、ブレード表面刃尻部の圧力はなだらかな曲線を描いた。このことより、ブレードの刃先部分は切削に関与し、刃尻部の表面は土壌を誘導する働きをし、刃尻部裏面はブレード下部の土壌を圧縮していることが分かる。また、刃尻裏面による土壌の圧縮が軸トルクに大きな影響を与えていると考えられる。これらのことは、図70～75に示す各 SSDセンサの最大主応力と最小主応力からも分かる。

次に、図76～83にアップカット耕うん実験の結果を示す。成形後の土壌の密度は約1300 kg/m³、含水比約13.5%、土壌表面での土壌硬度は約100kPa、深さ5cmのところでは約70kPaであった。

図76は6つの SSDセンサの動きで土壌変位を表わしたもので、プロッ

ト横の数字は時間を表わしている。また、ブレード底面の動きを直線で描いてあり、刃先部に縦線を入れ、その横に時間を示してある。ダウンカット同様 SSDセンサのコードの関係で、14秒付近で制動しはじめている。図より、ブレード面より上部で耕うん方向反対寄りの土壌（Sp8、5）は、ブレードの接近により耕うん方向反対寄り上方に移動していることが分かる。また、耕うん方向前部の土壌（Sp7）は、ブレードの接近により耕うん方向寄り上方に移動している。一方、ブレード下部の土壌（Sp6、9、3）はほとんど動いていない。

図77は、副ブレード軸トルクと、副ブレード表面で刃先（向かって左）から17mmのところと、ブレード裏面で刃先より15mmのところと裏面で刃尻より15mmのところの圧力を表わしている。軸トルクは、土壌への切削が開始するとともにゆっくりと増加し続けており、ダウンカット耕うんのように極値をとらなかった。これは耕うん方向とブレードの回転方向が同じであるためにブレードが常に未耕土に作用するためであると考えられる。ブレード裏面の圧力もブレードの角度によって刃先、刃尻の圧力が高くなっているが、その値はそれほど大きくなくパルス的に出力する傾向が強い。これはブレード裏面での土壌の圧縮の度合がダウンカット耕うんほど高くないことを示している。また、ブレード表面での圧力は土の圧縮切削と誘導の折衷の曲線を示した。これらのことはブレードの切削角が水平を向くまでのことであり、ブレードが上を向くに従って

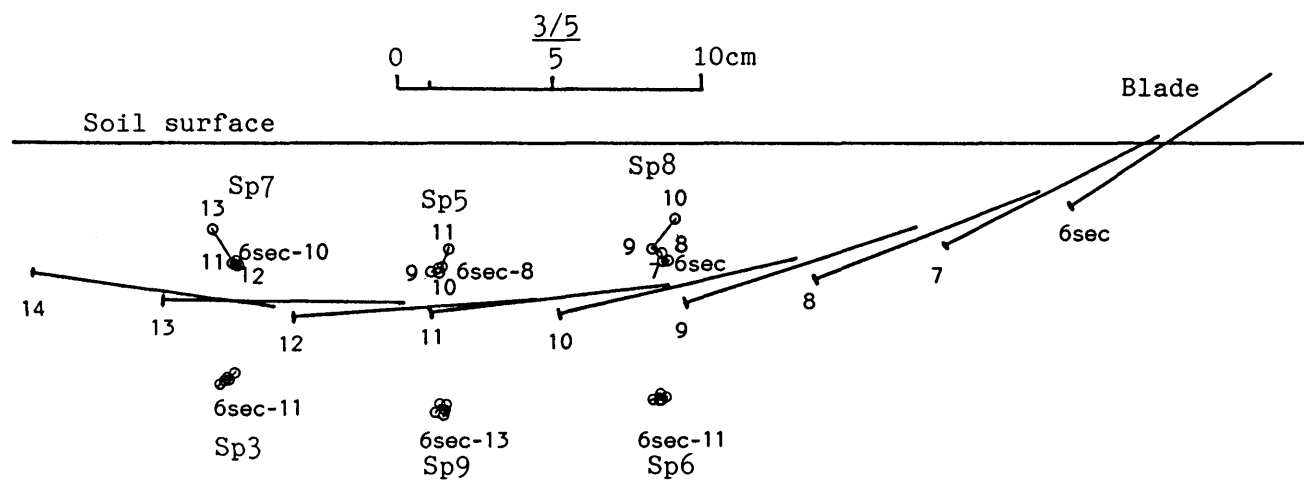


図76 回転運動系（アップカット）耕うん実験の土壌変位

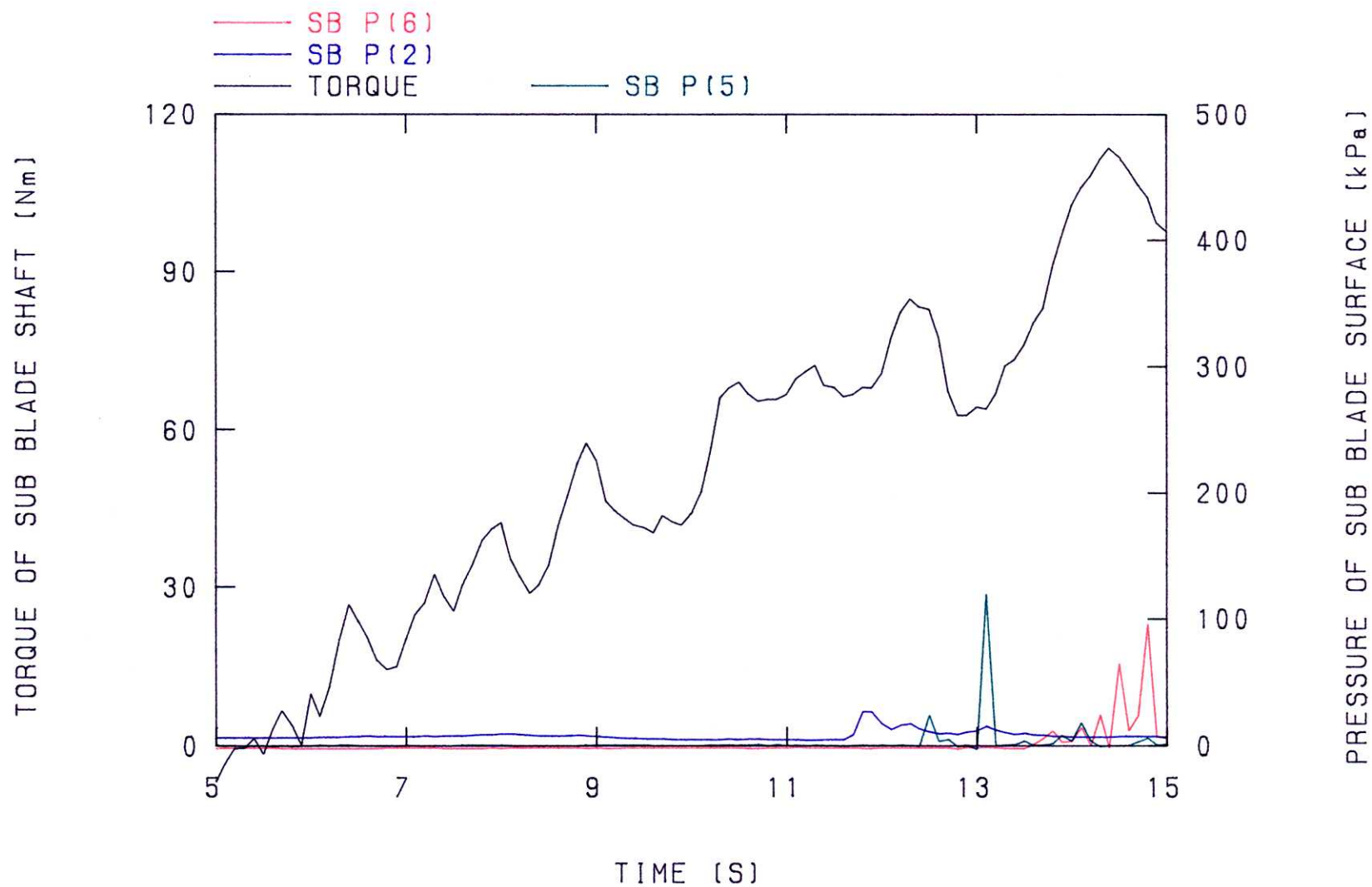


図77 回転運動系（アップカット）耕うん実験の軸トルクとブレード面にかかる圧力

（ブラック：軸トルク、ブルー：刃先から17mmのところの刃表面の圧力、レッド：刃尻から15mmのところの刃裏面の圧力、グリーン：刃先から15mmのところの刃裏面の圧力）

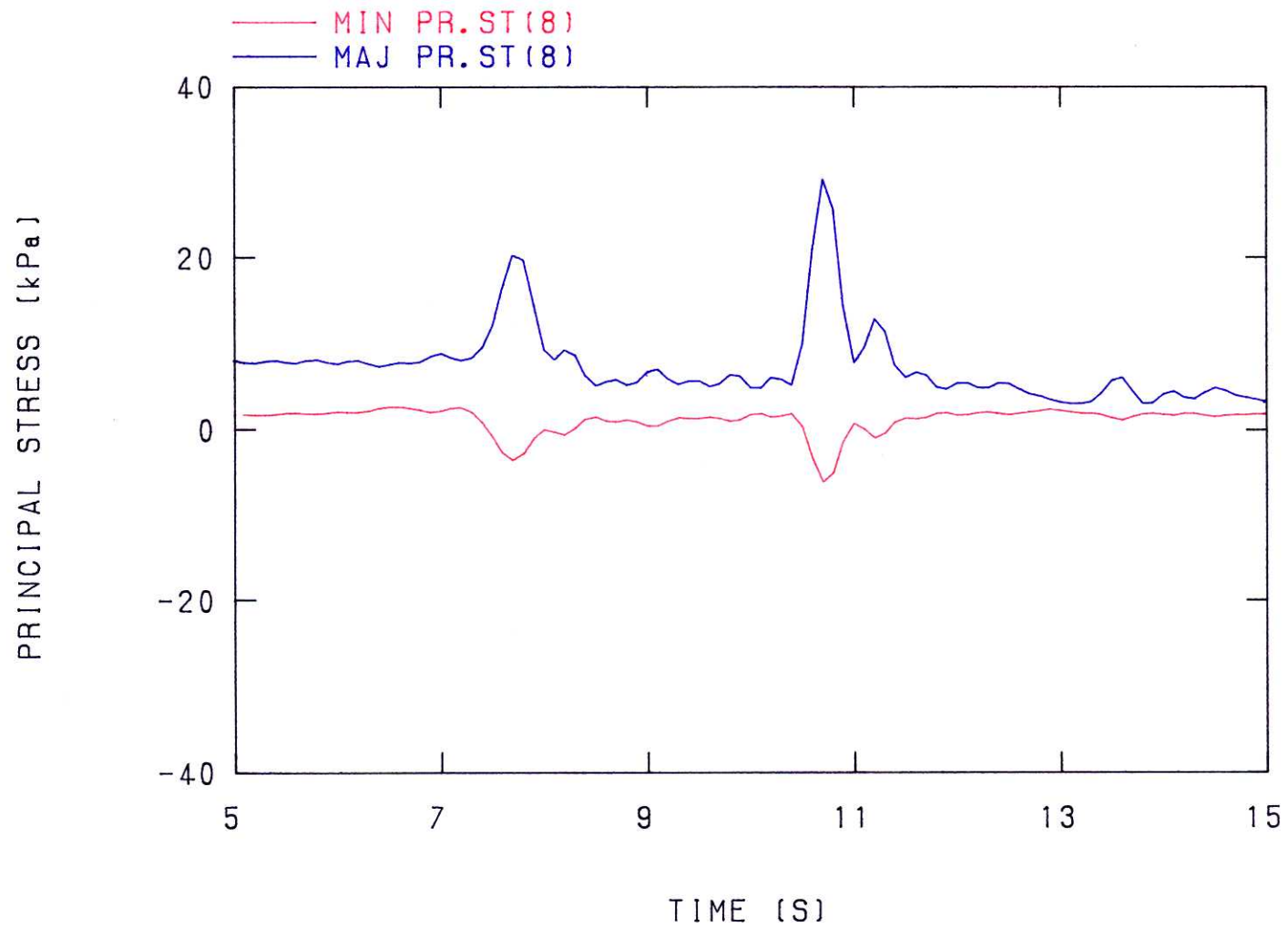


図78 回転運動系（アップカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その1）

（ブルー：最大主応力（Sp8），レッド：最小主応力（Sp8））

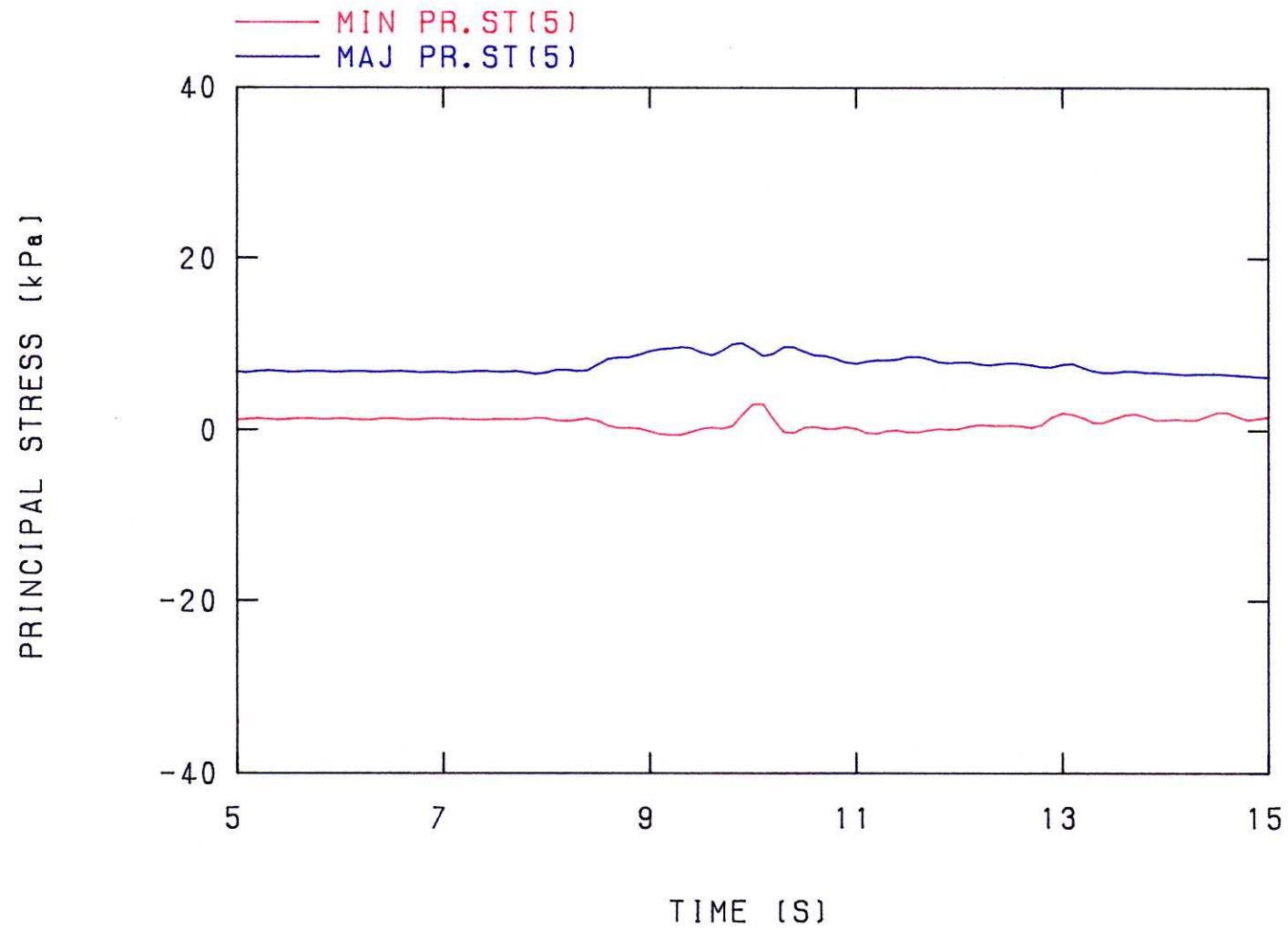


図79 回転運動系（アップカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その2）

（ブルー：最大主応力（Sp5），レッド：最小主応力（Sp5））

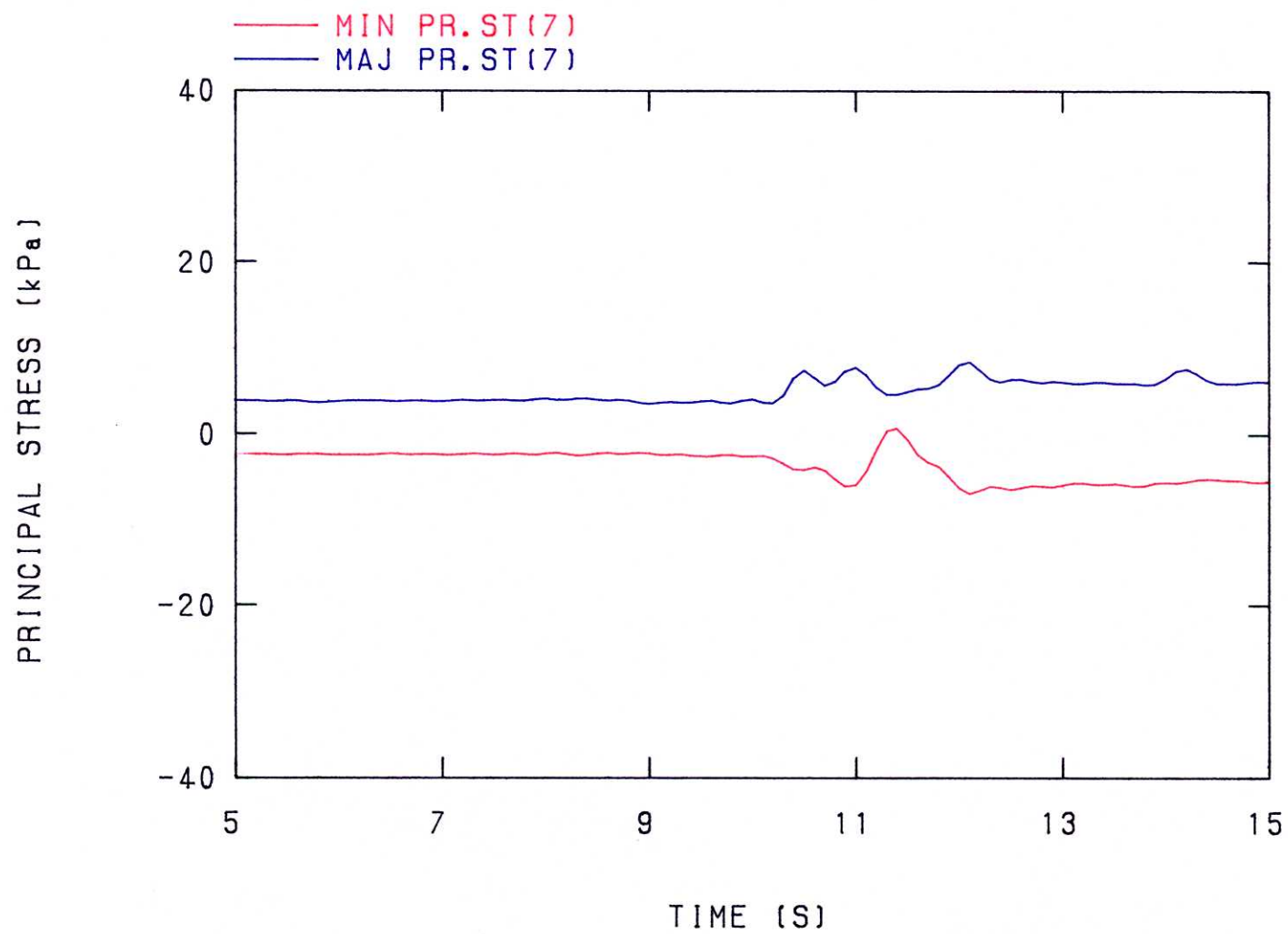


図80 回転運動系（アップカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その3）

（ブルー：最大主応力（Sp7），レッド：最小主応力（Sp7））

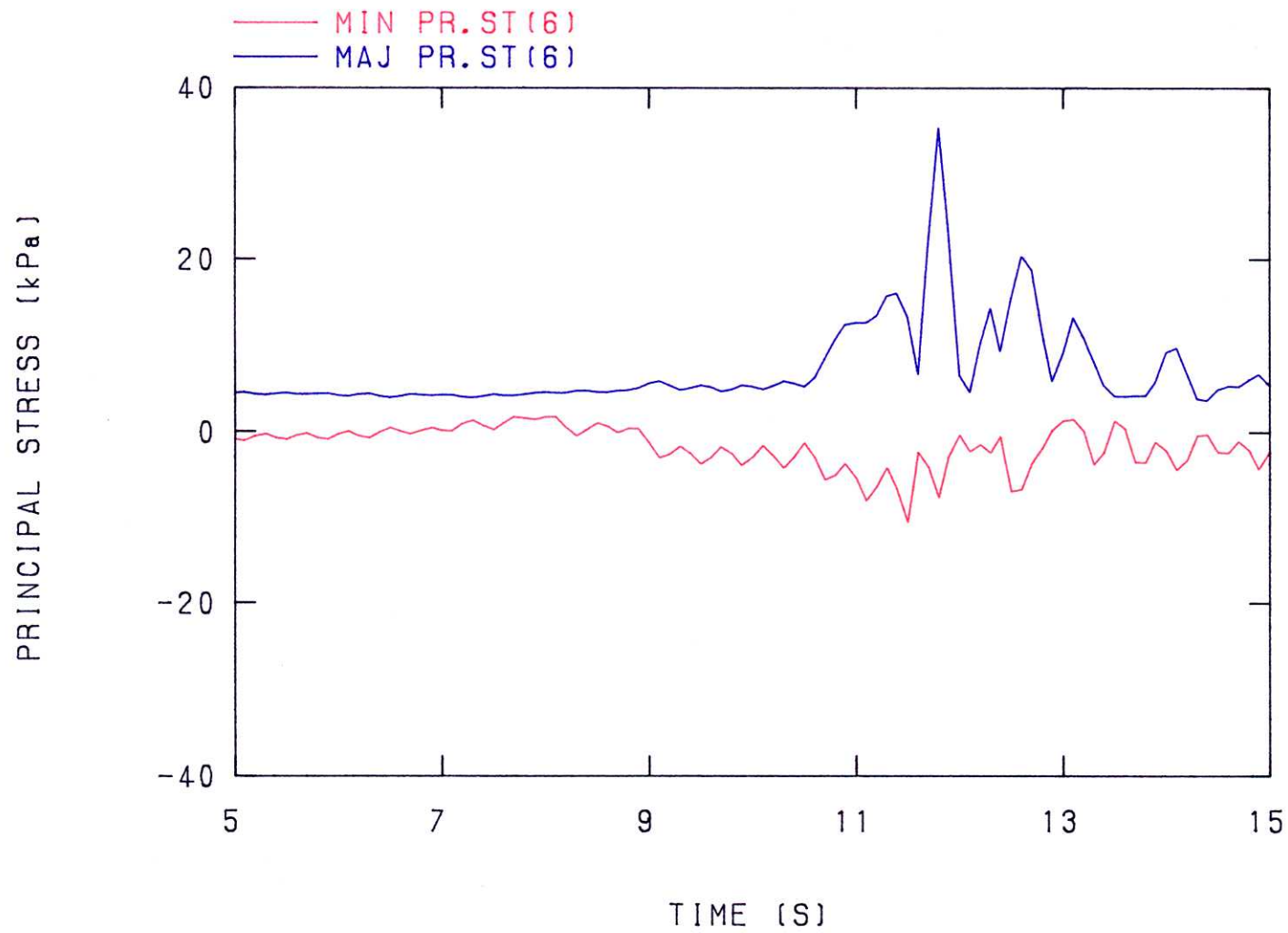


図81 回転運動系（アップカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その4）

（ブルー：最大主応力（Sp6），レッド：最小主応力（Sp6））

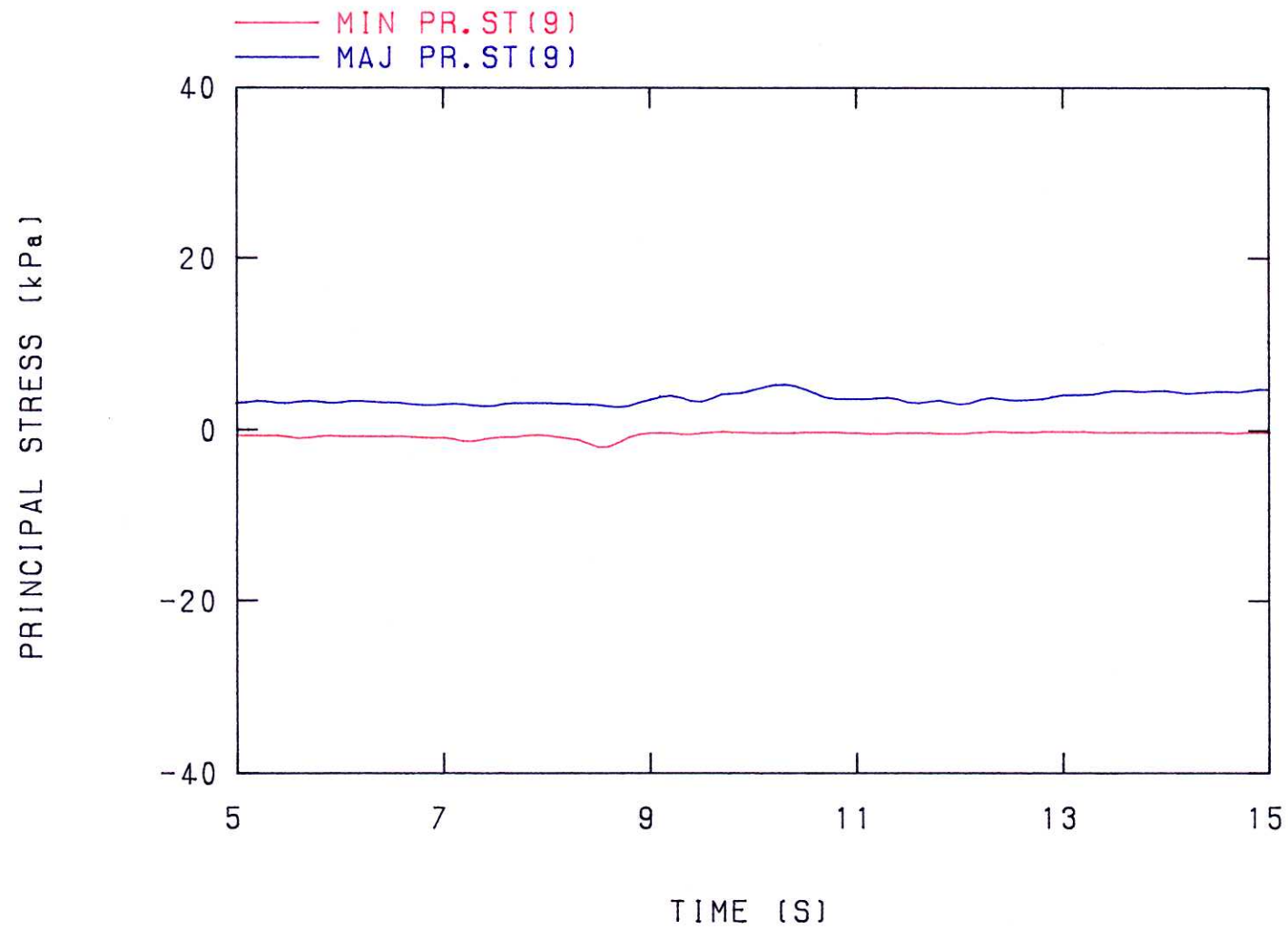


図82 回転運動系（アップカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その5）

（ブルー：最大主応力（Sp9），レッド：最小主応力（Sp9））

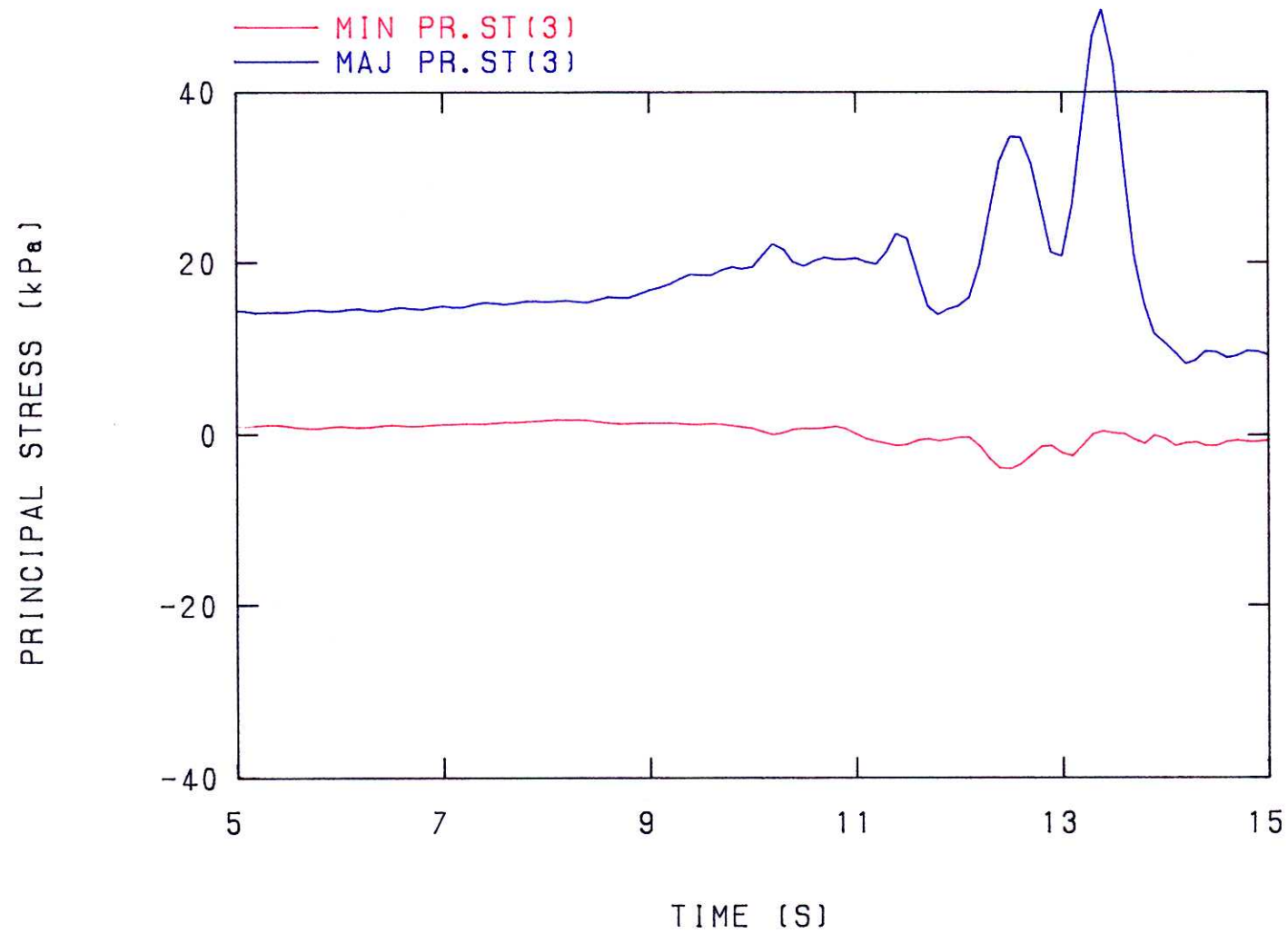


図83 回転運動系（アップカット）耕うん実験の土壌内応力変化（その6）

（ブルー：最大主応力（Sp3），レッド：最小主応力（Sp3））

ブレード裏面で受ける圧力が高まり、ブレード表面の圧力は低下すると考えられる。これらのことは、図78～83に示す各 SSD センサの最大主応力と最小主応力からも分かる。

6 - 4 結語

以上のように回転運動系耕うんについて、従来示されていたような耕うん刃が受ける土壌反力^{41) 61)}を、耕うん刃自体と土壌内応力の両面から示すことができた。しかし、これらのデータが測定できるのは耕深が浅いときの耕うん刃約 \pm 回転内である。このため多数の SSD センサを用いることができず、土壌変形や限界状態理論で用いる三次元グラフを示すことができなかった。ロータリ耕うんに代表される回転運動系耕うんでは、耕うんトルクを低減するためとれき土を投てきするために、通常三次元形状のなた刃^{59) 60) 62)}を多数組み合わせて用いる。それも高速で耕うん刃を回転させる場合が多い。このような耕うん実験は、有線の SSD センサを用いている現在の本装置では完全に行なうことはできず、新たなセンサの開発が必要である。

第7章 複ブレード耕うん実験

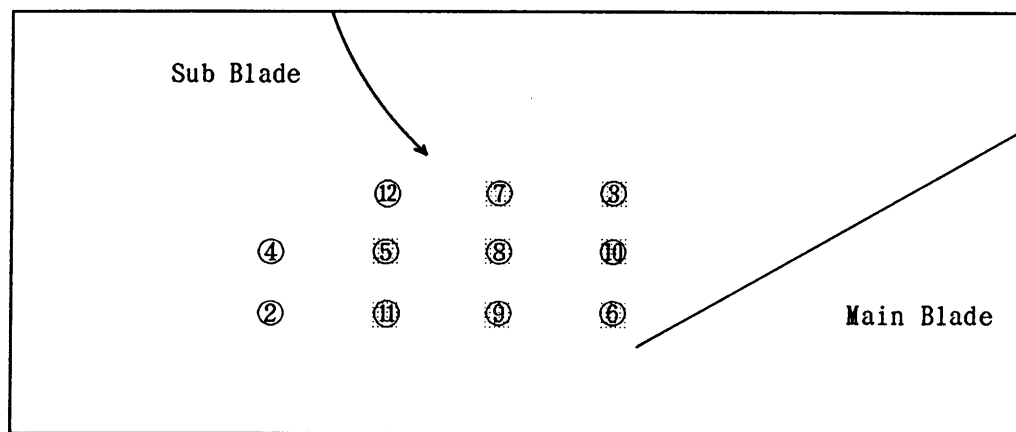
7-1 目的

複ブレード耕うんのモデル実験を行ない、本装置システムが新たな耕うん方式に対応できるかを調べる。

7-2 実験方法

同様の供試土について、複ブレード耕うんのモデル実験を行なった。複ブレード耕うんとは2つのブレードを用いて土を破壊する耕うん方式で、ブレードの相對運動を利用することで耕うんエネルギーの低減をねらっている³⁸⁾⁸³⁾。本実験では主ブレードでの耕うん速度を10mm/sに設定して、副ブレードの最高接線速度を主ブレード面の速度の2～4倍(約17～35mm/s)に設定して行なった。なお、副ブレードの回転方向はダウンカット耕うんと同じであり、主ブレードの切削角は約30°、副ブレードの切削角は0°である。

このうち主ブレードに対する副ブレードの速度比を2としたときの実験について述べる。成形後の土壌の密度は約1350kg/m³、含水比約15%、土壌表面での土壌硬度は約135kPa、深さ5cmのところでは約95kPaであった。



土壌槽進行方向→

図84 複ブレード耕うん実験でのSSDセンサの配置
(センサIDで表示. ■■■はデータを掲載したID.)

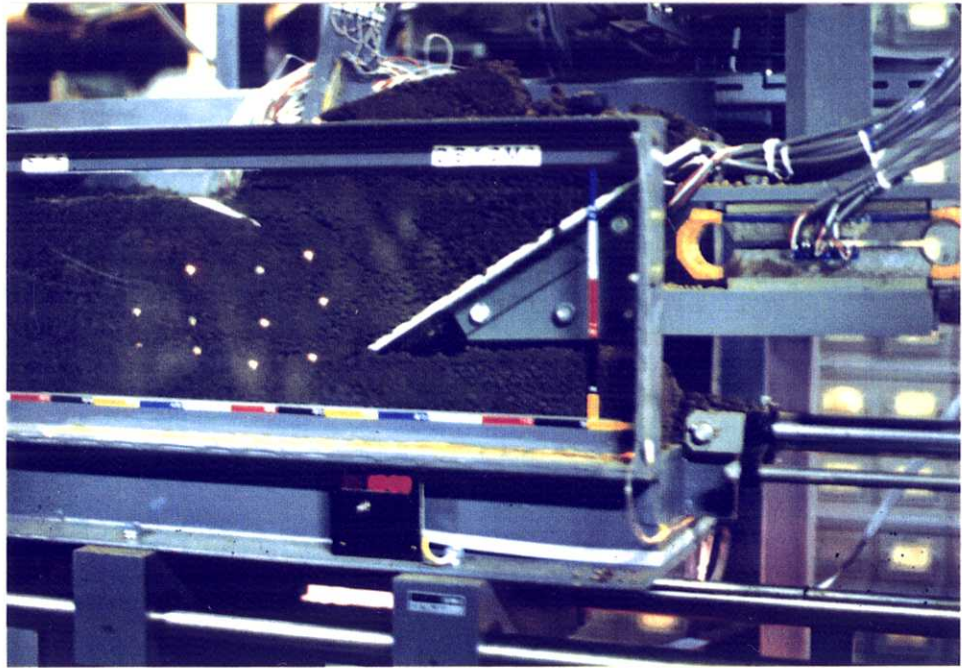


図85 複ブレード耕うん実験（1）

（測定開始約12秒後で、副ブレードが土壌に挿入している）

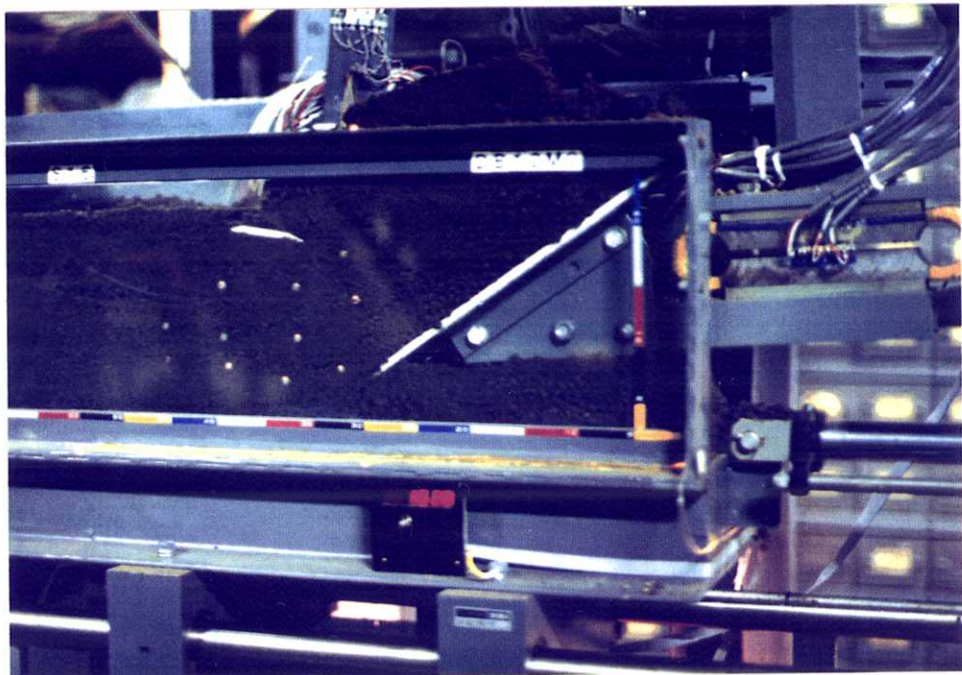


図86 複ブレード耕うん実験（2）

（測定開始約15秒後で、副ブレードが右上のSSDセンサに接近している）

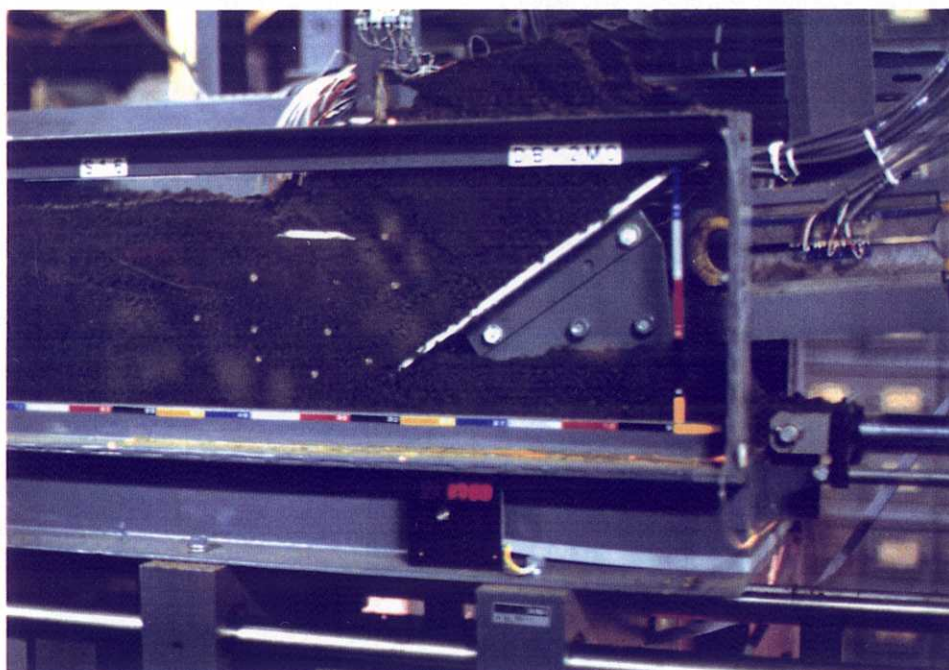


図87 複ブレード耕うん実験（3）

（測定開始約17秒後で，副ブレードが主ブレードに近づいている）

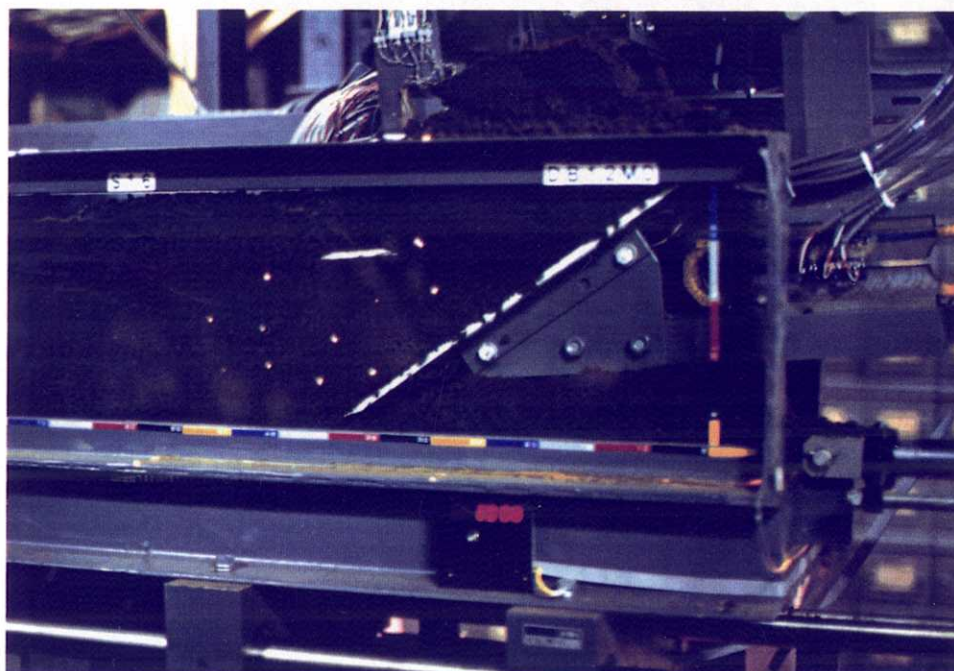


図88 複ブレード耕うん実験（4）

（測定開始約20秒後で，副ブレードがさらに主ブレードに近づいている）

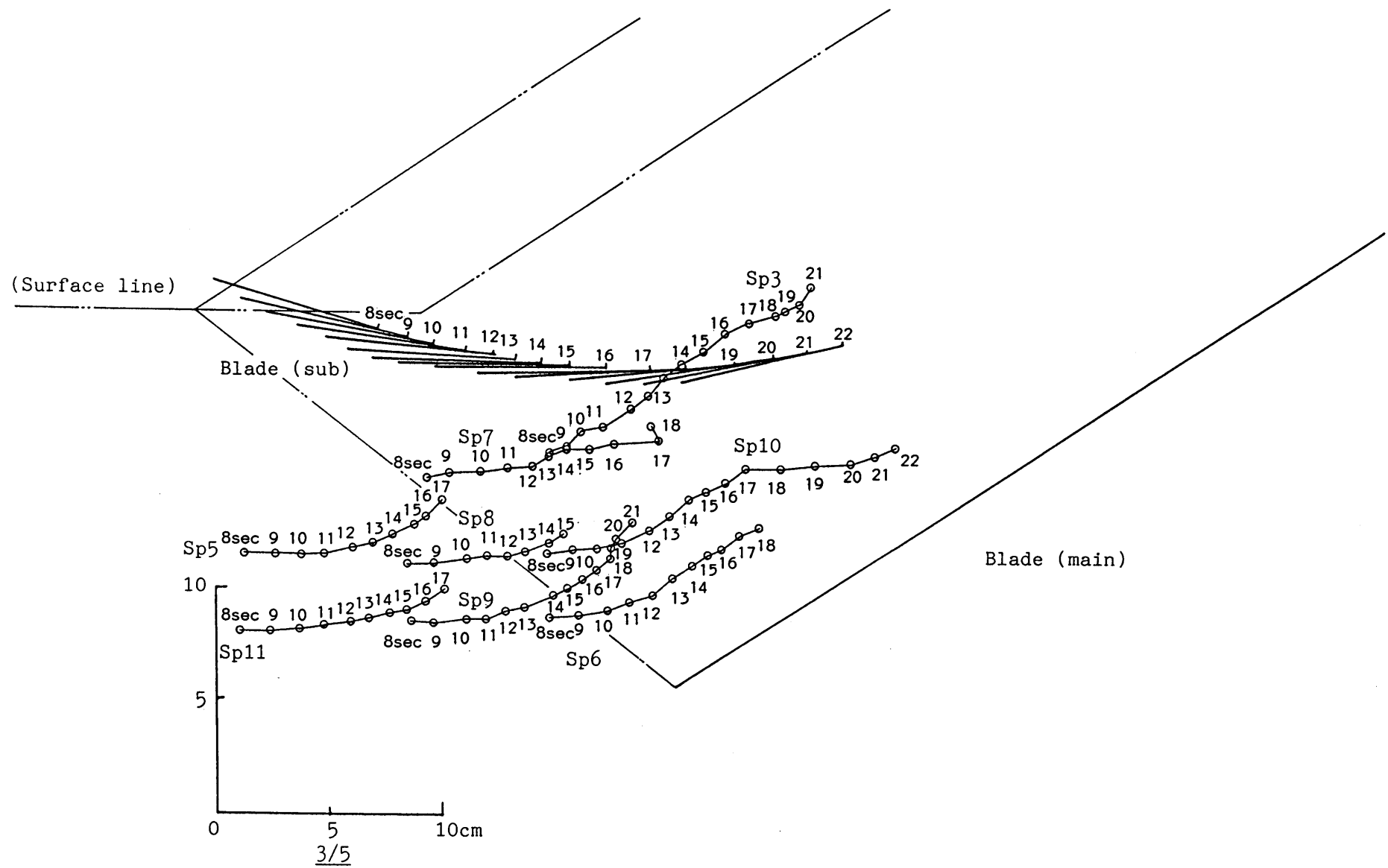


図89 複ブレード耕うん実験の土壌変位

図84に用いた SSDセンサの配置を示す。実験では11個のセンサすべてを主ブレード刃先より上方に位置させ、主ブレードと副ブレードの相対運動の影響を検出できるようにした。

7 - 3 実験結果と考察

図85～88に実験の様子を示す。図のように、主ブレードのれき土を副ブレードが強く圧縮したために主ブレードが下方に移動してしまい、主ブレードの耕深が約17から約20cmへと、れき土の高さが約19から26cmへと変動した。このため図89に示す8個のセンサの変位で表わした土壤変位図は主ブレードの位置を基準に作成したため、2点鎖線は土壤表面やせん断破壊面のおよその位置を表わしている。なお、図中のプロット横の数字および副ブレード刃先横の数字は時間を表わしている。これを直線運動系耕うん実験の結果（図34）と比較すると、副ブレードの動きが加わることで土壤の動きが変化していることが分かる。直線運動系耕うんのときには同じ深さのところの土はほぼ同じ軌跡を辿っているのに対し、複ブレード耕うんの時には同じ深さでも副ブレードとの位置関係によって異なった動きをしていることが分かる。その主なものとして次のようなことがあげられる。まず、副ブレードより前面（左側）で主ブレード刃先前方（前部と呼ぶ）に位置しているSp5 とSp11は11秒以後に上

方に移動している。これは、圧縮によって主ブレードが下方に移動したために相対的に上昇しているように見えるとも考えられる。次に、せん断破壊面形成前後にかけて副ブレードの影響を受ける位置（中部と呼ぶ）にあるSp7、8、9は、副ブレードの直下にあるときに圧縮を受けるため下降し、副ブレードの通過とともに上昇している。特に深い位置にあるSp9は、圧縮の影響が少ないためとせん断破壊面形成後速やかに副ブレードが通り過ぎているためにれき土の上昇が特に大きい。そして、すでにれき土として主ブレード面上を誘導されているときに副ブレードの影響を受ける位置（後部と呼ぶ）にあるSp3、10、6は、副ブレード直下では圧縮を受けて下降し、副ブレードより上部では上方に持ち上げられている。とくに、Sp10は副ブレードによって圧縮され始めると副ブレードの軌跡と同様の軌跡を辿っていることが分かる。これは土壤がせん断破壊によって一旦緩められているとともに主ブレード面の傾きにより副ブレードから強い圧縮を受けたためと考えられる。また、Sp3が副ブレードの上に位置したときでも副ブレードの速度が遅いために極端に上昇（投てきされる）してはいない。また、測定はできなかったが22秒以降は回転運動系耕うん実験と同様の軌跡を主ブレード面に対してとるものと考えられる。

図90はブレードにかかる水平方向分力 F_x 、および刃先より20mmのところと40mmのところのブレード面上にかかる圧力 P_a 、 P_b を表わしてい

る。また、図91は副ブレード軸トルクと、副ブレード表面で刃尻（向かって左）から 17mmのところとブレード裏面で刃先より 15mmのところの圧力 $P(2)$ 、 $P(6)$ を表わしている。なお、軸トルクは方向の関係で負の値になっている。 F_x は副ブレードが土壌に作用し始める約 8 秒から増大し始め、約 16 秒で極値をとっている。その値は単ブレードの直線運動系耕うん（図31参照）の約 3 倍にも達している。一方、副ブレードの軸トルクの方も F_x 同様約 16 秒で極値をとり、その値は単ブレードの回転運動系（ダウンカット）耕うん（図69参照）の約 3.5 倍に達している。

また、 P_a 、 P_b の出力レベルも圧縮が強くなる約 10 秒後から非常に高くなっており、副ブレードの位置が主ブレードの刃先から刃尻方向へと移動するにしたがって高いレベルの圧力が P_a から P_b へと移っていることが分かる。副ブレード面の圧力は図には示さなかったがブレード裏面で刃尻より 15mmのところの圧力 $P(5)$ は刃が水平になる 13 秒付近から振り切れており、回転運動系耕うんのときと同様に刃の裏側の圧縮に関与している部分の圧力レベルが高いことが示された。このように土壌の圧縮が耕うんエネルギーの増加に大きな影響を及ぼすことが示された。

図92～94には土壌内応力変化の例として前部の $Sp5$ 、11と中部の $Sp8$ の最大主応力と最小主応力を示した。最大主応力の最大値はいずれも圧縮成形時に匹敵するように高く、副ブレードによる圧縮のレベルの大きさが推察される。また、土壌前部（ $Sp5$ 、11）では極値を 2 つとっている

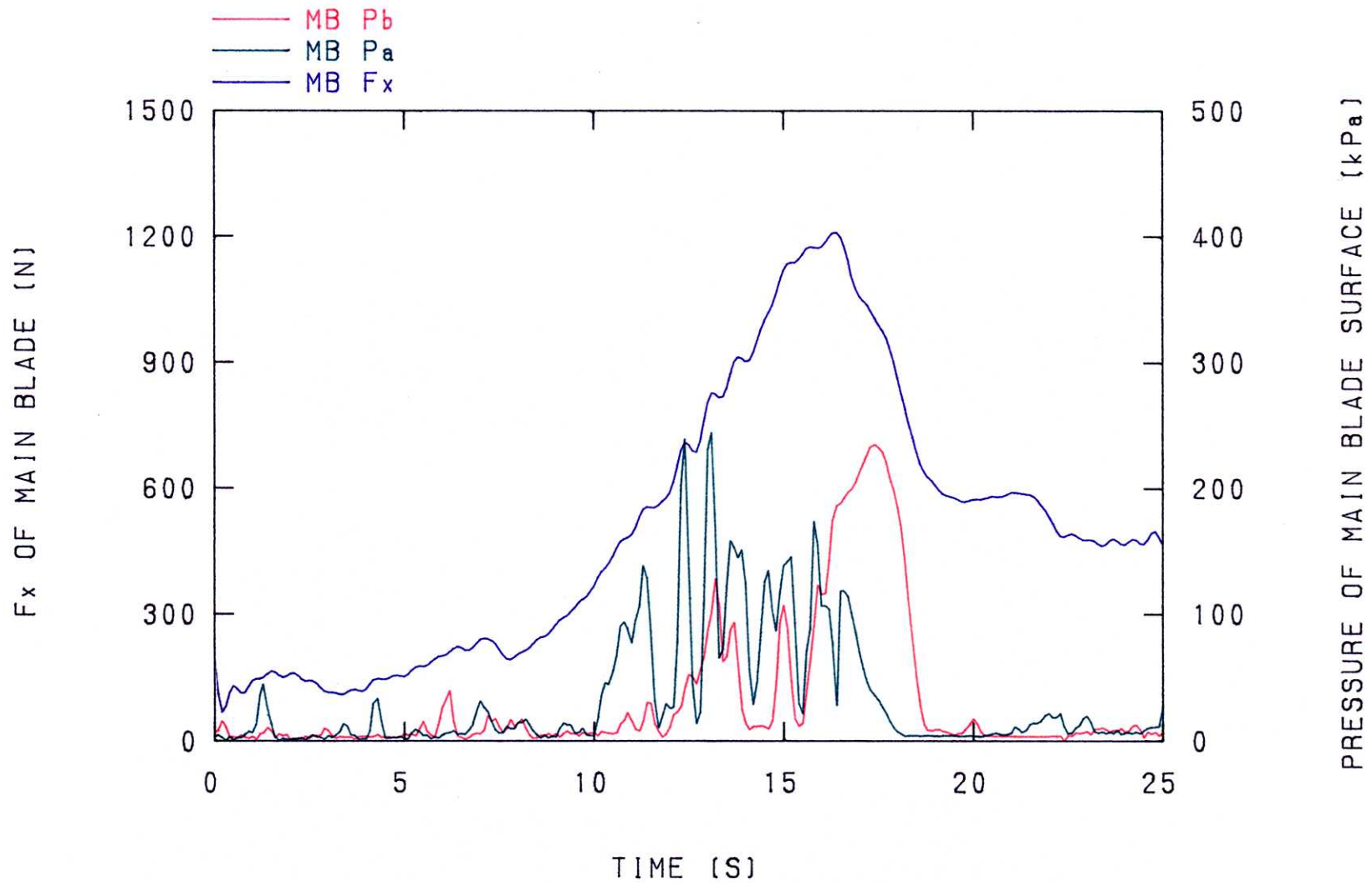


図90 複ブレード耕うん実験の主ブレード水平分力 F_x と面上の圧力 P_a , P_b

(ブルー：水平方向分力 F_x , グリーン：刃先から20mmのところの刃面上にかかる圧力 P_a , レッド：刃先から40mmのところの刃面上にかかる圧力 P_b)

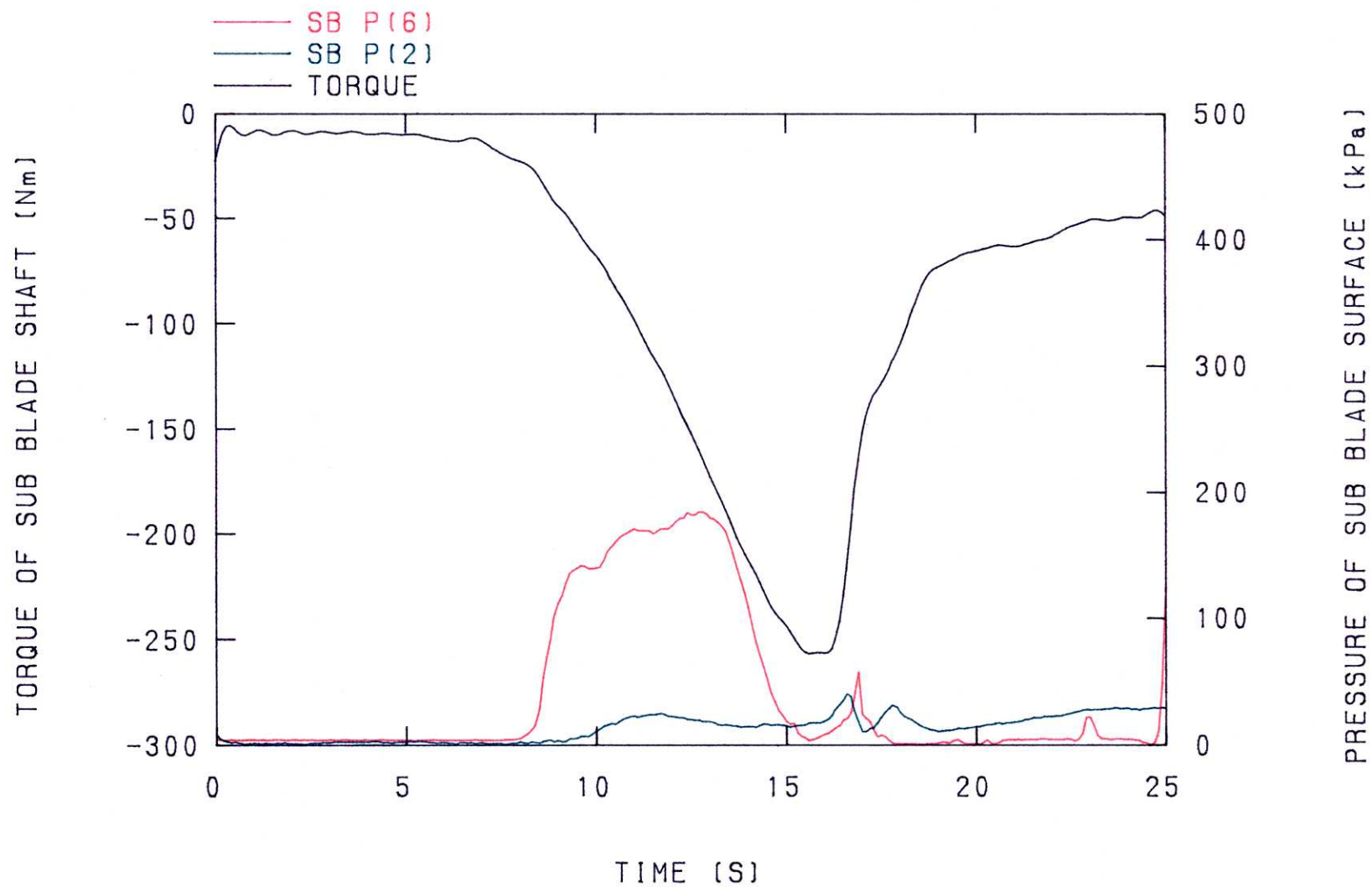


図91 複ブレード耕うん実験の副ブレード軸トルクとブレード面にかかる圧力

(ブラック：軸トルク，グリーン：刃尻から17mmのところの刃表面の圧力P(2)，レッド：刃先から15mmのところの刃裏面の圧力P(6))

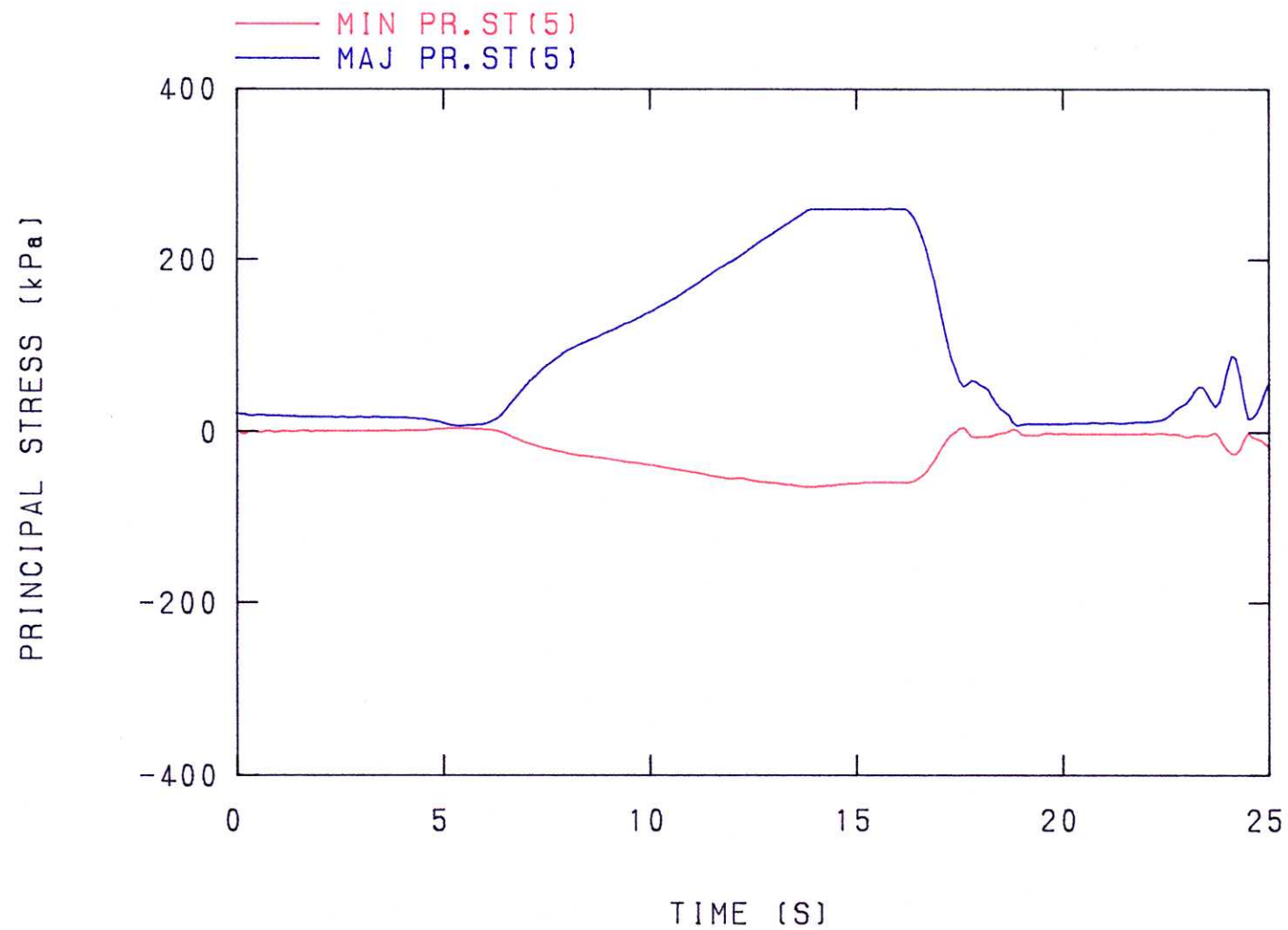


図92 複ブレード耕うん実験の土壌内応力変化（その1）

（ブルー：最大主応力（Sp5），レッド：最小主応力（Sp5））

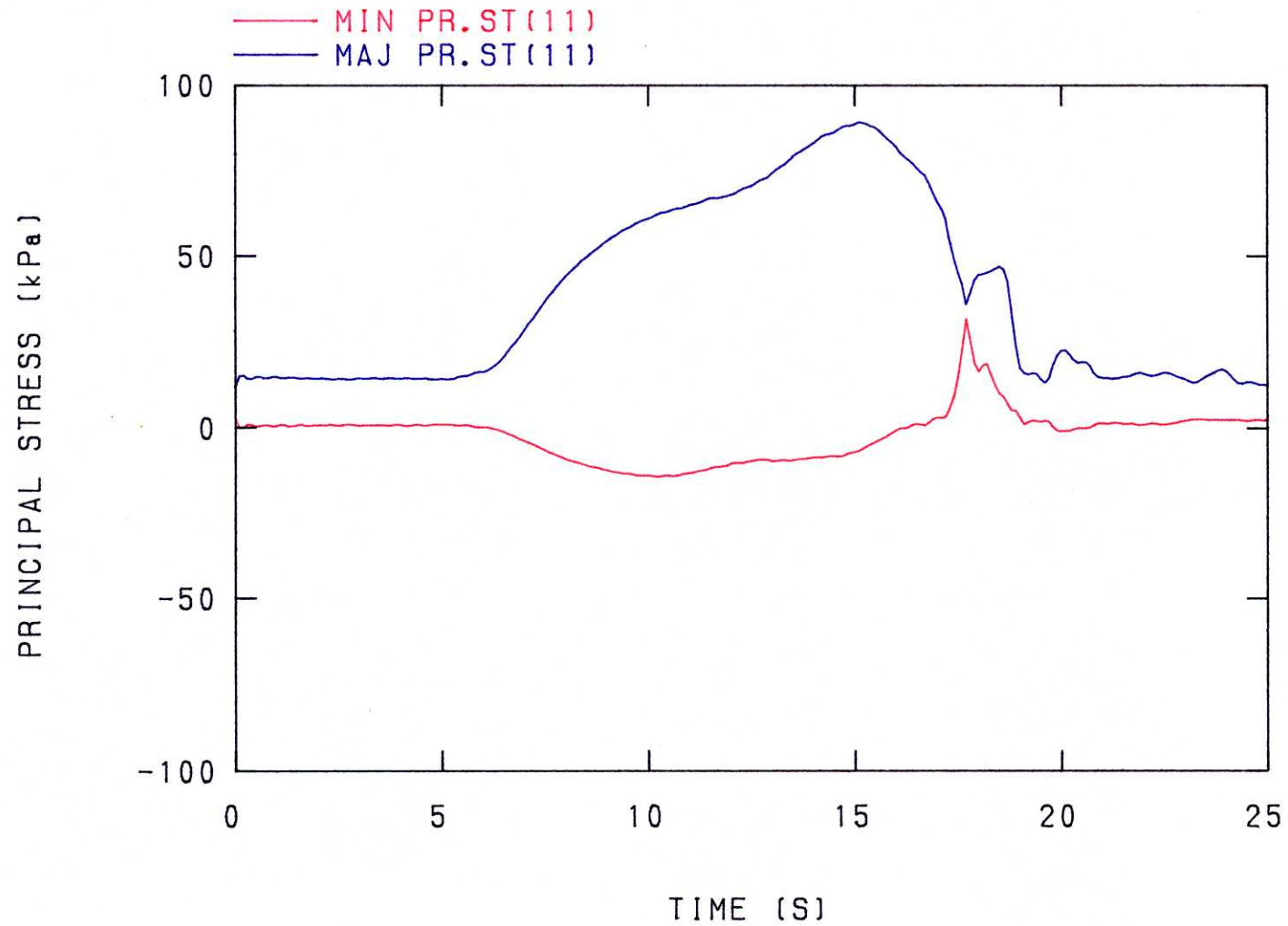


図93 複ブレード耕うん実験の土壌内応力変化（その2）

（ブルー：最大主応力（Sp11），レッド：最小主応力（Sp11））

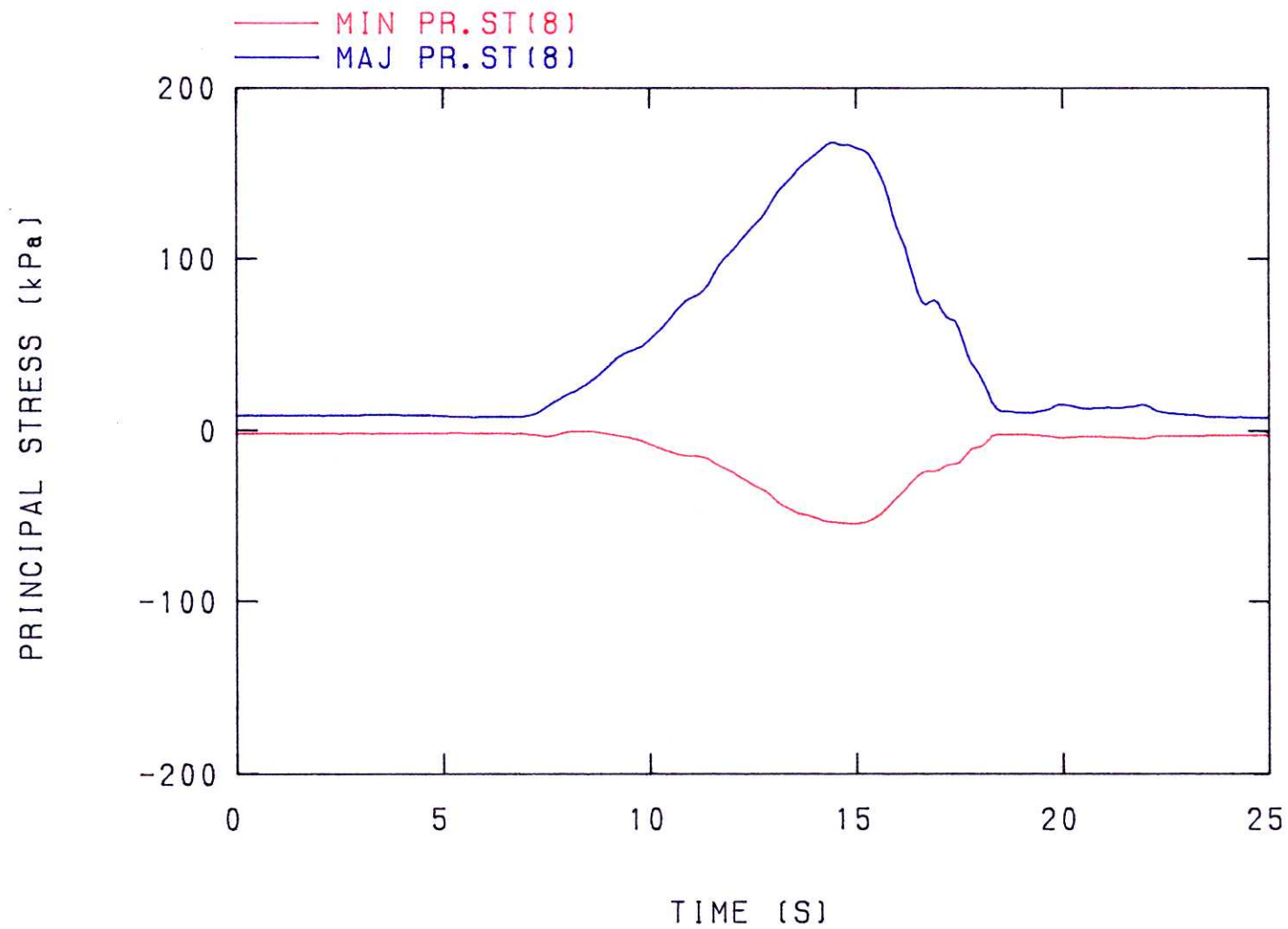


図94 複ブレード耕うん実験の土壌内応力変化（その3）

（ブルー：最大主応力（Sp8），レッド：最小主応力（Sp8））

ことから、副ブレードが通り過ぎてから主ブレードの刃先前方でせん断破壊面の形成が起こっていると考えられる。このときの応力レベルが単ブレードの直線運動系耕うん時より高いのは副ブレードによって土壌がさらに締固められたためと考えられる。さらに、最小主応力の変化より、水平方向に動くと同時に加える力の方向を変えているものに（つまり副ブレードに）圧縮されていることも分かる。

図95は隣あう4つのSSDセンサ位置を線で結び囲まれる領域の変形を表わしたもので（Sp5とSp11のn秒とn+1秒で囲まれる領域、Sp3とSp10のn秒とn+1秒で囲まれる領域、Sp3とSp10のn秒とn+1秒で囲まれる領域）、数字は代表時間を表わしている。そのうち土壌前部の変形を、図96にSp5の1秒間に移動する長さのx軸方向成分の垂直ひずみ変化、Sp11の1秒間に移動する長さのx軸方向成分の垂直ひずみ変化、および、Sp5とSp11の距離のy軸方向成分の垂直ひずみ変化を代表時間で表わしてある。また、図97にはせん断ひずみ $\frac{1}{2}d\theta$ （n秒におけるSp5とSp11およびn+1秒におけるSp11がつくる角度を θ とする）を代表時間で表わしている。これより土壌前部では縦方向に膨張しているものの、横方向とせん断ひずみの圧縮が大きくかなり締固められていることが分かる。次に、土壌後部で副ブレードに近い位置の変形を、図98にSp3の1秒間に移動する長さのx軸方向成分の垂直ひずみ変化、Sp10の1秒間に移動する長さのx軸方向成分の垂直ひずみ変化、および、Sp3とSp10の距離の

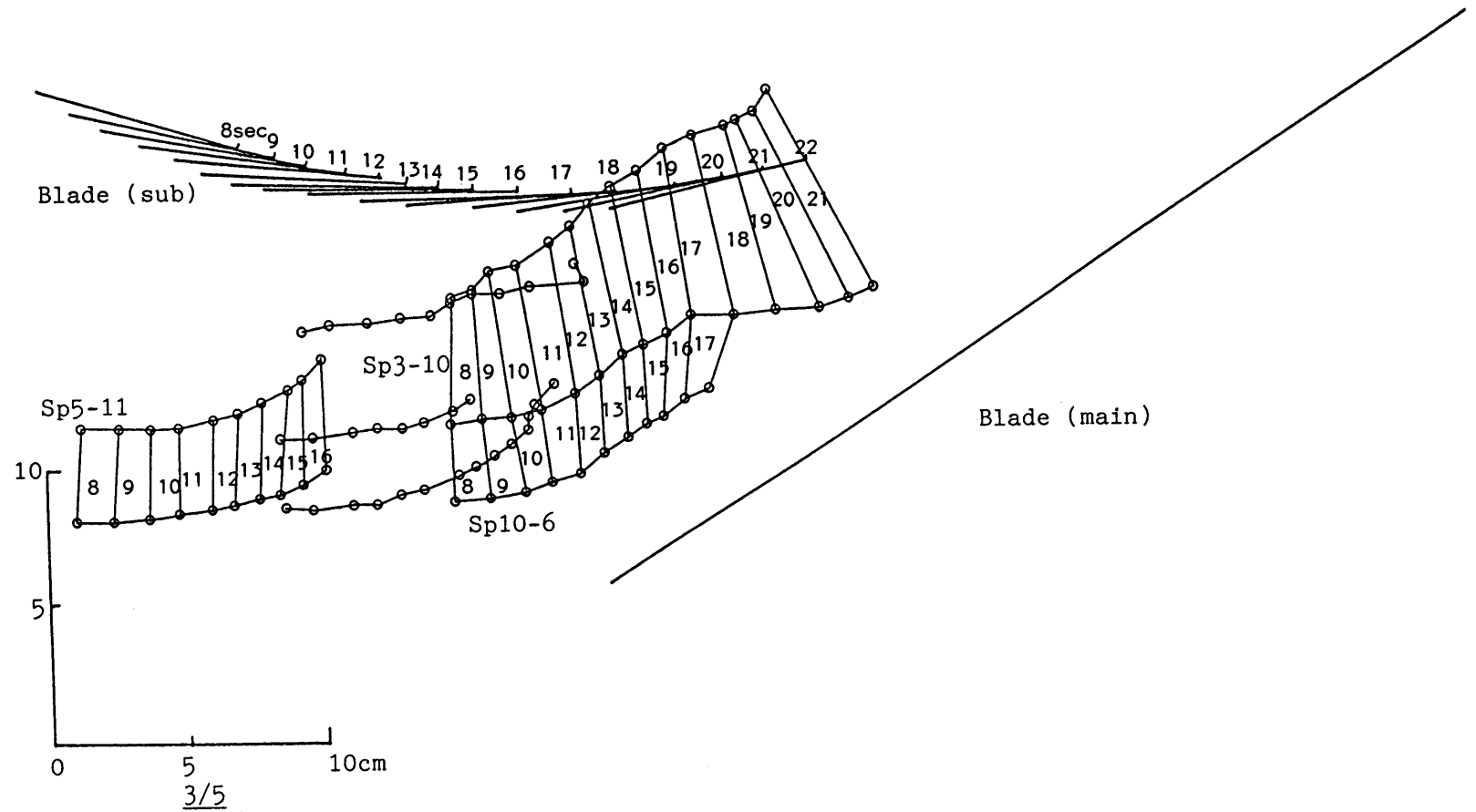


図95 複ブレード耕うん実験の土壌変形（その1）

（土壌前部と後部、領域内の数字は代表時間（秒）を表わす）

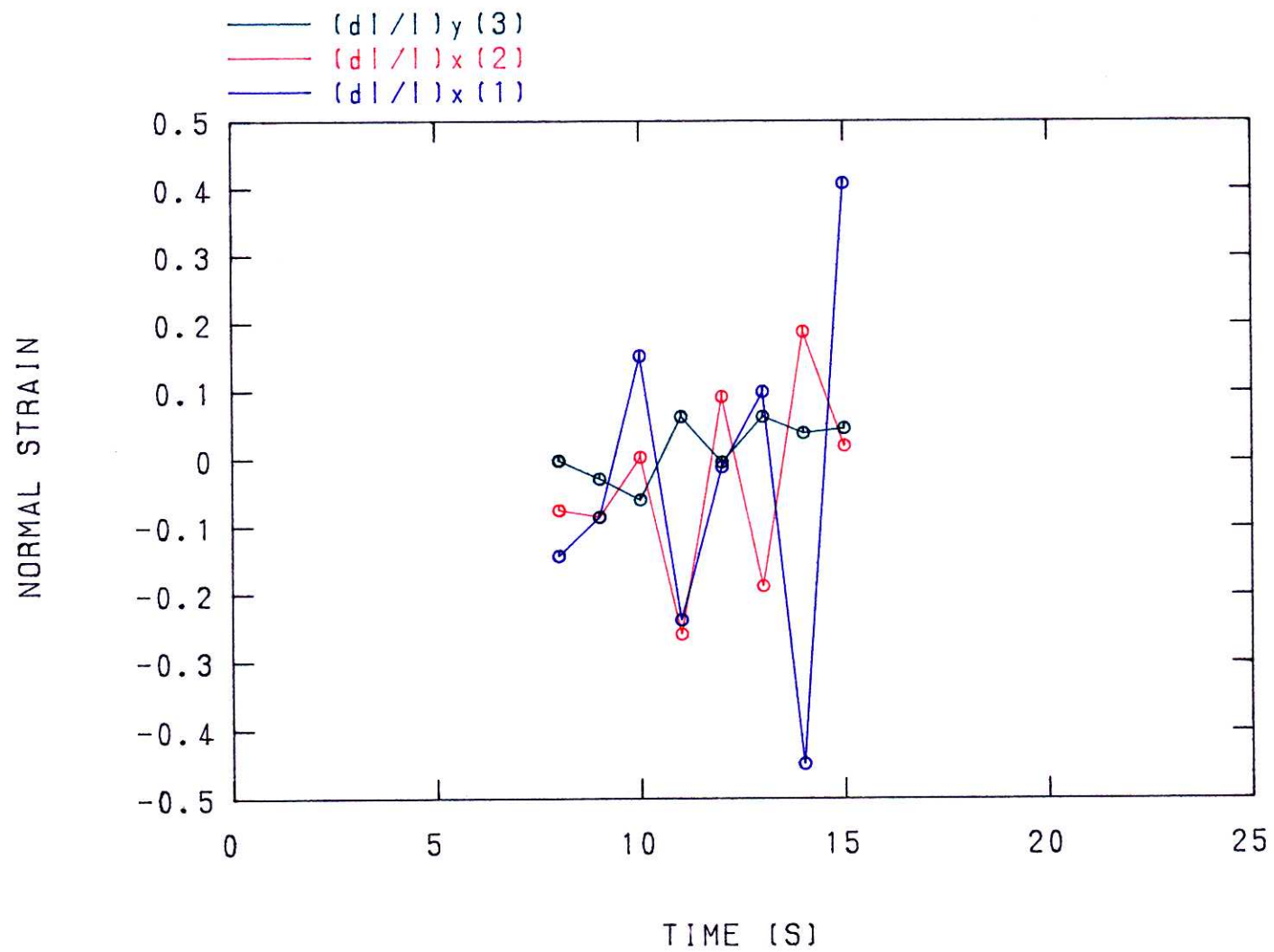


図96 複ブレード耕うん実験の土壌前部の垂直ひずみ変化

(ブルー: $Sp5(n+1)-Sp7(n)$ [x軸方向], レッド: $Sp11(n+1)-Sp11(n)$ [x軸方向], グリーン: $Sp5(n)-Sp11(n)$ [y軸方向])

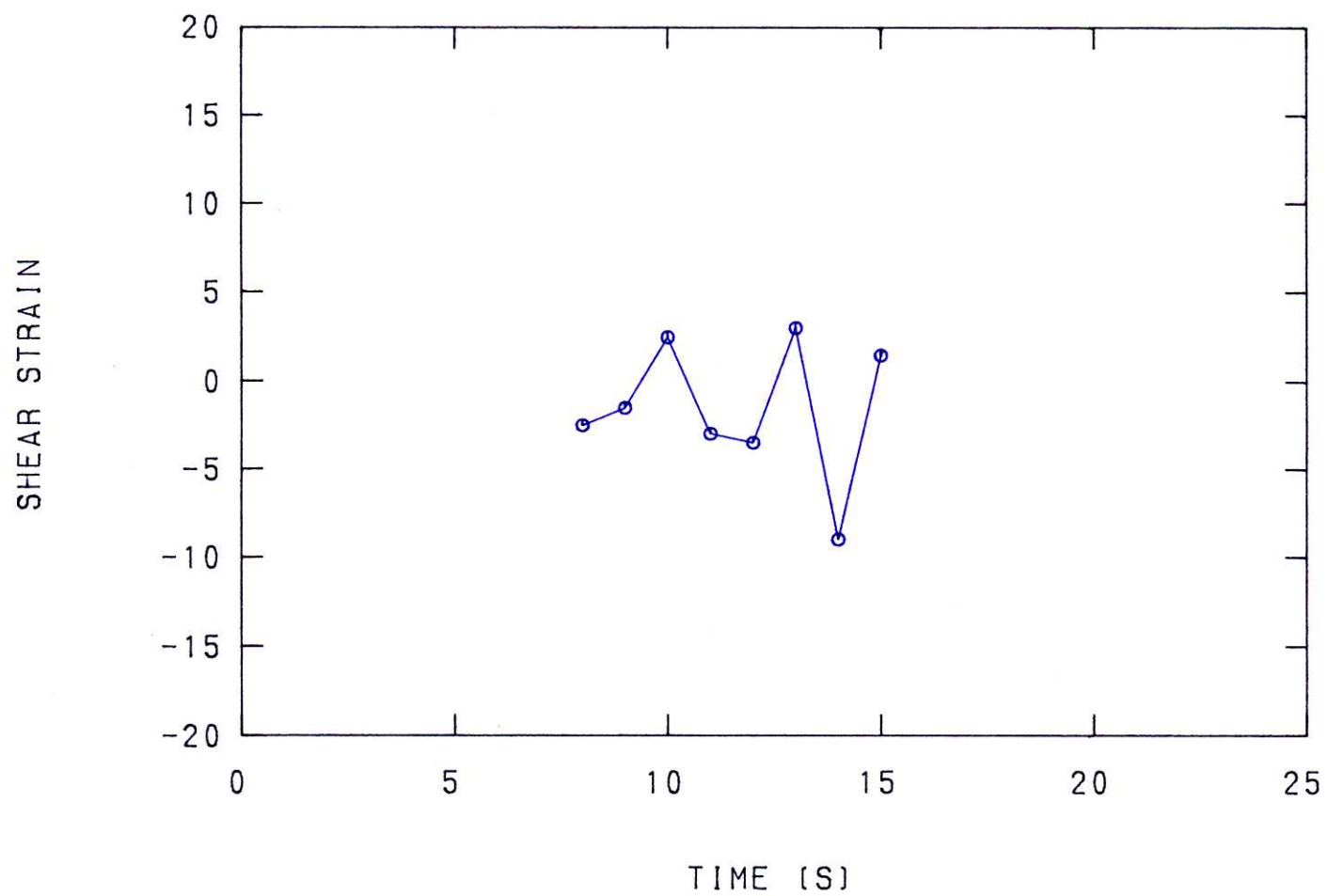


図97 複ブレード耕うん実験の土壌前部のせん断ひずみ変化

$$(\theta = \angle (\text{Sp5}(n) - \text{Sp11}(n) - \text{Sp11}(n+1)))$$

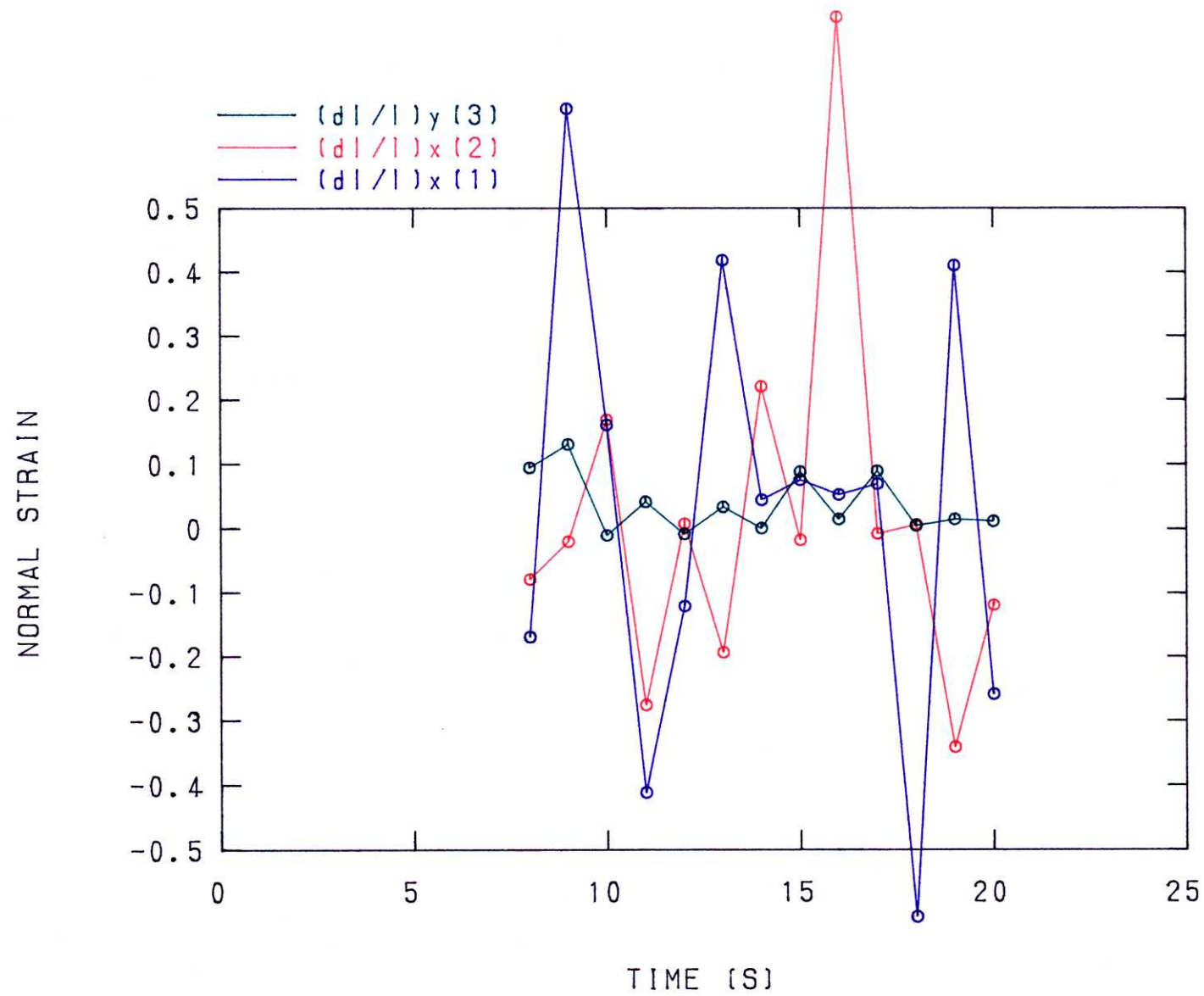


図98 複ブレード耕うん実験の土壌後上部の垂直ひずみ変化

(ブルー: $Sp3(n+1)-Sp3(n)$ [x軸方向], レッド: $Sp10(n+1)-Sp10(n)$ [x軸方向], グリーン: $Sp3(n)-Sp10(n)$ [y軸方向])

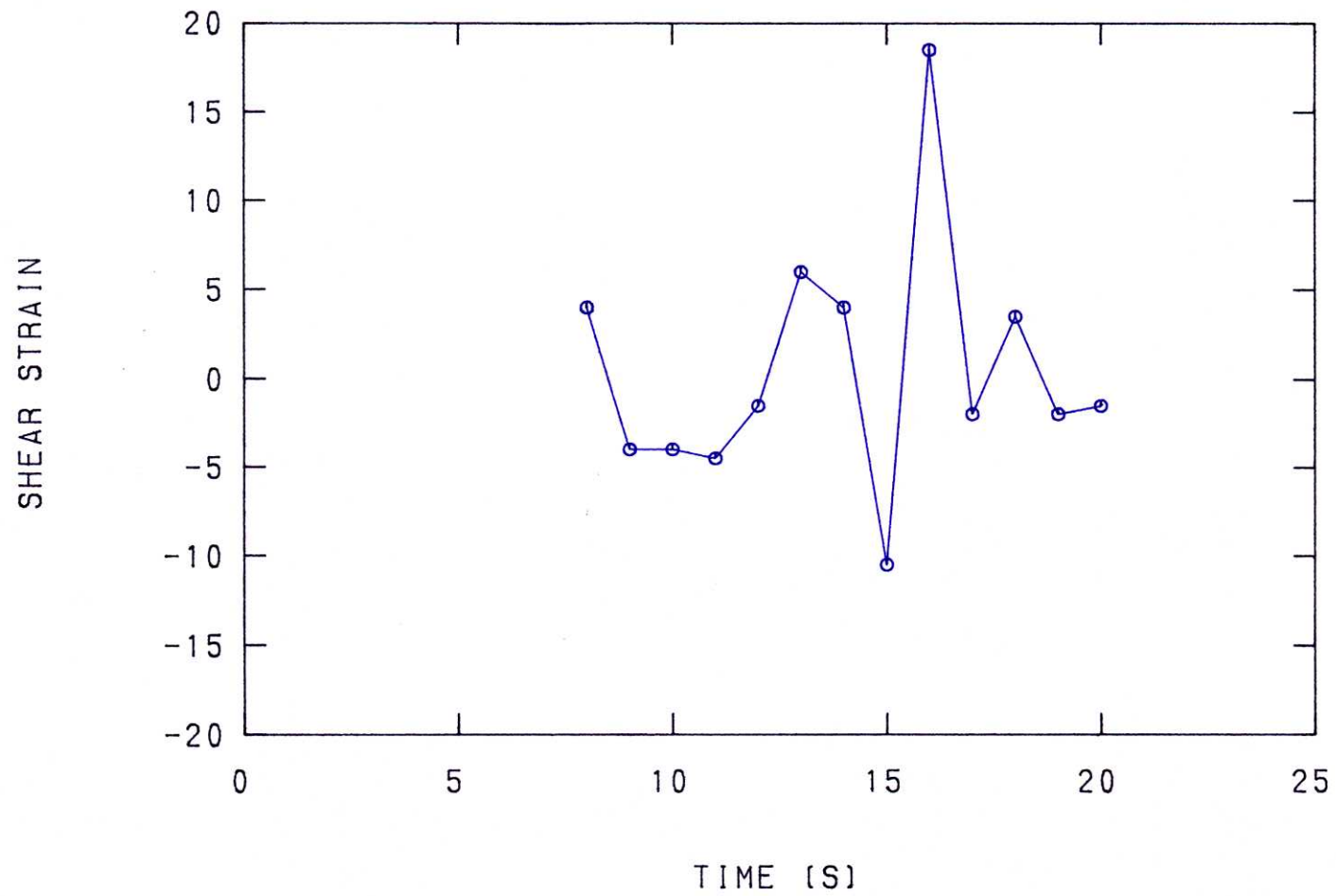


図99 複ブレード耕うん実験の土壌後上部のせん断ひずみ変化

$$(\theta = \angle (\text{Sp3}(n) - \text{Sp10}(n) - \text{Sp10}(n+1)))$$

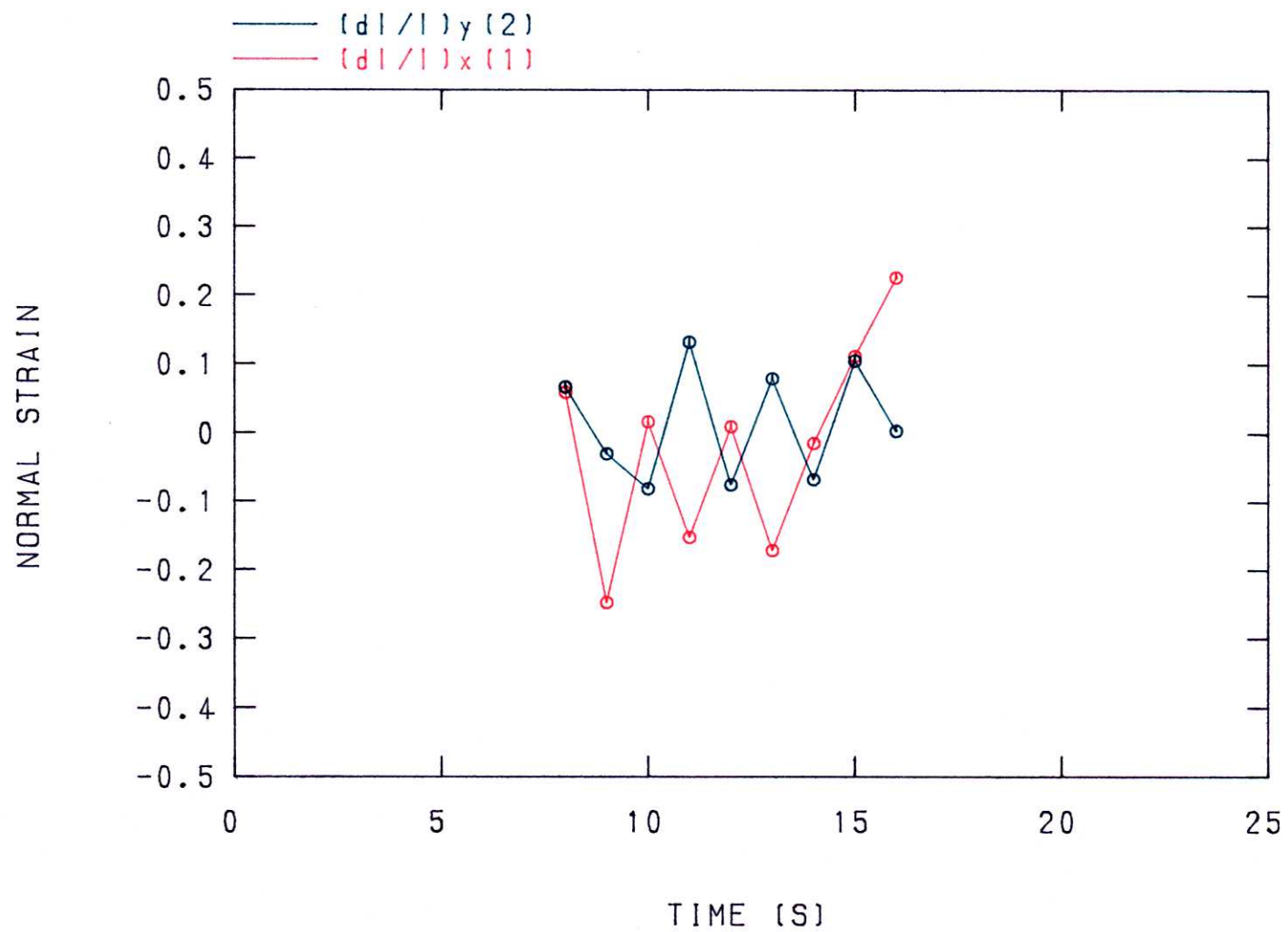


図100 複ブレード耕うん実験の土壌後下部の垂直ひずみ変化

(レッド: $Sp6(n+1)-Sp6(n)$ [x軸方向], グリーン: $Sp6(n)-Sp10(n)$ [y軸方向])

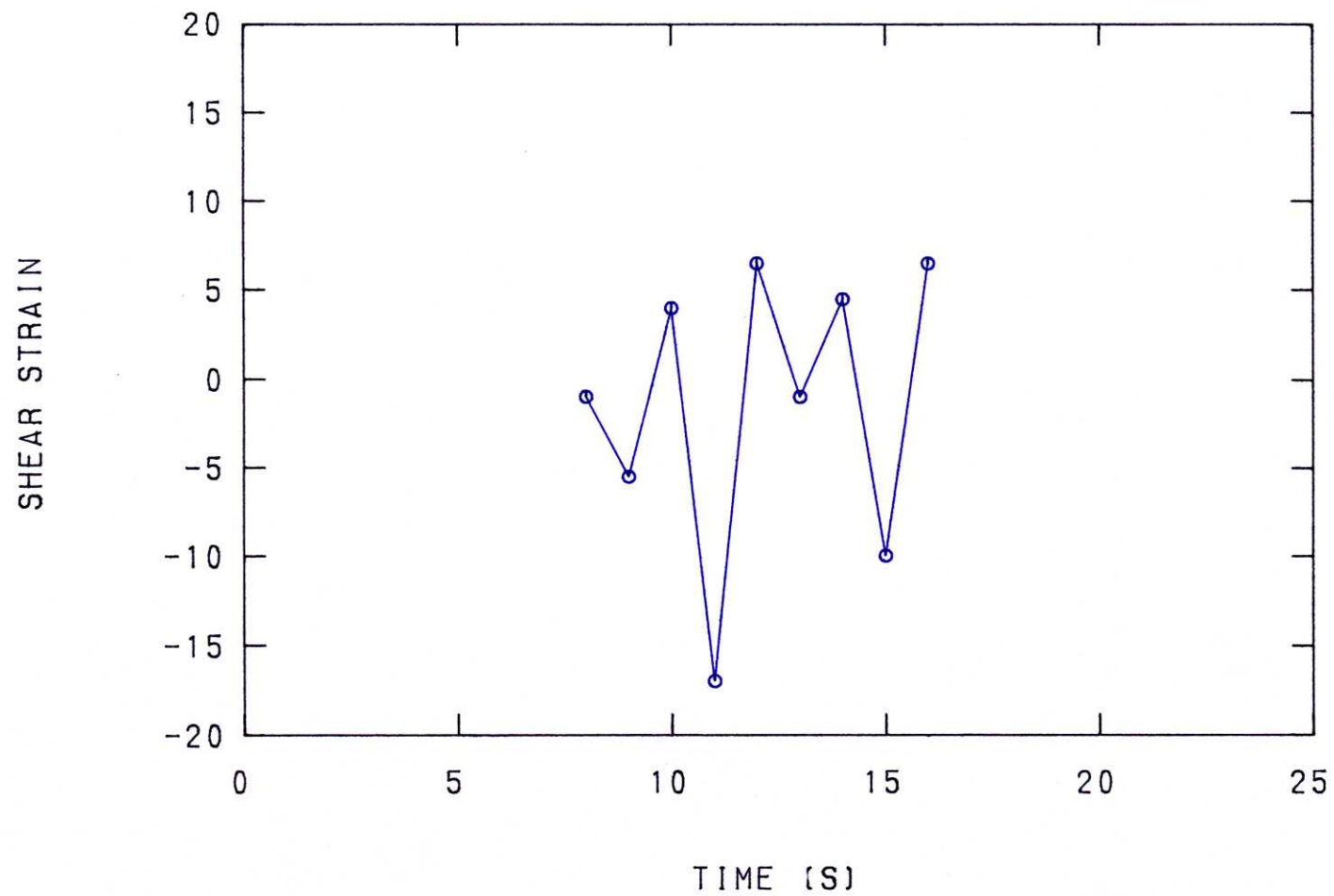


図101 複ブレード耕うん実験の土壌後下部のせん断ひずみ変化

$$(\theta = \angle (\text{Sp10}(n) - \text{Sp6}(n) - \text{Sp6}(n+1)))$$

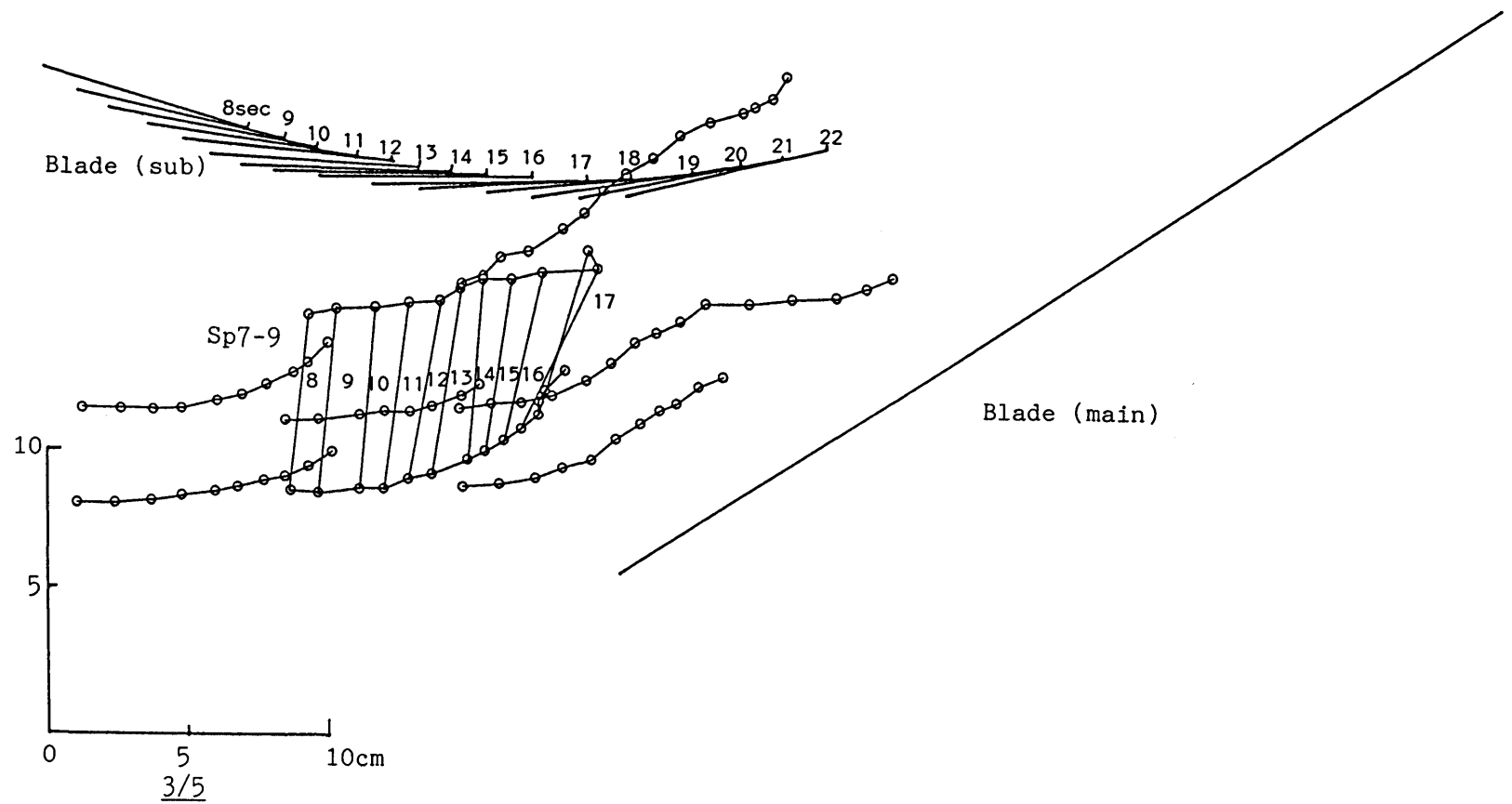


図102 複ブレード耕うん実験の土壌変形（その2）

（土壌中部、領域内の数字は代表時間（秒）を表わす）

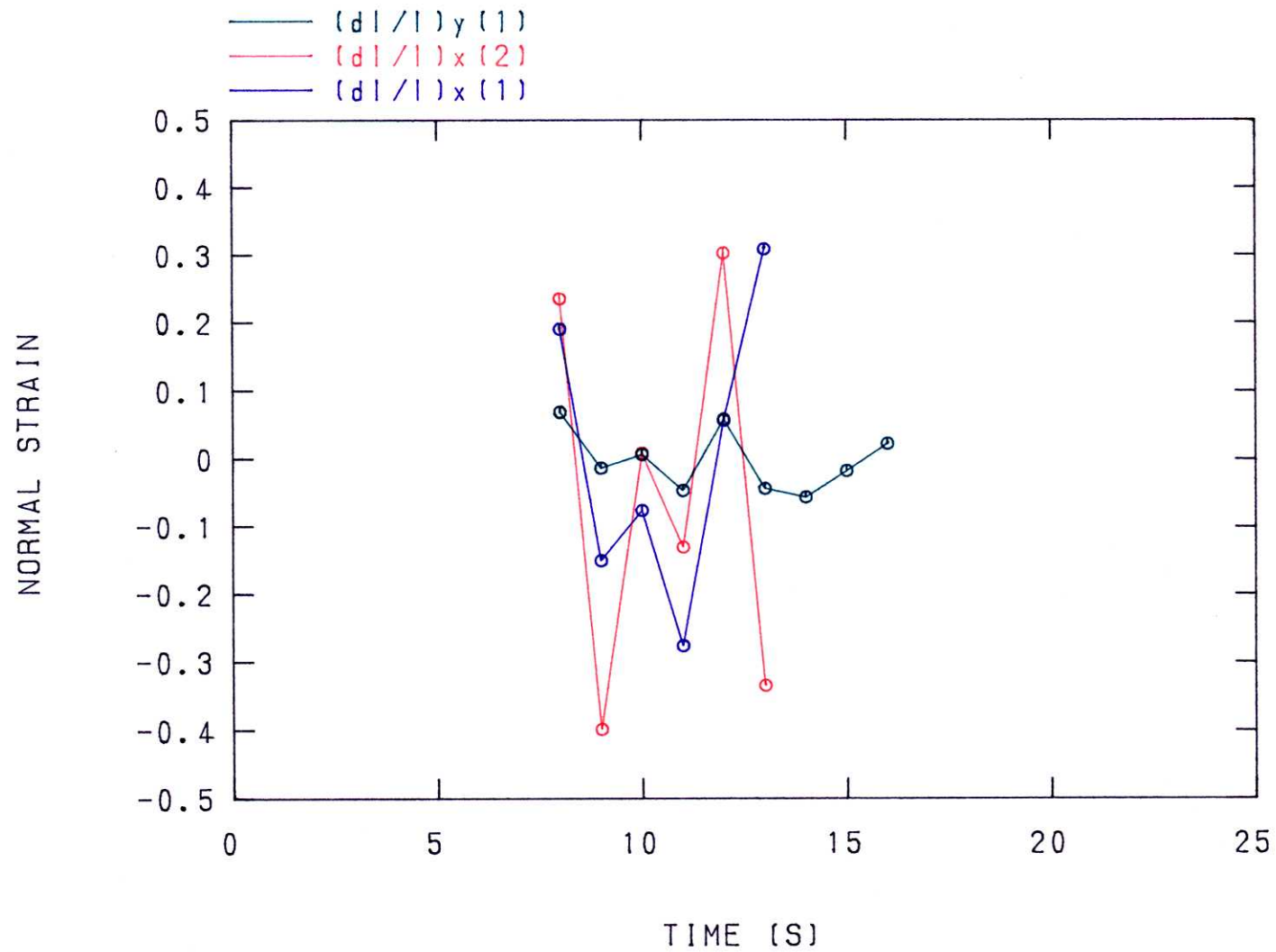


図103 複ブレード耕うん実験の土壌中部の垂直ひずみ変化

(7°ル: $Sp7(n+1)-Sp7(n)$ [x軸方向] , レット: $Sp9(n+1)-Sp9(n)$ [x軸方向] , ケリー: $Sp7(n)-Sp9(n)$ [y軸方向])

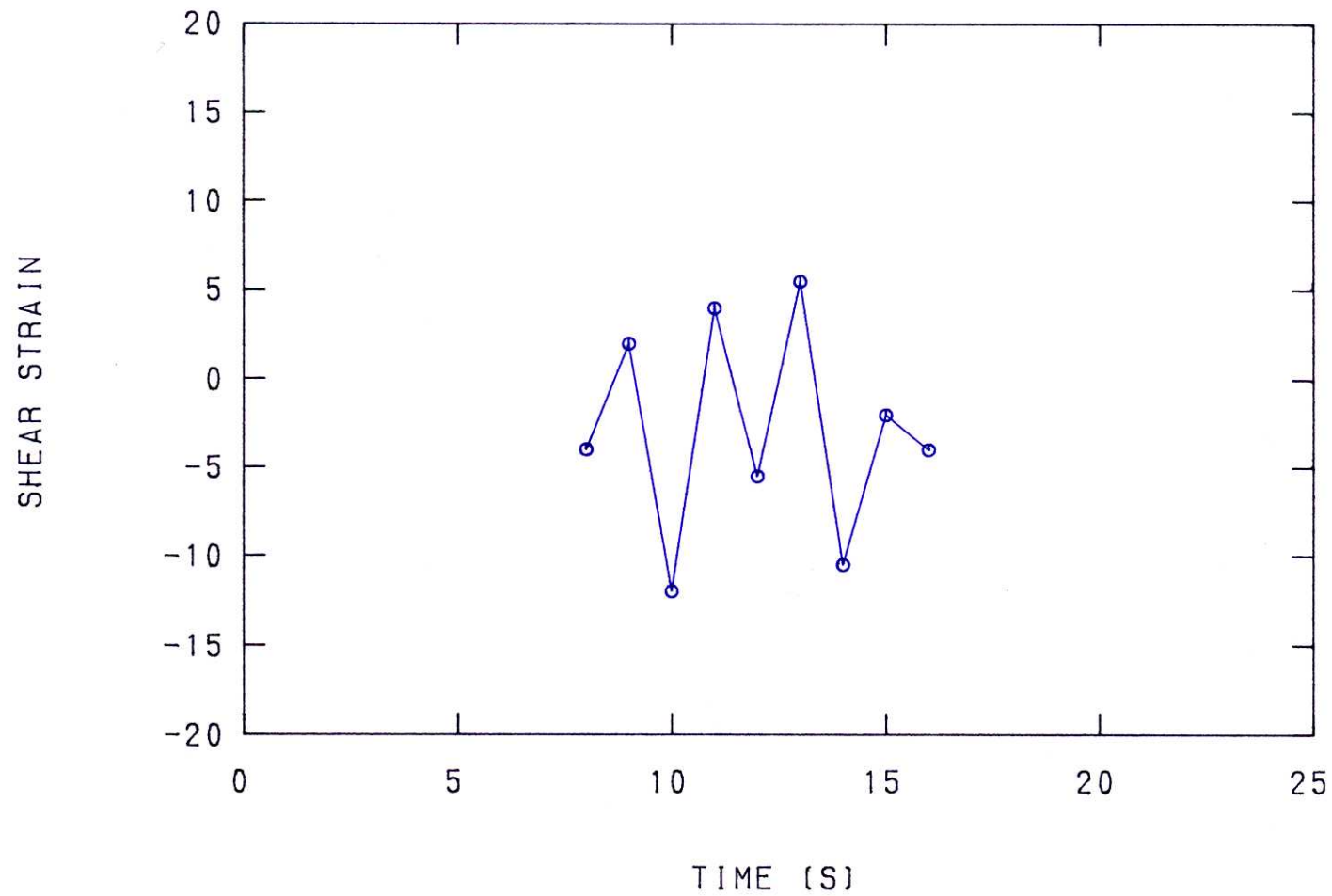


図104 複ブレード耕うん実験の土壌中部のせん断ひずみ変化

$$(\theta = \angle (\text{Sp7}(n) - \text{Sp9}(n) - \text{Sp9}(n+1)))$$

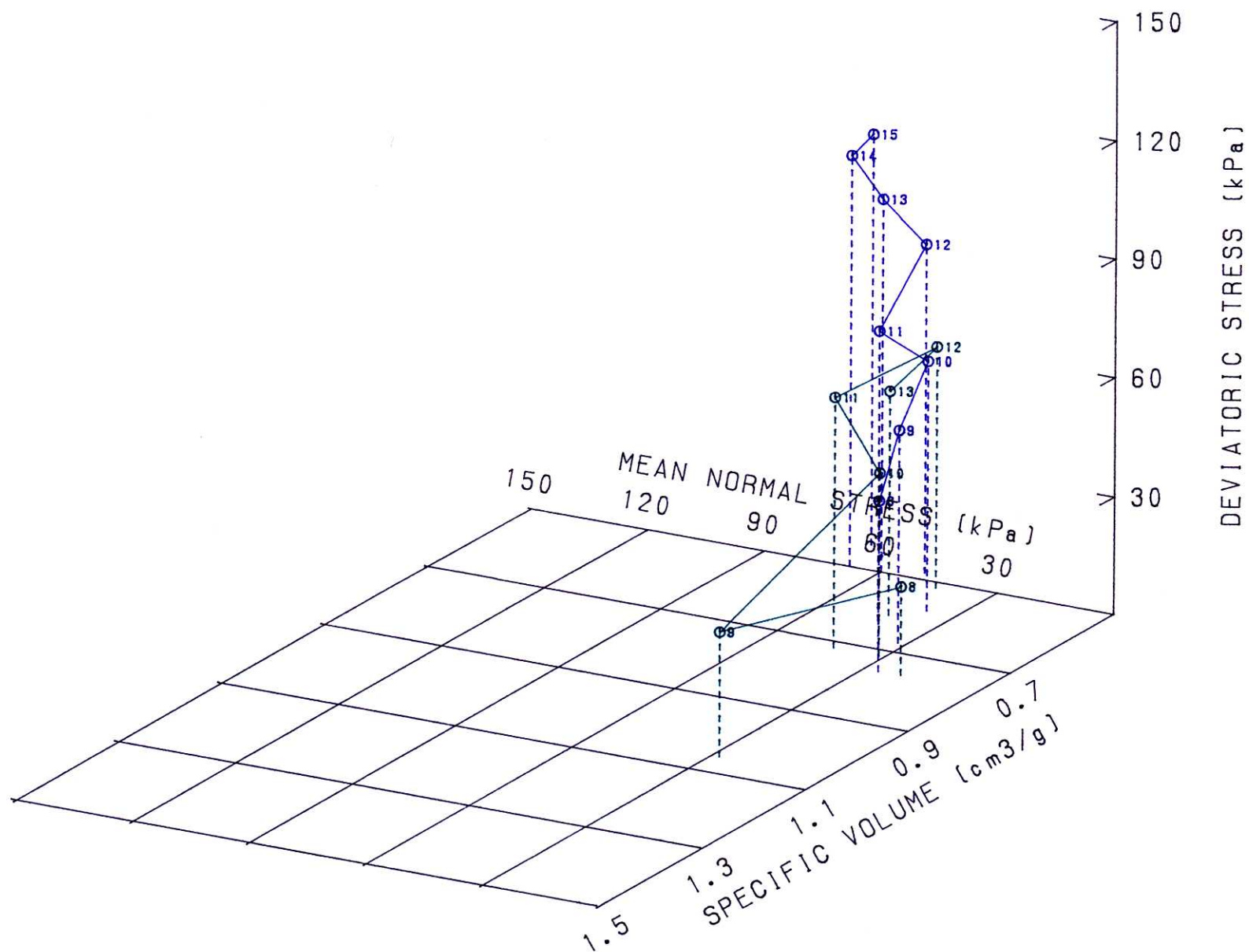


図105 複ブレード耕うん実験の状態経路 (ブルー：前部 (Sp5-11)，グリーン：中部 (Sp7-9)．数字は代表時間 (秒))

y 軸方向成分の垂直ひずみ変化を代表時間で表わしてある。また、図99にはせん断ひずみ $\frac{1}{2}d\theta$ (n秒におけるSp3とSp10およびn+1 秒におけるSp10がつくる角度を θ とする) を代表時間で表わしている。これより副ブレードに近い位置では、副ブレードの接近によって横方向の移動速度が速くなっていることが分かり、れき土が副ブレードによって引っ張られていることが推察される。また、副ブレード刃先部分の土が一旦後方へ動いてから上方へと移動しているためと、両方の刃にはさまれる土壌が圧縮されて下方に移動しているために縦方向のひずみ成分は少なくなっている。つまり、土壌のみかけの体積膨張の要因には、土壌の圧縮と分割の要素も含まれているといえる。図100 には土壌後部で主ブレードに近い位置の変形を、Sp6 の1秒間に移動する長さのx軸方向成分の垂直ひずみ変化とSp6とSp10 の距離のy軸方向成分の垂直ひずみ変化を代表時間で表わしてある。また、図101 にはせん断ひずみ $\frac{1}{2}d\theta$ (n秒におけるSp10とSp6およびn+1秒におけるSp6がつくる角度を θ とする) を代表時間で表わしている。これより主ブレードに近い位置では、副ブレードの接近によって横方向の移動速度が遅くなっているとともに、縦方向には膨張と圧縮を繰り返しており、れき土が副ブレードによって締められていることが分かる。これらのことより、主ブレードに近いところのれき土と副ブレードに近いところのれき土とでは相対的に速度差を持つことになり、破壊が促進されるものと考えられる。

同様に、図102には土壌中部の隣あう4つのSSDセンサ位置を線で結び囲まれる領域の変形（Sp7とSp9のn秒とn+1秒で囲まれる領域）を代表時間で表わしている。また、図103にSp7の1秒間に移動する長さのx軸方向成分の垂直ひずみ変化、Sp8の1秒間に移動する長さのx軸方向成分の垂直ひずみ変化、および、Sp7とSp9の距離のy軸方向成分の垂直ひずみ変化を代表時間で表わしてある。さらに、図104にはせん断ひずみ $\frac{1}{2}d\theta$ （n秒におけるSp7とSp9およびn+1秒におけるSp9がつくる角度を θ とする）を代表時間で表わしている。このことより土壌中部では副ブレードによって締固められながら主ブレードに誘導されたれき土が、副ブレードの通過とともに上方に膨張する傾向にあることが分かる。

以上の結果を限界状態理論で常用される三次元座標に、領域の平均垂直応力と偏差応力および比容積の関係をプロットしたのが図105である。図には土壌前部と中部のデータを示した。図より、比較的応力レベルが高いこと、とりわけ偏差応力レベルが高いことが分かる。このことは、れき土を強く締固めるためにエネルギーを要していることを示している。また、土壌前部の12秒付近では、平均垂直応力と偏差応力の比が約1:3になっており、Tension-cut-off面（T面）に到達している。つまり、副ブレードの通過後、土壌が引張り破壊を起こしていることが分かる。しかし、より興味深い土壌中部から後部にかけてのデータがSSDセンサの圧力測定コードが副ブレードによる切断事故のために得られなかった

ので、複ブレード耕うんの全ての特徴を抽出することができなかった。

しかし、両ブレード間のれき土が上部と下部で速度差を有することや、副ブレード直下で引張り破壊が起こる可能性、また、圧縮が耕うんエネルギーの増大に大きく関与していることが示せた。これより、副ブレードがなるべく土壌を圧縮しないよう、特に主ブレード面上のれき土を圧縮しないような軌跡を両ブレードが描くことが、複ブレード耕うんで耕うんエネルギーを減少させることができるか否かの鍵を握っているように思える。このことを直線運動系と回転運動系のブレードの組合せで実現するには、副ブレードの回転中心を主ブレード刃先のより前方に位置させ（せん断破壊面形成位置より前方で鉛直位置に達するようにする）、回転半径をできるだけ長くにとって主ブレード面上のれき土により多く作用させることが重要であると考えられる。しかし、回転半径を長くしすぎて両ブレード間で圧縮が起こるような副ブレードの軌跡にしてはならないことに注意する必要がある。この点、同じ運動系のブレードの組合せで副ブレード耕うんを行なえば、両ブレード間の間隙を一定に保てるので実現が容易である。この代表がディスクプラウを利用した二軸式ディスクプラウ⁸³⁾であるといえる。

7 - 4 結 語

以上のように、有線の SSD センサでは回転運動系の測定が完全に行なえないことが問題ではあるが、複雑な運動の測定に対しても土壌の変形を把握できるなどの成果が得られることが確かめられた。

第 8 章 結論

8 - 1 研究成果

耕うんモデル実験から、土壌－機械系の力学的挙動を表わす多種のデータを得るための装置システムとして、小型土壌内応力／土壌変位センサ（SSDセンサ）および土壌槽総合試験装置の開発を行なった。

まず、間隙が存在する中で低いレベルの応力をできるだけ測定環境を乱さないようにしながら同時多点計測することと、土壌変位を応力と対応できるように同時に計測する測定器として、小型土壌内応力／土壌変位センサ（SSD センサ）の開発を行なった。土壌内応力の測定には、センサを小型化できるように市販で最小の超小型圧力センサを 3 個組み合わせる形をとった。そして、センサの姿勢計測と変位計測を、光ファイバを用いた発光点を土壌槽のガラス側壁越しに画像計測して求める方式にして、土壌内応力と土壌変位、ひずみ変形の同時計測とセンサの小型化を両立させることにより、土壌槽に充填したほとんどの条件の供試土壌において同一土壌内での同時多点計測が可能となり、土壌内の応力－ひずみの時間分布および幾何学的位置分布の二次元計測が可能となった。計測精度は、30cm 四方の範囲に 12 個のセンサを用いた場合、土壌内応力の分解能が約 0.3kPa、変位の解像度が約 2mm、誤差約 2mm 以内であった。

しかし、主応力の方向の分解能は約 40° ときわめて悪かった。

次に、SSDセンサを利用し、多種の耕うんモデル実験を行なって、土壌－機械系の力学的挙動変化を測定するための装置システムとして、土壌槽総合試験装置およびCAMを用いた計測システムを試作した。土壌槽総合試験装置は、土壌槽と直線運動および回転運動を行なう2つのブレードユニットをそれぞれ独立に作用させる。このことにより、土壌槽の容積は60ℓと小型で、直線運動の速度は40mm/s以下、回転運動の速度は1rpm以下と低速ではあるが、新たな耕うん方式のモデル実験も含めた多種の耕うんモデル実験に適応できる。また、計測システムは、SSDセンサの応力計測も含めて66点の耕うん刃面にかかる圧力や力を、サンプリング周期20Hzで1分間連続測定できる。その分解能は圧力で0.3kPa、 F_x で2.8N、軸トルクが0.4Nm等である。本装置システムを用いることで、土壌内の応力－ひずみ関係を時間と位置の分布で求めることができ、限界状態理論の適用など多種の解析方法に迅速に対応できる。

この装置システムで計測する供試土壌については、データの再現性を確かめるためにも、同一条件の土壌を再生する必要がある。これに対して本研究では、水分調節をした土を一旦細粒化し、土壌槽にSSDセンサを埋めながら充填した後、載荷板を介して一定圧力で圧縮成形する方法を用いて、同一過程で土壌の再生を行なった。実験では間隙率が約45%と高い砂壤土の土壌を、密度と含水比の平均値に対する標準偏差の比率

が5%程度で約1カ月間再生できた。また、土壌の準備に費やす時間も短縮できた。さらに、圧縮成形時の土壌内の応力、変位、ひずみ、変形の変化を測定し、それらのデータが既往の研究結果と一致したことにより、本装置システムを用いることで静的な領域での土壌内の力学的挙動を詳細に計測することができることが確かめられた。

次に、直線運動系耕うんモデル実験を、耕うん速度13mm/sと35mm/s、含水比14~17%で行なった。その結果、刃先から前方へせん断角 $45 - \frac{1}{2}\phi$ (ϕ : 内部摩擦角) でせん断破壊面が形成されること、刃先前方下部で引っ張り破壊が起こること等が測定できた。さらに、わずかな耕うん速度や含水比の変化によって土壌の圧縮性が変化することにより、せん断破壊面上などで応力分布が変化したり、 F_x の出力波形が変化することが分かった。また、同一土壌内で水平高さが同じ点では、同様な土壌内応力の出力が得られ、動的領域でのSSDセンサからのデータの再現性が確かめられた。しかし、せん断破壊面形成位置と計測地点との距離の違いにより、土壌内応力に時間的なずれが生じることが分かった。さらに、圧縮せん断破壊の起き方などを、土壌変位から求めた垂直ひずみやせん断ひずみ変化から分析することができ、耕うん時の土壌内応力の変化や、刃面上の圧力分布から、 F_x の出力波形を分析でき、限界状態理論を適用することで、偏差応力がせん断破壊面形成に関与していること等が分かった。このように、既往の研究結果の再現とともに、土壌－機

械系の力学的挙動を詳細に分析することにより、直線運動系耕うんの新たな知見を得ることができた。

また、回転運動系耕うんのモデル実験を行ない、ダウンカット方式とアップカット方式の相違を、軸トルクの出力、耕うんされた土壌の軌跡や、土壌内応力変化、刃面の圧力変化で分析することができ、刃裏面での土壌への圧縮が耕うんエネルギーの増加に関与していることが分かった。

さらに、複ブレード耕うんのモデル実験を行ない、両ブレード間のれき土が上部と下部で速度差を有することや、副ブレード直下で引張り破壊が起こる可能性、また、圧縮が耕うんエネルギーの増大に大きく関与していることが示せ、複ブレード耕うんでは両ブレードの間隙を一定に保ちながら、複ブレードをなるべくれき土に対して圧縮を加えないように作用させることが重要であることが推察でき、本装置システムが新たな耕うん方式のモデル実験にも対応できることが確かめられた。

以上のように、小規模で比較的安価な装置を用いて、土壌－機械系の力学的挙動について多種のデータが得られる装置システムの基礎的試験を行なった。

8-2 将来の課題と展望

以上のように、土壌内応力／土壌変位センサや土壌槽総合試験装置の開発により、土壌槽を用いた汎用耕うん実験装置や各種耕うん方式について数多くの知見が得られたが、新たな課題も指摘できる。

まず、SSDセンサでは、土壌の微視的不均一性に加えて、受圧面の広さとセンサ本体の断面積の大きさの関係より、土壌内応力の出力にはばらつきが起こるため、土壌内応力分布を判断するためには繰り返し実験の必要性が残ることが分かった。つまり、土壌内応力を検出するための圧力センサの受圧面の広さは、土壌の塊の偏差を無視できるように大きくした方がよいが、そうすることによりセンサ本体の断面積が大きくなり、かえって被計測土壌の環境を乱すことになりかねない。また、回転運動系の計測には、センサから延びているコード類が支障となることが分かった。これを解決するには、センサの無線化を図るか、測定後にある一定の場所でコードを自ら分離するようなセンサの開発が必要であると考え。同様のことが光ファイバを用いた土壌の変位計測についてもいえる。変位の画像計測の結果、土壌の多点の変位を詳しく求めることができたが、本研究では安価な画像処理装置を用いたため細かい精度を必要とするセンサ本体の回転までは検出できず、応力の方向を確定できなかった。しかし、処理装置の性能をあげることによって精度の向上が

望めるとともに、技術開発により高速で精度のよい装置が比較的安価で近い将来入手できるようになると考えられる。また将来は、以上の課題の解決とともに可視光線以外での画像計測、コンピュータトモグラフィの利用や新しい圧力センサの開発によって三次元計測へと発展させていくべきであると考ええる。

次に、供試土壌の圧縮成形装置については、ミキサでの土塊の粗大化や圧縮時の体積変化等に代表される比較的含水比が高くなったときの土の扱い難さ、集中荷重による土の圧縮むら、迅速締固めによる土壌硬度の低下などが今後の改良点としてあげられる。また、高速の耕うん実験や回転運動系の耕うん実験をする場合は土壌槽の規模を大きくする必要があり、より以上土の準備が律速段階となってくる。土壌槽の規模については、耕うん機器の大きさに関連して土壌の寸法がどの程度力学的挙動変化の要因として存在するかも確かめる必要がある。このように、供試土の成形にはまだ検討の余地があり、土に代わる素材の利用等も含めてより一層の研究をする必要がある。また、各ブレードユニットの構成や、れき土の明確な区別をするために土壌槽壁面に透過照明を施すなどの、細部にわたる改良を加えていく必要もある。

そして、データベースに組み込まれるデータの形としては次のようなものが考えられる。まず、土壌条件を表わすパラメータとして、土質力学で用いられてきた従来の土壌パラメータに加えて、温度や耕うんに関

与する土壌の寸法等の耕うん土壌環境パラメータ。機械側のパラメータとしては、耕うん機器の形状や作業条件など。そして、土壌と機械の相互作用からでてくるパラメータとして、土壌内応力分布や土壌変形、ひずみ分布等が考えられる。

これらを考慮に入れて上記の改良を行なった上位の試験装置を開発すれば、土壌－機械系の力学的挙動のデータベース構築が可能になると考ええる。

謝 辞

本研究にあたり、東京大学農学部農業工学科木谷収教授には、研究全般にわたりご指導を賜りました。ここに記して感謝の意を表します。また、現在著者が奉職している東京大学農学部附属農場の春原亘教授、坂井直樹助教授、高塚清一技官、小泉元三技官をはじめとする職員の方々には、逐次貴重な助言をいただくとともにたいへんご迷惑をおかけしました。さらに、大学院在学中より、森嶋博教授、岡本嗣男助教授をはじめとする農業工学科の方々に貴重なご助言をいただきました。また、大学院生の章益柱氏、学部学生の吉田智一君（現農林水産省）、島田久弥君（現SONY）、鈴木浩佳君（現トヨタ自動車）らには多くの助力をいただき、環境調節工学研究室本條毅助手、庄野浩資君（現横河電機）にはコンピュータソフトウェアについて多くの助言をいただきました。ここに記して感謝の意を表わします。さらに、ここに記せなかった多くの人たちの助力なくしては、本研究が成し遂げられなかったのはいうまでもありません。あわせて深謝の意を表わします。

参考文献

- 1) 精機学会画像計測分科会編 (1980) 画像計測入門. 昭晃堂
- 2) 農業機械学会編 (1984) 新版農業機械ハンドブック. コロナ社
- 3) 赤井浩一 (1979) 土質力学. 朝倉書店
- 4) 安居院猛, 中嶋正之 (1982) コンピュータ画像処理. 産報出版
- 5) Bailey, A. C. , J. A. Weber (1965) Comparison of methods of measuring soil shear strength using artificial soil. Trans ASAE 8:153-156
- 6) Bailey, A. C. , G. E. VandenBerg (1968) Yielding by compaction and shear in unsaturated soil. Trans ASAE 11:307-311, 317
- 7) Basak, P. , S. P. Brahma (1974) Stress-strain response for sand. Soil Sci 118:258-364
- 8) Bendat, J. S. , A. G. Piersol (1971) Random data : Analysis and measurement procedures. John Wiley & Sons
- 9) Butson, M. J. , D. MacIntyre (1981) Vibratory soil cutting I. J Agric Engag Res 26:409-418
- 10) Butson, M. J. , D. MacIntyre (1981) Vibratory soil cutting II. J Agric Engag Res 26:419-439
- 11) Butterfield, R. , K. Z. Andrawes (1972) On the angles of friction between sand and plane surfaces. J Terramech 8(4):15-23
- 12) Chancellor, W. J. , A. Y. Korayem (1965) Mechanical energy balance for a volume element of soil during strain. Trans ASAE 8:426-430, 436
- 13) 千々岩健児, 畑村洋太郎 (1971) 土および粉粒体用小型測定器の開発. 日機誌 74(631):923-932
- 14) Coates, W. (1985) Instructional aids for teaching soil dynamics. Trans ASAE 28(5):1389-1392

- 15) Coleman, G. E. , J. V. Perumpral (1974) The finit element analysis of soil compaction. Trans ASAE 17:856-860
- 16) Dexter, A. R. , D. W. Tanner (1973) The response of unsaturated soils to isotropic stress. J Soil Sci 24:491-502
- 17) Dunlap, W. H. , J. A. Weber (1971) Compaction of an unsaturated soil under a general state of stress. Trans ASAE 14:601-607
- 18) El-Domiaty, A. M. , W. J. Chancellor (1970) Stress-strain characteristics of a saturated clay soil at various rates of strain. Trans ASAE 13:685-690
- 19) 藤田英時, 寺田敏記 (1983) PC-Techknow 9800. システムソフト
- 20) Gerard, C. J. (1965) The influence of soil moisture, soil texture, drying conditions, and exchangeable cations on soil strength. Soil Sci Soc Amer Proc 29:641-645
- 21) Gerlach, A. (1953) Physikalische Untersuchungen über die zwischen den Bodenteilchen wirkenden Kräfte. Grdlgn d Landtechn 5:81-86
- 22) Gill, W. R. (1968) Influence of compaction hardening of soil on penetration resistance. Trans ASAE 11:741-745
- 23) Gill, W. R. (1969) Soil deformation by simple tools. Trans ASAE 12:234-239
- 24) Gupta, C. P. , A. C. Pandya (1966) Rheological behavior of soil under static loading. Trans ASAE 9:718-724
- 25) Harrison, W. L. (1973) Soil failure under inclined loads I. J Terra-mech 9(4):41-63
- 26) Harrison, W. L. (1973) Soil failure under inclined loads II. J Terra-mech 10(1):11-50
- 27) 畑村洋太郎, 千々岩健児 (1974) 土の切削機構の解明 (第1報). 日機論集 40(338):2945-2955

- 28) 畑村洋太郎, 千々岩健児 (1975) 土の切削機構の解明 (第2報). 日機論集 41(349):2749-2759
- 29) 畑村洋太郎, 千々岩健児 (1976) 土の切削機構の解明 (第3報). 日機論集 42(355):970-980
- 30) 畑村洋太郎, 千々岩健児 (1976) 土の切削機構の解明 (第4報). 日機論集 42(357):1606-1613
- 31) 畑村洋太郎, 千々岩健児 (1976) 土の切削機構の解明 (第5報). 日機論集 42(359):2258-2268
- 32) Hettiaratchi, D. R. P. , J. R. O'Callaghan (1980) Mechanical behaviour of agricultural soils. J Agric Engng Res 25:239-259
- 33) 通商産業省工業技術院総務部計画課研究情報管理室監修 (1983) ラボラトリーオートメーション. 電波新聞社
- 34) Jamison, V. C. (1954) The effect of some soil conditions on friability and compactibility of soils. Soil Sci Soc Amer Proc 18:391-394
- 35) Kekre, H. B. (1984) Restoration of noisy image using a raised cosine function approximation. Comput Graphics Image Process 26:17-29
- 36) Kirkham, D. , M. F. de Boodt , L. de Leenheer (1959) Modulus of rupture determination on undisturbed soil core samples. Soil Sci 87:141-144
- 37) Kitani, O. , S. P. E. Persson (1967) Stress-strain relationships for soil with variable lateral strain. Trans ASAE 10(6), 738-741, 745
- 38) Kitani, O. , T. Okamoto , S. Yonekawa (1985) Double blade tillage system and soil dynamics in tensile stress zone. Proc Int Confr Soil Dynamics 2:282-297
- 39) 小嶋紀夫, 町田東一 (1982) パソコン BASIC 数値計算 2. 東海大学出版会
- 40) Koolen, A. J. (1974) A method for soil compactibility determination. J Agric Engng Res 19:271-278

- 41) Koolen, A. J. , H. Kuipers (1983) Agricultural soil mechanics. Springer-Verlag
- 42) Kuczewski, J. (1981) Soil parameters for predicting the draught of model plough bodies. J Agric Engng Res 26:193-201
- 43) Kumar, L. , J. A. Weber (1974) Compaction of unsaturated soil by different stress paths. Trans ASAE 17:1064-1069, 1072
- 44) Kurtay, R. , A. R. Reece (1970) Plasticity theory and critical state soil mechanics. J Terramech 7(3 & 4):23-56
- 45) 李基明, 木谷収, 岡本嗣男 (1982) 振動耕うんの自動制御に関する研究 (第2報) . 農機誌 44(3):417-422
- 46) Lorre, J. L. (1983) Histogram deconvolution: An aid to automated classifiers (NOTE). Comput Graphics Image Process 23:334-340
- 47) McMurdie, J. L. (1963) Some characteristics of the soil deformation process. Soil Sci Soc Amer Proc 27:251-254
- 48) 根本俊雄 (1984) 光ファイバセンサ・アイデア学. オーム社
- 49) Nichols, M. L. , I. F. Reed , C. A. Reaves (1958) Soil reaction: to plow share design. Agric Engng 39:336-339
- 50) Nichols, M. L. , C. A. Reaves (1958) Soil reaction: to subsoiling equipment. Agric Engng 39:340-343
- 51) 岡村弘之 (1976) 線形破壊力学入門. 倍風館
- 52) Osborne, A. , G. Kane (1981) OSBORNE 16-BIT MICROPROCESSOR HANDBOOK (The Intel 8086). McGraw-Hill
- 53) Osman, M. S. (1964) The mechanics of soil cutting blades. J Agric Engng Res 9:313-328
- 54) Payne, K. C. J , E. R. Fountaine (1952) A field method of measuring the shear strength of soils. J Soil Sci 3:136-144

- 55) Rao, V. N. M. , J. R. Hammerle (1973) Some viscoelastic properties of Hickory clay - Ottawa sand. J Agric Engng Res 18:253-259
- 56) Roscoe, K. H. , A. N. Schofield , C. P. Worth (1958) On yielding of soils. Geotech 8:22-53
- 57) Roscoe, K. H. , H. B. Poorooshasb (1963) A theoretical and experimental study of strains in tri-axial compression tests on normally consolidated clays. Geotech 13:12-38
- 58) Roscoe, K. H. (1970) The influence of strains in soil mechanics. Geotech 20:129-170
- 59) 坂井純, 柴田安雄, 田口知男 (1976) トラクタ用ロータリ耕うんなた刃の刃縁曲線の設計について. 農機誌 38(2):183-190
- 60) 坂井純, ラム・バン・ハイ, 岩崎浩一, 柴田安雄 (1984) ロータリ耕なたづめの耕うん抵抗特性. 農機誌 46(1):593-598
- 61) 洪沢栄, 川村登 (1981) 深耕ロータリ耕うんに関する研究 (第2報). 農機誌 43(2):181-187
- 62) 洪沢栄, 川村登 (1983) 深耕ロータリ耕うんに関する研究 (第4報). 農機誌 45(1):43-48
- 63) Siemens, J. C. , J. A. Weber , T. H. Thornburn (1965) Mechanics of soil as influenced by model tillage tools. Trans ASAE 8:1-7
- 64) Söhne, W. (1952) Die Verformbarkeit des Ackerbodens. Grdlgn d Landtechn 3:51-59
- 65) Söhne, W. (1953) Druckverteilung im Boden und Bodenverformung unter Schlepperreifen. Grdlgn d Landtechn 5:49-63
- 66) Söhne, W. (1956) Einige Grundlagen für eine Landtechnische Bodenmechanik. Grdlgn d Landtechn 7:11-27
- 67) Söhne, W. (1958) Fundamentals of pressure distribution and soil compaction under tractor tires. Agric Engng 39:276-281, 290

- 68) 土壤物理研究会編 (1979) 土の物理学. 森北出版
- 69) Spoor, G. , R. J. Godwin (1978) An experimental investigation into the deep loosening of soil by rigid tines. J Agric Engng Res 23:243-258
- 70) Sprague, M. A. , G. B. Triplett (1986) No-tillage and surface-tillage agriculture. John Wiley & Sons
- 71) Sprinkle, L. W. , T. D. Langston , J. A. Weber , N. M. Sharon (1970) A similitude study with static and dynamic parameters in an artificial soil. Trans ASAE 13:580-586
- 72) Stafford, J. V. , C. P. Worth (1968) Critical state soil mechanics. McGraw-Hill
- 73) Stafford, J. V. (1981) An application of critical state soil mechanics : The performance of rigid tines. J Agric Engng Res 26:387-401
- 74) Stafford, J. V. (1984) Force prediction models for brittle and flow failure of soil by draught tillage tools. J Agric Engng Res 29:51-60
- 75) 春原亘, 坂井直樹, 高塚清一, 衛藤邦男, 角田公正 (1985) 不耕起栽培の評価 (第1報). 農作業研究 54:37-50
- 76) 田中孝 (1982) 限界状態理論と土-機械系 (資料). 農機誌 45(3):388-393
- 77) Tanner, D. W. (1960) Further work on the relationship between rake angle and the performance of simple cultivation implements. J Agric Engng Res 5:307-315
- 78) Tollner, E. W. , B. P. Verma (1984) Modified cone penetrometer for measuring soil mechanical impedance. Trans ASAE 27(2):331-336
- 79) Towner, G. D. , E. C. Childs (1972) The mechanical strength of unsaturated porous granular material. J Soil Sci 23:481-498
- 80) Vandenberg, G. E. (1966) Triaxial measurements of shearing strain and compaction in unsaturated soil. Trans ASAE 9:460-467

- 81) Wood, R. K. , L. G. Wells (1985) Characterizing soil deformation by direct measurement within the profile. Trans ASAE 28(6):1754-1758
- 82) 山口 柏樹 (1975) 弾・塑性力学. 森北出版
- 83) 米川智司, 木谷収, 岡本嗣男, 三浦恭志郎, 森本国夫, 唐橋需 (1983) 二軸式ディスクプラウに関する研究 (第1報). 農機誌 45(2):183-189

付録1 限界状態理論

土－機械系の力学的研究には、従来の土質力学の考え方が多く応用されてきた。その代表的のものは Coulomb の式である。これは土を剛－塑性破壊を示す摩擦物質とし、それがせん断作用を受けたときの破壊条件に関するもので、構造物の基礎、擁壁あるいは斜面の安定問題に応用されることで発展してきた。したがって、主に破壊時の荷重が考察され、圧縮を受けた土の容積変化や応力－ひずみ関係は重要な要素として取り上げられていない。また、この式の基礎定数である土の内部摩擦角や粘着力は土の空隙の関数としては与えられず、一般に、かなり密な状態での値を用いる。このように、破壊荷重のみによって表わされる考え方を圧縮性の大きい流動的な塑性破壊を示す農業機械の対象である土へ適用することに問題があることが指摘されている。それに対し、限界状態土質力学 (critical state soil mechanics) に関する理論はこれらの点を補う多くの新しいものを含んでおり、作用する応力に対しての土の機械的挙動を空隙変化との関係で予想するもので、耕うん等の農業機械と土との関係における多くの問題に応用できる可能性を持ったものと考えられている。以下にこの限界状態理論 (critical state theory) をについて記す。

付1－1 限界状態曲線と状態境界面

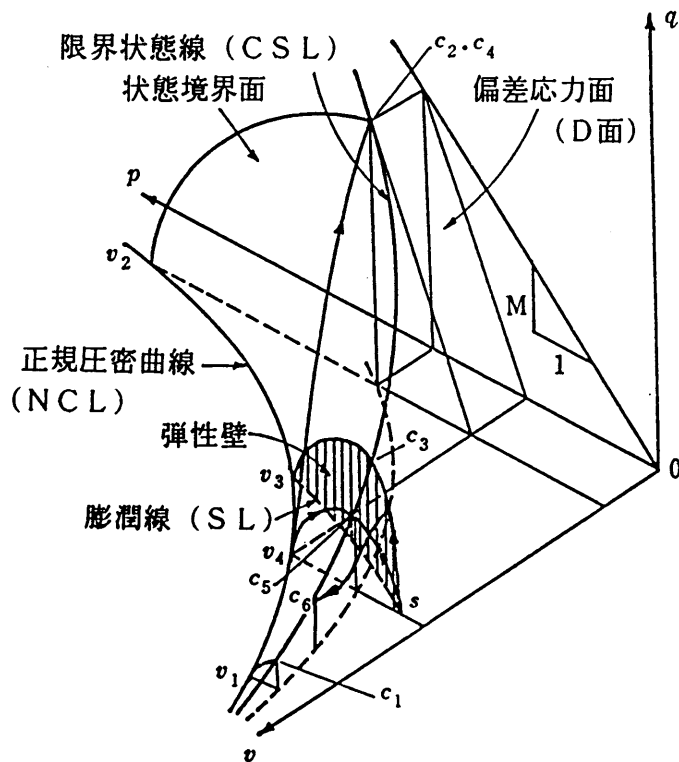
一般に、3次元応力はテンソル量で示され、9個の応力成分が用いられるが、対称のせん断応力を除外することで6個の、また主応力を用いれば3個の応力で表わすことができる。これらによる降伏条件については、von Mises や Tresca 等によって示されたものがあるが、限界状態理論ではこれを少し発展させ、八面体応力の平均垂直応力 σ_{oct} 、せん断応力 τ_{oct} 、の2個の応力を用い

$$p = \sigma_{oct} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (\text{付1-1})$$

$$q = \frac{\sqrt{3} \tau_{oct}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (\text{付1-2})$$

注) 田中孝 (1982) 限界状態理論と土－機械系 (文献76) より引用

で表わされる平均垂直応力 (mean normal stress) p および偏差応力 (deviatoric stress) q 、それに比容積 (specific volume) v を加えた $p-q-v$ 座標による3次元の表現で土の応力-圧縮変形および破壊条件に関する基本的挙動を示したものである。比容積 v は加えられた応力による土の空隙の変化を示すもので空隙比を e とすると $v = (v_s + v_c) / v_s = 1 + e$ (v_s : 固相容積、 v_c : 固相部分以外の孔隙容積) である。



付図1-1 $p-q-v$ 空間における限界状態理論の基本的挙動

付図1-1はこれら p 、 q 、 v の3軸を持つ直角座標で表わされた限界状態理論における状況を示したものである。この関係を簡単な例、たとえば三軸せん断試験のような場合で考えてみる。まず最初、ゆるい土に静水圧を加えたときのようにならば、その状態は $q=0$ であるから $p-v$ 面で表わすことができる。圧力の増加によって、はじめ v_1 の容積をもつ土は正規圧密曲線 (normal consolidation line、NC線) と呼ばれる

る線に沿って v_1, v_2 と圧縮される。この線上の任意点、たとえば v_3 で圧力を減少させると容積は v_3, s の線に沿っていくらか増加し、過圧密となる。この線 v_3, s は膨潤線 (swelling line、S線) と呼ばれる。この線上の状態から再び圧力を増加させると土は膨潤線上を v_3 に達し、それ以後は正規圧密曲線に沿って v_3, v_2 と圧縮変形を受ける。この正規圧密曲線は $\ln(p)-v$ 面上では勾配 λ を持つ直線となり、次の式で示すことができる。

$$v = v_v - \lambda \ln (p / p_v) \quad (\text{付1-3})$$

同じように膨潤線は

$$v = v_v - \kappa \ln (p / p_v) \quad (\text{付1-4})$$

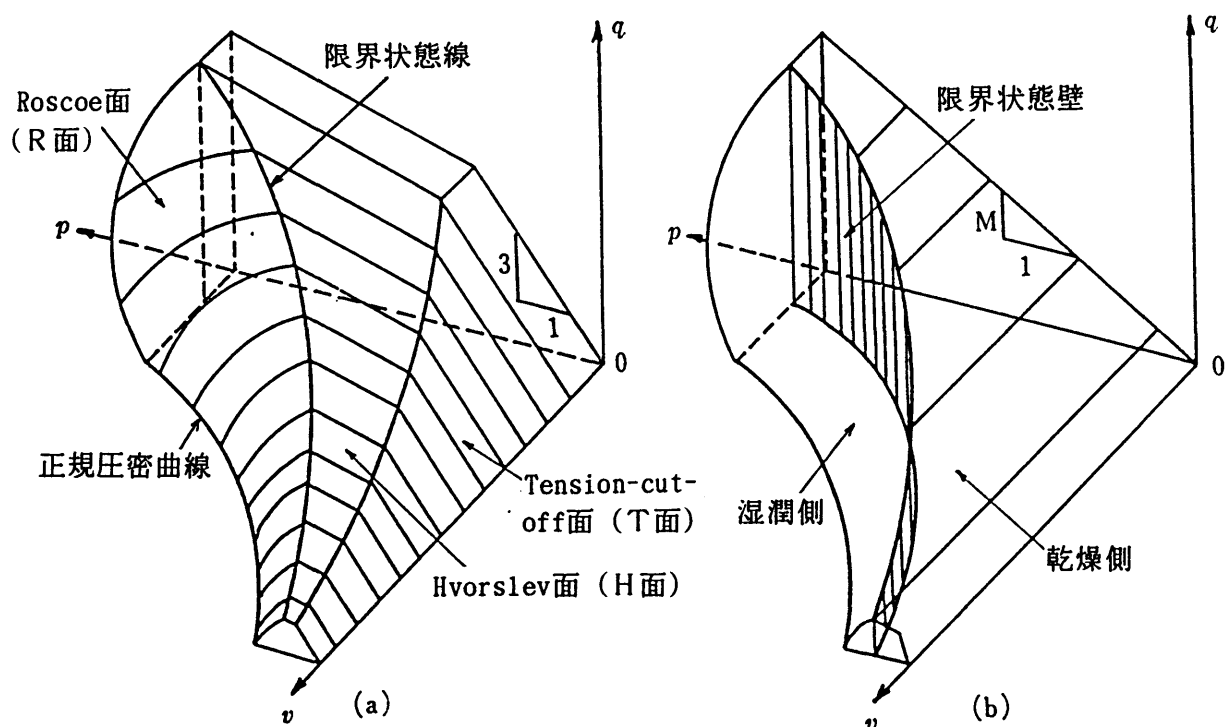
となり、これらの勾配 λ 及び κ は基礎土壌定数 (basic soil constant) と呼ばれる。

いま v_4 の点で三軸試験の軸方向に圧力をかけるとする。この圧力は偏差応力 q の上昇を伴い、土の状態は $v_4 c_4$ となり、ある点で応力は最大になる。この状態が限界状態 (critical state) で、この理論の基礎となっており、一般に変形を受ける土が最終的に達する状態、すなわち到達限界である。それ以後、土は p 、 q 、 v の変化なしで流動し続けることになる。このような操作を正規圧密曲線上の各点で行なえば一つの面ができる。この面を状態境界面 (state boundary surface) と呼び、その端を限界状態点 (critical state point)、それを連さねてできる線を限界状態曲線 (critical state line、CS線) という。この境界面は、Roscoe 面 (R面) といわれる。

多くの実験の結果、限界状態曲線の $p-v$ 面への投影は p 軸が対数尺の時直線となり、初期圧密曲線と平行になる。また、限界状態曲線の $p-q$ 面への投影は原点を通る直線で、その勾配は M で表わされ $q = M p$ となる。また限界状態曲線と座標系の原点の間には、その上端が限界状態曲線で形成される一つの状態境界面がある。これは $p-q$ 面と勾配 H を持つ直線で交わる。Hvorslev 面 (H面) といわれる。したがって、限界状態曲線は R 面と H 面の接合部の不連続線である。

一般に土は引張り応力には抵抗できないと考えられており、この条件は (付1-1) 式および (付1-2) 式より $q = 3 p$ となる。これを座標系に示すともう一つの境界面が得られる。これは v 軸を含み、 $p-q$ 面で 3:1 の勾配を持つ平面となる。Tension-cut-off面 (T面) といわれる。付図1-2に $p-q-v$ 空間における状態境界面の位置を示すが、これらに囲まれた空間を状態空間 (state space) と呼ぶ。すべての応力-比容積の状態変化はこの内部で行なわれる。

与えられた状態空間は付図1-2に示したように限界状態線を含む仮想の垂直壁によって二つに分けることができる。これは限界状態壁 (critical state wall) といわれ、この境界より原点側を乾燥領域 (dry zone, super-critical domain)、また外側を湿潤領域 (wet zone, sub-critical domain) という。湿潤側では土

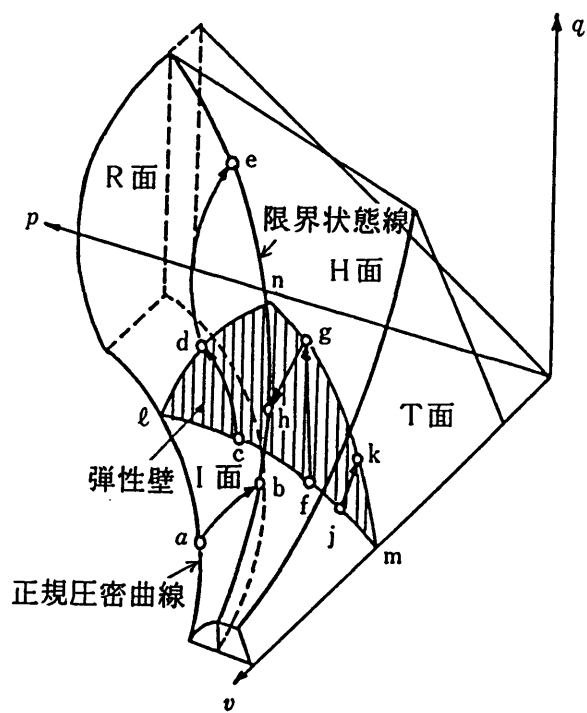


付図 1-2 p - q - v 空間における状態境界面と限界状態壁

は比較的ゆるく、載荷によって圧縮されて強度を増し塑性を示す。容積が減少すると水で満たされた空隙の割合が増し、土は湿ったように見える。また乾燥側は比較的密で載荷によって脆性破壊を生じる。この破壊挙動の区別は土が最初にどちらの側にあるかによるものでなく、載荷状況によって生じる状態経路によって決まる。

付 1-2 状態経路

R 面、H 面、T 面などの状態境界面に囲まれた状態空間は種々の土の状態を示すもので、この内側での p - q - v の可能な状態変化、すなわち軌跡を状態経路 (state path) という。状態経路は状態境界面に囲まれた状態空間内にあり、状態境界面上を移動することはあるが、これを越えて境界面と交わることはない。境界面に達すると永久ひずみである塑性流れが生じるか物理的に降伏する。農業機械による耕うんや圧縮は後者に属する。



付図 1 - 3 I 面からの状態経路

付図 1 - 3 の点 a の状態は正規圧密曲線上にあり、また同時に R 面上にある。したがって、偏差応力 q が大きくなり、土がせん断作用を受けると応力状態は R 面上を移動し b 点で限界状態線に達する。また q_m で示される膨潤線上の点 c はせん断変形中、すなわち、 q の増加によって膨潤線上にたてた弾性変形を示す仮想垂直面上を cd のように変化する。もし、この途中で除荷すると状態は弾性的に点 c に逆戻りするが、点 d で R 面に達すると土は塑性変形を生

じ、湿潤側より限界状態曲線上の点 e に達する。示されるように比容積は Δv だけ減少する。

また乾燥側にある点 f は fg にそって g 点で H 面に達し、H 面上を移動して h 点で限界に達する。比容積は Δv 増加する。また j 点は k 点で T 面に達し、引張り破壊を受けている。しかし、この理論ではその後 T 面を H 面に向かって移動し、限界状態線に向かうことになる。

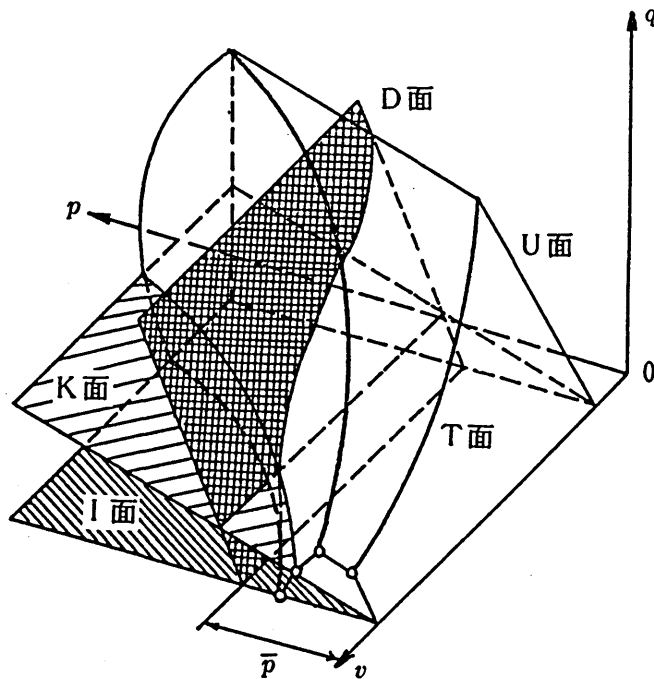
以上のように湿潤側では圧縮され、乾燥側では限界に達するまで膨張し、さらに固く固結した土は容積変化を起こさないで引張り破壊を生じる。

付 1 - 3 応力面

付図 1 - 4 は状態空間内に仮定された種々の状態変化を示す平面である。図中の U 面は非排水応力面 (undrained stress plane) といい、比容積が一定の状態に変化するときの状態経路を含む面で、 $p - q$ 面に平行な垂直面である。

D面は偏差応力面 (deviatoric stress plane) といわれ、一般的なせん断載荷時の状態を表わす面である。中間主応力 σ_2 の最大および最小主応力との関係は比 $m = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$ で示されるが、これを (付1-1)、(付1-2) 式に代入すると p 、 q について

$$q = n (p - \sigma_3), \quad n = \frac{3 \sqrt{m^2 - m + 1}}{m + 1} \quad (\text{付1-5})$$



付図1-4 種々の応力平面

の関係が得られる。この q は $p-q$ 面で n の勾配を持つ直線で、 p 軸との交点の大きさ \bar{p} は σ_3 となる。すなわち、 $q=0$ で $p = \bar{p} = \sigma_3$ である。
 m の定義から、 $\sigma_2 = \sigma_1$ のとき、 $m=1$ 、 $n=1.5$ 、また、 $\sigma_2 = \sigma_3$ のとき、 $m=0$ 、 $n=3$ となるから、線の勾配 n は 1.5 と 3 の間で変化する。一般せん断変形における状態経路は、これらの勾配を持つ二つの限界面の間のどこかに

決まる一つの面上に生じると考えられる。複雑な載荷過程で生じる状態経路、たとえば、耕うんとか滑っている車輪とかに関するものはこの D 面上に存在するといわれる。また、この D 面は原点に

関して決まった位置をもっていない。すなわち、 p の大きさが変化するため平行的に p 軸の方向に移動する。車輪やローラの通過のような垂直方向に一次的に圧力を受ける場合、すなわち、 $\sigma_3 = \sigma_2 = K_0 \sigma_1$ の関係で示される一次元圧縮では、(付1-1)、(付1-2) 式は、

$$q = \frac{3(1-K_0)}{(1+2K_0)} p = \eta p \quad (\text{付1-6})$$

となる。土中の深い点で土の自重のみが考えられるようなときには、 $K_0 = (1 - \sin \phi)$ 、(ϕ :土の内部摩擦角)である。この面を K_0 面という。 $p - v$ 面との交線は原点を通る直線で勾配 η は $\phi = 0$ で0、 $\phi = 30$ で0.75となる。

状態経路が $p - v$ 面上に限定されているとき、すなわち、3主応力が等しく、すべてのまわりから平等に圧縮されているときは、 $q = 0$ でI面 (isotropic compression stress plane) で示される。

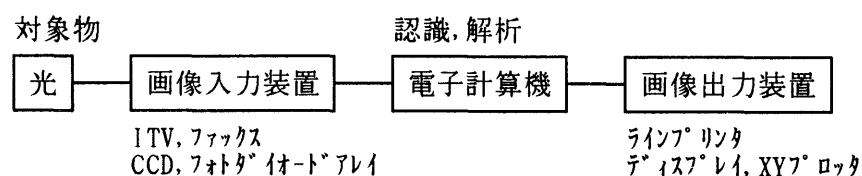
σ_3 および σ_2 が σ_1 に対してある比を保ち、 $\sigma_2 = \sigma_3 = K \sigma_1$ であるようなとき、(付1-6)式の η は、 $\eta = 3(1 - K) / (1 + 2K)$ となり K_0 面とよく似た平面となり、K面と言われる。I面および K_0 面はこの特別な場合で、 $K = 1$ 、 $\eta = 0$ はI面、 $K = K_0$ 、 $\eta = 3 \sin \phi (3 - 2 \sin \phi)$ は K_0 面。さらに $\eta = 3$ はT面となる。限界状態曲線の $p - q$ 面への投影は原点を通る直線で勾配Mを持っているので、 $\eta = M$ のK面は限界状態曲線を含む面である。

付録2 画像処理

付2-1 画像処理の概略

人間が物体を目で見て認識するには、まず対象物からの光が目の水晶体を通り、網膜上の何十万個という光感受性の細胞に当たり、それぞれの細胞の光の応答が神経を通して大脳に伝えられ、総合的に処理して対象物を認識している。

これと同様に、我々が自動的に対象物を認識させようとする場合でも、人間と同様の構成が必要となる。そこでまず必要なのが、人間の目の部分に相当する画像入力装置である。ここで画像入力装置は対象物の様子を電圧の強弱あるいは数値列に変換する働きをする。次にその信号を解析処理し、更に認識し判定を下すのが画像処理システムであり、コンピュータがこの任務を負っている。すなわち、人間の脳の働きを画像処理用の計算機に負わせるわけである。そして最後にコンピュータによって画像処理を行なった結果を判定するのに、計算機出力装置が必要になる。計算機において、結果を記録する方法には大きく分けて二つの方法がある。その一つは結果を長時間保存させておくことが可能な”ハードコピー”と呼ばれるものでライプリンタ、XYプロッタなどである。一方、近年計算機と人間が対話をしながら処理を進めていくときや、いち早く結果を知りたい場合などの一時的な記録方法として”ソフトコピー”といわれるディスプレイ装置がある。これらの関係を表わすと付図2-1のようになる。



付図2-1 画像処理システムの構成

注) 安居院猛, 中嶋正之(1982) コンピュータ画像処理. 産報出版 (文献4)
より引用

付 2－2 画像の表現

画像入力装置は、対象物の明暗の様子を電気信号に変換しデータ化する装置で、光－電気変換素子や、A／D変換器等から構成されている。この画像入力装置により対象物体は、2次元平面上の情報になり、画像処理装置に入力される。そこで付図2－2に示すように、横方向(X)と縦方向(Y)に、ある数で碁盤の目のように区切り、整数の番号を与えて各地区の番地 (X,Y)を指標とする平面上で画像情報を取り扱うことにする。

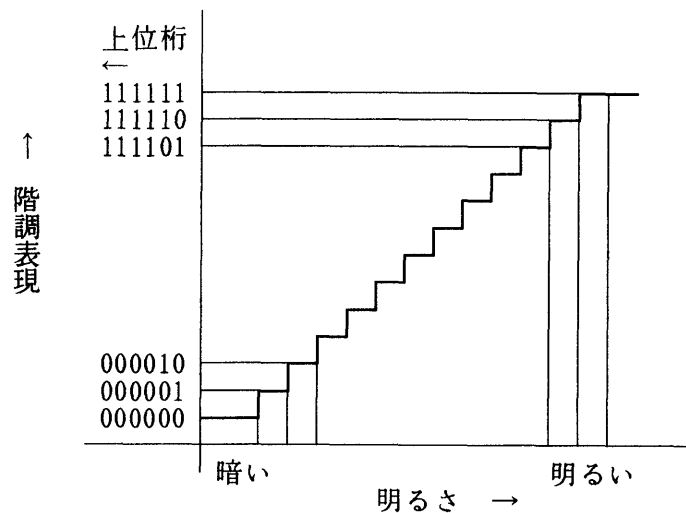
そして対象物の形状は、各碁盤の目の上での明るさ、すなわち輝度として記録され取り扱われる。このとき、各碁盤の目に区切られた小地区のことを画素といい、全画面の大きさを横方向と縦方向の画素数で掛けたものとして表わす。例えば付図2－2では、4×4の画素に分割したことになる。

| | | | | |
|-----|------|------|------|------|
| | → X | | | |
| ↓ Y | 1. 1 | 2. 1 | 3. 1 | 4. 1 |
| | 1. 2 | 2. 2 | 3. 2 | 4. 2 |
| | 1. 3 | 2. 3 | 3. 3 | 4. 3 |
| | 1. 4 | 2. 4 | 3. 4 | 4. 4 |

付図2－2 画像の画素分解

次に濃度についてであるが、各画素ごとに輝度情報として階調表示を行なう。階調とは、受光素子の受け取る光の最も暗い部分から始まって、最も明るい部分までを数段階に分けて各明るさを割り当てて表示することであり階調数は、ビットの単位で示される。このビット表示された明るさ（符号）をもとに計算機は認識や解析を遂行していくことになる。

例えば6 bit で明るさを表現する場合、付図2－3に示すように、最も明るい所を111111で表わし、逆に最も暗いところを000000で表わす。そしてその間を63段階に区切って順次符号割当を行なえばよい。



付図 2-3 画素の階調表現

付 2-3 画像のフィルタ処理

ここでは、2次元画像情報の最も基礎的な処理方法としてフィルタ処理について述べる。

このフィルタ処理は一般的に3つの目的で用いられる。

その第一は、対象とする画像の特徴抽出をするもので、画像の認識識別のためのパラメータの抽出を行なうものである。

また第二は、ノイズ除去を目的として用いられる。これは対象画像を計算機処理のためにデジタル化する際に混入する誤差や、またI TV入力装置自身の持つノイズにより乱される画像のノイズをフィルタにより除去するものである。これは音声などの1次信号などにおいて低域フィルタを通して雑音除去を行なう作業と同様な作業を画像に施すことである。

第三は、第一の目的と関係するが、フィルタにより画像の持つ特徴を鮮明にする、すなわち画像の尖鋭化を行なうために用いる。

そこで、以下代表的な空間フィルタ操作について述べる。この空間フィルタは、画像の空間と同じ空間上で構成されるため、スペクトルフィルタよりも理解しやすくかつプログラミングが容易なので、画像処理には重要なフィルタである。

付 2－3－1 画像の平滑化操作

画像入力のためのビデオ信号などは、高周波の雑音が入混じっていて、画像の情報が正しく求められない場合がある。このようなとき、2次元デジタル画像において、画像の平滑化を行ない雑音を除去する。この操作を原画像上で行なうには、ある点を中心とした正方形または円形視野内の画像濃度の平均値をもとめ、その値を再びその点の濃度とする方法がある。この場合、平滑化操作により元の画像パターンをより忠実に再生することが要求される。

\rightarrow
 i

| | | | |
|--------------|--------------|------------|--------------|
| | $(i-1, j-1)$ | $(i, j-1)$ | $(i+1, j-1)$ |
| \downarrow | $(i-1, j)$ | (i, j) | $(i+1, j)$ |
| j | $(i-1, j+1)$ | $(i, j+1)$ | $(i+1, j+1)$ |

付図 2－4 平滑化操作を施す 3×3 の領域

平滑化操作の最も簡単な方法は付図 2－4 に示すような、ある点(i, j)を中心とした 3×3 の平方領域の各点の濃度の平均値を求めて、平滑化画像の新しい濃度 f(i, j) とする方法で、これを

$$f(i, j) = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (付 2－1)$$

と表わす。この式の 3×3 行列の各要素の値は、付図 2－4 に示す 3×3 画素領域の各点の濃度に与える係数を示しており、この場合全ての点は均等に加算し、その後 9 で割って平均値を求めることを意味している。

また雑音除去用の空間フィルタには、注目する点(i, j)からの距離が増加するのに従い係数を減少させて構成する方法もある。その例を次式に示す。

$$f(i, j) = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (付 2－2)$$

先の式で与えるフィルタが雑音除去と同時に画像のシャープさを失うという欠点をこのフィルタは改善している。付図 2－5 に、(付 2－2) 式で与える空間

フィルタを用いた例を示す。

付2-3-2 画像の尖鋭化

平滑化フィルタ同様に、空間フィルタは画像を鮮明化したり、強調したり、また線や縁の特殊な形状を検出することができる。そこで、画像を尖鋭化する空間フィルタについて述べる。

次に示すのは、ラプラシアンと呼ばれる方法である。これはある点(i, j)を中心として、4つの方向との差分をとる方法で、次式で示す構成となる。

$$f(i, j) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (\text{付2-3})$$

また、8方向すべての差分をとる方法として、次の構成がある。

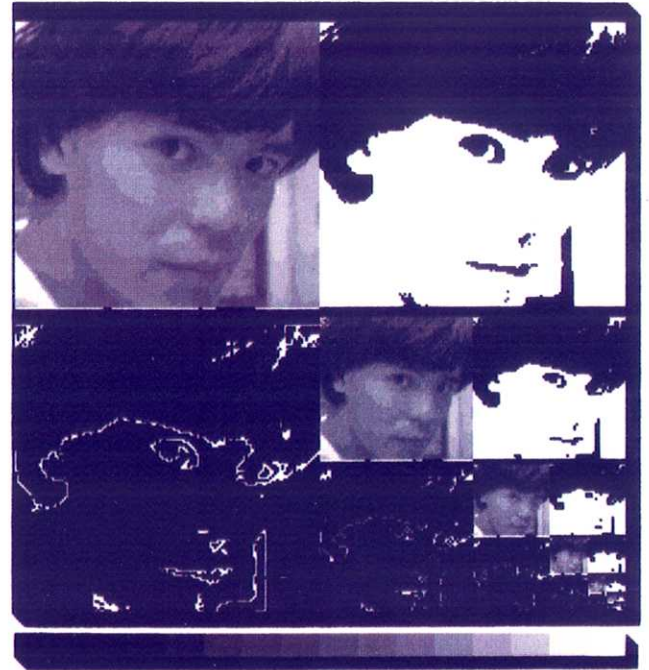
$$f(i, j) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (\text{付2-4})$$

このフィルタは、急激な変化をする部分が抽出され、それ以外の点の濃度は低くなる。ラプラシアンは、一般的に雑音に弱いという欠点があり、雑音を含む画像に対しては用いることができない。付図2-5に、(付2-4)式で与えるラプラシアンを用いた例を示す。

付2-3-3 特殊なフィルタ

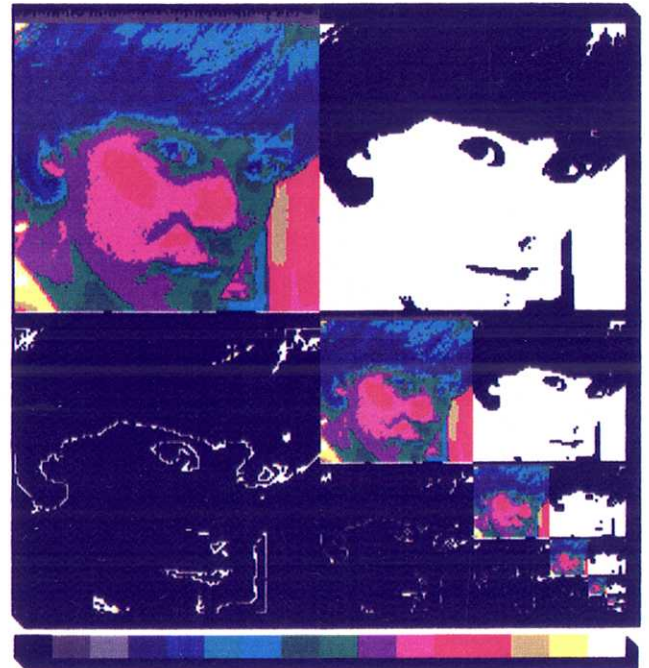
先に述べた雑音消去や尖鋭化の空間フィルタは、積分操作や微分操作に相当する一般的なフィルタである。

その他に、必要な形状のみを強調する空間フィルタがある。これは、テンプレートマッチング操作と同じで、ある形状のテンプレートと対象画像との相関、すなわちマッチングを取り、その相関値を求めることである(付図2-5参照)。



〔左上〕原画像 〔右上〕平滑化(1回処理)
 〔左下〕平滑化(2回処理) 〔右下〕平滑化(3回処理)

〔左上〕原画像 〔右上〕二値化
 〔左下〕ラプラシアン 〔右下〕特殊効果



付図2-5 空間フィルタを用いた画像処理例
 (下はモノクロ画像(上)に着色してある)

付録3 計測ソフトウェア (MIST/CAM) プログラム一覧

| | | | |
|-----------------|------|------------------|--------------|
| *SET_INT_TIMER: | CALL | *SET_8259 | μ PD8259セット |
| | XOR | AX, AX | INT 5 |
| | MOV | BX, AX | 処理アドレス登録 |
| | MOV | DS, AX | |
| | MOV | AX, *MAIN | |
| | MOV | 50[BX], AX | |
| | MOV | 52[BX], CS | |
| | MOV | DX, TIMER_PORT_3 | SNSワード出力 |
| | MOV | AL, FF | |
| | OUT | DX, AL | |
| | XOR | AL, AL | |
| | OUT | DX, AL | |
| | MOV | DX, TIMER_PORT_5 | クロック選択 (1ms) |
| | MOV | AL, 01 | |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *SELECT_CH2 | CH2選択 |
| | MOV | DX, 12D1 | ゲートコントロールセット |
| | MOV | AL, 04 | (T2:0N) |
| | OUT | DX, AL | |
| | IRET | | |
| *SET_8259: | IN | AL, 02 | マスター |
| | AND | AL, 7F | |
| | OUT | 02, AL | |
| | IN | AL, 0A | スレーブ |
| | AND | AL, EF | |
| | OUT | 0A, AL | |
| | MOV | AL, 67 | リセットEOI |
| | OUT | 00, AL | |
| | MOV | AL, 64 | |
| | OUT | 08, AL | |
| | RET | | |

注) 実際のプログラムでは、ラベルやポートは直接アドレス指示してある。
16進数を用いてある。
*WAITルーチンは省略した。

| | | | |
|-------------------|------|------------------|-------------------|
| *SELECT_CH2: | MOV | DX, TIMER_PORT_6 | コントロールワード出力 |
| | MOV | AL, B4 | |
| | OUT | DX, AL | |
| | MOV | DX, TIMER_PORT_4 | タイマカウンタ |
| | MOV | AL, 32 | プリセット値 (50ms) |
| | OUT | DX, AL | |
| | XOR | AL, AL | |
| | OUT | DX, AL | |
| | RET | | |
| <hr/> | | | |
| *RESET_INT_TIMER: | | | |
| | XOR | BX, BX | ゲートコントロール |
| | MOV | DX, TIMER_PORT_1 | リセット |
| | XOR | AL, AL | |
| | OUT | DX, AL | |
| | IN | AL, 0A | 処理アドレスリセット |
| | AND | AL, EF | |
| | OUT | 0A, AL | |
| | MOV | AL, 67 | μ PD8259 マスターリセット |
| | OUT | 00, AL | |
| | MOV | AL, 64 | μ PD8259 スレーブリセット |
| | OUT | 08, AL | |
| | RET | | |
| <hr/> | | | |
| *RESET_SNS: | MOV | AL, 20 | E O I リセット |
| | OUT | 08, AL | |
| | OUT | 00, AL | |
| | MOV | DX, TIMER_PORT_3 | S N S ワードリセット |
| | IN | AL, DX | |
| | OUT | DX, AL | |
| | XOR | AL, AL | |
| | OUT | DX, AL | |
| | RET | | |
| <hr/> | | | |
| *MAIN: | CLI | | 割り込み禁止 |
| | PUSH | AX | レジスタ退避 |
| | PUSH | BX | |
| | PUSH | CX | |
| | PUSH | DX | |
| | PUSH | DS | データセグメント退避 |

| | | | |
|------------|--------|----------------|-------------|
| | CALL | *MAIN_SUB | メインルーチン |
| | POP | DS | データセグメント復帰 |
| | POP | DX | レジスタ復帰 |
| | POP | CX | |
| | POP | BX | |
| | POP | AX | |
| | STI | | 割り込み禁止解除 |
| | IRET | | |
| *MAIN_SUB: | CS:MOV | BX, [0500] | アドレスカウンタセット |
| | CALL | *OUTPUT_1 | チャンネルセレクト 1 |
| | PUSH | BX | A グループ入力 |
| | XOR | CL, CL | (DS:2000) |
| | MOV | DX, A/D_PORT_1 | |
| | MOV | AX, 2000 | |
| | MOV | DS, AX | |
| | CALL | *A/D | |
| | POP | BX | |
| | PUSH | BX | D グループ入力 |
| | XOR | CL, CL | (DS:4400) |
| | MOV | DX, A/D_PORT_2 | |
| | MOV | AX, 4400 | |
| | MOV | DS, AX | |
| | CALL | *A/D | |
| | POP | BX | |
| | CALL | *OUTPUT_2 | チャンネルセレクト 2 |
| | PUSH | BX | B グループ入力 |
| | XOR | CL, CL | (DS:2C00) |
| | MOV | DX, A/D_PORT_1 | |
| | MOV | AX, 2C00 | |
| | MOV | DS, AX | |
| | CALL | *A/D | |
| | POP | BX | |
| | PUSH | BX | E グループ入力 |
| | XOR | CL, CL | (DS:5000) |
| | MOV | DX, A/D_PORT_2 | |
| | MOV | AX, 5000 | |
| | MOV | DS, AX | |
| | CALL | *A/D | |
| | POP | BX | |

| | | | |
|--------------|--------|----------------|----------------|
| | CALL | *OUTPUT_3 | チャンネルセレクト 3 |
| | PUSH | BX | Cグループ入力 |
| | XOR | CL, CL | (DS:3800) |
| | MOV | DX, A/D_PORT_1 | |
| | MOV | AX, 3800 | |
| | MOV | DS, AX | |
| | CALL | *A/D | |
| | POP | BX | |
| | ADD | BX, 0020 | アドレスカウンタアップ |
| | CS:MOV | [0500], BX | (+20) |
| | PUSH | BX | パルスモータカウンタ |
| | CS:MOV | BL, [0502] | セット |
| | INC | BL | |
| | CMP | BL, 0A | カウンタチェック (1/A) |
| | JNE | *MAIN_SUB_1 | |
| | CALL | *PULSE_M | パルスモータ回転 |
| | XOR | BL, BL | カウンタリセット |
| *MAIN_SUB_1: | CS:MOV | [0502], BL | カウンタセット |
| | POP | BX | |
| | CALL | *MONITOR | モニター出力 |
| | CALL | *RESET_SNS | リセットSNSワード |
| | RET | | |
| *A/D: | MOV | AL, 10 | 変換信号作成 |
| | ADD | AL, CL | |
| | OUT | DX, AL | A / D 開始 |
| *A/D_1: | IN | AL, DX | ステータス入力 |
| | AND | AL, 01 | |
| | CMP | AL, 01 | 変換終了 |
| | JE | *A/D_1 | |
| | CALL | DATA_MOVE | データ転送 |
| | INC | CL | チャンネルアップ |
| | CMP | CL, 10 | (16チャンネル) |
| | JL | *A/D | |
| | RET | | |
| *DATA_MOVE: | IN | AX, DX | データ入力 / 加工 |
| | SHR | AX, 1 | (0~FFF→-5~+5) |
| | SHR | AX, 1 | |

| | | | |
|---------------|------|------------------|------------------|
| | SHR | AX, 1 | |
| | SHR | AX, 1 | |
| | CMP | AH, 08 | |
| | JGE | *DATA_MOVE_1 | |
| | ADD | AH, 08 | |
| | JMP | *DATA_MOVE_2 | |
| *DATA_MOVE_1: | SUB | AH, 08 | |
| *DATA_MOVE_2: | PUSH | CX | データ転送 |
| | PUSH | BX | (SEG:DS) |
| | XOR | CH, CH | (OFFSET:BX;CL*2) |
| | ADD | BX, CX | |
| | ADD | BX, CX | |
| | MOV | [BX], AX | |
| | POP | BX | |
| | POP | CX | |
| | RET | | |
| <hr/> | | | |
| *PULSE_M: | CALL | *CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | DX, PULSE_PORT_3 | 定速動作コマンドライト |
| | MOV | AL, 54 | |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | DX, PULSE_PORT_1 | 定速パルスレート |
| | MOV | AL, 2F | |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | DX, PULSE_PORT_1 | 動作パルス数 (下位) |
| | MOV | AL, 31 | |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | DX, PULSE_PORT_1 | 動作パルス数 (中位) |
| | MOV | AL, 00 | |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | DX, PULSE_PORT_1 | 動作パルス数 (上位) |
| | MOV | AL, 00 | |
| | OUT | DX, AL | |
| | RET | | |
| <hr/> | | | |
| *CHECK_IBF: | PUSH | DX | BUSY = 0 |

| | | | |
|---------------|------|-------------------|---------------|
| | MOV | DX, PULSE_PORT_1 | |
| *CHECK_IBF_1: | IN | AL, DX | |
| | TEST | AL, 04 | |
| | JNE | *CHECK_IBF_1 | |
| | TEST | AL, 02 | IBF = 0 |
| | JNE | *CHECK_IBF_1 | |
| | POP | DX | |
| | RET | | |
| *PULSE_INIT: | CALL | *CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | DX, PULSE_PORT_3 | 初期設定コマンド |
| | MOV | AL, 0A | |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | DX, PULSE_PORT_1 | 起動時パルスレート |
| | MOV | AL, C0 | |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | AL, 20 | 高速時パルスレート |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | AL, FF | 加減速パルスレート |
| | OUT | DX, AL | (下位) |
| | CALL | *CHECK_IBF | I B F チェック |
| | MOV | AL, 00 | 加減速パルスレート |
| | OUT | DX, AL | (上位) |
| | IRET | | |
| *OUTPUT_1: | MOV | DX, OUTPUT_PORT_0 | パラレル出力モジュール |
| | XOR | AL, AL | 1 - 0 → O F F |
| | OUT | DX, AL | |
| | INC | DL | パラレル出力モジュール |
| | INC | DL | 1 - 3 → O F F |
| | INC | DL | |
| | OUT | DX, AL | |
| | DEC | DL | パラレル出力モジュール |
| | DEC | DL | 1 - 1 → O N |
| | MOV | AL, FF | |
| | OUT | DX, AL | |
| | INC | DH | パラレル出力モジュール |

| | | | |
|------------|------|-------------------|-------------|
| | OUT | DX, AL | 2 - 1 → ON |
| | DEC | DL | パラレル出力モジュール |
| | MOV | AL, 03 | 2 - 0 → OFF |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *WAIT | 動作安定時間ウェイト |
| | RET | | |
| <hr/> | | | |
| *OUTPUT_2: | MOV | DX, OUTPUT_PORT_1 | パラレル出力モジュール |
| | XOR | AL, AL | 1 - 1 → OFF |
| | OUT | DX, AL | |
| | INC | DH | パラレル出力モジュール |
| | OUT | DX, AL | 2 - 1 → OFF |
| | DEC | DH | パラレル出力モジュール |
| | INC | DL | 1 - 3 → OFF |
| | INC | DL | |
| | OUT | DX, AL | |
| | DEC | DL | パラレル出力モジュール |
| | DEC | DL | 1 - 0 → ON |
| | DEC | DL | |
| | MOV | AL, FF | |
| | OUT | DX, AL | |
| | INC | DH | パラレル出力モジュール |
| | MOV | AL, FC | 2 - 0 → ON |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *WAIT | 動作安定時間ウェイト |
| | RET | | |
| <hr/> | | | |
| *OUTPUT_3: | MOV | DX, OUTPUT_PORT_0 | パラレル出力モジュール |
| | XOR | AL, AL | 1 - 0 → OFF |
| | OUT | DX, AL | |
| | INC | DL | パラレル出力モジュール |
| | OUT | DX, AL | 1 - 1 → OFF |
| | INC | DH | パラレル出力モジュール |
| | OUT | DX, AL | 2 - 1 → OFF |
| | DEC | DL | パラレル出力モジュール |
| | OUT | DX, AL | 2 - 0 → OFF |
| | DEC | DH | パラレル出力モジュール |
| | INC | DL | 1 - 3 → ON |
| | INC | DL | |
| | INC | DL | |

| | | | |
|-----------|--------|------------|---------------------|
| | MOV | AL, FF | |
| | OUT | DX, AL | |
| | CALL | *WAIT | 動作安定時間ウェイト |
| | RET | | |
| *MONITOR: | CS:MOV | AX, [0504] | データカウンタアップ |
| | INC | AX | |
| | CS:MOV | [0504], AX | データカウンタセット |
| | MOV | BX, 2000 | 表示データセグメント |
| | MOV | DS, BX | |
| | DEC | AX | チャンネルセット |
| | MOV | BX, 0020 | |
| | MUL | BX | |
| | CS:ADD | AX, [0506] | |
| | CS:ADD | AX, [0506] | |
| | MOV | BX, AX | |
| | MOV | AX, [BX] | Y座標セット (BX) |
| | SHR | AX, 1 | |
| | SHR | AX, 1 | |
| | SHR | AX, 1 | |
| | SHR | AX, 1 | |
| | MOV | BX, 013B | |
| | SUB | BX, AX | |
| | CALL | *XSET | X座標セット |
| | CALL | *PSET | ポイント表示 |
| | CALL | *MONITOR_2 | モニター表示 2 |
| | RET | | |
| *XSET: | CS:MOV | CX, [0504] | データカウンタチェック |
| | CMP | CX, 0259 | (≤ 259) |
| | JLE | *XSET_1 | |
| | SUB | CX, 0259 | Xセット (≥ 259) |
| | CMP | CX, 0259 | |
| | JLE | *XSET_1 | |
| | MOV | CX, 0259 | |
| *XSET_1: | ADD | CX, 0013 | X座標セット (CX) |
| | RET | | |
| *PSET: | PUSH | SS | スタックセグメント→ |
| | POP | DS | データセグメント |

| | | | |
|-------------|--------|------------|-------------|
| | MOV | AL, 06 | カラーセット |
| | MOV | [0640], AL | |
| *PSET_1: | MOV | [0648], CX | X セット |
| | MOV | [064A], BX | Y セット |
| | MOV | AX, 0001 | 1 ドット |
| | MOV | [064C], AX | |
| | MOV | AX, 1110 | 描画パターンオフセット |
| | MOV | [064E], AX | |
| | MOV | AX, 00FF | 描画パターン |
| | MOV | [1110], AX | |
| | MOV | CH, B0 | 640×400モード |
| | MOV | BX, 0640 | B I O S 発行 |
| | MOV | AH, 45 | |
| | INT | 18 | |
| | XOR | AX, AX | |
| | RET | | |
| *MONITOR_2: | CS:MOV | AX, [0504] | データカウンタアップ |
| | DEC | AX | |
| | CS:MOV | [0504], AX | データカウンタセット |
| | MOV | BX, 2000 | 表示データセグメント |
| | MOV | DS, BX | |
| | MOV | BX, 0020 | チャンネルセット |
| | MUL | BX | |
| | CS:ADD | AX, [0510] | |
| | CS:ADD | AX, [0510] | |
| | MOV | BX, AX | |
| | MOV | AX, [BX] | Y セット (BX) |
| | SHR | AX, 1 | |
| | SHR | AX, 1 | |
| | SHR | AX, 1 | |
| | SHR | AX, 1 | |
| | MOV | BX, 013B | |
| | SUB | BX, AX | |
| | CALL | *XSET | X 座標セット |
| | CALL | *PSET_1 | ポイント表示 1 |
| | RET | | |

付録4 高速フーリエ変換 (FFT)

物理学の問題を解く際、周期 2π の周期関数を三角関数の級数に展開することが必要となってくる。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \quad \text{.....(付-4-1)}$$

の形の式をフーリエ級数という。フーリエ級数とフーリエ変換とは理論的性格は異なるが、多くの実目的に対してその数値計算の中味は違ったものではない。すなわち数値化されたデータについて実際上有限区間のフーリエ級数あるいはフーリエ変換のみが計算され、常にこの有限区間がその関連するフーリエ級数の周期として考えられるからである。高速フーリエ変換の重要性の主な理由の一つは、それが求めるスペクトル密度や相関関数の推定量を与えうるからである。高速フーリエ変換の計算法の基礎を説明する前に、標準的なフーリエ級数解析法を復習しておく。

付4-1 標準的フーリエ級数解析法

定常な標本記録 $x(t)$ は周期 T_p で周期的であり、基本周波数 $f_1 = 1/T_p$ を持ついるとすると、フーリエ級数

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{q=1}^{\infty} (a_q \cos 2\pi q f_1 t + b_q \sin 2\pi q f_1 t) \quad \text{.....(付-4-2)}$$

によって表わされる。ただし、

$$\begin{aligned} a_q &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos 2\pi q f_1 t \, dt \quad q=0, 1, 2, \dots \\ b_q &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin 2\pi q f_1 t \, dt \quad q=0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad \text{.....(付-4-3)}$$

標本記録 $x(t)$ は $T_r = T_p$ すなわちデータの基本周期に等しい有限長さとする。さらにその記録が等間隔に h だけ離れた偶数個の N 点でサンプルされたと仮定する。

注) Bendat, J. S. , A. G. Piersol (1971) Random data: Analysis and measurement procedures. John Wiley & Sons (文献8), [得丸英勝訳 (1976) ランダムデータの統計的处理. 倍風館] より引用

ただし h は十分に高い遮断周波数が得られるように選ぶものとする。記録の原点を零点として、変換されたデータを先に述べたように

$$x_n = x(nh) \quad n=1, 2, \dots, N \quad \text{.....(付-4-4)}$$

で表わす。つぎに、これらの N 個のデータ値を通るような有限項のフーリエ級数を計算する。 $(0, T_p)$ 区間のなかの任意の点に対して

$$x(t) = A_0 + \sum_{q=1}^{N/2} A_q \cos \left(\frac{2\pi q t}{T_p} \right) + \sum_{q=1}^{(N/2)-1} B_q \sin \left(\frac{2\pi q t}{T_p} \right) \quad \text{(付-4-5)}$$

となる。 $T_p = Nh$ なので、特別の点 $t = nh, n=1, 2, \dots, N$ においては

$$x_n = x(nh) = A_0 + \sum_{q=1}^{N/2} A_q \cos \left(\frac{2\pi q n}{N} \right) + \sum_{q=1}^{(N/2)-1} B_q \sin \left(\frac{2\pi q n}{N} \right)$$

となる。係数 A_q および B_q は(付-4-6)

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n = \overline{x} = 0 \quad \text{.....(付-4-7)}$$

$$A_q = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N x_n \cos \frac{2\pi q n}{N} \quad q=1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad \text{.....(付-4-8)}$$

$$A_{N/2} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n \cos \pi n \quad \text{.....(付-4-9)}$$

$$B_q = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N x_n \sin \frac{2\pi q n}{N} \quad q=1, 2, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad \text{.....(付-4-10)}$$

により与えられる。

A_q および B_q を得るための数値計算プログラムはつぎの各段階を含む。

1. 定められた q および n に対して $\theta = 2\pi q n/N$ を計算する。
2. $\cos \theta, \sin \theta$ を計算する。
3. $x_n \cos \theta, x_n \sin \theta$ を計算する。
4. $n=1, 2, \dots, N$ に対して両方の和を累計する。
5. q の値を増して上記の操作を繰り返す。

この過程は全部でほぼ N^2 回の実数の積和演算が必要となる。

時間とコストが N^2 の関数となるため、こうした係数 A_q, B_q を決定するための標準的計算法は大きな N に対してかなりの時間とコストがかかることになる。この標準法の計算時間を大幅に減らすために、高速フーリエ変換 (FFT) 法が考案された。この方法を以下に述べる。

付 4 - 2 高速フーリエ変換

実数値あるいは複素数値の記録 $x(t)$ の無限領域でのフーリエ変換は複素量

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad \text{.....(付-4-11)}$$

によって定義される。先に述べたように、無限の範囲が用いられるとすると、定常不規則過程の代表値である $x(t)$ に対して、理論的にはこの変換 $X(f)$ が存在しない。しかしながら、 $x(t)$ の有限時間間隔内、すなわち区間 $(0, T)$ のなかに制限すれば有限範囲のフーリエ変換は存在し

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad \text{.....(付-4-12)}$$

によって定義される。

つぎに $x(t)$ がそれぞれ h だけ離れた等間隔の N 個の点でサンプルされたとする。ただし h は十分高い遮断周波数となるようにとられている。 $t_0=0$ であり $t_n=nh$ である（ここでは $n=0$ から出発したほうが都合がよい）。したがって式（付-4-4）の代わりに

$$x_n = x(nh) \quad n=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad \text{.....(付-4-13)}$$

とする。任意の f に対して式(付-4-12)の離散値の形は、

$$X(f, T) = h \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp[-j2\pi f nh] \quad \text{.....(付-4-14)}$$

である。通常 $X(f, T)$ の計算に対してとられる離散周波数値は

$$f_k = kf_0 = \frac{k}{T} = \frac{k}{Nh} \quad k=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad \text{.....(付-4-15)}$$

である。これらの周波数において、変換された数値は

$$X_k = \frac{X(f_k, T)}{h} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp \left[-j \frac{2\pi kn}{N} \right] \quad k=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad \text{.....(付-4-16)}$$

によって定義されるフーリエ成分を与える。ただし和記号の前の比例定数が1になるように、 h は $X(f_k, T)$ のなかに含めて扱われている。この結果は $k=N/2$ までの値のみが独立である。こうなる理由はこの点がNyquist遮断周波数だからである。高速フーリエ変換はこの量 X_k を計算するようになされており、また式（付-4-7～10）

の係数 A_q, B_q を計算することができる。

さらに記号を簡単にするために

$$W(u) = \exp \left[-j \frac{2\pi u}{N} \right] \quad \text{.....(付-4-17)}$$

とおく。 $W(N)=1$ であり、あらゆる u および v に対して

$$W(u+v) = W(u)W(v) \quad \text{.....(付-4-18)}$$

となる。また

$$X(k) = X_k, \quad x(n) = x_n \quad \text{.....(付-4-19)}$$

とする。したがって式(付-4-16)は

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n W(kn) \quad k=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad \text{.....(付-4-20)}$$

となる。これらの式によりすべての $X(k)$ を計算するには全部でほぼ N^2 回の複素数の積和計算が必要となる（ただし1回の複素積和＝4回の実数積和）。

FFT法の基礎 高速フーリエ変換法は N をその（1ではない）構成因数に分解して各々の構成因数のなかで少ない項数についてフーリエ変換を行うことが基本となっている。特に N が

$$N = \prod_{i=1}^p r_i = r_1 r_2 \cdots r_p \quad \text{.....(付-4-21)}$$

のように P 個の因数の積になっているとする。ただし r_i はすべて1より大きい整数である。すると以下に説明するように式（付-4-10）の $X(k)$ は反復法により、 P 個の項の和を計算することによって得られる。

$4 r_1^2$ 回の実数演算を必要とするフーリエ変換 (N/r_1) 回

$4 r_2^2$ 回の実数演算を必要とするフーリエ変換 (N/r_2) 回

・

・

・

$4 r_p^2$ 回の実数演算を必要とするフーリエ変換 (N/r_p) 回

したがって全部の実数演算の回数は

$$4 (Nr_1 + Nr_2 + \cdots + Nr_p) = 4 N \sum_{i=1}^p r_i \quad \text{.....(付-4-22)}$$

となる。標準法に対するFFT法全体の速度比は

$$\text{速度比} = \frac{N^2}{4N \sum_{i=1}^p r_i} = \frac{N}{4 \sum_{i=1}^p r_i} \quad \text{.....(付-4-23)}$$

となる。

データ数が2のべき乗の場合の速度比 $N=2^p$ とすると

$$\sum_{i=1}^p r_i = 2p = 2 \log_2 N \quad \text{.....(付-4-24)}$$

である。式(付-4-23)による速度比は

$$\text{速度比} = \frac{N^2}{8Np} = \frac{N}{8p} \quad \text{.....(付-4-25)}$$

である。しかし N が2のべき乗であると $W(kn)$ の値がすべて+1か-1になることに注目すれば、実際には速度の倍加となり

$$\text{速度比} = \frac{N}{4p} \quad \text{.....(付-4-26)}$$

の高いオーダーの速度比が得られる。この結果は内輪の見積と考えられる。というのは一つの記録を二つの部分に分けて、後に付4-4節に示すような計算を行なうことにより、最大限2倍もの速度の改善が行なわれるからである。例として $N=2^8=256$ とすると、式(付-4-26)は $(256/32) \approx 8$ 倍の速度比となる。

一般的手法の誘導 式(付-4-22)に示された結果を導くために式(付-4-20)中の指標 k および n をつぎのように表わす。

$$k = \sum_{v=0}^{p-1} k_v \prod_{i=0}^v r_i \quad \text{ただし } k_v = 0, 1, 2, \dots, r_{v+1}-1 \quad \text{.....(付-4-27)}$$

$$r_0 = 1$$

$$n = \sum_{v=0}^{p-1} n_v \prod_{i=0}^v r_i \quad \text{ただし } n_v = 0, 1, 2, \dots, r_{p-v}-1 \quad \text{.....(付-4-28)}$$

$$r_{p+1} = 1$$

指標 k および n は上に定義された新しい指標 k_v および n_v により置き換えられることに注意する。式(付-4-27, 28)をわかりやすく書き直すと

$$k = k_0 + k_1 r_1 + k_2 r_1 r_2 + \dots + k_{p-1} (r_1 r_2 \dots r_{p-1}) \quad \text{.....(付-4-29)}$$

$$n = n_0 + n_1 r_p + n_2 r_p r_{p-1} + \cdots + n_{p-1} (r_p r_{p-1} \cdots r_2) \quad \text{----- (付-4-30)}$$

ただし

$$\begin{array}{ll} k_0 = 0, 1, 2, \cdots, r_1 - 1 & n_0 = 0, 1, 2, \cdots, r_p - 1 \\ k_1 = 0, 1, 2, \cdots, r_2 - 1 & n_1 = 0, 1, 2, \cdots, r_{p-1} - 1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \quad \text{----- (付-4-31)} \\ \cdot & \cdot \end{array}$$

$$k_{p-1} = 0, 1, 2, \cdots, r_{p-1} \quad n_{p-1} = 0, 1, 2, \cdots, r_1 - 1$$

ただし N は式(付-4-21)によるすべての r の積である。式(付-4-20)は

$$\begin{aligned} X(k) &= X(k_0, k_1, \cdots, k_{p-1}) \\ &= \sum_{n_0=0}^{r_p-1} \sum_{n_1=0}^{r_{p-1}-1} \cdots \sum_{n_{p-2}=0}^{r_2-1} \sum_{n_{p-1}=0}^{r_1-1} x(n_0, n_1, \cdots, n_{p-2}, n_{p-1}) W(kn) \end{aligned} \quad \text{----- (付-4-32)}$$

のように書き換えることができる。ただし、式(付-4-27, 28)であたえられる k について

$$\begin{aligned} W(kn) &= W(k[n_0 + n_1 r_p + \cdots + n_{p-v} (r_p r_{p-1} \cdots r_{v+1}) + \cdots \\ &\quad + n_{p-1} (r_p r_{p-1} \cdots r_2)]) \quad \text{----- (付-4-33)} \end{aligned}$$

である。

したがって式(付-4-33)の中の代表的な項は

$$\begin{aligned} &kn_{p-v} (r_p r_{p-1} \cdots r_{v+1}) \\ &= (k_0 + k_1 r_1 + \cdots + k_{v-1} r_1 r_2 \cdots r_{v-1}) n_{p-v} (r_p r_{p-1} \cdots r_{v+1}) \\ &+ N n_{p-v} (k_v + k_{v+1} r_{v+1} + \cdots + k_{p-1} r_{v+1} r_{v+2} \cdots r_{p-1}) \end{aligned} \quad \text{(付-4-34)}$$

となる。 N の整数倍に対する W の値は 1 になるので $v=1, 2, \cdots, p$ に対して

$$\begin{aligned} &W(kn_{p-v} r_p r_{p-1} \cdots r_{v+1}) \quad \text{----- (付-4-35)} \\ &= W[(k_0 + k_1 r_1 + \cdots + k_{v-1} r_1 r_2 \cdots r_{v-1}) n_{p-v} r_p r_{p-1} \cdots r_{v+1}] \end{aligned}$$

という結果が得られる。

式(付-4-35)はさらに書き直すことができる。 $v=1$ に対して

$$\begin{aligned} W(kn_{p-1} r_p r_{p-1} \cdots r_2) &= W(k_0 n_{p-1} r_{p-1} \cdots r_2) \quad \text{----- (付-4-36)} \\ &= W\left(\frac{k_0 n_{p-1} N}{r_1}\right) = \exp \left[-j \frac{2\pi k_0 n_{p-1}}{r_1}\right] \end{aligned}$$

となる。これは式(付-4-16)および(付-4-20)で示される N 項の級数の代わりに、

r_1 項の級数によって表わされるような $x(n_{p-1})$ のフーリエ変換に必要な指数関数値である。指標 k_0 および n_{p-1} はそれぞれ $0, 1, 2, \dots, r_1-1$ の範囲で変化し、したがってここに含まれる関連する $X(k_0)$ のそれぞれの値を計算するためには全部で r_1^2 回の積和演算を必要とする。 $v=2, 3, \dots, p$ に対して式(付-4-17)を用いて、式(付-4-35)は二つの因数の積となる。

$$W[(k_0 + k_1 r_1 + \dots + k_{v-2} r_1 r_2 \dots r_{v-2}) n_{p-v} r_p r_{p-1} \dots r_{v+1}] \\ \times W(k_{v-1} r_1 r_2 \dots r_{v-1} n_{p-v} r_p r_{p-1} \dots r_{v+1}) \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-37})$$

ここで第2の因数のみが k_{v-1} を含んでいる。この第2の因数は

$$W\left(\frac{k_{v-1} n_{p-v} N}{r_v}\right) = \exp\left[-j \frac{2\pi k_{v-1} n_{p-v}}{r_v}\right] \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-38})$$

という量であつて、 r_v 項の級数によって表わされるような $x(n_{p-v})$ のフーリエ変換に必要な指数関数値である。さらに指標 k_{v-1} および n_{p-v} それぞれ $0, 1, 2, \dots, r_{v-1}$ の範囲で変化する。したがってここに含まれる関連する $X(k_{v-1})$ を計算するためには全部で r_v^2 回の積和演算が必要である。

FFTのアルゴリズム 式(付-4-33)は

$$W(kn) = \prod_{v=1}^p T(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) W\left(\frac{k_{v-1} n_{p-v} N}{r_v}\right) \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-39})$$

となる。ただし

$$T(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) = 1 \quad v=1 \text{ に対して} \\ = W[(k_0 + k_1 r_1 + \dots + k_{v-2} r_1 r_2 \dots r_{v-2}) \\ \times (n_{p-v} r_p r_{p-1} \dots r_{v+1})] \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-40}) \\ v=2, 3, \dots, p \text{ に対して}$$

式(付-4-40)の中の T の項にあたる量は ” 回転因子 ” (Twiddle Factor) と呼ばれている。式(付-4-39)の結果はつぎに式(付-4-32)に代入されなければならない。各項のグループ分けの仕方を変えて

$$X(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) = \sum_{n_0=0}^{r_{p-1}-1} T(k_0, k_1, \dots, k_{p-2}) W\left(\frac{k_{p-1} n_0 N}{r_p}\right) \\ \times \sum_{n_1=0}^{r_{p-1}-1} T_0(k_0, k_1, \dots, k_{p-3}) W\left(\frac{k_{p-2} n_1 N}{r_{p-1}}\right)$$

$$\begin{aligned}
& \times \dots\dots\dots \\
& \times \sum_{n_{p-2}=0}^{r_2-1} T(k_0) W\left(\frac{k_1 n_{p-2} N}{r_2}\right) \\
& \times \sum_{n_{p-1}=0}^{r_1-1} T(n_0, n_1, \dots, n_{p-2}, n_{p-1}) W\left(\frac{k_0 n_{p-1} N}{r_1}\right) \\
& \dots\dots\dots(\text{付-4-41})
\end{aligned}$$

とする。こうして式(付-4-41)に示すような連続した繰り返し手法によって、所望のフーリエ変換が計算される。ここで残された主な問題点は、これらの各段階の解釈である。

式(付-4-41)の最後の最も内側にあたる項の和を考える。

$$\begin{aligned}
& A_1(k_0, k_1, \dots, n_{p-2}) \\
& = \sum_{n_{p-1}=0}^{r_1-1} x(n_0, n_1, \dots, n_{p-2}, n_{p-1}) W\left(\frac{k_1 n_{p-2} N}{r_2}\right) \dots\dots\dots(\text{付-4-42})
\end{aligned}$$

とする。つぎに、 n_0, n_1, \dots, n_{p-2} をそれらの取り得る値に固定しておくとし、式(付-4-42)はそれぞれ r_1^2 回の演算を必要とする全部で N/r_1 個の $x(n_{p-1})$ のフーリエ変換を与える。式(付-4-40)におけるつぎの最も内側の項の和において

$$\begin{aligned}
& A_2(k_0, n_0, n_1, \dots, n_{p-3}) \\
& = \sum_{n_{p-2}=0}^{r_2-1} A_1(k_0, n_0, n_1, \dots, n_{p-2}) T(k_0) W\left(\frac{k_1 n_{p-2} N}{r_2}\right) \\
& \dots\dots\dots(\text{付-4-43})
\end{aligned}$$

とする。ここで、 $k_0, n_0, n_1, \dots, n_{p-3}$ をそれらの取り得る値に固定しておくとし、式(付-4-43)はそれぞれ r_2^2 の演算を必要とする全部で N/r_2 個の $x(n_{p-2})$ のフーリエ変換を与える。このように続けていって v 番目の段階、ただし $v=2, 3, \dots, p-1$ において

$$\begin{aligned}
& A_v(k_0, k_1, \dots, k_{v-1}, n_0, n_1, \dots, n_{p-v-1}) \dots\dots\dots(\text{付-4-44}) \\
& = \sum_{n_{p-v}=0}^{r_{v-1}-1} A_{v-1}(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}, n_0, n_1, \dots, n_{p-v}) T(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) \\
& \qquad \qquad \qquad \times W\left(\frac{k_{v-1} n_{p-v} N}{r_v}\right)
\end{aligned}$$

とする。ここで $k_0, k_1, \dots, k_{v-2}, n_0, n_1, \dots, n_{p-v-1}$ をそれらの取り得る値に固

定しておく、それぞれ r_v^2 回の演算を必要とする全部で N/r_v 個の $x(n_{p-v})$ のフーリエ変換を与える。最後の段階で式(付-4-40)は

$$\begin{aligned} X(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) \\ &= A_p(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) \dots\dots\dots (\text{付-4-45}) \\ &= \sum_{n_0=0}^{r_{p-1}-1} A_{p-1}(k_0, k_1, \dots, k_{p-2}, n_0) T(k_0, k_1, \dots, k_{p-2}) W\left(\frac{k_{p-1} n_0 N}{r_p}\right) \end{aligned}$$

となる。 k_0, k_1, \dots, k_{p-2} をそれらの取り得る値に固定しておく、上式はそれぞれ r_p^2 回の演算を必要とする全部で N/r_p 個の $x(n_0)$ フーリエ変換を与える。

式(付-4-44)の中で導かれている公式は一般の高速フーリエ変換アルゴリズムである。

付3-3 Cooley-tukey法

Cooley-tukey の方法は式(付-4-44)の一般的なアルゴリズムの2進デジタル計算機に適した特殊な場合である。特にデータサンプルが2のべき乗になっている場合、すなわち、

$$N=2^p$$

にあてはまる。必要があればこの条件をみたすようにデータ列に零が付け加えられる。ここでは式(付-4-44)の繰り返し過程は各項がそれぞれ4回の演算を必要とする($N/2$)回のフーリエ変換を含む p 項の和となる。これから全部で $2Np$ 回の複素積和演算を行なうことになる。その広範囲で用いられる重要性のために、この場合に適用される専用の式を書いておくことが望ましい。すなわち先の結果に代入すればいい。式(付-4-27)は

$$k = k_0 + 2k_1 + 2^2 k_2 + \dots + 2^{p-1} k_{p-1} \dots\dots\dots (\text{付-4-46})$$

$$n = n_0 + 2n_1 + 2^2 n_2 + \dots + 2^{p-1} n_{p-1} \dots\dots\dots (\text{付-4-47})$$

となる。ただしそれぞれの k および n は 0 と 1 のみの値をとる。式(付-4-38)は $v=1, 2, \dots, p$ の全てに対して

$$W\left(\frac{k_{v-1} n_{p-v} N}{r_v}\right) = \exp(-j \pi k_{v-1} n_{p-v}) \dots\dots\dots (\text{付-4-48})$$

となり、値として +1 および -1 のみをとる。式(付-4-40)は

$$\begin{aligned}
T(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) &= 1 \quad v=1 \text{ に対して} \\
&= W[(k_0 + 2k_1 + \dots + 2^{v-2}k_{v-2})2^{p-v}n_{p-v}] \\
&\quad v=2, 3, \dots, p \text{ に対して} \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-49})
\end{aligned}$$

となる。この特別な場合、式(付-4-41)のフーリエ変換の繰り返しは公式

$$\begin{aligned}
&X(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) \\
&= \sum_{n_0=0}^1 \sum_{n_1=0}^1 \dots \sum_{n_{p-2}=0}^1 \sum_{n_{p-1}=0}^1 x(n_0, n_1, \dots, n_{p-2}, n_{p-1}) W(kn) \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-50})
\end{aligned}$$

によって表わされる。ただし

$$W(kn) = \prod_{v=1}^p T(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) \exp(-j\pi k_{v-1}n_{p-v}) \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-51})$$

この繰り返しの第一段階は式(付-4-42)から

$$A_1(k_0, n_0, \dots, n_{p-2}) = \sum_{n_{p-1}=0}^1 x(n_0, n_1, \dots, n_{p-2}, n_{p-1}) \exp(-j\pi k_0 n_{p-1}) \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-52})$$

となる。 $v=2, 3, \dots, p$ に対する v 番目の段階は式(付-4-44)から

$$\begin{aligned}
&A_v(k_0, k_1, \dots, k_{v-1}, n_0, n_1, \dots, n_{p-v}) \\
&= \sum_{n_{p-v}=0}^1 A_{v-1}(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}, n_0, n_1, \dots, n_{p-v}) \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-53}) \\
&\quad \times T(k_0, k_1, \dots, k_{v-2}) \exp(-j\pi k_{v-1}n_{p-v})
\end{aligned}$$

となる。この結果は Cooley-tukey 高速フーリエ変換のアルゴリズムと呼ばれる。

この最終段階すなわち式(付-4-45)は

$$\begin{aligned}
&X(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) \\
&= A_p(k_0, k_1, \dots, k_{p-1}) \quad \dots\dots\dots(\text{付-4-54}) \\
&= \sum_{n_0=0}^1 A_{p-1}(k_0, k_1, \dots, k_{p-2}, n_0) T(k_0, k_1, \dots, k_{p-2}) \exp(-j\pi k_{p-1}n_0)
\end{aligned}$$

であり、この特殊な場合の手順は終わる。

付 3 - 4 その他の関連公式

二つの実数記録の一方の記録 $x(n)$ を実数部に、他方の記録 $y(n)$ を虚数部にした複素記録 $z(n)$ を用いることにより両者のフーリエ変換を同時に計算することがで

きる。式の形では

$$z(n) = x(n) + jy(n) \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad \text{.....(付-4-55)}$$

とする。式(付-4-16)による $z(n)$ のフーリエ変換は

$$Z(k) = \sum_{n=0}^{N-1} [x(n) + jy(n)] \exp \left[-j \frac{2\pi kn}{N} \right] \quad \text{.....(付-4-56)}$$

である。これはすでに述べた高速フーリエ変換によって計算される。通常、式(付-4-55)および(付-4-56)において $x(n)$ および $y(n)$ の N 個のデータ点が $1/T$ ずつ離れた N 個の周波数点に変換されるということが仮定される。この場合、Nyquist 遮断周波数は $k = N/2$ で起こるので、 N が偶数とすると独立な結果は $k = 0, 1, \dots, (N/2) - 1$ で得られる。 $X(k)$ および $Y(k)$ を得るため

$$\exp \left[j \frac{2\pi (N-k)}{N} \right] = \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right] \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad \text{.....(付-4-57)}$$

に注目する。どんな n に対しても $\exp[-j2\pi n] = 1$ となるからである。そこで $Z^*(k)$ を $Z(k)$ の共役複素数とすると

$$Z^*(N-k) = \sum_{n=0}^{N-1} [x(n) - jy(n)] \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right] \quad \text{.....(付-4-58)}$$

である。式(付-4-56)および(付-4-58)から

$$Z(k) + Z^*(N-k) = 2 \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right] = 2X(k) \quad \text{.....(付-4-59)}$$

$$Z(k) - Z^*(N-k) = 2j \sum_{n=0}^{N-1} y(n) \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right] = 2jY(k) \quad \text{.....(付-4-60)}$$

という結果が得られる。こうして二つの実数値記録 $x(n)$ および $y(n)$ のフーリエ変換 $X(k)$ および $Y(k)$ は

$$X(k) = \frac{Z(k) + Z^*(N-k)}{2} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad \text{.....(付-4-61)}$$

$$Y(k) = \frac{Z(k) - Z^*(N-k)}{2} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad \text{.....(付-4-62)}$$

から得られる。

逆フーリエ変換 式(付-4-11)の $X(f)$ の逆フーリエ変換は

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j\pi f t} df \quad \text{.....(付-4-63)}$$

である。これから F F T法により計算される式(付-4-16)のフーリエ成分 X_k を用いて離散的な逆フーリエ変換の公式

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \exp \left[j \frac{2\pi k n}{N} \right] \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad \text{.....(付-4-64)}$$

が導かれる。式(付-4-64)の定数 $(1/N)$ は倍率のみであり、ほかに重要な意味を持たない。この逆フーリエ変換は k と n とを取り換え、 $x(n)$ を $W(-kn)$ に置き換えるというだけで先に述べたものと同じ F F T法によって計算することができる。

耕うん時の土壌－機械系の力学的挙動計測法に関する研究

昭和63年 2月

著 者 名

よねかり さとし
米川 智司

総ページ数

223