

# 振動波による架空索の最大張力推定法 に関する理論的解析

助教授 加 藤 誠 平  
文部教官 丸 山 正 和

Seihei KATO and Masakazu MARUYAMA:  
Theoretical Analysis of the Vibration Method Presuming  
the Maximum Tension of a Skyline Cable.

## 目 次

I 緒 言.....	67	VI 負荷索最大張力の理論値.....	74
II 架空索の振動.....	68	VII 拋物線索の公式.....	77
III 架空索(無負荷)の平均張力測定法.....	69	VIII 既設索道に於ける実験例.....	80
IV 負荷索最大張力推定の理論.....	71	引用文献.....	80
V 無負荷索平均張力の理論値.....	71	Résumé.....	80

## I 緒 言

運材・集材用架空索の張力を振動波を利用して測定する方法については、E. CZITARY, Ernst PESTAL 等が研究した<sup>1)</sup>という情報がある。これは單純に懸垂された索(無負荷索)に打撃を与えて振動波を起し、その伝波を測定して索の張力を知ろうとするもので、若しこの方法で相当正確に張力が測れるならば、各種の高価な或は測定操作の繁雜な張力計を用いる方法よりも遙かに実用的価値が大である。索道や集材機の架空索に於て無負荷時の張力が知れば、これに搬器荷重が負荷されたときの最大張力を理論的に推定し得るから、上記張力測定法はこの意味に於て興味深い。無負荷索の張力から負荷索の最大張力を推定することは、精密な設計計算を行わずに作設した索道の主索・曳索或は集材機の親索の安全率<sup>\*</sup>または許容荷重を知ろうとするとき必要なのは勿論、理論的に設計されたものでもその使用に先立つて張力を直接測定することにより安全率を檢定し、或は索の緊張度(索長及び垂下量)を設計の通りに調整する上にも役立つことができる。

著者等は昭和 27 年 6・7 月中 2~3 の既設索道の架空索について振動波による張力測定実験を行つた結果、測定値と理論値が相当よく合致することを認め、同時に伝波速度の測定には CZITARY が示したような毎分の伝波回数を数えることが減衰のため特別の装置を用いない限り困難で、寧ろ伝波の支点間 3~5 回往復に要する時間(秒数)を測定する方法が確實であることも判

\* 現在大多数の林業用索道及び集材機の架空索は精密な計算を行わずに架設され、極めて低い安全率で運転されているので、安全率や許容荷重の檢定を必要とする場合が極めて多い。

明した。要するに振動波法により無負荷索の平均張力を極めて簡単に測定し得ることが明らかになつたので、<sup>\*</sup> 著者等はその実用への途を拡大するために、負荷索の最大張力推定に関する理論的解析を行つた。

架空索の理論には従来垂曲線索理論と拋物線索理論とが行われていて、垂曲線式を展開形で示して高次項を消去すると拋物線式になることから、後者は前者の略算理論とのみ考えられているようである。然し垂曲線索理論を用いても少し複雑な計算部分では展開形にして3次以上の高次項を無視し2次式で演算することが多く、その結果は最初から拋物線索理論によつた場合と殆んど変わらない。林業用架空索のように垂下量の少い扁平線形の場合には既に検討されている通り<sup>2)</sup>、垂曲線と拋物線の差は極めて僅少である。<sup>\*\*</sup> 双曲線函数または逆 GUDERMAN 函数の数値表が三角函数表のように一般に普及していないことも、垂曲線理論の実際への応用を妨げる大きな原因である。鋼索の如き材料で作られた索道や集材機架空索の如き構造物を算定する場合には、応用力学の常道として上記の僅少の差を無視して拋物線索理論を用いる方が正しい行き方であると著者等は考える。従つて最大張力の推定その他必要量の理論値の算出には総て拋物線索理論を採用した。

## II 架空索の振動

相当強く張つて両端を固定した索を叩くか、横に引張つて急に離すかすると、索は振動を起し、この振動波は索の縦の方向に伝播する。索の1端に近い所に振動を与えると、この振動は伝波して他端に至り再び折返してくる。而してこの伝波は振幅が減衰して観察できなくなるまで両支点間を往復する。このような振動は物理学上の弦振動であつて、原振動の他に倍振動を伴うが、後

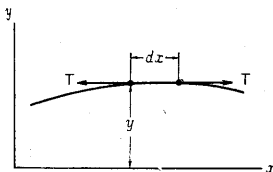


Fig. 1

者の振幅は前者のそれに比べて極めて小さいから、振動を測定する場合には後者は無視することができる。今弦(索)が  $T$  の張力で張られているとき、静止の状態から僅かに ( $T$  の値が変らぬ程度) 変位して、Fig. 1 に示すように弦が  $y=f(x)$  の形をとつたものとし、任意の点に弦の微小長  $dx$  を考える。弦の線密度を  $\rho$  とすれば  $dx$  の質量は  $\rho dx$  である。この点より左の部分が

\* 振動波法による測定値の精度を調べるために張力計による張力の直接測定値との比較実験を行つた結果も極めて良好であつたが、これについては別途報告する予定である。

\*\* 材業用架空索は垂下比 (Sag ratio) が 0.1 に達することが殆んどない。垂下比 (支間中央の垂下量と支間水平距離の比) が 0.1 の場合両曲線の縦距の差は支間距離の 10 万分の 8~36 程度であるから、実際問題としては測定の誤差よりも低次にあるのが普通である。鋼索の材質のむらや荷重及び温度変化による索の伸縮を考慮すればこの程度の計算値の差は殆んど問題にはならない。

\*\*\* Fundamental vibration.

\*\*\*\* Harmonic vibration.

$dx$  に及ぼす力の  $y$  成分は  $-T \frac{\partial y}{\partial x}$  で、同じく右の部分のそれは  $T \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (T \frac{\partial y}{\partial x}) dx$  である。静止の状態から変位するに要した時間を  $t$  とすれば、次の運動の方程式が成立する。

$$\rho dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -T \frac{\partial y}{\partial x} + T \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (T \frac{\partial y}{\partial x}) dx$$

$$\therefore \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \dots\dots\dots (1/II)$$

両端固定の弦では、 $x=0: y=0, x=l: y=0$  の境界条件があるから、この条件を入れて (1/II) の一般式を解けば振動の性質が判る。また振動伝波の速度を  $v$  とすれば

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \dots\dots\dots (2/II)$$

張力測定のためには振動そのものの性質は問題なく、 $T$  と  $v$  の関係を利用すればよいのであるから、(1/II), (2/II) 両式より

$$v^2 = T/\rho \dots\dots\dots (3/II)$$

これは既によく知られた公式である。<sup>3)4)</sup>

### III 架空索（無負荷）の平均張力測定法

Fig. 2 に示すような長さ  $L$  の索をその1端  $A$  に近い  $C$  点で叩くと、その振動は  $C$  から直接他端  $B$  に向う波と、 $A$  で折返して  $B$  に向う波になつて、これが相前後して伝波し、 $B$  で折返して  $C$  に帰り、更に  $A$  で折返して  $B$  に向い、この往復を繰返す。従つて  $C$  点で観察すると通常比較的強い2波と比較的弱い2波が連続して感じられる。このうち比較的強い第2の波が  $L$  の距離を完全に往復した波であるから、測定はこれを

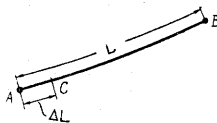


Fig. 2

基準にして行えばよい。 $A \sim C$  の距離  $\Delta L$  が  $L$  に比べて小さければ各波の時間差は無視し得る程度で、一つの波と見做して測定し得る。索を叩く代りに横の方向に引張つて急に離しても同様の振動波が得られる。

今  $A \sim B$  の距離  $L$  m の伝波1往復に要した時間を  $t$  sec, 伝波速度を  $v$  m/sec, 索  $AB$  の平均張力を  $T$  kg とすれば (3/II) 式より

$$T = \rho \cdot v^2 = \rho \cdot \left( \frac{2L}{t} \right)^2 \dots\dots\dots (1/III)$$

索の単位長当り重量を  $p$  kg/m, 重力の加速度を  $g=9.8$  m/sec<sup>2</sup> とすれば、 $\rho = p/g = p/9.8$  であるから

$$T = \frac{p}{9.8} \cdot v^2 = \frac{p}{9.8} \left( \frac{2L}{t} \right)^2 \dots\dots\dots (2/III)$$

よつて  $p$  と  $L$  が既知の索ならば、 $t$  を測りさえすれば平均張力が求められる。林業用索道や集材機の架空線では、 $t$  の値は通常数秒乃至十数秒であるから、 $t$  の測定には秒時計を使用すれば

十分である。概況を知る程度の目的には秒針附懐中時計でも測定が可能である。

$L$  が未知の索ならば  $L$  の代りに  $A \sim B$  の斜距離  $l$  を用いても実用上差支ない。 $A \sim B$  の索長  $L$  は

$$L = l_0 \left( 1 + \frac{8}{3} s^2 + \frac{1}{2} \tan^2 \alpha \right) \dots \dots \dots (3/III)$$

但し  $l_0 = A \sim B$  の水平距離,  $\alpha =$  同傾斜角,  $s = f/l_0 =$  垂下比,  $f =$  垂下量 (支間中央) で与えられるから, これと  $A \sim B$  の斜距離  $l = l_0 / \cos \alpha$  との比をとると

$$\beta = L/l = \left( 1 + \frac{8}{3} s^2 + \frac{1}{2} \tan^2 \alpha \right) \cos \alpha \dots \dots \dots (4/III)$$

この  $\beta$  の値を吟味して見ると第1表の通りであつて,  $\alpha = 0 \sim 30^\circ$ ,  $s = 0.02 \sim 0.08$  の範囲では  $\beta = 1.001 \sim 1.0251$  であり, 最も普通の条件  $\alpha < 20^\circ$ ,  $s < 0.06$  の場合には  $\beta < 1.0110$  であるから  $L$  と  $l$  の差は 1.1% 以下である。 $L$  に  $l$  を代用することによる張力  $T$  の理論上の誤差率は  $\beta^2 - 1$  であつて, 第1表に示す通り  $\alpha < 20^\circ$ ,  $s < 0.06$  ならば  $(\beta^2 - 1) < 2.2\%$  である。

第1表  $\beta = L/l$  と  $T$  の計算誤差  $\beta^2 - 1$  の値

項目	$\alpha$	$s$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
$\beta$	$0 \sim 10^\circ$		1.0011	1.0024	1.0043	1.0067	1.0096	1.0130	1.0170
	15		1.0016	1.0029	1.0047	1.0070	1.0099	1.0132	1.0171
	20		1.0029	1.0042	1.0059	1.0082	1.0110	1.0142	1.0180
	25		1.0058	1.0070	1.0087	1.0109	1.0135	1.0167	1.0203
	30		1.0113	1.0124	1.0141	1.0161	1.0187	1.0217	1.0251
$\beta^2 - 1$	$0 \sim 10^\circ$		0.2%	0.5%	0.9%	1.3%	1.9%	2.6%	3.4%
	15		0.3	0.6	0.9	1.4	2.0	2.7	3.5
	20		0.6	0.8	1.2	1.6	2.2	2.9	3.6
	25		1.2	1.4	1.7	2.2	2.7	3.4	4.1
	30		2.3	2.5	2.8	3.2	3.8	4.4	5.1

精密な測定を欲する場合には (3/III) 式または (4/III) 式と第1表を用いて  $L$  を算出して,

(2/III) 式に適用すればよい。この場合測量により知らねばならぬ値は距離 ( $l_0$  または  $l$ ), 傾斜角 ( $\alpha$ ) 及び垂下比 ( $s$ ) の3者であつて, 距離と傾斜角の測量は比較的容易であるが  $s = f/l_0$  のうち支間中央の垂下量  $f$  の直接測量は相当困難なことが多い。その場合には Fig. 3 に示す如く両支点に於ける索の傾斜角  $\theta_1, \theta_2$  を精密に測定すれば次式により  $s$  を求めることができる。

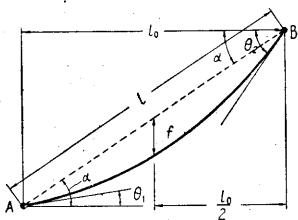


Fig. 3

$$\tan \theta_1 = \tan \alpha - 4s \quad \therefore \quad s = \frac{\tan \alpha - \tan \theta_1}{4} \dots \dots \dots (5/III)$$

$$\tan \theta_2 = \tan \alpha + 4s \quad \therefore s = \frac{\tan \theta_2 - \tan \alpha}{4} \dots\dots\dots (6/\text{III})$$

$\theta_1, \theta_2$  の実際の測定には角測器を用いるよりも、傾斜計を索に当てがって測る方が簡便で且つ正確な結果が得られる。

#### IV 無負荷索最大張力推定の理論

無負荷索平均張力の静力学上の理論値を  $T_{av}$  とし、無負荷索張大最力のそれを  $T_F \max$ 、無負荷索平均張力の振動波による測定値を  $T$ 、無負荷索最大張力の推定値を  $T \max$  とすれば

$$T \max = \frac{T_F \max}{T_{av}} \cdot T \dots\dots\dots (1/\text{IV})$$

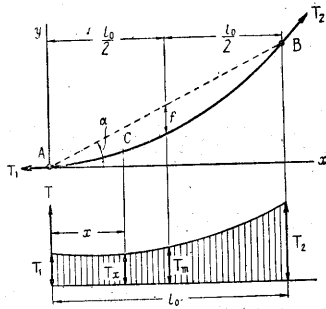
$\gamma = T_F \max / T_{av}$  と置けば

$$T \max = \gamma \cdot T \dots\dots\dots (2/\text{IV})$$

よつて係数  $\gamma$  の値を予め理論的に算出して置けば、振動波による  $T$  の測定値より直ちに負荷時の最大張力を正確に推定することができる。

#### V 無負荷索平均張力の理論値

Fig. 4 に示すような  $A, B$  2 点間に懸垂された無負荷索の任意の点  $C$  に於ける張力  $T_x$  は次式で与えられる。



$$T_x = H \left[ 1 + \left\{ \frac{wl_0 - 2wx}{2H \cos \alpha} + \tan \alpha \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (1/\text{V})$$

但し  $H = wl/8s =$  張力の水平分力,  $wl = pL =$  索の自重,  
 $w = \frac{pL}{l}$ ,  $p =$  索の単位長当り重量,  $L = A \sim B$  の索長,  
 $l = l_0 / \cos \alpha = A \sim B$  の斜距離,  $l_0 = A \sim B$  の水平距離,  
 $s = f/l_0 =$  垂下比,  $f =$  支間中央の垂下量,  $\alpha = AB$  線の傾斜角

Fig. 4

上式を整理すると

$$T_x = A[a + bx + cx^2]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (a)$$

但し  $A, a, b, c$  は常数

の形で示されるから,  $X = a + bx + cx^2$  と置けば

$$\int \sqrt{X} dx = \frac{(2cx + b)\sqrt{X}}{4c} + \frac{1}{2k} \cdot \frac{1}{\sqrt{c}} \log \left( \sqrt{X} + x\sqrt{c} + \frac{b}{2\sqrt{c}} \right) \dots\dots\dots (b)$$

但し  $k = 4c/q, q = 4ac - b^2$

よつて

$$\int T_x dx = A \left\{ \frac{(2cx+b)\sqrt{X}}{4c} + \frac{1}{2k} \cdot \frac{1}{\sqrt{c}} \log(\sqrt{X} + x\sqrt{c} + \frac{b}{2\sqrt{c}}) \right\} \dots (c)$$

然るに A~B の平均張力は  $T_{av} = \int_0^{l_0} T_x dx / l_0$  であるから

$$T_{av} = \frac{A}{l_0} \left[ \frac{(2cx+b)(a+bx+cx^2)^{\frac{1}{2}}}{4c} + \frac{(4ac-b^2)}{8c} \cdot \frac{1}{\sqrt{c}} \log \left\{ (a+bx+cx^2)^{\frac{1}{2}} + x\sqrt{c} + \frac{b}{2\sqrt{c}} \right\} \right]_{l_0} \dots (d)$$

(d) 式を演算すれば  $T_{av}$  の理論値を正確に算定し得るが、式が繁雑で非実用的である。よつて SIMPSON の法則を適用して近似値を求めると

$$T_{av} = \frac{l_0(T_1+4T_m+T_2)}{6l_0} = \frac{1}{6}(T_1+4T_m+T_2) \dots (2/V)$$

但し  $T_1=A$  点に於ける張力,  $T_2=B$  点に於ける張力,  $T_m$ =支間中央に於ける張力

然るに

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{wl}{2} \left[ \frac{1}{16s^2 \cos^2 \alpha} - \frac{\tan \alpha}{2s} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{pL}{8s \cos \alpha} \left[ 1 - \left( \frac{\tan \alpha}{2s} - 1 \right) 16s^2 \cos^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}} \\ T_2 &= \frac{wl}{2} \left[ \frac{1}{16s^2 \cos^2 \alpha} + \frac{\tan \alpha}{2s} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{pL}{8s \cos \alpha} \left[ 1 + \left( \frac{\tan \alpha}{2s} + 1 \right) 16s^2 \cos^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}} \\ T_m &= \frac{wl}{8s \cos \alpha} = \frac{pL}{8s \cos \alpha} \end{aligned} \right\} \dots (3/V)$$

今  $A=8s \cos \alpha$ ,  $B_1 = \left[ 1 - \left( \frac{\tan \alpha}{2s} - 1 \right) 16s^2 \cos^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}}$ ,  $B_2 = \left[ 1 + \left( \frac{\tan \alpha}{2s} + 1 \right) 16s^2 \cos^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}}$ ,

$C = \frac{B_1+B_2+4}{6}$  と置けば  $T_1 = pL \cdot \frac{B_1}{A}$ ,  $T_2 = pL \cdot \frac{B_2}{A}$ ,  $T_m = pL \cdot \frac{1}{A}$  であるから

$$T_{av} = pL \cdot \frac{C}{A} = C \cdot T_m \dots (4/V)$$

$\alpha=0 \sim 30^\circ$ ,  $s=0.02 \sim 0.08$  の範囲に於ける係数  $A$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C$  の値を示せば第 2~5 表の通りである。第 5 表によつて係数  $C$  の値を吟味して見ると,  $C=1.001 \sim 1.017$  の範囲であり, 最も普通な条件  $s < 0.06$  の場合には  $C < 1.009$  である。従つて近似値として  $C=1$  を用いたときの  $T_{av}$  の計算誤差率は概ね 1% 以下である。  $C=1$  の場合には

$$T_{av} = T_m \dots (5/V)$$

となるので, 近似計算には平均張力として  $T_m = \frac{pL}{8s \cos \alpha} = \frac{pL}{A}$  を用いてよいことになる。

第2表 係数  $A=8s \cos \alpha$  の値

$\alpha \backslash s$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.05	0.07	0.08
0°	0.1600	0.2400	0.3200	0.4000	0.4800	0.5600	0.6400
5	0.1594	0.2391	0.3188	0.3985	0.4782	0.5579	0.6376
10	0.1576	0.2364	0.3151	0.3939	0.4727	0.5515	0.6303
15	0.1545	0.2318	0.3091	0.3864	0.4636	0.5409	0.6182
20	0.1504	0.2255	0.3007	0.3759	0.4511	0.5262	0.6014
25	0.1450	0.2175	0.2900	0.3625	0.4350	0.5075	0.5800
30	0.1386	0.2078	0.2771	0.3464	0.4157	0.4850	0.5543

第3表 係数  $B_1 = \left[ 1 - \left( \frac{\tan \alpha}{2s} - 1 \right) 16s^2 \cos^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}}$  の値

$\alpha \backslash s$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0°	1.003	1.007	1.013	1.020	1.028	1.038	1.050
5	0.996	0.997	0.999	1.002	1.008	1.015	1.023
10	0.990	0.986	0.985	0.985	0.987	0.990	0.995
15	0.983	0.977	0.972	0.968	0.966	0.966	0.967
20	0.977	0.967	0.959	0.952	0.947	0.943	0.941
25	0.971	0.959	0.948	0.938	0.929	0.918	0.916
30	0.967	0.952	0.938	0.926	0.914	0.904	0.894

第4表 係数  $B_2 = \left[ 1 + \left( \frac{\tan \alpha}{2s} + 1 \right) 16s^2 \cos^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}}$  の値

$\alpha \backslash s$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0°	1.003	1.007	1.013	1.020	1.028	1.038	1.050
5	1.010	1.017	1.026	1.037	1.048	1.061	1.076
10	1.017	1.027	1.039	1.052	1.067	1.082	1.099
15	1.023	1.036	1.051	1.066	1.083	1.101	1.120
20	1.028	1.044	1.061	1.079	1.098	1.118	1.139
25	1.033	1.050	1.069	1.089	1.109	1.131	1.153
30	1.036	1.056	1.076	1.097	1.118	1.141	1.166

第5表 係数  $C = (B_1 + B_2 + 4)/6$  の値

$\alpha \backslash s$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0°	1.001	1.002	1.004	1.007	1.009	1.013	1.017
5	1.001	1.002	1.004	1.007	1.009	1.013	1.017
10	1.001	1.002	1.004	1.006	1.009	1.012	1.016
15	1.001	1.002	1.004	1.006	1.008	1.011	1.015
20	1.001	1.002	1.004	1.005	1.008	1.010	1.014
25	1.001	1.002	1.003	1.005	1.006	1.008	1.012
30	1.001	1.001	1.002	1.004	1.005	1.008	1.010

### VI 負荷索最大張力の理論値

単一集中荷重  $P$  が負荷された索の最大張力は、荷重が支間のほぼ中央にあるとき上部支点  $B$  に於て生じ、その理論値は次式で与えられる。

$$T_{rmax} = \frac{wl}{2} \left[ \frac{a}{16s^2 \cos^2 \alpha} + b \cdot \frac{\tan \alpha}{2s} + c \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{pL}{8s \cos \alpha} \left[ a + \left( b \frac{\tan \alpha}{2s} + c \right) 16s^2 \cos^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (1/VI)$$

但し  $a = 1 + 3(n + n^2)$ ,  $b = (1 + n) \{1 + 3(n + n^2)\}^{\frac{1}{2}}$ ,  $c = (1 + n)^2$ ,

$n = P/pL = P/wl$ ,  $P =$  荷重,  $pL = wl =$  索の自重,  $w = pL/l$ ,  $p =$  索の単位長当り重量,  $L = A \sim B$  の索長,  $l =$  斜距離,  $s = f/l_0 =$  垂下比,  $l_0 =$  水平距離,  $\alpha = AB$  線の傾斜角

今  $D = \left[ a + \left( b \frac{\tan \alpha}{2s} + c \right) 16s^2 \cos^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}}$  と置けば

$$T_{rmax} = \frac{pL}{8s \cos \alpha} \cdot D = pL \cdot \frac{D}{A} \dots \dots \dots (2/VI)$$

然るに  $T_{av} = CT_m = pL \cdot \frac{C}{A}$  であるから、最大張力の推定値算出に必要な係数  $r$  の値は

$$r = \frac{T_{rmax}}{T_{av}} = \frac{D}{C} \dots \dots \dots (3/VI)$$

$n = 0.25 \sim 5.0$ ,  $\alpha = 0 \sim 30^\circ$ ,  $s = 0.02 \sim 0.08$  の範囲に於ける (1/VI) 式の係数  $a, b, c$  の値, (2/VI) 式の係数  $D$  の値, 及び (3/VI) 式の係数  $r$  の値は第 6~8 表の通りである。第 8 表によれば  $r$  の値に最も大きく影響するものは  $n = P/pL$  の値であることが知れる。

第 6 表 係数  $a, b, c$  の値

$n = P/pL = P/pbl$	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
$a = 1 + 3(n + n^2)$	1.94	3.25	4.94	7.00	9.44	11.25	19.00	27.25	37.00	61.00	91.00
$b = (1 + n) \{1 + 3(n + n^2)\}^{\frac{1}{2}}$	1.74	2.70	3.89	5.30	6.91	8.20	13.08	18.27	24.32	39.00	57.18
$c = (1 + n)^2$	1.56	2.25	3.06	4.00	5.06	6.25	9.00	12.25	16.00	25.00	36.00

第 7 表 係数  $D = \left[ a + \left( b \frac{\tan \alpha}{2s} + c \right) 16s^2 \cos^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}}$  の値

$s$	$\alpha$	$n$										
		0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
0.02	$0^\circ$	1.40	1.81	2.23	2.65	3.08	3.36	4.37	5.22	6.09	7.82	9.55
	5	1.40	1.82	2.24	2.66	3.09	3.38	4.38	5.25	6.11	7.85	9.59
	10	1.41	1.83	2.25	2.68	3.11	3.39	4.40	5.27	6.15	7.89	9.63
	15	1.42	1.84	2.26	2.69	3.12	3.41	4.43	5.30	6.17	7.91	9.67



	20	1.43	1.84	2.27	2.70	3.14	3.42	4.44	5.32	6.20	7.95	9.70
	25	1.44	1.85	2.28	2.71	3.14	3.44	4.46	5.33	6.21	7.97	9.73
	30	1.44	1.86	2.28	2.72	3.15	3.44	4.46	5.35	6.23	7.99	9.75
0.03	0	1.40	1.81	2.23	2.66	3.08	3.36	4.37	5.23	6.10	7.84	9.56
	5	1.41	1.83	2.25	2.68	3.11	3.39	4.40	5.27	6.14	7.89	9.63
	10	1.42	1.84	2.27	2.70	3.13	3.42	4.44	5.31	6.18	7.94	9.67
	15	1.44	1.85	2.28	2.71	3.15	3.44	4.46	5.34	6.22	7.98	9.74
	20	1.45	1.87	2.29	2.73	3.16	3.46	4.48	5.37	6.25	8.02	9.79
	25	1.45	1.88	2.31	2.74	3.18	3.48	4.51	5.39	6.28	8.06	9.83
	30	1.46	1.88	2.32	2.75	3.19	3.49	4.53	5.41	6.30	8.08	9.86
0.04	0	1.41	1.82	2.24	2.66	3.09	3.38	4.38	5.25	6.12	7.85	9.59
	5	1.42	1.84	2.26	2.69	3.12	3.41	4.43	5.30	6.17	7.92	9.67
	10	1.44	1.86	2.29	2.72	3.15	3.45	4.46	5.35	6.22	7.99	9.75
	15	1.46	1.88	2.31	2.74	3.18	3.48	4.51	5.39	6.27	8.04	9.82
	20	1.47	1.89	2.33	2.76	3.21	3.49	4.54	5.42	6.32	8.10	9.88
	25	1.48	1.91	2.34	2.78	3.22	3.52	4.56	5.45	6.35	8.14	9.90
	30	1.49	1.92	2.36	2.79	3.24	3.54	4.58	5.48	6.38	8.18	9.98
0.05	0	1.41	1.83	2.25	2.68	3.10	3.39	4.41	5.26	6.13	7.87	9.61
	5	1.44	1.85	2.28	2.71	3.14	3.44	4.45	5.33	6.20	7.96	9.72
	10	1.46	1.88	2.31	2.74	3.18	3.48	4.51	5.39	6.27	8.04	9.75
	15	1.47	1.90	2.33	2.77	3.21	3.51	4.54	5.43	6.32	8.11	9.90
	20	1.49	1.92	2.35	2.80	3.24	3.54	4.58	5.48	6.38	8.18	9.98
	25	1.50	1.93	2.37	2.82	3.27	3.56	4.62	5.52	6.43	8.23	10.05
	30	1.51	1.94	2.39	2.84	3.29	3.59	4.64	5.55	6.46	8.28	10.10
0.06	0	1.42	1.84	2.26	2.69	3.12	3.41	4.42	5.29	6.16	7.90	9.65
	5	1.45	1.87	2.30	2.73	3.16	3.46	4.48	5.36	6.24	8.01	9.77
	10	1.47	1.90	2.33	2.77	3.21	3.51	4.54	5.42	6.32	8.10	9.88
	15	1.49	1.92	2.36	2.80	3.24	3.55	4.59	5.49	6.39	8.19	9.99
	20	1.51	1.94	2.39	2.83	3.29	3.58	4.64	5.54	6.45	8.26	10.10
	25	1.53	1.96	2.41	2.86	3.30	3.62	4.67	5.59	6.50	8.33	10.15
	30	1.54	1.97	2.42	2.88	3.33	3.63	4.70	5.62	6.54	8.38	10.20
0.07	0	1.44	1.85	2.28	2.70	3.14	3.42	4.44	5.31	6.19	7.94	9.69
	5	1.47	1.89	2.32	2.75	3.19	3.48	4.51	5.39	6.28	8.06	9.83
	10	1.49	1.92	2.35	2.79	3.24	3.54	4.57	5.47	6.36	8.16	9.96
	15	1.52	1.95	2.39	2.83	3.29	3.59	4.64	5.54	6.45	8.26	10.10
	20	1.54	1.97	2.42	2.87	3.32	3.63	4.69	5.60	6.52	8.35	10.15
	25	1.55	1.99	2.44	2.90	3.35	3.66	4.73	5.66	6.58	8.43	10.30
	30	1.57	2.00	2.46	2.92	3.38	3.69	4.76	5.69	6.62	8.48	10.34
0.08	0	1.45	1.87	2.29	2.72	3.16	3.45	4.46	5.34	6.21	7.97	9.73
	5	1.43	1.91	2.34	2.77	3.21	3.51	4.54	5.43	6.32	8.11	9.89
	10	1.51	1.94	2.38	2.82	3.27	3.58	4.62	5.52	6.43	8.23	10.04
	15	1.54	1.97	2.42	2.87	3.32	3.63	4.69	5.59	6.51	8.34	10.18
	20	1.56	2.00	2.45	2.91	3.36	3.67	4.74	5.67	6.60	8.44	10.30

25	1.58	2.02	2.48	2.94	3.41	3.71	4.80	5.73	6.66	8.53	10.39
30	1.59	2.04	2.50	2.96	3.42	3.74	4.83	5.77	6.71	8.58	10.47

第8表  $r$  の値

$s$	$\omega$	$n$										
		0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0
0.02	0°	1.40	1.81	2.23	2.65	3.08	3.36	4.37	5.21	6.08	7.81	9.54
	5	1.40	1.82	2.24	2.66	3.09	3.38	4.38	5.24	6.10	7.84	9.58
	10	1.41	1.83	2.25	2.68	3.11	3.39	4.40	5.26	6.14	7.88	9.62
	15	1.42	1.84	2.26	2.69	3.12	3.41	4.43	5.29	6.16	7.90	9.66
	20	1.43	1.84	2.27	2.70	3.14	3.42	4.44	5.31	6.19	7.94	9.69
	25	1.44	1.85	2.28	2.71	3.14	3.44	4.46	5.32	6.20	7.96	9.72
	30	1.44	1.86	2.28	2.72	3.15	3.44	4.46	5.34	6.22	7.98	9.74
0.03	0	1.40	1.81	2.23	2.65	3.07	3.35	4.36	5.22	6.09	7.82	9.54
	5	1.41	1.83	2.25	2.67	3.10	3.38	4.39	5.26	6.13	7.87	9.61
	10	1.42	1.84	2.27	2.69	3.12	3.41	4.43	5.30	6.17	7.92	9.65
	15	1.44	1.85	2.28	2.70	3.14	3.43	4.45	5.33	6.21	7.96	9.72
	20	1.45	1.87	2.29	2.72	3.15	3.45	4.47	5.36	6.24	8.00	9.77
	25	1.45	1.88	2.31	2.73	3.17	3.47	4.50	5.38	6.27	8.04	9.81
	30	1.46	1.88	2.32	2.75	3.19	3.49	4.53	5.40	6.29	8.07	9.85
0.04	0	1.40	1.81	2.23	2.65	3.08	3.37	4.36	5.23	6.10	7.82	9.55
	5	1.41	1.83	2.25	2.68	3.11	3.40	4.41	5.28	6.15	7.89	9.63
	10	1.43	1.85	2.28	2.71	3.15	3.44	4.44	5.33	6.20	7.96	9.71
	15	1.45	1.37	2.30	2.73	3.17	3.47	4.49	5.37	6.25	8.01	9.78
	20	1.46	1.88	2.32	2.75	3.20	3.48	4.52	5.40	6.30	8.07	9.84
	25	1.48	1.90	2.33	2.77	3.21	3.51	4.55	5.43	6.33	8.12	9.87
	30	1.49	1.92	2.36	2.78	3.23	3.53	4.57	5.47	6.37	8.16	9.96
0.05	0	1.40	1.82	2.23	2.66	3.08	3.37	4.38	5.22	6.09	7.82	9.54
	5	1.43	1.84	2.26	2.69	3.12	3.42	4.42	5.29	6.16	7.90	9.65
	10	1.45	1.87	2.29	2.72	3.16	3.46	4.48	5.36	6.23	7.99	9.69
	15	1.46	1.89	2.32	2.75	3.19	3.49	4.51	5.40	6.28	8.06	9.85
	20	1.48	1.91	2.34	2.79	3.22	3.52	4.56	5.45	6.35	8.14	9.93
	25	1.49	1.92	2.36	2.81	3.25	3.54	4.60	5.49	6.40	8.19	10.00
	30	1.50	1.93	2.38	2.83	3.28	3.53	4.62	5.53	6.44	8.25	10.06
0.06	0	1.41	1.82	2.24	2.67	3.09	3.38	4.38	5.24	6.11	7.83	9.56
	5	1.44	1.85	2.28	2.71	3.13	3.43	4.44	5.31	6.19	7.92	9.68
	10	1.46	1.88	2.31	2.75	3.18	3.48	4.50	5.37	6.27	8.03	9.79
	15	1.48	1.90	2.34	2.78	3.21	3.52	4.55	5.45	6.34	8.13	9.91
	20	1.50	1.92	2.37	2.81	3.26	3.55	4.60	5.50	6.40	8.19	10.02
	25	1.52	1.95	2.40	2.84	3.28	3.60	4.64	5.56	6.46	8.28	10.09
	30	1.53	1.96	2.41	2.87	3.31	3.61	4.68	5.59	6.51	8.34	10.15
	0	1.42	1.83	2.25	2.67	3.10	3.38	4.38	5.24	6.10	7.84	9.57
	5	1.45	1.87	2.29	2.72	3.15	3.44	4.45	5.32	6.19	7.96	9.70

0.07	10	1.47	1.90	2.32	2.76	3.20	3.50	4.52	5.41	6.28	8.06	9.84
	15	1.50	1.93	2.36	2.80	3.25	3.55	4.59	5.48	6.38	8.17	9.99
	20	1.52	1.95	2.40	2.84	3.29	3.59	4.64	5.54	6.46	8.27	10.05
	25	1.54	1.97	2.42	2.88	3.32	3.63	4.69	5.62	6.53	8.36	10.22
	30	1.56	1.98	2.44	2.90	3.35	3.66	4.72	5.65	6.57	8.41	10.26
0.08	0	1.43	1.84	2.25	2.67	3.11	3.39	4.39	5.25	6.11	7.84	9.57
	5	1.46	1.88	2.30	2.72	3.16	3.45	4.46	5.34	6.21	7.97	9.72
	10	1.49	1.91	2.34	2.78	3.22	3.52	4.55	5.43	6.33	8.10	9.88
	15	1.52	1.94	2.38	2.83	3.27	3.58	4.62	5.51	6.41	8.22	10.03
	20	1.54	1.97	2.42	2.87	3.31	3.62	4.67	5.59	6.51	8.32	10.16
	25	1.56	2.00	2.45	2.91	3.37	3.67	4.74	5.67	6.58	8.43	10.27
	30	1.57	2.02	2.48	2.93	3.39	3.70	4.78	5.71	6.64	8.50	10.37

## Ⅶ 拋物線索の公式

(3/Ⅲ) 式以下 (3/Ⅵ) 式に至る拋物線索の諸式は著者の 1 人加藤が静力学的に解析誘導し、且つ索道の設計にその使用を提示した理論式<sup>5)</sup>に出発して、これを実際の演算に便利な形に変形したものであつて、基本公式及び諸符号を摘録すれば次の通りである。(Fig. 5, Fig. 6 参照)

### A 無負荷索 (両端固定)

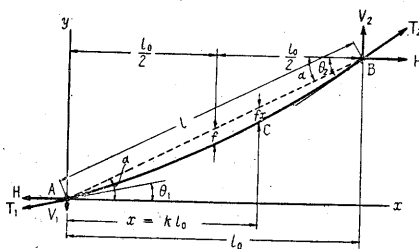


Fig. 5

A: 下部支点, B: 上部支点,

$l_0$ : 水平距離,  $l = l_0 / \cos \alpha$ : 斜距離,  $\alpha$ : 傾斜角,

$s = f / l_0$ : 垂下比,  $f$ : 支間中央に於ける垂下量,

$x = kl_0$ : A より任意の点 C までの水平距離,

$k$ : 水平距離の係数,  $f_x$ : 任意の点の垂下量,

$\theta$ : 任意の点に於ける索の傾斜角,  $\theta_1$ : A 点に於ける

傾斜角,  $\theta_2$ : B 点に於ける傾斜角,  $\theta_m$ : 支間中央に

於ける傾斜角,  $L$ : A~B の索長 (曲線長),  $T_x$ : 任意の点に於ける索の張力,

$T_1$ : A 点の張力,  $T_2$ : B 点の張力,  $T_{max}$ : 最大張力,  $H$ : 張力の水平分力,

$V$ : 張力の垂直分力,  $p$ : 索の単位長当り量重,  $pL$ : 索の自重,  $w = pL/l$ : AB 線に沿う等分布荷量に換算した単位長当り索重量

#### (1) 索曲線の方程式

$$y = x \tan \alpha - f_x, \quad f_x = 4s \cdot \frac{x(l_0 - x)}{l_0}$$

#### (2) 任意の点の垂下量

\* 5) に記載した各種公式は既に各地の索道設計に使用されていて、これにより設計作設した索道について実測の結果理論値と実測値がよく合致することが一応証明されている。

$$f_x = m \cdot f, \quad m = 4(k - k^2), \quad k = x/l_0$$

## (3) 索の傾斜

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} = \tan \alpha - 4s(1 - 2k),$$

$$\tan \theta_1 = \tan \alpha - 4s,$$

$$\tan \theta_2 = \tan \alpha + 4s, \quad \tan \theta_m = \tan \alpha$$

## (4) 索長 (曲線長)

$$L = l_0 \left( 1 + \frac{8}{3}s^2 + \frac{1}{2} \tan^2 \alpha \right), \quad L = \beta \cdot l, \quad \beta = \left( 1 + \frac{8}{3}s^2 + \frac{1}{2} \tan^2 \alpha \right) \cos \alpha$$

## (5) 索の張力

$$T_1 = \frac{wl}{2} \left[ \frac{1}{16s^2 \cos^2 \alpha} - \frac{\tan \alpha}{2s} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{pL}{2} \left[ \frac{1}{16s^2 \cos^2 \alpha} - \frac{\tan \alpha}{2s} + 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$T_2 = T_{max} = \frac{wl}{2} \left[ \frac{1}{16s^2 \cos^2 \alpha} + \frac{\tan \alpha}{2s} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{pL}{2} \left[ \frac{1}{16s^2 \cos^2 \alpha} + \frac{\tan \alpha}{2s} + 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$T_m = H / \cos \alpha = \frac{wl}{8s \cos \alpha} = \frac{wl}{8s \cos \alpha}$$

$$H = \frac{wl}{8s} = \frac{pL}{8s}, \quad V = H \tan \theta$$

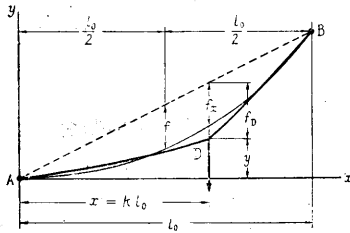
**B 単一集中荷重負荷索 (両端固定, 伸縮無視\*)**

Fig. 6

$P$ : 単一集中荷重,  $n = P/wl = P/pL$ : 荷重比 (荷重と索の自重の比)

$x = kl_0$ :  $A$  より荷重作用点  $D$  までの水平距離,  $k$ : 係数

$f_D$ : 負荷時に於ける荷重作用点  $D$  の垂下量

$T_{I max}$ : 負荷時に於ける索の最大張力

その他の符号:  $A$  の場合と同じ

## (1) 荷重作用点の軌跡方程式

$$y = x \tan \alpha - f_D, \quad f_D = \frac{4f(1+2n)(k-k^2)}{[1+12(n+n^2)(k-k^2)]^{\frac{1}{2}}}$$

## (2) 荷重作用点の垂下量

$$f_D = r \cdot f_x, \quad r = \frac{1+2n}{[1+12(n+n^2)(k-k^2)]^{\frac{1}{2}}}$$

## (3) 索の最大張力

$$T_{I max} = T_{F2(k=0.5)} = \frac{wl}{2} \left[ \frac{a}{16s^2 \cos^2 \alpha} + b \cdot \frac{\tan \alpha}{2s} + c \right]^{\frac{1}{2}}$$

\* 索長が大で張力が必要な場合には索の伸縮と両端の変位を考慮する必要がある。温度変化による伸縮及び弾性伸長の影響は 2) に記されている。無負荷索が伸縮変位したのとして負荷索への影響を考えればよい。

第9表 振動波法による実測値と理論値の比較

番号	No. 1		No. 2		No. 3	
	所	所	所	所	所	所
測定	東京都西多摩郡氷川町海沢地内 氷川森林組合索道(第2支間) (昭27.6.)	東京都西多摩郡氷川町日原地内 個人経営索道(単支間) (昭27.6.)	岐阜県益田郡小坂町地内 若柄国有林 小坂宮林業索道(単支間) (昭27.7.)			
使用鋼索	主 7×6 ラング燃中心麻入 24 mm 2.13 kg/m 27.36 t	主 7×6 普通燃中心麻入 12 mm 0.53 kg/m 6.34 t	主 7×6 ラング燃中心麻入 26 mm 2.50 kg/m 31.61 t			
測定支間諸元	種類 別 構造 直径 重量 $P$ 破断強度 (JIS2級×80%) $S$	傾角 $\alpha$ 水平距離 $l_0$ 斜距離 $L$ 傾下の比 $\theta_1$ $s$	傾角 $\alpha$ 水平距離 $l_0$ 斜距離 $L$ 傾下の比 $\theta_1$ $s$			
振動波法による測定値	振動波/往復時間 振動波/復原速度 平均張力 (無負荷時)	復原時間 $t_1$ 復原速度 $v=2L/t$ 張力 $T=lv^2/9.8$	復原時間 $t_1$ 復原速度 $v=2L/t$ 張力 $T=lv^2/9.8$			
	理論値	自重係数 $A$ 自重係数 $C$ 平均張力 $T_{av}=bL \times C/A$	自重係数 $A$ 自重係数 $C$ 平均張力 $T_{av}=bL \times C/A$			
誤差	率 $(T-T_{av})/T_{av}$	率 $(T-T_{av})/T_{av}$	率 $(T-T_{av})/T_{av}$			
荷重	常用荷重 最大張力 $T_{max}=rT$	常用荷重 最大張力 $T_{max}=rT$	常用荷重 最大張力 $T_{max}=rT$			
最大張力 (負荷時)	理論値	理論値	理論値			
	率	率	率			
安全	率	率	率			

$$= \frac{pL}{2} \left[ \frac{a}{16s^2 \cos^2 \alpha} + b \cdot \frac{\tan \alpha}{2s} + c \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$a = 1 + 3(n + n^2), \quad b = (1 + n)[1 + 3(n + n^2)]^{\frac{1}{2}}, \quad c = (1 + n)^2$$

### VIII 既設索道に於ける実験例

著者等が実際の既設索道の架空索について行つた振動波実験の中から、測定した支間の諸元数値が比較的確實なものを選んで、諸元及び平均張力測定値と理論値との比較を示せば第9表の通りであつて、誤差率は0.6~2.7%程度を示している。誤差がこの程度ならば十分実用に供し得るので、同じ索道について負荷時最大張力推定値を算出して理論値との比較を示した。尚鋼索の破断強度を想定して算出した安全率も附記したが、この例によつて見ても実際の林業用索道は相当低い安全率で運用されていることが知れる。即ち常用荷重に対して概ね2.5~3.0程度の安全率であるから、偶々遭遇するであろう最大荷重に対しては安全率が2以下になることも十分想像される。従つて振動波測定によつてこれを検定し、最大許容荷重を規制することは必要且つ極めて有意義である。

### 引用文献

- 1) 農林省林野庁国有林課：ウィツセン集材機資料 No. 11, 昭 27.
- 2) 加藤 誠平：パラボリックケーブルの静力学的性質 林学会雑誌第 12 卷 第 10 号, 昭 5.
- 3) 坪井 忠二：振動論 pp. 365~367, 昭 17.
- 4) 妹沢 克惟：振動学 pp. 105~106, 昭 24.
- 5) 加藤 誠平：林業土木学 pp. 213~223, 昭 26.

### Résumé

It is an important procedure to presume the maximum tension of a skyline-wirerope on which any load is applied, especially in the case of determining the factor of safety and the allowable maximum load of an aerial cableway or a skidding skyline used for logging operation. The authors investigated the vibration method of measuring cable-tension by some field experiments, and theoretically analysed the existing relations between the tension of an unloaded cable and that of the same cable on which a load is applied. A brief summary of the results is noted as follows.

(1) The tension ( $T$ ) of a skyline cable, unloaded, is given by the formula (2/III), when the propagating velocity ( $v$ ) of the vibration-wave of the cable is

measured directly. The measurement of  $v$  may be practically performed by a stop-watch with sufficient accuracy.

(2) The ratio ( $\gamma$ ) of the maximum tension ( $T_{max}$ ) of a skyline cable, with any single concentrated load ( $P$ ) applied on it, to the average tension ( $T_{av}$ ) of the same cable with no load is theoretically given by the simplified conventional formulas ( $4/V$ ), ( $1/VI$ ) and ( $3/VI$ ), which were derived by the theory of the parabolic cable.

(3) Then, the maximum tension ( $T_{max}$ ) of a loaded cable can be presumed by the value of the tension ( $T$ ), measured by the vibration method with no load, multiplied by a certain coefficient ( $\gamma$ ), as shown in the formula ( $2/IV$ ).

(4) The numerical values of the coefficient ( $\gamma$ ) are compiled in Table 8 for various probable values of  $s$ ,  $\alpha$  and  $n$ ; denoting  $s$  for the sag ratio of the span center of the unloaded cable,  $\alpha$  for inclination degrees of the straight line connecting lower and upper supports of the cable, and  $n$  for the load ratio (the ratio of the applied load, including weight of the carriage, to the own weight of the cable between the both supports). Table 8 and other supplementary tables (Table 1-7) may be practically utilized for presuming the maximum tension of any skyline cable.