

ライシメータによる土中水分移動の 観測と蒸発量推定法に関する研究

Observation of the hydrological process in the soil by lysimeter and study
on the method for estimation of the evaporation

山口 伊佐夫*, 西尾 邦彦*, 川辺 洋*, 芝野 博文*, 諸戸 清一**

Isao YAMAGUCHI*, Kunihiko NISHIO*, Hiroshi KAWABE*, Hirofumi SHIBANO* and Kiyokazu MOROTO**

摘 要

第3紀(鮮新世後期)層上に成立した森林の土層中における水の挙動を明らかにする目的で昭和59年12月愛知演習林犬山地区へライシメータが設置された。はじめに、ライシメータの構造について述べ、その微気象的環境あるいは土中水浸出量についての観測機器の紹介を行った。また、その観測結果を報告し土層からの浸出量について若干の考察を行った。さらに、ライシメータ内の土中水分移動に関するモデルを組立て、土層内各点での圧力・含水率と温度分布を推定する方法を提示した。この方法は、表面温度をパラメータとした熱収支式により当面の課題である裸出地表面からの蒸発量推定法としても有効であり、今後の蒸発散量推定のモデル化のための基礎となることが期待される。

SYNOPSIS

A lysimeter was constructed at Inuyama district, The Tokyo University Forest in Aichi, in December 1985. The purpose of the study is analysis of the movement of the water in the Tertiary soil layer under the forest zone. The structure of the lysimeter and the apparatus for observation of microclimate and discharge from the soil in the lysimeter were described. A result of observation was reported and the characteristics of discharge was specified briefly. Furthermore, the model was presented about the soil moisture movement which is caused by the gradient of the soil moisture and temperature in the soil. This is effective for estimating evaporation when the surface temperature is used as a parameter in the equation of the energy balance. The method is expected to be fundamental for the researches of evapotranspiration.

*東京大学農学部林学科

Department of Forestry, Faculty of Agriculture, University of Tokyo.

**東京大学農学部愛知演習林

University Forest in Aichi, Faculty of Agriculture, University of Tokyo.

I. 結 言

山腹斜面における土中水移動現象はライシメータによって得られる資料をもとに基礎的研究を進めていく必要がある。一般的に、水文研究では対象とする部位への流入と流出の資料が得られやすく、この2つの資料を基本にして様々の運動則や保存則により、対象域内部での水の動きを明らかにしていくというアプローチが主流である。ライシメータによる土中水移動現象の解明も基本的にはこの方向に沿ったものであるが、実験室内での実験に準ずるような境界条件の設定と、対象域内で生起する様々な物理的現象に対して直接的な観測が可能な点で水循環の各プロセスに関して明らかにできる点が多く、山腹における水文現象の総合的解明が可能になる。自然な斜面で観察する場合には複雑な土中水移動現象も、ライシメータのように幾何学的に単純に区画された境界条件下では土中水移動に関するモデルの物理的パラメータを決定することは比較的容易である。このように限られた条件下ではあるものの、ライシメータで得られたパラメータをもとにして実際の山腹斜面、ひいては流域全体での現象の解明のための基礎的知識がもたらされることになる。

この報告では、土中水移動のモデルを構築し、各種のパラメータを決定して斜面での蒸発や、土中水の温度・含水率・圧力に関するプロファイルの推定法を提案することにした。従来、蒸発散の推定は精度が悪く、検証の方法に乏しいという難点があったが、本方法では常にライシメータによる水収支から最確値を知って補正が可能だという利点がある。蒸発散の推定法は林木を媒介とした微気象学的手法に基づく方法と、降雨から流出をさしひいた消失量から推定する水収支法とがあるが、ライシメータを用いる場合はきめ細かな観測と物理的な基礎にたったモデルをとおして両方法を結びつけることにより蒸発散と土体内の貯留・透過に関する多くの知識が得られるであろう。

ライシメータは、上述のように山腹斜面における土中水の移動現象の解明を中心課題にしているが、応用的には以下のような課題にも今後、解析を加えていく予定である。

- ① 表面侵食、浅層崩壊と降雨の関係
- ② 土壌水分、気象条件と植物生長との関係
- ③ 山腹斜面の植被状況が出水に及ぼす影響

以下、新設されたライシメータの紹介を行い若干の観測結果について報告する。また、今後の観測や野外実験の指針とするための蒸発と土中水分の推定法を提案することにした。なお、このモデルはライシメータへの適用を目標にしてCAMILLO, R.J.らの研究成果⁽¹⁾を基に流出の計算を加え、二次元空間への拡張を行ったものである。

本研究にあたっては、東京大学農学部愛知演習林技官 渡部 賢氏の多大な御協力を得た。ここに深甚の謝意を表する次第である。

II. ライシメータによる土中水移動の観測

1. 位置と構造

ライシメータは1984年12月、愛知県犬山市内北東部に所在する東京大学愛知演習林24林班に設置された。図-1にその位置と周辺の状況を示した。設置点は都市近郊の丘陵部に成立した森林域ではあるが、西部に犬山市を控え、ゴルフ場やその他のレクリエーション施設、あるいは宅地の開発という林地の改変の著しい地域といえよう。また、設置点の南西1.5kmの位置に農業用水として大きな比重をもつ入鹿池があり、当演習林犬山地区はその流域の源流部として水文学的見地からも深いかわりをもっている。

当地区の地質は大部分が第3紀鮮新世砂礫層であって標高差の小さい波状地形をつくる。生成された土壌は円礫を含み、土層堅密である。砂礫層は鉄分や石灰質で膠結されているが、ライシメータ設置に際し、一応、土体を破壊し埋立てたもので今後数年安定化を待つ必要がある。

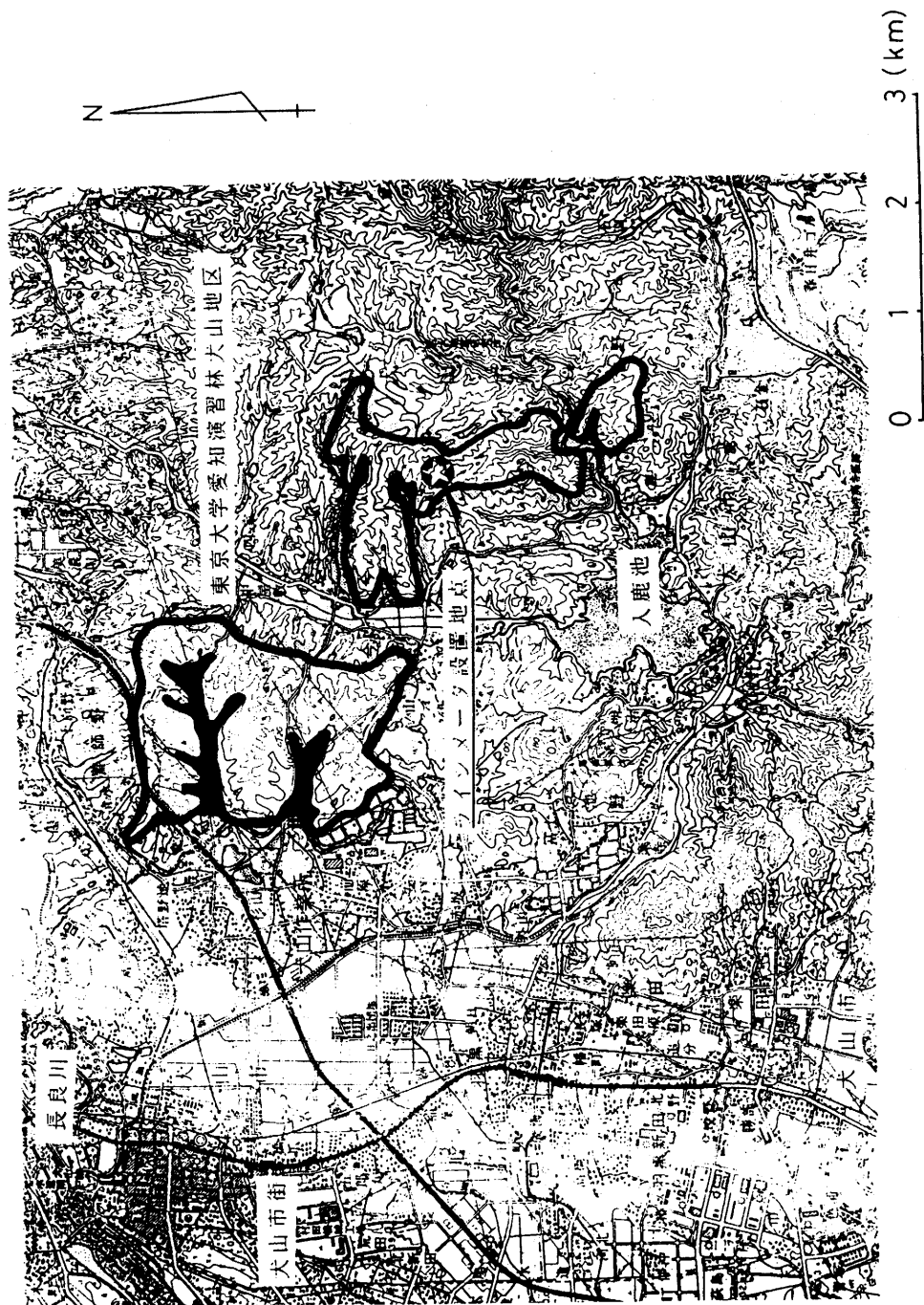
さて、図-2、図-3、図-4にその構造を示した。

ライシメータは試料土区分室と観測室とからなる。試料土区分室は図-2の平面図から明らかのように6区画の部屋で構成され、傾斜角は水平面に対して 20° 、傾斜面の方位は南西向である。各区分室の大きさは内法で深さ2.9m、幅2.8m、斜面の傾斜方向の長さが6.17m、その水平面へ投影した長さが5.8mである。集水面積は、試料土区分室の1区画について 16.24m^2 である。各試料土区分室は底面と傾斜方向の両側面、尾根側側面は防水壁となっており水の出入りはない。また、鉛直方向の温度の変化にたいして斜面方向の温度の変化は無視できるので、側面を通る熱の出入りもないと見てよい。谷側側面には礫や有孔物質を配し、エンピパイプにより観測室へ土中水を導く構造になっている。図-4にその構造を示した。さらに、浸出域を鉛直方向に5等分し、各層（層厚50cm）からの浸出を分離しながら計測することを可能にしている。なお、この他に地表流下量も分離して測定する。

2. 観測項目と計測器

計測器は主に試料土体内部に配するものと、露場に置いて気象観測を行うものと、浸出量及び表面流出量を計測するものに分類される。現時点で設置された計測器は気象観測に関するものとして自記温湿度計と転倒マス雨量計がある。自記温湿度計はライシメータ観測室の西端に近接して設置された百葉箱内に置いた。

自記温湿度計（温度）：タイムスケール（ 1cm/hr ）、測定範囲（ $-20^\circ\text{C}\sim+40^\circ\text{C}$ ）、ゲージスケール（ $2.2\text{mm}/2^\circ\text{C}$ ）、フルスケール（6.6cm）。



図一1 ライシメータ設置地点とその周辺
The location of the lysimeter

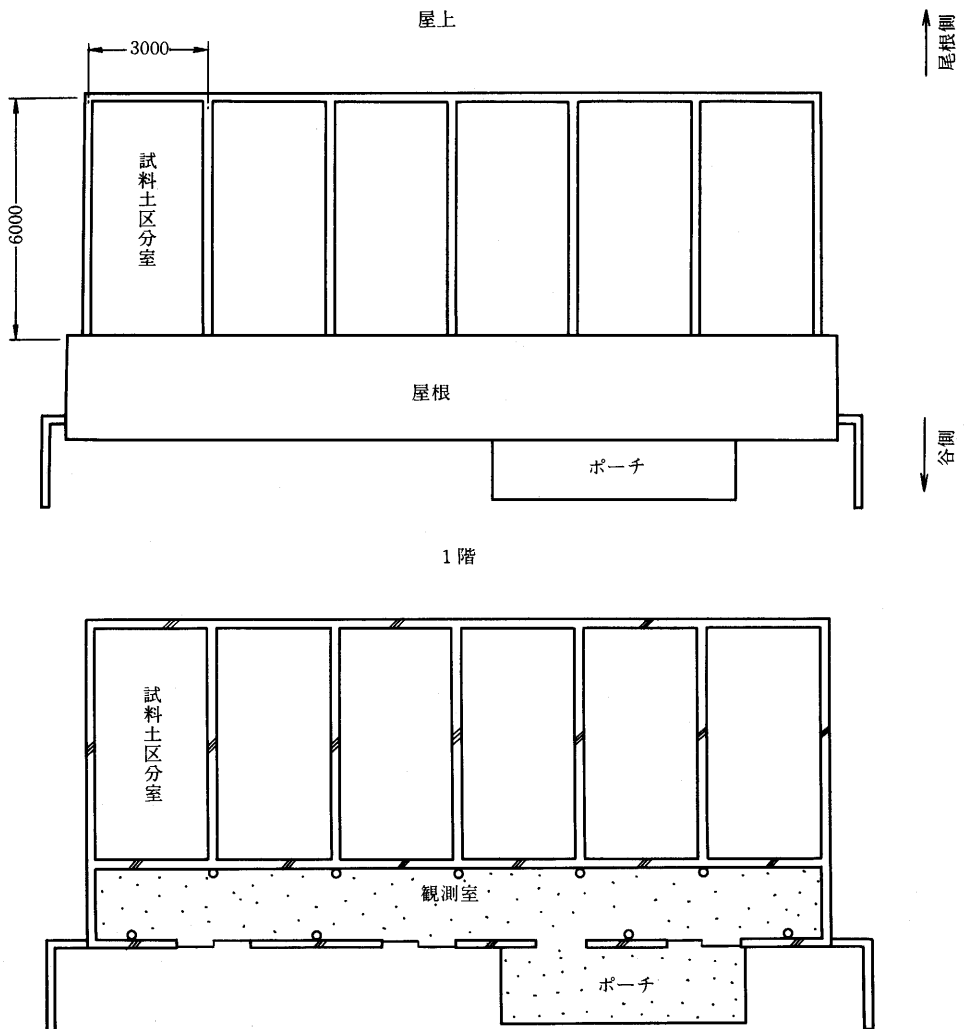


図-2 ライシメータ平面図
The plane figures of the lysimeter

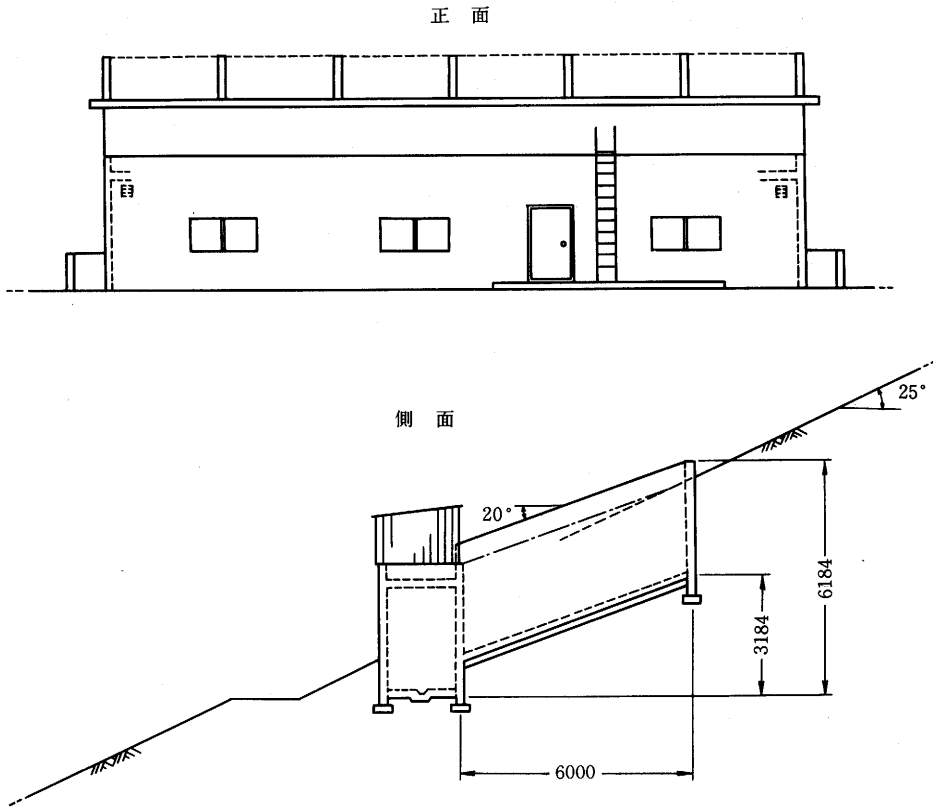


図-3 ライシメータ立面図
The front view and profile of the lysimeter

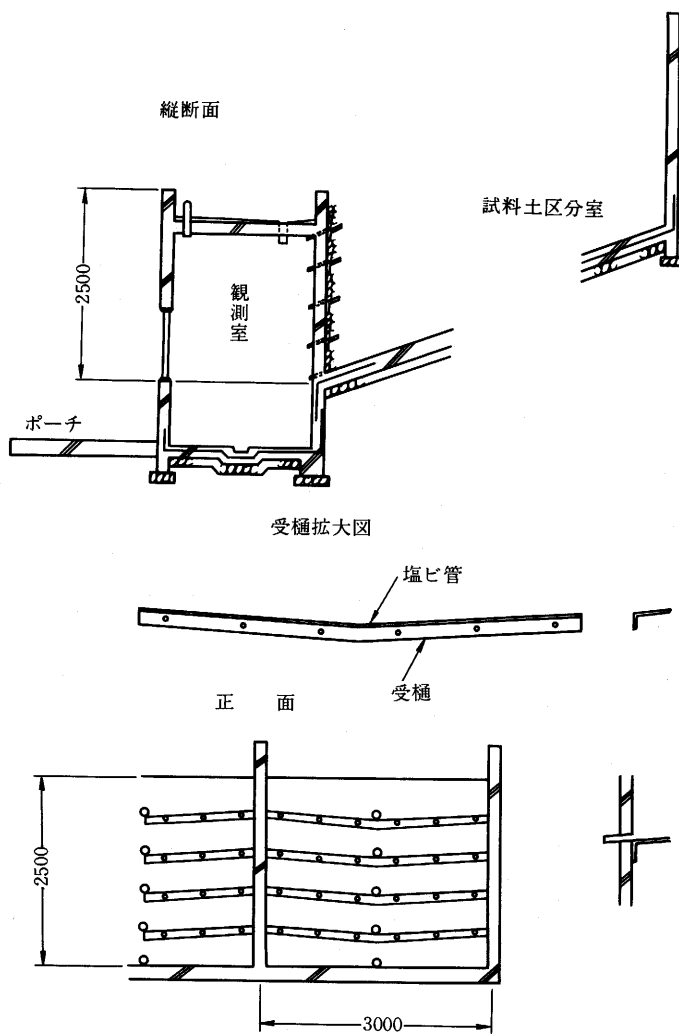


図-4 ライシメータの浸出部位
The structure of the boundary where interflow discharges

自記温湿度計(湿度)：タイムスケール(1 cm/hr)，測定範囲(0%~100%)，ゲージスケール(0.8mm/1%)，フルスケール(8 cm)。

転倒マス雨量計は，マスを，尾根に向って見た場合の最左端の試料土区分室の尾根側上端に近接して置き，受口の高さを地表20cmに調節した。雨量電接計は観測室内に置かれている。

雨量電接計：タイムスケール(1 cm/hr)，ゲージスケール(2 mm/1 mm) [記録長/雨量]，1打点0.5mmは記録紙上を1 mm移動。

浸出量は各層毎の量を転倒マスで受け電接計に接続して自記記録している。これは1転倒で15.7ccに相当する。一方，地表流下量は浸出量に比して量的に大きなものが予想されるので転倒マス型量水計で受けることとした。これは1転倒で80ccを流す。浸出量に関して5種，地表流に関して1種の計6種を同一の電接計で自記記録していく。

浸出水・地表水量電接計：タイムスケール(2 cm/hr)，ゲージスケール(1.8mm/1打点)，フルスケール(18cm)，フルスケール100打点分を越えると零点から記録を再開する。6種の記録は6色のペンで区別。

土体中には1区画だけを選んで土壤水分センサーを埋設した。これは石膏体中に固定された電極で，土壤水分の変化に応じてそれと平衡状態になった石膏中の水分により電気抵抗が変わることを利用した計測器である。今後，水分と電気抵抗との間の較正曲線を作る必要がある。

これらの計測器は今後地表状況に応じた比較試験を進めるに従って漸次他の区画にも増設していくことになる。また，測定項目にしても気象関係では蒸発計，日射計，風速計，気圧計，土体中に埋設するセンサーとしてはポテンシオメータ，地中温度計を計画している。

3. データの整理方式

一打点15.7ccの地下水，中間水は水高に換算すると 0.967×10^{-3} mm，一打点80ccの地表水は 4.926×10^{-3} mmである。降雨は0.5mm括約とし，0.4mm以下は0.0mmとする。気温から次式を用いて飽和水蒸気圧を求める。

$$\log E = 23.9542 - \frac{2954.2}{T} - 5.0704 \log T \quad (\text{A})$$

(E：飽和水蒸気圧 [mb]，T：絶対温度[°K](= c + 273.16))

ただし，単位は水銀柱ミリメートルであらわし，1 mmHg = 1.33322mbである。水蒸気圧 e [mmHg]は相対湿度 H を用いて

$$e = \frac{H}{100} E \quad (\text{B})$$

と表わせる。

表一1，表一2に整理方式の一例を示した。降雨時と降雨後48時間は30分毎に資料を読み取

表一 1 データの整理方式 (降雨時とその後48時間)

The form of arrangement on observed data (on rainy days and the following 2 days)

時刻	降水量	地下水	中間水	地表水	直接流出	全流出	気温	湿度	飽和 水蒸気圧	水蒸気圧	紙面蒸発 計蒸発量	風速
	mm/0.5hr	mm/0.5hr	mm/0.5hr	mm/0.5hr	mm/0.5hr	mm/0.5hr	°C	%	mmHg	mmHg	mm/0.5hr	m/sec
0:00												
0:30												
1:00												
1:30												
2:00												
2:30												
3:00												
3:30												
4:00												
4:30												
5:00												
5:30												
6:00												
6:30												
7:00												
7:30												
8:00												
8:30												
9:00												
9:30												
10:00												
10:30												
11:00												
11:30												
12:00												
12:30												
13:00												
13:30												
14:00												
14:30												
15:00												
15:30												
16:00												
16:30												
17:00												
17:30												
18:00												
18:30												
19:00												
19:30												
20:00												
20:30												
21:00												
21:30												
22:00												
22:30												
23:00												
23:30												
24:00												
計												

(注) 風速は30分間の平均値をとる

表-2 データの整理方式 (無降雨日)

The form of arrangement on observed data (on clear days)

時刻	降水量	地下水	中間水	地表水	直接流出	全流出	気温	湿度	飽和蒸気圧	水蒸気圧	紙面蒸発計蒸発量	風速
	mm/4hr	mm/4hr	mm/4hr	mm/4hr	mm/4hr	mm/4hr	°C	%	mmHg	mmHg	mm/4hr	m/sec
0:00												
4:00												
8:00												
12:00												
16:00												
20:00												
24:00												
計												

(注) 風速は4時間の平均値をとる

表-3 気温と飽和水蒸気圧の関係

The relationship between air temperature and saturation vapor pressure

気温 °C	飽和水蒸気圧 mmHg	気温 °C	飽和水蒸気圧 mmHg
-7	2.71	17	14.51
-6	2.93	18	15.45
-5	3.16	19	16.45
-4	3.41	20	17.50
-3	3.67	21	18.61
-2	3.96	22	19.79
-1	4.26	23	21.03
0	4.58	24	22.33
1	4.92	25	23.70
2	5.29	26	25.15
3	5.68	27	26.68
4	6.09	28	28.28
5	6.54	29	29.97
6	7.01	30	31.74
7	7.51	31	33.61
8	8.04	32	35.56
9	8.60	33	37.62
10	9.20	34	39.78
11	9.83	35	42.05
12	10.50	36	44.42
13	11.22	37	46.91
14	11.97	38	49.52
15	12.77	39	52.26
16	13.61	40	55.12

り、無降雨日は4時間毎に読み取る。気温・湿度は対象とする時刻での値であり、雨量・浸出量・地表流量は対象とする時間間隔内での総量を記載するものとする。

表-3には気温と飽和水蒸気圧の関係を示した。0.1°C単位の値はこの表より比例配分によって求める。

4. 観測結果

昭和61年3月22日10:30から同30日10:00までの8日間の観測結果を図-5に示した。3月22日夜半から翌23日午前にかけてと28日午後の2降雨が観測された。これに対応して図示したような流出が生じている。浸出水にはその層位に応じて5成分が観測されたが最下層からの浸出水を仮想地下水、それより上層4区分からの量をまとめて仮想中間水、そして地表水の3成分として流出成分の分離表示を行った。

各流出成分の出現のパターンを次のように整理することができる。

- ① 降雨に対する応答の遅速に関して見ると仮想中間水のピークが最も早く出現し、次に地表水、最後に仮想地下水が現われる。
- ② 仮想地下水のピークは、流出全体のピークより遅れるが、その時間は6時間のこともありれば24時間のこともありまちまちである。
- ③ 地表水と仮想中間水の大部分は降雨期間中に発生し、降雨後数時間で消滅している。
- ④ ハイドログラフ中に仮想地下水の占める割合は中小降雨の場合(図中の2例から概ね総降雨で100mm以下)には圧倒的な大きさであり、土体中で一時貯留する量が充分に大きいことが考えられる。

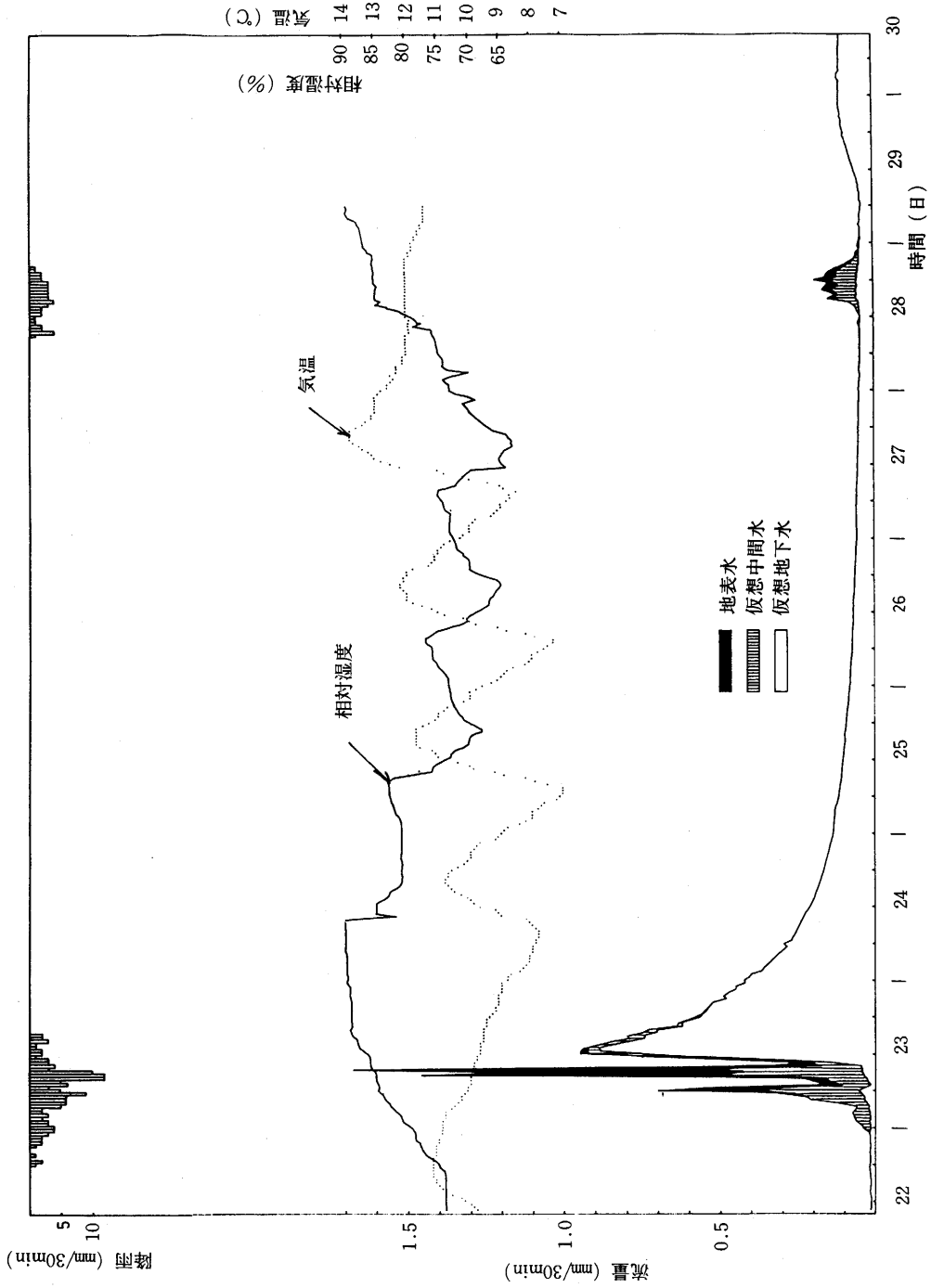
図中には百葉箱の内部で観測した気温と相対湿度の変化も図示した。気温の日変化が24日から27日の4日間に明瞭に観測されているが、これに対応して上体表面からの蒸発の日変化が4回繰返されたと判断できる。しかし、これによって流出に明瞭な日変化を認めるには至らなかった。

Ⅲ. ライシメータによる蒸発量推定モデル

1. ライシメータ内における水循環過程

図-6にライシメータ内における水循環の概念を提示した。

境界 \overline{AB} は外界と水や熱の出入りが行われる場所である。ここでは降雨による水の供給があり、その一部は浸透して土体深部に入り残りは傾斜面 \overline{AB} に沿って流下する。土体内に浸透した水分は水と水蒸気に形を変えて土体内の含水量勾配・温度勾配に応じて移動を続ける。このように透過した流れは自由地下水面 \overline{EF} を通過し、やがて境界 \overline{DE} (浸出面)に達しここから浸出する。実際の飽和領域は自由地下水面の上にも分布するが、モデル上では飽和・不飽和の境界を



図一五 観測結果
Result of observation

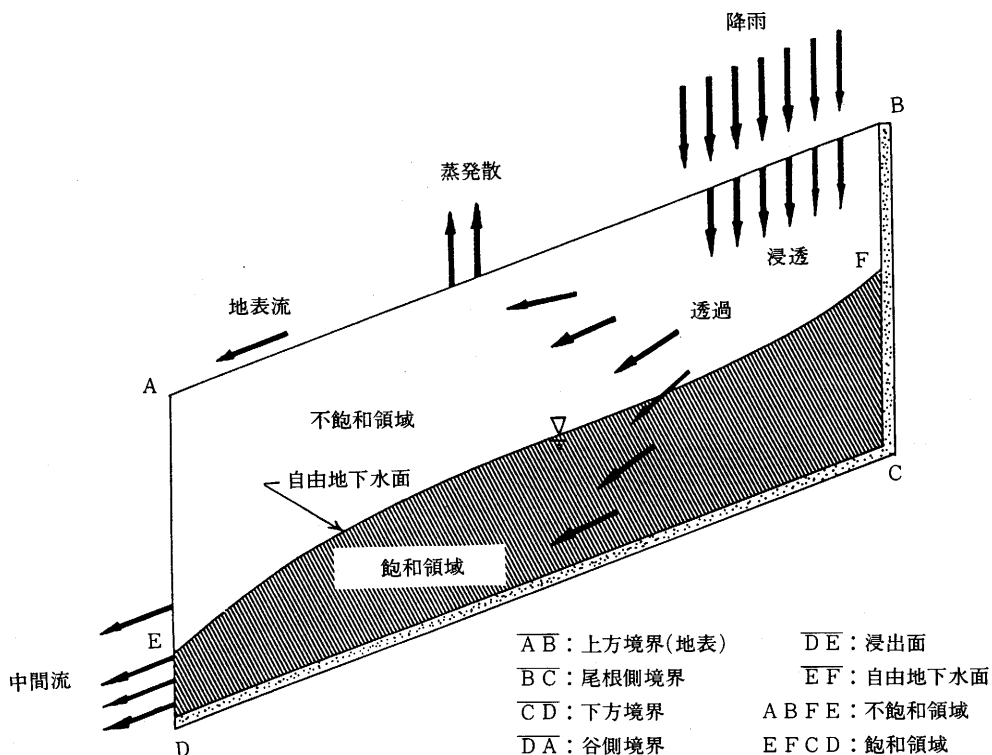


図-6 ライシメータ内における水循環過程
Hydrologic process in lysimeter

自由地下水面とした。

境界 \overline{AB} では、主に正味放射の変化に応じて熱(エネルギー)の出入りもあり、ここは熱収支計算の要となる境界である。熱収支の項目のうち、鉛直上方の流れとして顕熱の流れと潜熱の流れが生じる。潜熱流束は水の流れでもあり蒸発量として置き換えられる。熱収支にかかわる各項目は主に地表面温度と気象観測値とから推定される。これら熱の動きは土体内の温度分布に影響を与え、ひいては不飽和領域での水の動きにも影響を与える。水や熱の出入りの活発な \overline{AB} 面、 \overline{DE} 面とは対照的に \overline{BC} 面、 \overline{CD} 面、 \overline{EA} 面では水分と熱の流れはないと考える。

2. 土体内の水分流動と熱の伝達に関する基礎方程式

体積含水率 θ (飽和領域の場合は圧力 ψ [cm])と温度 T [°K]の空間分布と時間変化を決定していく方法を以下に提示していくことになるが、座標を次のように定める。原点を図-6のD点にとる。 \overline{DA} を z 軸とし、これに直交する軸を x 軸とする。 z 軸は上向きを正、 x 軸は尾根方向を正とする。

土体内の水分流動と熱の伝達については、拡散係数を導入することによって、水分と熱のフ

フラックス q_θ , q_h [$\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}$] を水分傾度 $\nabla \theta$, 温度傾度 ∇T の一次結合として次のように表現する。

$$q_\theta = -D_\theta \nabla \theta - D_T \nabla T - K_j \quad (1)$$

$$q_h = -\lambda \nabla T - L D_{\theta, \text{vap}} \nabla \theta \quad (2)$$

(ここで, K : 透水係数 [$\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}$], λ : 熱伝導率 [$\text{cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$], L : 水の蒸発潜熱 [587 cal g^{-1}])

D_θ は, 水と水蒸気に関する拡散係数の和であり,

$$D_\theta = D_{\theta, \text{liq}} + D_{\theta, \text{vap}} \quad (3)$$

と分離できる。 D_T も同様であるが, 水に関する拡散係数は無視しうるので,

$$D_T = D_{T, \text{liq}} + D_{T, \text{vap}} = D_{T, \text{vap}} \quad (4)$$

これらの拡散係数は含水率 θ と温度 T によって決定される。

以上述べたフラックスは不飽和領域に関するものであったが, 飽和領域では次のように簡潔に表現される。ただし, 水圧 ψ は θ や T の従属変数ではないし, K , λ もここでは定数である。

$$q_\theta = -K_s \nabla \psi - K_s j \quad (5)$$

$$q_h = -\lambda_s \nabla T \quad (6)$$

質量とエネルギーに関する保存則から次の2式を得る。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot q_\theta \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{C} \nabla \cdot q_h \quad (8)$$

ただし飽和領域では含水率の時間的変化は0であるから(7)式のかわりに

$$\nabla \cdot q_\theta = 0 \quad (9)$$

$$\therefore \nabla^2 \psi = 0 \quad (10)$$

を用いる。(8)式の C は熱容量 [$\text{cal} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$] であり, (5)式の K_s は飽和時の透水係数 [$\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}$], (6)式の λ_s は飽和時の熱伝導率 [$\text{cal} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] である。

飽和領域と不飽和領域とで基礎方程式が異なっているが, その原因である圧力と含水率の関係について次のような仮定を行った。

不飽和領域においては次のような実験式を仮定する。

$$\psi(\theta) = \psi_s \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{-b} \quad (0 < \theta \leq \theta_s) \quad (11)$$

ここで, ψ_s は飽和時の体積含水率 θ_s のもとでのサクションである。飽和領域では $\psi > \psi_s$ でありもはや温度や含水量の関数ではなく, 自由地下水面の位置によって決定される量となり, 種々の境界条件とラプラスの方程式(10)によって定まる。(11)式中の b と ψ_s は土壤に応じて固有の値をも

つ定数であるが、実験あるいはキャリブレーションにより適切な値を用いる。 ψ_{θ} は湿潤化の過程と乾燥化の過程とで同一の θ に対して異なる値をとるヒステリシス曲線を描くが⁽²⁾、ここでは(11)式のように、 θ に対して一意的な ψ_{θ} 曲線を仮定する。

蒸発は無降雨日に明瞭に生ずる現象である。ここでは浸透を考慮していないが、降雨にともなう浸透と地表面貯留のモデル化は今後考慮すべき課題である。

このモデルでは蒸発と土中水移動のシミュレーションを行うが、その期間は降雨直後から次の降雨の直前までである。降雨直後をシミュレーションの開始時点に選ぶのは初期条件を設定しやすいからである。

3. 境界条件

上述の方程式は体積含水率 θ と温度 T の両方について解かなければならない。また、飽和領域では、 θ 、 T とは独立に ψ について解かなければならない。各境界にはこれらの独立変数に対する規定がある。境界は4つあり各々を上方境界(地表)、下方境界、尾根側境界、谷側境界と呼ぶことにする。

(1) 上方境界

最も熱や水の出入りが活発に生起する境界が地表面である。ここでの熱収支は

$$S = R + LE + H \quad (12)$$

となる。ここで S は地表で吸収された熱 $[\text{cal} \cdot \text{sec}^{-1}]$ 、 R は地表に入射してくる正味放射、 E は潜熱流束、 H は顕熱流束である。これらはすべて地表面温度 T_s の関数であり、このモデルでは逆にこの収支式によって T_s を決定する。上方境界直下での熱の流束 S は、

$$S = -\lambda_1 \frac{T_1 - T_s}{z_1} \quad (13)$$

と書ける。ここで λ_1 は上方境界直下の土層の熱伝導率、 z_1 はその厚さ、 T_1 はその層の下部での温度である。

正味放射 R は気温と気圧とにより決定する。潜熱流束 E は中立大気の下で次のように表わされる。

$$LE = -C_z \bar{U}_a (e_s - e_a) \quad (14)$$

ここで、 e_s は地表面での水蒸気圧 $[\text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2}]$ 、 \bar{U}_a は風速 $[\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}]$ 、 C_z は定数である。地表面での水蒸気圧 e_s は相対湿度 h と地表面温度 T_s とにより次のように表わせる。

$$e_s = h e_{\text{sat}} \quad (15)$$

h は T と θ の関数であり、 e_{sat} は T の関数である。

顕熱流束 H は

$$H = -\gamma C_z \bar{U}_a (T_s - T_a) \quad (16)$$

で表現される。ここで γ は乾湿計定数 0.61808mbark^{-1} である。

ここで述べてきた上方境界にかかわる変数は気象観測によって得られるものであり、気象台の資料によっても代替の可能なものである。

各時刻で、熱収支式(12)を満足する地表面温度 T_s を探索したら、EとHが地表面からのフラックス q_e と q_h となり、以後、表層における θ 、Tの決定に用いられる。そしてEは蒸発量の推定値である。

(2) 谷側境界

ここには浸出面があり、これを通して土体中の水が排水される。浸出面は状況に応じて拡大・縮小し、浸出量の大小と対応関係をもっている。浸出面では飽和していて圧力は大気圧と平衡状態にあるのでサクシオンは0である。浸出面の高さは時間の関数であるが、ライシメータからの層位別の浸出量を観測しているのので、各時刻で浸出の発生している高さを知ることによってこれを確定できる。

熱の流れはライシメータ観測室の断熱性を考えれば無視できる。

(3) 下方境界と尾根側境界

水分のフラックスはライシメータの防水構造のためどちらの境界においても発生しない。温度に関しては下方境界において一定値 T_B を仮定する。尾根側境界では熱のフラックスの出入りもないとする。

4. 初期条件

降雨直後の地表流出が終了した時点で土体の各点で飽和状態となり、上方境界でのサクシオンを0とすることができる。土体内部では深度に等しい正の圧力を ψ に与えて初期条件とする。温度は表層を気温に等しく、即ち、 $T_s = T_a$ とし、下方境界では T_B を与え、その間の各点はこれを補間して温度に関する初期条件とする。

IV. 数値解法

電算機の適用を前提とした数値解法を以下に述べる。

土体を図-7に示したような差分格子に分割する。体積含水率 θ と温度T、あるいは飽和領域では圧力 ψ と温度Tの分布を図中の黒のドットで示した格子点上で、しかも時間的には離散的な時刻において決定していく。前述の基礎方程式中のフラックスは格子点間でさし渡される量であり、その収支が、次の時刻における θ 、Tの増分となる。また、この関係は特定の規制をもつ境界条件を満足しなければならない。

空間上の位置と時間とによって各格子点での値は（ここでjに関しては下方を正とする）、

$$\theta = \theta(x, z, t) = \theta_{i,j,k} \quad (17)$$

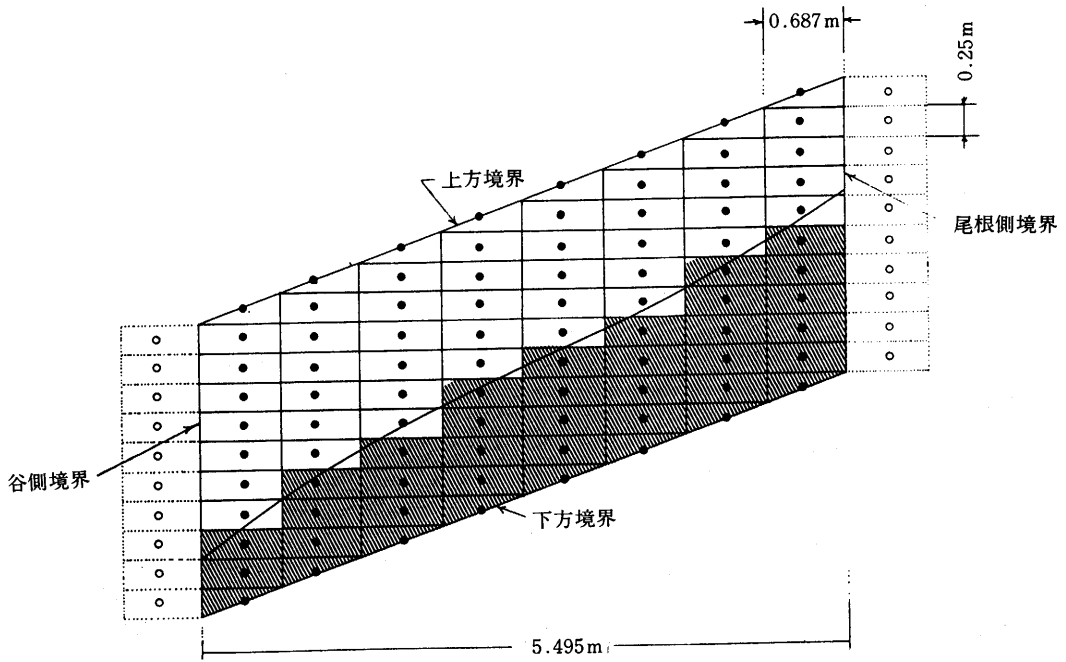


図-7 ライシメータ内土体の差分格子
Computational grids of lysimeter profile

(注：黒丸は差分計算を行うための格子点，白丸は境界条件設定のためのダミーの格子点)
図中でハッチを施した部分は飽和領域，その上部の曲線は自由地下水面

$$T = T(x, z, t) = T_{i,j,k} \tag{18}$$

初期条件と境界条件から各格子点における θ , T が定められ，同時にこれに依存するパラメータの K , ψ , λ , C , D_T , $D_{\theta, \text{vap}}^*$ がただちに定まる。ただし $D_{\theta, \text{vap}} = D_{\theta, \text{vap}}^* \cdot (\partial \psi / \partial \theta)$ である。図-8中の1に示したように内部格子点 (i, j) は4つの界面 \overline{ab} , \overline{bc} , \overline{cd} , \overline{da} に囲まれている。この界面上にフラックスを考える。そこで例えば \overline{bc} 面, \overline{cd} 面の2つを考えてみよう。座標 (i, j) と $(i+1, j)$ の界面 \overline{bc} 上で K , λ , D_T , $D_{\theta, \text{vap}}^*$ は，両格子点の平均値を用いる。それを $K_{i+\frac{1}{2}, j}$, $\lambda_{i+\frac{1}{2}, j}$, $D_{T, i+\frac{1}{2}, j}$, $D_{\theta, \text{vap}, i+\frac{1}{2}, j}^*$ とおく。またこの界面上での圧力勾配と温度勾配は，

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{i+\frac{1}{2}, j} = \frac{\psi_{i+1, j} - \psi_{i, j}}{\Delta x} \tag{19}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i+\frac{1}{2}, j} = \frac{T_{i+1, j} - T_{i, j}}{\Delta x} \tag{20}$$

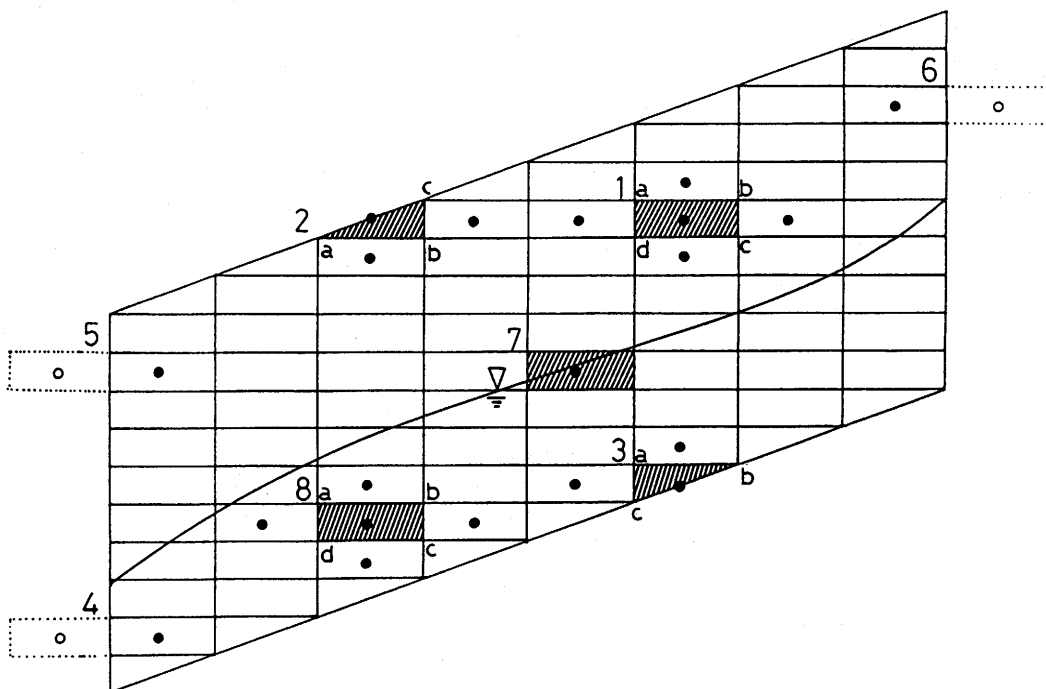


図-8 土体内部の各位置でのフラックスを考える場合の差分格子の例

Examples of computational grids in considering finite difference equations in each situations

同様に座標 (i, j) と $(i, j+1)$ の界面 \overline{cd} 上で $K_{i,j+\frac{1}{2}}$, $\lambda_{i,j+\frac{1}{2}}$, $D_{T,i,j+\frac{1}{2}}$, $D_{\theta,vap,i,j+\frac{1}{2}}^*$ が導入され、ここでの圧力勾配と温度勾配は

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\Delta z} \quad (21)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta z} \quad (22)$$

となる。さらに界面 \overline{bc} 上のフラックスは各々、

$$q_{\theta,i+\frac{1}{2},j} = - (K_{i+\frac{1}{2},j} + D_{\theta,vap,i+\frac{1}{2},j}^*) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{j+\frac{1}{2},j} - D_{T,i+\frac{1}{2},j} \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i+\frac{1}{2},j} \quad (23)$$

$$q_{h,i+\frac{1}{2},j} = - \lambda_{i+\frac{1}{2},j} \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{i+\frac{1}{2},j} - LD_{\theta,vap,i+\frac{1}{2},j}^* \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{i+\frac{1}{2},j} \quad (24)$$

そして、界面 \overline{cd} 上のフラックスは各々

$$q_{\theta,i,j+\frac{1}{2}} = - K_{i,j+\frac{1}{2}} - (K_{i,j+\frac{1}{2}} + D_{\theta,vap,i,j+\frac{1}{2}}^*) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_{i,j+\frac{1}{2}} - D_{T,i,j+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{i,j+\frac{1}{2}} \quad (25)$$

$$q_{h,i,j+\frac{1}{2}} = - \lambda_{i,j+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{i,j+\frac{1}{2}} - LD_{\theta,vap,i,j+\frac{1}{2}}^* \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_{i,j+\frac{1}{2}} \quad (26)$$

となる。残りの \overline{ab} 面、 \overline{da} 面のフラックスを集計して、格子点 (i, j) での水分と熱の収支が求まる。

さて、上方境界においては、熱収支式を成立させるのに適当な T_s を定めなければならない。そのためには、前節の収支式(13)を変形し、

$$T_{sij} = \frac{\Delta z}{\lambda_{i,j+\frac{1}{2}}} S + T_{i,j+1} \quad (27)$$

$$\therefore T_{sij} = -\frac{\Delta z}{\lambda_{i,j+\frac{1}{2}}} [R + LE(T_s) + H(T_s)] + T_{i,j+1} \quad (28)$$

を得る。(28)式を成立させる逐次近似法により T_{sij} を求めることができる。表層に限って水平方向の流れはないと仮定しても結果に無理は生じないであろう。即ち、図-8の2で \overline{bc} を通る熱の流れはないとする。

下方境界に関しては、図-8の3に示した三角形の格子で収支を考える。温度に関しては

$$T_{ij} = T_B \quad (29)$$

で、前述のとおり底面の温度を一定とする。水分に関しては \overline{ab} を通るフラックスと \overline{ca} を通るフラックスの和が0である。これは、下方境界では常に飽和状態を仮定していることになるが、無理な仮定ではない。即ち、

$$q_{\theta, i,j-\frac{1}{2}} + q_{\theta, i-\frac{1}{2}, j} = 0 \quad (\text{ただし、スカラー量}) \quad (30)$$

谷側境界では浸出面が存在する。浸出面では $\psi = 0$ の条件が与えられる。図-8の4で示すと、土体側の格子点の圧力を ψ_L とするとダミーの格子点に $-\psi_L$ を与えれば、条件は満たされる。また、浸出面より上では水分の流れはないからダミーの格子点(図-8の5)に土体内と同じ ψ_L を与えればよい。熱に関しても同様である。

尾根側境界(図-8の6)でも水平方向のフラックスがないので谷側境界の非浸出面と同様のとりあつかいをする。

最後に、土体内部での水の挙動に伴って変動する境界である自由地下水面について考える。ある時点での ψ の分布はわかっているとすると ψ と ψ_s の大小関係によって土体内各点で不飽和領域とその下部の飽和領域とに分けることができる。飽和領域の最上部が自由地下水面であり(図-8の7)ここでは

$$\psi_{rs} = \psi_s \quad (31)$$

飽和領域内部(図-8の8)では格子点を囲む4つの界面でのフラックスの総和が0に等しい。これについては、 ψ に関するラプラスの方程式をSOR法で解いて各点での ψ を求めることができる⁽³⁾。

これまでの過程で、各格子点での ψ , T , θ , λ , D_θ , D_T , K が求まり、各格子点間に流れるフラックス(温度と水分)が求まった。

次に、時々刻々、これらの値の変化を追跡していくことを考える。これは連続の式にのっとりフラックスの収支からただちに求められる。各フラックスの収支は

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_\theta = \frac{q_{\theta, i+\frac{1}{2}, j} - q_{\theta, i-\frac{1}{2}, j}}{\Delta x} + \frac{q_{\theta, i, j+\frac{1}{2}} - q_{\theta, i, j-\frac{1}{2}}}{\Delta z} \quad (32)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_h = \frac{q_{h, i+\frac{1}{2}, j} - q_{h, i-\frac{1}{2}, j}}{\Delta x} + \frac{q_{h, i, j+\frac{1}{2}} - q_{h, i, j-\frac{1}{2}}}{\Delta z} \quad (33)$$

時間に関する計算の手法は、アダムス・バシユフォース法⁽⁴⁾を採用する。これは

$$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t} = \mathbf{f}(t, \mathbf{y}) \quad (34)$$

の形をした方程式に適用できる。 \mathbf{y} として

$$y_i = \theta_i \quad (i=1, n) \quad (35)$$

$$y_i = T_{i-n} \quad (i=n+1, 2n) \quad (36)$$

さらに、 \mathbf{f} として

$$f_i = \nabla \cdot \mathbf{q}_\theta \quad (i=1, n) \quad (37)$$

$$f_i = \nabla \cdot \mathbf{q}_h \quad (i=n+1, 2n) \quad (38)$$

を考える。各ベクトルの時系列を

$$\{\mathbf{y}^{(i)}\} = \mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{y}^{(2)}, \dots, \mathbf{y}^{(k)}, \mathbf{y}^{(k+1)} \quad (39)$$

$$\{\mathbf{f}^{(i)}\} = \mathbf{f}^{(1)}, \mathbf{f}^{(2)}, \dots, \mathbf{f}^{(k)}, \mathbf{f}^{(k+1)} \quad (40)$$

とする。 \mathbf{y} の微分について2階のテーラー展開を考えて次式を導く。

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{(k+1)} &= \mathbf{y}^{(k)} + \left(\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t}\right)^{(k)} \Delta t + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial t^2}\right)^{(k)} \Delta t^2 + O(\Delta t^3) \\ &= \mathbf{y}^{(k)} + \left(\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t}\right)^{(k)} \Delta t + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t}\right)^{(k)} - \left(\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t}\right)^{(k-1)} \right\} \Delta t^2 + O(\Delta t^3) \\ \therefore \mathbf{y}^{(k+1)} &= \mathbf{y}^{(k)} + \frac{3}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t}\right)^{(k)} \Delta t - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t}\right)^{(k-1)} \Delta t^2 + O(\Delta t^3) \end{aligned} \quad (41)$$

(34)式を用いて

$$\mathbf{y}^{(k+1)} \doteq \mathbf{y}^{(k)} + \frac{3}{2} \mathbf{f}^{(k)} \Delta t - \frac{1}{2} \mathbf{f}^{(k-1)} \Delta t \quad (42)$$

を得る。①これを用いて $\mathbf{y}(t+\Delta t)$ を予測し $\mathbf{y}^{(p)}(t+\Delta t)$ とする。② $\mathbf{y}^{(p)}(t+\Delta t)$ の各成分 θ_i, T_i を用いて $\mathbf{f}(t+\Delta t, \mathbf{y})$ を計算する。③ $\mathbf{y}(t), \mathbf{f}(t+\Delta t, \mathbf{y}), \mathbf{f}(t, \mathbf{y})$ を用いて(42)に代入し、 $\mathbf{y}(t+\Delta t)$ を再計算しこれを $\mathbf{y}^{(c)}(t+\Delta t)$ とする。ここで $\|\mathbf{y}^{(p)}(t+\Delta t) - \mathbf{y}^{(c)}(t+\Delta t)\| \leq \varepsilon$ になったら計算をやめ、 $\mathbf{y}(t+\Delta t)$ を定める。

引用文献

- (1) CAMILLO, P.J., R.J. GURNEY and T.J. SCHMUGGE: A soil and atmospheric boundary layer model for evapotranspiration and soil moisture studies. *Water Resour. Res.* 19 (2): 371~380, 1983
- (2) KIRKBY, M.J. (ed.), C.V. ARDIS Jr, T.C. ATKINSON, R.P. BETSON, R.J. CHORLEY, T. DUNNE, W. W. EMMETT, R.A. FREEZE, and R.Z. WHIPKEY: *Hillslope hydrology* (新しい水文学, 330pp, 朝倉書店, 東京, 1983). JOHN WILEY & SONS, 1978
- (3) REMSON, I., G.M. HORNBERGER, and F.J. MOLZ: *Numerical methods in subsurface hydrology*. 389pp WILEY-Interscience, New York·London·Sydney·Toronto, 1971
- (4) ROACHE, P.J.: *Computational fluid dynamics* (コンピュータによる流体力学〈上〉, 〈下〉, 構造計画研究所, 東京, 1978). Hermosa, 1976

(1986年5月31日受理)