

簡易曲げヤング係数測定装置に就いて*

助 教 授 北 原 覺 一

Kakuichi KITAHARA :

On a Simple Testing Apparatus of Young's Modulus in Bening

目 次

I 緒 言.....	153	IV 結 語.....	157
II 理 論.....	153	Résumé.....	157
III 実験結果.....	156		

I 緒 言

曲げヤング係数を測定する場合に、撓み測定の精度から云えば撓みの大きい処で測定を行う方が好都合であるが、撓みが余り大きくなれば荷重と撓みとは直線関係になくなり、従つて撓みの小さい範囲で測定を行わねばならない。従つて撓み測定器具の精度が高いことが要求されて来る。現在はカセットメーターによるダイヤルゲージ等によつてゐるが、前者は相当の設備費を要し、後者は試験片が小さく荷重の小さい場合にはダイヤルゲージのスプリングが撓みに影響して来、又各試験片について s-s diagram を描かねばならない等不都合な点がある。工場現場等で製品の抜取検査をする場合には相当数の試験片を取扱わねばならず、従つて簡易な測定装置があれば好都合と思ひ、一つの装置を考案して見た。

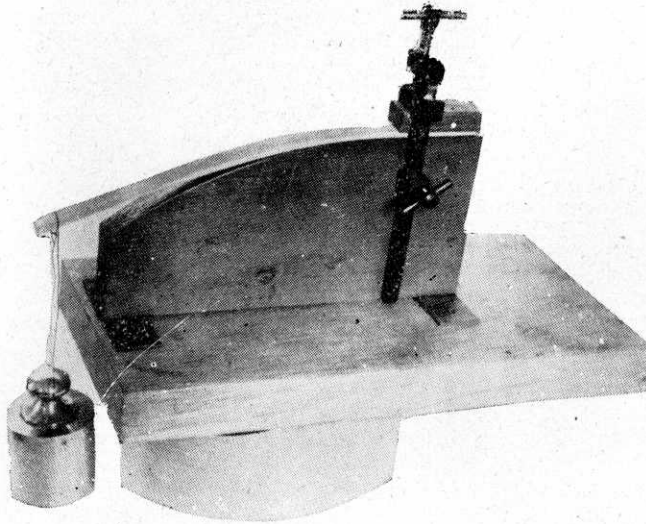
II 理 論

試験装置の全体の図は第1図に示す通りの極めて簡単なものである。この原理を図示すれば第2図の如くである。即ち AB は片持梁であり、これが試験片である。 $EADC$ が本装置である。 EA は水平なる平面であり、 ADC は半径 $R=200$ mm の鉄製の円弧であつて、 EA は A に於てこの円弧に切する。今 B 点に荷重 P を作用せしめたとき試験片 AB は ADB' のよになつたとする。即ち AD 部分に於て試験片は円弧に捲き付けられ、 D 点に於て円弧から離れ、それ以後は弾性曲線となる。弾性曲線の曲率半径を ρ 、 AB の長さを l 、 DB の長さを x 、荷重 P による曲げモーメントを M 、曲げヤング係数を E 、慣性能率を I とすれば

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{Pl}{EI}$$

* 東京大学農学部木材々科学教室業績第 87 号

Fig. 1 The apparatus



となる。

今若し $\rho > R$ であれば片持梁である試験片は単に A 点に於てのみ円弧に切ることであるから、この場合の撓み y は次の式によつて与えられる。

$$y = \frac{PI^3}{3EI}$$

次に $\rho = R$ なる場合は A 点以外に於て円弧に切り始める限界である。この時の限界荷重 P_1 は次の式によつて与えられる。

$$P_1 = \frac{EI}{Rl}$$

更に $P > P_1$ の場合は試験片の一部 AD が第 2 図の状態になる。試験片の巾を b 、高さを h とすれば

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R} = \frac{Px}{EI}$$

$$\therefore x = \frac{EI}{PR} = \frac{Ebh^3}{12PR}$$

$$\therefore E = \frac{12PRx}{bh^3}$$

故に x を測定すれば E は計算出来る。然るに x の長さは試験片の長さ、 R 及び P の値を適当に選定しさえすれば 100 mm 以上にすることは極めて容易である。故に x の長さを mm の精度で、即ち普通の物指しでもつて測定すれば、上式中の他の諸因子の精度さえ十分ならば E の精度は約 1% にすることが出来る。

尙この際片持梁 DB の撓み y_1 は次の式によつて与えられる。

$$y_1 = \frac{Px^3}{3EI} = \frac{E^2 I^2}{3P^2 R^3}$$

D 点より A 点に於ける切線への距離 y_2 は次の如くして求められる。

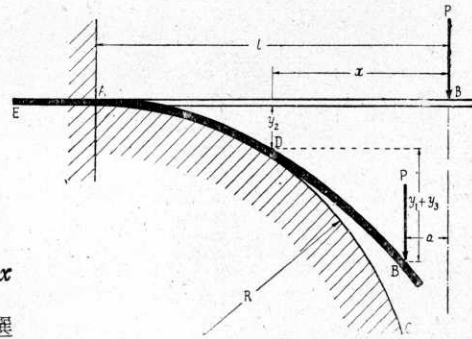
$$(2R - y_2)y_2 = AD^2$$

$$\therefore 2Ry_2 = AD^2$$

$$\therefore y_2 = \frac{AD^2}{2R} = \frac{(l-x)^2}{2R} = \frac{1}{2R} \left(l - \frac{EI^2}{PR} \right)$$

次に D 点に於ける傾斜による撓み y_3 は次の式によつて求められる。

Fig. 2 Principle of the apparatus



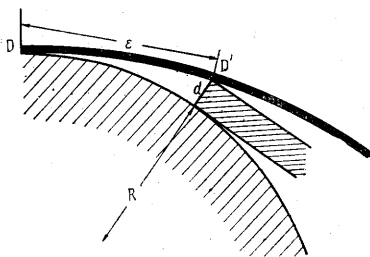
$$y_3 = \frac{AD}{R} x = \frac{l-x}{R} x = \frac{EI}{PR^2} \left(l - \frac{EI}{PR} \right)$$

故に自由端 B の撓み y は

$$y = y_1 + y_2 + y_3 = \frac{l^2}{2R} - \frac{E^2 I^2}{6P^2 R^3}$$

荷重作用時の x の測定方法、即ち D 点の決定方法であるが、これは極めて重要な事項である。本実験に於ては最初円弧の面に墨汁を塗布しておき、試験片が捲き付いただけ墨が試験片に付着するようにしたが、墨の表面張力の為失敗したので、セロファン紙を用いて見た。第3図に於て厚さ d なる紙を D 点に向つて軽く押し進めて止つた処をもつて D' 点とした。この場合は紙の止つた所が D' 点であり、真の D 点とは ϵ だけ差があることになる。

Fig. 3 Method of determining D point



DD' の部分を直線と見做せば

$$\epsilon^2 = d(d+2R)$$

$$\therefore \epsilon = 2dR$$

本実験に使用したセロファン紙の厚さ d は 0.02 mm であり、 R は 200 mm であるから

$$\epsilon^2 = 2 \times 0.02 \times 200 = 8$$

$$\therefore \epsilon = 3 \text{ mm}$$

故にセロファン紙の厚さによる誤差が x の値が 100mm のときは約 3% となる。然し勿論測定に当りより薄いものを使用すればこの誤差はより小にすることが出来る。

尚荷重を作用せしめた場合に第2図のように試験片が傾斜して来て、曲げモーメントの値が Px の値より小さくなつて来る。この誤差も考えねばならない。今ヒノキの厚さ 3 mm、巾 10 mm、長さ 200mm (スパン $l=150$ mm) の試験片を用い、荷重を 300 gr より 1000 gr 迄 100 gr 毎に変化させた場合に生ずる自由端の最初の位置よりの変移の水平方向の量 a (第2図参照) を x の値と共に測定した結果は第1表ようになる。即ち荷重の小さい場合は問題にならない

Table. 1

荷重 load(gr)	300	400	500	600	700	800	900	1000
x mm	138	132	121	106	91	81	72	64
a mm	1.0	2.2	4.0	5.3	6.8	7.8	8.8	9.2

値であるが、荷重が大きくなれば省略出来ない値となる。然し余り小さ過ぎる荷重の場合には試験片を設置する押えの影響が x の値に強く効いて来る故、 D 点の位置が A 点から相当離れ、而も x の値がなるべく大きい所を選ばねばならない。今荷重を 500~700 gr の範囲に取つた場合、ヒノキの前述の寸法の試験片に就ては約 10% の誤差が曲げモーメントの上で入つてくる。

然し D 点測定の為使用する薄紙の厚さによる誤差及び曲げモーメントに入つて来る上述の誤差は何れも定誤差的性質を持つものであるから、修正は充分可能である。本実験装置に於て最

も大きく誤差の入つて来るのは、試験片の仕上面の凹凸によつて薄紙の挿入の程度が異つて来ることである。

III 実験結果

ヒノキ (*Chamaecyparis obtusa* SIEB. et ZUCC.) の厚さ $h=3$ mm, 長さ 200 mm (スパン $l=180$ mm), 巾 $b=10$ mm の試験片を用い, 荷重を 300 gr より 1000 gr 迄 100 gr 毎に変化せしめた場合の本測定装置による曲げヤング係数の値を示せば第2表のようになる。尙比較の為スパン $l=150$ mm, 厚さ 3 mm, 巾 10 mm の片持梁を普通の方法, 即ち荷重と撓みとから計算した値を同じ表の最後の欄に示しておく。

Table 2 HINOKI

Load (gr)	300	400	500	600	700	800	900	1000	片持梁普通曲げ Ordinary Cantilever
$E (\times 10^{-4})(\text{kg}/\text{cm}^2)$	3.82	4.89	5.56	5.84	5.84	5.93	5.97	5.84	6.09
測定値の標準偏差 (")	0.45	0.55	0.65	0.74	0.85	0.89	0.80	0.78	0.20
平均値の標準誤差 (")	0.15	0.17	0.21	0.23	0.27	0.28	0.25	0.24	0.06

又同一寸法のブナ (*Fagus crenata* BLUME) の試験片を用い, 荷重を 500, 700, 1000, 1200, 1500, 1700, 2180 gr と変化させた場合の本測定装置による曲げヤング係数の値を示せば第3表のようになる。尙比較の為に片持梁普通曲げによる, 高さ 3 mm, 巾 10 mm, スパン 150 mm の試験片について曲げヤング係数を求めたものを表の最後の欄に示しておく。

Table 3 BUNA

Load (gr)	500	700	1000	1200	1500	1700	2180	片持梁普通曲げ Ordinary cantilever
$E (\times 10^{-4})(\text{kg}/\text{cm}^2)$	6.70	9.19	11.33	11.53	11.31	11.20	11.00	11.79
測定値の標準偏差 (")	0.29	0.57	0.50	0.44	0.58	0.86	0.95	0.71
平均値の標準誤差 (")	0.09	0.17	0.16	0.15	0.18	0.24	0.30	0.13

第2及び第3表に於て片持梁普通曲げの値が少し小さい値を示すが、一般に報告されている曲げヤング係数は多く両端支持中央集中荷重の方法による為に両端支持部に於ける摩擦が影響し、

Table 4 The values of young's modulus by cantilever method and two points support and centre load method ($\text{kg}/\text{cm}^2 \times 10^{-4}$)

試験方法 Method of test	ヒノキ HINOKI	ブナ BUNA
片持梁 Cantilever method	6.09	11.79
両端支持中央集中荷重 Two points support and centre load method	6.99	13.11

曲げヤング係数の値を大ならしめるのである。又一方片持梁の場合は荷重によつて撓めば有効スパンが減少するから小さな曲げヤング係数を与えることになる。今同一性質と思われるヒノキ, ブナを用いて, 両者の値を比較して見れば第4表のようになる。

Ⅳ 結 語

第2図の D 点の位置を A 点より相当離し、又末端 B より適当な距離を取つて決定すれば本測定装置は充分使用出来る。但し試験片の支持台に接する面の仕上げを極めて細心の注意をもつて行わなければ、 D 点決定に薄紙を使用する以上大きな測定値のムラが生じて来る。細かいサンドペーパー等にて仕上げ面を研磨することも一方法であらう。

然し本測定装置による曲げヤング係数の値は片持梁の普通曲げによる値と略々一致するのであつて、両端支持中央集中荷重による値より多少小さいことは認めなければならない。

Résumé

The author designed a new simple apparatus of measuring Young's modulus in bending. The apparatus is shown in Fig. 1. The principle of it is as follows : In Fig. 2 EAB is a cantilever, test piece. ADC is a circular arc, made of iron and its radius is R , 200 mm. Load P is hanged at B point.

$$\text{In ordinary cantilever, } \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{Pl}{EI}$$

Where l is AB , ρ is radius of carvature, M is bending moment, E is Young's modulus and I is moment of inertia.

When $\rho \leq R$ the test piece, deformed by load P , begins to contact with circular arc at other point of A and the limit value of the load is given by next formula,

$$P_1 \geq \frac{EI}{Rl}$$

In the case of $P > P_1$,

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R} = \frac{Px}{EI}$$

$$\therefore E = \frac{PRx}{I} = \frac{12PRx}{bh^3}$$

Where x is DB .

Then, when x is measured, E is able to be calculated.

If R and P are decided adequately, the value of x is larger than 100 mm. So x is measured by mm scale, and the error is smaller than 1 %.

The method of deterring point D is shown in Fig. 2. He inserted a very thin paper among the circular arc and test piece. So the thickness of it (d) gives a error to the value of x . The error, DD' (ϵ), is calculated by next formula,

$$\epsilon^2 \approx d(d+2R)$$

$$\therefore \epsilon^2 \approx 2Rd$$

When the thickness of paper is 0.02 mm, and R is 200 mm, ϵ is about 3 mm. So, when x is larger than 100 mm, the error is smaller than 3 %.

Another error exists. When load P is hanged, point B takes displacement (a), shown in Fig. 2. The values corresponding to loads are shown in Table 1. But in this case, the height of test piece is 3 mm, breadth is 10 mm, span is 150 mm and the wood is HINOKI, *Chamaecypris obtusa* STEB. et ZUCC. So the error of decreasing the value of span is about 10 %.

But these errors are constant error, and the value of E is able to be adjusted.

The results of this test are shown in Table 2 and 3. These values coincide with those, measured by ordinary cantilever method, but are smaller than those, measured by two points support and center load method.