

# 河道貯留作用の解析と遊水池への応用

文部教官 山口伊佐夫

Isao YAMAGUCHI :

A Study of Channel-Storage and Its  
Application to Reservoir Flood Control

## 目 次

緒 言	219	Ⅲ 理論式の検討	223
I 理 論	219	(a) 応用的価値	223
II 遊水池への応用	222	Résumé	227

## 緒 言

得られた流量曲線から水文的な意味に於ける流域内の有機的性格を判断するには測定の精度を向上せしめるために設けられた測水所の遊水池或いは河道等の流量曲線に及ぼす影響を除く必要がある。

特に流域内に於ける森林地被物の水文的価値を論ずるには得られた流量曲線を更に上流部の山腹にまで誘導する必要があると考えられる。

このような目的から水理学的に複雑な河道の貯留作用に対する解析を行い更に遊水池の調節作用への応用を試みた。

この方法は比較的簡単でこれを愛知県演習林白坂量水観測結果に適用したところ殆んど O. EKDAHL 氏の計算結果と同様な値が得られた。本論文に対して御指導御鞭撻を載いた荻原教授に対し甚謝の意を表する。

## I. 理 論

水路内の水の移動に関して次の理論式が求められてある。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{g} \left( \alpha \frac{\partial v}{\partial t} + \beta v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = S_0 - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{v^2}{f^2 R s} \quad (2)$$

A; 水路断面積                      v; 平均流速

Q; 流 量                              g; 重力の加速度

h; 水 深                                S<sub>0</sub>; 河床勾配

α, β; 常 数                            f; 常 数

R; 径 深

(1)式は水連続の方程式であり(2)式は運動方程式であることは周知の通りである。

この内(2)式中の流水の加速度の項は他の項に比べて充分小さいことが實際上知られているから次のように誘導して支障ない。

即ち  $H$  を絶対水深とすれば

$$-S_0 + \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

となるから(2)は

$$\text{従つて} \quad -\frac{V^2}{f^2 R^s} = \left( -\frac{\partial H}{\partial x} \right)$$

$$\text{故に} \quad V^2 = \left\{ f^2 R^s - \frac{\partial H}{\partial x} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

が得られる。こゝで径深  $R$  の指数  $s$  は Chezy 氏によれば  $1, f=C$  が採用してある。

次に水連続の方程式(1)式から次の原式を導くことが出来る。

$$\left( \frac{Q_t + Q_{t+\Delta t}}{2} - \frac{q_t + q_{t+\Delta t}}{2} \right) \Delta t = B \Delta L \cdot \Delta h_a \dots \dots \dots (4)$$

$B$ ; 河断面の其の水位に対する幅

$\Delta L$ ; 長さ

$\Delta h_a$ ; 其の河断面の水位の変化量の平均値

$Q$ ; 流入量

$q$ ; 流出量

$\Delta t$ ; 微少区分時間

今流出量について  $\Delta t$  時間前後の  $q_t$  と  $q_{t+\Delta t}$  との関係については

$$q_{t+\Delta t} = q_t + \frac{dq}{dh} \cdot \Delta h_{\Delta t^2}$$

で表現出来る。これを(4)式に代入すると

$$\left( \frac{Q_t + Q_{t+\Delta t}}{2} - \frac{q_t + q_t + \frac{dq}{dh} \cdot h_{\Delta t^2}}{2} \right) \Delta t = B \Delta L \cdot \Delta h_a$$

が得られる。

$$\text{即ち} \quad \left( \frac{Q_t + Q_{t+\Delta t}}{2} - q_t \right) = \frac{dq}{dh} \Delta h_{\Delta t^2} \left( \frac{B \Delta L}{\Delta t} - \frac{\Delta h_a}{\Delta h_{\Delta t^2}} \frac{1}{\frac{dq}{dh}} + \frac{1}{2} \right)$$

今  $dq = \Delta q_{\Delta t}$   $dh = \Delta h_{\Delta t^2}$  とすれば

$$\frac{Q_t + Q_{t+\Delta t}}{2} - q_t = \Delta q_{\Delta t} \left( \frac{B \Delta L}{\Delta t} \frac{\Delta h_a}{\Delta h_{\Delta t^2}} \frac{1}{\frac{dq}{dh}} + \frac{1}{2} \right)$$

更に

$$\beta = \frac{B \Delta L}{\Delta t} \frac{\Delta h_a}{\Delta h_{\Delta t^2}} \frac{1}{\frac{dq}{dh}} + \frac{1}{2}$$

とすれば(但し  $\beta$  は常数の意味でない。)

$$\frac{Q_t + Q_{t+\Delta t}}{2} = \beta \Delta q_{\Delta t} + q_t \dots \dots \dots (5)$$

が得られる。

即ちこれは  $t$  時刻  $t + \Delta t$  と時刻の流出量の差に  $\beta$  を乗じて  $t$  時刻の流出量に加えれば  $t$  時刻と  $t + \Delta t$  時刻の平均的な流入量とみることが出来る。

即ち流出量曲線から一定の時間間隔  $\Delta t$  毎に(5)式に準じた計算で追って行けば流入量曲線を求めることが出来る。

次に(5)式中の  $\beta$  の値について検討を加えてみる。

$$\beta = \frac{B \Delta L}{\Delta t} \frac{\Delta h_a}{\Delta h_{\Delta t_2}} \frac{1}{\frac{dq}{dh}} + \frac{1}{2}$$

に於て先ず  $\Delta h_a / \Delta h_{\Delta t_2}$  について考えよう。水位  $h$  が  $\Delta L$  の区間を  $\Delta t$  時間で流下した場合に如何なる変化をするか。

これは距離と時間に関係するから  $\Delta L$  と  $\Delta t$  の終りにおける  $h$  の変化量は次のようにして求められる。

$h = F(L, t)$  の全微分は

$$dh = \frac{\partial h}{\partial L} dL + \frac{\partial h}{\partial t} dt$$

となりここに  $\frac{\partial h}{\partial L}$  は距離だけに關する微分係数であり、近似的に  $\frac{\Delta h_{\Delta L}}{\Delta L}$  とおき、 $\frac{\partial h}{\partial t}$  は時間だけに關する微分係数であり近似的に  $\frac{\Delta h_{\Delta t}}{\Delta t}$  とおきまた  $dL = \Delta L$ ,  $dt = \Delta t$  とおけば

$$\Delta h_{\Delta t_2} = \Delta h_{\Delta L} + \Delta h_{\Delta t}$$

次に  $\Delta L$  の初めの点に於ける水位は  $\Delta t$  の終りの時刻すなわち  $t + \Delta t$  に於ては  $\Delta h_{\Delta t_2}$  だけ変化しているから  $\Delta L$  間の水位の変化量の平均値は

$$\Delta h_{a2} = \frac{\Delta h_{\Delta t_1} + \Delta h_{\Delta t_2}}{2} = \Delta h_{\Delta t_1} + \frac{\Delta h_{\Delta L}}{2}$$

故に 
$$\frac{\Delta h_a}{\Delta h_{\Delta t_2}} = \frac{2\Delta L_{\Delta t_1} + \Delta h_{\Delta L}}{2\Delta h_{\Delta t_2}}$$

となる。此の場合  $\Delta h_{\Delta t}$  は(3)式の変形によつて求め得られる。

即ち 
$$Q^2 = f^2 A^2 R s \left( - \frac{\partial H}{\partial L} \right)$$

であるから

$$\frac{Q^2}{f^2 A^2 R s} = - \frac{\partial H}{\partial L} = S_0 - \frac{\Delta h_{\Delta L}}{\Delta L}$$

とみなせるから  $\Delta L$  区間の  $f, A, R, Q, S_0$  が求められれば

$$\Delta h_{\Delta L} = \left( S_0 + \frac{Q^2}{f^2 A^2 R s} \right) \Delta L \dots \dots \dots (6)$$

又  $\beta$  式に於ける  $\Delta h_{\Delta t_2}$  は

$$\Delta h_{\Delta t_2} = h + \Delta h_{\Delta L} + \Delta h_{\Delta t_1} - h = \Delta h_{\Delta L} + \Delta h_{\Delta t_1}$$

であるから  $\Delta h_{\Delta t_1} = \Delta h_{\Delta t_2} - \Delta h_{\Delta L}$

が得られて

$$\frac{\Delta h_a}{\Delta h_{\Delta t2}} = 1 - \frac{\Delta h_{\Delta L}}{2\Delta h_{\Delta t2}}$$

が導かれる。即ち  $\Delta h_{\Delta t2}$  は流出量水位曲線から求められ得るから(6)式の併用によつて  $\Delta h_a/\Delta h_{\Delta t2}$  の値は容易に計算出来る。即ち最下流点の流量曲線が得られれば順次此の計算を追つて行くことにより上流部の流量曲線を導くことが出来る。 $B$  の値は実測によつて決定出来るから各水位に対する  $\beta$  の値は容易に計算出来ることになる。

所が実際の場合には此等の問題より更に複雑な現象が予想される。

実際の対象になるものは殆んどが溪流であるから  $\Delta L$  区間の断面積或いは径深粗度係数が厳密には非常に変化のある状態で此等に原因した水位の変化が相対的に不等流による水位の変化よりも大きいことが考えられる。

むしろ其のための討議が必要である。

従つて其の区間は等流とみなして(2)式より出発した  $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$  として

$$Q^2 = f^2 A^2 R^s S_0$$

として計算を前記順序に追つて進めた方が効果的ではないかと思つている。

其の場合  $\Delta L$  区間内の各地点の、 $R A S_0 Q$  の関係を求め水位と流量との単純な関係式を近似的に求めておけば  $\Delta h_a$  の計算も比較的簡単に出来るわけである。

## II. 遊水池への応用

遊水池に於ても水連続の方程式は適用されるからこの式を採用しても支障ない。即ち

$$\frac{Q_t + Q_{t+\Delta t}}{2} = \beta \Delta q_{\Delta t} + q_t$$

$$\beta = \frac{B\Delta L}{\Delta t} \frac{\Delta h_a}{\Delta h_{\Delta t2}} \frac{1}{\frac{dq}{dh}} + \frac{1}{2}$$

併し此の場合水系と異つて  $\Delta L$  による水位の変化は非常に小さいものであるから  $\Delta h_a/\Delta h_{\Delta t2} = 1$  として支障ない。

従つて

$$\beta = \frac{B\Delta L}{\Delta t} \frac{1}{\frac{dq}{dh}} + \frac{1}{2}$$

で更に計算が簡単になる。

此の計算について白坂量水観測所で行われている値について流入量を求め更に比較的精度の良好と認められている O, EKDAHL 氏の解法による結果と比較検討してみる。

今具体的計算例として簡単な説明を加える。

先ず  $B\Delta L$  は遊水池のその水位に対する水表面積になる。又流出量  $q$  は水位の函数として表現出来るから其の水位に対する一次微分値も求められる。

此の白坂観測所の遊水池の水表面積と水位の関係及び流量と水位の関係をあげると次のようである。

$$BdL = 361,149 + 11.592h \quad (\text{m}^2)$$

$$q = 20,6359h^{\frac{3}{2}} \quad (\text{m}^3/\text{min}) \quad h < 0.5(\text{m}) \text{ の場合}$$

$$q = 20,6359h^{\frac{3}{2}} + 1275,7593(h-0.5)^{\frac{3}{2}} \quad (\text{m}^3/\text{min}) \quad h > 0.5\text{m} \text{ の場合}$$

従つて流出量  $q$  の水位  $h$  に対する一次微分式は次のようになる。

$$\frac{dq}{dh} = 30,954h^{0.5} \quad h < 0.5\text{m} \text{ の場合}$$

$$\frac{dq}{dh} = 30,954h^{0.5} + 1913,639(h-0.5)^{0.5} \quad h > 0.5\text{m} \text{ の場合}$$

が得られる。

今  $\Delta t = 10\text{min}$  において  $\beta$  の値を計算すると各水位に対する値は第1表のようなものが得られる。

これを図示すれば第1図のようになり細かい水位に対する  $\beta$  の値は図上より求めて支障ないようである。

此の値の計算の順序及び O. EKDAHL 氏による解との比較は第2表のようである。

以上によつて此の方法が比較的簡単で併も精度の点で大した差異が生じないことがうかがえる。

### Ⅲ. 理論式の検討

直接対象になるのは流量に対する水位の一次微分の値であるが実際描かれる水位曲線は不規則な曲線を描くこと及びその一次微分の値が常数になることが殆んど考えられないこと等から其処に多少の誤差が予想され得る。

この計算では  $\Delta t$  時間前後の水位の平均水位に対する一次微分の値を採用したのであるが増水曲線は相対的に流域面積の大小と関連があるからそれぞれに適當とする単位時間区分（この計算では  $10\text{min}$ ）を決定してそれに対する  $\beta$  の値を算定しておけばほぼ其の区間は直線とみなせるし大した誤差は生じないと思われる。

#### (a) 応用的価値

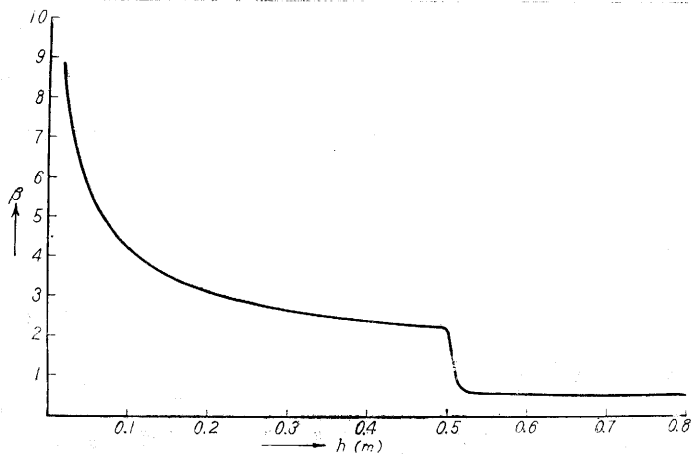
前式より

$$\Delta q_{\Delta t} = \frac{1}{\beta} \left( \frac{Q_{t+\Delta t} + Q_t}{2} - q_t \right)$$

であるから成るべく  $\Delta q_{\Delta t}$  を小さくするような遊水池が洪水調節の為には好ましいわけである。其の為には  $\beta$  の値が成るべく大きい方が目的に合致した遊水池といえる。

第1表  $\beta$  の算定  
Calculation of  $\beta$

水位 $h$	$\frac{B\Delta L}{\Delta t} \cdot \frac{n^2}{\text{min}}$	$\frac{dq}{dh}$	$1/hq/dh$	$\frac{B\Delta L}{\Delta t} \cdot \frac{1}{dq/dh}$	$\frac{B\Delta L}{\Delta t} \cdot \frac{1}{dq/dh} + \frac{1}{2}$
0.02	36.14	4,377	0.2285	8.28	8.78
0.04	36.16	6,191	0.1615	5.86	6.36
0.06	36.18	7,581	0.1319	4.78	5.28
0.08	36.21	8,754	0.1142	4.13	4.63
0.10	36.23	9,788	0.1022	3.70	4.20
0.12	36.25	10,722	0.09328	3.38	3.88
0.14	36.28	11,583	0.08636	3.13	3.63
0.16	36.30	12,382	0.08078	2.93	3.43
0.18	36.32	13,133	0.07616	2.77	3.27
0.20	36.35	13,843	0.07225	2.62	3.12
0.22	36.37	14,514	0.06887	2.51	3.01
0.24	36.39	15,164	0.06596	2.40	2.90
0.26	36.42	15,783	0.06337	2.31	2.81
0.28	36.44	16,379	0.06105	2.23	2.73
0.30	36.46	16,954	0.05900	2.15	2.65
0.32	36.49	17,510	0.05711	2.08	2.58
0.34	36.51	18,049	0.05540	2.02	2.52
0.36	36.53	18,572	0.05385	1.97	2.47
0.38	36.56	19,081	0.05241	1.92	2.42
0.40	36.58	19,577	0.05107	1.87	2.37
0.42	36.60	20,060	0.04985	1.83	2.33
0.44	36.62	20,532	0.04871	1.78	2.28
0.46	36.65	20,994	0.04764	1.74	2.24
0.48	36.67	21,446	0.04662	1.71	2.21
0.50	36.69	21,888	0.04568	1.68	2.18
0.52	36.72	292,948	0.03414	0.125	0.625
0.54	36.74	405,475	0.002466	0.0906	0.591
0.56	36.76	491,410	0.002035	0.0748	0.575
0.58	36.79	564,828	0.001771	0.0651	0.565
0.60	36.81	629,127	0.001590	0.0585	0.559
0.62	36.83	687,277	0.001455	0.0536	0.554
0.64	36.86	740,789	0.001350	0.0498	0.550
0.66	36.88	790,603	0.001265	0.0467	0.547
0.68	33.90	837,405	0.001194	0.0441	0.544
0.70	36.93	881,697	0.001134	0.0419	0.542
0.72	36.95	923,837	0.001082	0.0400	0.540
0.74	36.97	964,120	0.001037	0.0383	0.538
0.76	37.00	985,700	0.001015	0.0376	0.538
0.78	37.02	1039,940	0.0009615	0.0356	0.536
0.80	37.04	1075,827	0.0009294	0.0344	0.534



第1図 水位と  $\beta$  との関係  
Fig 1 Relation between water depth and  $\beta$

第2表(a) 流入量の算定  
Calculation of inflow rate from outflow rate

water 水	depth 位	ave of w.d 平均値	$\beta$	out flow rate 流量 $q_i$	$\Delta q_i$	$\beta \Delta q_i$	$q_{i-1}$	inflow rate $\frac{Q_{i-1} + Q_i}{2}$	method of O. E O. E 法
1	0.108	0.1085	4.045	0.751	0.011	0.044	0.751	0.795	0.793
2	0.109	0.1095	4.028	0.762	0.010	0.040	0.762	0.802	0.804
3	0.110	0.1140	3.959	0.772	0.083	0.329	0.772	1.101	0.100
4	0.118	0.1305	3.725	0.855	0.280	1.043	0.855	1.898	1.902
5	0.143	0.1665	3.362	1.135	0.586	1.973	1.135	3.105	3.136
6	0.190	0.280	2.730	1.721	2.915	7.969	1.721	9.690	9.740
7	0.370	0.435	4.089	4.640	2.648	10.828	4.640	15.468	
7.5	0.500	0.516	0.778	7.288	8.627	6.712	7.288	14.000	16.213
8	0.532	0.526	0.601	15.915	-4.264	-2.562	15.915	13.353	13.343
9	0.520	0.515	0.650	11.651	-2.748	-1.786	11.651	9.865	9.911
10	0.510	0.505	0.731	8.903	-1.615	-1.187	8.903	7.722	7.729
11	0.500	0.490	2.195	7.288	-0.433	-0.950	7.288	6.338	6.339
12	0.480	0.466	2.231	6.855	-0.592	-1.321	6.855	5.534	5.533
13	0.452	0.4385	2.280	6.263	-0.552	-1.259	6.263	5.004	5.000
14	0.425	0.4125	2.340	5.711	-0.496	-1.161	5.711	4.550	4.549
15	0.400	0.3885	2.400	5.215	-0.444	-1.066	5.215	4.149	4.153
16	0.377	0.365	2.452	4.771	-0.448	-1.098	4.771	3.673	3.671
17	0.353	0.3445	2.505	4.323	-0.308	-0.772	4.323	3.551	3.549
18	0.336	0.3305	2.549	4.015	-0.196	-0.500	4.015	3.515	3.517
19	0.325	0.317	2.589	3.819	-0.278	-0.717	3.819	3.102	3.097
20	0.309	0.3025	2.639	3.541	-0.222	-0.586	3.541	2.955	2.957
21	0.296	0.2905	2.680	3.319	-0.183	-0.490	3.319	2.829	2.827
22	0.285								

第2表(b) 流入量の算定  
Calculation of inflow rate from outflow rate

water depth 水位	ave of w.d 平均値	$\beta$	out flow rate 流量 $q_i$	$\Delta q \Delta t$	$\beta \Delta q \Delta t$	$q_{i-1}$	inflow rate $\frac{Q_{i-1} + Q_i}{2}$	method of O.E O.E法
220			2.134					
	226	2.972		0.172	0.520	2.134	2.654	2.657
232			2.306					
	256	2.821		0.748	2.110	2.306	4.416	4.428
280			3.054					
	320	2.580		1.398	3.607	3.054	6.661	6.672
360			4.452					
	395	2.381		1.360	3.238	4.452	7.690	7.692
430			5.812					
	446	2.262		0.661	1.495	5.812	7.307	7.315
462			6.473					
	469.5	2.222		0.318	0.707	6.473	7.180	7.183
477			6.791					
	473.5	2.219		-0.149	-0.331	6.791	6.460	6.460
470			6.642					
	465	2.231		-0.211	-0.471	6.642	6.171	6.170
460			6.431					
	452.5	2.252		-0.312	-0.703	6.431	5.728	5.725
445			6.119					
	437.5	5.280		-0.307	-0.700	6.119	5.419	5.417
430			5.812					
	420	2.322		-0.400	-0.929	5.812	4.883	4.880
410			5.412					
	401	2.365		-0.355	-0.840	5.412	4.572	4.577
392			5.057					
	386	2.401		-0.228	-0.547	5.057	4.510	4.506
480			4.829					
	372.5	2.435		-0.284	-0.692	4.829	4.137	4.140
365			4.545					
	360.5	2.468		-0.166	-0.410	4.545	4.135	4.134
356			4.379					
	352	2.485		-0.148	-0.368	4.379	4.011	4.014
348			4.231					
	344	2.505		-0.144	-0.361	4.231	3.870	3.868
340			4.087					
	336.5	2.529		-0.126	-0.319	4.087	3.768	3.770
333			3.961					
	330	2.549		-0.106	-0.270	3.961	3.691	3.690
327			3.855					
	324.5	2.565		-0.088	-0.226	3.855	3.629	3.629
322			3.767					
	321	2.579		-0.035	-0.090	3.767	3.677	3.677
320			3.732					
	316.5	2.591		-0.123	-0.319	3.732	3.413	3.416
313			3.609					



従つてその水系に洪水調節の爲の目的でダムを設置する場合或いは砂防ダムの設置の場合は前述の点或いは後述の点に注意をはらえば其の効果を更に期待することが出来る。

今一般的解法の順序として次の仮定をする

$$B\Delta L = c_1 h^n + a$$

$$q = c_2 h^m$$

先づ一般の考えから  $n \geq 0$   $1-m < 0$  の仮定が成立するから上式を  $\beta$  式に代入して

$$\beta = \left( \frac{a}{mc_2} h^{1-m} + \frac{c_1}{mc_2} h^{n+1-m} \right) \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{2}$$

此の場合高水位の場合にが低水位の場合より洪水調節機能即ち  $\beta$  の値が大きい方が目的に合致するから特に其の点を考慮に入れると  $|n| > |1-m|$  の条件を必要とする。

更に  $|a(1-m)| < c_1(n+1-m)h^n$  であれば水位の増加に対する  $\beta$  の値は増大の傾向を示すことになる。

更に理想的なものとしては  $|a(1-m)| < c_1(n+1-m)$  の場合である。

以上の点から考えると普通放水路の断面を矩形にみつもつても  $m=3/2$  程度であるから其の場合でも  $n > 1$  の方が好ましいということになる。

又  $a$  に対して  $c_1$  の値が極度に小さ過ぎることも此の目的には合致しない結果になる。

### Résumé

In this paper, the author deduced a theoretical solution on the channel storage phenomenon and also applied it to the flood controlling effect of a reservoir.

The result being as follows,

$$\frac{Q_{t+\Delta t} + Q_t}{2} = \beta \Delta q_{\Delta t} + q_t \quad \beta = \frac{B\Delta L}{\Delta t} \frac{\Delta h_a}{\Delta h \Delta t_2} \frac{1}{\frac{dq}{dh}} + \frac{1}{2}$$

Where  $Q_t$  is inflow rate at  $t$  time;  $q_t$  is outflow rate at  $t$  time and it is given as function of water depth;  $\Delta q_{\Delta t}$  is the increment of outflow rate during the time  $\Delta t$ ;  $B\Delta L$  is area of water surface and it is given as function of water depth;  $h$  is water depth of outflow.

By the preceding formula, we may estimate values of inflow rate from outflow rate.