流域内の雨量計算法に就いて

講師　荻原貞夫

目　　次

I. 緒　　言

一流域内に降つた雨の量を知る事は簡單ではない。それは雨が流域全部に一様に降らないからである。流域の面積が廣ければ廣い程各部分に於ける雨量の差は甚しくなる。從つて出來るだけ多くの場所に雨量計を設備して觀測を行ふのが理想的である。一流域内の雨量を正確に求める事は一般氣象學上重要であるが，次ぎに述べる流出量に關する研究上も甚だ重大問題となつてゐるのである。

東京帝國大學農學部附屬愛知縣演習林東山に於ては雨量と流出量との關係を知る爲に量水觀測を行つてゐる。從來行はれた量水法は流出量測定の精度大なるにも拘らず，その源泉となる雨量觀測の精度がそれに並行しないものが多いやうに見受られる。これでは流出量が如何に正確に求められたとしても，雨量に對する流出量の値即ち流出率の精度は，雨量觀測の精度以上には出でない。而して前記の場所では，本學名譽教授諸戶北郎博士が在職中この點に留意され，昭和7年集水區域内に13個の雨量計を設置されたので，それ以降現在に至る迄比較的精度の高い雨量觀測を行つてゐる。筆者は觀測開始當時より昭和13年の終りに至る間の雨量觀測結果を用ひてこの問題の考察を行ひ量水問題研究の一端に資せんとするのである。尙本文では與へられた流域内に雨量觀測點が2箇所以上多數存する場合，それ等設置箇處選定に關する問題は別として各觀測點に於ける雨量觀測値を如何に取扱ふかに就いて論ずるものである事をお斷りして置く。稿を始めるに當り御指導を辱うした伊藤武夫教授に謹んで感謝の意を表する。

II. 雨量觀測誤差の流出率に及ぼす影響に就いて

緒言に述べた通り量水試驗の目的が主として雨量と流出量との關係即ち流出率の點に在るとすれば，流出量測定と雨量觀測の精度は相伴つて高められなければならないのである。茲に流出量測定及び雨量觀測の兩者の精度が流出率の精度に及ぼす影響に就いて考へて見やう。

今

流出量測定値$=Q$, その誤差$=\delta Q$, その精度$=\dfrac{\delta Q}{Q}=A_Q$

雨量観測値$=R$, その誤差$=\delta R$, その精度$=\dfrac{\delta R}{R}=A_R$

流出率$=P$, その誤差$=\delta P$, その精度$=\dfrac{\delta P}{P}=A_P$

とすれば

$$P=\frac{Q}{R}$$

であるから，誤差傳播の法則に依り

$$\delta P=\sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\delta Q\right)^2+\left(\frac{\partial P}{\partial R}\delta R\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{R}\delta Q\right)^2+\left(\frac{Q}{R^2}\delta R\right)^2}$$

$$\frac{\delta P}{P}=\sqrt{\left(\frac{\delta Q}{Q}\right)^2+\left(\frac{\delta R}{R}\right)^2}$$

$$\therefore\ A_P=\sqrt{A_Q^2+A_R^2}$$

上式に依つて明かなるやうに流出量測定に全然誤差が無く即ち $A_Q=0$ と假定した場合に於ても $A_P=A_R$ で，流出率の精度は雨量觀測の精度に等しくなるが決してそれ以上にはならないのである。次ぎに前式を A_Q に就いて微分すれば

第1次微分係數は $\dfrac{dA_P}{dA_Q}=\dfrac{A_Q}{\sqrt{A_Q^2+A_R^2}}>0$

第2次微分係數は $\dfrac{d^2A_P}{dA_Q^2}=\dfrac{A_R^2}{(A_Q^2+A_R^2)^{\frac{3}{2}}}>0$

從つて A_Q を變數とした場合の A_P の曲線は A_Q を x 軸にとれば concave upward である。即ち A_Q の値が小になればなる程 A_P の減少の程度は少くなる事を意味する。換言すれば流出量測定の精度のみを高めても流出率の精度に對する影響は左程著しく顯れないのである。然してこれは，一方の觀測方法の精度を高める事の不必要を云ふのではない事は勿論であり，目的とする値が2種以上の觀測値の函數である場合に，その内特定な觀測の精度のみを高めるよりもこれに關係ある總ての觀測方法の精度を，同時に高める方が效果的である事を云ふのである。即ち當面の問題として，流出量測定の精度が高められつつある現在，雨量觀測を在來の儘に放置す可きで無い理由を述べたのである。

III. 流域内の雨量計算に於ける等雨量線法

流域内に降つた雨量の總計を求めるには最も簡單な方法として，單に各觀測點に於ける雨量の算術平均値に流域面積を乘ずる事も考へられるであらう。又觀測點の位置・地形その他を考慮に容れて各觀測點に於ける雨量を適用す可き區域を定め，それ等の區域面積を乘じたものの合計を求める方法も考へられる。後の方法はその意圖は理想的であるが，この方法では寧ろ觀測點設置箇處選定法が問題となるのであつて既設の觀測點に關しては實行困難であらう。但しこの方針は計算簡易化の點からは輕視出來ない。この他にも尚種々の方法が存するであらうが，現在の處では等雨量線に依る方法が最も適當とされてゐる。筆者の計算法は要するに等雨量線法の主義に基き各觀測點の雨量適用面積を定めたものと云はれる。

等雨量線法に於ては各觀測點の雨量から等雨量線圖を作つて，相隣る線間の面積に等雨量線の表す雨量の平均値を乘じ，その和を以て總雨量とするのである。本法は流域面積が廣大で且年雨量のやうに長期間内の雨量を求める場合には最も適切な方法と云へやう。然し量水を目的とする場合のやうに極く短期間内の雨量を對象とする場合に，個々の雨に就いてこの方法を行ふとすればその手數たるや尋常一樣ではない。他方，等雨量線圖を作るには觀測點以外の部分は凡て假定或ひは推定に依つて曲線を設けるのであるから，その技術は相當の熟練を必要とする。等雨量線は普通次ぎの順序に依つて設けられる。

(i) 主として地形を考慮に容れて近接の觀測點を順次に直線を以て連絡する。

(ii) この直線に沿つては雨量が一觀測點より他の觀測點に至る間一定の割合で變化するものと假定し，この線上に各雨量に相當する點を設定する。

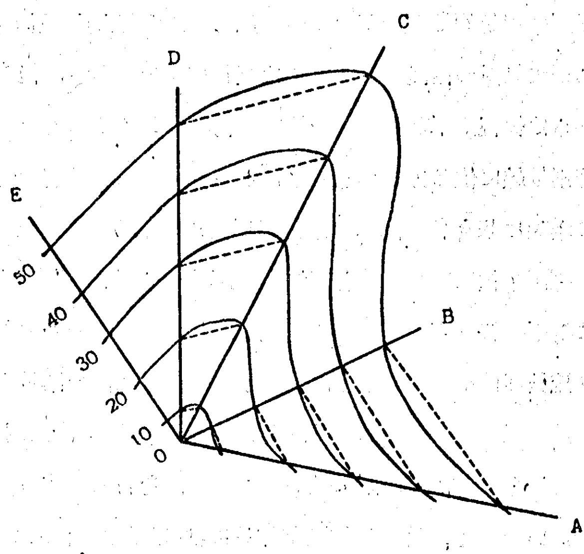
(iii) 雨量の等しい點を連結して等雨量線を引く。

以上の内 (iii) の操作は甚しい手數を要し且觀測點を連結する線以外の部分に對して曲線を設定するには，確定的な根據が無い爲そこには個人的專斷が加重され勝である。この曲線設定法は地形測量に於ける等高線挿記法と同樣に考へられるが，後者に於ては測線以外の部分も全然推定に依るのではなく，現地に於て目測を爲しつつ描き得るものであるから，これと同一に論ず可きではない。

IV. 等雨量線法の簡易化

等雨量線法に依る計算は相當煩雜で實用性を缺除してゐるので，筆者はこの缺點を補ふ爲次ぎの方法を採用した。それは先づ地形を考慮に容れて流域を各觀測點を頂點とする三角形に區分する。次ぎに等しい雨量の點は直線を以て連ねる。然してこの等雨量曲線に代へるに等雨量直線を以てする點は吟味の必要があると思ふ。勿論等雨量線として曲線を用ひた場合と直線を用ひた場合とでは算出雨量の異るのは當然である。然し前にも述べた通り確定的な値（雨量計に依る雨量觀測結果は正しいものとして）は觀測點に於ける雨量のみであり觀測點を結ぶ直線上の各點の雨量は旣に『一定の割合で變化する』との假定に基いて設けられてゐるのである。又等雨量曲線はその前後に於ける曲線の彎曲狀態から推定的に描かれるのである。從つて斯様に假定・推定に依つて設けられる等雨量線の代りに，直線を用ひても大差無いとするのはさして無理な考へではない。更に觀測點が多數に在り，從つてそれ等を連結する直線が多數に存する場合には，第1圖に示すやうに，或る部分（例へば 0A. 0B 間）では曲線を用ひる方が直線を用ひる場合より算出雨量は小となり，他の部分（例へば 0C. 0D 間）ではこれと反對になり，互に打消し合ふやうな結果となる。以上の理由から等雨量線として直線を用ひてもそれに依つて生ずる差異は極めて僅少であるとの想像が可能である。尙この想像は VI の兩法に依る算出雨量の比較結果で更に確實性を與へられるであらう。

第 1 圖



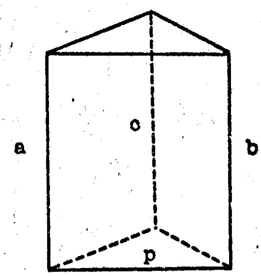
扨，等雨量線として直線を代用する方法の利點に就いて述べれば次ぎの通りであ

る。第1にこの方法に依れば個人的專斷が毫も加はらない事である。等しい雨量の點を直線で連ねるだけの操作であるから，何等の技巧も必要とせず何人たりとも容易に爲し得る特徴がある。第2は計算が甚だ簡單になる事である。卽ち曲線を用ひる場合には等雨量線間の面積はプラニメーターに依るか區分求積法或ひはその他の近似法に依る外はないのであるが，直線を用ひる場合には四角形として容易に求められる事になる。而して次節に述べる方法に依れば計算は更に一層簡單となる。

V. 新 計 算 法

等雨量線として直線を用ひる場合には3觀測點を頂點とする各三角形區域內の雨量は平面圖に於ける該三角形を底面（水平斷面）とし各點の雨量を頂點の高さとする三角柱體の體積に等しい。卽ち，この場合には等雨量直線が一平面を形成するからである。今第2圖に於けるやうに底面積を p，3頂點の高さを a, b, c とすれば，三角柱體の體積 v は

第 2 圖



$$v=\frac{p}{3}(a+b+c) \qquad \cdots\cdots(1)$$

となる。

次ぎに三角形が n 個有つた場合を考へ

各三角形の平面圖上の面積　$p_1\ p_2\ p_3 \cdots\cdots p_n$

各三角形の頂點に於ける雨量　$x_1\ y_1\ z_1\quad x_2\ y_2\ z_2\quad x_3\ y_3\ z_3 \cdots\cdots x_n\ y_n\ z_n$

各三角形內の雨量　$r_1\ r_2\ r_3 \cdots\cdots r_n$

とすれば

$$\left.\begin{aligned} r_1&=\frac{p_1}{3}(x_1+y_1+z_1)\\ r_2&=\frac{p_2}{3}(x_2+y_2+z_2)\\ r_3&=\frac{p_3}{3}(x_3+y_3+z_3)\\ &\vdots\\ r_n&=\frac{p_n}{3}(x_n+y_n+z_n)\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(2)$$

從つて總雨量を R とすれば

$$R=r_1+r_2+r_3+\cdots\cdots+r_n=\frac{p_1}{3}(x_1+y_1+z_1)+\frac{p_2}{3}(x_2+y_2+z_2)$$
$$+\frac{p_3}{3}(x_3+y_3+z_3)+\cdots\cdots+\frac{p_n}{3}(x_n+y_n+z_n)\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

卽ち總雨量は各觀測點に於ける雨量にその點を共有する三角形區分區域面積の$\frac{1}{3}$を乘じたものの和に等しい。

例へば流域が第3圖に示すやうに Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ, Ⅴ, Ⅵ の觀測點を頂點とする三角形に區分されたとする。各觀測點に於ける觀測雨量をそれぞれ $r_{\mathrm{I}}, r_{\mathrm{II}}, r_{\mathrm{III}}, r_{\mathrm{IV}}, r_{\mathrm{V}}, r_{\mathrm{VI}}$ とすれば，この流域内の總雨量 R は前述の式から

$$R=\frac{\triangle\mathrm{I\,II\,III}}{3}(r_{\mathrm{I}}+r_{\mathrm{II}}+r_{\mathrm{III}})+\frac{\triangle\mathrm{I\,III\,IV}}{3}(r_{\mathrm{I}}+r_{\mathrm{III}}+r_{\mathrm{IV}})$$
$$+\frac{\triangle\mathrm{I\,IV\,VI}}{3}(r_{\mathrm{I}}+r_{\mathrm{IV}}+r_{\mathrm{VI}})+\frac{\triangle\mathrm{I\,VI\,II}}{3}(r_{\mathrm{I}}+r_{\mathrm{VI}}+r_{\mathrm{II}})$$
$$+\frac{\triangle\mathrm{IV\,V\,VI}}{3}(r_{\mathrm{IV}}+r_{\mathrm{V}}+r_{\mathrm{VI}})\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

となり，これを各觀測點に就いて纏めると

$$R=r_{\mathrm{I}}\left(\frac{\triangle\mathrm{I\,II\,III}}{3}+\frac{\triangle\mathrm{I\,III\,IV}}{3}+\frac{\triangle\mathrm{I\,IV\,VI}}{3}+\frac{\triangle\mathrm{I\,VI\,II}}{3}\right)$$
$$+r_{\mathrm{II}}\left(\frac{\triangle\mathrm{I\,II\,III}}{3}+\frac{\triangle\mathrm{I\,VI\,II}}{3}\right)$$
$$+r_{\mathrm{III}}\left(\frac{\triangle\mathrm{I\,II\,III}}{3}+\frac{\triangle\mathrm{I\,III\,IV}}{3}\right)$$
$$+r_{\mathrm{IV}}\left(\frac{\triangle\mathrm{I\,III\,IV}}{3}+\frac{\triangle\mathrm{I\,IV\,VI}}{3}+\frac{\triangle\mathrm{IV\,V\,VI}}{3}\right)$$
$$+r_{\mathrm{V}}\left(\frac{\triangle\mathrm{IV\,V\,VI}}{3}\right)$$
$$+r_{\mathrm{VI}}\left(\frac{\triangle\mathrm{I\,IV\,VI}}{3}+\frac{\triangle\mathrm{I\,VI\,II}}{3}+\frac{\triangle\mathrm{IV\,V\,VI}}{3}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

の型となる。次ぎに各三角形をそれ等の圖心と各邊の中點を結ぶ直線で三等分した面積を，それぞれ $a_1, a_2, a_3,\ b_1, b_2, b_3,\ c_1, c_2, c_3,\ d_1, d_2, d_3,\ e_1, e_2, e_3,$ とすれば

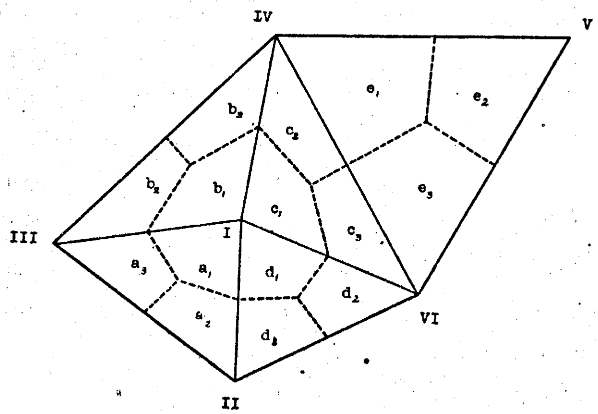
$$R=r_{\mathrm{I}}(a_1+b_1+c_1+d_1)+r_{\mathrm{II}}(a_2+d_3)+r_{\mathrm{III}}(a_3+b_2)+r_{\mathrm{IV}}(b_3+c_2+e_1)$$
$$+r_{\mathrm{V}}(e_2)+r_{\mathrm{VI}}(c_3+d_2+e_3)\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

となる。玆に $(a_1+b_1+c_1+d_1)$, (a_2+d_3), (a_3+b_2), $(b_3+c_2+e_1)$, (e_2), $(c_3+d_2+e_3)$ 等の面積は觀測點に位置の變化が無い限り確定的なものである。卽ち各觀測點の雨量適用範圍とも云ふ可きであらう。これ等を豫め流域平面圖から計算或ひは圖上で求めて置けば，その各々に各觀測點の雨量を乘じてその總和を求めれば良いのであ

る。一般に上述の方法で求められた各觀測點雨量適用面積を A_{I} A_{II} A_{III} A_{IV} A_{V} A_{VI}……A_{N} とすれば

$$R=\sum_{I}^{N} rA \cdots\cdots (7)$$

第　3　圖



本法は各觀測點に於ける雨量に定まつた面積を乘じてその和を求めるだけの操作であるから等雨量線法に比して頗る簡單である。

VI. 新計算法の實例並びに等雨量線法との比較

前節に述べた新計算法に依つて愛知縣演習林東山量水堰堤集水區域を各雨量觀測點に對する雨量適用面積に區分した結果は第4圖のやうである。但し觀測點 Ⅳ, Ⅷ 及び X, Ⅺ を連ねる直線より外の部分に對しては，特別な方法で雨量觀測を行つてゐるから除外してある。

次ぎに參考迄に新計算法に依る算出雨量と等雨量線法（等雨量曲線を用ひた）に依る雨量との比較を行つたのであるが（卷末第1表～第3表，及び第4圖～第7圖參照）その差異は採用した實例に就いては殆んど問題にならぬ程度であつた。因に此處に用ひた實例は當流域に於ける雨量觀測結果の統計上その配布狀態の異る代表的の3個の場合であり，昭和10年7月6～7日の型は最も頻繁に起る型である。

第1表　昭和9年7月12~15日の雨量（第4並びに第5圖參照）

觀測點番號	新計算法に依る計算			等雨量線法に依る計算		
	各觀測點に於ける雨量 r(mm)	各觀測雨量適用面積 a(ha)	r a (mm−ha)	等雨量線間の平均雨量 r′(mm)	等雨量線間の面積 a′(ha)	r′ a′ (mm−ha)
I	19.7	2.6	51.2	21.5	1.3	28.0
II	17.3	3.0	51.9	20.5	3.3	67.7
III	15.7	2.5	39.3	19.5	4.8	93.6
IV	16.6	3.2	53.1	18.5	8.3	153.6
V	15.8	9.4	148.5	17.5	8.7	152.3
VI	15.7	5.1	80.1	16.5	22.4	369.6
VII	15.6	18.6	290.2	15.4	25.1	386.5
VIII	15.2	8.7	132.2	16.3	4.3	70.1
IX	17.4	4.6	80.0	19.35	1.2	23.2
X	16.5	5.9	97.4	17.2	0.8	13.8
XI	21.2	5.1	108.1			
XII	21.7	4.7	102.0			
XIII	18.8	6.8	127.8			
計		80.2	1,361.8		80.2	1,358.4
雨高			17.0mm			16.9mm

（等雨線間の面積はプラニメーターに依つて求めた）

$$\varepsilon = \frac{r'a' - ra}{r'a'} = -0.00250$$

第2表　昭和10年7月6~7日の雨量（第4並びに第6圖參照）

觀測點番號	新計算法に依る計算			等雨量線法に依る計算		
	各觀測點に於ける雨量 r(mm)	各觀測雨量適用面積 a(ha)	r a (mm−ha)	等雨量線間の平均雨量 r′(mm)	等雨量線間の面積 a′(ha)	r′ a′ (mm−ha)
I	28.3	2.6	73.6	24.5	1.4	34.3
II	28.6	3.0	85.8	25.5	3.9	99.5
III	29.8	2.5	74.5	26.5	9.8	259.7
IV	32.0	3,2	102.4	27.5	12.6	346.5
V	29.8	9.4	280.1	28.5	12.7	362.0
VI	29.2	5.1	148.9	29.5	14.2	418.9
VII	28.2	18.6	524.5	30.5	10.2	311.1

Ⅷ	32.5	8.7	282.8	31.5	9.0	283.5
Ⅸ	33.5	4.6	154.1	32.5	5.5	178.8
Ⅹ	29.2	5.9	172.3	33.25	0.9	29.9
Ⅺ	24.0	5.1	122.4			
Ⅻ	26.0	4.7	122.2			
XIII	26.5	6.8	180.2			
計		80.2	2,323.8		80.2	2,324.2
雨　　高			29.0mm			29.0mm

（等雨量線間の面積はプラニメーターに依つて求めた）

$$\varepsilon=\frac{r'a'-ra}{r'a'}=+0.00017$$

第3表　昭和13年10月14～16日の雨量（第4並びに第7圖參照）

觀測點番號	新計算法に依る計算			等雨量線法に依る計算		
	各觀測點に於ける雨量 r(mm)	各觀測雨量適用面積 a(ha)	$r\ a$ (mm−ha)	等雨量線間の平均雨量 r'(mm)	等雨量線間の面積 a'(ha)	$r'\ a'$ (mm−ha)
Ⅰ	62.9	2.6	163.5	59.4	0.6	35.6
Ⅱ	59.5	3.0	178.5	61.0	17.7	1,079.7
Ⅲ	54.2	2.5	135.5	63.0	19.9	1,253.7
Ⅳ	58.4	3.2	186.9	65.0	21.1	1,371.5
Ⅴ	62.3	9.4	585.6	66.65	6.6	439.9
Ⅵ	60.8	5.1	310.1	59.0	9.0	531.0
Ⅶ	67.3	18.6	1,251.8	57.0	3.9	222.3
Ⅷ	62.5	8.7	543.8	55.1	0.8	44.1
Ⅸ	64.3	4.6	295.8	62.45	0.6	37.5
Ⅹ	65.6	5.9	387.0			
Ⅺ	58.8	5.1	299.9			
Ⅻ	62.6	4.7	294.2			
XIII	56.0	6.8	380.8			
計		80.2	5,013.4		80.2	5,015.3
雨　　高			62.5mm			62.5mm

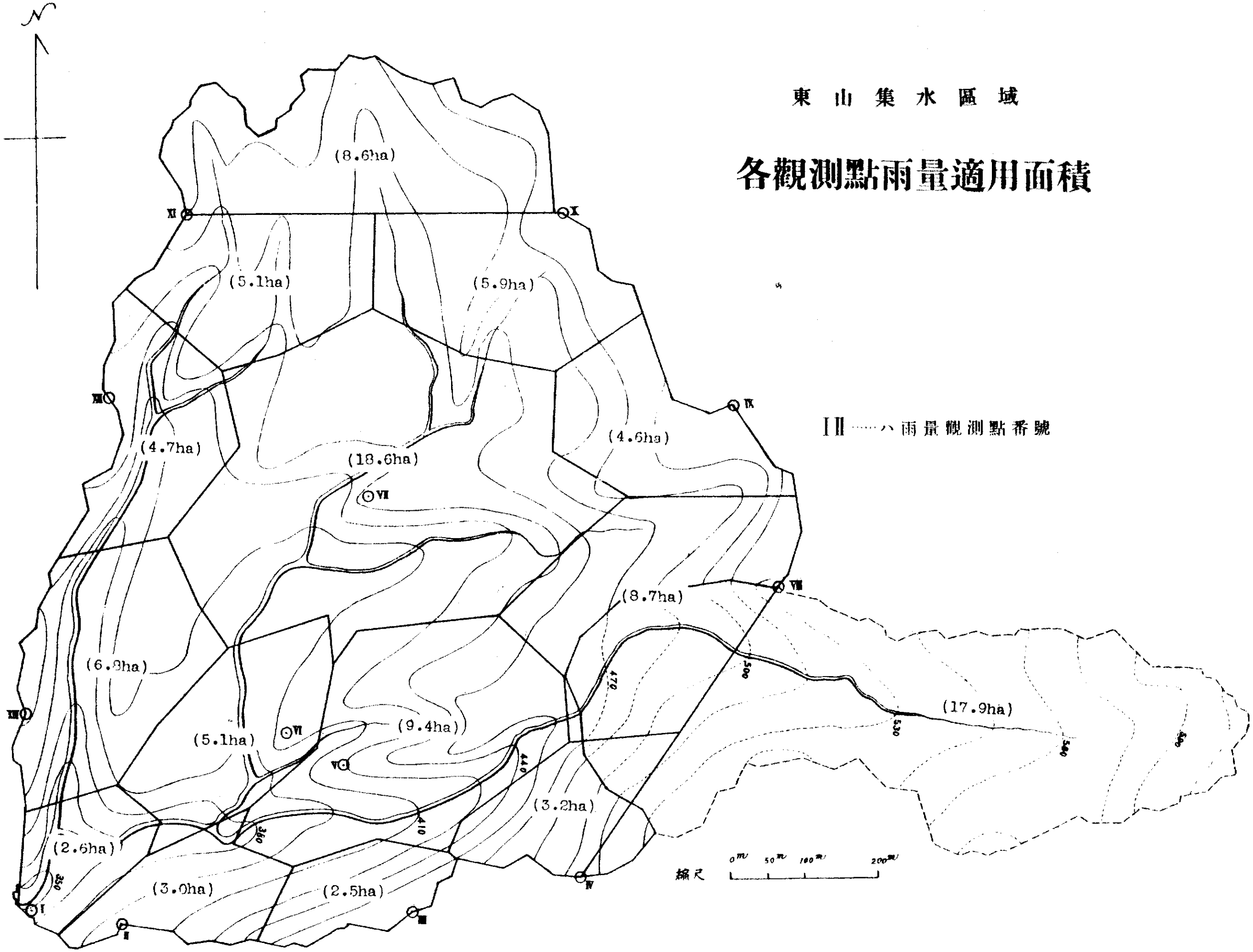
（等雨量線間の面積はプラニメーターに依つて求めた）

$$\varepsilon=\frac{r'a'-ra}{r'a'}=+0.00038$$

第 4 圖

東 山 集 水 區 域

各觀測點雨量適用面積

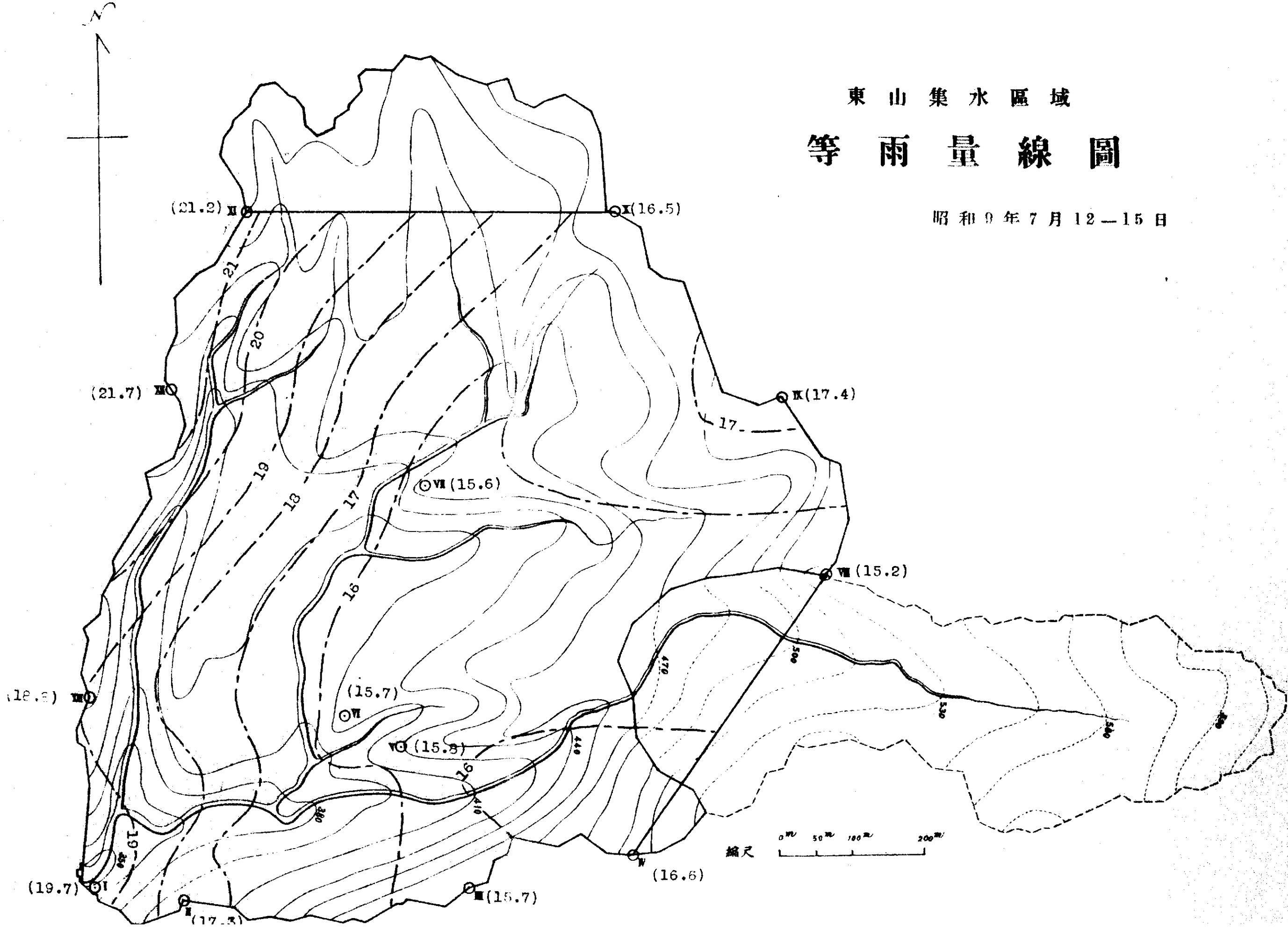


第 5 圖

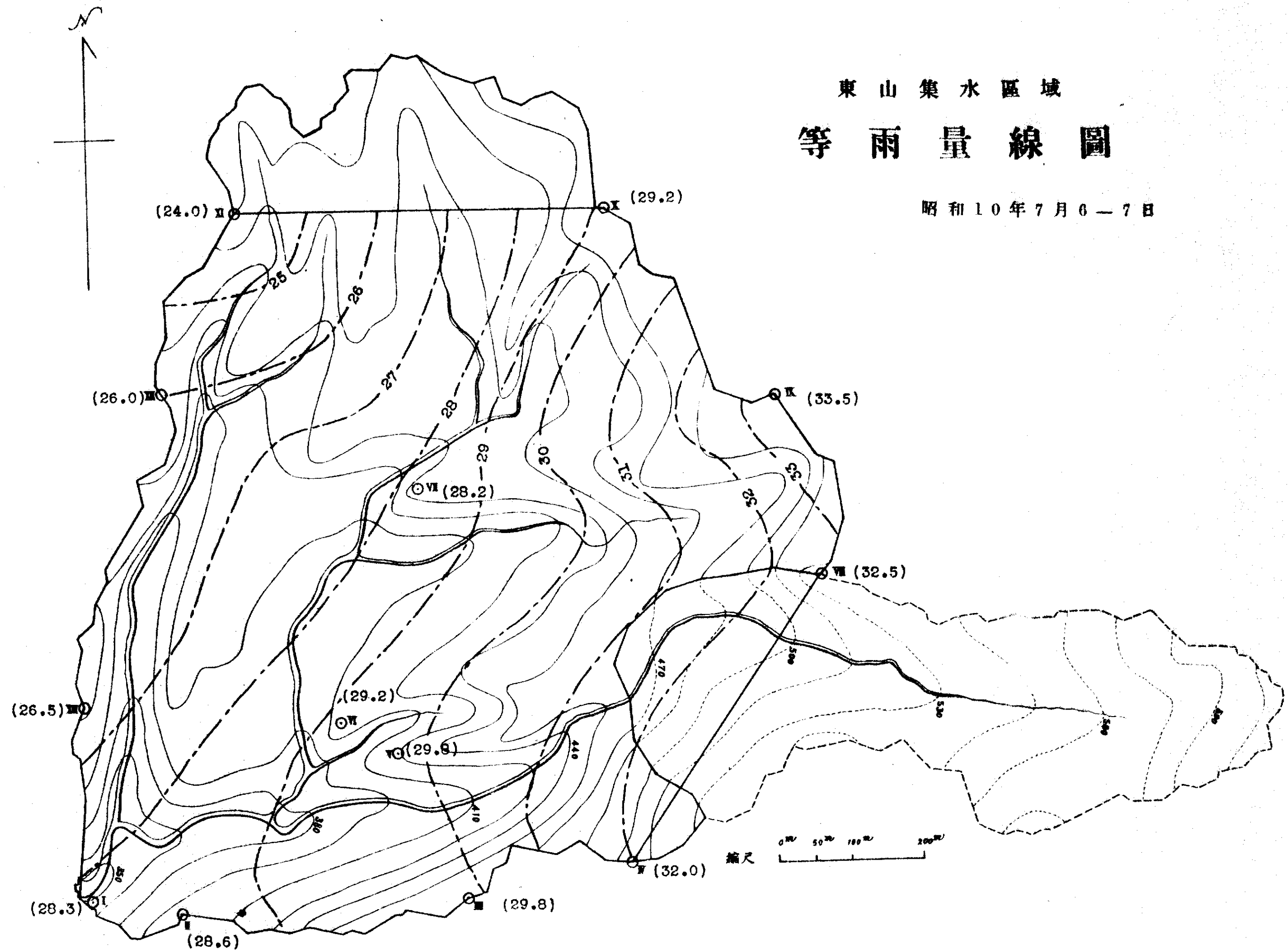
東山集水區域

等雨量線圖

昭和9年7月12—15日



第 6 圖


東山集水區域
等雨量線圖
昭和10年7月6—7日
N
(24.0) XI
X (29.2)
(26.0) XII
IX (33.5)
VII (28.2)
VIII (32.5)
(26.5) XIII
(29.2)
VI
V (29.8)
(28.3) I
II
(28.6)
III
(29.8)
IV (32.0)
25
26
27
28
29
30
31
32
33
縮尺

第 7 圖

東山集水區域

等雨量線圖

昭和13年10月14—16日