

量子ドット埋め込みヘテロ構造チャンネルに  
おける2次元電子とその伝導特性

川津 琢也

# 目次

## 1. 序論

1.1 研究の背景	1
1.2 量子ドット構造の形成	3
1.3 自己形成量子ドットを用いた新素子	4
1.4 自己形成量子ドットによる2次元電子散乱	8
1.5 本研究の目的	10
1.6 論文の構成	10
参考文献	12

## 2. 量子ドットによる2次元電子散乱の理論

2.1 序論	16
2.2 2次元電子散乱の一般理論	17
2.3 荷電ドットが作るクーロンポテンシャル散乱	19
2.4 ドットに伴うバンド不連続性による散乱	23
2.4.1 低ドット密度の場合	23
2.4.2 高ドット密度の場合	26
2.5 ドットの歪ポテンシャルによる散乱	28
2.5.1 ドットの歪とポテンシャル	28
2.5.2 ピエゾポテンシャルによる散乱	30
2.6 2章のまとめ	32
参考文献	33

## 3. 自己形成 InAlAs アンチドット埋め込みヘテロ接合チャンネルにおける電子散乱

3.1 序論	35
3.2 試料作製	35
3.2.1 InAlAs アンチドットの作製条件とその形状	35
3.2.2 伝導評価用試料とその作製方法	39
3.3 ホール効果計測による InAlAs ドットの散乱特性評価	41
3.3.1 電子移動度の電子密度依存性	41
3.3.2 低密度 InAlAs アンチドットによる散乱	43
3.3.3 高密度 InAlAs アンチドットによる散乱	44
3.4 シュブニコフ・ド・ハース (SdH) 振動解析を用いた InAlAs ドットによる電子散乱特性評価	46

3. 4. 1	SdH 振動の解析方法と量子移動度の測定	47
3. 4. 2	移動度の比 $\mu_c/\mu_q$ と InAlAs アンチドットの散乱特性	50
3. 5	3章のまとめ	51
	参考文献	53
<b>4.</b>	<b>自己形成 InGaAs ドット埋め込みヘテロ接合チャンネルにおける電子散乱</b>	
4. 1	序論	55
4. 2	荷電ドットによる電子散乱の理論	55
4. 3	InGaAs ドット埋め込み HEMT 試料の電気伝導特性	59
4. 3. 1	伝導評価用 HEMT 試料とその作製方法	59
4. 3. 2	ホール移動度とその解析	60
4. 3. 3	量子移動度とその解析	62
4. 4	荷電ドットと中性ドットによる電子の散乱特性	63
4. 4. 1	伝導評価のための逆 HEMT 構造とその作製方法	64
4. 4. 2	微分キャパシタンス測定による荷電ドットの割合の評価	66
4. 4. 3	ホール移動度とその解析	68
4. 4. 4	量子移動度とその解析	70
4. 5	4章のまとめ	71
	参考文献	73
<b>5.</b>	<b>InGaAs ドット埋め込みヘテロ接合チャンネルにおける負の磁気抵抗効果と電子の局在</b>	
5. 1	序論	75
5. 2	局在効果と負の磁気抵抗の一般論	75
5. 3	負の磁気抵抗の測定およびその解析方法	78
5. 3. 1	Drude モデルによる電気伝導度	78
5. 3. 2	磁気抵抗計測による非弾性散乱時間の測定	78
5. 4	荷電ドットによる非弾性散乱とその温度依存性	83
5. 5	5章のまとめ	87
	参考文献	89
<b>6.</b>	<b>InGaAs ドット埋め込みヘテロ接合チャンネルにおける磁場キャパシタンス</b>	
6. 1	序論	91
6. 2	強磁場下でのキャパシタンスのモデル	91
6. 2. 1	抵抗板モデル(エッジチャンネルモデル)	91
6. 2. 2	状態密度モデル	96

6.3 強磁場下でのキャパシタンスの測定およびその評価方法	97
6.3.1 磁場キャパシタンスの測定とその結果	97
6.3.2 周波数への依存性	98
6.3.3 解析方法とその結果	100
6.4 強磁場下のバルク領域の電気伝導度とその温度依存性	103
6.5 6章のまとめ	107
参考文献	109

## 7. 結言

7.1 本研究で得られた主要知見	112
7.1.1 量子ドットによる2次元電子の弾性散乱(理論)	112
7.1.2 アンチドットによる2次元電子の弾性散乱	112
7.1.3 荷電ドットによる2次元電子の弾性散乱	113
7.1.4 量子ドットによる2次元電子の局在効果への影響	113
7.1.5 量子ホール状態の2次元電子に対する量子ドットの影響	113
7.2 エレクトロニクスとの関連と結辞	114

## 付録

A.1 量子ドットを含む2次元電子系のモデルハミルトニアン	115
A.1.1 量子ドットの電子のハミルトニアン	115
A.1.2 量子ドットに捕獲された電子のエネルギーと波動関数	116
A.1.3 二次元電子のハミルトニアン	118
A.1.4 ドットの電子と2次元電子の相互作用ハミルトニアン	120
A.2 グリーン関数の一般論	121
A.3 ドットの電子と2次元電子の非弾性クーロン散乱	123
A.3.1 Drudeの散乱理論とその量子補正の一般論	124
A.3.2 荷電ドットによる2次元電子の非弾性散乱	128
A.3.3 ドット間の電子遷移による電気伝導度と非弾性散乱時間	130
A.3.4 非弾性散乱時間の計算例	131
A.4 ドットを有する2次元電子系でのランダウ準位	133
A.4.1 自己エネルギー	134
A.4.2 ドット間の電子遷移による電気伝導度と自己エネルギー	136
A.4.3 状態密度の計算例	137
参考文献	139



謝辞	141
本論文に関連する発表論文一欄	143
共著論文一欄	144

# 第1章 序論

## 1.1 研究の背景

近年、分子線エピタキシー(Molecular Beam Epitaxy, MBE)法[1]や有機金属気相成長(Metal Organic Chemical Vapor Deposition, MOCVD)法などの薄膜成長技術はめざましい発展を遂げ、原子層オーダーで膜厚の制御可能な平坦性の高い薄膜を形成できるようになった。これらの技術を用いると、2種類以上の薄膜状物質を原子層単位で交互に積み重ねることにより、超格子構造[2]や量子井戸構造をはじめとするさまざまな半導体超薄膜構造を形成することが可能となる。物質としては、GaAs/AlAs、InAs/GaSb、Si/Geなど数多くの組み合わせがあり、その組み合わせと構造パラメータを変えることにより、電子や正孔の膜厚に垂直方向の運動を量子力学的に制御することにより、その移動度、キャリア濃度の空間分布、バンドギャップ、光吸収スペクトルなどを変化させることができる。この半導体2次元構造から発展して、2重障壁構造の共鳴トンネルダイオード(Resonant Tunneling Diode, RTD)[3]や変調ドーピング[4]を利用した高移動度トランジスタ(High Electron Mobility Transistor, HEMT)[5]、量子井戸レーザーなど数多くのデバイスがこれまで生み出されてきた。

これらの素子では、電子を超薄膜空間に閉じ込めることにより現れる量子効果と運動の自由度が2次元面内に制限されることが重要な役割を果たしている。あらゆる粒子は波動性をあわせもち、その物質波(ド・ブロイ波)の波長 $\lambda$ は、電子の運動量の大きさを $p$ 、プランク定数を $h$ とすると $\lambda = h/p$ で与えられる。半導体中の電子の場合、 $\lambda$ はナノメートルオーダーであり、系のサイズが電子のド・ブロイ波長と同程度になると、電子の波動性のために巨視的な系とは異なる性質が現れる。たとえば、バンドギャップの小さなGaAs層がバンドギャップの大きいAlGaAs層で挟まれた量子井戸構造では、電子や正孔が面に垂直な方向( $z$ 方向)に閉じ込められる。量子井戸の井戸幅がナノメートルのオーダーとなったとき、電子や正孔は、 $z$ 方向の運動量が量子化され、擬似的に2次元系と見なすことができる。2次元系では状態密度 $D$ がステップ状であり(図1.1(b))、3次元系の状態密度とは大きく異なる(図1.1(a))。状態密度は半導体の電子物性を決定する重要な物理量であり、発光特性や電気伝導特性などに大きな影響を与える。

超薄膜ヘテロ構造の技術をもとに、2次元系をさらに低次元化し、電子や正孔を1次元(量子細線)や0次元(量子ドット)に閉じ込める試みが近年盛んに行われている。この低次元化により、半導体デバイスの性能の向上が期待されている。たとえば、1975-6年および1980年、Sakakiらにより、結合した細線やドットを横切る非線型伝導素子[6]や量子細線をチャネルとするFET[7]

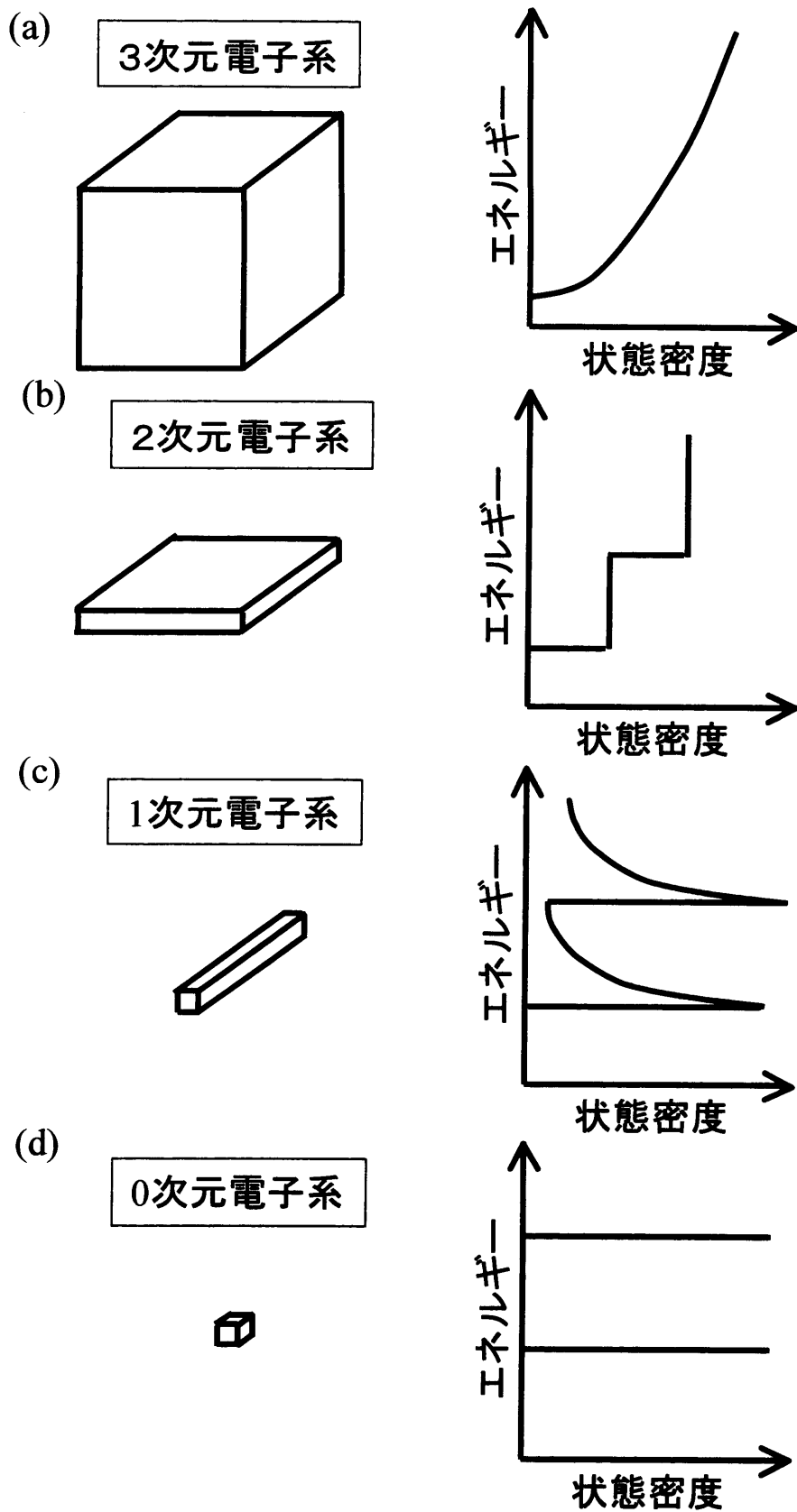


図1.1  $n$ 次元系とそれに対応する状態密度。(a), (b), (c), (d), は、それぞれ、 $n=3, 2, 1, 0$ の場合を示している。

が提案された。後者の1次元系では電子移動度が飛躍的に向上することが理論的に示された[7]。これは、1次元系においては、運動の自由度が1方向のみに制限されるため、後方散乱以外の散乱が抑制されることに起因している。後方散乱の散乱頻度は小さく、その結果、非常に高い移動度の実現が期待される。また、1982年には、ArakawaとSakakiにより、1次元や0次元の構造の発光層を持つレーザーでは、しきい値電流の低下や温度に対する安定性の向上が見込まれることが理論的に予測された[8]。これは、1次元や0次元では、レーザー発振に寄与する状態密度が、量子効果のため $\delta$ 関数的になることに由来している(図1.1(c)(d))。さらに、1989年には、Sakakiにより、結合量子ドット構造では、GaAs等の有極性結晶において重要となる光学フォノン散乱が抑制されることが理論的に示された[9]。

電子系の低次元化は、デバイス性能の向上だけでなく、新機能素子の可能性も生み出している。たとえば、量子ドットを2次元電子の近傍に埋め込んだ構造のメモリ素子[10]や赤外検出器[11, 12]、単一光子検出器[13]などが提案試作されている。

以上のように、低次元電子系は、半導体デバイスの発展において、非常に重要な役割を果たすと期待される。特に、近年の半導体技術の進歩により実現可能となった量子ドットは、0次元電子系の物性とそのデバイス応用の観点から、大きな注目を集めている。

## 1.2 量子ドット構造の形成

電子の量子効果を利用したデバイスの実現のためには、半導体中の電子をナノメートルオーダーの領域に閉じ込める量子構造が必要となる。このようなナノメートルサイズの構造の作製は、0次元系では特に困難であり、多くの研究者たちによってさまざまな手法が提案された。

1986年、量子ドット構造の作製は、Reedらによって試みられた[14]。彼らは、電子線リソグラフィにより、サブミクロンオーダーの擬0次元量子ドット構造を作製した。2次元電子を含むGaAs多重量子井戸を柱状にエッチングし、面内サイズ250×250nmの量子ドットを形成した。この構造では、量子井戸に2次元的に閉じ込められた電子が、さらに、柱状構造によって横方向に閉じ込められ、0次元系が実現される。

Reedらの試み以降今日まで、リソグラフィによる方法は、量子ドットの作製に広く利用され、多くの手法が考案された[15-19]。しかし、この方法は、リソグラフィの解像度の限界のために、量子効果が顕著に現れるサイズまで微細化することが困難であり、また、プロセスにより欠陥が発生するという欠点もあった。

リソグラフィーを用いずに 10nm 級の量子ドットが形成できる新たな方法として、Stranski-Krastanov (S-K) モードの成長があげられる。この手法によれば、基板上に格子定数の異なる材料を堆積させるだけで、ナノメートルスケールのドット構造が自己形成的に作製できる。代表的な例としては、GaAs または AlGaAs 上の InAs や InGaAs [20-27]、InP 上の GaAs、InGaP 上の InP [28, 29]、GaAs 上の InSb/GaSb/AlSb [30, 31]、Si 上の Ge [32]、AlGaIn 上の GaN [33]、AlGaIn 上の InGaIn [34, 35] などの組み合わせがあげられる。

S-K モードによる量子ドットの自己形成は、基板材料とその上に堆積する材料の格子不整合による歪を利用して行われる。基板上に格子定数のわずかに異なる材料を堆積すると、はじめの数原子層は歪みを蓄えながらも面に沿う格子定数を保ち、2 次元的に成長する。しかし、材料の組み合わせによって決まるある臨界膜厚を超えると、面に沿う方向の格子定数を保持出来なくなり、3 次元的なアイランドを形成して歪エネルギーを緩和する。このようにして形成される量子ドットは、10nm のオーダーのサイズであり、高密度かつ均一で、ほとんど欠陥を伴わない。たとえば、GaAs 上に InAs を約 1.7 原子層堆積させると、底辺が 20~30nm の InAs ドットが一平方センチメートルあたり  $10^{10}$  以上で形成される。

S-K モードによる量子ドットは、その形成過程 [19-27] や歪の分布 [36] について詳しく研究されており、ドットを横方向や縦方向に整列させる試みも行われている [37-39]。また、レーザーへの応用の期待から、量子ドットの光学的性質は盛んに調べられており、フォトルミネッセンス (PL) や PL 励起 (PLE)、時間分解 PL 等の手法により、量子準位や緩和過程が明らかにされている [40-46]。赤外分光法 [47] やキャパシタンス測定 [48, 49]、共鳴トンネルスペクトロスコーピー [50-54] などの方法を用いた量子ドットの研究も数多く、量子状態の詳細な知見が得られている。

### 1.3 自己形成量子ドットを用いた新素子

自己形成量子ドットは、簡単な手法で高密度で欠陥なく作製できることから、多くの研究者の興味を引き付け、0 次元電子物性の研究を大きく前進させた。また、量子ドットのレーザーへの応用も、自己形成量子ドットが大きな注目を集めている理由の 1 つである。量子ドットレーザーは、超高速化・低消費電力化・低コスト化などが求められる光通信用の光源として期待されている。光ファイバーで運んだ光信号を電気信号に変換する際に、直接変調を高速かつ温度制御器なしに出来ることや、安価な GaAs 基板上でも 1.3-1.5  $\mu\text{m}$  帯の発振が可能などの利点があり、大きな発展が見込まれている。その一方で、自己形成量子ドットは今までにない新素子への応用の可能性も秘めている。近年では、量

量子ドットのメモリ素子や赤外検出器などへの応用が報告されており、大きな関心を寄せている。

化合物系の量子ドットを利用したメモリ素子は、1996年、Yusaらによって始めて提案試作された。Yusaらは、GaAs/n-AlGaAsヘテロ構造のチャネル近傍に、自己形成InAs量子ドットを埋め込んだ電界効果トランジスタ構造(FET)を作製し(図1.2(a))、ゲート電圧で量子ドット中の電子の有無を制御するメモリ素子機能を示した[10]。表面ゲート電圧に対する2次元電子密度を液体窒素温度(77K)で測定し、伝導電子数の変化を調べた結果、InAs量子ドットが埋め込まれた試料では、ゲート電圧を、マイナス側からプラス側に徐々に変化させ、その状態からマイナス方向に掃引すると、同じ電圧に対して電子密度が約 $4.5 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ だけ小さくなることを見出した(図1.2(b))。これは、ゲート電圧をプラス側に変化させた時に、量子ドットが電子を捕獲して負に荷電されたために起こる現象である。2次元電子密度の変化から見積もられた捕獲電子数はInAsドットの面密度とほぼ等しく、一つの量子ドットに一つの電子が捕らえられていることが明らかとなった。

2000年、Koikeらは、積層したInAs量子ドットを埋め込んだFETを作製し(図1.3)、室温(300K)でメモリ効果が起こることを示した[55]。デバイスのメモリ効果の原理はYusaらと同じであるが、彼らは、ドットに捕獲された電子が熱エネルギーによって放出されにくくする工夫を行った。彼らの素子では、InAs量子ドットは5層積層されており、その間は3nmの薄いAlGaAsスペーサー層で隔てられている。このため、二層目以降のInAs量子ドットは歪により下層のドットと同じ位置に形成されやすくなり、その結果、InAs量子ドットは積層方向に整列する傾向を示す[56]。縦方向に並んだ量子ドットでは、ドット間を電子がトンネルするため、単一ドットに比べて深いエネルギー準位が形成される。彼らは、このInAs量子ドット層をAlGaAs中に埋め込むことで、高いエネルギー障壁を形成し、電子がドットから熱エネルギーによって放出されるのを抑制した。また、InAs量子ドットに捕獲された電子の数は、ゲート電圧と可視光の照射により制御され、FETの閾値ゲート電圧を測定することによりその値が見積もられた。彼らは、時間に対する閾値ゲート電圧の変化を調べ、その結果からドットが電子を100時間以上保持できることを示した。

自己形成量子ドットは、メモリ素子だけでなく、光検出器への応用に関しても大きな期待が寄せられている。1997年、Yusaらは、メモリ素子(図1.2(a))と同様の試料構造のデバイスが光検出機能を持つことを見出した[11]。デバイスに可視から近赤外領域の波長の光を照射すると、チャネル中の電子密度が照射前に比べて増加し、光を検出できることが示された(図1.2(c))。これは、光照射により、量子ドットが正孔を捕獲して正に荷電されたためにおこる現象で

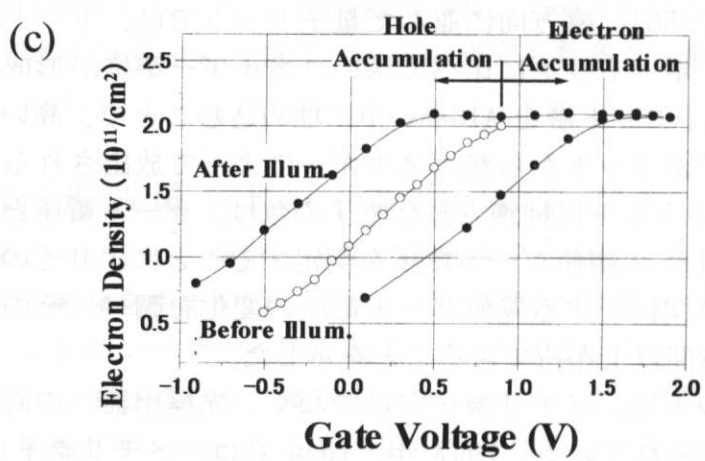
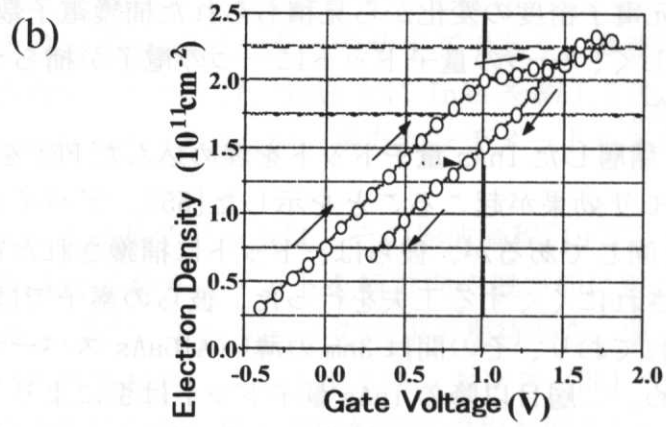
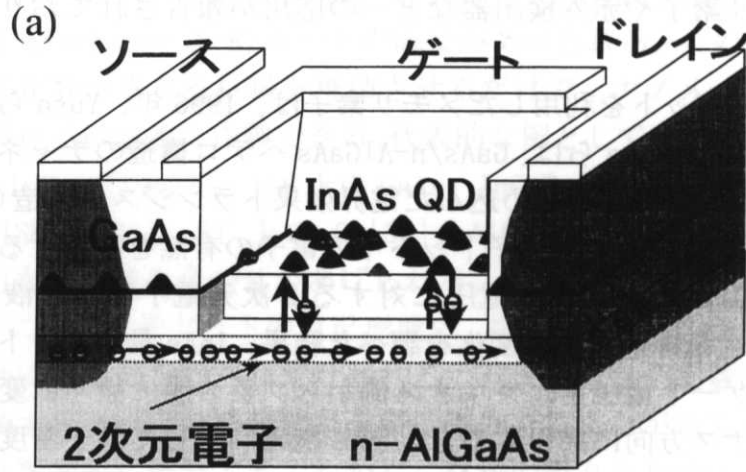


図1.2 量子ドットを利用したメモリ素子および光検出素子。(a)は素子構造の模式図、(b)および(c)はそれぞれメモリ動作、光検出機能の実験結果を示している[Yusaらによる[10,11]]。

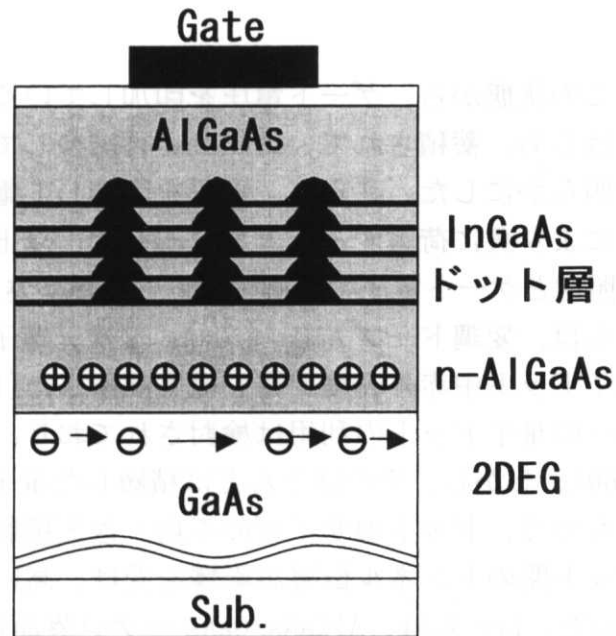


図1.3 常温で動作可能な量子ドットメモリの素子構造の模式図[Koikeらによる[55]]。

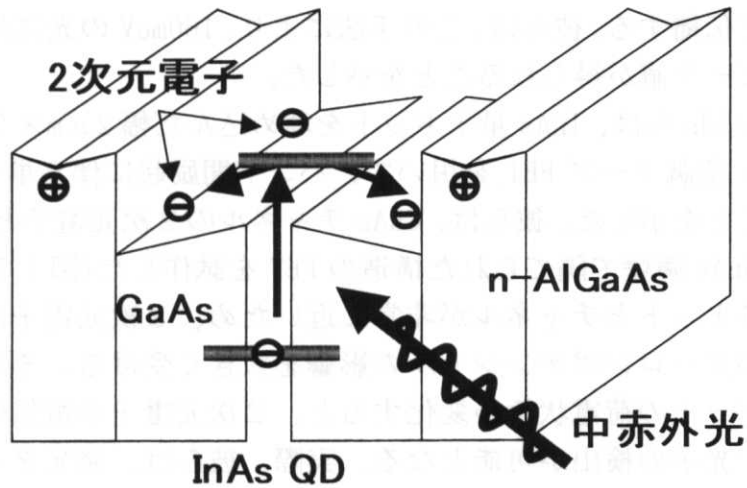


図1.4 量子ドット中赤外検出器の素子構造の模式図 [Leeらによる[12]]。

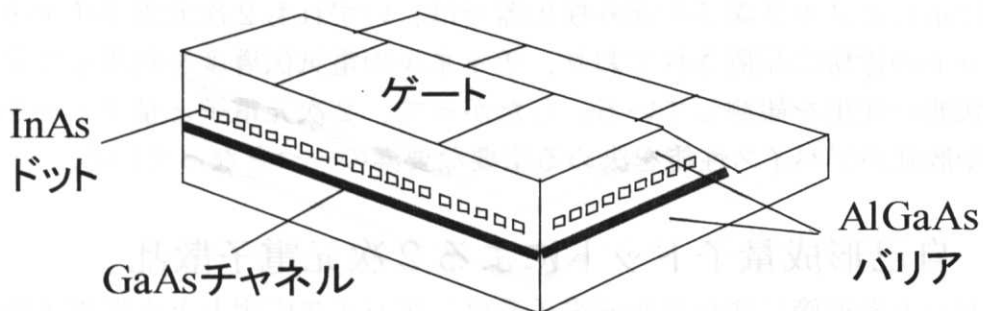


図1.5 量子ドット単一光子検出器の素子構造の模式図 [Shieldsらによる[13]]。



ある。彼らは、この状態から、ゲート電圧を印加していくと、電子が量子ドット内に捕獲されはじめ、蓄積されていた正孔と再結合して消滅し、ドットが中性となることを明らかにした。さらに、電圧を印加して電子を注入すると、量子ドットは電子により負に荷電することを見出した。以上のように、ドットの荷電状態は、光照射とゲート電圧で制御できることが示された。

1999年、Leeらは、変調ドープ AlGaAs/GaAs 2次元電子チャネルの光励起伝導を利用した量子ドット中赤外光検出器を提案試作した[12]。それ以前にも、中赤外光検出器への量子ドットの利用は検討されており、その検出機能が実演されていた[57-60]。しかし、そのほとんどは積層した量子ドットの積層方向の伝導を利用したもので、ドットのサイズの不均一さと積層方向の整列の不完全さのために、ドット間のトンネル伝導が影響を受け、高い光伝導の利得を得ることが困難であった。Leeらは、AlGaAs/GaAs ヘテロ界面近傍に InAs 量子ドットを埋め込んだ構造の素子を作製し(図 1.4)、光励起キャリアの伝導層としてヘテロ界面の高移動度 2次元電子チャネルを利用した。ドット中の電子は、中赤外光により基底状態から励起状態に励起され、ヘテロ界面に緩和し、その面内で光電流として伝播する。彼らは、この手法により、160meV の光に対して 4.7A/W の受光感度のピーク値が得られることを示した。

2000年、Shieldsらは、InAs 量子ドットを埋め込んだ幅  $2\mu\text{m}$  × ゲート長  $4\mu\text{m}$  の GaAs/AlGaAs 変調ドープ FET を用いて、バンド間励起に伴う単一光子の検出が可能であることを示した。彼らは、GaAs チャネルの 2次元電子と InAs 量子ドットが薄い AlGaAs 障壁で隔てられた構造の FET を試作した(図 1.5)。この素子構造では、量子ドットとチャネルが非常に近いため、2次元電子はドットに捕獲された電子のクーロンポテンシャルの影響を大きく受ける。その結果、入射光により量子ドットの荷電状態が変化すると、2次元電子の電気伝導度が敏感に反応し、単一光子の検出が可能となる。実際、彼らは、発光ダイオードを用いて非常に弱いバンド間励起光を素子に照射しながら 2次元チャネルの電気伝導を観測すると、単一光子に対応するステップ上の伝導度の変化が現れることを見出した。

ここに示したメモリ素子や赤外検出器では、いずれも 2次元電子チャネルが量子ドットの近傍に配置されており、チャネルの電気伝導度を利用してドットの荷電状態の変化を観測している。したがって、2次元電子と量子ドットの相互作用や散乱がデバイス性能を決める重要な要素の一つとなっている。

## 1.4 自己形成量子ドットによる 2次元電子散乱

量子ドットを近傍に含む 2次元電子系は、デバイス応用とともに電子物性の観点からも興味を持たれている。チャネル近傍に埋め込まれた量子ドットは、

2次元電子に対して散乱体として働き、その電気伝導特性に影響を与える。これまで、この課題に関していくつかの仕事が行われた[10, 11, 61-68]。

自己形成量子ドット近傍の2次元電子チャンネルの電気伝導特性は、1995年、Sakakiらによって初めて調べられた[61]。彼らは、InAs量子ドットがチャンネル近傍に埋め込まれたGaAs/n-AlGaAsヘテロ接合を作製し、2次元電子の移動度を77Kで調べた。その結果、InAsドットが2次元電子に近づくにつれて、電子密度が増加するとともに、移動度が急激に減少することを示した。この電子密度の増加はGaAsの伝導帯端がInAsによって下げられたことによるものであり、移動度の低下はドットによる散乱が大きくなったためである。また、彼らは、異なる積層数のInAs層を埋め込み、積層数に対する移動度の変化を調べた。その結果、量子ドットが形成される臨界膜厚にInAs積層数が達した時、電子移動度の低下が顕著に起こることが明らかにされた。

Horiguchiらは、スプリット・ゲートを設けた変調ドーピングn-AlGaAs/GaAsヘテロ接合を作製し、チャンネル近傍のInAs量子ドットを介した電気伝導特性を調べた[62]。その結果、InAsドットの量子準位に起因するドレイン電流の変調がゲート電圧に対して観測された。また、彼らは、伝導特性とその温度依存性から量子準位のエネルギー間隔を見積もり、その大きさがチャージング・エネルギーで説明できることを示した。

Riberioらは、密度の異なるInAs量子ドットを埋め込んだAlGaAs/GaAs変調ドーピングFETを作製し、2次元電子チャンネルの電気伝導特性を調べた[63-65]。彼らは、InAsドット成長中に基板回転を止め、InAs積層数を基板上で段階的に変化させることにより、他の構造は同じでドットの密度のみが異なるFETを作製した。それらの電気伝導特性を調べた結果、InAs量子ドットの密度が大きくなるにつれて、移動度が急激に減少することが明らかになった。測定で得られた移動度は、荷電不純物による弾性散乱の理論予測[69-71]と近似的に比較され、荷電したドットが引き起こすクーロン散乱によりある程度まで説明された。また、彼らは、磁気抵抗を測定し、量子ホール効果におけるホール抵抗のプラトーを調べた。その結果、プラトーと古典的なホール抵抗の交点がプラトーの中心より低磁場になることが示され、散乱ポテンシャルが斥力的であることが明らかとなった。

Kimらは、InAsドットを埋め込んだGaAs量子井戸を作製し、その電気伝導特性を調べた[66]。彼らは、ホール効果とシュブニコフ・ド・ハース振動を計測し、これより古典散乱時間と量子散乱時間を求めた。その結果、それらの比が10以上の値となることが示され、量子ドットが短距離的な散乱ポテンシャルを引き起こしていることが明らかとなった。

Metznerらは、2次元電子近傍の量子ドットに対し、計算機を用いて量子準位

のエネルギー分布を調べた[67]。彼らは、ドット中の電子のクーロン相互作用と2次元電子によるスクリーニングを考慮し、量子ドットの電荷状態と状態密度を自己無撞着に計算した。また、得られたドットの電荷分布が2次元電子に引き起こす散乱を考え、2次元チャンネルの移動度を求めた。

Wangらは、InAsドットを埋め込んだInGaAs/InP量子井戸を作製し、その電気伝導特性を調べた[68]。彼らは、シュブニコフ・ド・ハース振動を測定し、スピン分裂によるピークの振幅と量子ホール領域におけるオーバーシュート効果から、エッジ状態の散乱確率を見積もった。その結果、散乱確率は、ドットと2次元電子間の距離が近づくほど増加することが明らかとなった。また、ドットが荷電していることがエッジ状態の散乱において重要となることが示された。

これらの仕事は、量子ドット近傍の2次元電子の電気伝導特性を明らかにし、ドットの散乱過程に関する多くの知見を示した。

## 1.5 本研究の目的

本研究の目的は、自己形成量子ドットによる2次元電子の散乱過程を明らかにすることである。1.3に示したように、量子ドットを用いたメモリや赤外検出器などの新素子のいくつかでは、ドット近傍の2次元電子チャンネルの電気伝導特性が信号検出に利用されている。したがって、2次元電子と量子ドットの相互作用や散乱に関する知見はデバイス設計の際に有用になると考えられる。また、1.4に示したように、いくつかの仕事が量子ドットによる2次元電子の散乱過程に関して行われている。しかし、理論と実験の両面から詳細な検討がなされたものは少なく、その理解は十分でない。本研究では、量子ドットを埋め込んだAlGaAs/GaAs変調ドープFETの電気伝導特性を詳細に調べ、それを理論と比較することにより、量子ドットと2次元電子の散乱過程を解明することを目標とする。さまざまな手法を用いてデバイスの電氣的性質を調べ、あらゆる角度から量子ドットと2次元電子の相互作用を検討する。

## 1.6 本論文の構成

本論文の2章以降の構成を以下に示す。

第2章では、量子ドットによる2次元電子の弾性散乱理論の定式化を行う。量子ドットが引き起こすさまざまな散乱ポテンシャルをモデル化し、それらの散乱時間や断面積を求め、散乱メカニズムの特徴を明らかにする。

第3章では、InAlAsアンチドットによる2次元電子の弾性散乱過程を検討する[72]。Al組成の高いInAlAsドットは、伝導帯端がGaAsよりも高くなり、ドットの領域から電子を排除するアンチドットのように振舞う。このようなアン

ドットが引き起こす2次元電子の散乱は、バンドオフセットによるポテンシャルが支配的であると考えられる。ここでは、InAlAs ドットを埋め込んだ n-AlGaAs/GaAs 変調ドープ FET を作製し、その電気伝導測定を行い、第2章で定式化した散乱理論との比較から、アンチドットの散乱特性を議論する。

第4章では、InGaAs ドットによる2次元電子の弾性散乱過程を検討する [73, 74]。InGaAs ドットは電子を捕獲し、その電子はクーロンポテンシャルを引き起こす。ここでは、InGaAs ドットを埋め込んだ HEMT または逆 HEMT 構造の試料を作製し、それらの電気伝導特性を計測するとともに、第2章の理論を用いて、荷電ドットのクーロンポテンシャルによる散乱特性を議論する。特に、逆 HEMT 試料では、ゲートバイアスによりドット中の電荷の有無が制御可能であり、荷電ドットおよび中性ドットによる2次元電子の散乱特性を調べることが可能となる。

第5章では、InGaAs ドットによる2次元電子の局在効果への影響を調べる [75, 76]。局在効果は、電子波の干渉に起因するものであり、系の時間反転対称性を崩す磁場の印加により阻害される。そのため、局在状態にある電子系に磁場を印加すると、強度が増すにつれて抵抗が減少する。この負の磁気抵抗は、電子の位相を損なう非弾性的な散乱頻度に依存しており、その振る舞いを理論と比較することにより、非弾性散乱時間を求めることが出来る。ここでは、InGaAs ドットを埋め込んだ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合チャネルの負の磁気抵抗を調べ、理論との比較を行い、ドットによる2次元電子の非弾性散乱を議論する。

第6章では、InGaAs ドットを埋め込んだ HEMT 試料の磁場キャパシタンスを測定し、ドットが磁場中の2次元電子に与える影響を検討する。磁場キャパシタンスは、フェルミエネルギーがランダウ準位の間となるような磁場で極小値を示し、その極小値の振る舞いは、状態密度モデルや抵抗板モデルなどにより説明される。ここでは、これらの理論と実験値の比較から、エッジステートやバルク領域における電気伝導度を調べ、量子ホール状態の2次元電子がドットから受ける影響について議論する。また、第6章では、磁場キャパシタンスから、バルク領域における電気伝導度を求める新たな方法を提案する。磁場キャパシタンスのロス成分と抵抗板モデルの比較から、バルク領域の電気伝導度の周波数依存性が求められることを示す。

第7章では、本研究で得られた結果をまとめるとともに、エレクトロニクスとの関連や意義について簡単に述べる。

## 参考文献

- [1] 分子線エピタキシー、権田俊一編著、培風館、1994.
- [2] L. Esaki, and R. Tsu, *IBM J. Res. & Dev.* **14**, 61 (1970).
- [3] L. L. Chang, L. Esaki, and R. Tsu, *Appl. Phys. Lett.* **24**, 593 (1976).
- [4] R. Dingle, H. L. Stormer, A. C. Gossard, and W. Wiegmann, *Appl. Phys. Lett.* **33**, 665 (1978).
- [5] T. Mimura, S. Hiyamizu, T. Fujii, and K. Nanbu, *Jpn. J. Appl. Phys.* **19**, L225 (1980).
- [6] H. Sakaki, K. Wagatsuma, J. Hamasaki, and S. Saito, *Thin Solid Films* **36**, 497 (1976).; 榊, 菅野, 応用物理, 第44巻, 第11号 (1975).
- [7] H. Sakaki, *Jpn. Appl. Phys.* **19**, L735 (1980).
- [8] Y. Arakawa and H. Sakaki, *Appl. Phys. Lett.* **40**, 939 (1982).
- [9] H. Sakaki, *Jpn. J. Appl. Phys.* **28**, L314 (1989).
- [10] G. Yusa, H. Sakaki, *Electron. Lett.* **32**, 491 (1996).
- [11] G. Yusa, H. Sakaki, *Appl. Phys. Lett.*, **70**, 345 (1997).
- [12] S. -W. Lee, K. Hirakawa, and Y. Shimada, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 1428 (1999).
- [13] A. J. Shields and M. P. O'Sullivan, I. Farrer and D. A. Ritchie, R. A. Hogg, M. L. Leadbeater, C. E. Norman, and M. Pepper, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 3673 (2000).
- [14] M. A. Reed, K. Bradshaw, W. M. Duncan, W. R. Frensley, J. W. Lee, and H. D. Smith, *J. Vacuum Sci. Technol. B*, **4** 358 (1986).
- [15] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage, and L. P. Kouwenhoven, *Appl. Phys. Lett.* **77** 3613 (1996).
- [16] H. Fang, R. Zeller, and P. J. Stiles, *Appl. Phys. Lett.* **55** 1443 (1989).
- [17] M. Green, M. Gracia-Parajo, F. Khaleque, and R. Murray, *Appl. Phys. Lett.* **62** 264 (1993).
- [18] K. Deppert, I. Maaximov, L. Samuelson, H. -C. Hansson, and A. Weidensohler, *Appl. Phys. Lett.* **65** 1677 (1994).
- [19] G. Yusa, H. Noge, Y. Kadoya, T. Someya, T. Suga, P. M. Petroff, and H. Sakaki, *Jpn. J. Appl. Phys.* **34** L1198 (1995).
- [20] S. Guha, A. Madhukar, and K. C. Rajkumar, *Appl. Phys. Lett.* **57** 2110 (1990).
- [21] C. W. Snyder, B. G. Orr, D. Kessler, and L. M. Sander, *Phys. Rev. Lett.* **66** 3032 (1991).
- [22] D. Leonard, M. Krishnamurthy, C. M. Reaves, S. P. Denbaars, and P. M.

- Petroff, Appl. Phys. Lett. **63** 3203 (1993); D. Leonard, K. Pond, and P. M. Petroff, Phys. Rev. B **50** 11687 (1994).
- [23] J. M. Moison, F. Houzay, F. Barthe, L. Leprince, E. Andre, and O. Vatel, Appl. Phys. Lett. **64** 196 (1994).
- [24] G. S. Solomon, J. A. Trezza, and J. S. Harris, Jr., Appl. Phys. Lett. **66** 991 (1995).
- [25] G. S. Solomon, J. A. Trezza, and J. S. Harris, Jr., Appl. Phys. Lett. **66** 3161 (1995).
- [26] J. Oshinowo, M. Nishioka, S. Ishida, and Y. Arakawa, Appl. Phys. Lett., **65** 1421 (1994).
- [27] J. Oshinowo, M. Nishioka, S. Ishida, and Y. Arakawa, Jpn. J. Appl. Phys. **33** L1634 (1994).
- [28] J. Ahopelto, A. Yamaguchi, K. Nishi, A. Usui, and H. Sakaki, Jpn. J. Appl. Phys. **32** L32 (1993).
- [29] A. Kurtenbach, K. Eberl, and T. Shitara, Appl. Phys. Lett. **66** 361 (1994).
- [30] B. R. Bennett, R. Magno, and B. V. Shanabrook, Appl. Phys. Lett. **68** 505 (1996).
- [31] Brian R. Bennett, B. V. Shanabrook, and R. Magno, Appl. Phys. Lett. **68** 958 (1996).
- [32] R. Apetz, L. Vescan, A. Hartmann, C. Dieker, and H. Luth, Appl. Phys. Lett. **66** 445 (1995).
- [33] S. Tanaka, S. Iwai, and Y. Aoyagi, Appl. Phys. Lett. **69** 4096 (1996).
- [34] H. Hirayama, S. Tanaka, P. Ramvall, and Y. Aoyagi, Appl. Phys. Lett. **72** 1736 (1998).
- [35] K. Tachibana, T. Someya, and Y. Arakawa, Appl. Phys. Lett. **74** 383 (1999).
- [36] Q. Xie, P. Chen, and A. Madhukar, Appl. Phys. Lett. **65** 2051 (1994).
- [37] Q. Xie, P. Chen, and A. Madhukar, Phys. Rev. Lett. **75** 2542 (1995).
- [38] G. S. Solomon, M. C. Larson, and J. S. Harris, Jr., Appl. Phys. Lett. **69** 1897 (1996).
- [39] G. S. Solomon, J. A. Trezza, A. F. Marshall, and J. S. Harris, Jr., Phys. Rev. Lett. **76** 952 (1996).
- [40] J. -Y. Marzin, J. -M. Gérard, A. Izraël, D. Barrier, and G. Bastard, Phys. Rev. Lett. **73** 716 (1994).
- [41] M. Grundmann, J. Christen, N. N. Ledentsov, J. Böhrer, D. Bimberg, S. S. Ruvimov, P. Werner, U. Richter, U. Gösele, J. Heydenreich, V. M. Ustinov,

- A. Yu. Egorov, A. E. Zhukov, P. S. Kop'ev, and Zh. I. Alferov, *Phys. Rev. Lett.* **74** 4043 (1995).
- [42] R. Heitz, M. Veit, N. N. Ledentsov, L. Eeckey, M. Veit, D. Bimberg, *Phys. Rev.* **B56** 10435 (1997).
- [43] E. Dekel, D. Gershoni, E. Ehrenfreund, D. Spekto, J. M. Garcia, and P. M. Petroff, *Phys. Rev.* **B80** 4991 (1998).
- [44] R. Heitz, M. Grundmann, N. N. Ledentsov, L. Eeckey, M. Veit, D. Bimberg, *Appl. Phys. Lett.* **68** 361 (1996).
- [45] K. H. Schmidt, G. M. Riberio, M. Oestereich, P. M. Petroff, and G. H. Doeler, *Phys. Rev.* **B54** 11346 (1996).
- [46] Q. Xi and Y. Arakawa, *Phys. Rev.* **B56** 10423 (1997).
- [47] H. Drexler, D. Leonard, W. Hansen, J. P. Kotthaus, and P. M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* **73** 2252 (1994).
- [48] G. Medeiros-Ribeiro, D. Leonard, and P. M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* **66** 1767 (1995).
- [49] N. Horiguchi, T. Futatsugi, Y. Nakata, and N. Yokoyama, *Jpn. J. Appl. Phys.* **36** L1246 (1997).
- [50] I. E. Itskevich, T. Ihn, A. Thornton, M. Henini, T. J. Foster, P. Moriarty, A. Nogaret, P. H. Beton, L. Eaves, and P. C. Main, *Phys. Rev. B* **54** 16401 (1996).
- [51] T. Suzuki, K. Nomoto, K. Taira, and I. Hase, *Intl. Conf. on Solid State Devices and Materials*, 691 (1996).
- [52] T. Suzuki, K. Nomoto, K. Taira, and I. Hase, *Jpn. J. Appl. Phys.* **36** 1917 (1997).
- [53] M. Narihiro, G. Yusa, Y. Nakamura, T. Noda, and H. Sakaki, *Appl. Phys. Lett.* **70** 105 (1997).
- [54] M. Narihiro, G. Yusa, Y. Nakamura, T. Noda, and H. Sakaki, *Proc. of 12th Int. Conf. of the Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics* 477 (1997).
- [55] K. Koike, K. Saitoh, S. Li, S. Sasa, M. Inoue, and M. Yano, *Appl. Phys. Lett.* **76** 1463 (2000).
- [56] K. Koike, H. Ohkawa, and M. Yano, *Jpn. J. Appl. Phys., Part2* **38**, L417 (1999).
- [57] J. Phillips, K. Kamath, and P. Bhattacharya, *Appl. Phys. Lett.* **72** 2020 (1998).
- [58] D. Pan, E. Towe, and S. Kennerly, *Appl. Phys. Lett.* **73** 1937 (1998).

- [59] S. Maimon, E. Finkman, G. Bahir, S. E. Schacham, J. M. Garcia, and P. M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* **73** 2003 (1998).
- [60] S. J. Xu, S. J. Chua, T. Mei, X. C. Wang, X. H. Zhang, G. Karunasiri, W. J. Fan, C. H. Wang, J. Jiang, S. Wang, and X. G. Xie, *Appl. Phys. Lett.* **73** 3153 (1998).
- [61] H. Sakaki, G. Yusa, T. Someya, Y. Ohno, T. Noda, H. Akiyama, Y. Kodaya and H. Noge, *Appl. Phys. Lett.* **67** 3444 (1995).
- [62] N. Horiguch, T. Futatsug, Y. Nakata, and N. Yokoyama, *Appl. Phys. Lett.* **70** 2294 (1997).
- [63] E. Ribeiro, E. Muller, T. Heinzl, H. Auderset, K. Ensslin, *Phys. Rev. B* **58** 1506 (1998).
- [64] E. Ribeiro, R. D. Jaggi, T. Heinzl, K. Ensslin, G. Medeiros-Ribeiro, P. M. Petroff, *Microelectronic Eng.* **47** 73 (1999).
- [65] E. Ribeiro, R. D. Jaggi, T. Heinzl, K. Ensslin, G. Medeiros-Ribeiro, P. M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* **82** 996 (1999).
- [66] G.H.Kim, D.A.Richie, M.Pepper, G.D.Lian, J.Yuan, and L.M.Brown, *Appl. Phys. Lett.* **73** 2468 (1998).
- [67] C. Metzner, G. Yusa, H. Sakaki, *Superlattices and Microstructures* **25** 537 (1999)
- [68] Q. Wang, N. Carlsson, P. Omling, L. Samuelson, W. Seifert, and H. Q. Xu, *Appl. Phys. Lett.* **76** 1704 (2000).
- [69] F. Stern and W. E. Howard, *Phys. Rev.* **163** 816 (1967).
- [70] T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54** 437 (1982).
- [71] A. Gold, *Phys. Rev. B* **38** 10798 (1988).
- [72] T. Kawazu, T. Noda, H. Kim, J. Irisawa, T. Yamabana, G. Yusa, C. Metzner, and H. Sakaki, *Physica Status Solidi (b)* **224** 707 (2001).
- [73] T. Kawazu, T. Noda, and H. Sakaki, *Inst. Phys. Conf. Ser.* **170** 375 (2002).
- [74] T. Kawazu, T. Noda, and H. Sakaki, *Physica Status Solidi (c)* **0** 1325 (2003).
- [75] T. Kawazu, T. Noda and H. Sakaki, *Physica E* **21** 536 (2004).
- [76] T. Kawazu and H. Sakaki, *Physica E* **29** 593 (2005).



## 第2章

# 量子ドットによる2次元電子散乱の理論

### 2.1 序論

半導体に電場  $E$  を印加すると、物質中の電子(または正孔)が加速され、電流が流れる。この時、電子の体積(または面)密度を  $N$ 、電荷を  $-e$  とすると、単位面積(またはチャンネル幅)あたりの電流密度  $J$  は、

$$J = -eNV_{ave}, \quad (2.1.1)$$

で与えられる。ここで、 $V_{ave}$  は電子の平均速度であり、電場のないときには0となる。電場が加えられると、電子は一定方向に加速度  $-eE/m$  ( $m$  = 電子質量) で加速され、それは散乱を受けるまで続く。よって、電子が散乱される平均時間を  $\tau$  とすると、 $V_{ave}$  は次式で与えられる。

$$V_{ave} = -\frac{eE\tau}{m}. \quad (2.1.2)$$

(2.1.1)式、(2.1.2)式および電気伝導度の定義  $J = \sigma E$  より、

$$\sigma = \frac{Ne^2}{m}\tau, \quad (2.1.3)$$

が得られる。(2.1.3)式から、 $\tau$  は電気伝導特性を決定する基本的な量であることがわかる。 $\tau$  は緩和時間または散乱時間と呼ばれており、移動度  $\mu$  と

$$\mu = \frac{e}{m}\tau, \quad (2.1.4)$$

で関係付けられている。本章では、量子ドットと2次元電子の弾性的な散乱を理論的側面から検討し、その散乱時間を調べる。

2次元電子近傍の量子ドットは、さまざまな散乱ポテンシャルを生ずる。たとえば、電子を捕らえて荷電した量子ドットは、斥力的なクーロンポテンシャルを形成し散乱を引き起こす(図2.1(a))。また、母材に埋め込まれた量子ドットは、それらの伝導帯のバンドオフセットにより引力的な散乱ポテンシャルを形成



(a)クーロン型の  
斥力ポテンシャル

(b)バンドオフセットによる  
引力ポテンシャル

図2.1 量子ドットが形成する散乱ポテンシャルの模式図。

する(図 2.1(b))。さらにドット内の電子と 2 次元電子とのスピンスピン相互作用やドットの作る歪により誘起されるピエゾ電荷も 2 次元電子散乱の要因となる。ここでは、量子ドットと 2 次元電子間のさまざまな相互作用ポテンシャルをモデル化し、それらが引き起こす散乱時間を調べ、その特徴を明らかにする。

## 2.2 2次元電子散乱の一般理論

量子ドットによる個々の散乱モデルを述べる前に、ここでは、ヘテロ接合に形成された 2 次元電子システムにおける弾性散乱の一般理論について簡単に記す[1-15]。ヘテロ界面と垂直方向を  $z$  軸にとり面内方向を  $r = (x, y)$  で表すと、ヘテロ界面に閉じ込められた 2 次元電子の波動関数  $\psi_{n,k}$  およびエネルギー  $E_{n,k}$  は次式で与えられる。

$$\psi_{n,k}(r, z) = \frac{1}{\sqrt{A}} f_n(z) \exp(ik \cdot r), \quad (2.2.1)$$

$$E_n(k) = E_n + \frac{\hbar^2 k^2}{m^*}. \quad (2.2.2)$$

ここで、 $n$  はサブバンド指標、 $k = (k_x, k_y)$  はヘテロ界面に沿った 2 次元波数ベクトル、 $m^*$  および  $\hbar$  はそれぞれ有効質量、プランク定数である。 $A$  は試料の面積であり、以下では 1 とする。また、 $f_n$  は  $z$  方向に量子化された波動関数であり、界面で無限に高いポテンシャルを仮定すれば、基底状態の波動関数は Fang-Howard の変分関数  $f$  で非常に良く近似できる[16]。

$$\begin{cases} f(z) = \left(\frac{1}{2} b^3 z^2\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} bz\right) & (z > 0) \\ f(z) = 0 & (z < 0) \end{cases} \quad (2.2.3)$$

$b$  は系のエネルギーを最小とするように決定される変分パラメータであり、次式で与えられる。

$$b = \left[ \frac{12m^* e^2}{\kappa_0 \varepsilon_0 \hbar^3} \left( N_{depl} + \frac{11}{32} N_s \right) \right]^{1/3}. \quad (2.2.4)$$

ここで、 $e$  は素電荷、 $\varepsilon_0$  は誘電率、 $\kappa_0$  は GaAs の誘電定数である。また、 $N_{depl}$  および  $N_s$  は、GaAs の空乏電荷および 2 次元電子の面密度をそれぞれ表している。以下では、電子が基底バンドにのみ存在する場合を考え、基底状態の波動関数として(2.2.3)式の Fang-Howard の変分関数を採用する。

ボルン近似を用いると、微分散乱断面積  $\sigma$  は次式で与えられる。

$$\sigma(\theta) = \frac{m^*}{2\pi\hbar^3} |U(q)|^2, \quad (2.2.5)$$

$$|q| = k_f \sqrt{2(1 - \cos\theta)}. \quad (2.2.6)$$

ここで、 $k_f$  はフェルミ波数を表している。 $U(q)$  は 2 次元の散乱行列要素で、散

乱ポテンシャルが  $U(r, z)$  で与えられているとすると、

$$\begin{aligned} U(q) &= \int dr dz \psi_{n, k+q}^*(r, z) U(r, z) \psi_{n, k}^*(r, z) \\ &= \int dr dz |f(z)|^2 U(r, z) \exp(-iq \cdot r), \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

で定義される。

ホール測定により求められる移動度を決定する散乱時間(古典散乱時間)  $\tau_c$  は、散乱断面積  $\sigma$  と次式で関係付けられている。

$$1/\tau_c = \int_0^{2\pi} \frac{\sigma(\theta)}{S(q)^2} (1 - \cos\theta) d\theta. \quad (2.2.8)$$

$1 - \cos\theta$  の重み付けが付加されているのは、低角度の散乱に比べて高角度散乱の方がより電子伝導を阻害することに起因している。 $S(q)$  はスクリーニング因子で次式で与えられる。

$$S(q) = 1 + \frac{e^2}{2\kappa_0 \epsilon_0 q} F(q) \Pi(q). \quad (2.2.9)$$

ここで、 $F(q)$  は、2次元電子が有限の広がりを持つことを考慮して導入された形状因子で

$$\begin{aligned} F(q) &= \int_0^\infty dz dz' |f(z)|^2 |f(z')|^2 \exp(-q|z - z'|) \\ &= \frac{b(8b^2 + 9bq + 3q^2)}{8(b+q)^3}, \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

である。 $\Pi(q)$  は分極関数で、絶対零度の場合には次のように与えられる。

$$\Pi(q) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \left\{ 1 - u(q - 2k_f) \left[ 1 - \left( \frac{2k_f}{q} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}, \quad (2.2.11)$$

ここで、 $u$  はステップ関数を表している。

他方、強磁場下のシュブニコフ・ド・ハース振動の振幅を解析すると、サイクロトロン運動を損ねる散乱時間が求められる[17-23]。ただし、この場合、どの角度の散乱も同様に寄与するため、(2.2.8)式で  $1 - \cos\theta$  の重み付けを取り除いた形、すなわち、

$$1/\tau_q = 2 \int_{\theta_c}^{\pi} \frac{\sigma(\theta)}{S(q)^2} d\theta, \quad (2.2.12)$$

で与えられる。ここで、 $\theta_c$  は散乱臨界角度であり、ランダウ指数を  $\nu$  とすると、 $\pi/2\nu$  程度の大きさを持つ[24]。(2.2.12)式で与えられる散乱時間は量子散乱時間と呼ばれており、古典散乱時間との比  $\tau_c/\tau_q$  から散乱ポテンシャルの距離特性を調べることが出来る。たとえば、長距離的なポテンシャルの場合には、そのフーリエ成分は波数  $q$  の小さなところで大きな値を持つ。そのため、(2.2.5)式

および(2.2.6)式からわかるように、低角度での散乱断面積が大きくなる。その結果、(2.2.8)式と(2.2.12)式の重み関数 $1 - \cos\theta$ の違いにより、 $\tau_c/\tau_q$ は10あるいはそれ以上の大きな値となる。一方、短距離的なポテンシャルの場合には、そのフーリエ成分は広い波数にわたって値を持つ。そのため、散乱断面積の角度依存性が小さくなり、結果として $\tau_c/\tau_q$ は1程度の値となる。

以下では、量子ドットが形成するさまざまな散乱ポテンシャルをモデル化し、それらの散乱時間や断面積を求め、その特徴を明らかにする。

### 2.3 荷電ドットが作るクーロンポテンシャル散乱

ドットに捕らえられた電子は、電荷 $e$ を持ち、2次元電子と距離に反比例するクーロン相互作用で反発しあう。本節では、このクーロンポテンシャルが引き起こす2次元電子の散乱について検討する。

クーロンポテンシャル $U_c$ は次式で与えられる。

$$U_c(r, z) = \frac{e}{4\pi\kappa_0\epsilon_0} \int dr' dz' \frac{\rho(r', z')}{\sqrt{(r-r')^2 + (z-z')^2}}, \quad (2.3.1)$$

ここで、 $\rho$ は電子の電荷密度分布であり、波動関数の2乗に素電荷 $e$ を掛けた値で与えられる。Stranski-Krastanov(S-K)モードで自己形成される量子ドットは、通常、面内方向に比べて高さ方向のサイズが小さく、薄い円盤状に形成される[25-29]。したがって、そこに閉じ込められた電子も同様の形状で近似できる。そこで、位置 $(r_i, z_i)$ に中心を持つ半径 $R$ の円盤に一様に電荷が分布していると仮定し、高さを0とする極限を取ると、 $\rho$ は次式で与えられる。

$$\rho(r', z') = \frac{Q}{\pi R^2} u(|r'-r_i| - R) \delta(z'-z_i), \quad (2.3.2)$$

ここで、 $Q$ はドット中の総電荷量、 $\delta$ はディラックのデルタ関数である。(2.3.2)式を(2.3.1)式に代入し、2次元フーリエ変換の公式[30]、

$$\frac{1}{\sqrt{(r-r')^2 + (z-z')^2}} = 2\pi \sum_k \frac{1}{k} \exp[ik \cdot (r-r')] \exp(-|k||z-z'|), \quad (2.3.3)$$

を利用すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} U_c(r, z) &= \frac{Qe}{4\pi\kappa_0\epsilon_0} \frac{1}{\pi R^2} 2\pi \sum_k \frac{1}{|k|} \exp[ik \cdot (r-r_i)] \exp(-|k||z-z_i|) \int_{|r'-r_i| \leq R} dr' \exp[-ik \cdot (r'-r_i)] \\ &= \frac{Qe}{2\kappa_0\epsilon_0} \sum_k \frac{1}{|k|} \frac{2J_1(|k|R)}{|k|R} \exp[ik \cdot (r-r_i)] \exp(-|k||z-z_i|). \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

ここで、 $J_1$ は第一種のベッセル関数であり、(2.3.4)式の最後の等式は、関係式

$$\frac{1}{\pi R^2} \int_{|r| \leq R} dr \exp(-ik \cdot r) = \frac{2J_1(|k|R)}{|k|R}, \quad (2.3.5)$$

を用いた。位置 $(r_i, z_i)$ の荷電ドットによるクーロン散乱の行列要素 $U_c^i$ は、

(2.3.4)式を(2.2.7)式に代入することにより得られる。

$$U_c'(q) = \exp(-iq \cdot r_i) U_c(q), \quad (2.3.6)$$

$$U_c(q) = \frac{Qe}{2\kappa_0 \varepsilon_0} \frac{1}{|q|} \frac{2J_1(|q|R)}{|q|R} \int dz |f(z)|^2 \exp(-|q||z - z_i|). \quad (2.3.7)$$

ここで、 $U_c$ はドットが $r_i=0$ にある場合の散乱行列要素である。面内に分布したすべてのドットからの散乱の寄与を考える場合には、(2.3.6)式でそれぞれのドットの位置 $r_i$ について和を取れば良い。(2.3.6)式を(2.2.5)式に代入し、ドットが面内にランダムに分布していると仮定すると、散乱断面積 $\sigma$ は、

$$\sigma(\theta) = \frac{m^*}{2\pi\hbar^3} \sum_{i,j} e^{-iq \cdot (r_i - r_j)} |U_c(q)|^2 = \frac{m^*}{2\pi\hbar^3} N_{dot} |U_c(q)|^2, \quad (2.3.8)$$

となる。ここで、 $N_{dot}$ はドットの面内密度であり、(2.3.8)式の最後の等式には、ランダムな $r_i$ に対して成り立つ公式、

$$\sum_{i,j} \exp(iq_1 \cdot r_i + iq_2 \cdot r_j) = N_{dot} \delta_{q_1+q_2,0}, \quad (2.3.9)$$

を利用した。

荷電ドットのクーロン散乱が効果的に起こるかどうかは、ドットの半径 $R$ と散乱に必要な波長 $\lambda (=2\pi/\text{波数}|q|)$ の大小関係によって決まる。散乱行列要素 $U_c$ の $R$ に対する振る舞いは、(2.3.7)式の

$$\frac{J_1(|q|R)}{|q|R} = \frac{J_1(2\pi R/\lambda)}{2\pi R/\lambda}, \quad (2.3.10)$$

が担っており、よって、 $U_c$ は比 $R/\lambda$ を通して $R$ に依存している。荷電ドットが引き起こすクーロン散乱の $R$ 依存性を調べるために、図2.2(a)に関数 $J_1(x)/x$ をプロットする。 $R \ll \lambda$  ( $x \ll 1$ , 図2.2(a)領域A)の場合、ドット中の電子は点電荷と見なされ、荷電ドットは最も効果的にクーロン散乱体として働く。 $R$ が $\lambda$ と同程度の大きさ ( $x=1\sim 3$ , 図2.2(a)領域B)になると散乱効果は弱められ、さらに大きくなると、散乱効果は $R$ に対しておよそ $\lambda$ の周期で振動しながら減少していく ( $x > 3$ , 図2.2(a)領域C)。

図2.3は、(2.3.7)式および(2.3.8)式を用いて計算した微分散乱断面積の結果である。ドットの半径が $R=50, 100, 150 \text{ \AA}$ の場合について計算しており、それらの差をはっきりさせるため、図2.3の縦軸はログスケールでプロットしている。表2.1には、計算に用いたパラメータを示す。図からわかるように、ドットの半径が大きくなるにしたがって、微分散乱断面積が小さくなり、その傾向は高角度になるほど顕著になっている。この振る舞いは次のように説明される。今の場合、フェルミ波数の逆数 $k_f^{-1}$ が約 $100 \text{ \AA}$ であることから、 $x=|q|R$ は1程度の値である(図2.2領域Bに相当)。よって、 $J_1(x)/x$ は $R$ が大きくなるにしたがって単調に減少し、その結果、散乱断面積は小さくなる。また、高角度

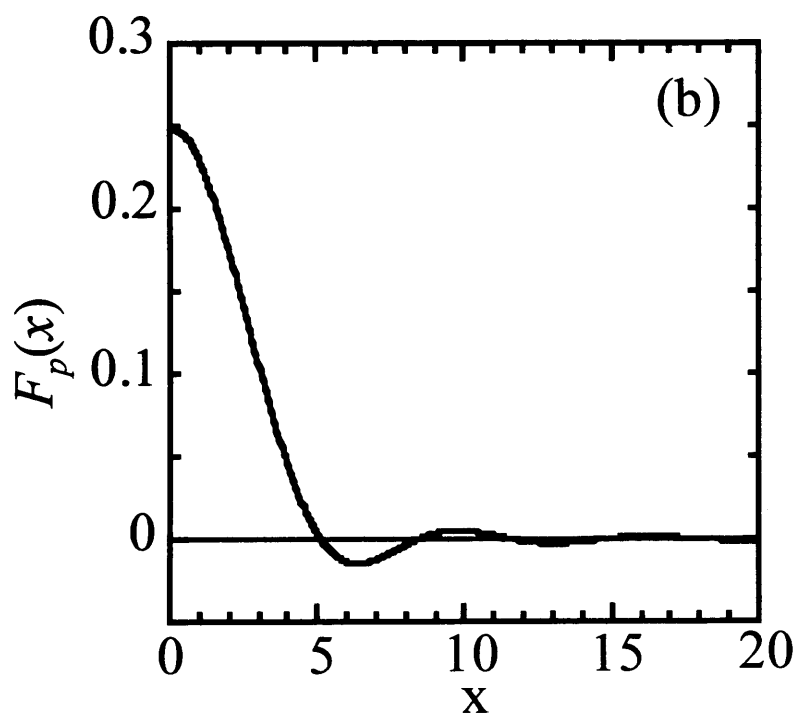
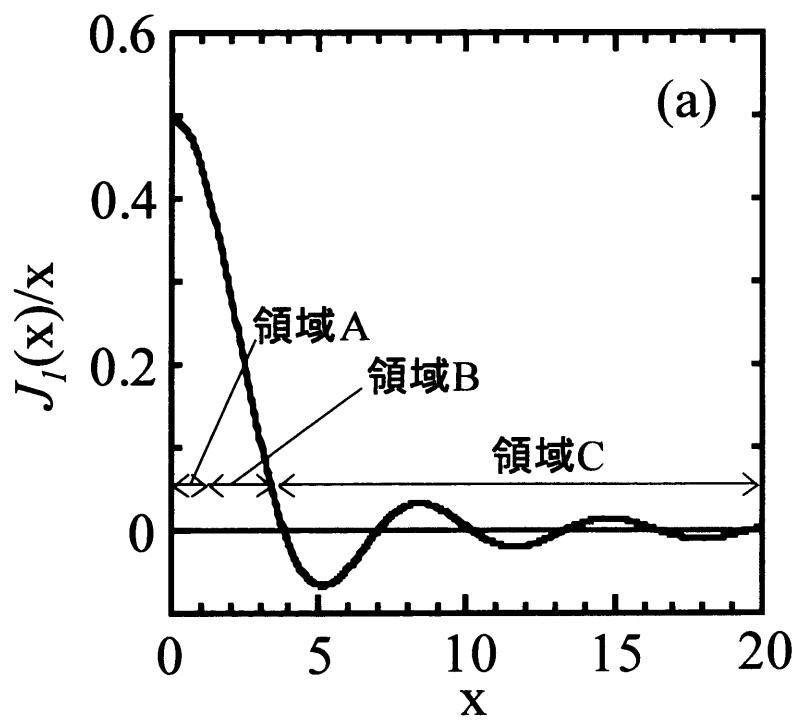


図2.2 (a) 関数 $J_1(x)/x$  ( $J_1$ :第一種ベッセル関数)および  
 (b) 関数 $F_p(x)$ の $x$ 依存性( $F_p(x)$ については式(2.4.7)参照)。

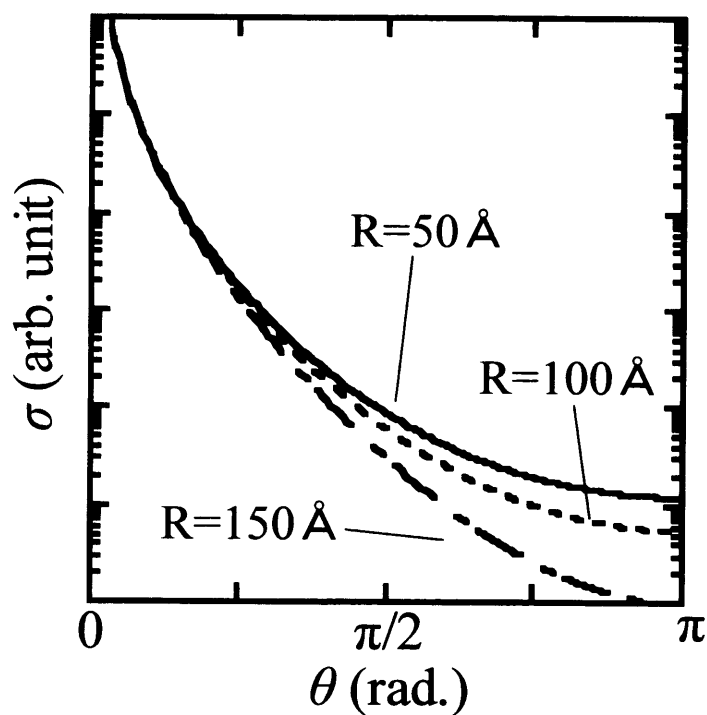


図2.3 荷電ドットによるクーロン散乱の微分断面積。ドットの半径が $R=50$ 、 $100$ 、 $150$  Åの場合における計算結果を示す。

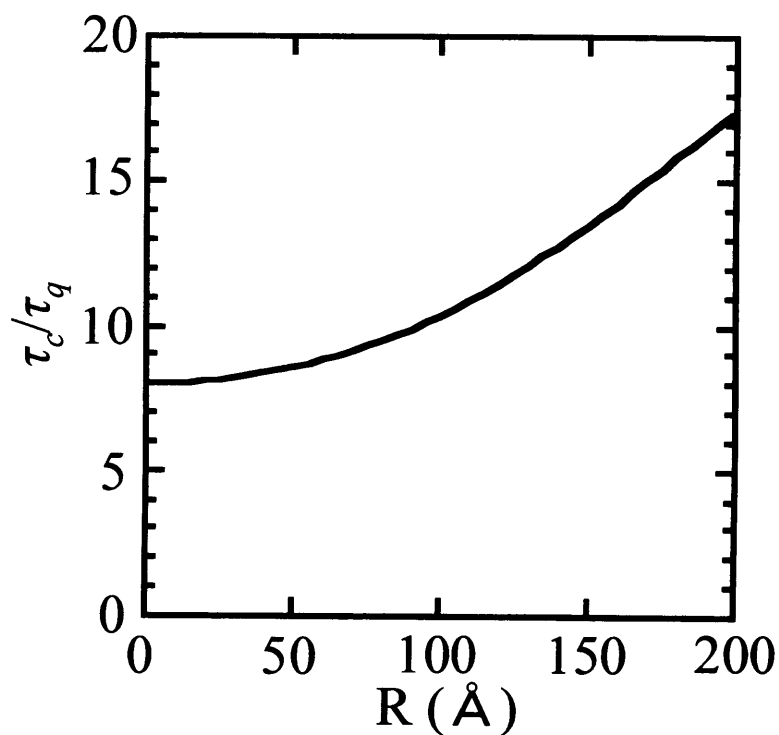


図2.4 散乱時間の比  $\tau_c / \tau_q$  のドット半径依存性。

散乱では、 $|q|$ の値が大きくなり((2.2.6)式参照)、 $J_1(x)/x$ の $R$ に対する減少が強められ、散乱断面積の減少傾向が顕著になる。

次に、(2.2.8)式および(2.2.12)式を用いて古典散乱時間 $\tau_c$ および量子散乱時間 $\tau_q$ を計算した。図 2.4 は、ドット半径 $R$ に対する比 $\tau_c/\tau_q$ の計算結果である。図から、比 $\tau_c/\tau_q$ の値は、クーロン相互作用の長距離性を反映して、8~17 と高い値を示していることがわかる。また、 $R$ が増加するにしたがって、比 $\tau_c/\tau_q$ の値が増加している。これは、先に述べた $R$ に対する微分散乱断面積の高角度での減少のためである。

実際の荷電ドットでは、2.3節で述べた斥力型クーロンポテンシャルと次節で述べるバンド不連続性による引力ポテンシャルが同時に作用する。この件については、第4章で詳述する。

表 2.1 微分散乱断面積および散乱時間の計算に用いたパラメータ

$N_{\text{depl}}$ ( $\text{cm}^{-2}$ )	$N_s$ ( $\text{cm}^{-2}$ )	$Z_i$ ( $\text{\AA}$ )	$\theta_c$
$5.0 \times 10^{10}$	$1.5 \times 10^{11}$	300	0

## 2.4 ドットに伴うバンド不連続性による散乱

母材に埋め込まれた量子ドットでは、バンドの不連続性により、通常、電子(および正孔)のポテンシャルエネルギーが低くなる。たとえば、GaAs 中に埋め込まれた InAs ドットの場合、それらのバンドギャップは約 1.1eV の差がある[31]。よって、電子の感じるポテンシャルエネルギー $V_0$ は、ディングル則[31]に従うとすれば約 0.94eV、ミラー則[33]に従うとすれば約 0.72eV 低くなると見積もられる。本節では、このポテンシャルをドットの密度が低い場合と高い場合に分けてモデル化し、それらが引き起こす散乱について理論的に検討する。

### 2.4.1 低ドット密度の場合

量子ドットの密度が低い場合には、それぞれのドットが独立に散乱体として2次元電子に作用していると考えられる。よって、まず、一つのドットによる散乱を考える。簡単のため、ドットを位置 $(0,0,z_i)$ に中心を持つ半径 $R$ 、高さ $h$ の円盤で近似する。バンドの不連続性によりドットが形成するポテンシャル $U_d$ は次式で与えられる。

$$U_d(r, z) = V_0 u(|r| - R) u(|z - z_i| - h/2). \quad (2.4.1)$$

ここで、 $V_0$ は量子ドットと母材との間のバンド不連続性による伝導帯端のエネルギー差を表している。散乱行列要素は、(2.4.1)式を(2.2.7)式に代入することにより得られる。

$$U_d(q) = V_0 \int_{|z-z_i| \leq h/2} dz |f(z)|^2 \int_{|r| \leq R} dr \exp(-iq \cdot r). \quad (2.4.2)$$



(2.4.2)式の  $z$  方向の積分は、 $f(z)$ が  $z_i - h/2 \leq z \leq z_i + h/2$ の領域でゆっくり変化し一定と見なせる場合には、次式のように近似できる。

$$\int_{|z-z_i| \leq h/2} |f(z)|^2 dz \approx \int_{|z-z_i| \leq h/2} |f(z_i)|^2 dz = h|f(z_i)|^2. \quad (2.4.3)$$

(2.4.3)式および(2.3.5)式より、(2.4.2)式は、

$$U_d(q) = 2\pi R^2 h V_0 |f(z_i)|^2 \frac{J_1(|q|R)}{|q|R}, \quad (2.4.4)$$

となる。面内にランダムに分布したドットからの散乱の寄与は前節と同様の考察により得られ、散乱断面積は(2.3.8)式で  $U_c$  を(2.4.4)式の  $U_d$  と置き換えることにより得られる。

(2.4.4)式の導出では薄い円盤状のドットを仮定したが、よりドットの形状を考慮した近似として Pancake 近似があげられる[34]。Pancake 近似を用いると、バンド不連続性により形成されるポテンシャル  $U_p$  は次式で与えられる。

$$U_p(r, z) = V_0 h_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) u(|r| - R) \delta(z - z_i). \quad (2.4.5)$$

ここで、 $h_{\max}$  はドットの高さを表しており、 $h_{\max} (1 - r^2/R^2)$ によりドット高さの半径方向の変化を反映している。散乱行列要素は、(2.4.5)式を(2.2.7)式に代入することにより得られる。

$$\begin{aligned} U_p(q) &= V_0 h_{\max} |f(z_i)|^2 \int_{|r| \leq R} dr \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \exp(-iq \cdot r) \\ &= 2\pi R^2 h_{\max} V_0 |f(z_i)|^2 \frac{|q|R J_1(|q|R) - 2J_2(|q|R) + |q|R J_3(|q|R)}{|q|^2 R^2}, \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

また、散乱断面積は、(2.3.8)式の  $U_c$  を(2.4.6)の  $U_p$  と置き換えることにより求められる。ここで、(2.4.6)式の  $J_n$  は第  $n$  種のベッセル関数を表している。

(2.4.6)式で、注目すべきは、

$$F_p(|q|R) \equiv \frac{|q|R J_1(|q|R) - 2J_2(|q|R) + |q|R J_3(|q|R)}{|q|^2 R^2}, \quad (2.4.7)$$

が  $U_p$  の波数  $|q|$  依存性を担っている点である。 $F_p(x)$  は、 $x \leq 5$ において単調に減少し、それ以上では振動しながら減衰するような関数である(図 2.2(b))。

図 2.5 は、(2.4.6)式および(2.3.8)式を用いて、ドットの半径が  $R=50, 100, 150 \text{ \AA}$  の場合について計算した微分散乱断面積  $\sigma$  の結果である。ここで、パラメータは表 2.1 の値を使用した。また、 $\sigma$  は全断面積

$$\sigma_0 = 2 \int_0^\pi d\theta \sigma(\theta), \quad (2.4.8)$$

で規格化している。図から、 $\sigma/\sigma_0$  は角度  $\theta$  が増加するにしたがって小さくなり、その依存性は、ドットの半径が大きくなるにつれて強められていることがわかる。

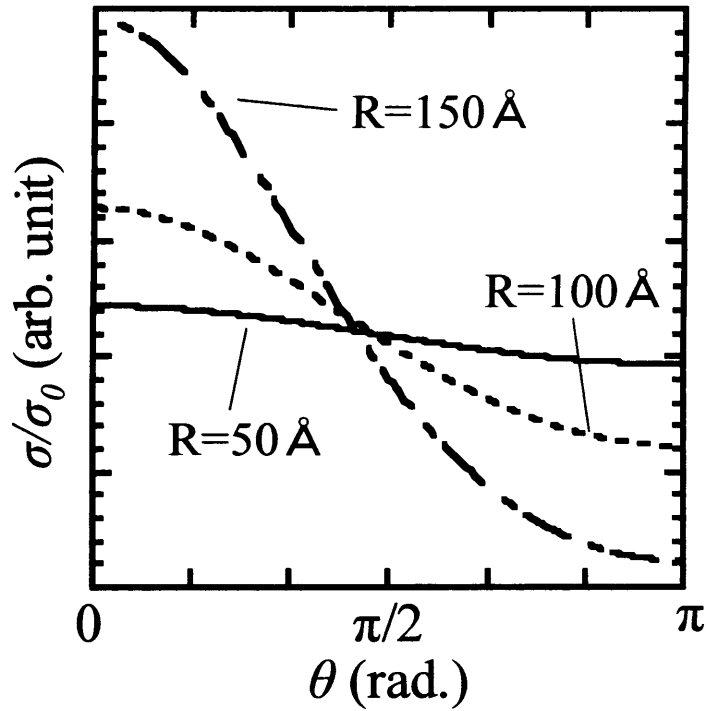


図2.5 バンド不連続性によるポテンシャル散乱の微分断面積。  
ドットの半径が $R=50$ 、 $100$ 、 $150 \text{ \AA}$ の場合における計算結果を示す。

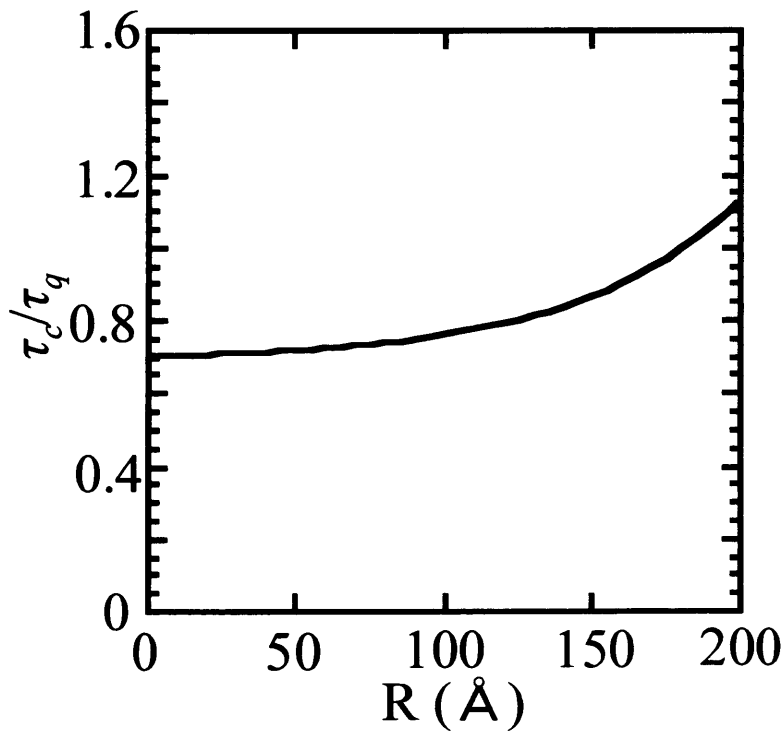


図2.6 散乱時間の比  $\tau_c/\tau_q$  のドット半径依存性。

この振る舞いは、次のように説明される。今の場合、 $R = 50 \sim 150 \text{ \AA}$ 、 $k_f^{-1} \sim 100 \text{ \AA}$ であり、 $x = |q|R \leq 5$ を満たす。よって、 $|q|$ の増加に対して、 $F_p(|q|R)$ は単調に減少し(図 2.2(b)参照)、散乱が弱められる。一方、(2.2.6)式からわかるように、 $\theta$ が大きくなるにつれて、散乱に必要な波数 $|q|$ は増加する。結果として、 $\theta$ の増加に対して、散乱が小さくなり、その断面積 $\sigma$ は減少する。また、(2.4.6)式より、 $U_p$ は積 $|q|R$ を通して $|q|$ に依存している。よって、 $R$ が大きくなると、 $|q|$ に対する $U_p$ の依存性が強められ、その結果、 $\sigma$ の $\theta$ 依存性が大きくなる。

次に、(2.2.8)式および(2.2.12)式を用いて古典散乱時間 $\tau_c$ および量子散乱時間 $\tau_q$ を計算した。図 2.6 は、ドット半径 $R$ に対する比 $\tau_c/\tau_q$ の計算結果である。図から、比 $\tau_c/\tau_q$ の値は、ポテンシャルの短距離性を反映して、1程度の低い値を示していることがわかる。また、 $R$ が増すにつれて、比 $\tau_c/\tau_q$ の値が増加している。これは、 $R$ が大きくなるにつれて、低角度と高角度での散乱断面積 $\sigma/\sigma_0$ の差が増加したためである。

## 2.4.2 高ドット密度の場合

Stranski-Krastanov モードにより自己形成される量子ドットは、成長条件により非常に高密度に形成できる。そのような量子ドットが形成するバンドオフセットによるポテンシャルは、それぞれのドットのポテンシャルの単純な足し合わせとして取り扱うことは出来ない。そこで、高密度ドットがそのサイズや分布に応じたポテンシャル揺らぎを形成すると考える。この時、そのポテンシャルが

$$U_r(r, z) = \Delta(r)H(z), \quad (2.4.9)$$

のように変数分離可能な形で表せると近似する。散乱行列要素 $U_r(q)$ は、(2.4.9)式を(2.2.7)式に代入することにより得られる。

$$U_r(q) = \int dz |f(z)|^2 H(z) \int dr \Delta(r) \exp(-iq \cdot r), \quad (2.4.10)$$

散乱断面積 $\sigma$ は、(2.4.10)式を(2.2.5)式に代入して、

$$\sigma(\theta) = \frac{m^*}{2\pi\hbar^3} \left| \int dz |f(z)|^2 H(z) \right|^2 \left| \int dr \Delta(r) \exp(-iq \cdot r) \right|^2, \quad (2.4.11)$$

となる。(2.4.11)式の計算を進めるためには、具体的なポテンシャル形状が必要である。ここでは、ポテンシャル揺らぎが、界面凹凸の理論で用いられているガウシアン型の相関関数で与えられると仮定する[35, 36]。

$$\langle \Delta(r)\Delta(r') \rangle = \Delta^2 \exp\left(-\frac{|r-r'|^2}{\Lambda^2}\right), \quad (2.4.12)$$

ここで、 $\Delta$ は揺らぎの平均の大きさ、 $\Lambda$ は相関長で面内サイズに対応する量である。これを(2.4.10)式に代入しフーリエ変換を実行すると、微分散乱断面積

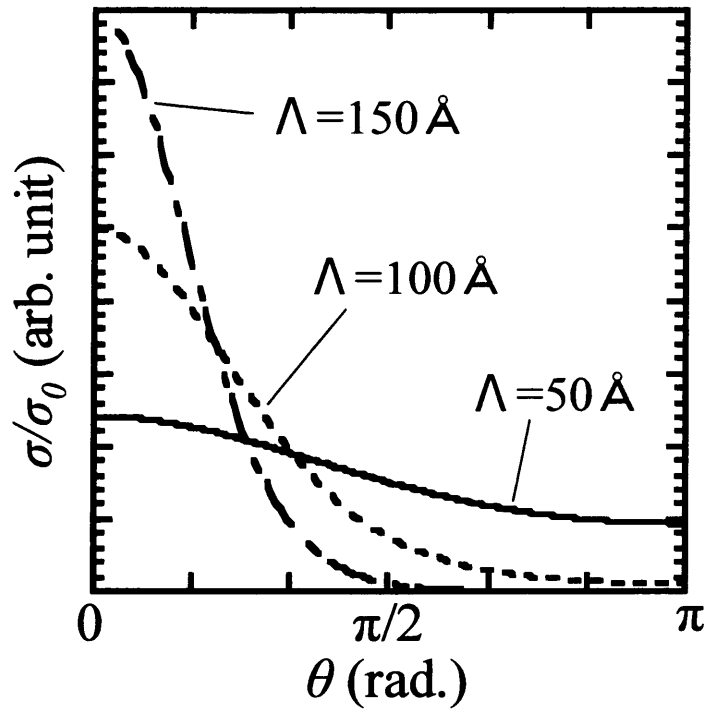


図2.7 凹凸散乱による微分散乱断面積。相関長が  $\Lambda=50$ 、 $100$ 、 $150 \text{ \AA}$  の場合における計算結果を示す。

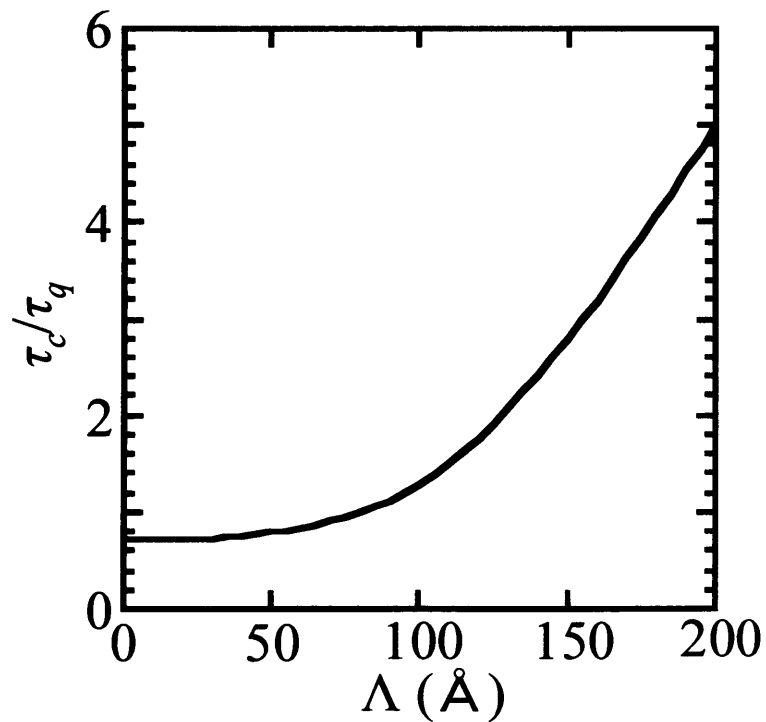


図2.8 散乱時間の比  $\tau_c/\tau_q$  の相関長依存性。

$$\sigma(\theta) = \frac{m^*}{2\pi\hbar^3} \left| \int dz |f(z)|^2 H(z) \right|^2 \pi \Delta^2 \Lambda^2 \exp\left(-\frac{\Lambda^2 q^2}{4}\right), \quad (2.4.13)$$

が得られる。ここで注目すべきは、(2.4.13)式の

$$F_r(|q|\Lambda) \equiv \exp\left(-\frac{|q|^2 \Lambda^2}{4}\right), \quad (2.4.14)$$

が $\sigma$ の波数 $|q|$ 依存性を担っている点である。(2.4.14)式より、 $F_r$ は $x$ に対して単調に減少する関数であることがわかる。

図 2.7 は、(2.4.13)式を用いて、相関長が $\Lambda=50, 100, 150 \text{ \AA}$ の場合について計算した微分散乱断面積 $\sigma/\sigma_0$ の結果である。ここで、パラメータは表 2.1 の値を使用した。図から、 $\sigma/\sigma_0$ は角度 $\theta$ が増加するにしたがって小さくなり、その依存性は、相関長が大きくなるにしたがって強められていることがわかる。この振る舞いは、2.4.1 の議論において $R, F_p$ を $\Lambda$ および $F_r$ で置き換えることにより同様に説明できる。すなわち、 $\theta$ の増加に伴って、 $|q|$ が大きくなり、 $F_r(|q|\Lambda)$ が減少し、 $\sigma$ が減少する。また、 $\Lambda$ が大きくなると、 $|q|$ に対する $F_r(|q|\Lambda)$ の依存性が強められ、結果として、 $\sigma$ の $\theta$ 依存性が大きくなる。

次に、(2.2.8)式および(2.2.12)式を用いて古典散乱時間 $\tau_c$ および量子散乱時間 $\tau_q$ を計算した。図 2.8 は、相関長 $\Lambda$ に対する比 $\tau_c/\tau_q$ の計算結果である。図から、比 $\tau_c/\tau_q$ の値は、 $\Lambda$ が小さい時には、2.4.1 で検討した低密度ドットの場合と同様、1 程度の大きさであることがわかる。 $\Lambda$ が大きくなるにつれて、その値は大きくなり、 $\Lambda=200 \text{ \AA}$ では $\tau_c/\tau_q \sim 5$ に達する。この値は、2.3 で調べたクーロン散乱の場合に比べると低い値である。このことから、高密度なドットが形成するバンド不連続によるポテンシャルは、低密度なドットが形成するポテンシャルとクーロンポテンシャルの中間的な性質を持っていると言える。

## 2.5 ドットの歪ポテンシャルによる散乱

Stranski-Krastanov モードによる量子ドットの形成では、格子定数の違いから引き起こされる歪を利用している。この歪は、ドットが埋め込まれている母材の伝導帯や価電子帯のバンドをシフトさせ、電子や正孔のポテンシャルエネルギーを変化させる。また、GaAs などの中心対称性を持たない化合物結晶では、歪によりピエゾ電荷が発生し、ポテンシャルが引き起こされる。本節では、まず、Davies によって定式化されたドットの歪によるポテンシャルについて述べ[34, 37]、その後、それが引き起こす散乱について理論的に検討する。

### 2.5.1 ドットの歪とポテンシャル

ポテンシャルの計算は、等方的な連続体に対する古典的な線形弾性理論に基づいて行われる。ドットは無限に大きい母材に埋め込まれていると近似し、弾

性定数はドットの内と外で同じであると仮定する。ドットの歪により変形した各点の変位は、スカラー関数  $\chi$  を用いて、

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \nabla \chi(\mathbf{r}), \quad (2.5.1)$$

と表され、歪テンソル  $\varepsilon_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) は、変位  $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$  と次式で関係付けられている。

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{\partial u_i(\mathbf{r})}{\partial x_j}. \quad (2.5.2)$$

埋め込まれたドットの格子定数が母材より  $\varepsilon_d$  倍だけ大きいとすると、 $\chi$  は次式を満たす。

$$\nabla^2 \chi(\mathbf{r}, z) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \varepsilon_d s(\mathbf{r}, z). \quad (2.5.3)$$

ここで、 $\nu$  はポアソン係数を表している。また、 $s(\mathbf{r}, z)$  は、 $(\mathbf{r}, z)$  がドットの位置の時は 1 となり、母材の時は 0 となるような関数である。位置  $(0, 0, z_i)$  に中心を持つ半径  $R$  のドットを考え、Pancake 近似を用いると [34]、(2.5.3) 式は、

$$\nabla^2 \chi(\mathbf{r}, z) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \varepsilon_d h_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \delta(z - z_i), \quad (2.5.4)$$

となる。 $\chi$  の解を見つけるために、(2.5.4) 式の両辺をフーリエ変換する。

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - q^2 \right) \chi(q, z) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \varepsilon_d h(q|R) \delta(z - z_i), \quad (2.5.5)$$

$$h(q|R) = 2\pi \frac{|q|R J_1(|q|R) - 2J_2(|q|R) + |q|R J_3(|q|R)}{|q|^2}. \quad (2.5.6)$$

(2.5.5) 式は変形ヘルムホルツ方程式、

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} - q^2 \right) \psi(x) = f(x), \quad (2.5.7)$$

の形をしており、その解は

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dt -\frac{1}{2|q|} \exp(-|q||x-t|) f(t), \quad (2.5.8)$$

で与えられる。よって、(2.5.5) 式を満たす  $\chi$  の解は、

$$\chi(q, z) = -\frac{1+\nu}{1-\nu} \varepsilon_d \frac{h(q|R) \exp(-|q||z - z_i|)}{2|q|}, \quad (2.5.9)$$

となる。

歪による伝導帯端および価電子帯端のエネルギーの変化  $\Delta E_c$ 、 $\Delta E_v$  は、次式で与えられる [38]。

$$\Delta E_c = a_c (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), \quad (2.5.10)$$

$$\Delta E_v = a_v(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) - b_v \left[ \varepsilon_{zz} - \frac{1}{2}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \right]. \quad (2.5.11)$$

GaAs では係数  $a_c$ 、 $a_v$ 、 $b_v$  の値はそれぞれ  $-7.5\text{eV}$ 、 $0.4\text{eV}$ 、 $-1.9\text{eV}$  である。今の場合、(2.5.1)式～(2.5.3)式からも明らかなように、ドットの外で、

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0, \quad (2.5.12)$$

となり、歪による母材の伝導帯におけるエネルギーシフトはない。よって、この項は、2次元電子の散乱に寄与しない。一方、価電子帯では、(2.5.11)式の第2項により、有限のエネルギーシフトが起こる。Davies の計算によると、 $R=13\text{nm}$ 、 $h_{\text{max}}=3\text{nm}$ 、 $z_i=13\text{nm}$  の時、ヘテロ界面での  $\Delta E_v$  は約  $9\text{meV}$  に達する。

歪は、バンドへの直接的な効果に加えて、ピエゾ電界ポテンシャル  $\phi$  を引き起こす。Pancake 近似では、 $\phi$  は次式で与えられる。

$$\phi(r, z) = \frac{3e_{14}(z - z_i)\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_0\kappa_0} = \frac{3e_{14}z}{\varepsilon_0\kappa_0} \frac{\partial u_x(r, z)}{\partial y} = \frac{3e_{14}(z - z_i)}{\varepsilon_0\kappa_0} \frac{\partial^2 \chi(r, z)}{\partial x \partial y}. \quad (2.5.13)$$

ここで、 $e_{14}$  はピエゾ圧電係数で、GaAs の場合には  $e_{14} = -0.16\text{Cm}^{-2}$  である。(2.5.13)式をフーリエ変換し、(2.5.9)式を用いると

$$\begin{aligned} \phi(q, z) &= -\frac{3e_{14}(z - z_i)}{\varepsilon_0\kappa_0} q_x q_y \chi(q, z) \\ &= \frac{3e_{14}(z - z_i)}{\varepsilon_0\kappa_0} q_x q_y \frac{1+\nu}{1-\nu} \varepsilon_d \frac{\hbar(|q|R) \exp(-|q||z - z_i|)}{2|q|}, \end{aligned} \quad (2.5.14)$$

となる。次節では、(2.5.14)式を用いて、ドットのピエゾ効果による2次元電子の散乱を調べる。

## 2.5.2 ピエゾポテンシャルによる散乱

ドットのピエゾポテンシャルによる散乱行列要素は、(2.2.7)式および(2.5.14)式より、

$$\begin{aligned} U_s(q) &= \int dz |f(z)|^2 \phi(q, z) \\ &= \frac{3e_{14}}{\varepsilon_0\kappa_0} q_x q_y \frac{1+\nu}{1-\nu} \varepsilon_d \frac{\hbar(|q|R)}{2|q|} \int dz |f(z)|^2 (z - z_i) \exp(-|q||z - z_i|), \end{aligned} \quad (2.5.15)$$

となる。この散乱行列要素には、注目すべき点が2つある。一つは、 $U_s$  は、 $|q|$  が0に近いところで、 $|q|$  に比例して0になることである。このことにより、波数変化の小さい低角度散乱への  $U_s$  の寄与は小さくなる。もう一つの特徴は、(2.5.15)式の  $q_x q_y$  からわかるように、 $U_s$  が角度依存性をもつことである。(100)方向からの角度を  $\theta$  とすると、

$$q_x q_y = |q| \cos \theta |q| \sin \theta = |q|^2 \frac{\sin 2\theta}{2}, \quad (2.5.16)$$

となるので、 $U_s$  は  $\pi$  の周期で変化する。

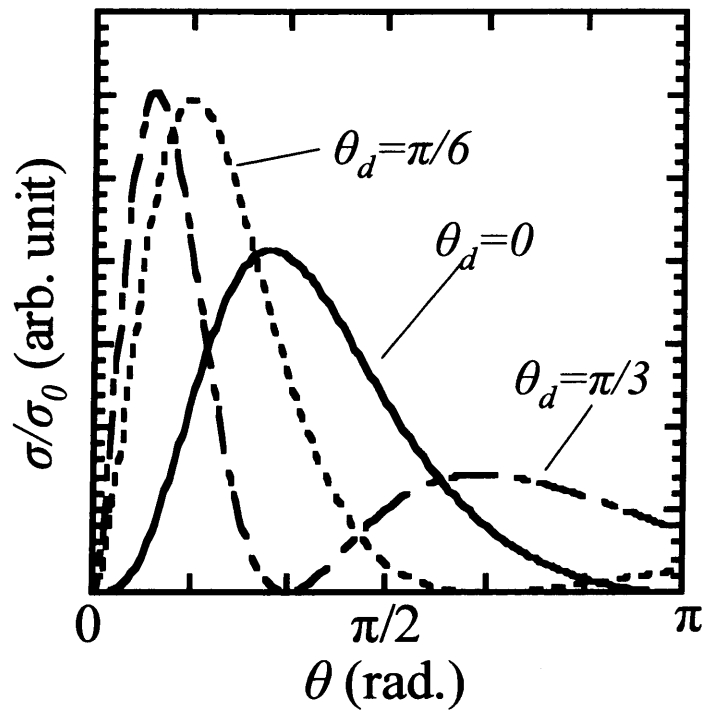


図2.9 ピエゾポテンシャルによる微分散乱断面積。(100)方向からの角度が $\theta=0$ 、 $\pi/6$ 、 $\pi/3$ の場合における計算結果を示す。

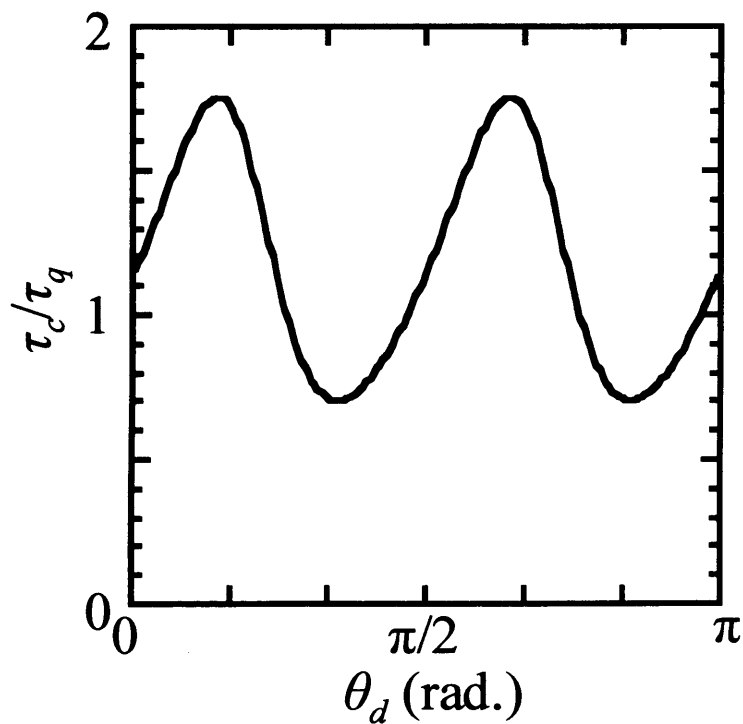


図2.10 散乱時間の比  $\tau_c/\tau_q$  の散乱角度依存性。



図 2.9 は、(2.5.15)式を用いて計算した微分散乱断面積の結果である。ここで、表 2.1 のパラメータの値を用い、入射電子の進行方向と(100)方向の角度が  $\theta_d=0, \pi/6, \pi/3$  の場合について計算を行った。また、図 2.10 は、古典散乱時間と量子散乱時間の比  $\tau_c/\tau_q$  を角度  $\theta_d$  の関数としてプロットした結果である。図 2.9 から、微分散乱断面積が、散乱行列要素の角度依存性を反映して、 $\theta_d$  に対して変化していることがわかる。それに伴って、比  $\tau_c/\tau_q$  の値が周期的に変化している(図 2.10)。

## 2.6 2章のまとめ

本章で得られた結果を以下にまとめる。

(1) 荷電ドットに伴うクーロンポテンシャルが引き起こす散乱をモデル化し、電子移動度を理論的に調べた。その結果、クーロンポテンシャルは高角度散乱への寄与が小さく、それを反映して、古典散乱時間と量子散乱時間の比  $\tau_c/\tau_q$  が 10 程度の大きな値を示すことがわかった。また、この比  $\tau_c/\tau_q$  は、ドットのサイズが大きくなるほど大きくなることがわかった。

(2) 低密度ドットが形成するバンド不連続性によるポテンシャルをモデル化し、移動度を理論的に調べた。その結果、このポテンシャルは低角度散乱と高角度散乱への寄与が同程度であり、それを反映して、散乱時間の比  $\tau_c/\tau_q$  が 1 前後の小さな値を示すことがわかった。また、この比  $\tau_c/\tau_q$  は、ドットのサイズが大きくなるほど小さくなることがわかった。実際の荷電ドットでは、斥力型クーロンポテンシャルとバンド不連続性による引力ポテンシャルが同時に作用する。この件については、第 4 章で詳述する。

(3) 高密度ドットが形成するバンドオフセットによるポテンシャルをモデル化し、移動度を理論的に調べた。その結果、ポテンシャル揺らぎの面内サイズに対応する相関長がドットサイズと同程度の時、散乱時間の比  $\tau_c/\tau_q$  は 0.7~5 程度の値を示すことがわかった。このことより、高密度ドットが形成するポテンシャルは、(1)と(2)のポテンシャルの中間的な散乱特性を有していることがわかった。

(4) ドットの歪によるピエゾポテンシャルをモデル化し、移動度を理論的に調べた。その結果、ポテンシャルの結晶方位依存性のため、散乱時間の比  $\tau_c/\tau_q$  が(100)方向からの角度に対して周期的に振動することがわかった。

## 参考文献

- [1] T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
- [2] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **51**, 3900 (1982).
- [3] W. Walukiewicz, H. E. Ruda, J. Lagowski, and H. C. Gatos, *Phys. Rev.* **B30**, 4571 (1984).
- [4] P. J. Price, *Ann. Phys. (NY)* **133**, 217 (1981).
- [5] P. J. Price, *Surf. Sci.* **113**, 199 (1982).
- [6] P. J. Price, *Surf. Sci.* **143**, 145 (1984).
- [7] K. Lee, M. S. Shur, T. J. Drummond, and H. Morkoc, *J. Appl. Phys.* **54**, 6432 (1983).
- [8] F. Stern, *Appl. Phys. Lett.* **43**, 974 (1983).
- [9] P. K. Basu and B. R. Nag, *Phys. Rev.* **B22**, 4849 (1980).
- [10] B. K. Ridley, *J. Phys.* **C15**, 5899 (1982).
- [11] B. Vinter, *Appl. Phys. Lett.* **45**, 581 (1984).
- [12] P. J. Price, *Phys. Rev.* **B30**, 2236 (1984).
- [13] K. Hirakawa and H. Sakaki, *Phys. Rev.* **B33**, 8291 (1986).
- [14] K. Hirakawa and H. Sakaki, *Appl. Phys. Lett.* **49**, 889 (1986).
- [15] K. Hirakawa and H. Sakaki, *J. Appl. Phys.* **63**, 803 (1988).
- [16] F. F. Fang and W. E. Howard, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 797 (1966).
- [17] F. F. Fang, A. Hartstein and A. B. Fowler, *Phys. Rev.* **B16**, 4446 (1977).
- [18] M. A. Paalanen, D.C. Tsui and J. C. M. Hwang, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 2226 (1983).
- [19] J. P. Harrang, R. J. Higgins, and R. K. Goodall, *Phys. Rev.* **B32**, 8126 (1985).
- [20] S. Das Sarma and F. Stern, *Phys. Rev.* **B32**, 8126 (1985).
- [21] F. F. Fang, T. P. Smith III and S. L. Wright, *Surf. Sci.* **196**, 310 (1988).
- [22] P. T. Coleridge, R. Stoner, and R. Fletcher, *Phys. Rev.* **B39**, 1120 (1989).
- [23] G. H. Kim, D. A. Richie, M. Pepper, G. D. Lian, J. Yuan and L. M. Brown, *Appl. Phys. Lett.*, **73**, 2468 (1998).
- [24] D. W. Terwilliger and R. J. Higgins, *Phys. Rev.* **B7**, 667 (1973)
- [25] D. Leonard, M. Krishnamurthy, C. R. Reaves, S. P. Denbaars, and P. M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* **63**, 3203 (1993).
- [26] J. M. Moison, H. Houzay, F. Barthe, and L. Leprince, *Appl. Phys. Lett.* **64**, 196 (1994).
- [27] R. Notzel, *Semicond. Sci. Technol.* **11**, 1365 (1996).
- [28] K. Akahane, T. Kawamura, K. Okino, H. Koyama, S. Lan, Y. Okada, and

- M. Kawabe, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 3411 (1998).
- [29] H. Xu, W. Jiang, B. Xu, W. Zhou, Z. Wang, *J. Cryst. Growth* **205**, 481 (1999).
- [30] G. Bastard, *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures*, (Halsted, New York, 1988)
- [31] R. Poersschke, O. Madelung, eds., *Data in Science and Technology, Semiconductors, Group IV elements and III-V Compounds*, Springer-Verlag, Berlin (1991).
- [32] R. Dingle, W. Weigmann and C. H. Henry, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 827 (1974)
- [33] R. C. Miller, A. C. Gossard, D. A. Kleinmann and O. Munteanu, *Phys. Rev.* **B29**, 3740 (1984).
- [34] J. H. Davies, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 4142 (1999).
- [35] R. E. Prange and T. W. Nee, *Phys. Rev.* **168**, 779 (1968).
- [36] H. Sakaki, T. Noda, K. Hirakawa, M. Tanaka, and T. Matsusue, *Appl. Phys. Lett.* **51**, 1934 (1987).
- [37] J. H. Davies, *J. Appl. Phys.* **84**, 1358 (1998).
- [38] J. Yulkki and A. Heinamaki, *Phys. Rev.* **B52**, 8239 (1995).

## 第3章

# 自己形成 InAlAs アンチドット埋め込みヘテロ接合チャンネルにおける電子散乱

### 3.1 序論

分子線エピタキシー(MBE)法や有機金属気相エピタキシー(MOCVD)法を用いると非常に平坦な GaAs/AlGaAs ヘテロ接合を形成することができる。この時、ドナー不純物 Si を AlGaAs 層にのみ導入した変調ドーピングを行うと、キャリア供給層と移動層が分離され、不純物に伴うクーロン散乱のキャリアへの影響を著しく減らすことが可能となる。これが HEMT(high electron mobility transistor)とよばれる高移動度トランジスタの原理であり、実用的なデバイスとしてだけでなく、量子ホール効果や電子散乱などの電気伝導特性の研究に利用されている。本章では、InAlAs ドットを GaAs/n-AlGaAs ヘテロ接合近傍に埋め込んだ HEMT 試料の電気伝導特性を調べ、第2章で理論的に考察した量子ドットが引き起こす2次元電子の散乱特性について実験的に検証する。

In<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As のバンドギャップは、Al 組成  $x$  が 0.46 を超えたあたりから GaAs よりも大きくなる。よって、Al 組成の高い InAlAs ドットを GaAs 中に埋め込むと、ドットでの電子のポテンシャルエネルギーが GaAs よりも高くなる。その結果、ドットは電子を排除するアンチドットのように振舞うと考えられる。このようなアンチドットでは、電子を捕獲しないため、クーロンポテンシャルは引き起こされない。よって、2次元電子散乱の要因としては、第2章4節で考察したバンド不連続性によるポテンシャルが支配的であると考えられる。ここでは、自己形成 InAlAs アンチドット近傍の2次元電子の電気伝導特性を計測し、バンド不連続性によるポテンシャルが引き起こす散乱特性について調べる。

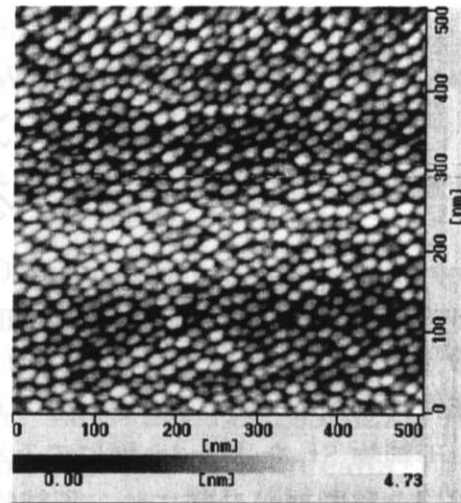
### 3.2 試料作製

#### 3.2.1 InAlAs アンチドットの作製条件とその形状

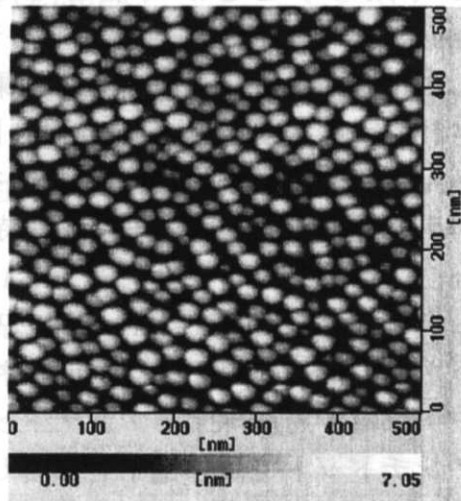
量子ドットのバンド不連続性による散乱では、第2章4節で示したように、その特性がドットのサイズや密度により大きく変化する。一方、InAlAs ドットのような Stranski-Krastanov モードによる量子ドットは、歪を利用して自己形成されるため、そのサイズや密度は成長条件に大きく依存する[1-11]。ここでは、InAlAs ドットをさまざまな条件で作製し、その形状の成長条件依存性を調べる。

InAlAs ドットは、半絶縁性(100)GaAs 基板上に分子線エピタキシー法を用いて作製した。所望の温度および Al 組成で基板上に InAlAs を積層し、その後、

(a) 試料No. R2251  
 Al組成  $x \approx 0.5$   
 基板温度 約510°C  
 平均直径 約180 Å  
 密度 約 $3.0 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$



(b) 試料No. R2258  
 Al組成  $x \approx 0.5$   
 基板温度 約530°C  
 平均直径 約290 Å  
 密度 約 $1.6 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$



(c) R2263  
 Al組成  $x \approx 0.5$   
 基板温度 約550°C  
 平均直径 約330 Å  
 密度 約 $0.88 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$

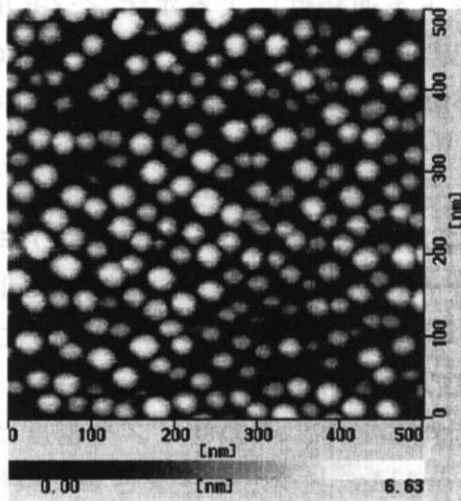


図 3.1  $\text{In}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ ドットのAFM像。(a)、(b)、(c)は、それぞれ、基板温度 $T=510$ 、 $530$ 、 $550^\circ\text{C}$ で形成した場合を示している。

Inの再蒸発を防止するために急速に基板温度を下げた。また、InAlAsの積層数は、RHEEDパターンがストリーク状からスポット状への変化する時間を基準にして決定した[12]。形成されたInAlAsドットは、原子間力顕微鏡(AFM)を用いてその形状と密度を調べた。

図3.1は、 $x=0.5$ でAl組成を一定にし、基板温度を $T=510^{\circ}\text{C}$ (a)、 $530^{\circ}\text{C}$ (b)、 $550^{\circ}\text{C}$ (c)と変えて成長したInAlAsドットのAFM像である。ここで、基板温度はGaAsの酸化膜が離脱する温度を $580^{\circ}\text{C}$ と校正した。また、図3.2は、InAlAsドットの直径および密度を基板温度の関数としてプロットした結果である。図から、基板温度を $510^{\circ}\text{C}$ から $550^{\circ}\text{C}$ に上げるにつれて、ドットの直径は $18\text{nm}$ から $33\text{nm}$ まで大きくなり、密度は $3.0 \times 10^{11}\text{cm}^{-2}$ から $0.88 \times 10^{11}\text{cm}^{-2}$ まで減少することがわかる。通常の条件で作製したInAsドットの密度が $10^{10}\text{cm}^{-2}$ のオーダーであることを考えると、InAlAsドットは高密度に形成される傾向があると言える。特に $510^{\circ}\text{C}$ で作製したドットの密度が $3.0 \times 10^{11}\text{cm}^{-2}$ と非常に高いことは注目に値する。

図3.3は、 $520^{\circ}\text{C}$ で基板温度を一定にし、Al組成を $x=0.55$ (a)、 $0.65$ (b)、 $0.75$ (c)と変えて成長したInAlAsドットのAFM像である。また、図3.4は、InAlAsドットの直径および密度をAl組成の関数としてプロットした結果である。図から、

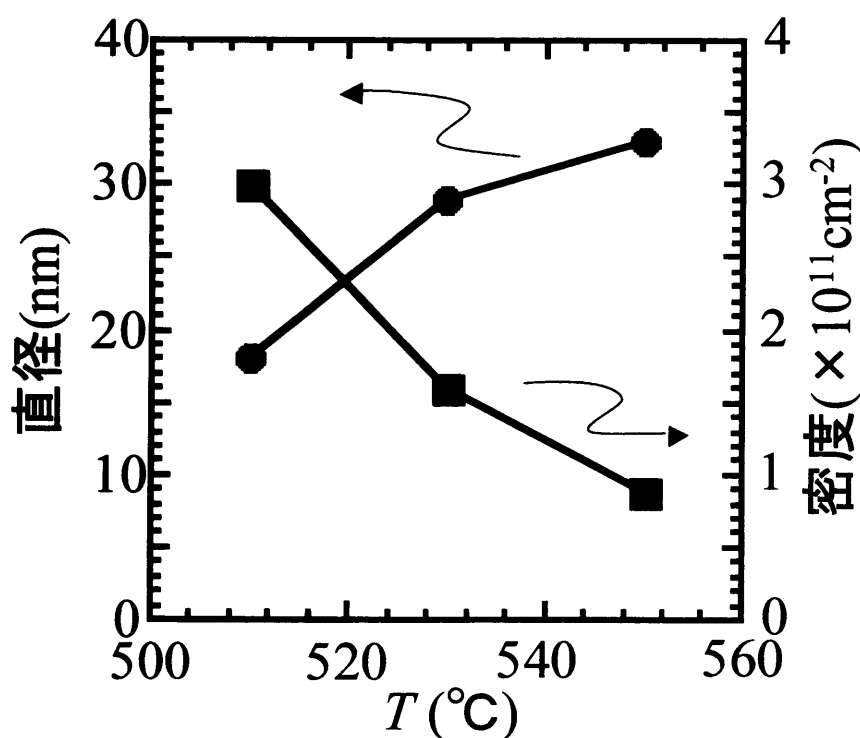
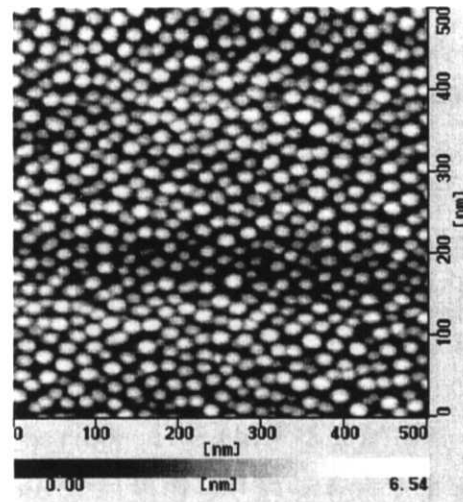
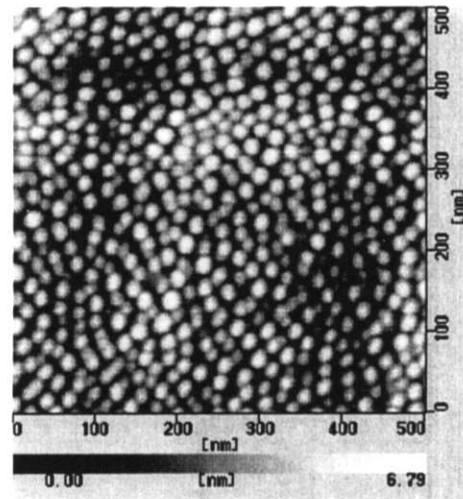


図3.2 InAlAsドットの直径および密度の成長温度依存性。

(a) 試料No. R2274  
 Al組成  $x \approx 0.55$   
 基板温度 約 $520^{\circ}\text{C}$   
 平均直径 約 $210 \text{ \AA}$   
 密度 約 $2.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$



(b) 試料No. R2273  
 Al組成  $x \approx 0.65$   
 基板温度 約 $520^{\circ}\text{C}$   
 平均直径 約 $220 \text{ \AA}$   
 密度 約 $2.1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$



(c) 試料No. R2271  
 Al組成  $x \approx 0.75$   
 基板温度 約 $520^{\circ}\text{C}$   
 平均直径 約 $240 \text{ \AA}$   
 密度 約 $1.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$

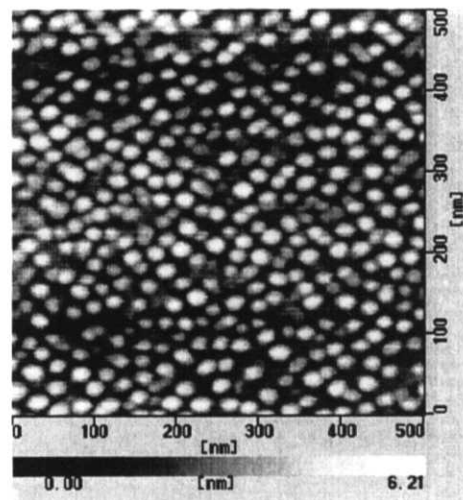


図 3.3  $\text{In}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ ドットのAFM像。(a)、(b)、(c)は、それぞれ、Al組成 $x=0.55$ 、 $0.65$ 、 $0.75$ で形成した場合を示している。

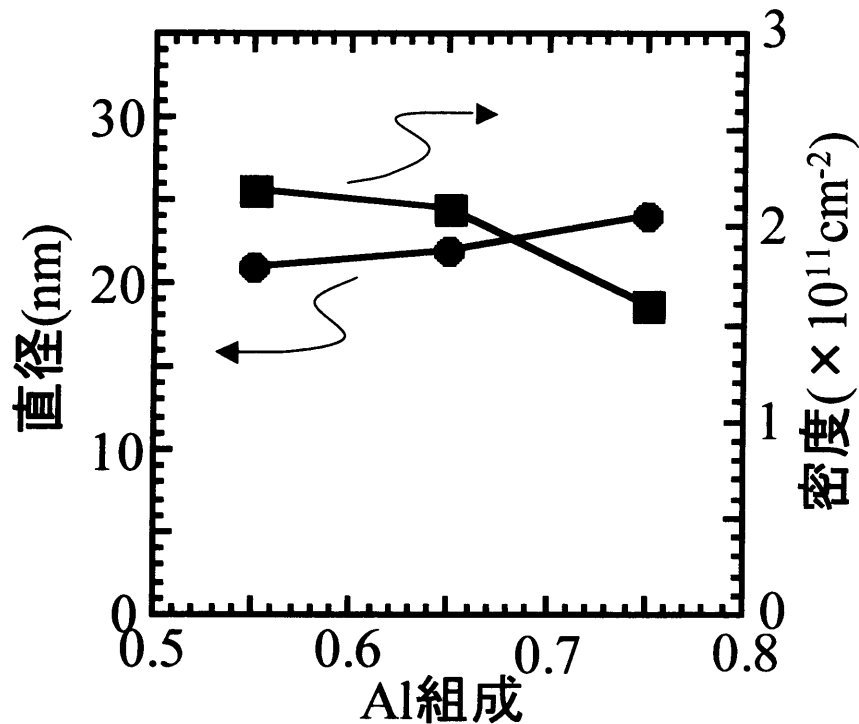


図3.4 InAlAsドットの直径および密度のAl組成依存性。

Al 組成を  $x=0.55$  から  $0.75$  まで増加させると、ドットの直径は  $21\text{nm}$  から  $25\text{nm}$  まで大きくなり、密度は  $2.2 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$  から  $1.6 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$  まで減少することがわかる。この Al 組成による変化は、温度の依存性に比べて小さく、InAlAs ドットの形状は Al 組成よりも基板温度の影響を受けやすいことがわかる。

### 3.2.2 伝導評価用試料とその作製方法

図 3.5 に伝導特性評価のために作製した試料構造を示す。試料は InAlAs ドットをヘテロ界面から  $20\text{nm}$  の位置に埋め込んだ HEMT 構造の選択ドープ n-AlGaAs / GaAs ヘテロ接合で、半絶縁性 (100) GaAs 基板の上に分子線エピタキシー法 (MBE 法) を用いて作製した。まず、基板温度  $580^\circ\text{C}$  で  $300\text{nm}$  の厚さの GaAs と 20 周期の  $10\text{nm}$ -AlGaAs/ $3\text{nm}$ -GaAs 超格子バッファを成長し、それから、 $800\text{nm}$  の GaAs 層を積層した。基板を所望の温度まで下げて InAlAs ドットを形成した後、厚さ  $3\text{nm}$  の GaAs でカバーした。その後、 $17\text{nm}$  の GaAs チャンネル層を積層しながら、急速に基板温度を  $580^\circ\text{C}$  まで上げ、その後、 $10\text{nm}$  の AlGaAs スペーサー層、 $80\text{nm}$  の Si ドープ AlGaAs 層 (ドーピング濃度  $5.2 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$ )、 $15\text{nm}$  の GaAs キャップ層を成長した。AFM によるドット形状の観測のため、再度、基板表面に同条件で InAlAs ドットを形成した。



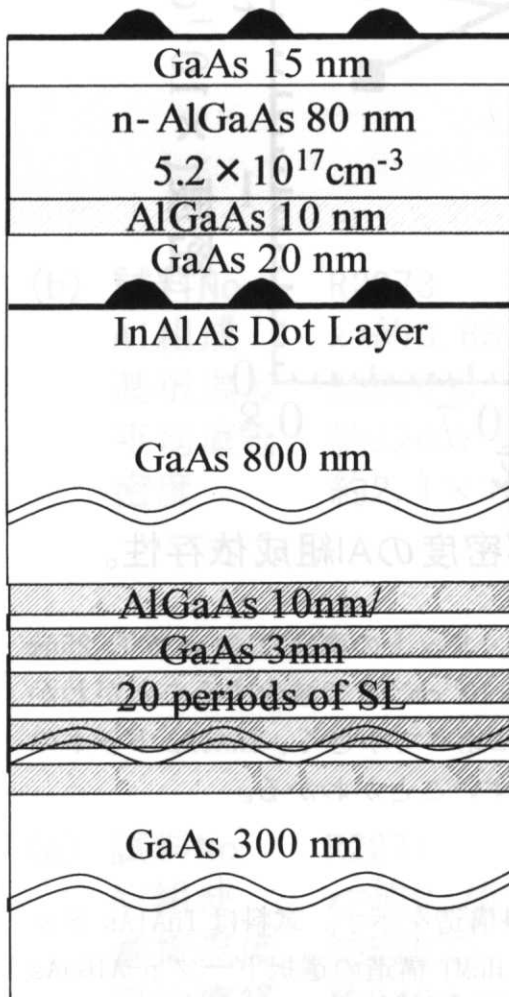


図3.5 試料構造の模式図。

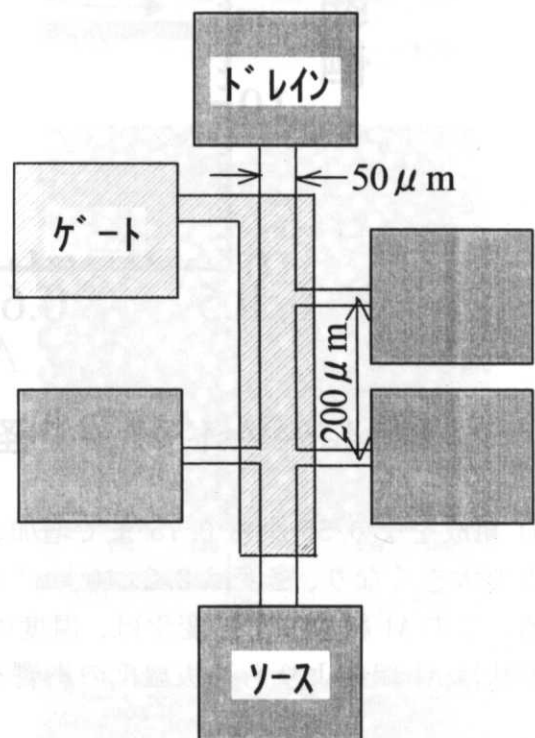


図3.6 伝導測定に使用したホールバーのパターン。

作製した試料は、伝導測定のためにホールバーにプロセスした。ホールバーパターンの模式図を図 3.6 に示す。パターニングには、リン酸、過酸化水素水、水の混合溶液 ( $\text{H}_2\text{PO}_3:\text{H}_2\text{O}_2:\text{H}_2\text{O}=1:1:8$ ) を用い、約 600nm の深さまでエッチングを行った。その後、ゲートとして、約 100nm の厚さの Al を真空蒸着した。オーミック電極は、InSn を半田付けし、Ar 雰囲気中で約 400°C の温度のもとで 2 分間アニールすることにより形成した。

InAlAs ドットによる散乱特性を調べるために、2 つの試料 S1、S2 およびリファレンスとして InAlAs ドットを埋め込んでいない同じ構造の試料 R を用意した。S1 は高い基板温度 ( $T=550^\circ\text{C}$ ) で成長した低い Al 組成 ( $x=0.5$ ) の  $\text{In}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  ドットを埋め込んだ試料であり、S2 は低い基板温度 ( $T=520^\circ\text{C}$ ) で成長した高い Al 組成 ( $x=0.75$ ) のドットを埋め込んだ試料である。AFM 観測から得られたドットの平均直径、高さ、密度は、それぞれ、S1 では 35nm、6nm、 $0.81 \times 10^{11}\text{cm}^{-2}$  であり、S2 では 25nm、4nm、 $1.6 \times 10^{11}\text{cm}^{-2}$  であった。S1 のドットは、高い成長温度と低い Al 組成のため、S2 に比べて、サイズが大きく密度が低いことがわかる。

300K でのバルクの  $\text{In}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  は、Al 組成が  $x=0.7$  より小さいときは、伝導帯の底が  $\Gamma$  点にあり、そのバンドギャップは、

$$E_g = 0.37 + 1.91x + 0.74x^2 \quad (\text{eV}), \quad (3.2.1)$$

で与えられる [13]。よって、S1 に埋め込まれた InAlAs ドットのバルクでのバンドギャップは 300K で 1.51eV と見積もられる。一方、Al 組成が  $x=0.7$  より大きいときは、X 点が伝導帯の底となり、バンドギャップは

$$E_g = 1.8 + 0.4x \quad (\text{eV}), \quad (3.2.2)$$

となる [13]。したがって、S2 ではバンドギャップは 2.1eV となる。S1、S2 の InAlAs ドットの成長条件および形状を表 3.1 にまとめておく。

表 3.1 InAlAs ドットの成長条件および形状

試料名	温度 (°C)	Al 組成	InAlAs 積層数	密度 ( $10^{11}\text{cm}^{-2}$ )	直径 (nm)	高さ (nm)	バンドギ ャップ°
S1	550	0.5	4.1ML	0.81	35	6	1.51eV
S2	520	0.75	12.4ML	1.6	24	4	2.1eV

### 3.3 ホール効果計測による InAlAs ドットの散乱特性評価

#### 3.3.1 電子移動度の電子密度依存性

ホール測定により、S1、S2、R の移動度  $\mu$  および 2 次元電子密度  $N_s$  を、液体ヘリウム温度 ( $T=4.2\text{K}$ ) で調べた。その結果、S1、S2 の移動度はリファレンス R に比べて 6 倍近く低く、InAlAs ドットが散乱体として働いていることが確認された。InAlAs ドット以外による 2 次元電子散乱が S1、S2 と R で同じであると

仮定して、InAlAs ドットによる移動度を、マチーセン則[14, 15]

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_S} + \frac{1}{\mu_R}, \quad (3.3.1)$$

を用いて求めた。ここで、 $\mu_S$ はS1またはS2の移動度、 $\mu_R$ はリファレンスの移動度を表している。求めたS1とS2の移動度 $\mu$ を、図3.7の(a)および(b)に黒丸と黒四角でそれぞれ示す。S1, S2共に、 $N_s$ が増加するにしたがって $\mu$ が増加しており、その値はほぼ $N_s^\nu$ に比例していることがわかった。この時、S1の増加の方がS2に比べてより急峻であり、S1およびS2の $\nu$ の値は、それぞれ、約3.0、

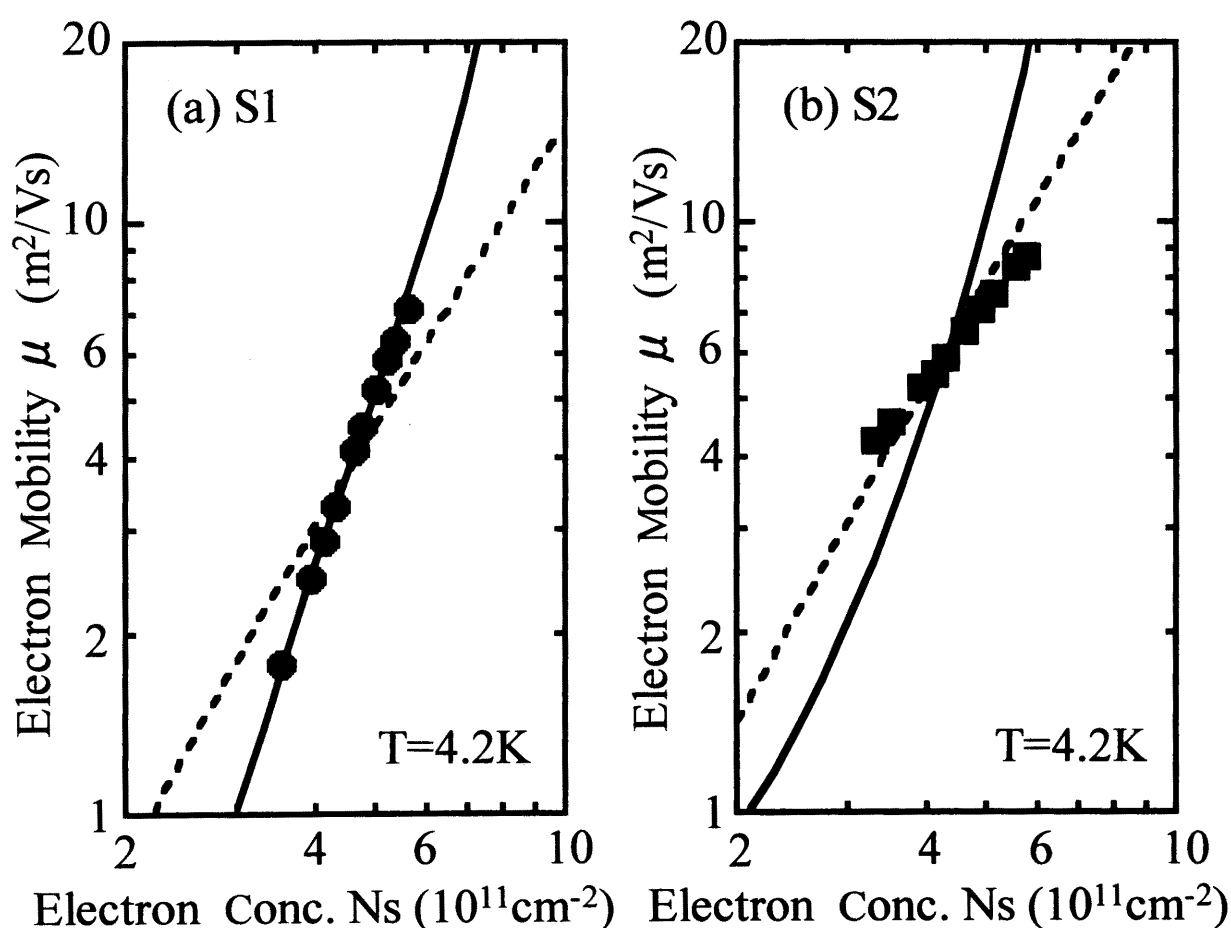


図3.7 4.2Kにおける電子移動度の2次元電子密度依存性。試料S1およびS2には、それぞれ、低密度低Al組成、高密度高Al組成のInAlAsドットがチャネル近傍に埋め込まれている。実線と点線は、それぞれ低密度ドット(2.4.1参照)および高密度ドット(2.4.2参照)に伴うバンド不連続性による散乱を考え、理論的に求めた移動度を示している。

1.3 であった。このことは、S1 と S2 で InAlAs ドットの散乱過程が異なっていることを示唆している。以下では、この移動度の 2 次元電子密度依存性を説明するために、得られた実験結果を第 2 章 4 節の理論と比較する。

### 3.3.2 低密度 InAlAs アンチドットによる散乱

試料 S1 の移動度解析には、埋め込まれた InAlAs ドットの密度が比較的低いことから (約  $0.88 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$ )、2.4.1 で行った低ドット密度の場合の議論が適用できる。そこで、(2.1.4)式、(2.2.8)式、(2.3.8)式、(2.4.6)式を用いて、移動度  $\mu$  を計算した。この時、ドットの半径  $R$ 、高さ  $h_{\text{max}}$ 、密度  $N_{\text{dot}}$  は表 3.1 の値を用いた。また、InAlAs ドットと GaAs の伝導帯端のエネルギー差  $V_0$  をパラメータとしてフィッティングを行った。ここで、パラメータ  $V_0$  は散乱の強さを決定する重要な値であり、移動度  $\mu$  の大きさは  $V_0^{-2}$  に比例する。計算の結果、図 3.7(a) の実線が示すように、移動度は急峻な  $N_s$  依存性を示し、 $V_0$  の値が 230meV の時、理論値は実験値 (黒丸) とよく一致することがわかった。

$\mu - N_s$  曲線は、散乱ポテンシャルのフーリエ成分で決定される。この時、散乱ポテンシャルはドットと 2 次元電子の重なり積分で重み付けされている ((2.4.6)式参照)。  $N_s$  が増加すると、2 次元電子の波動関数がヘテロ界面側に押しやられ、それと同時に、フェルミ波数が増加する。これらは、ドットと 2 次元電子の重なり積分を減少させ、散乱ポテンシャルのフーリエ成分を小さくする。この 2 つの効果により、 $N_s$  の増加とともに InAlAs ドットによる散乱が弱まり、急激に移動度が増加する。特に、ドットの作るポテンシャルと 2 次元電子の重なり積分の効果は重要であり、試料 S1 における急峻な  $\mu$  の  $N_s$  依存性は、これに依るところが大きい。他方、試料 S2 の移動度は、ドット群が作る障壁の凹凸と 2 次元電子の相互作用で支配される。

300K でのバルクの GaAs のバンドギャップは 1.42eV であり、 $\text{In}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  ( $x=0.5$ ) との差は 90meV と見積もられる (表 3.1 参照)。伝導帯と価電子帯とのバンド不連続量の比は、ディングル則では 85:15 であり [16]、ミラー則ではおよそ 65:35 である [17, 18]。よって、試料 S1 の GaAs と InAlAs ドットの伝導帯不連続量は、ディングル則では約 77meV、ミラー則では約 59meV となる。計算に用いた  $V_0$  は 230meV であり、これらの値と比較すると、3 ~ 4 倍の違いがあることがわかる。この理由としては、ドットの歪や温度、Al 組成等の影響により実際のバンドギャップが見積もった値と異なっていること、解析的に計算を実行するため散乱ポテンシャルを簡略化したこと、ヘテロ界面の平坦性の劣化などがあげられる。

特に、Al 組成は、バンドギャップに大きな影響を与える。たとえば、実際の  $\text{In}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  の Al 組成が 10% 異なっていて  $x=0.6$  であったとすると、バンドギャップは約 1.78eV となり、 $V_0$  の値はディングル則では約 309meV、ミラー則では約 199meV となる。Al 組成が期待した値と異なる要因としては、In および Al のレート測定 of 誤差や InAlAs ドットの In 拡散などがあげられる。これらは、InAlAs

層の X 線回折測定により調べられる可能性があり、今後の課題とする。

また、温度のバンドギャップに対する影響も無視できない。低温での  $\text{In}_{0.5}\text{Al}_{0.5}\text{As}$  のデータが入手できなかったため、300K でのバンドギャップの値を元に比較を行ったが、たとえば、GaAs の場合には、低温のバンドギャップ (1.519eV) は 300K (1.42eV) での値と 6~7% の違いがある。

また、散乱ポテンシャルの簡略化も  $V_0$  の値に影響を及ぼす。Pancake 近似では、ドットを積み付けした厚さ無限小の円盤 ((2.4.5) 式参照) であると仮定しているが、実際の InAlAs ドットはおよそ 6nm の高さがある。そのため、ドットとヘテロ界面の実効的な距離が短くなり、2次元電子とドットの重なりが大きくなる。このことから、Pancake 近似を用いて計算された移動度が、実際よりも低く見積もられ、それを補正するために  $V_0$  の値が大きくなった可能性が考えられる。

また、ヘテロ界面の平坦性が移動度に影響を与えた可能性もある。試料 S1 では、量子ドットを形成した後、ヘテロ界面を作製している (図 3.5 参照)。このため、ドットの影響によりヘテロ界面の平坦性が悪くなり、付加的な散乱が引き起こされた可能性が考えられる。

### 3.3.3 高密度 InAlAs アンチドットによる散乱

試料 S2 のように埋め込まれた InAlAs ドットの密度が高い (約  $1.6 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$ ) 場合には、ドットが相互に相関を持つため、試料 S1 の場合のように、それぞれのドットを独立な散乱体として取り扱うことが出来ない。実際、3.3.2 と同じ方法で試料 S2 の移動度を計算した結果、図 3.7(b) が示すように、理論値 (実線) は実験値 (黒四角) を再現することが出来なかった。そこで、2.4.2 で行った高ドット密度の場合の議論を、試料 S2 の移動度解析に適用し、その妥当性を検討する。

試料 S2 では、 $\text{In}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  ドットの Al 組成は  $x=0.75$  と高く、前節と同様に GaAs と InAlAs のバンド不連続量を見積もると、ディングル則では約 578meV、ミラー則では約 442meV となる。この高いバンド不連続により、2次元電子の波動関数はドットの領域からほとんど押し出されていると考えられる。また、試料 S2 では、ドットを形成するために 12.1 原子層もの InAlAs を堆積しており (表 3.1 参照)、このことから、ドットには厚い濡れ層が存在していると予想される。このような InAlAs ドット層は、厚さが揺らいでいるバリア層のように振る舞うと考えられ、その散乱ポテンシャルは次式で近似することができる。

$$U(\mathbf{r}, z) = V_f \Delta(\mathbf{r}). \quad (3.3.2)$$

ここで、 $\Delta$  はバリア層の厚さの平均からのずれを表している。また、 $V_f$  は、量子化エネルギー  $E_0$  の揺らぎで、バリア層の厚さを  $L_b$  とした時、 $\partial E_0 / \partial L_b$  で与えられる。(3.3.2) 式は (2.4.9) 式と同様の形をしており、 $\Delta(\mathbf{r})$  の自己相関関数が (2.4.12) 式のガウシアン型で与えられているとすると、(2.4.13) 式がそのまま

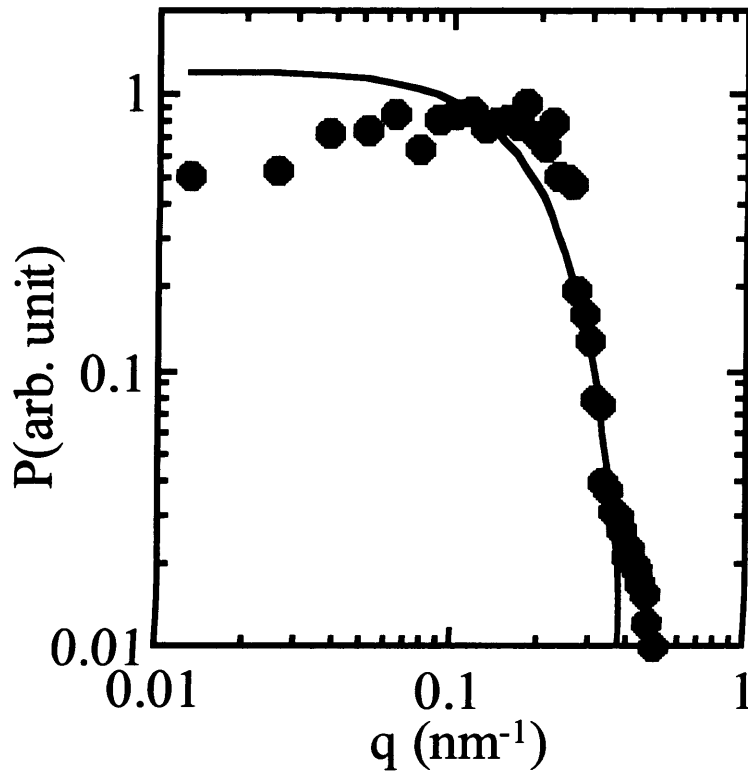


図3.8 AFM像の高さデータから求めたパワースペクトルPの波数q依存性。実線は、ガウス関数でフィッティングした結果を示す。

使える。(2.4.13)式の $H(z)$ に $V_f$ を代入し、 $f(z)$ が規格化されていることを考慮すると、微分散乱断面積は次式で与えられる。

$$\sigma(\theta) = \frac{m^*}{2\pi\hbar^3} V_f^2 \pi \Delta^2 \Lambda^2 \exp\left(-\frac{\Lambda^2 q^2}{4}\right). \quad (3.3.3)$$

(2.4.12)式あるいは(3.3.3)式の $\Lambda$ は、量子ドット層の高さに対する自己相関関数の相関長と一致すると考えられる。この値は、原子間力顕微鏡(AFM)を用いて求めた高さデータから以下のようにして見積もることができる。まず、AFM像の高さデータを高速フーリエ変換(FFT)し、その絶対値の2乗からパワースペクトルをもとめる(図3.8 黒丸)。このパワースペクトルは、自己相関関数のフーリエ変換と一致している。一方、ドット高さの面内分布に対する自己相関関数が(2.4.12)式のようなガウス型であると仮定すると、そのフーリエ変換も $\exp(-\Lambda^2 q^2/4)$ に比例したガウス型となる。したがって、AFMから得られたパワースペクトルとガウス関数 $\exp(-\Lambda^2 q^2/4)$ を比較することにより(図3.8 実線)、相関長 $\Lambda$ が求められる。

得られた相関長 ( $\Lambda = 9.41 \text{ nm}$ ) と (3.3.3) 式および (2.2.8) 式を用いて、移動度  $\mu = e\tau/m_s$  を計算した。この時、 $V_f\Delta$  をパラメータとしてフィッティングを行った。ここで、 $V_f\Delta$  は散乱の強さを決めるパラメータであり、移動度の大きさを決定する上で重要となる ( $\mu \propto 1/[V_f\Delta]^2$ )。計算の結果、図 3.7(b) に示すように、 $V_f\Delta$  が  $14 \text{ meV}$  の時、理論値 (点線) と実験値 (黒四角) が、よく一致することがわかった。この  $V_f\Delta$  の値の妥当性を見るために、量子井戸における 2 次元電子伝導と比較してみる [19–21]。GaAs と InAlAs の大きなバンド不連続量や量子ドットに厚い濡れ層が存在していることを考慮すると、電子の波動関数はヘテロ界面とそこから  $20 \text{ nm}$  離れた InAlAs ドット層の間に弱く閉じ込められていると考えられる。よって、2 次元電子は、ドットの高さ ( $4 \text{ nm}$ ) の揺らぎのある  $20 \text{ nm}$  の量子井戸を伝導していると見なせる。この場合、ポテンシャル揺らぎは約  $5.3 \text{ meV}$  と見積もられる。計算で用いた  $V_f\Delta$  の値は  $14 \text{ meV}$  であり、この値に比べるとやや大きい。この理由としては、(1) ガウシアンによる相関関数の近似が誤差を生じさせている、(2) InAlAs 層の厚さ揺らぎがドットの高さより大きい、(3) ドットによるヘテロ界面の平坦性の劣化が付加的な散乱を引き起こしているなどの要因が考えられる。

界面凹凸散乱の理論は、Al 組成が低く、密度の低い InAlAs ドットの散乱を表せないことを付け加えておく。実際、本項と同じ方法で試料 S1 の移動度を計算した結果、図 3.7(a) が示すように、理論値 (点線) と実験値 (黒丸) は一致しなかった。

### 3.4 シュブニコフ・ド・ハース (SdH) 振動解析を用いた InAlAs ドットによる電子散乱特性評価

3.3 では、ホール移動度の測定値が、第 2 章の単純化した散乱モデルでうまく説明できることを示した。しかし、単純化した散乱モデルは、実際の散乱過程を近似的に表しているにすぎず、全角度に対する散乱頻度を完全に再現しているとは限らない。このことは、ホール移動度の温度依存性や量子移動度などから調べることができる。ホール移動度の温度依存性に関しては、今後の課題とし、ここでは、量子移動度の実験と理論の比較から、2.4.1 の低密度ドットによる 2 次元電子散乱のモデルに対し、その不十分な点を明らかにする。

量子移動度は、シュブニコフ・ド・ハース (SdH) 振動の振幅解析によって求められる。この移動度は、量子力学的な準位の広がりに関連付けられた量である。たとえば、あるランダウ準位の広がりを  $\Gamma$  とした時、電子がその準位に留まる平均時間 (散乱時間)  $\tau_q$  は、不確定性原理により、

$$\tau_q = \frac{\hbar}{2\Gamma}, \quad (3.4.1)$$

で与えられる[22, 23]。量子移動度  $\mu_q$  は、この  $\tau_q$  と関係式  $\mu_q = e\tau/m_s$  で結び付けられている。また、 $\mu_q$  は、ホール移動度とは異なり、すべての角度の散乱事象から等しく寄与を受けるという特徴がある[23-28]。以下では、まず、SdH 振動の解析方法および量子移動度の測定について述べ、その後、ホール移動度と量子移動度の比  $\mu_c/\mu_q (= \tau_c/\tau_q)$  から InAlAs アンチドットによる散乱過程を調べる。

### 3.4.1 SdH 振動の解析方法と量子移動度の測定

良く知られているように、2次元電子に磁場  $B$  を印加すると、エネルギー間隔  $\hbar\omega_c \equiv \hbar eB/m$  の離散的なランダウ準位が形成される。これにより、磁場の変化に伴ってフェルミ面の状態密度が周期的に変動し、それが電気伝導に反映されて磁気抵抗の振動が起こる[22, 29-31]。

試料 S1 (低密度 InAlAs アンチドットが埋め込まれた試料) について、磁気抵抗測定を行った。その結果を図 3.9 に示す。ここで、磁場の印加には超伝導マグネットを用い、試料温度は液体ヘリウムをポンピングすることにより 1.4K まで下げた。また、試料抵抗の測定にはロックインアンプ (Princeton Applied Research 社 モデル 5210) を用い、周波数 13Hz、ソースドレイン電流 5nA の条件のもとで定電流測定を行った。図 3.9 から、高磁場での量子ホール状態 ( $B \approx 2.4\text{T}$ ,  $3.15\text{T}$ ,  $4.6 \sim 5.0\text{T}$ ) における抵抗がほとんど 0 となっていることがわかる。これは、コンタクト不良等による付加的な抵抗が無いことを示している。

基底ランダウ準位のサイクロトロン半径を  $l (= (\hbar/eB)^{1/2})$  とすると、ランダウ準位は  $1/2\pi^2$  だけの縮重度を持っている。SdH 振動のピークは、ランダウ準位の中心まで電子で占められている時、すなわち、

$$N_s = 2 \frac{1}{2\pi^2} \left( N + \frac{1}{2} \right) = 2 \frac{eB}{2\pi\hbar} \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (3.4.2)$$

の条件を満たす時に現れる。ここで、 $N_s$  は 2次元電子密度であり、スピン縮重度のため右辺に 2 倍の因子が掛けられている。(3.4.2) 式からわかるように、SdH 振動のピークに対応する  $n$  に対して  $1/B$  の値をプロット (ランダウプロット) すると、その傾き ( $= 2e/2\pi\hbar N_s$ ) より  $N_s$  が求められる。図 3.10 に、ランダウプロットにより求めた試料 S1 の  $V_g$  に対する  $N_s$  の依存性を黒丸で示す。また、白丸は、ホール効果により得られた  $N_s$  の値である。図から、2つの方法により得られた  $N_s$  はほぼ同じ値であり、このことからゲートリークやドープ層などによる付加的な電流が無いことが確かめられる。

散乱時間  $\tau_q$  とサイクロトロン振動数  $\omega_c$  が関係式  $\omega_c \tau_q \gg 1$  を満たすような低磁場領域において、SdH 振動の振幅  $\Delta R_x$  は近似的に次式で与えられる[22-28]。



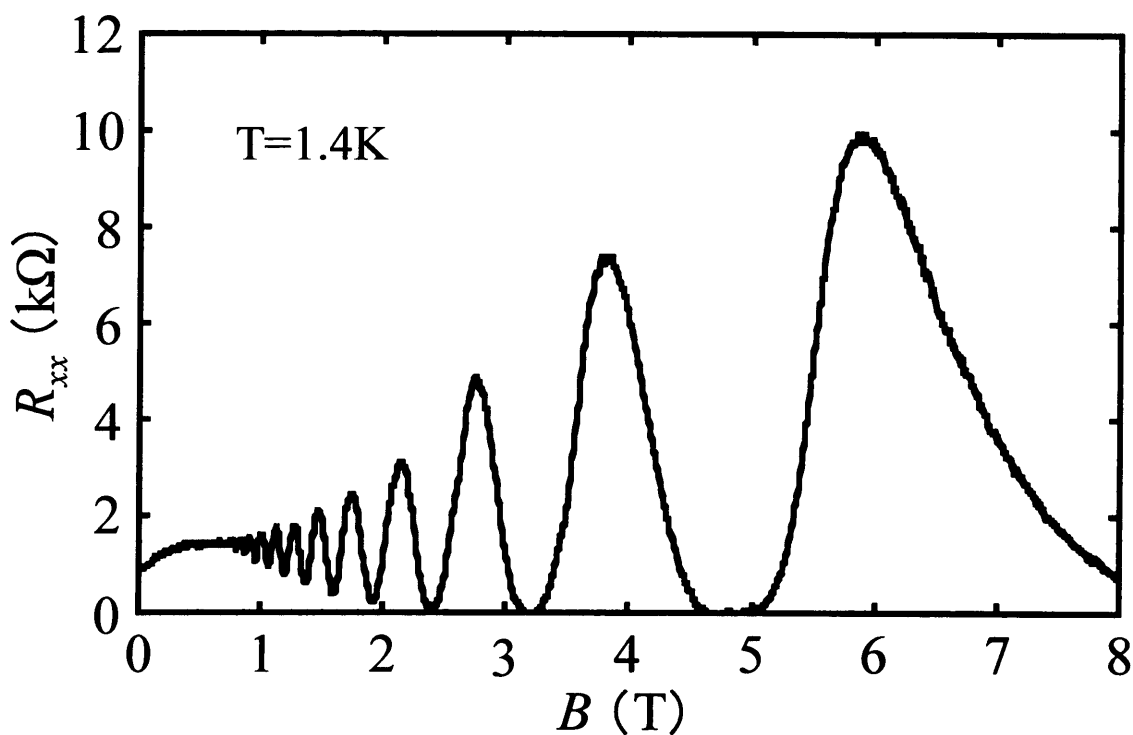


図3.9 SdH効果による試料S1の磁気抵抗の振動。

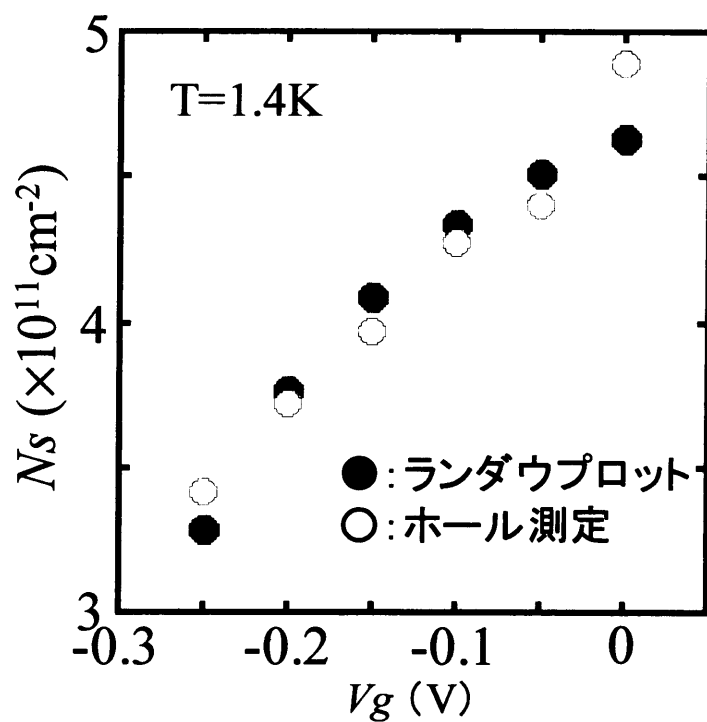


図3.10 試料S1における2次元電子密度  $N_s$  のゲートバイアス  $V_g$  依存性。

$$\frac{\Delta R_{xx}}{R_0} \approx 2 \frac{X}{\sinh(X)} \frac{2 \exp(-\pi / \omega_c \tau_q)}{g_0}, \quad (3.4.3)$$

$$X = \frac{2\pi^2 k_B T}{\hbar \omega_c}. \quad (3.4.4)$$

ここで、 $R_0$ 、 $g_0$  はそれぞれ  $B=0T$  における試料抵抗および状態密度である。  
(3.4.3)式の両辺に対し対数をとると、

$$\log \left[ \frac{\sinh(X) \Delta R_{xx}}{X R_0} \right] + \text{定数項} = -\frac{\pi}{\omega_c \tau_q} = -\frac{\pi}{\mu_q B}, \quad (3.4.5)$$

となる。したがって、 $1/B$  に対して  $\log[\sinh(X)\Delta R_{xx}/XR_0]$  をプロットすると、そ

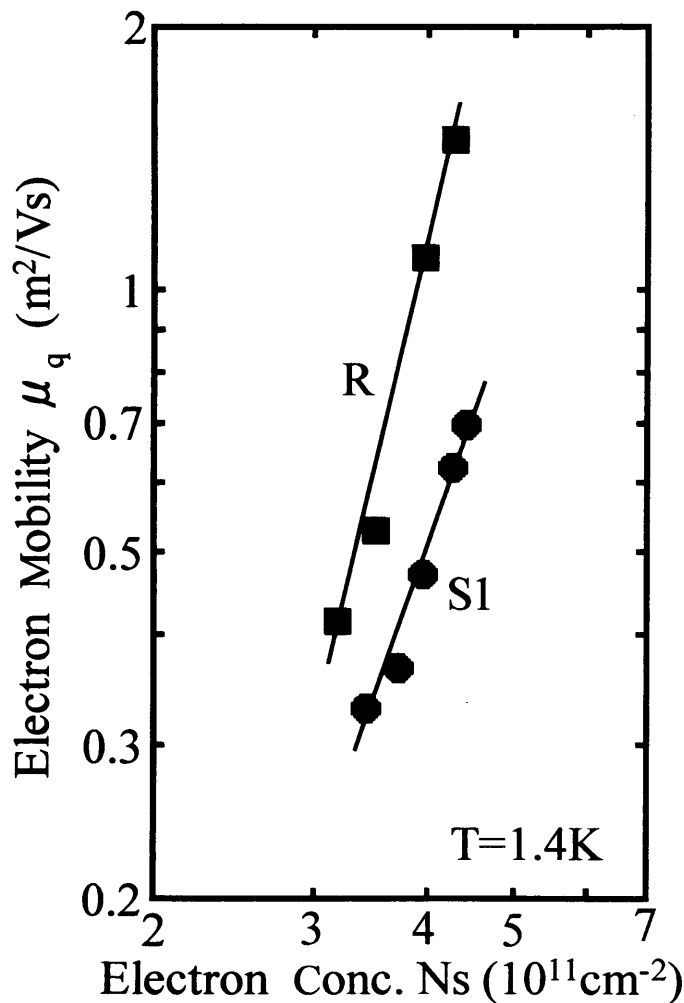


図3.11 量子移動度  $\mu_q$  の2次元電子密度依存性。試料S1には低密度低Al組成のInAlAsドットがチャネル近傍に埋め込まれている。Rはリファレンスとして作成したドットのない試料である。

の傾き ( $= -\pi/\mu_q$ ) から量子移動度  $\mu_q$  が求められる。実際に (3.4.5) 式を用いて測定データを解析する場合には、フーリエ変換のフィルタリングを利用して、振動の DC 成分や遅い周波数成分を除去しておくことが必要となる [24]。図 3.11 に、試料 S1 の  $N_s$  に対する  $\mu_q$  の依存性を黒丸で示す。また、比較のため、リファレンス R の  $\mu_q$  を図 3.11 に黒四角で示す。図から、S1 の  $\mu_q$  は R に比べて 1/2 程度の大きさであり、InAlAs アンチドットによる散乱が量子移動度に影響を与えていることがわかる。

### 3.4.2 移動度の比 $\mu_c/\mu_q$ と InAlAs アンチドットの散乱特性

図 3.12 の黒丸は、試料 S1 のホール移動度と量子移動度の比  $\mu_c/\mu_q$  の測定結果である。ここで、InAlAs アンチドット以外による 2次元電子散乱が S1 と R で同じであると仮定し、ドットのみ寄与による移動度をマチーセン則 ((3.3.1) 式) を用いて求めた。また、ホール移動度は、磁気抵抗と同時に測定したホール抵抗の低磁場領域の値から求めた。図からわかるように、試料 S1 の比  $\mu_c/\mu_q$  の値は 3~6 である。比  $\mu_c/\mu_q$  は、HEMT の GaAs/AlGaAs ヘテロ界面に形成される 2次元電子の場合は 10 以上の大きな値となり、MOSFET の SiO<sub>2</sub>/Si 界面に形成される 2次元電子においては 1 かそれより小さな値となる。このことから、S1 の InAlAs ドットによる散乱は、HEMT と MOSFET における散乱の中間的な特性を持っていると言える。

図 3.12 の実線は、2.4.1 に示した低ドット密度の場合のモデルを用いて計算した比  $\mu_c/\mu_q (= \tau_c/\tau_q)$  である。この時、3.3.2 で使用したパラメータと同じ値を (2.4.6) 式に代入し、(2.2.8) 式、(2.2.12) 式、(2.3.8) 式を用いて  $\tau_c$  および  $\tau_q$  を計算した。また、散乱臨界角度  $\theta_c$  には  $\pi/7$  の値を用いた。図から、計算で得られた比  $\mu_c/\mu_q$  の値は 2 程度であり、実験値に比べるとやや低いことがわかる。3.3.2 に示したように、低ドット密度のモデルは、ホール移動度に関しては、実験と非常に良く一致した。ホール移動度では高角度散乱の寄与が重要であり ((2.2.8) 式参照)、したがって、このモデルは高角度の散乱を良く記述出来ていると考えられる。このことから、実験と理論で比  $\mu_c/\mu_q$  に差が生じたのは低角度散乱に起因していると推測される。この理由は、以下のように説明できる。2.4.1 の低密度ドットのモデルでは、ドット間の距離が十分に大きく、それぞれのドットが独立に散乱体として 2次元電子に作用していると仮定している。しかし、試料 S1 の InAlAs ドットの密度は、試料 S2 のドットと比べると低いものの、ドット間の距離が十分に離れているとは言えず、InAlAs ドットの位置に相関が生じている可能性がある。そのため、低密度ドットのモデルでは、ドットより長い波長のポテンシャル揺らぎに対して不十分となり、低角度散乱を正確に表すことが出来なかつたものと考えられる。

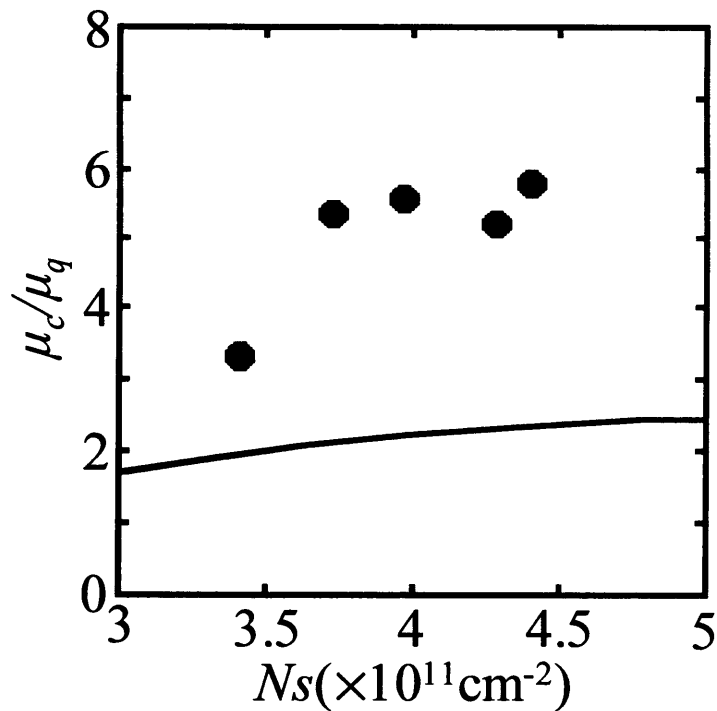


図3.12 ホール移動度と量子移動度の比  $\mu_c/\mu_q$  の電子密度依存性。黒丸は試料S1の測定結果を、実線は計算結果をそれぞれ示している。

### 3.5 3章のまとめ

本章で得られた結果を以下にまとめる。

(1) 組成の異なる InAlAs アンチドットを、様々な基板温度で GaAs 基板上に形成した。その結果、InAlAs アンチドットは、通常の InAs ドットにくらべ、高密度 ( $0.88 \sim 3.0 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ ) に形成されることがわかった。この時、基板温度を  $510^\circ\text{C}$  から  $550^\circ\text{C}$  まで変化させるとドットのサイズは  $18\text{nm}$  から  $33\text{nm}$  まで大きくなることがわかった。また、In 組成を  $0.25$  から  $0.45$  まで変化させるとドットのサイズは大きくなるが、その変化は温度依存性に比べて小さいことがわかった。このことより、InAlAs アンチドットの形状は Al 組成よりも基板温度の影響を受けやすいことが示された。

(2) InAlAs アンチドットを HEMT 構造のヘテロ界面近傍に埋め込んだ試料を作製し、ホール測定を行なった。その結果、Al 組成が低く、比較的ドット密度の低い試料のホール移動度は、個々のドットに対して GaAs と InAlAs のバンドオフセットによる散乱ポテンシャルを考え、それらを足し合わせることによって説明できることがわかった(2.4.1 参照)。また、Al 組成が高く、ドットの密度の高い試料では、ドットを全体として扱う必要があり、そのホール移動度は界面凹凸散乱の理論(2.4.2 参照)で説明することができた。

(3) 低密度低 Al 組成の InAlAs アンチドットを埋め込んだ HEMT 試料について、磁気抵抗測定を行い、SdH 振動の解析から量子移動度を求めた。得られた量子移動度とホール移動度の比から、InAlAs アンチドットが引き起こす散乱ポテンシャルの特性を調べた。その結果、InAlAs ドットの散乱ポテンシャルは、HEMT と MOSFET の中間的な特性を示すことがわかった。また、実験と理論の比較から、低角度の散乱過程を説明するためには、個々のドットの散乱ポテンシャルを独立に考えるだけでは不十分であり、ドットが全体として形成する長波長のポテンシャル揺らぎも考慮する必要があることが示唆された。

なお、第 3 章の成果は、学術論文[32]として公表している。

## 参考文献

- [1] D. Leonard, M. Krishnamurthy, C. M. Reaves, S. P. Denbaars, and P. M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* **63** 3203 (1993).
- [2] J. M. Moison, F. Houzay, F. Barthe, L. Leprince, E. Andre, and O. Vatel, *Appl. Phys. Lett.* **64** 196 (1994).
- [3] Q. Xie, P. Chen, and A. Madhukar, *Appl. Phys. Lett.* **65** 2051 (1994).
- [4] J. Oshinowo, M. Nishioka, S. Ishida and Y. Arakawa, *Japan. J. Appl. Phys.* **33** L1634 (1994).
- [5] G. S. Solomon, J. A. Trezza, and J. S. Harris, Jr., *Appl. Phys. Lett.* **66** 991 (1995).
- [6] G. S. Solomon, J. A. Trezza, and J. S. Harris, Jr., *Appl. Phys. Lett.* **66** 3161 (1995).
- [7] Q. Xie, P. Chen, A. Kalburge, T. R. Ramachandran, A. Nayfonov, A. Konkar and A. Madhukar, *J. Crystal Growth* **150** 357 (1995).
- [8] M. E. Pistol, N. Carsson, C. Petersson, W. Seifert and L. Samuelson, *Appl. Phys. Lett.* **67** 1438 (1995).
- [9] R. Notzel, *Semicond. Sci. Technol.* **11** 1365 (1996).
- [10] K. Akahane, T. Kawamura, K. Okino, H. Koyama, S. Lan, Y. Okada, and M. Kawabe, M. Tosa, *Appl. Phys. Lett.* **73** 3411 (1998).
- [11] H. Xu, W. Jiang, B. Xu, W. Zhou, Z. Wang, *J. Crystal Growth* **205** 481 (1999).
- [12] H. Lee, R. L. Webb, W. Yang, and P. C. Sercel, *Appl. Phys. Lett.* **72**, 814 (1998).
- [13] R. Poersschke, O. Madelung, eds., *Data in Science and Technology, Semiconductors, Group IV elements and III-V Compounds*, Springer-Verlag, Berlin (1991).
- [14] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, *Solid State Physics*, Saunders College, Philadelphia (1976).
- [15] J. M. Ziman, *Electrons and Phonons*, Oxford (1960).
- [16] R. Dingle, W. Wiegmann, and C. H. Henry, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 824 (1974).
- [17] R. C. Miller, A. C. Gossard, D. A. Kleinman, and O. Munteanu, *Phys. Rev.* **B29**, 3740 (1984).
- [18] R. C. Miller, D. A. Kleinman, and A. C. Gossard, *Phys. Rev.* **B29**, 7085 (1984).
- [19] H. Sakaki, T. Noda, H. Hirakawa, M. Tanaka, and T. Matsusue, *Appl. Phys. Lett.* **51** 1934 (1987).

- [20] T. Noda, M. Tanaka, and H. Sakaki, *Appl. Phys. Lett.* **57** 1651 (1990).
- [21] T. Noda, M. Tanaka, and H. Sakaki, *J. Cryst. Growth* **111** 348 (1991).
- [22] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **37**, 1233 (1974).
- [23] F. F. Fang, T. P. Smith III and S. L. Wright, *Surf. Sci.* **196**, 310 (1988).
- [24] J. P. Harrang, R. J. Higgins, and R. K. Goodall, *Phys. Rev.* **B32**, 8126 (1984).
- [25] P. T. Coleridge, R. Stoner, and R. Fletcher, *Phys. Rev.* **B39**, 1120 (1989).
- [26] D. W. Terwilliger and R. J. Higgins, *Phys. Rev.* **B7**, 667 (1973).
- [27] F. F. Fang, A. Hartstein and A. B. Fowler, *Phys. Rev.* **B16**, 4446 (1977).
- [28] M.A. Paalanen, D. C. Tsui and J. C. M. Hwang, *Phys. Lett.* **51**, 2226 (1983)
- [29] T. Ando and Y. Uemura, *J. Phys. Soc. Jpn.* **36** 959 (1974).
- [30] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **36**, 1521 (1974).
- [31] T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **37**, 622 (1974).
- [32] T. Kawazu, T. Noda, H. Kim, J. Irisawa, T. Yamabana, G. Yusa, C. Metzener, and H. Sakaki, *Physica Status Solidi (b)* **224** 707 (2001).

## 第4章

# 自己形成 InGaAs ドット埋め込みヘテロ接合チャンネルにおける電子散乱

### 4.1 序論

これまで、自己形成量子ドットの散乱特性に関して、いくつかの研究が報告されている。Sakaki らは、InAs ドットを埋め込んだ AlGaAs/GaAs 変調ドープ電界効果トランジスタ (FET) を作製し、その伝導特性を調べた[1]。その結果、InAs ドットが2次元電子に近づくとつれて、移動度が急激に減少することを示した。Riberio らは、密度の異なる InAs ドットを埋め込んだ AlGaAs/GaAs 変調ドープ FET を調べ[2-4]、ドットの密度の増大とともに2次元電子の移動度が急激に減少することを明らかにした。Kim らは、InAs ドットを埋め込んだ GaAs 量子井戸を作製し、ホール効果とシュブニコフ・ド・ハース振動の計測から、2次元電子のホール移動度と量子移動度を調べた[5]。その結果、それらの比が1程度の値となることが示され、量子ドットが短距離的な散乱ポテンシャルを引き起こしていることが示唆された。

これらの仕事は、自己形成量子ドットによる2次元電子の散乱特性を明らかにした。しかし、理論と実験の両面から詳細な検討がなされた研究は少なく、量子ドットの散乱特性に関する理解は十分でない。本章では、InGaAs ドットを埋め込んだ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合チャンネルの電気伝導特性を調べ、その結果を第2章で考察した理論と比較し、量子ドットの散乱特性を議論する。

InGaAs のバンドギャップは GaAs よりも小さく、InGaAs ドットを GaAs 中に埋め込むと、ドットでの電子のポテンシャルエネルギーが GaAs よりも低くなる。その結果、InGaAs ドットは、電子を捕獲し荷電される。したがって、InGaAs ドットに起因する散乱ポテンシャルは、(a) 伝導帯のバンド不連続性によるドット自体のポテンシャル(第2章4節, 第3章参照) および (b) 占有電子からのクーロンポテンシャル(第2章3節参照) の2つが考えられる。ここでは、実験と理論の比較から、(a) と (b) の散乱ポテンシャルがどのように2次元電子の伝導特性に影響を及ぼすかを調べる。

### 4.2 荷電ドットによる電子散乱の理論

本節では、実際に実験と理論とを比較する前に、第2章のモデルを用いて量子ドットが引き起こす2次元電子の散乱特性を検討する。母材に埋め込まれた量子ドットは、主に2種類の散乱ポテンシャルを形成していると考えられる。1つは、ドットに捕獲された電子からのクーロンポテンシャル  $U$ 。(第2章3節



参照)であり、クーロン力が斥力的であることから、 $U_c$ は正の値となる。もう一つは、バンド不連続性によるポテンシャル $U_d$  (第2章4節参照)であり、量子ドットでの電子のポテンシャルエネルギーが母材よりも低いことから、 $U_d$ は引力的となり負の値を示す。ここで、注目すべきは、 $U_c$ と $U_d$ の符号が異なるため、それらが打ち消しあうように作用することである。

量子ドットによる散乱の行列要素は、(2.3.7)式と(2.4.4)式の和

$$U_{tot}(q) = U_c(q) + U_d(q) \\ = \frac{Qe}{2\kappa_0\epsilon_0} \frac{1}{|q|} \frac{2J_1(|q|R)}{|q|R} \int dz |f(z)|^2 e^{-|q||z-z_i|} + 2\pi R^2 h V_0 |f(z_i)|^2 \frac{J_1(|q|R)}{|q|R}, \quad (4.2.1)$$

で与えられる。(4.2.1)式および(2.3.8)式を用いて、微分散乱断面積 $\sigma$ をドットに捕獲された電子数が $N(=Q/e)=0, 1, 2, 3$ の場合に計算した。その結果を図4.1に示す。ここで、ドットの半径 $R$ 、高さ $h$ 、ヘテロ界面からドットまでの距離 $z_i$ の値は、次節以降の実験との比較を考慮して、それぞれ、 $R=10\text{nm}$ 、 $h=4\text{nm}$ 、 $z_i=30\text{nm}$ とした。また、バンド不連続量 $V_0$ の値には $-0.4205\text{eV}$ を用いた。これは、GaAs と  $\text{In}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{As}$  とのバンドギャップからミラー則を用いて求めた値である[6-8]。図4.1から、ドットに電子が無い時( $N=0$ )には、 $\sigma$ の角度依存性は小さ

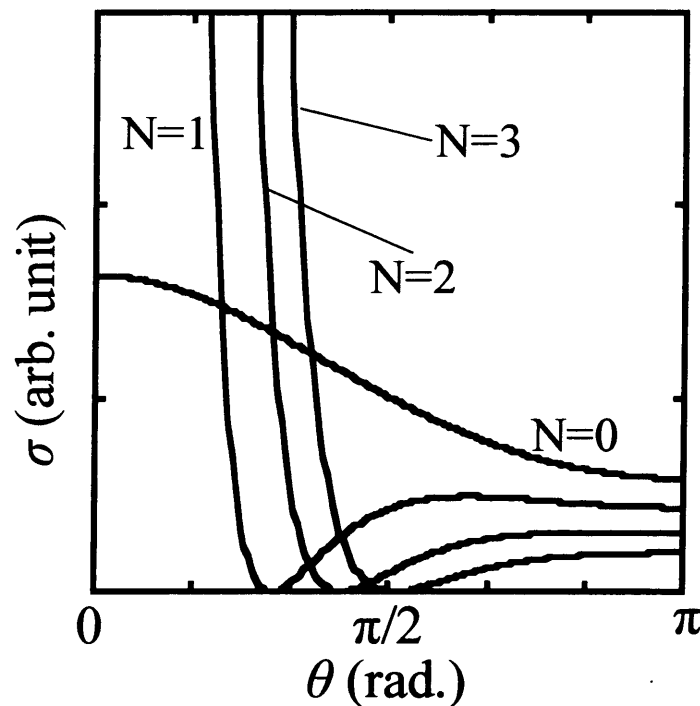


図4.1 ドットによる2次元電子の散乱の微分断面積。ドット中の電子数が $N=0, 1, 2, 3$ の場合における計算結果を示す。

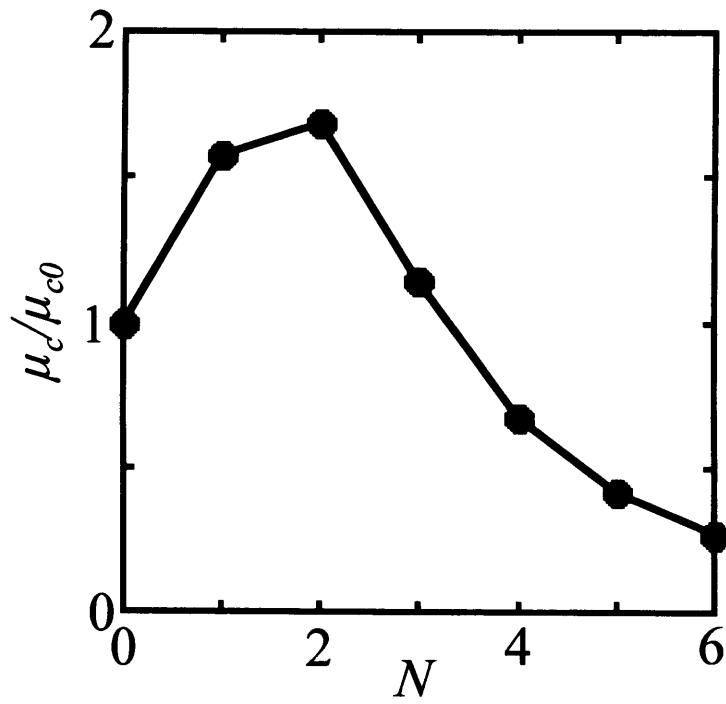


図4.2 ドット中の電子数 $N$ に対する移動度の計算結果。

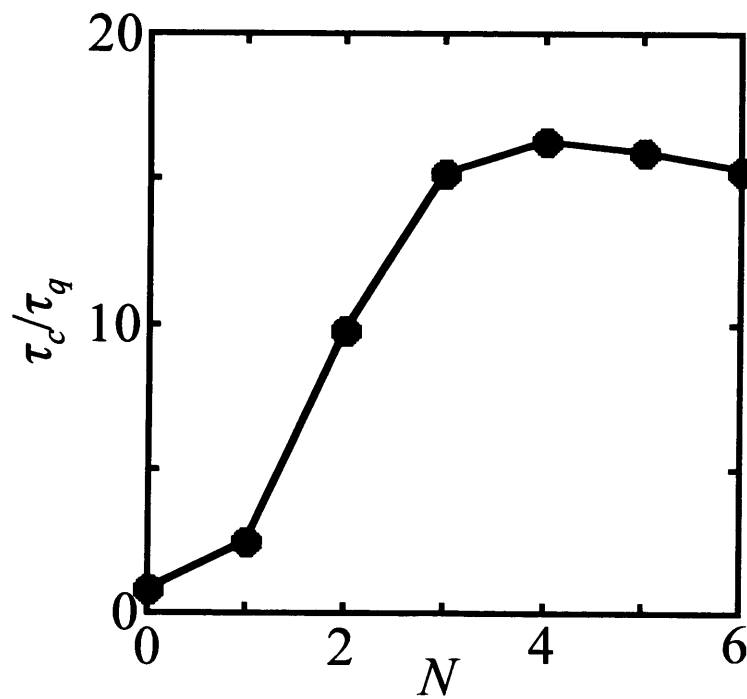


図4.3 ドット中の電子数 $N$ に対する散乱時間の比 $\tau_c/\tau_q$ の計算結果。

く、量子ドットは同程度の頻度で全方向に2次元電子を散乱していることがわかる。ドットに電子が一つ捕獲されると( $N=1$ )、長距離的なクーロンポテンシャルのために低角度散乱の頻度が高くなり、 $\sigma$ の値が低角度( $\theta < \pi/4$ )で急激に大きくなる。一方、高角度( $\theta > \pi/2$ )では、ドットに電子が無い場合に比べて捕獲されている時の方が、 $\sigma$ の値は小さくなる。これは、 $U_d$ が $U_c$ により打ち消されたためである。これらの傾向は、捕獲された電子数が、 $N=2, 3$ と増えるにしたがって大きくなる。

次に、(4.2.1)式、(2.3.8)式および(2.2.8)式を用いて、ホール移動度の計算を行った。ドットに捕獲された電子数 $N$ に対してプロットしたホール移動度の計算結果を図4.2に示す。ここで、 $N=0$ の時の値でホール移動度を規格化している。図から、ホール移動度は、ドットが空の場合( $N=0$ )よりも電子が1個または2個捕獲された場合( $N=1$  or  $2$ )の方が高いことがわかる。これは、先に示したように、 $U_d$ と $U_c$ の打ち消し合いにより高角度散乱の頻度が減少したためである。ドットに電子が捕獲されると、低角度散乱の頻度が増加するが、この増加がホール移動度に与える影響は、(2.2.8)式の因子 $1 - \cos\theta$ のために小さい。さらに $N$ が増加し $N \geq 3$ となると、 $U_c$ が $U_d$ に比べて大きくなり、クーロン散乱が支配的となる。この場合には、 $N$ が増加するとクーロンポテンシャルが大きくなり、移動度が急激に減少する。

次に、(4.2.1)式、(2.3.8)式および(2.2.12)式を用いて、量子散乱時間を計算した。ここで、散乱臨界角度 $\theta_c$ は0とした。ドットに捕獲された電子数 $N$ に対してプロットした古典散乱時間と量子散乱時間の比 $\tau_c/\tau_q$ の計算結果を図4.3に示す。図から、ドットが空の場合( $N=0$ )には、ポテンシャルの短距離性を反映して、比 $\tau_c/\tau_q$ は1以下の低い値を示すことがわかる。ドットに電子が捕獲されると、クーロンポテンシャルのために比 $\tau_c/\tau_q$ は大きくなり、クーロン散乱が支配的な $N=3$ ではその値は約15に達する。

最後に、本節で示した散乱モデルと量子ドットの密度について簡単に触れておく。(4.2.1)式では、量子ドットは、密度が低く独立に散乱体として2次元電子に作用していると仮定している。一方、3.4.2で述べたように、ドット密度が高くドット間の距離が十分に離れていない場合には、バンド不連続性によるポテンシャル $U_d$  ((4.2.1)式第2項)が、低角度での散乱を正確に表すことができなくなる。しかし、量子ドットによる散乱ポテンシャルには、短距離的な $U_d$ に加えて、長距離的なクーロンポテンシャル $U_c$  ((4.2.1)式第1項)が存在する。 $U_c$ は長距離的であることから低角度散乱の寄与が非常に大きく(図4.1参照)、そのため、 $U_d$ の低角度散乱に対する不正確さは、全散乱ポテンシャル $U_{tot} = U_c + U_d$ において非常に小さな誤差となる。このことから、(4.2.1)式は、ある程度密度の高い量子ドットの散乱に対しても、妥当であると考えられる。

## 4.3 InGaAs ドット埋め込み HEMT 試料の電気伝導特性

### 4.3.1 伝導評価用 HEMT 試料とその作製方法

図 4.4 に伝導特性評価のために作製した試料構造を示す。試料は InGaAs ドットをヘテロ界面から 30nm の位置に埋め込んだ HEMT 構造の選択ドープ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合で、半絶縁性(100)GaAs 基板の上に分子線エピタキシー法(MBE 法)を用いて作製した。まず、基板温度 580°C で 300nm の厚さの GaAs と 20 周期の 10nm-AlGaAs/3nm-GaAs 超格子バッファを成長し、それから、800nm の GaAs 層を積層した。基板温度を 510°C まで下げて InGaAs ドットを形成した後、厚さ 3nm の GaAs でカバーした。その後、17nm の GaAs チャンネル層を積層しながら

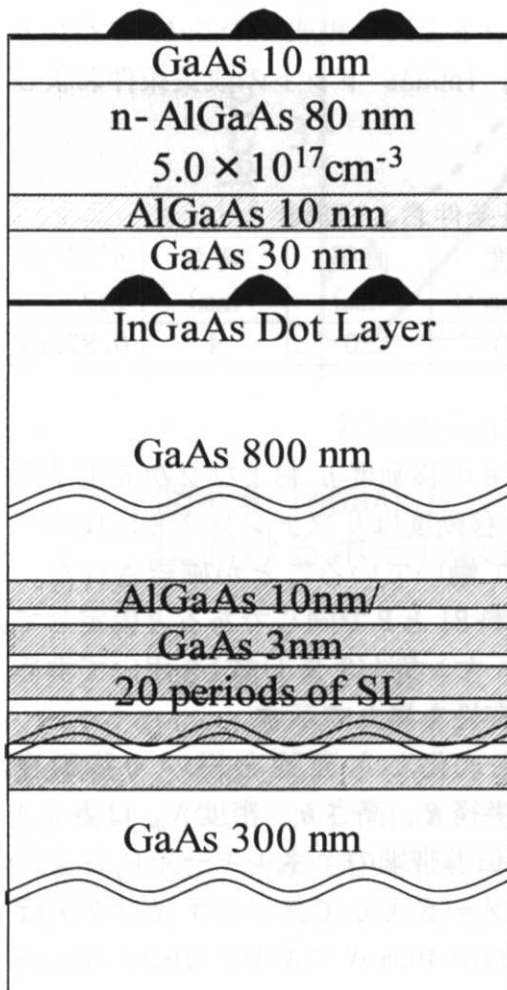


図4.4 試料構造の模式図。

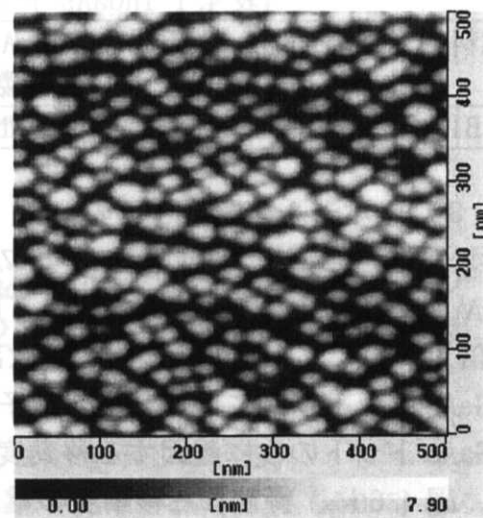


図 4.5 InGaAsドットのAFM像。

ら、急速に基板温度を 580°Cまで上げ、その後、10nm の AlGaAs スペーサー層、80nm の Si ドープ AlGaAs 層(ドーピング濃度  $5.0 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$ )、10nm の GaAs キャップ層を成長した。また、AFM によるドット形状の観測のため、再度、基板表面に同条件で InGaAs ドットを形成した。以下では、この試料を B1 と呼ぶことにする。また、リファレンスとして、InGaAs ドットを埋め込んでいない同じ構造の試料も同時に作製した。以下では、その試料を R と呼ぶことにする。得られた試料は、厚さ 100nm の Al ゲートを持つホールバーにプロセスした。

図 4.5 に、基板表面に形成した InGaAs ドットの AFM 像を示す。AFM 観測から得られたドットの平均直径および高さは、それぞれ、20nm、4nm であった。またドットの密度は  $1.3 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$  であり、標準的な自己形成量子ドットに比べるとやや高密度に形成されていることがわかった[9-19]。

In<sub>1-x</sub>Ga<sub>x</sub>As は直接ギャップ半導体であり、そのバンドギャップは、  

$$E_g = 0.422 + 0.7x + 0.4x^2 \text{ (eV) (T=2K)}, \quad (4.3.1)$$

で与えられる[6]。したがって、試料 B1 のドットと同じ組成の InGaAs のバンドギャップは、バルクの場合、0.872eV となる。InGaAs ドットの成長条件および形状を表 4.1 にまとめておく。

表 4.1 InGaAs ドットの成長条件および形状

試料名	温度 (°C)	Ga 組成	InGaAs 積層数	密度 ( $10^{11} \text{cm}^{-2}$ )	直径 (nm)	高さ (nm)	バンドギ ャップ°
B1	510	0.5	6.5ML	1.3	20	4	0.872eV

#### 4.3.2 ホール移動度とその解析

ホール測定により、試料 B1 とリファレンス R の移動度  $\mu_c$  および 2 次元電子密度  $N_s$  を T=2K で調べた。その結果、試料 B1 の移動度はリファレンス R に比べて 3 倍近く低く、InGaAs ドットが散乱体として働いていることが確認された。InGaAs ドット以外による 2 次元電子散乱が試料 B1 と R で同じであると仮定して、InGaAs ドットのみ起因する移動度を、マチーセン則((3.3.1)式)を用いて求めた。図 4.6 に、得られた移動度の電子密度依存性を黒丸で示す。

実験結果を説明するために、4.2 で定式化した理論を用いて移動度  $\mu_c (= e\tau_c / m_s)$  を計算した。この時、ドットの半径  $R$ 、高さ  $h$ 、密度  $N_{dot}$  は表 4.1 の値を用いた。また、InGaAs ドットと GaAs の伝導帯端のエネルギー差  $V_0$  およびドットが捕獲している平均電子数  $N_{ave}$  をパラメータとしてフィッティングを行った。その結果、図 4.6 に示すように、 $V_0$  の値が 402meV であり、かつ、 $N_{ave}$  が 0.7(実線)または 2.2(点線)の時、実験値と理論値がよく一致することがわかった。ここで、 $N_{ave}=0.7$  は、30%のドットが空で、70%のドットには 1 個の電子が捕獲されていることを表しており、 $N_{ave}=2.2$  は、80%のドットには 2 個の、20%

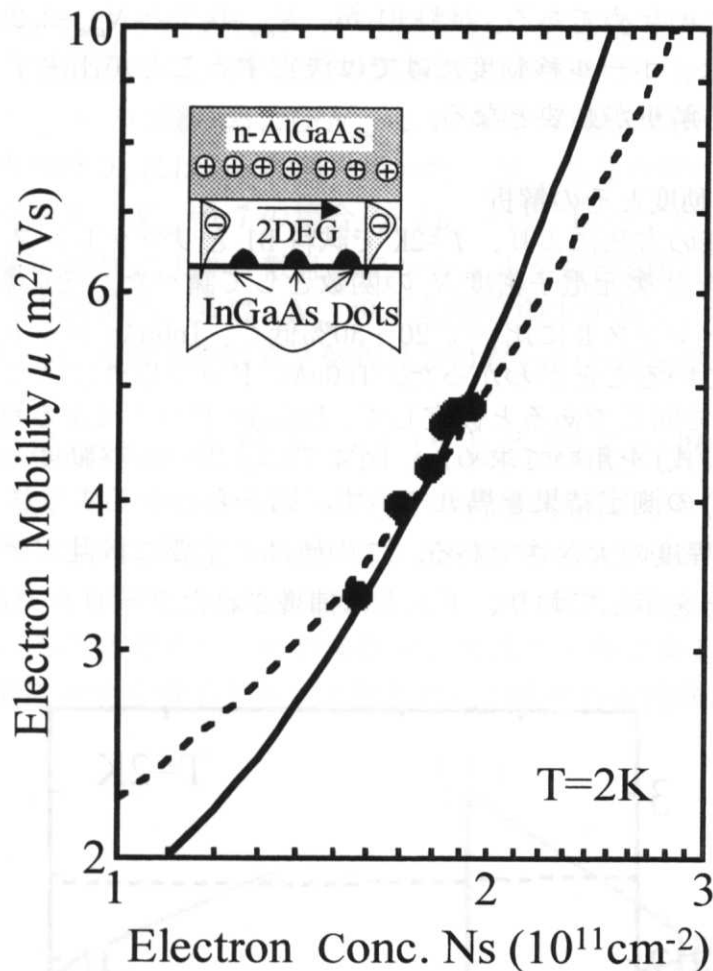


図4.6 InGaAsドット埋め込みヘテロ接合チャネルにおけるホール移動度の2次元電子密度依存性。

のドットには3個の電子が捕らえられていることを示している。

バルクのGaAsのバンドギャップは1.519eVであり、 $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}$  ( $x=0.5$ )との差は647meVと見積もられる(表4.1参照)。伝導帯と価電子帯とのバンド不連続量を、ディンクル則[20]およびミラー則[7,8]で見積もるとそれぞれ550meV、421meVとなる。計算に用いた $V_0$  ( $=-402\text{meV}$ )は、これらの値と比較すると若干小さいものの、ドットの歪やAl組成等がバンドギャップに与える影響を考えると、十分妥当な値である。

4.2で示したように、InGaAsドットによる散乱では、ドット中の電子数 $N$ が2個以下の時は、ホール移動度 $\mu_c$ は $N$ が増加するにしたがって増加し、 $N > 2$ では $\mu_c$ は $N$ に対して減少する(図4.2参照)。よって、ドット中の平均電子数 $N_{ave}$

に対して  $\mu_c$  を計算すると、 $N_{ave}$  が 2 個以下で得られた  $\mu_c$  の値は、 $N_{ave} > 2$  の異なる  $N_{ave}$  でも得られる。理論と実験が、 $N_{ave} = 0.7$  と  $N_{ave} = 2.2$  の 2 つの場合において一致したのはこのためである。試料 B1 が、 $N_{ave} = 0.7$  と  $N_{ave} = 2.2$  のどちらの場合に相当するかは、ホール移動度だけでは決定することが出来ず、次節に示す量子移動度による解析が必要となる。

#### 4.3.3 量子移動度とその解析

3.4.1 と同様の方法により、 $T=2K$  で試料 B1 とリファレンス R の量子移動度  $\mu_q (= e\tau_q/m_s)$  を 2 次元電子密度  $N_s$  の関数として調べた。その結果、試料 B1 の移動度はリファレンス R に比べて 20~30% 低く、InGaAs ドットが量子移動度に影響を及ぼしていることがわかった。InGaAs ドット以外による 2 次元電子散乱が試料 B1 と R で同じであると仮定して、InGaAs ドットによる移動度を、マチーセン則 ((3.3.1) 式) を用いて求めた。図 4.7 に、ホール移動度と量子移動度の比  $\mu_c/\mu_q (= \tau_c/\tau_q)$  の測定結果を黒丸で示す。図からわかるように、試料 B1 の  $\mu_c/\mu_q$  の値は 1 程度の大きさである。この値は、主要な散乱ポテンシャルが短距離的であることを示しており、ドットに捕獲されたクーロン力  $U_c$  よりもバン

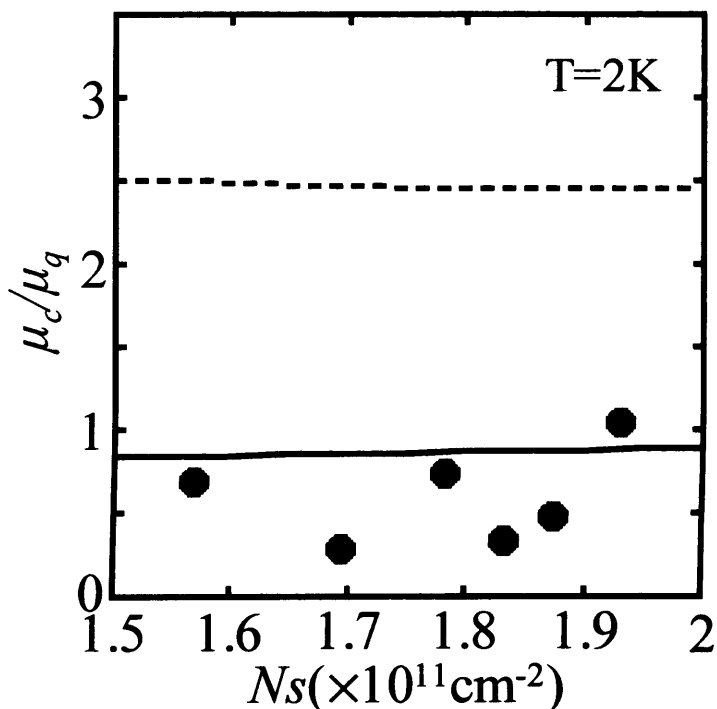


図4.7 InGaAsドット埋め込みヘテロ接合チャネルにおけるホール移動度と量子移動度の比  $\mu_c/\mu_q$  の電子密度依存性。

ド不連続性によるポテンシャル $U_d$ の方が散乱において重要な役割を果たしていることを示唆している。

定量的な評価を行うため、4.2で定式化した理論を用いて移動度の比 $\mu_c/\mu_q(=\tau_c/\tau_q)$ を計算した。図4.7の実線および点線は、ドットに捕獲された平均電子数が $N_{ave}=0.7$ (実線)および $N_{ave}=2.2$ (点線)の場合の計算結果である。ここで、散乱臨界角度 $\theta_c$ には $\pi/8$ の値を用いた。 $N_{ave}=2.2$ の時の移動度の比 $\mu_c/\mu_q$ の値は約2.5であり、 $N_{ave}=0.7$ の場合( $\mu_c/\mu_q \sim 1$ )に比べて大きい。これは、ドット中の電荷量の増加により、散乱ポテンシャルが長距離的となったためである。実験(黒丸)と理論の一致は、 $N_{ave}=0.7$ の場合の方が良く、試料B1のInGaAsドットの捕獲している電子数は0.7個程度ではないかと結論される。

#### 4.4 荷電ドットと中性ドットによる電子の散乱特性

4.2では、量子ドットの散乱特性が、その荷電状態に大きく依存することを理論的に示した。4.3では、InGaAsドットを埋め込んだHEMT試料の移動度が4.2の理論を用いて説明された。しかし、4.3の結果は、4.2の理論を間接的に支持しているだけであり、その検証としては不十分である。そこで、本節では、荷電状態に対する量子ドットの散乱特性の変化を直接観測することを試

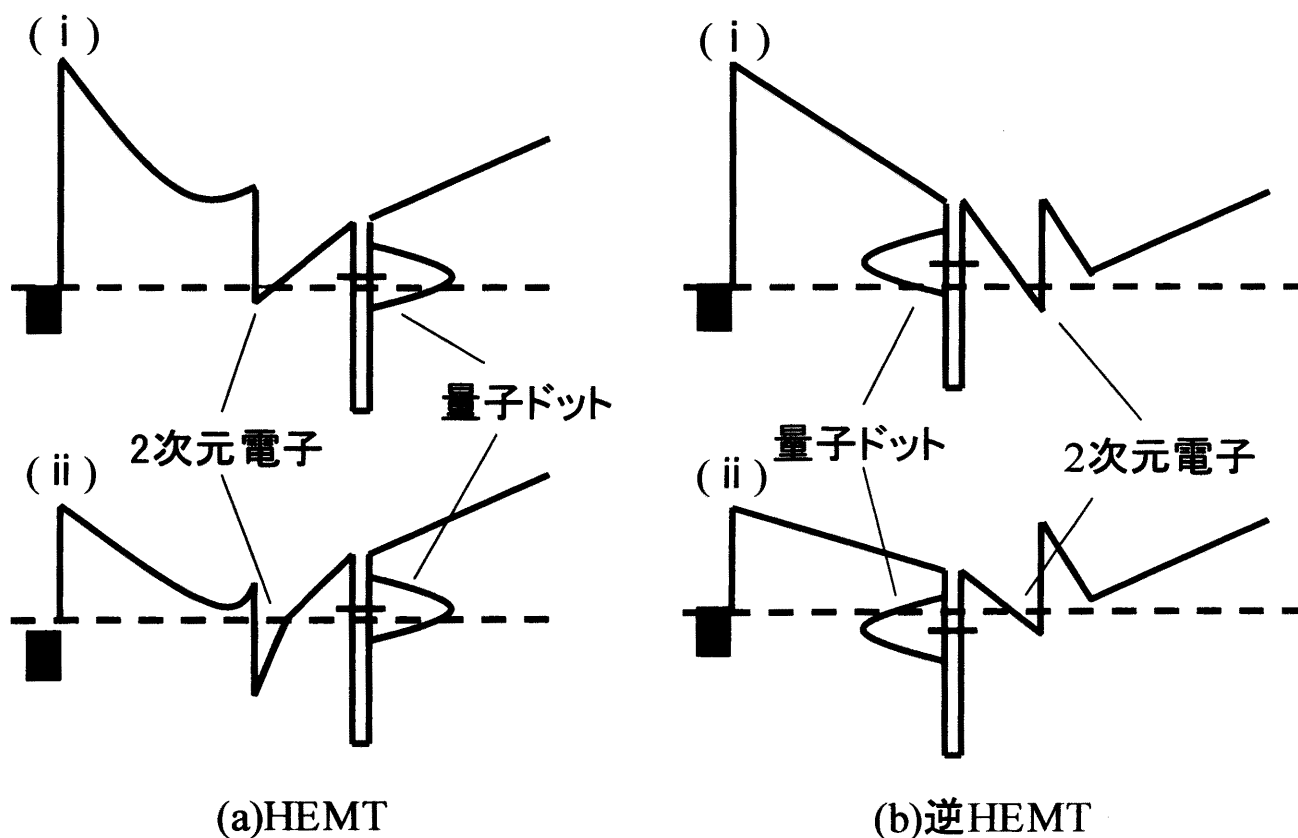


図4.8 HEMT構造(a)および逆HEMT構造(b)におけるバンドダイアグラム。



みる。

4.3で調べた HEMT 構造の試料では、ゲートバイアスを印加すると、図 4.8(a)の(i)から(ii)のようにバンドが変化する。この場合、2次元電子密度はゲートバイアスの作用を受けて増加するが、ドット中の電子数は、2次元電子がスクリーニングするように働くため、あまり変化しない。

一方、図 4.8(b)に示す逆 HEMT 構造では、量子ドットが2次元電子よりもゲートの近くに位置している[21-25]。よって、ゲートバイアスを印加すると、ドット中の電子は増加するが、その電子がスクリーニングするように働くため、2次元電子密度はあまり変化しない(図 4.8(b)参照)。

本節では、InGaAs ドットを埋め込んだ逆 HEMT 構造の試料を作製し、ドット中の電子の有無による電気伝導特性の変化を調べ、荷電ドットと中性ドットの散乱特性を検討する。

#### 4.4.1 伝導評価のための逆 HEMT 構造とその作製方法

図 4.9 に伝導特性評価のために作製した試料構造の模式図を示す。試料は InGaAs ドットをヘテロ界面から 30nm の位置に埋め込んだ逆 HEMT 構造の選択ドーピング GaAs/n-AlGaAs ヘテロ接合で、半絶縁性(100)GaAs 基板上に分子線エピタキシー法(MBE 法)を用いて作製した。まず、基板温度 580°C で 300nm の厚さの GaAs と 25 周期の 20nm-AlGaAs/2nm-GaAs 超格子バッファを成長した。その後、50nm の  $\text{Al}_{0.27}\text{Ga}_{0.73}\text{As}$  層を積層し、Si の  $\delta$ ドーピングを行った。それから、2次元チャンネル形成のため、40nm の  $\text{Al}_{0.27}\text{Ga}_{0.73}\text{As}$  スペース層、30nm の GaAs 層を順次積層した。基板温度を 500°C まで下げた後に、6.1 原子層の  $\text{In}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{As}$  を積層し量子ドットを形成した。さらに、5nm の GaAs を 500°C で積層した後、565nm の GaAs を積層しながら急激に基板温度を 580°C まで上げた。また、AFM によるドット形状の観測のため、再度、基板表面に同条件で InGaAs ドットを形成した。以下では、この試料を B2 と呼ぶことにする。また、リファレンスとして、InGaAs ドットを埋め込んでいない同じ構造の試料も同時に作製した。以下では、その試料を R と呼ぶことにする。得られた試料は、伝導測定のため、100nm の厚さの Al ゲートを持つホールバーにプロセスした。

図 4.10 に、基板表面に形成した InGaAs ドットの AFM 像を示す。AFM 観測から得られたドットの平均直径、高さ、密度は、それぞれ、32nm、4nm、 $1.3 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$  であった。InGaAs ドットの成長条件および形状を表 4.2 にまとめておく。

表 4.2 InGaAs ドットの成長条件および形状

試料名	温度 (°C)	Ga 組成	InGaAs 積層数	密度 ( $10^{11} \text{cm}^{-2}$ )	直径 (nm)	高さ (nm)	バンドギャップ
B2	500	0.5	6.1ML	1.3	32	4	0.872eV

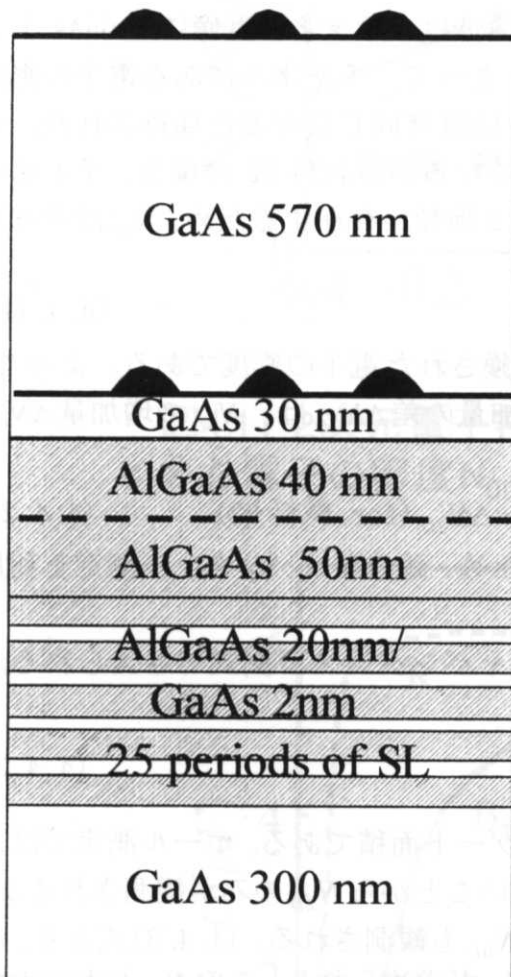


図4.9 試料構造の模式図。

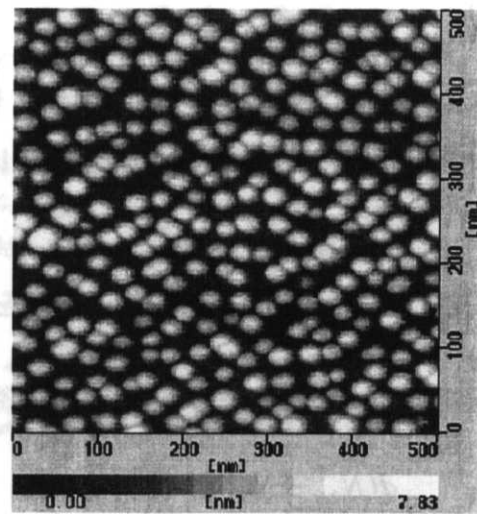


図 4.10 InGaAsドットのAFM像。

#### 4.4.2 微分キャパシタンス測定による荷電ドットの割合の評価

ホール測定により、試料 B2 の 2 次元電子密度  $N_{2D}$  をゲートバイアス  $V_g$  に対して 4.2K で調べた。その結果を、図 4.11 に黒丸で示す。図より、 $V_g$  を  $-0.3V$  から  $0.5V$  まで増加させた時、 $N_{2D}$  は、 $\Delta N_{2D} \cong 1.1 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$  増加していることがわかる。比較のため、ドットの埋め込まれていないリファレンス R の  $N_{2D}$  をホール測定により求めた。その結果を図 4.11 に黒四角で示す。試料 R の場合、 $V_g$  に対する  $N_{2D}$  の増加量  $\Delta N_{2D}$  は約  $1.0 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$  であり、これは試料 B2 のおよそ 10 倍の値である。試料 B2 と試料 R のサンプル構造は、チャンネル近傍に InGaAs ドットが埋め込まれている以外は同じである。よって、チャンネルにある電子の密度  $N_{tot}$  のゲートバイアスに対する増加量  $\Delta N_{tot}$  はほぼ同じになると期待される。一方、リファレンス R では  $N_{tot}$  と  $N_{2D}$  が等しくなるが、試料 B2 の場合、チャンネルに 2 次元電子とドットに捕獲された電子の 2 種類が存在するため、 $N_{tot}$  はそれらの和

$$N_{tot} = N_{2D} + N_{0D}, \quad (4.4.1)$$

で与えられる。ここで、 $N_{0D}$  はドットに捕獲された電子の密度である。よって、試料 B2 と試料 R の  $V_g$  に対する  $N_{2D}$  の増加量の差  $\Delta N_{2D}$  は、 $N_{0D}$  の増加量  $\Delta N_{0D}$  に相当すると考えられる。すなわち、

$$\Delta N_{0D} (\text{for 試料 B2}) \cong \Delta N_{2D} (\text{for 試料 R}) - \Delta N_{2D} (\text{for 試料 B2}). \quad (4.4.2)$$

以下では、より精度の高い  $N_{0D}$  の値を得るため、微分キャパシタンス測定を利用する。

試料 B2 のゲート-チャンネル間の微分キャパシタンスは次式で与えられる。  
[26-30]

$$C = eS \frac{d(N_{2D} + N_{0D})}{dV_g} = eS \frac{dN_{tot}}{dV_g}, \quad (4.4.3)$$

ここで、 $e$  と  $S$  は、それぞれ、素電荷およびゲート面積である。ホール測定では、ドットに捕獲された電子が電流に寄与しないことから  $N_{2D}$  のみが観測されるが、微分キャパシタンスでは、 $N_{2D}$  だけでなく  $N_{0D}$  も観測される。(4.4.3)式より、 $C$  をゲートバイアス  $V_g$  に関して積分すると  $N_{tot}$  が求められる。この  $N_{tot}$  とホール測定から得られる  $N_{2D}$  から、(4.4.1)式を用いて  $N_{0D}$  の値を得ることが出来る。

試料 B2 およびリファレンス R のゲート-チャンネル間の微分キャパシタンスの測定結果を図 4.12 に実線および点線で示す。試料は液体 He を用いて 4.2K まで下げ、測定にはキャパシタンスブリッジ (ULTRA-PRECISION CAPACITANCE BRIDGE 2500A, ANDEEN HAGERRING 製) を用いた。図から、試料 R の  $C$  は、ステップ関数的な 2 次元電子の状態密度を反映して、 $V_g \sim -1.2V$  付近で急激に大きくなっていることがわかる。一方、試料 B2 の  $C$  は、 $V_g$  に対して緩やかに増加している。

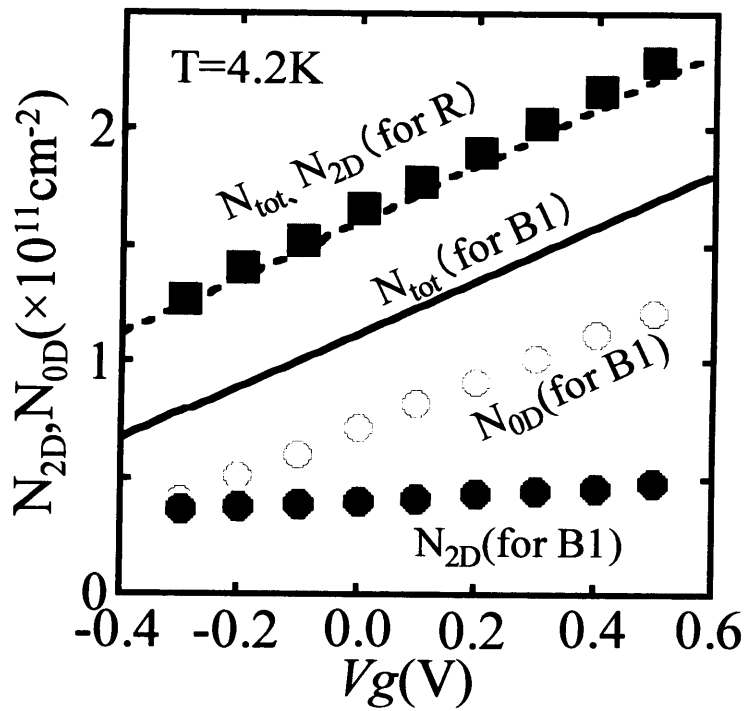


図4.11 2次元電子密度 $N_{2D}$ およびドットに捕らえられた電子の密度 $N_{0D}$ のゲートバイアス $V_g$ 依存性。

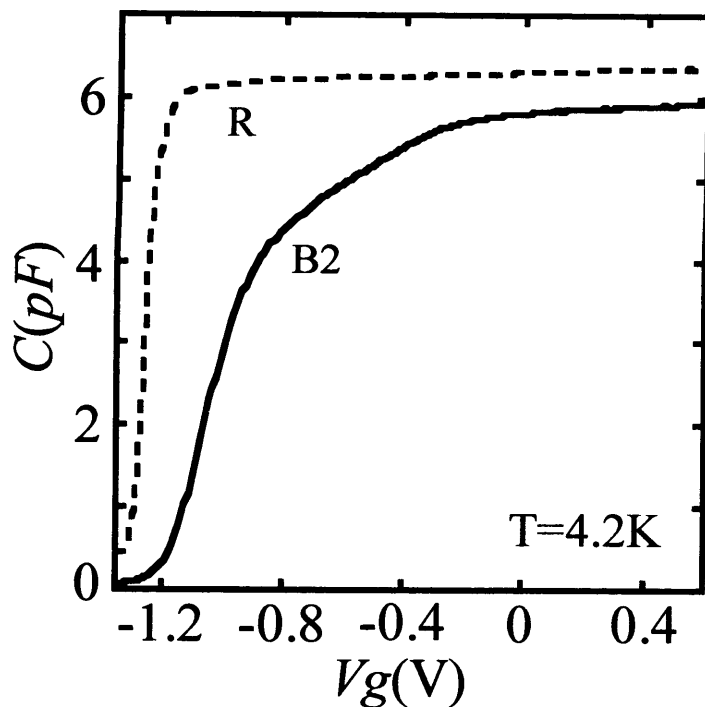


図4.12 InGaAsドット埋め込み逆HEMT試料B2における微分キャパシタンスのゲートバイアス $V_g$ 依存性。点線はInGaAsドットの無いリファレンスRの測定結果を示している。

これは、量子ドットの形成するエネルギー的に広がった状態密度が反映されたためであると考えられる。また、 $V_g > 0$  では、試料 B2 と試料 R の  $C$  は近い値であり、これは、 $N_{tot}$  の  $V_g$  に対する変化分  $dN_{tot} / dV_g$  が両試料で同程度であることを示している。

試料 B2 および試料 R の  $C$  を  $V_g$  に関して積分し  $N_{tot}$  を求めた。その結果を、図 4.11 に実線 (B2) および点線 (R) で示す。ドットの無い試料 R では、チャンネルに 2 次元電子しか存在しないことから、ホール測定で得られた  $N_{2D}$  とキャパシタンス測定で得られた  $N_{tot}$  は、ほぼ一致する。一方、試料 B2 では、 $N_{2D}$  と  $N_{tot}$  の値は大きく異なっており、それらの差はドットに捕獲された電子の密度  $N_{0D}$  を表している。(4.4.1) 式を用いて求めた  $N_{0D}$  を、図 4.11 に白丸で示す。図より、 $V_g$  を  $-0.3V$  から  $0.5V$  まで増加させた時、 $N_{0D}$  は約  $4.0 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$  から約  $12.0 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$  に増加することがわかる。この増加量  $\Delta N_{0D}$  ( $\sim 8.0 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ ) は、 $N_{2D}$  の増加量  $\Delta N_{2D}$  ( $\sim 1.1 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ ) の約 7 倍に相当する。また、 $N_{0D}$  の値はドットの密度よりも小さいことから、一部のドットが電子により荷電し、他のドットは空のままであると考えられる。 $N_{0D}$  をドットの密度で割って荷電したドットの割合  $P_{oc}$  ( $= N_{0D} / N_{dot}$ ) を見積もると、 $V_g = -0.3V$  で  $P_{oc} \sim 0.31$ 、 $V_g = 0.5V$  で  $P_{oc} \sim 0.93$  となる。

#### 4.4.3 ホール移動度とその解析

ホール測定により、試料 B2 とリファレンス R の移動度  $\mu_c$  を 4.2K で調べた。InGaAs ドット以外による 2 次元電子散乱が試料 B2 と R で同じであると仮定して、InGaAs ドットによる移動度を、マシーセン則 ((3.3.1) 式) を用いて求めた。図 4.13 の黒丸に、ゲートバイアス  $V_g$  に対するホール移動度  $\mu_c$  を示す。また、図の上枠には、荷電ドットの割合  $P_{oc}$  と 2 次元電子密度  $N_{2D}$  の値を示す。

図 4.13 の結果を説明するために、4.2 で定式化した理論を用いて移動度を計算した。ここで、ドットの半径  $R$ 、高さ  $h$ 、密度  $N_{dot}$  は表 4.2 の値を用いた。また、InGaAs ドットと GaAs の伝導帯端のエネルギー差  $V_0$  をパラメータとしてフィッティングを行った。その結果、図 4.13 の実線に示すように、 $V_0$  の値が 365meV の時、実験値と理論値がよく一致することがわかった。

4.3.2 に示したように、伝導帯と価電子帯とのバンド不連続量を、ディングル則およびミラー則で見積もるとそれぞれ 550meV、421meV となる。計算に用いた値 ( $V_0 = 365\text{meV}$ ) は、これらの値とを比較すると若干小さものの妥当な範囲の値である。差が生じた理由としては、ドットの歪や In 組成等の影響により、実際のバンドギャップが見積もった値と異なっていた可能性が挙げられる。また、ドットを厚さ無限小の円盤とした散乱ポテンシャルの簡略化も差が生じた要因の一つとして考えられる。試料 B2 の構造では、InGaAs ドットの高さ ( $\sim 4\text{nm}$ )

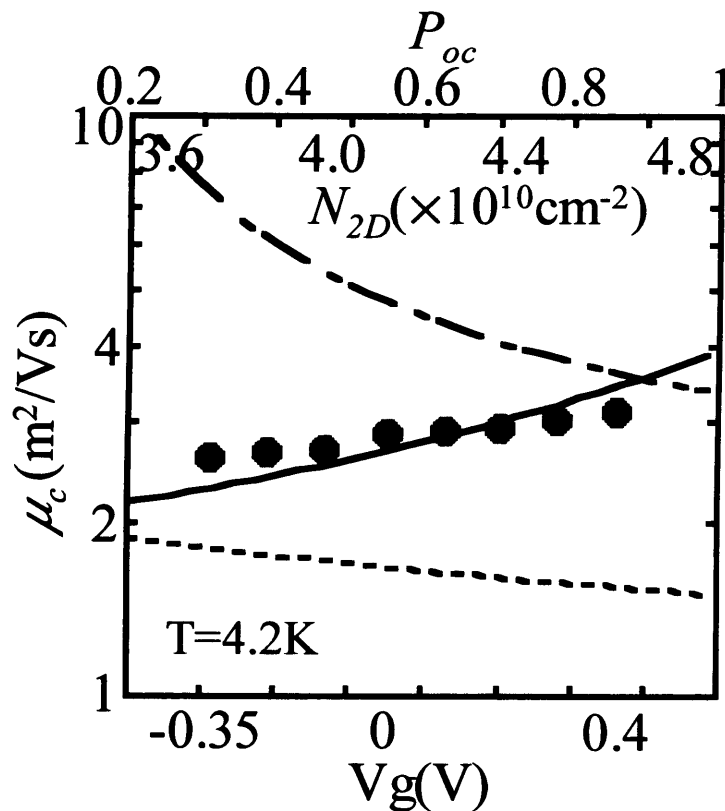


図4.13 ゲートバイアス $V_g$ に対するホール移動度。黒丸は測定結果を、実線、点線、一点鎖線は、それぞれ、散乱ポテンシャルを $U_d+U_c$ 、 $U_d$ 、 $U_c$ とした時の計算結果を表している。

のため、ドットとヘテロ界面の実効的な距離が長くなり、それを補正するために $V_0$ の値が小さくなった可能性がある。

図 4.13 の一点差線は、クーロンポテンシャル $U_c$  ((4.2.1)式参照)のみが存在した場合に計算した2次元電子のホール移動度 $\mu_c$ であり、 $V_g$ が増加するにしたがって、 $\mu_c$ が減少しているのがわかる。 $V_g$ が大きくなると、 $P_{oc}$ と $N_{2D}$ の2つが増加し(図 4.13 上枠および図 4.11 参照)、その変化が $\mu_c$ の値に影響を与える。クーロン散乱体として働くドットの数 $P_{oc}$ に比例しており、よって $\mu_c$ は $P_{oc}$ に反比例して減少する。一方、 $\mu_c$ は $N_{2D}$ の値にも依存しており、近似的に $\mu_c \propto N_{2D}^\nu$ で関係付けられることから、 $\mu_c$ は $N_{2D}$ が増加すると大きくなる。ここで、 $\nu$ は1程度の値である。今の場合、 $V_g$ が増加した時、 $P_{oc}$ は約3倍大きくなるのに対して $N_{2D}$ はおよそ30%しか増加しない(図 4.13 上枠および図 4.11 参照)。このため、 $N_{2D}$ による $\mu_c$ の増加は $P_{oc}$ による $\mu_c$ の減少に比べて小さく、その結果、 $\mu_c$ は $V_g$ が

増加するにしたがって小さくなる。この結果は実験結果(黒丸)と一致せず、クーロン相互作用だけでは実験データを説明することが出来ないことがわかる。

図 4.13 の点線は、バンド不連続性によるポテンシャル  $U_d$  ((4.2.1)式参照)のみが存在した場合に計算した 2次元電子のホール移動度  $\mu_c$  であり、 $V_g$  が増加するにしたがって、 $\mu_c$  が減少しているのがわかる。 $U_d$  は  $P_{oc}$  には依存せず、よって、 $\mu_c$  の減少は  $N_{2D}$  の増加によるものである。 $N_{2D}$  の増加に対する  $\mu_c$  の減少の要因の一つは、2次元電子の波動関数とドットの重なり積分である。逆 HEMT 構造の場合、 $N_{2D}$  が増加すると、重なり積分は大きくなる。この傾向は HEMT 構造の場合と逆になっていることを注意しておく。重なり積分が大きくなると散乱頻度が高くなり、結果として、 $N_{2D}$  の増加に対して  $\mu_c$  が減少する。また、スクリーニングによる遮蔽効果も、低キャリア密度領域では、 $N_{2D}$  に対する  $\mu_c$  の減少を引き起こす。計算結果は実験結果(黒丸)と一致せず、バンド不連続性によるポテンシャルだけでは実験データを説明することが出来ないことがわかる。

図 4.13 の実線に示すように、 $U_c$  と  $U_d$  ((4.2.1)式参照)を考慮して計算したホール移動度  $\mu_c$  はゲートバイアス  $V_g$  に対して増加している。荷電ドットによる散乱頻度は、 $U_c$  と  $U_d$  の打ち消し合いにより、空のドットよりも低くなる(4.2 参照)。 $V_g$  に対して  $\mu_c$  が増加したのは、荷電ドットの割合  $P_{oc}$  が増加し、平均の散乱頻度が低下したためである。

$U_c$  と  $U_d$  を考慮した  $\mu_c$  は、 $U_c$  または  $U_d$  のみを考慮した場合と逆の  $V_g$  依存性を示していることは注目に値する。このことから、引力的なバンド不連続性によるポテンシャルと斥力的なクーロンポテンシャルの打ち消し合いが、InGaAs ドットの散乱特性を決める上で重要な役割を果たしていることがわかる。

#### 4.4.4 量子移動度とその解析

3.4.1 と同様の方法により、 $T=2K$  で試料 B2 の量子移動度  $\mu_q$  をゲートバイアス  $V_g$  の関数として調べた。図 4.14 に、ホール移動度と量子移動度の比  $\mu_c/\mu_q$  の測定結果を黒丸で示す。また、図の上枠には、荷電ドットの割合  $P_{oc}$  と 2次元電子密度  $N_{2D}$  の値を示す。図からわかるように、試料 B1 の  $\mu_c/\mu_q$  の値は 1 程度の大きさである。この値は、主要な散乱ポテンシャルが短距離的であることを示しており、ドットに捕獲されたクーロン力  $U_c$  よりもバンド不連続性によるポテンシャル  $U_d$  の方が散乱において重要な役割を果たしていることを示唆している。

定量的な評価を行うため、4.2 で定式化した理論を用いて移動度の比  $\mu_c/\mu_q (= \tau_c/\tau_q)$  を計算した。図 4.7 の実線、点線および 1 点鎖線は、それぞれ、散乱ポテンシャルを  $U_c + U_d$ 、 $U_d$ 、 $U_c$  とした時の計算結果である。ここで、散乱臨界角度  $\theta_c$  には  $\pi/7$  の値を用いた。図から、比  $\mu_c/\mu_q$  の値は、長距離力の  $U_c$  のみを考慮した時が最も大きく、短距離力の  $U_d$  のみを考慮した時が最も低いこと

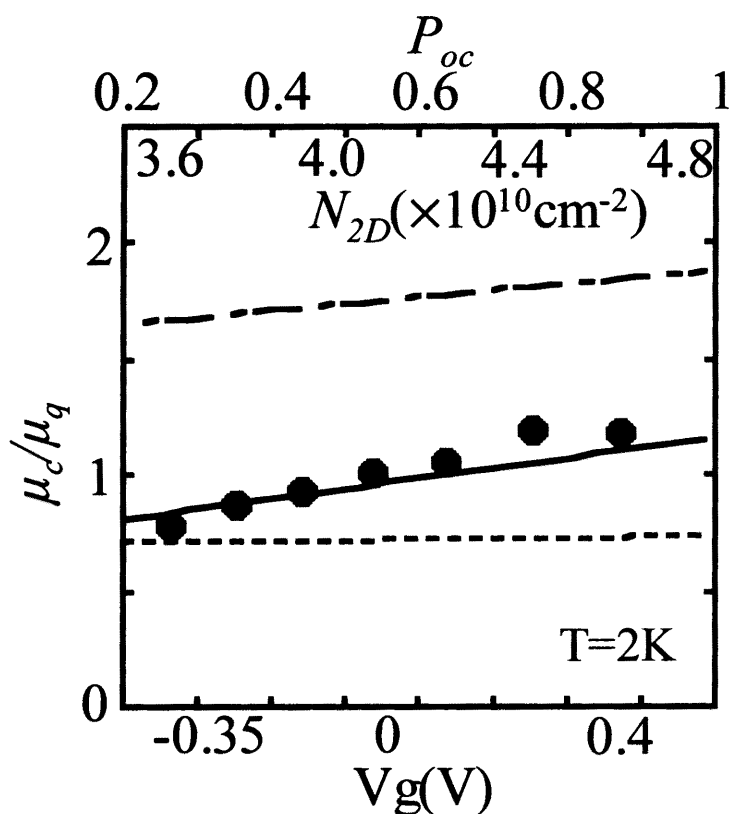


図4.14 ゲートバイアス $Vg$ に対する移動度の比 $\mu_c/\mu_q$ 。黒丸は測定結果を、実線、点線、一点鎖線は、それぞれ、散乱ポテンシャルを $U_d+U_c$ 、 $U_d$ 、 $U_c$ とした時の計算結果を表している。

がわかる。また、 $U_c$ 、 $U_d$ 両方を考慮した時の比 $\mu_c/\mu_q$ の値はその中間となっている。実験結果(黒丸)と比較すると、 $U_c$ 、 $U_d$ 両方を考慮した場合の計算結果が最も良く一致していることがわかる。

#### 4.5 4章のまとめ

本章で得られた結果を以下にまとめる。

(1) 量子ドットが引き起こすポテンシャルとして、(a)ドットに捕らえられた電子からのクーロンポテンシャル $U_c$ と(b)ドットと母材のバンド不連続性によるポテンシャル $U_d$ を考え、散乱過程を理論的に検討した。その結果、斥力的な(a)



と引力的な(b)が打ち消しあうように働くことがわかった。

(2) 自己形成 InGaAs ドットを埋め込んだ HEMT 試料を作製し、ホール移動度  $\mu_c$  を 2次元電子密度  $N_s$  の関数として調べた。得られた  $\mu_c - N_s$  依存性は、(1)の理論と比較した。その結果、ドットの捕獲している平均電子数  $N_{ave}$  が 0.7 または 2.2 の時、実験値と理論値がよく一致することがわかった。作製した試料が  $N_{ave} = 0.7$  と  $N_{ave} = 2.2$  のどちら場合に相当するかを調べるため、SdH 振動から量子移動度  $\mu_q$  を測定した。その結果、移動度の比  $\mu_c / \mu_q$  が 1 程度の大きさであることがわかり、理論との比較から、作製した試料は  $N_{ave}$  が 0.7 の場合に相当していることが示された。

(3) 自己形成 InGaAs ドットを埋め込んだ逆 HEMT 試料を作製し、ホール測定およびキャパシタンス測定から、ドットに捕獲された電子数を見積もった。その結果、ゲートバイアスを  $-0.3V$  から  $0.5V$  まで変化させた時、ドット 1 つあたりに捕らえられた電子数が 0.31 から 0.93 まで増加することがわかった。また、ホール測定および SdH 測定から、作製した試料のホール移動度  $\mu_c$  と量子移動度  $\mu_q$  を調べた。その結果、ドットに捕らえられた電子数が増えるにしたがって、 $\mu_c$  および  $\mu_c / \mu_q$  が増加することがわかった。また、この振る舞いは、(1)の理論を用いて説明できることが示された。

なお、第 4 章の成果は、学術論文[31, 32]として公表している。

## 参考文献

- [1] H. Sakaki, G. Yusa, T. Someya, Y. Ohno, T. Noda, H. Akiyama, Y. Kodaya and H. Noge, *Appl. Phys. Lett.* **67** 3444 (1995).
- [2] E. Ribeiro, E. Muller, T. Heinzel, H. Auderset, K. Ensslin, *Phys. Rev.* **58** 1506 (1998).
- [3] E. Ribeiro, R. D. Jaggi, T. Heinzel, K. Ensslin, G. Medeiros-Ribeiro, P. M. Petroff, *Microelectronic Eng.* **47** 73 (1999).
- [4] E. Ribeiro, R. D. Jaggi, T. Heinzel, K. Ensslin, G. Medeiros-Ribeiro, P. M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* **82** 996 (1999).
- [5] G.H.Kim, D.A.Richie, M.Pepper, G.D.Lian, J.Yuan, and L.M.Brown, *Appl. Phys. Lett.* **73** 2468 (1998).
- [6] R. Poerschke, O. Madelung, eds., *Data in Science and Technology, Semiconductors, Group IV elements and III-V Compounds*, Springer-Verlag, Berlin (1991).
- [7] R. C. Miller, A. C. Gossard, D. A. Kleinman, and O. Munteanu, *Phys. Rev.* **B29**, 3740 (1984).
- [8] R. C. Miller, D. A. Kleinman, and A. C. Gossard, *Phys. Rev.* **B29**, 7085 (1984).
- [9] D. Leonard, M. Krishnamurthy, C. M. Reeves, S. P. Denbaars, and P. M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* **63** 3203 (1993).
- [10] J. M. Moison, F. Houzay, F. Barthe, L. Leprince, E. Andre, and O. Vatel, *Appl. Phys. Lett.* **64** 196 (1994).
- [11] Q. Xie, P. Chen, and A. Madhukar, *Appl. Phys. Lett.* **65** 2051 (1994).
- [12] J. Oshinowo, M. Nishioka, S. Ishida and Y. Arakawa, *Japan. J. Appl. Phys.* **33** L1634 (1994).
- [13] G. S. Solomon, J. A. Trezza, and J. S. Harris, Jr., *Appl. Phys. Lett.* **66** 991 (1995).
- [14] G. S. Solomon, J. A. Trezza, and J. S. Harris, Jr., *Appl. Phys. Lett.* **66** 3161 (1995).
- [15] Q. Xie, P. Chen, A. Kalburge, T. R. Ramachandran, A. Nayfonov, A. Konkar and A. Madhukar, *J. Crystal Growth* **150** 357 (1995).
- [16] M. E. Pistol, N. Carsson, C. Petersson, W. Seifert and L. Samuelson, *Appl. Phys. Lett.* **67** 1438 (1995).
- [17] R. Notzel, *Semicond. Sci. Technol.* **11** 1365 (1996).
- [18] K. Akahane, T. Kawamura, K. Okino, H.Koyama, S. Lan, Y. Okada, and M.

- Kawabe, M. Tosa, *Appl. Phys. Lett.* **73** 3411 (1998).
- [19] H. Xu, W. Jiang, B. Xu, W. Zhou, Z. Wang, *J. Crystal Growth* **205** 481 (1999).
- [20] R. Dingle, W. Wiegmann, and C. H. Henry, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 824 (1974).
- [21] G. Yusa, and H. Sakaki, *Electron. Lett.* **32** 491 (1996).
- [22] G. Yusa and H. Sakaki, *Appl. Phys. Lett.* **70** 345 (1997).
- [23] G. Yusa and H. Sakaki, *J. Cryst. Growth* **175/176** 730 (1997).
- [24] G. Yusa and H. Sakaki, *Physica E* **2** 734 (1998).
- [25] G. Yusa and H. Sakaki, *Superlattices and Microstructures* **25** 247 (1999).
- [26] L. P. Sadwick, K.L. Wang, *IEEE Trans. Electron Devices* **ED-33** 651 (1986).
- [27] D. Delagebeaudeuf and N. T. Linh, *IEEE Trans. Electron Devices* **ED-29** 955 (1982).
- [28] F. Stern, *Phys. Rev. B* **5** 4891 (1972).
- [29] K. Lee, M. S. Shur, T. J. Drummond, and H. Morkoc, *IEEE Trans. Electron Devices* **ED-30** 207 (1983).
- [30] B. Vinter, *Appl. Phys. Lett.* **44** 307 (1984).
- [31] T. Kawazu, T. Noda, and H. Sakaki, *Inst. Phys. Conf. Ser.* **170** 375 (2002).
- [32] T. Kawazu, T. Noda, and H. Sakaki, *Physica Status Solidi (c)* **0** 1325 (2003).

## 第5章

# InGaAs ドット埋め込みヘテロ接合チャネルにおける負の磁気抵抗効果と電子の局在

### 5.1 序論

古典力学的な考えでは、電場により加速された電子に、垂直方向の磁場を印加すると、電子の進行方向が曲げられるため、電気抵抗が増大すると予想される。実際、不純物散乱を古典的に計算すると、電気抵抗は磁場中で増大する。それに対し、磁場を加えることによって電気抵抗が小さくなる現象は、負の磁気抵抗と呼ばれる。負の磁気抵抗は、不純物を含む半導体一般に見られ、非常に弱い磁場中で観測される[1, 2]。この磁場による抵抗の減少は、試料温度を上げたり磁場を強くすると消えてしまう。また、負の磁気抵抗の大きさは数パーセント程度であるが、磁場の大きさを考えるとその変化は非常に大きい。1970年代末までは、負の磁気抵抗のメカニズムの可能性として、磁性不純物やドナーの局在磁気モーメントなどによる電子散乱が考えられていた。しかし、実験を説明するためには、磁性不純物の量や伝導電子との相互作用に対し、ありそうもない値を仮定しなければならなかった。その後、負の磁気抵抗は、1980年に Hikami らによってアンダーソン局在[3-13]と結びつけられて解釈され[14]、以降、多くの研究者によって理論的[17-23]、実験的[24-33]に発展させられた。

本章では、InGaAs ドットを埋め込んだ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合チャネルの負の磁気抵抗を調べ、理論との比較を行い、ドットが2次元電子の局在効果に与える影響を調べる。

### 5.2 局在効果と負の磁気抵抗の一般論

金属や半導体の結晶中の電子に外から電場を加えると、電子は加速され電流が流れる。完全結晶では、電子の運動を阻害するものは無く、コンダクタンス  $g$  は $\infty$ となる。しかし、現実の結晶では、不純物や格子欠陥などにより結晶の周期性が乱され、不規則ポテンシャルが存在する。アンダーソンのスケーリング理論によれば、不規則ポテンシャル中の2次元電子は絶対零度において常に局在し、コンダクタンスは系のサイズ  $L$  が大きくなるにしたがって0に近づく[3]。この局在効果は、電子波の干渉に起因するものであり、系の時間反転対称性を崩す磁場の印加により影響を受ける。ここでは、局在効果について簡単に解説し、負の磁気抵抗との関連を述べる。

大きさ  $L$  の  $d$ 次元の立方体を考え、電気伝導度を  $\sigma$  とすると、コンダクタンスは、断面積に比例し、長さに反比例するから、

$$g(L) = \frac{2\pi^2 \hbar}{e^2} \sigma L^{d-2}, \quad (5.2.1)$$

で与えられる。ここで、 $e$ は素電荷、 $\hbar$ はプランク定数であり、因子 $2\pi^2 \hbar / e^2$ はコンダクタンスを無次元化するために導入されている。スケーリングの仮定[3]によれば、 $g(L)$ は次式を満たす。

$$\frac{d(\log g)}{d(\log L)} = \beta(g), \quad (5.2.2)$$

金属的な  $g \rightarrow \infty$  の極限では、 $\sigma$  は系の大きさに依らないはずであるから、 $g \propto L^{d-2}$  となり、

$$\beta(g) = d - 2, \quad (5.2.3)$$

となる。よって、2次元系では、 $g \rightarrow \infty$  に対し  $\beta \rightarrow 0$  となる。一方、絶縁体の極限  $g \rightarrow 0$  では、局在電子の波動関数の広がりを  $\alpha^{-1}$  とすると、 $g \propto \exp(-\alpha L)$  と考えられるので

$$\beta(g) = \log(g) + \text{定数}, \quad (5.2.4)$$

となる。 $g \rightarrow 0$  に対し、 $\log(g) \rightarrow -\infty$  となるから、 $\beta$ は負の大きな値になると期待される。以上の考察より、 $0 < g < \infty$  において、 $\beta$ が $g$ の滑らかな関数であるとする、2次元系では常に  $\beta < 0$  となることが予想される。このことと(5.2.2)式から、 $L$ の増加にともなって $g$ が小さくなることが示される。したがって、通常実験で測定されるような大きな系では、常にコンダクタンス  $g$ が0に近づく。これは、2次元電子系は、常に局在し金属的ではありえないことを意味する。

このアンダーソン局在は、次のような物理的な描像により理解される。ある点から出発した電子が、何回かの不純物散乱を受け、同じ点に戻る過程を考える。このような電子波には、時間反転対称性のため、強め合うような干渉を起こす全く逆の過程の電子波が存在する。この量子干渉のため、ある点から出発した電子がその点に戻る確率が高くなり、他の場所への拡散が抑えられる。その結果、電子は局在し、コンダクタンスが0となる。

実際の2次元電子系では、コンダクタンスは必ずしも0とはならず、金属的な振る舞いをするものが存在する。これは、有限温度における非弾性散乱により、局在効果が抑制されるためである。非弾性散乱時間を $\tau_m$ 、拡散定数を $D$ とすると、電子は、

$$L_m = (D\tau_m)^{1/2}, \quad (5.2.5)$$

程度の距離を進む毎に位相の記憶が失われる。よって、 $L_m$ より長い経路の電子波同士の量子干渉は起こらず、系の大きさ $L$ は $L_m$ で置き換えられる。通常、実験が行われる温度では $L_m \ll L$ であり、大きな $L$ の系に対しても有限のコンダクタンスが存在しうる。

局在効果は、時間反転の関係にある電子波同士の量子干渉に起因しているの

で、系の時間反転対称性を破る磁場  $B$  の印加によっても抑制される。時間反転の関係にある2つの電子波が進むある経路を考える。経路の面積を  $S$  とすると、それに囲まれた磁束は  $\phi = SB$  で与えられる。この時、2つの電子波は  $2e\phi/\hbar$  の位相差を持つ。位相のずれは経路が囲む面積が増すにつれて大きくなり、その大きさが 1 程度に達すると量子干渉の効果が消える。面積  $S$  は経路の2乗に比例するので、量子干渉に寄与する経路の大きさの上限は、

$$L_B = \left( \frac{eB}{\hbar} \right)^{-1/2}, \quad (5.2.6)$$

程度となり、その値は磁場が増すにつれては小さくなる。これは、磁場を大きくするほど局在効果が抑制されコンダクタンスが大きくなる（負の磁気抵抗）ことを意味する。

不規則ポテンシャルが比較的小さく  $g$  が大きい金属的な系では、 $\beta$  を  $1/g$  で展開することが出来ると考えられる。ミクロな理論によると、2次元系の不純物散乱の場合には、

$$\beta = -\frac{2}{g} + O\left(\frac{1}{g^2}\right), \quad (5.2.7)$$

となる。  $g(L_0) = g_0$  とすると (5.2.2) 式より、次式が得られる。

$$g(L) = g_0 - 2 \log\left(\frac{L}{L_0}\right). \quad (5.2.8)$$

(5.2.8) 式の  $L$  を (5.2.6) 式で置き換え、伝導度の磁場による変化分  $\Delta\sigma$  を求めると、(5.2.1) 式から、

$$\Delta\sigma(B) = \frac{e^2}{2\pi\hbar^2} \log B, \quad (5.2.9)$$

が得られる。より詳しい計算によれば [14, 20, 22]、 $\Delta\sigma$  は、

$$\Delta\sigma(B) = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar} \left\{ \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\hbar}{4De\tau_{in}B}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\hbar}{4De\tau_{el}B}\right) + \ln\frac{\tau_{in}}{\tau_{el}} \right\}, \quad (5.2.10)$$

で与えられる。ここで、 $\psi$  はダイガンマ関数を表しており、 $\tau_{el}$  は第2章で議論した弾性的な散乱時間を示している。以下では、非弾性散乱時間  $\tau_{in}$  と明確に区別するため、 $\tau_{el}$  を弾性散乱時間と呼ぶ。(5.2.10) 式の  $D$  や  $\tau_{el}$  はホール効果から直接測定することが可能である。よって、負の磁気抵抗と (5.2.10) 式を比較することにより、非弾性散乱時間  $\tau_{in}$  を求めることが出来る [24-26, 28-33]。

以下では、InGaAs ドットを埋め込んだ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合チャネルの負の磁気抵抗を測定し、得られた結果と (5.2.10) 式を比較し、ドットによる2次元電子の非弾性散乱時間を調べる。

## 5.3 負の磁気抵抗の測定およびその解析方法

### 5.3.1 Drude モデルによる電気伝導度

磁場  $B = (0, 0, B_z)$  中で運動している古典的な 2 次元電子を考える。電子の運動は、緩和時間近似では、次式で記述される [34]。

$$m_s \left( \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau_{el}} \right) = -e(E + v \times B). \quad (5.3.1)$$

ここで、 $m_s$  は有効質量、 $v$  は電子の速度、 $E$  は電場をそれぞれ表している。定常状態では、 $dv/dt = 0$  であるので、

$$v = -\frac{e\tau_{el}}{m_s} (E + v \times B), \quad (5.3.2)$$

となる。よって、電流密度  $J$  は、2 次元電子密度を  $N_{2D}$  とすると、

$$J = N_{2D} (-e)v = N_{2D} \frac{e^2\tau_{el}}{m_s} (E + v \times B) \equiv \sigma_0 (E + v \times B), \quad (5.3.3)$$

で与えられる。一方、電気伝導度  $\sigma_{ij}^D$  は、

$$J = \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^D & \sigma_{xy}^D \\ \sigma_{yx}^D & \sigma_{yy}^D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}, \quad (5.3.4)$$

で定義されるので、(5.3.3) 式と比較すると、

$$\sigma_{xx}^D = \sigma_{yy}^D = \frac{\sigma_0}{1 + \omega_c^2 \tau_{el}^2}, \quad (5.3.5)$$

$$\sigma_{xy}^D = -\sigma_{yx}^D = -\frac{\sigma_0 \omega_c \tau_{el}}{1 + \omega_c^2 \tau_{el}^2}, \quad (5.3.6)$$

となる。ここで、 $\omega_c$  はサイクロトロン周波数であり、

$$\omega_c = \frac{eB_z}{m_s}, \quad (5.3.7)$$

で定義される。局在効果による電気伝導度の量子補正は、古典的に導出された (5.3.5) 式と測定値との差から得られる。

### 5.3.2 磁気抵抗計測による非弾性散乱時間の測定

磁気抵抗測定を行った試料は、4.3.1 および 4.4.1 で作製した InGaAs ドットをヘテロ界面から 30nm の位置に埋め込んだ選択ドープヘテロ接合 (試料 B1, B2) である。試料垂直方向に磁場を印加し、縦抵抗  $\rho_{xx}$  およびホール抵抗  $\rho_{xy}$  を測定した。一例として、試料 B1 で得られた  $\rho_{xx}$  および  $\rho_{xy}$  を図 5.1 に示す。この時、磁場の印加には超伝導マグネットを用い、試料温度は液体ヘリウムをポンピングすることにより 3.6K まで下げた。また、試料抵抗の測定にはロックインアンプ (Princeton Applied Research 社モデル 5210) を用い、周波数 13Hz、ソースドレイン電流 7nA の条件のもとで定電流測定を行った。図から、低磁場

( $\leq 0.2\text{T}$ )における  $\rho_{xx}$  は、磁場に対して負の依存性を示していることがわかる。これは、磁場により弱局在効果が弱められていることを示唆している。

図 5.2 の実線は、電気伝導度を示しており、図 5.1 の磁気抵抗の値から、関係式

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}, \quad (5.3.8)$$

を用いて求めた値である。実験値  $\sigma_{xx}$  から Drude 電気伝導度  $\sigma_{xx}^D$  の磁場依存性を取り除くために、量子干渉効果が消えた強磁場領域で、(5.3.5)式と実験データを  $\sigma_0$  を変数パラメータとして比較した。図 5.2 の点線はその結果である。電気伝導度の量子補正  $\delta\sigma$  は、測定値  $\sigma_{xx}$  から  $\sigma_{xx}^D$  を差し引くことにより得られる[31]。図 5.3 の黒丸は、量子補正  $\delta\sigma$  の磁場による変化分

$$\Delta\sigma(B) = \delta\sigma(B) - \delta\sigma(0), \quad (5.3.9)$$

をプロットした結果である。非弾性散乱時間  $\tau_{in}$  は、得られた  $\Delta\sigma(B)$  と (5.2.10) 式を比較することにより得られる。図 5.3 の実線に示すように、理論値と実験値は、低磁場領域で良く一致することがわかる。この時、フィッティングは、 $\tau_{in}$

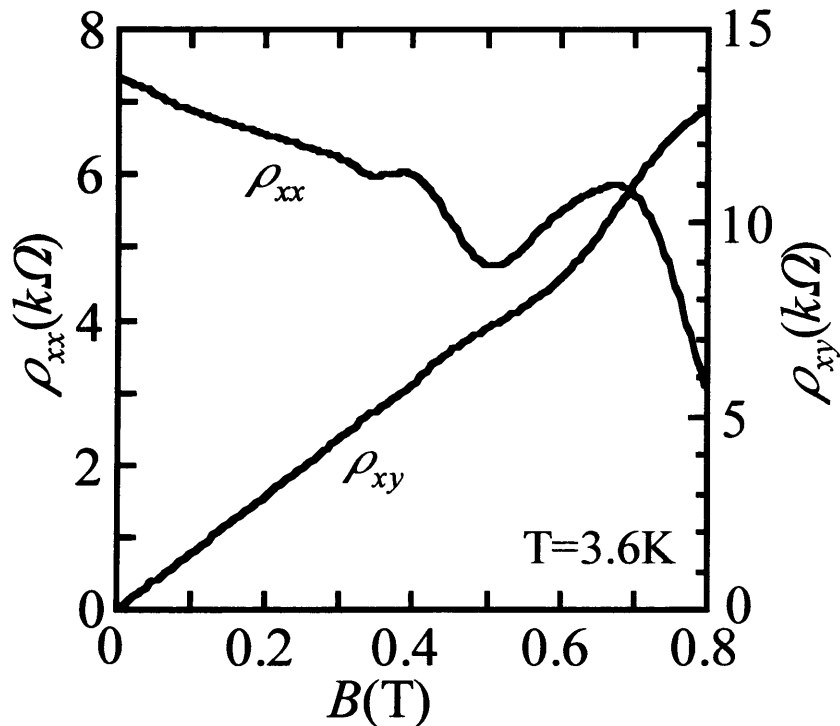


図5.1 InGaAsドット埋め込みヘテロ接合チャネルにおける縦抵抗 $\rho_{xx}$ およびホール抵抗 $\rho_{xy}$ の磁場 $B$ 依存性。



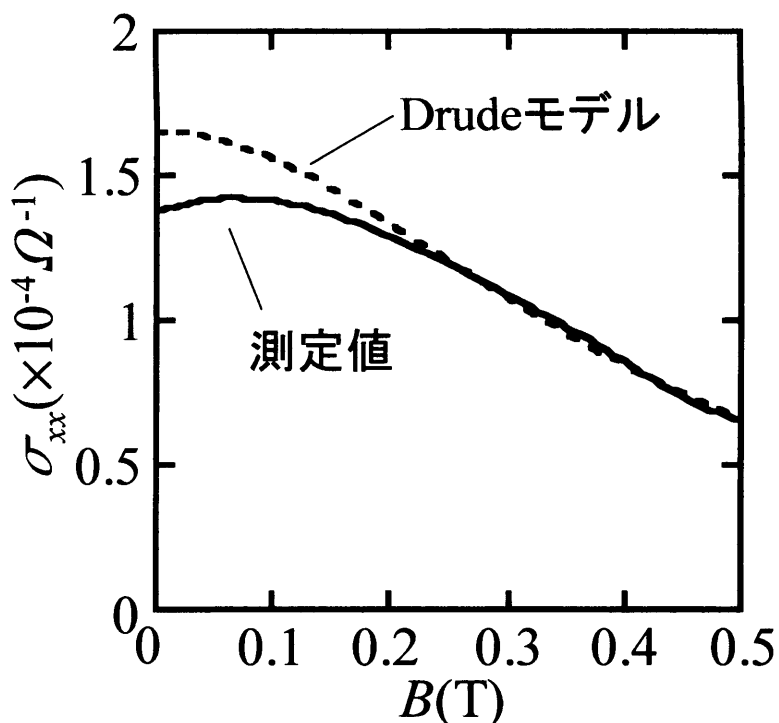


図5.2 InGaAsドット埋め込みヘテロ接合チャネルにおける電気伝導度 $\sigma_{xx}$ の磁場 $B$ 依存性。実線は実験値、点線はDrudeモデルによる電気伝導度をそれぞれ表している。

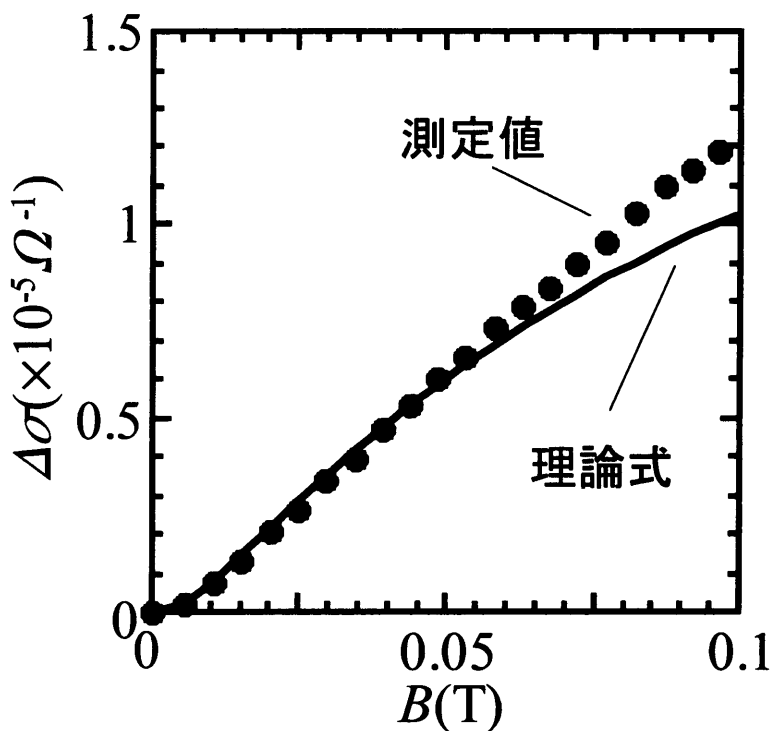


図5.3 InGaAsドット埋め込みヘテロ接合チャネルにおける電気伝導度の量子補正 $\Delta\sigma_{xx}$ の磁場 $B$ 依存性。黒丸は実験値、実線は理論値をそれぞれ表している。

を変数パラメータとし、

$$B < \frac{\hbar}{4De\tau_{el}} \equiv B_{tr}, \quad (5.3.10)$$

を満たす低磁場領域で行った。

つぎに、試料 B1 (InGaAs ドットを埋め込んだ HEMT 試料) の非弾性散乱時間  $\tau_{in}$  を 2次元電子密度  $N_{2D}$  の関数として 2K で調べた。その結果を、図 5.4 に黒丸で示す。また、比較のため、リファレンスとして作製したドットの無い試料 R についても  $\tau_{in}$  を調べた。その結果を図 5.4 に白丸で示す。図から、試料 B1 の  $\tau_{in}$  は、試料 R に比べて 10~40% 小さいことがわかる。このことは、InGaAs ドットが 2次元電子の非弾性散乱に寄与していることを示している。

つぎに、荷電ドットと中性ドットの非弾性散乱の違いを調べるために、試料 B2 (InGaAs ドットを埋め込んだ逆 HEMT 試料) について、 $\tau_{in}$  を 2K で測定した。この構造では、4.4.2 で示したように、ある割合  $P_{oc}$  の量子ドットは電子を捕獲して荷電しており、他のドットは空で中性となっている。 $P_{oc}$  はゲートバイアス

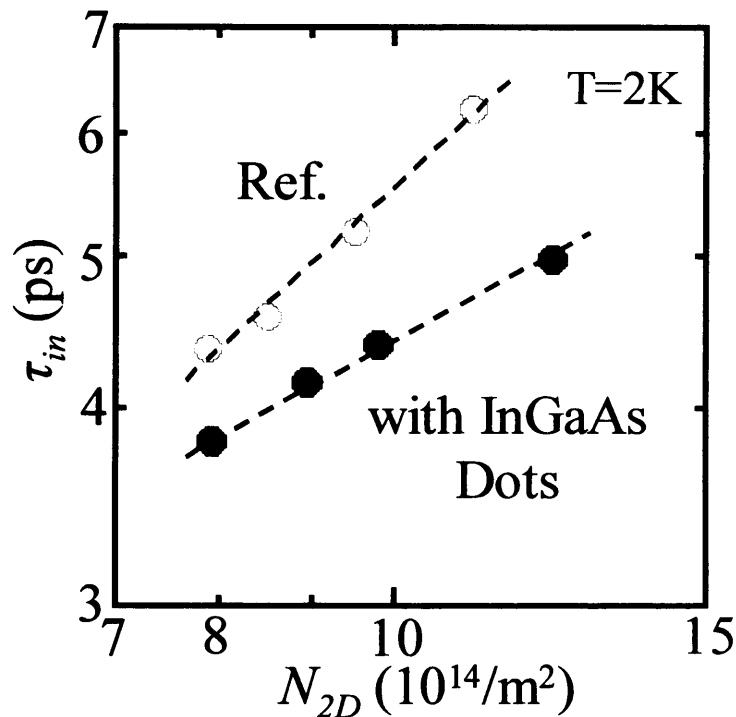


図5.4 非弾性散乱時間の電子密度  $N_{2D}$  依存性。黒丸はInGaAsドットを埋め込んだHEMT試料の、白丸はリファレンスのそれぞれ測定結果を示している。

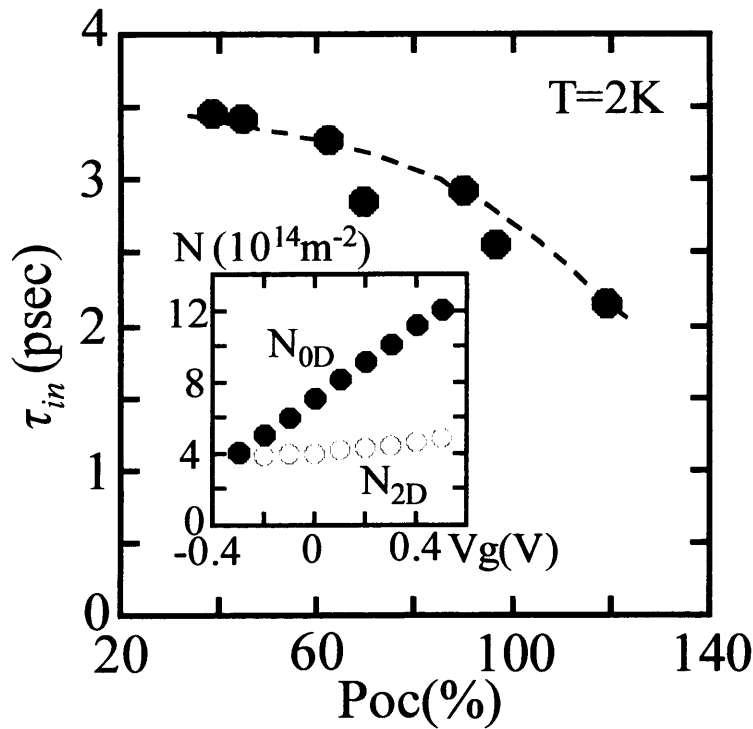


図5.5 荷電ドットの割合に対する非弾性散乱時間 $\tau_{in}$ の測定結果。挿入図には、ドット中の電子数 $N_{0D}$ (黒丸)および2次元電子密度 $N_{2D}$ (白丸)のゲートバイアス依存性を示す。

により制御可能で、その値はホール測定とキャパシタンス測定から見積もることが出来る。ホール測定より2次元電子密度 $N_{2D}$ が得られ(図5.5の挿入図の白丸)、キャパシタンス測定よりチャンネルの全電子数密度 $N_{tot}$ が求まる。ドットに捕獲された電子の面密度 $N_{0D}$ はそれらの差 $N_{tot} - N_{2D}$ から決定され(図5.5の挿入図の黒丸)、 $P_{oc}$ は $N_{0D}$ をドットの面密度 $N_{dot}$ で割ることにより求まる。 $P_{oc}$ の関数として測定した試料B2の $\tau_{in}$ を図5.5に黒丸で示す。図から、 $\tau_{in}$ は $P_{oc}$ が増加するにしたがって減少していることがわかる。これは、荷電ドットによる非弾性散乱過程は、中性ドットに比べて、より頻繁に起こっていることを意味する。

次節では、荷電ドットによる非弾性散乱を詳細に検討するために、温度を変えて $\tau_{in}$ を測定し理論との比較を行う。

## 5.4 荷電ドットによる非弾性散乱とその温度依存性

試料 B2 の非弾性散乱時間  $\tau_m$  の温度に対する依存性を調べるため、 $\text{He}^3$  クライオスタットを用いて、試料温度を 0.6~1.7K まで変えて磁気抵抗を測定した。得られた負の磁気抵抗のデータは、5.3.2 に示した方法により解析し、 $\tau_m$  を求めた。図 5.6 は、0.6K (黒丸)、0.8K (白丸)、1.2K (黒四角)、1.7K (白四角) で測定した  $\tau_m$  の結果であり、ゲート電圧  $V_g$  の関数としてプロットしている。図から、 $\tau_m$  は、0.8K 以下では  $V_g$  に対して増加しているのに対し、1.2K 以上では減少していることがわかる。これは、主要な散乱メカニズムが、0.8K 以下と 1.2K 以上で異なっていることを示唆している。

この依存性を説明するために、非弾性散乱時間  $\tau_m$  を理論的に見積もった。非弾性散乱を引き起こす相互作用として、まず、2次元電子-2次元電子間のクーロン相互作用があげられる。このメカニズムによる非弾性散乱時間  $\tau_{e-e}$  は、理論的[9,10]、実験的[27-31]に非常に詳しく調べられており、以下では、Abrahams らによって導出された表式[9]

$$\frac{1}{\tau_{e-e}} = \frac{k_B T}{2\varepsilon_F \tau_{el}} \eta \log\left(\frac{T_1}{T}\right), \quad (5.4.1)$$

$$k_B T_1 = 4 \left( \frac{\varepsilon_F \tau_{el}}{\hbar} \right)^2 D q_s^2 \hbar, \quad (5.4.2)$$

を用いて解析を行う。ここで、 $k_B$  はボルツマン定数、 $D$  は拡散定数であり、 $\varepsilon_F$  および  $q_s$  は、それぞれフェルミエネルギー、遮蔽長の逆数を表している。また、 $\eta$  は補正項である。Abrahams らは、1電子グリーン関数の自己エネルギーを求めることにより  $\tau_{e-e}$  を評価しており、(5.4.1)式は弾性散乱頻度の比較的低い領域 ( $k_B T \leq \hbar/\tau_{el}$ ) で妥当である。一方、Fukuyama らは、2次元電子-2次元電子間の拡散プロパゲーターを計算することにより  $\tau_{e-e}$  を見積もっている[10]。

$$\frac{1}{\tau_{e-e}} = g_0^2 \frac{\pi k_B^2 T^2}{2\hbar \varepsilon_F} \log\left(\frac{\varepsilon_F}{k_B T}\right), \quad (5.4.3)$$

$$g_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\theta}{1 + (2k_F/q_s) \sin(\theta/2)}. \quad (5.4.4)$$

ここで、 $k_F$  はフェルミ波数である。この(5.4.3)式は、弾性散乱頻度が比較的高く  $k_B T \leq \hbar/\tau_{el}$  を満たす時妥当となる。試料 B2 の弾性散乱頻度  $1/\tau_{el}$  は  $k_B T/\hbar$  と同程度であり、よって、(5.4.1)式と(5.4.3)式の両方を考慮する必要がある。しかし、今回の測定条件から値を見積もると、後者は前者に比べて非常に小さく、以下の解析では無視する。

試料 B2 の2次元電子は、他の2次元電子だけでなく、量子ドットとの間にも相互作用が働いている。量子ドットのような局在準位は、さまざまな非弾性散乱過程を引き起こす。たとえば、局在スピンによる電子散乱[35,36]や2準位状態による電子位相緩和[37-39]、局在電子による2次元電子の非弾性クーロン散

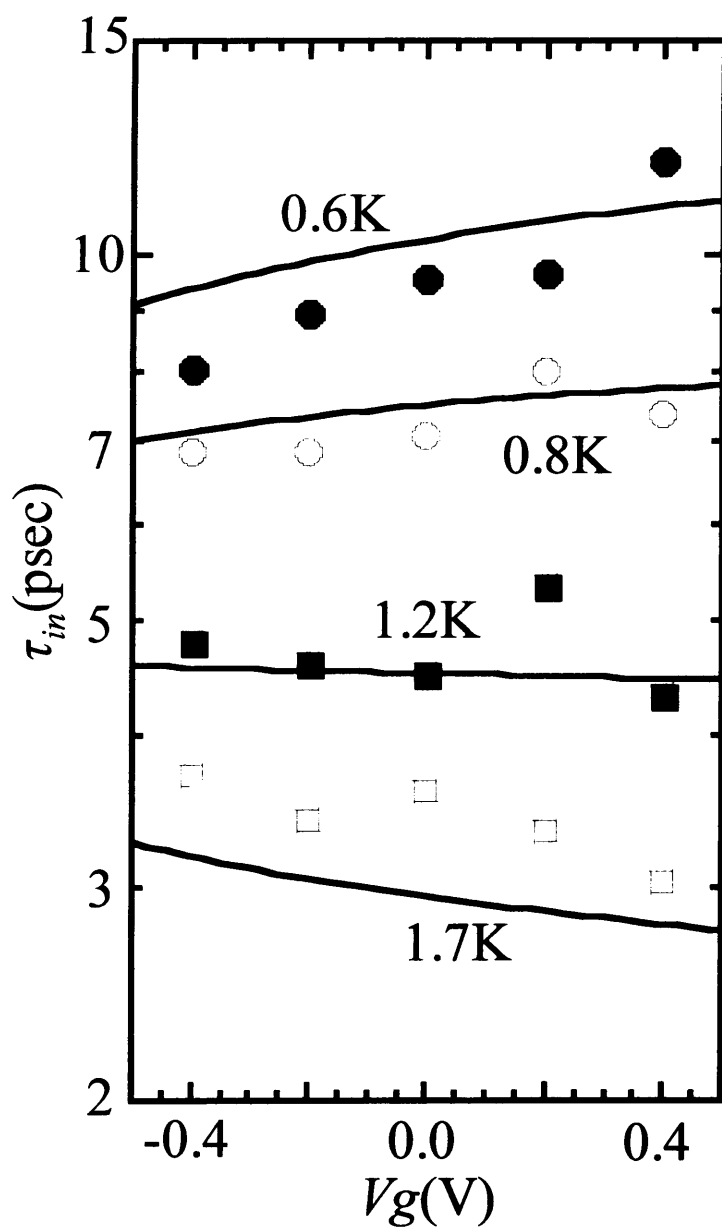


図5.6 ゲート電圧に対する非弾性散乱時間 $\tau_{in}$ の依存性。黒丸、白丸、黒四角、白四角は、それぞれ、温度0.6K、0.8K、1.2K、1.7Kで測定した結果を示す。実線は、計算で得られた $\tau_{in}$ である。

乱[40]などがあげられる。以下では、最後の過程による非弾性散乱時間 $\tau_l$ を仮定し、Imryによって導出された表式[40]、

$$\frac{1}{\tau_l} = \frac{(k_B T)^2}{\hbar E_{el}} \left| \log \left( \frac{k_B T}{\Delta} \right) \right|^3 \frac{N_l}{N_{2D}}, \quad (5.4.5)$$

を用いて解析を行う。ここで、 $N_l$ はフェルミエネルギーでの局在準位の密度であり、 $E_{el}$ および $\Delta$ は、電子のエネルギーおよび局在準位間のトンネルエネルギーをそれぞれ特徴づける値である。

全非弾性散乱時間 $\tau_m$ は、 $\tau_{e-e}$  ((5.4.1)式)と $\tau_l$  ((5.4.5)式)をマシーセン則、

$$\frac{1}{\tau_m} = \frac{1}{\tau_{e-e}} + \frac{1}{\tau_l}, \quad (5.4.6)$$

を用いて、足し合わせるにより得られる。(5.4.1)式の $\eta$ および(5.4.5)式の $\Delta$ 、 $E_{el}$ をフィッティングパラメータとして、実験値と理論値を比較した。この時、(5.4.5)式の $N_l$ に対しては、電子によって荷電したドットの面密度 $N_{0D}$ の値を用いた。その結果、図 5.6 の実線に示すように、 $E_{el}=70\text{meV}$ 、 $\Delta=30\text{meV}$ 、 $\eta=0.35$ の時、実験と理論が良く一致することがわかった。

量子ドットの非弾性散乱への寄与を調べるために、散乱時間 $\tau_l$ と $\tau_{e-e}$ を個別に求めた。図 5.7 の (a), (b), (c), (d)は、それぞれ、0.6 K, 0.8 K, 1.2 K, 1.7 K の場合に計算した $\tau_l$ (実線)および $\tau_{e-e}$ (点線)の結果である。図から、 $\tau_{e-e}$ はゲート電圧 $V_g$ に対して増加しているのがわかる。これは、 $V_g$ が大きくなるにつれて、2次元電子密度 $N_{2D}$ が増加し(図 5.5 挿入図参照)、2次元電子間の非弾性散乱が弱められたためである。一方、 $\tau_l$ は $V_g$ に対して減少している。これは、 $V_g$ の増加に伴って、荷電ドット密度 $N_{0D}$ が増加し(図 5.5 挿入図参照)、2次元電子とドットに捕獲された電子との散乱頻度が大きくなったためである。また、 $\tau_{e-e}$ と $\tau_l$ は共に温度に対して減少しているが、 $\tau_l$ の減少の方が $\tau_{e-e}$ に比べてより急峻であることがわかる。これを良く見るために、 $V_g=0.4\text{V}$ の場合における $\tau_{e-e}$ と $\tau_l$ の温度依存性を計算した。その結果を図 5.8 に実線( $\tau_{e-e}$ )と点線( $\tau_l$ )で示す。図から、低い温度( $T \sim 0.6\text{K}$ )では、 $\tau_l$ は $\tau_{e-e}$ に比べて非常に大きく、2次元電子-2次元電子散乱が支配的であることがわかる。温度が高くなるにつれて( $T \sim 1.7\text{K}$ )、 $\tau_l$ は $\tau_{e-e}$ と同程度の大きさとなり、量子ドットによる散乱が重要となる。

ここでは、不純物準位に局在した電子による自由電子の非弾性クーロン散乱理論をドット系に拡張し、実験の解釈を試みた。この原理論では、不純物の密度が低くても、非弾性散乱時間 $\tau_m$ に影響を与えることが示されているが[40]、複数のドット間の電子遷移でも、 $\tau_m$ に十分な影響を与えるか否かは不明である。ドット内の局在スピンによる電子散乱や2準位状態での電子の位相緩和過程なども、局在準位の密度の増加に伴って、散乱頻度が増加する。したがって、それらの過程が関与している可能性が残る。これらの案件に関しては、今後の検討を要する。

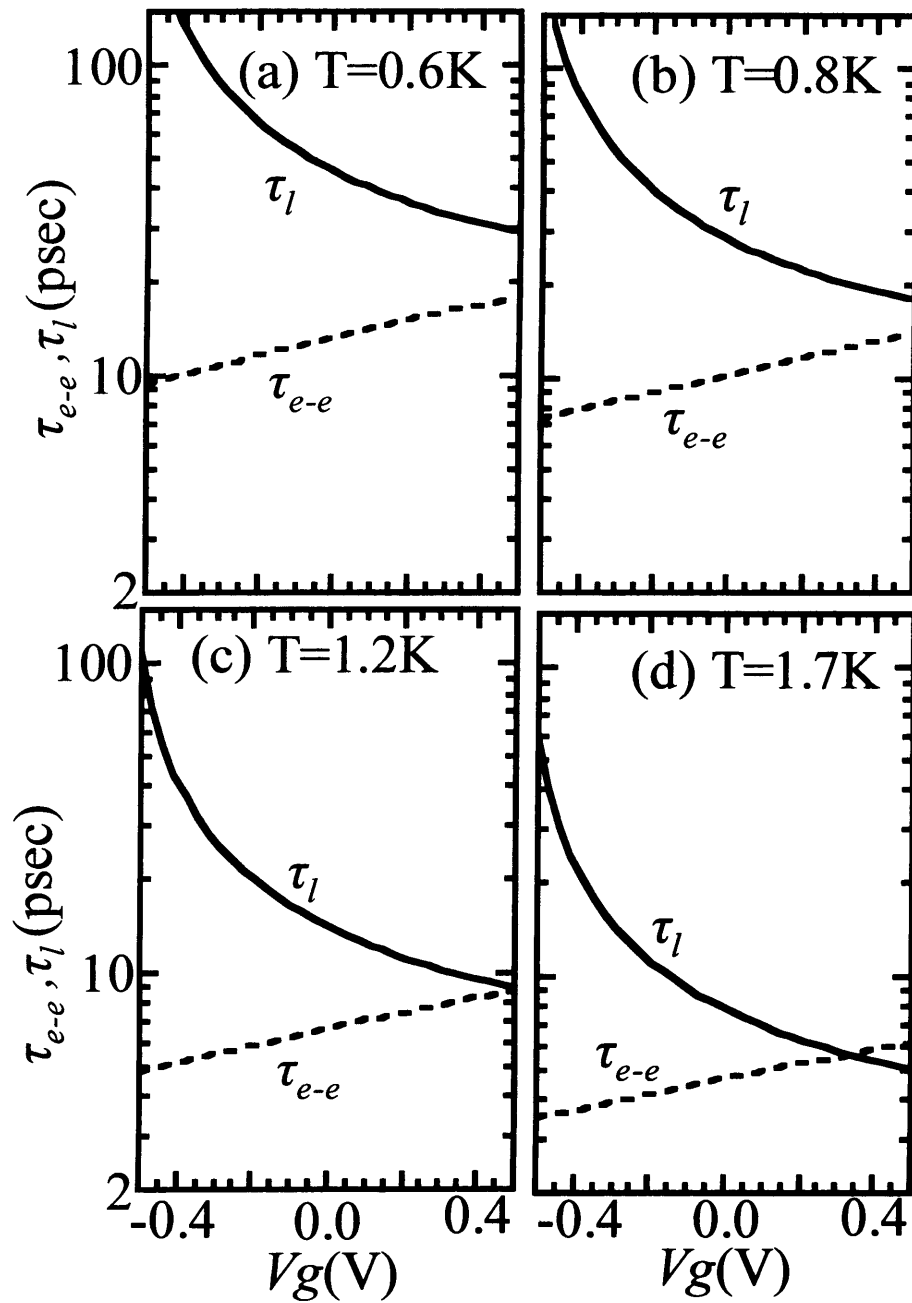


図5.7 ゲート電圧  $V_g$  に対する非弾性散乱時間の計算結果。実線と点線は、0.6K(a)、0.8K(b)、1.2K(c)、1.7K(d)の場合に計算した  $\tau_{e-e}$  と  $\tau_l$  を表している。

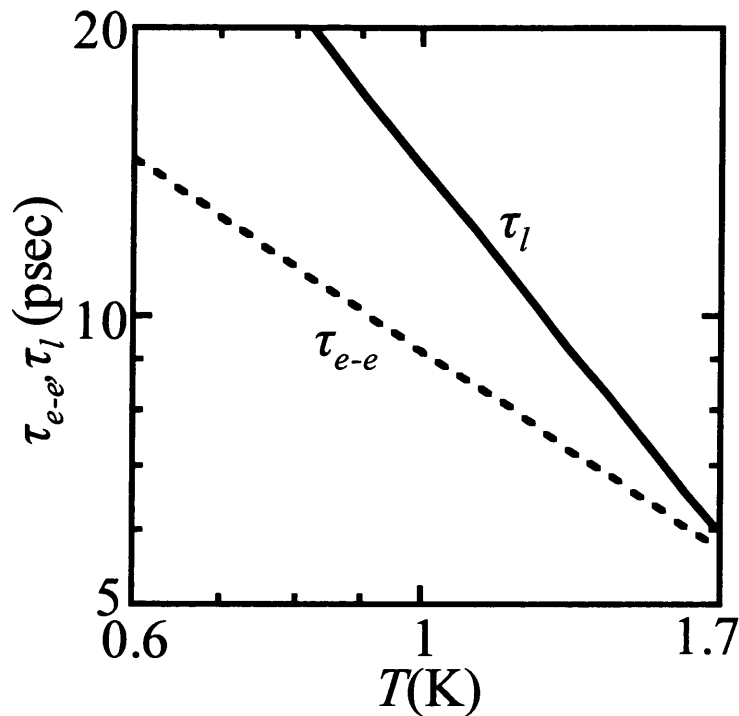


図5.8 温度 $T$ に対する非弾性散乱時間の計算結果。実線および点線は、それぞれ、 $\tau_{e-e}$ と $\tau_l$ を表している。

## 5.5 5章のまとめ

第5章で得られた結果を以下にまとめる。

(1) InGaAs ドットを HEMT 構造および逆 HEMT 構造のヘテロ界面近傍に埋め込んだ試料を作製し、磁気抵抗測定を行った。その結果、縦抵抗  $\rho_{xx}$  が、磁場に対して負の依存性を示し、弱局在効果が磁場の印加により弱められていることがわかった。また、実験データと Drude モデルの比較から、量子補正項を見積もった。得られた量子補正項の磁場依存性は、弱局在の理論と低磁場領域で非常に良く一致することがわかった。

(2) InGaAs 量子ドットを埋め込んだ HEMT 試料とドットの無い標準試料について 2 K で磁気抵抗を測定し、その解析から非弾性散乱時間  $\tau_m$  を 2 次元電子密度  $N_{2D}$  の関数として求めた。その結果、InGaAs ドット埋め込み試料では、電子波同士



の量子干渉を阻害する非弾性散乱の頻度  $1/\tau_m$  が増し、局在効果が抑えられていることがわかった。

(3) InGaAs 量子ドットを埋め込んだ逆 HEMT 構造の試料について、ゲート電圧  $V_g$  によりドットの占有電子数  $P_{oc}$  を変化させ、非弾性散乱時間  $\tau_m$  の計測を行った。その結果、占有電子数  $P_{oc}$  が増すと非弾性散乱の頻度  $1/\tau_m$  が増加することがわかり、ドットに捕らえられた電子が 2 次元電子の非弾性散乱を促進することが判明した。

(4) InGaAs 量子ドットを逆 HEMT 構造のヘテロ界面近傍に生め込み、非弾性散乱時間  $\tau_m$  の測定を 0.6~1.7K で行った。その結果、非弾性散乱時間のゲートバイアス依存性は、温度が上昇するにつれて、増加から減少傾向に変化することがわかった。また、得られた実験値を理論と比較した結果、低温では 2 次元電子 - 2 次元電子間の散乱が支配的であるのに対し、高温ではドット - 2 次元電子間の散乱も重要となることがわかった。

なお、第 5 章の成果は、学術論文[41, 42]として公表している。

## 参考文献

- [1] W. Sasaki, *J. Phys. Soc. Jpn. Supple. A* **49** 31 (1980).
- [2] H. Fritzsche and K. Lark-Horovitz, *Phys. Rev.* **99** 400 (1995).
- [3] P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **109** 1492 (1958).
- [4] J. S. Langer and T. Neal, *Phys. Rev. Lett.* **16** 984 (1966).
- [5] D. J. Thouless, *Phys. Rev. Lett.* **39** 1167 (1977).
- [6] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello and T. V. Ramakrishnan, *Phys. Rev. Lett.* **42** 673 (1979).
- [7] L. P. Gorkov, A. I. Larkin and D. E. Khmel'nitskii, *Pism Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **30** 248 (1979). [*JETP Lett.* **30** 228 (1979).]
- [8] D. Vollhardt and P. Wolfe, *Phys. Rev. B* **22** 4666 (1980).
- [9] E. Abrahams, P. W. Anderson, P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, *Phys. Rev. B* **24** 6783 (1981).
- [10] H. Fukuyama, E. Abrahams, *Phys. Rev. B* **27** 5976 (1983).
- [11] H. Fukuyama, *J. Phys. Soc. Jpn.* **53** 3299 (1984).
- [12] A. Kawabata, *Prog. Theor. Phys. Supple* **84** 16 (1985).
- [13] P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.* **57** 287 (1985).
- [14] S. Hikami, A. I. Larkin and Y. Nagaoka, *Prog. Theor. Phys.* **63** 707 (1980).
- [17] A. Kawabata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **49** 628 (1980).
- [18] B. L. Altshuler and A. G. Aronov, *Solid State Commun.* **38** 11 (1981).
- [19] H. Fukuyama, *J. Phys. Soc. Jpn.* **50** 3407 (1981).
- [20] H. Fukuyama, *Suf. Sci.* **113** 489 (1982).
- [21] A. Kawabata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **53** 3540 (1984).
- [22] H-P Wittmann and A. Schmid, *J. Low Temp. Phys.* **69** 131 (1987).
- [23] M. I. Dyakonov, *Solid State Commun.* **92** 711 (1994).
- [24] Y. Kawaguch and S. Kawaji, *J. Phys. Soc. Jpn.* **48** 699 (1980).
- [25] Y. Kawaguch and S. Kawaji, *J. Phys. Soc. Jpn. Suppl. A* **49** 983 (1980).
- [26] Y. Kawaguch and S. Kawaji, *Suf. Sci.* **113** 505 (1982).
- [27] M. A. Paalanen and D.C. Tsui and J. C. M. Hwang, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 2226 (1983)
- [28] B. J. F. Lin, M. A. Paalanen and A.C. Gossard, D.C. Tsui, *Phys. Rev. B* **29** 927 (1984).
- [29] T.Nambu, S.Kawaji, K. Kuboki, Y.Kawaguchi, J.Yoshino and H.Sakaki, *J. Phys. Soc. Jpn.* **53** 682 (1984).

- [30] S. Kawaji and Y. Kawaguchi, *J. Phys. Soc. Jpn.* **53** 2868 (1984).
- [31] Y. Y. Proskuryakov, A. K. Savchenko, S. S. Safonov, M. Pepper, M. Y. Simmons, and D. A. Ritchie, *Phys. Rev. Lett.* **86** 4895 (2001).
- [32] M. Y. Simmons, A. R. Hamilton, M. Pepper, E. H. Linfield, P. D. Rose, and D. A. Ritchie, *Phys. Rev. Lett.* **84** 2489 (2000).
- [33] G. M. Minkov, O. E. Rut, A. V. Germanenko, and A. A. Sherstobitov, V. I. Shashkin, O. I. Khrykin, and V. M. Danil'tsev, *Phys. Rev. B* **64** 235327 (2001).
- [34] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, *Solid State Physics*, Saunders College, Philadelphia (1976).
- [35] S. Suga, H. Kasai and A. Okiji, *J. Phys. Soc. Jpn.* **55** 2515 (1986).
- [36] K. Vladar, and C. T. Zimanyi, *J. Phys. C* **18** 3739 (1985).
- [37] K. Vladar, and C. T. Zimanyi, *J. Phys. C* **18**, 3755 (1985).
- [38] A. Zawadowski, Jan von Delft, and D. C. Ralph, *Phys. Rev. Lett.* **63** 2632 (1999).
- [39] V. V. Afonin, J. Bergli, Y. M. Galperin, V. L. Gurevich, and V. I. Kozub, *Phys. Rev. B* **66** 165326 (2002).
- [40] Y. Imry, *Phys. Rev. B* **42** 927 (1990).
- [41] T. Kawazu, T. Noda and H. Sakaki, *Physica E* **21** 536 (2004).
- [42] T. Kawazu and H. Sakaki, *Physica E* **29** 593 (2005).

## 第6章

# InGaAs ドット埋め込みヘテロ接合チャネルにおける磁場キャパシタンス

### 6.1 序論

よく知られているように、強磁場中の2次元電子は、離散的なエネルギースペクトルを持つランダウ準位を形成する。フェルミエネルギーがランダウ準位の間にある時、ホール抵抗は普遍定数  $h/e^2$  の整数分の1に量子化され(量子ホール効果)、2次元電子の電気伝導度  $\sigma_{xx}$  は非常に小さな値となる[1-5]。この量子ホール効果における電子状態を調べる有効な方法の一つとして、磁場キャパシタンス測定があげられる。

磁場中で2次元電子と金属ゲート間の微分キャパシタンスを測定すると、フェルミエネルギーがランダウ準位のちょうど間となるような磁場を印加した時、キャパシタンスは極小値を示す。この振る舞いの解釈には、主に、状態密度モデル[6-11]と抵抗板モデル[12-15]の2つが用いられている。また、抵抗板モデルを発展させて、エッジチャネル[16-32]の影響を考慮したモデル(エッジチャネルモデル)も提案されている[33-37]。これらの理論と実験値の比較から、量子ホール状態におけるエッジステートや電気伝導度、状態密度等の情報を得ることが出来る。

本章では、InGaAs ドットを埋め込んだ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合チャネルの磁場キャパシタンスを調べ、理論との比較を行い、ドットが量子ホール効果に与える影響を検討する。

### 6.2 強磁場下でのキャパシタンスのモデル

磁場キャパシタンスを解釈するモデルとして、抵抗板モデル(or エッジチャネルモデル)と状態密度モデルの2つがある。抵抗板モデルでは電気伝導度  $\sigma_{xx}$  が、状態密度モデルでは2次元電子の状態密度  $D_{2D}$  が、量子ホール状態で小さくなることから、微分キャパシタンスの極小値が説明されている。本節では、それらのモデルを簡単に解説し、その特徴を示す。

#### 6.2.1 抵抗板モデル(エッジチャネルモデル)

表面に金属ゲートを設けた変調ドープ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合トランジスタを考える(図 6.1 参照)。試料に磁場を印加すると、磁場の変化に伴って2次元電子の電気伝導度  $\sigma_{xx}$  が周期的に変化する[1-5]。以下に、微分キャパシタンスは、 $\sigma_{xx}$  が大きい場合にはある一定値を取り、 $\sigma_{xx}$  が小さくなると減少する

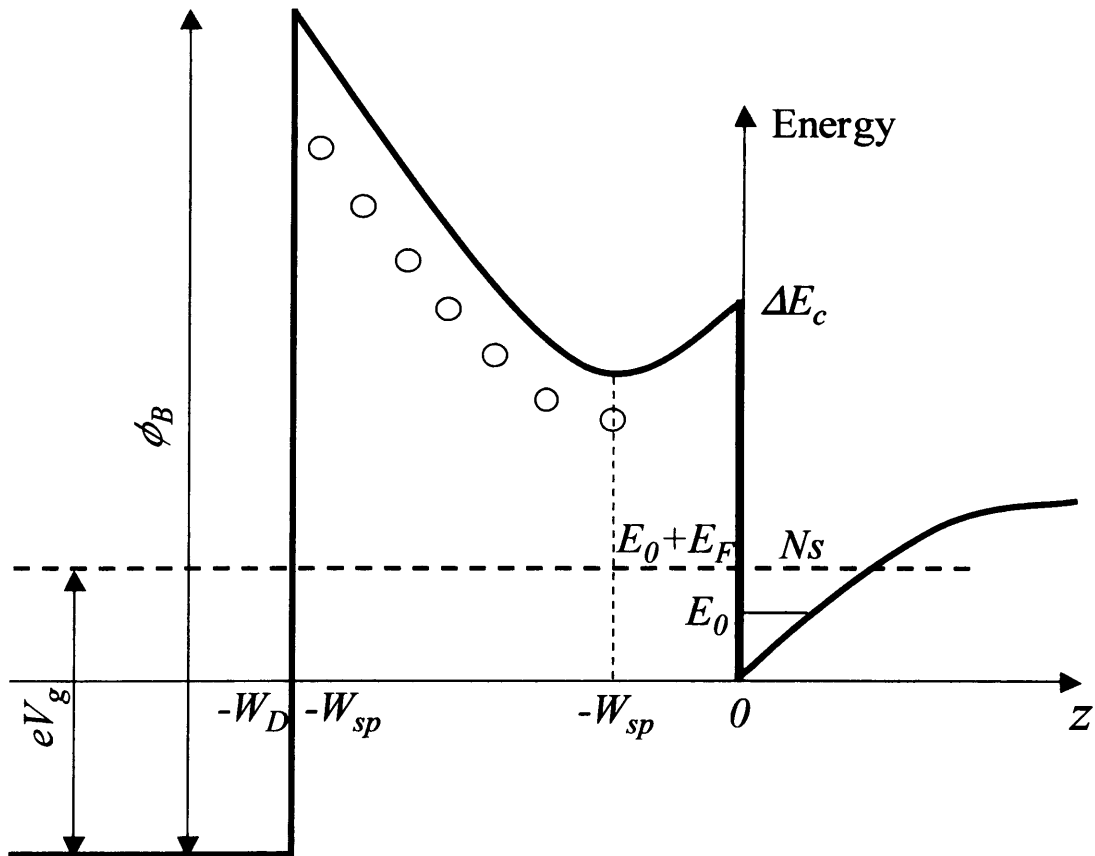


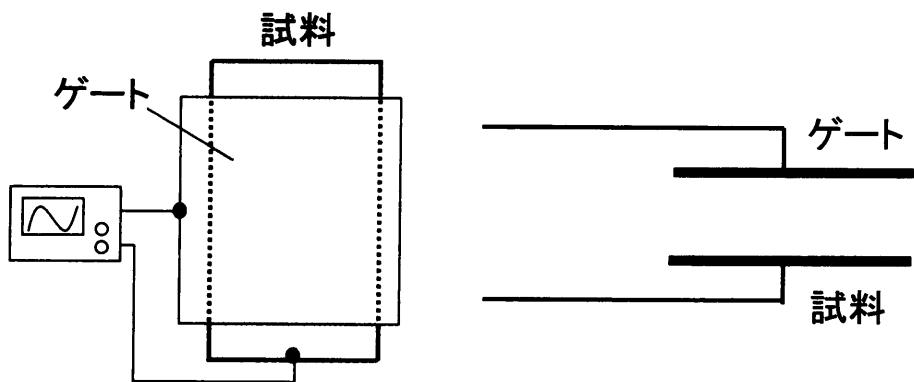
図6.1 n-AlGaAs/GaAsヘテロ接合FETの伝導帯のバンドダイアグラム。

ことをモデル解析から示す。

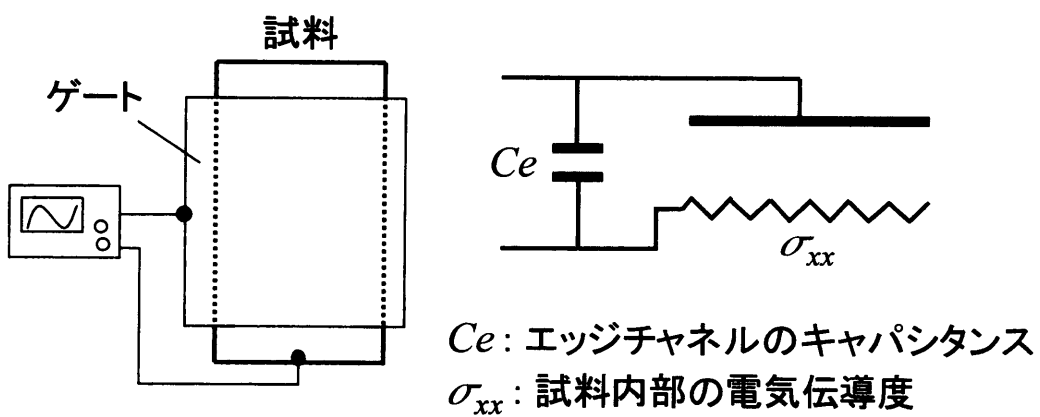
フェルミエネルギーがランダウ準位とほぼ一致しており、2次元電子が非局在状態にある時、その電気伝導度 $\sigma_{xx}$ は有限の値を持つ。この時、試料表面の金属ゲートと2次元電子は、図6.2(a)に示したような2枚の金属板からなるコンデンサーのように振舞い、そのキャパシタンスは次式で与えられる一定値を示す。

$$C_0 \equiv S \frac{\kappa_0 \epsilon_0}{W_D + W_{sp}}, \quad (6.2.1)$$

ここで、 $S$ は試料面積、 $\epsilon_0$ は誘電率、 $\kappa_0$ はGaAsの誘電定数である。また、 $W_{sp}$ および $W_D$ は、スペーサー層およびドープ層の厚さであり、 $W_D + W_{sp}$ はヘテロ界



(a)フェルミエネルギーがランダウ準位と一致する場合



(b)フェルミエネルギーがランダウ準位の間にある場合

図6.2 磁場キャパシタンスのモデル。

面から試料表面までの距離を表している(図 6.1 参照)。

一方、フェルミエネルギーがランダウ準位の間にある量子ホール状態では、2次元電子は局在状態にあり、その電気伝導度 $\sigma_{xx}$ は非常に小さな値となる。ただし、試料の端では、閉じ込めポテンシャルのためにバンドが持ち上がり、伝導性をもつエッジチャンネルが形成される(図 6.3 参照)。この時、キャパシタンスは、試料の端のエッジチャンネルでは金属的で、試料の内部では高抵抗の板のように振舞うことから、図 6.2(b)に示すモデルで記述される。モデルより導き出されるキャパシタンスの理論式は、

$$C = C_e + (C_0 - C_e) \frac{\tanh \alpha}{\alpha}, \quad (6.2.2)$$

$$\alpha = \left( \frac{i2\pi f (C_0 - C_e) K}{\sigma_{xx}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6.2.3)$$

で与えられる。ここで、 $f$ はAC周波数、 $K$ は試料の形状によって決まる定数である。 $C_e$ はエッジチャンネルによるキャパシタンスであり、エッジチャンネルの幅がランダウ半径のオーダーであることから、 $C_e$ は $C_0$ に比べて非常に小さい( $C_0 \gg C_e$ )と考えられる。また、(6.2.2)式は複素数、

$$C = C_{real} + iC_{img}$$

$$C_{real} = C_e + (C_0 - C_e) \operatorname{Re} \left[ \frac{\tanh \alpha}{\alpha} \right], \quad (6.2.4)$$

$$C_{img} = (C_0 - C_e) \operatorname{Im} \left[ \frac{\tanh \alpha}{\alpha} \right]$$

で与えられていることを注意しておく。実数部 $C_{real}$ はキャパシタンス成分、虚数部 $C_{img}$ はロス成分/ $2\pi f$ にそれぞれ相当している。

キャパシタンスの振る舞いを見るために、図 6.4 に  $\tanh \alpha / \alpha$  の実数部  $\operatorname{Re}[\tanh \alpha / \alpha]$  と虚数部  $\operatorname{Im}[\tanh \alpha / \alpha]$  を  $|\alpha|$  の関数として示す。図から、 $\operatorname{Re}[\tanh \alpha / \alpha]$  は常に 1 より小さいことがわかる。これと、(6.2.4)式および  $C_0 > C_e$  であることから、 $C_{real}$  は常に  $C_0$  より小さいことがわかる。また、 $\sigma_{xx}$  が  $|\alpha| < 1$  を満たすような大きな値である時((6.2.3)式参照)、 $\operatorname{Re}[\tanh \alpha / \alpha]$  はほぼ 1 となり、キャパシタンス  $C_{real}$  はおよそ  $C_0$  となる ((6.2.4)式参照)。一方、 $\sigma_{xx}$  が小さく、 $|\alpha| \gg 1$  となる場合には、 $\operatorname{Re}[\tanh \alpha / \alpha]$  が非常に小さくなり、その結果、 $C_{real} \sim C_e$  となる。また、図から、 $\operatorname{Im}[\tanh \alpha / \alpha]$  は、 $|\alpha| \sim 1.59$  で約 0.415 のピークを持つことがわかる。これは、次節に示すように、実験と理論のフィッティングを行う際に非常に有用となる。

(6.2.3)式から  $|\alpha|$  は  $f^{1/2}$  に比例していることがわかる。したがって、抵抗板モデルではAC周波数により磁場キャパシタンスの極小の値が変化する。この極小値の周波数依存性を利用すると、実験と理論の比較から、 $C_e$  および  $\sigma_{xx}$  を求め

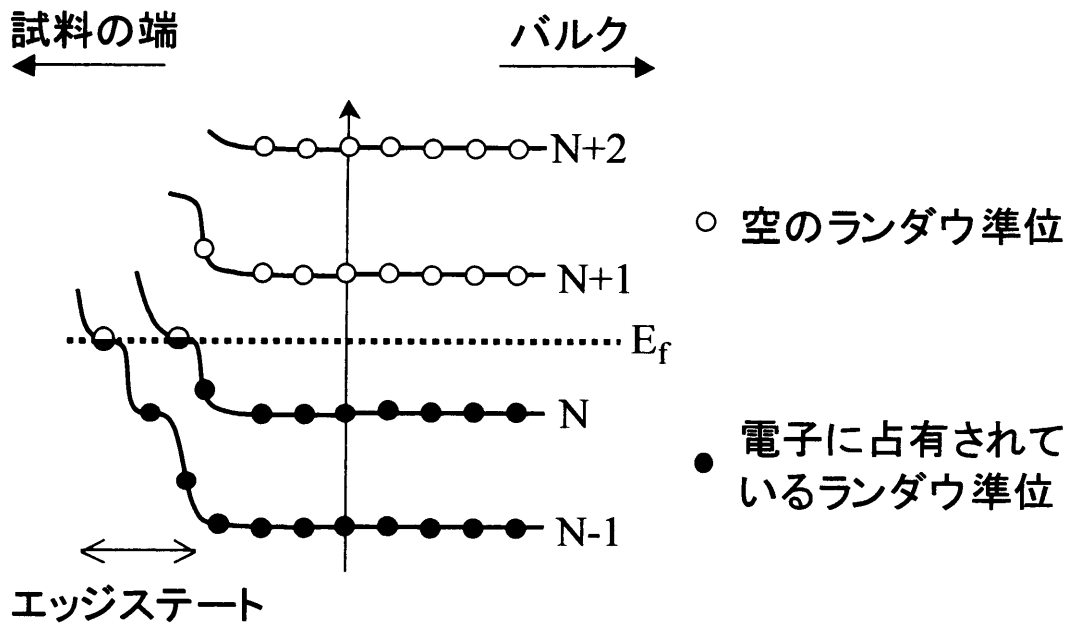


図6.3 エッジステートの模式図。

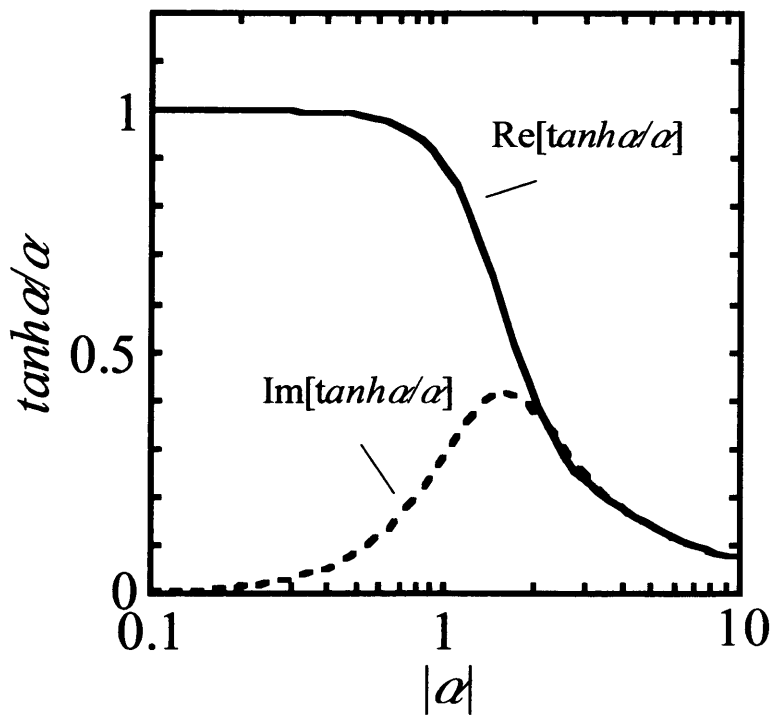


図6.4  $\tanh \alpha / \alpha$  の  $|\alpha|$  依存性。



ることが出来る。

### 6.2.2 状態密度モデル

表面に金属ゲートを設けた変調ドーピング n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合トランジスタを考える。ゲート電圧に対する2次元電子密度の変化を理解するために、図6.1 にバンドダイアグラムを示す。以下では、簡単のため、空乏層近似が成り立っているとし、電子は基底サブバンドにのみ存在していると仮定する。また、基板垂直方向を  $z$  軸とし、ヘテロ界面をその原点とする。エネルギーの原点は、ヘテロ界面での GaAs のバンド端とする。AlGaAs バリア層における電場  $F$  は、次式で与えられる。

$$F(z) = \frac{e(N_{2D} + N_{depl})}{\kappa_0 \epsilon_0} \quad (-W_{sp} < z < 0), \quad (6.2.5)$$

$$F(z) = \frac{e(N_{2D} + N_{depl})}{\kappa_0 \epsilon_0} + \frac{eN_D}{\kappa_0 \epsilon_0} (W_{sp} + z) \quad (-W_D - W_{sp} < z < -W_{sp}), \quad (6.2.6)$$

ここで、 $e$  は素電荷、 $N_{depl}$ 、 $N_{2D}$  および  $N_0$  は、GaAs の空乏電荷、2次元電子および n 型ドーピングの面密度をそれぞれ表している。基板表面でのポテンシャルエネルギー  $E(-W_D - W_{sp})$  は、電場  $F$  を積分することにより得られる。

$$E(-W_D - W_{sp}) = \Delta E_c - \frac{e^2(N_{2D} + N_{depl})}{\kappa_0 \epsilon_0} (W_D + W_{sp}) + \frac{e^2 N_D}{4\kappa_0 \epsilon_0} W_D^2, \quad (6.2.7)$$

ここで、 $\Delta E_c$  は GaAs と AlGaAs の伝導帯のバンド不連続量である。一方、表面のショットキー接続の境界条件から、次式が得られる。

$$E(-W_D - W_{sp}) = E_0 + E_F + \phi_B - eV_g, \quad (6.2.8)$$

ここで、 $E_0$  は基底サブバンドの量子化エネルギー、 $E_F$  はフェルミエネルギー、 $\phi_B$  はショットキーバリアの高さ、 $V_g$  はゲート電圧をそれぞれ表している。

微分キャパシタンス  $C$  は、(6.2.8) 式の両辺を  $V_g$  で微分することにより得られる。

$$C \equiv e \frac{dN_{2D}}{dV_g} = \frac{1 - \frac{1}{e} \frac{dE_0}{dV_g}}{\frac{1}{\kappa_0 \epsilon_0} (W_D + W_{sp}) + \frac{1}{e^2} \frac{dE_F}{dN_{2D}}}, \quad (6.2.9)$$

キャパシタンス  $C_D$  を次のように定義し、

$$C_D \equiv e^2 \frac{dN_{2D}}{dE_F}, \quad (6.2.10)$$

サブバンドの量子化エネルギーの項を無視すれば、(6.2.9) 式は

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_D}} \quad (6.2.11)$$

となり、 $C$ は $C_0$ と $C_D$ を直列につないだ回路のキャパシタンスと見なすことが出来る。よって、 $C_D$ が $C_0$ に比べて非常に小さい時は $C$ はほぼ $C_D$ となり、 $C_D \gg C_0$ の場合には $C \sim C_0$ となる。一方、絶対零度では、(6.2.10)式の $dN_{2D}/dE_F$ はフェルミ面での電子の状態密度 $D_{2D}$ に等しい。よって、フェルミエネルギーがランダウ準位と一致する場合には、 $D_{2D}$ が大きくなることから $C_D \gg C_0$ となり、 $C$ はおおよそ $C_0$ となる。フェルミエネルギーがランダウ準位の間となる場合には、 $D_{2D}$ は小さく、 $C_D \ll C_0$ となり、キャパシタンスは極小値 $C_D$ を示す。この極小値から、量子ホール状態にある電子の状態密度を求めることが出来る。

## 6.3 強磁場下でのキャパシタンスの測定およびその評価方法

### 6.3.1 磁場キャパシタンスの測定とその結果

磁場キャパシタンス測定を行った試料は、4.3.1で作製したInGaAsドットをヘテロ界面から30nmの位置に埋め込んだHEMT構造の選択ドープn-AlGaAs/GaAsヘテロ接合(試料B1)である。試料はホールバーにプロセスし、表面に $50\mu\text{m} \times 500\mu\text{m}$ のAlゲートを設けた。

ゲートとチャネル間のキャパシタンス測定は、キャパシタンスブリッジ(Andeen Hagerling 2700 A)を用いて行った。ゲートバイアスの変調電圧は、測定信号に影響を与えないために、3mV以下で測定を行った。磁場の印加には、超伝導マグネットを用い、試料に垂直に $B=0\sim 9\text{T}$ の磁場を加えた。試料温度は、 $\text{He}^3$ クライオスタットを用い、0.4Kまで下げて測定を行った。図6.5にAC周波数 $f=120\text{Hz}$ 、1.2kHz、12kHzで測定したキャパシタンス $C_{real}$ を示す。図から、磁場 $B \sim 3.4\text{T}$ および7.5Tに、キャパシタンスの極小値が現れていることがわかる。これらは、それぞれ、ランダウ準位の占有因子が $\nu=2$ および1の場合に相当している。また、これらの極小値は $f$ が増加するにしたがって減少している。

6.2で示したように、磁場キャパシタンスの極小値は、抵抗板モデルではAC周波数 $f$ が大きくなるにつれて小さくなるのに対し、状態密度モデルでは $f$ に依存しない。このことより、図5.4に示す実験データの説明には抵抗板モデルが適していると考えられる。抵抗板モデルでの $f$ に対する $C_{real}$ の極小値の減少は、 $f$ が高く(6.2.3)式の $|\alpha|$ が1より大きくなる時に起こる。これは、試料の電荷分布が、高いAC周波数に追随出来ないために生ずるものである。測定では、 $f=120\sim 12\text{kHz}$ 、 $C_0 - C_e \sim C_0 \sim 26\text{pF}$ 、 $K=1/80$ であり、 $|\alpha| \geq 1$ の条件から、 $\sigma_{xx}$ は数～数十nSのオーダーであると見積もられる。次節では、理論とのフィッティングから、 $\sigma_{xx}$ のより正確な値を求める。

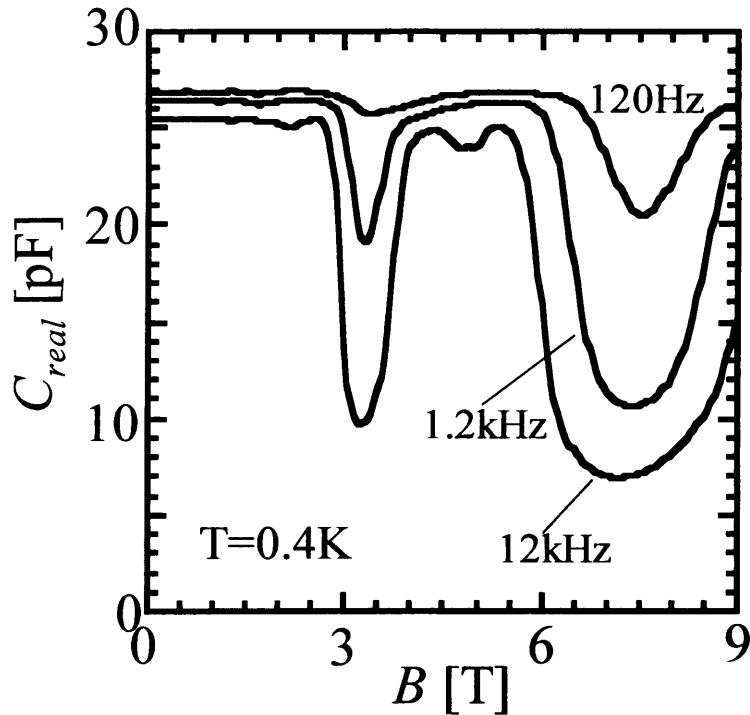


図6.5 キャパシタンス $C_{real}$ の磁場依存性。

### 6.3.2 周波数への依存性

$B \sim 3.4\text{T}$  ( $\nu=2$ )に現れるキャパシタンス $C_{real}$ の極小値をAC周波数 $f$ の関数として測定した。その結果を図6.6の黒丸に示す。図から、 $f$ に対する $C_{real}$ の依存性は、図6.4に示す $\text{Re}[\tanh \alpha / \alpha]$ の $|\alpha|$ 依存性に類似していることがわかる。また、 $C_{real}$ は $f$ がおよそ1kHzより大きくなると減少しており、試料の電荷分布が1kHz以上のAC周波数に追従出来ていないことがわかる。

キャパシタンスブリッジを用いた測定では、キャパシタンス成分 $C_{real}$ だけでなく、ロス成分 $G_p$ を得ることが出来る。ブリッジの並列モードによる測定では、試料のインピーダンス $Z$ と $C_{real}$ および $G_p$ は、

$$\frac{1}{Z} = C_{real} + i2\pi f G_p, \quad (6.3.1)$$

で関係付けられる。一方、 $Z$ と複素キャパシタンスは、

$$\frac{1}{Z} = i2\pi f C = i2\pi f (C_{real} + iC_{imag}), \quad (6.3.2)$$

の関係にあるので、キャパシタンスの虚数部 $C_{imag}$ は、

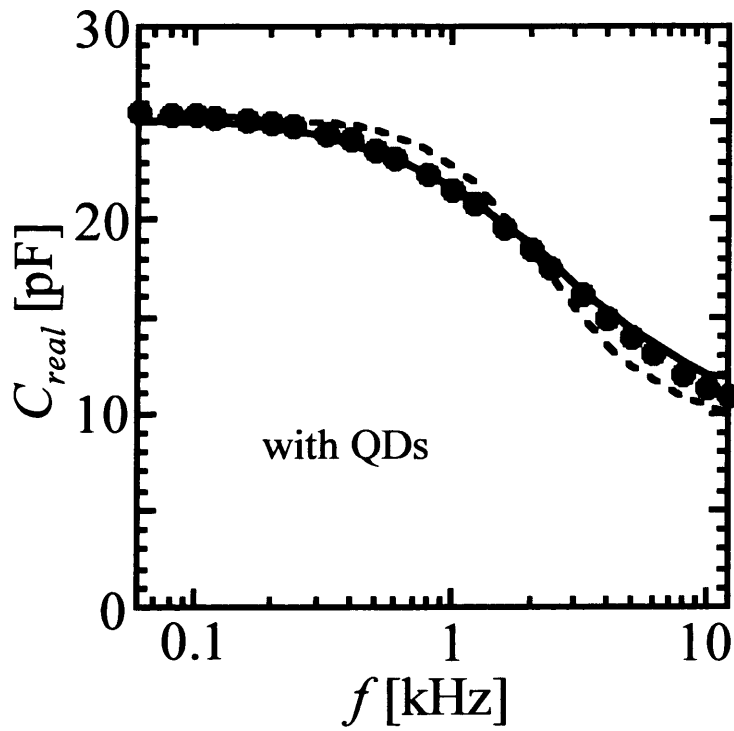


図6.6 磁場 $B \sim 3.4$ Tにおけるキャパシタンス $C_{real}$ の周波数依存性。

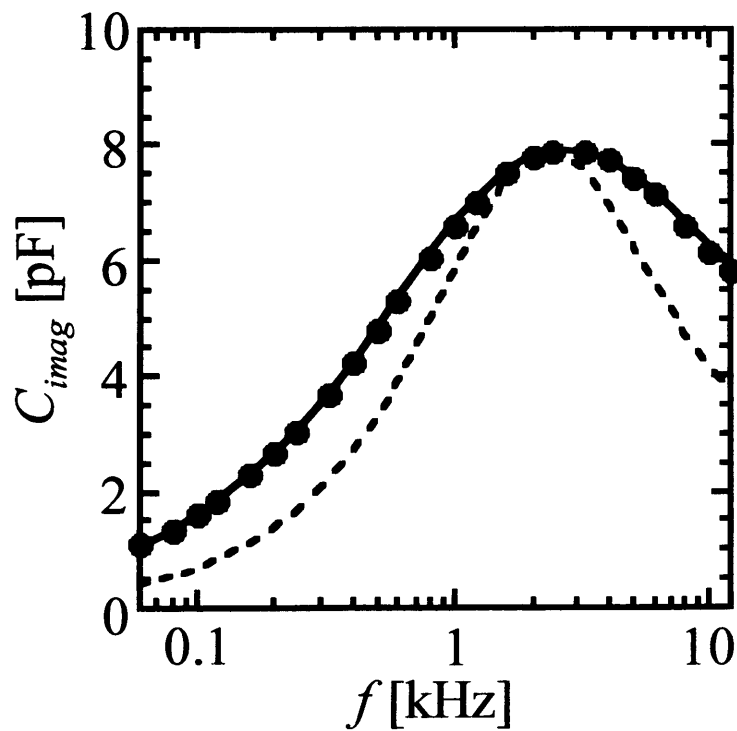


図6.7 磁場 $B \sim 3.4$ Tにおけるキャパシタンス $C_{imag}$ の周波数依存性。

$$C_{imag} = -i \frac{G_p}{2\pi f}, \quad (6.3.3)$$

で与えられる。

$B \sim 3.4T$  ( $\nu=2$ )におけるキャパシタンス  $C_{imag}$  の周波数  $f$  依存性を図 6.7 に黒丸で示す。図から、 $C_{imag}$  の  $f$  依存性は、 $\text{Im}[\tanh \alpha / \alpha]$  の  $|\alpha|$  依存性 (図 6.4) に類似していることがわかる。

実験から得られた  $C_{real}$  および  $C_{imag}$  は周波数  $f$  依存性を持ち、それらの依存性が、それぞれ、 $\text{Re}[\tanh \alpha / \alpha]$  および  $\text{Im}[\tanh \alpha / \alpha]$  の振る舞いと似ていることは、抵抗板モデルによる実験解釈の正当性を支持している。次節では、実験結果と抵抗板モデルを比較し、その解析方法を示す。

### 6.3.3 解析方法とその結果

抵抗板モデル ((6.2.2)式)を用いて、キャパシタンスの実数部  $C_{real}$  および虚数部  $C_{imag}$  の AC 周波数  $f$  依存性を計算した。その結果を、図 6.6 および図 6.7 に点線で示す。ここで、 $C_0$ 、 $C_e$  および  $\sigma_{xx}$  をパラメータとしてフィッティングを行った。図から、実験と理論の一致は満足できるものではないことがわかる。特に  $C_{imag}$  の理論値と実験値は大きく食い違っている。比較として、ドットのないリファレンス試料 R(4.3.1 参照)に関して、同様の測定および解析を行った。その実験値と理論値を図 6.8 ( $C_{real}$ )、図 6.9 ( $C_{imag}$ ) に黒丸と点線示す。この場合、実験と理論が非常に良く一致していることがわかる。

磁場キャパシタンス解析において、通常、2次元電子の電気伝導度  $\sigma_{xx}$  は、その AC 成分が低い周波数で非常に小さいため、 $f$  に依存しないと想定されている。しかし、今回作製した試料では、2次元チャネル近傍に InGaAs ドットが埋め込まれており、その量子ドットが  $\sigma_{xx}$  の AC 成分を増加させている可能性がある。そこで、以下のような手順で、再度、実験と理論との比較を行った。

1. 実験から得られた  $C_{imag}$  は、 $f \sim 2.4\text{kHz}$  で  $C_{imag}^{\max} \sim 7.9\text{pF}$  のピークを持つ。一方、6.2.1 で記したように、 $\text{Im}[\tanh \alpha / \alpha]$  は、 $|\alpha| \sim 1.59$  で約 0.415 のピークを持つ。したがって、(6.2.4)式より、 $C_0 - C_e$  と  $C_{imag}^{\max}$  とは次式で関係づけられる。

$$C_{imag}^{\max} \approx (C_0 - C_e) \times 0.415, \quad (6.3.4)$$

これより、 $C_0 - C_e$  の値を決定する。

2. (6.2.3)式, (6.2.4)式より、次式が得られる。

$$\left(\frac{C_{imag}}{C_0 - C_e}\right) = \text{Im} \frac{\tanh\left(i^{\frac{1}{2}}|\alpha|\right)}{i^{\frac{1}{2}}|\alpha|}. \quad (6.3.5)$$

この式と1で求めた $C_0 - C_e$ および実験から得られる $C_{imag}$ より、各周波数 $f$ で $|\alpha|$ を決定する。

3.  $\sigma_{xx}$ は、(6.2.3)式から、 $|\alpha|$ と次式で関係付けられる。

$$\sigma_{xx} = \frac{2\pi f(C_0 - C_e)K}{|\alpha|^2}, \quad (6.3.6)$$

これより、周波数に依存した $\sigma_{xx}$ を求める。

4. 3で求めた周波数に依存する $\sigma_{xx}$ を用い、 $C_e$ をフィッティングパラメータとして、 $C_{real}$ の実験値と(6.2.4)式とを比較する。

このようにして求められた $C_{real}$ の理論値を、図6.6の実線に示す。図から、得られた $C_{real}$ は実験値と非常に良く一致しており、 $\sigma_{xx}$ が周波数依存性を持つとした仮定が正しいことを支持している。また、フィッティングで得られた $C_e$ の値は6.15pFであり、関係式、

$$C_e = d_e l_e \frac{\kappa_0 \epsilon_0}{W_D + W_{sp}}. \quad (6.3.7)$$

から、エッジステートの幅 $d_e$ は $5.6\mu\text{m}$ と見積もられる。ここで、(6.3.7)式の $l_e$ はエッジステートの全長を表している。

図6.10に、得られた $\sigma_{xx}$ の周波数 $f$ への依存性を黒丸で示す。実線で示すように、 $\sigma_{xx}$ は次式で非常に良く表されることがわかる。

$$\sigma(f) = \sigma_{dc} + Af^S \quad (S = 0.51). \quad (6.3.8)$$

(6.3.8)式の依存性は、多くのアモルファス半導体の電気伝導や不純物伝導を思い起こさせる。そこでは、AC成分( $Af^S$ )は、いわゆる”ペア近似”で良く説明されている。ペア近似では、電子はポテンシャル障壁で隔てられた2つのサイト(ペア)をトンネリングもしくはホッピングで遷移し、その電子の遷移が双極子を生じ電流を引き起こす。今回作製した試料では、2次元電子近傍に量子ドットが埋め込まれているため、量子ドットと同程度の密度のポテンシャルゆらぎが形成されていると考えられる。そのような高密度のポテンシャルゆらぎの谷の間で、電子の遷移が生じ、ペア近似で記述されるような電気伝導が生じたのではないかと考えられる。

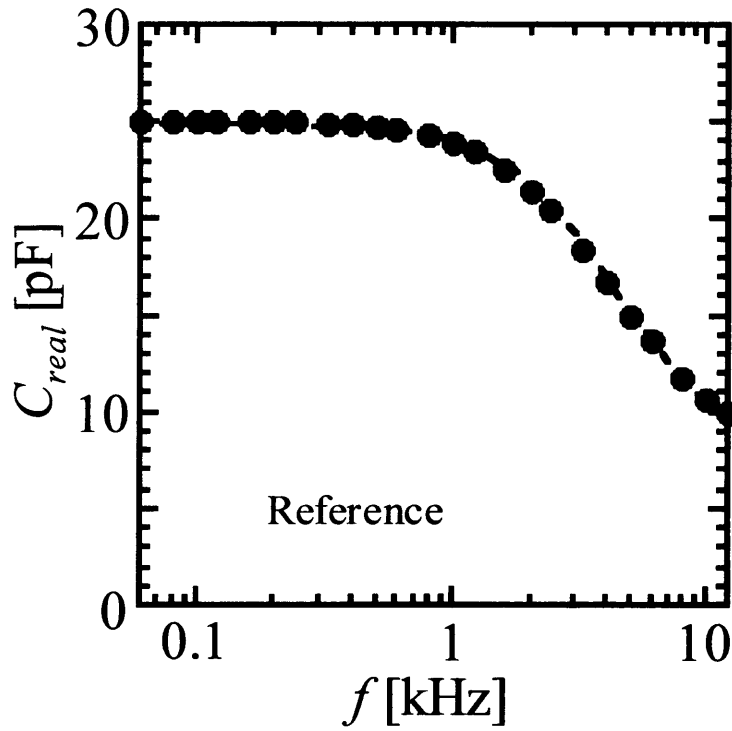


図6.8 リファレンスRにおけるキャパシタンス  $C_{real}$  の周波数依存性。

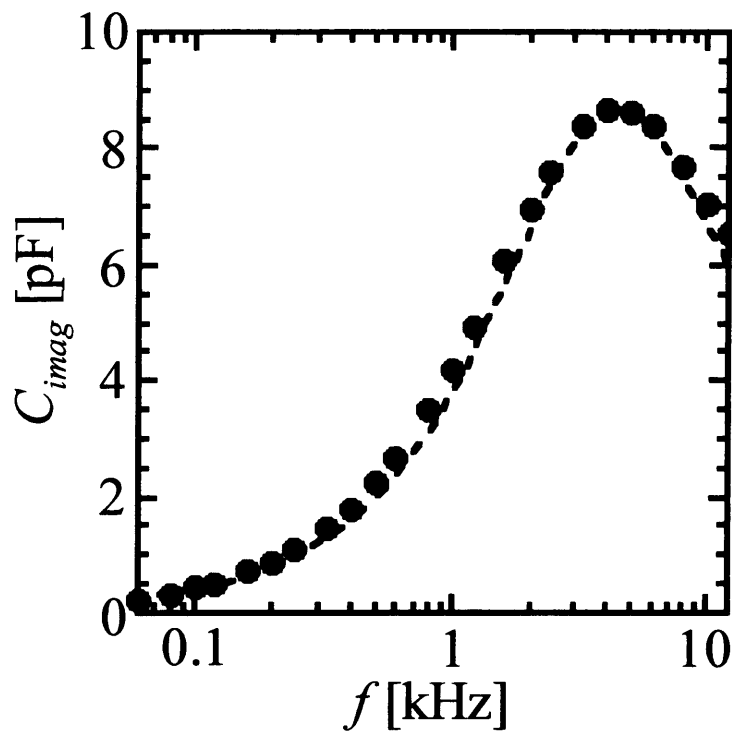


図6.9 リファレンスRにおけるキャパシタンス  $C_{imag}$  の周波数依存性。

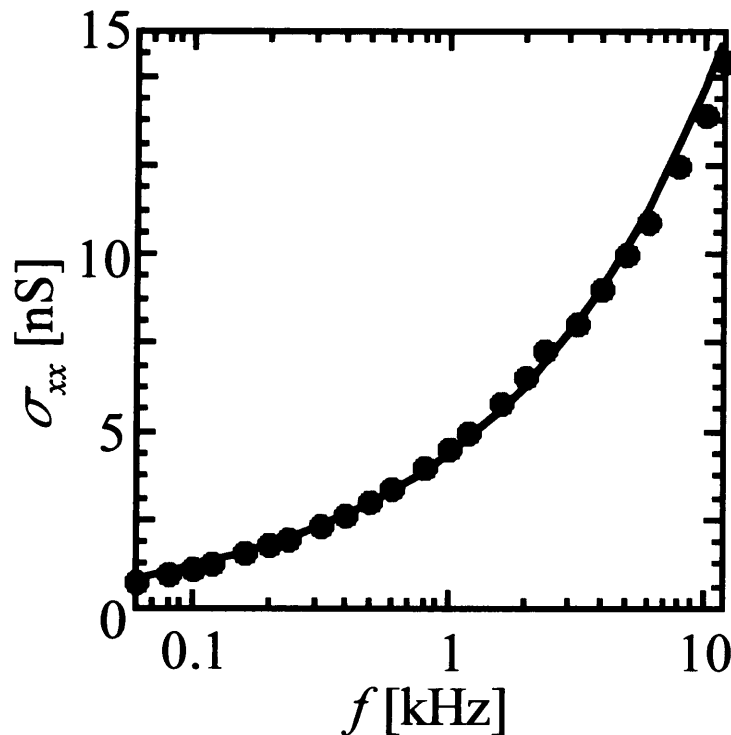


図6.10 電気伝導度 $\sigma_{xx}$ の周波数依存性。

#### 6.4 強磁場下のバルク領域の電気伝導度とその温度依存性

ペア近似では、サイト間の遷移過程に対し、さまざまなモデルが提案されている。その代表的な例として、Correlated Barrier Hopping (CBH) モデル[38-41]、Atomic Hopping モデル[42-45]、Electronic Tunneling モデル[45-47]、Small Polaron Tunneling モデル[48-50]、Overlapping Large Polaron Tunneling (OLPT) モデル[45, 51, 52]の5つが挙げられる。これらのモデルで記述される電気伝導度 $\sigma_{xx}$ の周波数 $f$ 依存性は、いずれも近似的に(6.3.8)式で与えられ、モデルの特徴は $\sigma_{xx}$ の温度依存性に反映される。ここでは、さまざまな温度で磁場キャパシタンスを測定し、6.3.3の方法により $\sigma_{xx}$ の周波数依存性を調べ、量子ホール状態における電気伝導のメカニズムを明らかにする。

磁場キャパシタンス測定を行った試料は、前節と同じく、試料 B1 (InGaAs ドットをヘテロ界面から 30nm の位置に埋め込んだ HEMT 試料, 4.3.1 参照)である。超伝導マグネットを用いて試料垂直方向に磁場を印加し、He<sup>3</sup>クライオスタットを用いて 0.31~0.405K まで試料温度を下げ、キャパシタンスブリッジを用いてゲート-チャンネル間の微分キャパシタンスの測定を行った。その結果、



$B=3.35\text{T}$ において、磁場キャパシタンスの極小値( $\nu=2$ )が観測されることがわかった。このキャパシタンスの極小値に関して、さまざまな温度でAC周波数 $f$ 依存性を測定し、6.3.3の方法により $\sigma_{xx}$ を求めた。図6.11に、得られた $\sigma_{xx}$ の $f$ 依存性を示す。ここで、黒丸、白丸、黒四角、白四角は、それぞれ、0.31K、0.34K、0.375K、0.405Kの測定結果を表している。

求められた $\sigma_{xx}$ は、以下のように、(6.3.8)式とフィッティングを行った。まず、 $\sigma_{xx}$ を数値的にAC周波数 $f$ で微分し、DC成分を取り除く。次に、 $\text{Log}(f)$ に対して $\text{Log}(d\sigma_{xx}/df)$ をプロットし、その傾きから $S$ を求める。その後、 $\sigma_{xx}$ の実験値と(6.3.8)式を、 $\sigma_{dc}$ および $A$ をパラメータとして比較する。図6.11の実線はフィッティングにより得られた $\sigma_{xx}$ の結果である。図から、実験データは、いずれの温度においても、(6.3.8)式によって非常に良く表されることがわかる。

図6.12の黒丸は、フィッティングで得られた電気伝導度のDC成分 $\sigma_{dc}$ を温度 $T$ の関数としてプロットした結果である。低温における量子ホール状態の電子の伝導過程は、バリアブルレンジホッピング(VRH)が支配的であると考えられている[53-55]。この時、電気伝導度は次式で与えられる。

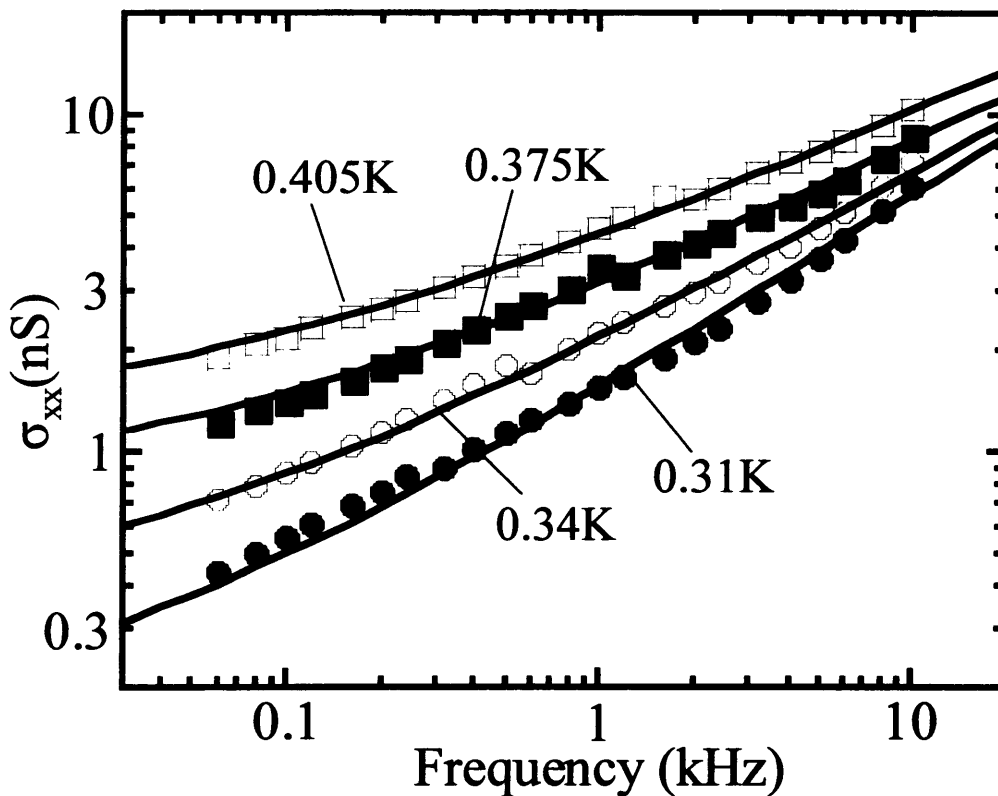


図6.11 電気伝導度 $\sigma_{xx}$ の周波数依存性。

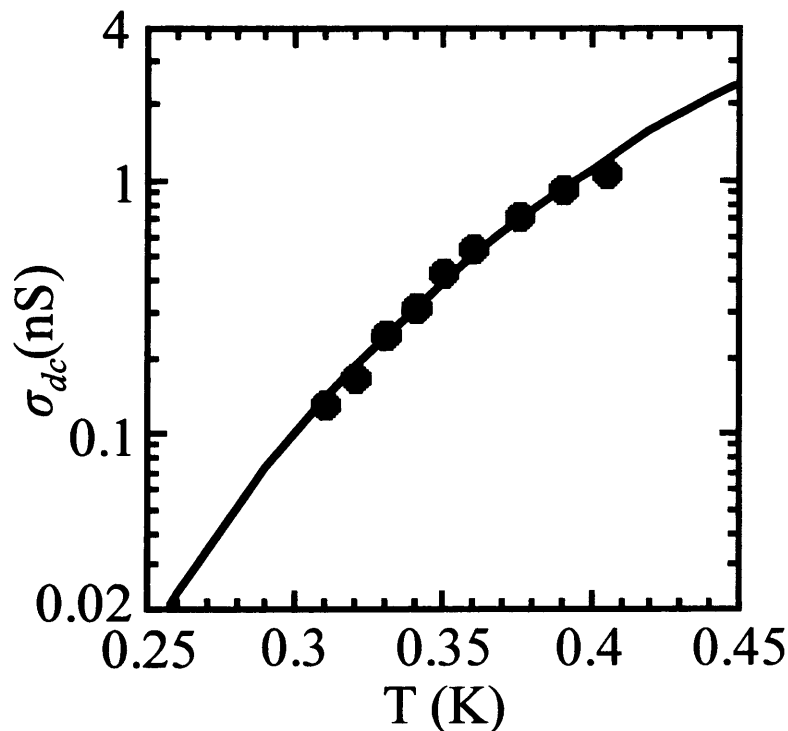


図6.12 電気伝導度の直流成分  $\sigma_{dc}$  の温度依存性。

$$\sigma_{VRH}(T) = \sigma_0 \exp\left[-\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/2}\right]. \quad (6.4.1)$$

ここで、 $T_0$  はホッピング伝導の特性温度である。図 6.12 の実線に示すように、 $T_0 \sim 94$  K の時、実験値が (6.4.1) 式と一致することがわかった。この値は、Ref. 34 で n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合において調べられた値 ( $T_0 \sim 11$  K) に比べて、非常に大きい。 $T_0$  の大きさはポテンシャル揺らぎの距離特性に依存する。今回作製した試料では、量子ドットがランダウ半径と同じオーダーの短距離力のポテンシャル揺らぎを形成し、それにより  $T_0$  の値が大きくなったのではないかと考えられる。

図 6.13 および図 6.14 の黒丸は、フィッティングで得られた電気伝導度の AC 成分  $Af^S$  の  $A$  と  $S$  を温度  $T$  の関数としてプロットした結果である。図 6.13 の実線に示すように、得られた  $A$  は、

$$A = \text{Const.} \times T^n \quad (n \sim 6.4), \quad (6.4.2)$$

で非常に良く表されることがわかる。この特徴は、多くのアモルファス半導体の電気伝導度の温度依存性で観測されており、 $n$  の値は多岐にわたっている。一方、 $S$  の値は、 $T$  が大きくなるにしたがって小さくなっており、図 6.14 の実線

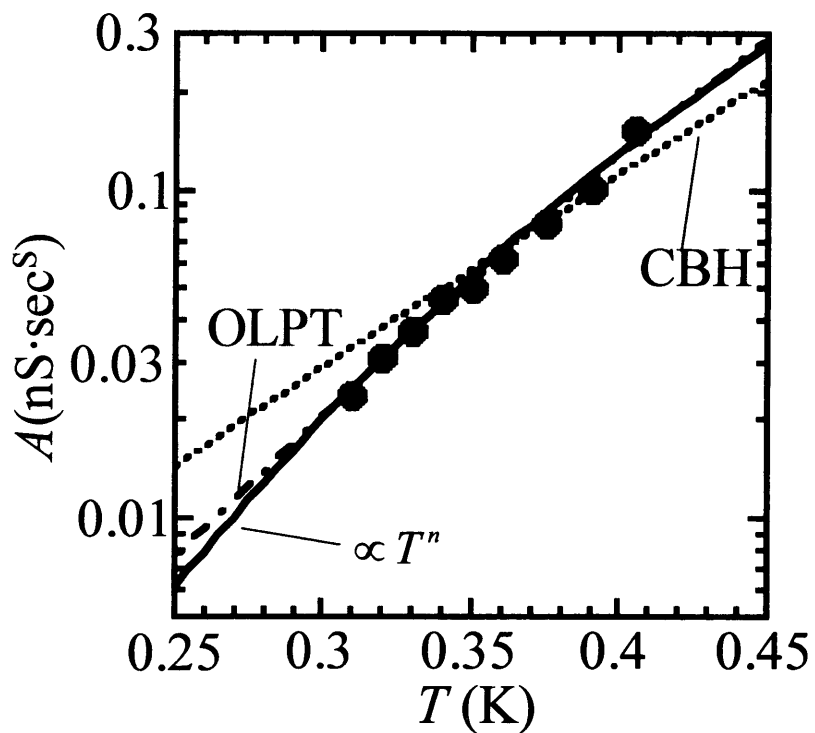


図6.13 係数 $A$ の温度依存性。

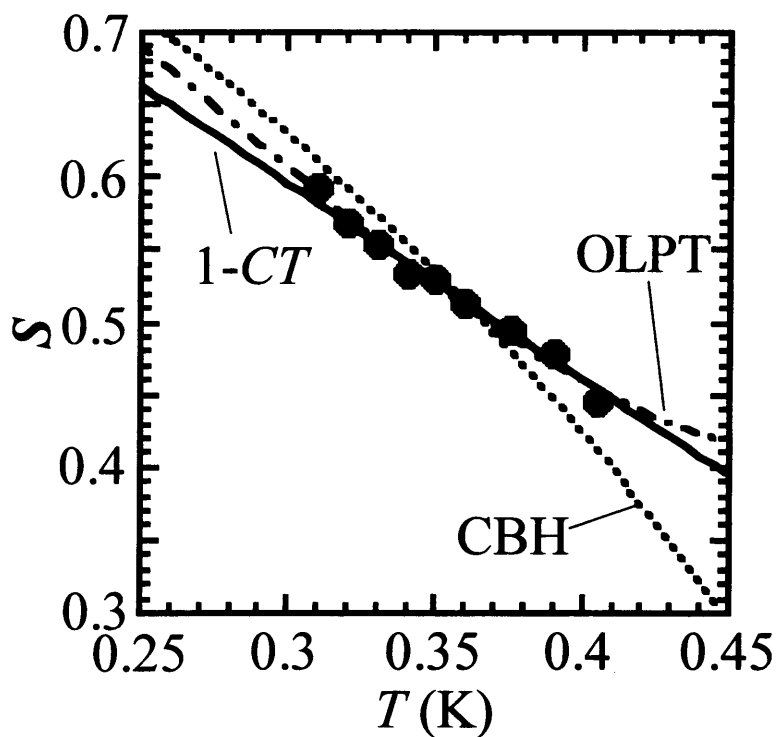


図6.14 指数 $S$ の温度依存性。

が示すように、

$$S = 1 - CT \quad (C \sim 1.35), \quad (6.4.3)$$

で良くフィット出来ることがわかる。

ペア近似のうち、 $S$ の値が近似的に(6.4.3)式で記述されるのは、CBHモデルとOLPTモデルの場合である。CBHモデルでは、定数 $C$ は無限に離れたサイト間の有効ホッピング障壁 $W_M$ の逆数に比例し、OLPTでは、

$$C = \frac{5R_\omega k_B}{W_{HO}r_0}, \quad (6.4.4)$$

となる。ここで、 $W_{HO}$ はホッピング障壁を決める定数を、 $r_0$ はポーラロンの半径を、 $R_\omega$ は周波数 $\omega$ のホッピング距離を、 $k_B$ はボルツマン定数をそれぞれ表している。両モデルを実験と比較した結果、図6.13と図6.14の点線(CBH)および一点鎖線(OLPT)に示すように、CBHモデルに対しては $W_M \sim 5.8k_B$ の時、OLPTモデルに対しては $W_{HO} \sim 6.0k_B$ の時、理論値が実験値と良く一致することがわかった。CBHモデルとOLPTモデルは、

$$k_B T \geq \frac{W_{HO}r_0}{2\alpha R_\omega}, \quad (6.4.5)$$

となる領域で異なった振る舞いを示す。ここで、 $\alpha^{-1}$ は局在電子の波動関数に対する空間的な減衰パラメータである。したがって、電子の遷移過程に対し、CBHモデルとOLPTモデルのどちらが適しているかを決定するためには、高い温度での測定およびその解析が必要となるが、これについては今後の課題とする。

## 6.5 6章のまとめ

本章で得られた結果を以下にまとめる。

(1) InGaAs ドットを HEMT 構造のヘテロ界面近傍に埋め込んだ試料を作製し、2次元電子とゲート間の微分キャパシタンスを磁場中で測定した。その結果、フェルミエネルギーがランダウ準位の間となるような磁場でキャパシタンスに極小値が現れ、その極小値の値は、周波数 $f$ が大きくなるほど小さくなることがわかった。このことより、今回作製した試料の磁場キャパシタンスは、抵抗板モデルで記述されることが示唆された。

(2) 実験で得られた磁場キャパシタンスの極小値と抵抗板モデルの理論式を比較した。その結果、量子ホール効果におけるバルク領域の電気伝導度 $\sigma_{xx}$ が周波数依存性を持つと仮定することにより、実験と理論が良く一致することがわかった。また、得られた電気伝導度の周波数依存性は、DC成分にべき乗の周波数依存性を加えた形

$$\sigma_{xx}(f) = \sigma_{dc} + Af^S \quad (S = 0.51),$$

で良く記述できることがわかった。

(3) 量子ホール効果におけるバルク領域の電気伝導度に対し温度依存性を調べた。その結果、電気伝導度の DC 成分  $\sigma_{dc}$  はバリアブルレンジホッピング過程の温度依存性、

$$\sigma_{VRH}(T) = \sigma_0 \exp\left[-\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/2}\right],$$

を示し、AC 成分における係数  $A$  および指数  $S$  は、それぞれ、

$$A = \text{Const.} \times T^n \quad (n \sim 6.4),$$

$$S = 1 - CT \quad (C \sim 1.35),$$

のように振舞うことがわかった。

## 参考文献

- [1] K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45** 494 (1980).
- [2] S. Kawaji and J. Wakabayashi, *Physics in High Magnetic Fields*, eds. S. Chikazumi and N. Miura, p.284 Springer, Berlin (1981).
- [3] T.Ando and Y.Uemure, *J. Phys. Soc. Japan* **36** (1974) 959.
- [4] T.Ando, *J. Phys. Soc. Japan* **36** (1974) 1521.
- [5] T.Ando, *J. Phys. Soc. Japan* **37** (1974) 622.
- [6] K. Kaplit and J. N. Zemel, *Phys. Rev. Lett.* **21** 212 (1968).
- [7] T. P. Smith, B. B. Goldberg, and P. J. Stiles, M. Heiblum, *Phys. Rev. B* **32** 2696 (1985).
- [8] V. Mosser, D. Weiss, K. von Klitzing, K. Ploog and G. Weimann, *Solid State Commun.* **58** 5 (1986).
- [9] T. P. Smith and B. B. Goldberg, M. Heiblum and P. J. Stiles, *Surf. Sci.* **170** 304 (1986).
- [10] L. P. Sadwick, K.L. Wang, *IEEE Trans. Electron Devices* **ED-33** 651 (1986).
- [11] S. I. Dorzhkin, J. H. Smet, K. von Klitzing, V. Umansky, R. J. Haug, and K. Ploog, *Phys. Rev B* **63** 121301 (2001).
- [12] A. M. Voshchenkov and J. N. Zemel, *Phys. Rev. B* **9** 4410 (1974).
- [13] B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **25** 2185 (1982).
- [14] R. K. Goodall, R. J. Higgins and J. P. Harrang, *Surf. Sci.* **142** 339 (1984).
- [15] R. K. Goodall, R. J. Higgins, and J. P. Harrang, *Phys. Rev. B* **65** 6597 (1985).
- [16] U. Wulf, V. Gudmundsson, and R. R. Gerhardts, *Phys. Rev. B* **38** 4218 (1988).
- [17] A. M. Chang, *Solid State Commun.* **74** 871 (1990).
- [18] I. A. Larkin and V. B. Shikin, *Phys. Lett. A* **151** 335 (1990).
- [19] C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **65** 216 (1990).
- [20] T. Ando, *Phys. Rev. B* **42** 5626 (1990).
- [21] D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii and L. I. Glazman *Phys. Rev. B* **46** 4024 (1992).
- [22] A. L. Efros, *Phys. Rev. B* **45** 11354 (1992).
- [23] S. Komiyama, H. Hirai, M. Ohsawa, and Y. Matsuda, S. Sasa and T. Fujii, *Phys. Rev. B* **45** 11085 (1992).
- [24] D. B. Chklovskii, K. A. Matveev and B. I. Shklovskii, *Phys. Rev. B* **47** 12605 (1993).
- [25] T. Suzuki and T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn.* **62** 2986 (1993).

- [26] C. Mendez and J. Simonin, Phys. Rev. B **49** 17199 (1994).
- [27] D. Schmerek, S. Manus, A. O. Govorov, W. Hansen, and J. P. Kotthaus, Phys. Rev. B **54** 13816 (1996).
- [28] I. A. Larkin and J. H. Davies, Phys. Rev. B **52** R5535 (1995).
- [29] T. Machida, H. Hirai, and S. Komiyama, T. Osada and Y. Shiraki, Phys. Rev. B **54** 14261 (1996).
- [30] O. G. Balev, N. Studart, Phys. Rev. B **64** 115309 (2001).
- [31] I. O. Baleva, N. Studart, O. G. Balev, Phys. Rev. B **65** 73305 (2002).
- [32] A. Wurtz, R. Wildfeuer, A. Lorke, E. V. Deviatov, and V. T. Dolgopolov, Phys. Rev. B **65** 75303 (2002).
- [33] S. Takaoka, K. Oto, H. Kurimoto, and K. Murase, Phys. Rev. Lett. **72** 3080 (1994).
- [34] K. Oto, S. Takaoka, H. Kurimoto, and K. Murase, Proc. of 11th Int. Conf. on High Magnetic Fields in Semicond. Phys. p.142 (World Scientific, Singapore, 1995).
- [35] S. Takaoka, K. Oto, S. Uno, K. Murase, F. Nihey, and K. Nakamura, Phys. Rev. Lett. **81** 4700 (1998).
- [36] K. Arai, T. Matsubayashi, K. Oto, S. Takaoka, K. Murase, Proc. 25th Int. Conf. Phys. Semicond. 957 (2000).
- [37] K. Oto, S. Takaoka, K. Murase, Physica B **298** 18 (2001).
- [38] G. E. Pike, Phys. Rev. B **6** 1572 (1972).
- [39] S. R. Elliot, Phil. Mag. **36** 1291 (1977).
- [40] S. R. Elliot, Ibid. B **37** 553 (1978).
- [41] S. R. Elliot, Adv. Phys. **36** 135 (1987).
- [42] M. Pollak and G. E. Pike, Phys. Rev. Lett. **28** 1449 (1972).
- [43] X. Le Cleac'h, J. Phys. Paris **40** 27 (1979).
- [44] X. Le Cleac'h, Ibid **40** 417 (1979).
- [45] A. R. Long, Adv. Phys. **31** 553 (1982).
- [46] M. Pollak and T.H. Geballe, Phys. Rev. **122** 1742 (1961).
- [47] H. Fritzsche, *Electronic and Structural Properties of Amorphous Semiconductors*, eds. eds. P. G. Le Comber and J. Mort, Academic Press, New York (1973).
- [48] D. Emin and T. Holstein, Ann. Phys., N.Y. **53** 439 (1969).
- [49] W. A. Phillips, Phil. Mag. B **34** 983 (1976).
- [50] J. Schnakenberg, Phys. Stat. Sol. **28** 623 (1968).
- [51] I.G. Austin and N. F. Mott, Adv. Phys., **18**, 41 (1969).

- [52] A. R. Long, N. Balkan, W. R. Hogg, and R. P. Ferrier, *Phil. Mag. B* 45 497 (1982).
- [53] D. G. Polyakov and B. I. Shklovskii, *Phys. Rev. Lett.* 70 3796 (1993).
- [54] A. L. Efros and B. I. Shklovskii, *J. Phys. C* 8 L49 (1975).
- [55] B. I. Shklovskii and A. L. Efros, *Electronic Properties of Doped Semiconductor*, Springer, Berlin (1984).



## 第7章 結言

### 7.1 本研究で得られた主要知見

本研究では、量子ドットを埋め込んだ AlGaAs/GaAs 変調ドープ電界効果トランジスタ(FET)に関して、ホール測定や磁気抵抗、磁場キャパシタンスなどの手法により、その電気伝導特性を詳細に調べ、量子ドットが2次元電子に与えるさまざまな効果を明らかにした。以下に、本研究で得られた結果をまとめる。

#### 7.1.1 量子ドットによる2次元電子の弾性散乱(理論)

量子ドットは、その近傍の2次元電子に対し、さまざまな散乱ポテンシャルを生ずる。母材に埋め込まれた量子ドットは、それらの伝導帯のバンドオフセットによりポテンシャルを形成する。また、荷電した量子ドットはクーロンポテンシャルを引き起こす。

第2章では、これらのポテンシャルをモデル化し、理論的側面から、2次元電子の弾性的な散乱を検討した。その結果、クーロンポテンシャルでは、高角度散乱に比べて低角度散乱が非常に大きいのに対し、バンドオフセットによるポテンシャルは、どの散乱角度にも同程度に寄与することが示された。また、高密度のドットが形成するバンドオフセットによるポテンシャルでは、低密度のそれと比べると、散乱への寄与の角度依存性が大きいことが明らかとなった。これらの振る舞いは、古典散乱時間と量子散乱時間の比 $\tau_c/\tau_q$ に強く反映され、散乱ポテンシャルを特定する上で、 $\tau_c/\tau_q$ の測定が非常に有効であることがわかった。

#### 7.1.2 アンチドットによる2次元電子の弾性散乱

Al組成の高いInAlAsドットをGaAs中に埋め込むと、ドットは電子を排除するアンチドットのように振舞う。このようなアンチドットでは、電子を捕獲しないため、伝導帯のバンドオフセットによるポテンシャルのみが2次元電子の弾性散乱を引き起こす。

第3章では、InAlAsアンチドットを埋め込んだn-AlGaAs/GaAsヘテロ接合チャンネルの移動度を計測し、実験と理論の比較から、バンドオフセットのポテンシャルが引き起こす弾性散乱の特性について検討した。その結果、Al組成が低く、比較的ドット密度の低い試料のホール移動度は、個々のドットに対して散乱ポテンシャルを考え、それらを足し合わせるにより説明出来ることがわかった。一方、Al組成が高く、ドットの密度の高い試料では、ドットを全体として扱う必要があり、そのホール移動度は界面凹凸散乱の理論で説明出来ることが明らかとなった。

### 7.1.3 荷電ドットによる2次元電子の弾性散乱

InGaAs ドットを GaAs 中に埋め込むと、ドットは電子を捕獲し荷電される。よって、InGaAs ドットに起因する散乱ポテンシャルは、(a)バンドオフセットによるポテンシャルと(b)占有電子からのクーロンポテンシャルの2つが考えられる。

第4章では、実験と理論の比較から、(a)および(b)のポテンシャルが引き起こす弾性散乱の特性について検討した。自己形成 InGaAs ドットを埋め込んだ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ構造の試料を作成し、ホール測定および SdH 振動の観測から、ホール移動度  $\mu_c$  と量子移動度  $\mu_q$  をドットに捕らえられた電子数  $N_{0D}$  の関数として調べた。その結果、 $N_{0D}$  が増えるにしたがって、 $\mu_c$  および  $\mu_c/\mu_q$  が増加することがわかった。また、この実験結果を説明するためには、引力的な(a)と斥力的な(b)のポテンシャルの打ち消し合いを考慮する必要があることが示された。

### 7.1.4 量子ドットによる2次元電子の局在効果への影響

量子ドットのような局在準位は、さまざまな過程により2次元電子の非弾性散乱を引き起こす。非弾性散乱は、局在効果と密接な関係があり、低温での2次元電子の電気伝導に大きな影響を与える。

第5章では、InGaAs ドットを埋め込んだ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合チャンネルの負の磁気抵抗を調べ、ドットが引き起こす非弾性散乱時間  $\tau_m$  を求めた。その結果、InGaAs ドットの埋め込まれた試料では、電子波同士の量子干渉を阻害する非弾性散乱の頻度  $1/\tau_m$  が増し、局在効果が弱められることが明らかとなった。また、占有電子数  $P_{oc}$  の関数として非弾性散乱時間  $\tau_m$  の計測を行った結果、 $P_{oc}$  が大きくなるにつれて  $1/\tau_m$  が増加することが示された。このことから、ドットに捕らえられた電子が2次元電子の非弾性散乱を促進することが判明した。

### 7.1.5 量子ホール状態の2次元電子に対する量子ドットの影響

2次元電子に強磁場を印加するとランダウ準位が形成される。この時、フェルミエネルギーがランダウ準位の間にある量子ホール状態では、2次元電子は局在し、バルク領域の電気伝導度  $\sigma_{xx}$  は非常に小さな値となる。

第6章では、量子ホール状態にある2次元電子が量子ドットによって与えられる影響を、磁場キャパシタンスの方法により検討した。InGaAs ドットを埋め込んだ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合チャンネルのキャパシタンスを磁場中で調べ、抵抗板モデルとの比較を行った。その結果、量子ドットは、ホッピングサイトとなるポテンシャルを形成し、バルク領域の電気伝導度  $\sigma_{xx}$  の AC 成分を増加させる効果があることが示された。

また、本研究では、磁場キャパシタンスから、バルク領域の電気伝導度 $\sigma_{xx}$ のAC成分を調べる方法を確立した。磁場キャパシタンスのロス成分を抵抗板モデルと比較することにより、 $\sigma_{xx}$ の周波数依存性が求められることを示した。

## 7.2 エレクトロニクスとの関連と結辞

本研究では、量子ドットが近傍に埋め込まれた2次元電子系を詳細に調べ、さまざまな電子物性を明らかにした。3章、4章では、電子の移動度を調べ、量子ドットによる弾性散乱過程の寄与を明らかにした。ここで得られた知見は、量子ドットを利用したメモリ素子やバンド間およびサブバンド間の遷移を用いた赤外検出器など次世代のナノ構造のデバイスの設計や動作解析において有用な知見を提供したものと考えられる。

また、5章では、負の磁気抵抗から量子ドットによる電子の非弾性散乱過程を調べ、電子の可干渉性が失われる仕組みの特徴を明らかにした。これらの知見は、量子情報処理デバイスなど、コヒーレントな量子状態を利用したデバイスの設計や動作限界の解明などに有用な情報を与える。また、6章では、磁場キャパシタンス測定から、ドットによる量子ホール効果への影響を調べた。ここで得られた情報は、量子ホール効果を用いた標準抵抗など各種素子への利用の際に有用な知見を提供するものと考えられる。

さらに、本研究で得られた成果は、量子ドットの新たなデバイス応用の可能性を生み出す上でも、有用な知見を与えることが期待される。たとえば、3章、4章では、電界効果トランジスタ(FET)に量子ドットを埋め込むことにより、チャンネルの移動度の電子密度依存性が大きく変化することを示した。この結果は、量子ドットを埋め込むことで、FETのゲート電圧 $V_g$ に対するドレイン電流 $I_{SD}$ の特性を幅広く設計制御できることを示唆している。

近年の技術発展にともなって、種々の高度な機能デバイスが考案されてきており、物性の理解の深化とその高度制御が必要とされてきている。たとえば、量子ドット内の電子のスピン状態を利用したデバイスの確立には、スピン散乱の知見が必要とされる。また、配列した量子ドットを使ったデバイスでは、周期性に伴う新物性や機能の実現と活用が期待されている。これらの現象の解明、制御法や素子応用の確立には、さらなる知見が必要であり、本論文での成果を基盤とした今後の研究における重要課題となろう。

## 付録

第5章と第6章では、量子ドットによる2次元電子の非弾性散乱および量子ホール効果への影響を実験的に調べた。付録では、その補足として、量子ドットと2次元電子が相互作用している系に対し、理論的な観点から、非弾性散乱およびランダウ準位について述べる。また、それに関連して、モデルハミルトニアンとグリーン関数について簡単に解説する。

### A.1 量子ドットを含む2次元電子系のモデルハミルトニアン

ハミルトニアンは、半導体の電子物性を量子力学的な観点から議論する上で基本となる量である。A.3およびA.4に示す非弾性散乱やランダウ準位の計算をはじめ、さまざまな物理量の理論的な評価にハミルトニアンは必要とされる。ここでは、2次元電子が量子ドットの電子とクーロン相互作用している系を考え、そのハミルトニアンを第二量子化の形式で示す。ハミルトニアンは、量子ドットに捕獲された電子のハミルトニアン、2次元電子のハミルトニアン、ドットの電子と2次元電子の相互作用ハミルトニアンの3つの項からなる。以下では、それぞれのハミルトニアンについて簡単に述べる。

#### A.1.1 量子ドットの電子のハミルトニアン

ランダムな位置  $R_D^m$  ( $m=1, 2, 3, \dots$ ) に分布した量子ドットを考え、それらがポテンシャル  $V_D^m$  を形成しているとする。全ドットに対するポテンシャルは、

$$V_D(r) = \sum_n V_D^m(r - R_D^m) \quad (\text{A.1.1})$$

で与えられる。この時、ドットに捕獲された電子のハミルトニアンは、第二量子化の形式を用いて、

$$H_{0D} = \int dr \Psi_{0D}^+(r) \left( -\frac{1}{2m^*} \nabla^2 + V_D(r) \right) \Psi_{0D}(r) + \frac{1}{2} \iint dr dr' \Psi_{0D}^+(r) \Psi_{0D}^+(r') \frac{e^2}{4\pi\kappa_0\epsilon_0|r-r'|} \Psi_{0D}(r') \Psi_{0D}(r), \quad (\text{A.1.2})$$

で与えられる。ここで、 $m^*$  は有効質量、 $e$  は素電荷、 $\epsilon_0$  は誘電率、 $\kappa_0$  は誘電定数をそれぞれ表しており、プランク定数を1とする単位系を用いている。また、(A.1.2)式の第一項はドットに捕らえられた電子のエネルギーを、第二項は電子間のクーロン相互作用をそれぞれ表している。 $\Psi_{0D}$  および  $\Psi_{0D}^+$  は場の演算子であり、次式で与えられる。

$$\Psi_{0D}(r) = \sum_k \phi_m(r) d_m, \quad (\text{A. 1. 3})$$

$$\Psi_{0D}^+(r) = \sum_k \phi_m(r)^* d_m^+, \quad (\text{A. 1. 4})$$

ここで、 $\phi_m$  は  $m$  で指定される準位の波動関数であり、 $d_m$ 、 $d_m^+$  は準位  $m$  の電子の生成消滅演算子である。(A. 1. 2) 式に、(A. 1. 3) 式および (A. 1. 4) 式を代入し、平均場近似を行うと、ハミルトニアンは、

$$H_{0D} = \sum_{m,m'} \int dr \phi_{m'}^*(r) H_{0D}(r) \phi_m(r) d_{m'}^+ d_m, \quad (\text{A. 1. 5})$$

$$H_{0D}(r) = -\frac{1}{2m} \nabla^2 + V_D(r) + \int dr' \frac{e^2}{4\pi\kappa_0\epsilon_0|r-r'|} \sum_{m'} |\phi_{m'}(r')|^2 n_{m'}, \quad (\text{A. 1. 6})$$

となる。ここで、 $n_m$  は状態  $m$  に存在する平均電子数であり、

$$n_m = \frac{\text{Tr}[e^{-(H_{0D}-\mu N_{0D})/T} d_m^+ d_m]}{\text{Tr}[e^{-\beta(H_{0D}-\mu N_{0D})/T}]} \equiv \langle d_m^+ d_m \rangle, \quad (\text{A. 1. 7})$$

で与えられる。(A. 1. 7) 式の  $\mu$  は化学ポテンシャルを、 $T$  は温度をそれぞれ表しており、ボルツマン定数を 1 とする単位系を用いている。 $N_{0D}$  は粒子数演算子で、

$$N_{0D} = \sum_m d_m^+ d_m, \quad (\text{A. 1. 8})$$

で定義される。

(A. 1. 3) 式、(A. 1. 4) 式の波動関数  $\phi_m$  は完全直交基底であれば任意に決めることが出来る。しかし、通常は、ハミルトニアンの非対角成分が小さくなるように決定する。ここでは、下記のシュレーディンガー方程式を満たす波動関数を選ぶ。

$$H_{0D}(r) \phi_m(r) = \epsilon_m \phi_m(r). \quad (\text{A. 1. 9})$$

(A. 1. 9) 式を (A. 1. 5) 式に代入すると、波動関数  $\phi_m$  の直交性から、ハミルトニアンは対角化される。

$$H_{0D} = \sum_m \epsilon_m d_m^+ d_m. \quad (\text{A. 1. 10})$$

## A. 1. 2 量子ドットに捕獲された電子のエネルギーと波動関数

A. 1. 1 で基底として選んだ波動関数  $\phi_m$  やその量子状態のエネルギー  $\epsilon_m$  は、(A. 1. 6) 式、(A. 1. 9) 式を解いて得られるものであり、個々のドットを独立に考えたシュレーディンガー方程式

$$\left( -\frac{1}{2m} \nabla^2 + V_D^m(r - R_D^m) \right) \tilde{\phi}_m(r) = \tilde{\epsilon}_m \tilde{\phi}_m(r), \quad (\text{A. 1. 11})$$

の解とは異なる。以下に 2 つの例を挙げてその特徴を説明する。

(i) ドットの閉じ込めポテンシャルが強い時

強い閉じ込めポテンシャルがある場合、電子の波動関数は、ドットの領域に閉じ込められ、その外側ではほとんど0となる。よって、他のドットが形成するポテンシャル $V_D^m$ は無視してよく、また、電子は点電荷と見なすことができる。この場合、(A. 1. 6)式、(A. 1. 9)式は次式で近似することができる。

$$\left( -\frac{1}{2m}\nabla^2 + V_D^m(r - R_D^m) + \sum_{m' \neq m} \frac{e^2}{4\pi\kappa_0\epsilon_0|r - R_D^{m'}|} n_{m'} \right) \phi_m(r) = \epsilon_m \phi_m(r), \quad (\text{A. 1. 12})$$

また、他のドットとの距離がドットサイズに比べて大きいとすれば、左辺第三項のクーロン相互作用は、

$$\sum_{m' \neq m} \frac{e^2}{4\pi\kappa_0\epsilon_0|r - R_D^{m'}|} n_{m'} \approx \sum_{m' \neq m} \frac{e^2}{4\pi\kappa_0\epsilon_0|R_D^m - R_D^{m'}|} n_{m'}, \quad (\text{A. 1. 13})$$

と近似できる。(A. 1. 11)式～(A. 1. 13)式より、次式が得られる。

$$\phi_m(r) = \tilde{\phi}_m(r), \quad (\text{A. 1. 14})$$

$$\epsilon_m = \tilde{\epsilon}_m + \sum_{m' \neq m} \frac{e^2}{4\pi\kappa_0\epsilon_0|R_D^m - R_D^{m'}|} n_{m'}. \quad (\text{A. 1. 15})$$

(A. 1. 15)式からわかるように、電子のエネルギーは、その分布によって大きく変化する。このような系のエネルギースペクトルは、Efrosらによって詳しく議論されており[1-4]、電子の状態密度 $D(\epsilon)$ は、次式で与えられることが示されている。

$$D(\epsilon) = \alpha' \frac{|\epsilon - E_f|}{e^4} (\kappa_0\epsilon_0)^2. \quad (\text{A. 1. 16})$$

ここで、 $E_f$ はフェルミエネルギーを表している。(A. 1. 16)式より、状態密度はフェルミエネルギーで0となっており、エネルギースペクトルにギャップ(クーロンギャップ)が生じていることがわかる[1-10]。

(ii) ドットの閉じ込めポテンシャルが弱い時

ポテンシャルの閉じ込めが弱い場合、電子の波動関数は空間的に広がり、クーロン相互作用の効果は小さくなる。したがって、(A. 1. 6)式の右辺第三項は近似的に無視できる。簡単のため、2つのドット $m$ および $m'$ のみが存在している場合を考えると、(A. 1. 6)式、(A. 1. 9)式は、

$$\left( -\frac{1}{2m}\nabla^2 + V_D^m(r - R_D^m) + V_D^{m'}(r - R_D^{m'}) \right) \phi_m(r) = \epsilon_m \phi_m(r) \quad (m \leftrightarrow m'), \quad (\text{A. 1. 17})$$

となる。(A. 1. 17)式の解が、(A. 1. 11)式の解の線形結合、すなわち、

$$\phi_m(r) = a\tilde{\phi}_m(r) + b\tilde{\phi}_{m'}(r), \quad (\text{A. 1. 18})$$

で与えられると近似すると、固有値方程式は、

$$\begin{vmatrix} \varepsilon - \tilde{\varepsilon}_m - A_m & \Delta_m \\ \Delta_{m'} & \varepsilon - \tilde{\varepsilon}_{m'} - A_{m'} \end{vmatrix} = 0, \quad (\text{A. 1. 19})$$

$$A_m = \int dr \phi_m(r) V_D^{m'}(r - R_D^{m'}) \phi_m(r) \quad (m \leftrightarrow m'), \quad (\text{A. 1. 20})$$

$$\Delta_m = \int dr \phi_{m'}(r) V_D^{m'}(r - R_D^{m'}) \phi_m(r) \quad (m \leftrightarrow m'), \quad (\text{A. 1. 21})$$

となる。この時、エネルギー固有値および波動関数は、

$$\varepsilon_m = \tilde{\varepsilon}_m + A_m + \frac{\Delta_m \Delta_{m'}}{\tilde{\varepsilon}_m + A_m - \tilde{\varepsilon}_{m'} - A_{m'}} \quad (m \leftrightarrow m'), \quad (\text{A. 1. 22})$$

$$\phi_m(r) = \tilde{\phi}_m(r) - \frac{\Delta_{m'}}{\tilde{\varepsilon}_m + A_m - \tilde{\varepsilon}_{m'} - A_{m'}} \tilde{\phi}_{m'}(r) \quad (m \leftrightarrow m'), \quad (\text{A. 1. 23})$$

で与えられる。ここで、 $\tilde{\varepsilon}_m + A_m \geq \tilde{\varepsilon}_{m'} + A_{m'}$ 、 $|\Delta_m \Delta_{m'}| \ll |\tilde{\varepsilon}_m + A_m - \tilde{\varepsilon}_{m'} - A_{m'}|$ を仮定した。

(A. 1. 22)式より、2つのエネルギー固有値の差 $\delta$ は、

$$\delta = \tilde{\varepsilon}_m + A_m - \tilde{\varepsilon}_{m'} - A_{m'} + \frac{2\Delta_m \Delta_{m'}}{\tilde{\varepsilon}_m + A_m - \tilde{\varepsilon}_{m'} - A_{m'}} \geq 2\sqrt{2\Delta_m \Delta_{m'}}, \quad (\text{A. 1. 24})$$

で与えられる。一方、波動関数 $\tilde{\phi}_m$ はドットの外側で指数関数的に減少することから、(A. 1. 21)式の行列要素 $\Delta_m$ は2つのドット間の距離 $R$ に対して指数関数的に減少すると考えられる。したがって、(A. 1. 24)式は、

$$\delta \geq W \exp(-\alpha' R), \quad (\text{A. 1. 25})$$

となり、ドット間の距離が捕獲された電子のエネルギーを決める上で重要な役割を果たしていることがわかる[11-14]。

### A. 1. 3 二次元電子のハミルトニアン

(i) 自由電子の場合

二次元電子のハミルトニアンは、第二量子化の形式では、

$$H_{2D} = \int dr \Psi_{2D}^+(r) \left( -\frac{1}{2m} \nabla^2 \right) \Psi_{2D}(r), \quad (\text{A. 1. 26})$$

で与えられる。 $\Psi_{2D}$  および  $\Psi_{2D}^+$  は二次元電子に対する場の演算子であり、試料面積を1とすると、次式で与えられる。

$$\Psi_{2D}(r) = \sum_k e^{ik \cdot r} c_k, \quad (\text{A. 1. 27})$$

$$\Psi_{2D}^+(r) = \sum_k e^{-ik \cdot r} c_k^+, \quad (\text{A. 1. 28})$$

ここで、 $c_k$ 、 $c_k^+$ は二次元電子の生成消滅演算子である。(A. 1. 26)式～(A. 1. 28)式より、次式が得られる。

$$H_{2D} = \sum_k \frac{k^2}{2m} c_k^+ c_k \equiv \sum_k \varepsilon_k c_k^+ c_k. \quad (\text{A. 1. 29})$$

二次元電子が不純物の不規則ポテンシャルにより弾性散乱を受けているとす

ると、それらの相互作用エネルギーは、次式で与えられる。

$$H_{I-2D} = \int dr \Psi_{2D}^+(r) V_I(r) \Psi_{2D}(r), \quad (\text{A. 1. 30})$$

ここで、 $V_I$  は不純物が形成するポテンシャルである。ランダムな位置  $R_I^n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) に分布する不純物が短距離力のポテンシャルを形成している時、すなわち、 $V_I$  が

$$V_I(r) = \sum_n u \delta(r - R_I^n), \quad (\text{A. 1. 31})$$

と近似的に与えられる時、(A. 1. 30) 式の  $H_{I-2D}$  は、

$$H_{I-2D} = u \sum_{k,q} \rho_I(q) c_{k+q}^+ c_k, \quad (\text{A. 1. 32})$$

$$\rho_I(q) \equiv \sum_n \exp(-iq \cdot R_I^n), \quad (\text{A. 1. 33})$$

となる。

## (ii) 磁場中の場合

磁場中の2次元電子のハミルトニアンは、第二量子化の形式を用いて、

$$H_L = \int dr \Psi_L^+(r) \left( -\frac{1}{2m} \nabla^2 + eA(r) \right) \Psi_L(r), \quad (\text{A. 1. 34})$$

で与えられる。ここで、 $A$  はベクトルポテンシャルを表している。また、 $\Psi_L$  および  $\Psi_L^+$  は電子に対する場の演算子であり、 $\varphi_{NX}$  をランダウ準位の波動関数、

$$\varphi_{NX}(r) = e^{-ixy/l^2} \frac{1}{\sqrt{2^N N! \sqrt{\pi} l}} H_N \left( \frac{x-X}{l} \right) \exp \left[ -\frac{1}{2l^2} (x-X)^2 \right], \quad (\text{A. 1. 35})$$

とすると、次式で与えられる。

$$\Psi_L(r) = \sum_{NX} \varphi_{NX}(r) c_{NX}, \quad (\text{A. 1. 36})$$

$$\Psi_L^+(r) = \sum_{NX} \varphi_{NX}(r)^* c_{NX}^+, \quad (\text{A. 1. 37})$$

ここで、 $l$  はサイクロトロン半径、 $H_N$  はエルミート多項式、 $c_{NX}$  および  $c_{NX}^+$  はランダウ準位の電子の生成消滅演算子を表している。(A. 1. 34) 式～(A. 1. 37) 式より、次式が得られる。

$$H_L = \sum_{N,X} \omega_c \left( N + \frac{1}{2} \right) c_{NX}^+ c_{NX} \equiv \sum_k \varepsilon_N c_{NX}^+ c_{NX}. \quad (\text{A. 1. 38})$$

ここで、 $\omega_c$  はサイクロトロン振動数であり、磁束密度を  $B$  とすると、

$$\omega_c = \frac{eB}{m}, \quad (\text{A. 1. 39})$$

で与えられる。

2次元電子が不純物の不規則ポテンシャルにより弾性散乱を受けているとすると、それらの相互作用エネルギーは、次式で与えられる。



$$H_{I-L} = \int dr \Psi_L^\dagger(r) V_I(r) \Psi_L(r) \quad (\text{A. 1. 40})$$

$V_I$  が (A. 1. 31) 式で近似できる場合には、 $H_{I-L}$  は、

$$H_{I-L} = u \sum_{NX, N'X'} \rho_{NXN'X'}^I c_{NX}^\dagger c_{N'X'}, \quad (\text{A. 1. 41})$$

$$\rho_{NXN'X'}^I \equiv \sum_n \varphi_{NX}(R_n^I) \varphi_{N'X'}(R_n^I), \quad (\text{A. 1. 42})$$

となる。

#### A. 1. 4 ドットの電子と2次元電子の相互作用ハミルトニアン

##### (i) 自由電子の場合

ドットの電子と2次元電子のクーロン相互作用として、前者が後者により異なる波数状態に散乱され、ドットの電子は異なる位置のドットに移るプロセスを考える (図 A. 1)。相互作用ハミルトニアンは、第二量子化の形式を用いて、次式で与えられる。

$$H_{0D-2D} = \iint dr dr' \Psi_{2D}^\dagger(r) \Psi_{0D}^\dagger(r') \frac{e^2}{4\pi\kappa_0\epsilon_0|r-r'|} \Psi_{0D}(r') \Psi_{2D}(r), \quad (\text{A. 1. 43})$$

(A. 1. 43) 式に (A. 1. 3) 式, (A. 1. 4) 式, (A. 1. 27) 式, (A. 1. 28) 式を代入すると、次式が得られる。

$$H_{0D-2D} = \sum_{kqmm'} V_q^{mm'} c_{k+q}^\dagger d_m^\dagger d_m c_k, \quad (\text{A. 1. 44})$$

ここで、 $V_q^{mm'}$  は、ドットに捕らえられた電子と2次元電子のクーロン散乱行列要素であり、

$$V_q^{mm'} = \iint dr dr' e^{iq \cdot r} \phi_m(r')^* \phi_m(r) V(r-r') \quad (\text{A. 1. 45})$$

$$V(r-r') \equiv \frac{e^2}{4\pi\kappa_0\epsilon_0|r-r'|},$$

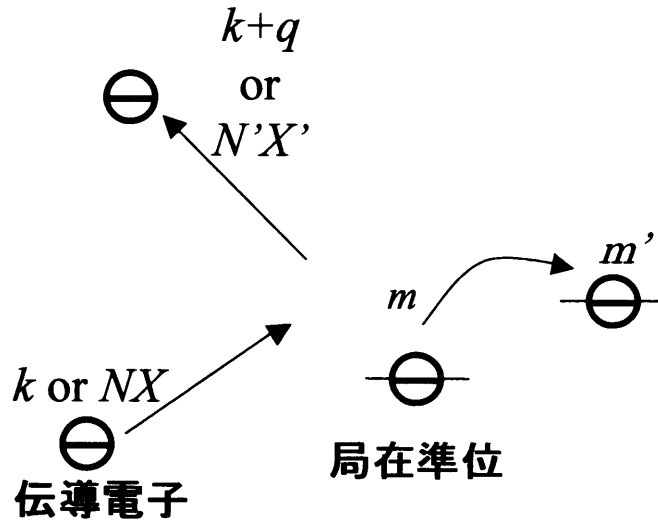
で定義される。

##### (ii) 磁場中の場合

ランダウ準位の電子とドットの電子のクーロン相互作用として、前者が後者により異なるランダウ準位に散乱され、ドットの電子は異なるドットの準位に移るプロセスを考慮する (図 A. 1)。相互作用ハミルトニアンは、交換項を無視すると、次式で与えられる。

$$H_{0D-L} = \iint dr dr' \Psi_L^\dagger(r) \Psi_{0D}^\dagger(r') \frac{e^2}{4\pi\kappa_0\epsilon_0|r-r'|} \Psi_{0D}(r') \Psi_L(r). \quad (\text{A. 1. 46})$$

(A. 1. 3) 式, (A. 1. 4) 式, (A. 1. 36) 式, (A. 1. 37) 式を (A. 1. 46) 式に代入し、 $\varphi_{NX}(r)^* \varphi_{NX}(r)$  のフーリエ変換およびその逆変換、



図A.1 伝導電子と局在電子のクーロン散乱過程の模式図

$$\rho_{NXN'X'}(q) = \int dr \varphi_{NX}(r)^* e^{iqr} \varphi_{N'X'}(r), \quad (\text{A. 1. 47})$$

$$\varphi_{NX}(r)^* \varphi_{N'X'}(r) = \sum_q e^{-iqr} \rho_{NXN'X'}(q), \quad (\text{A. 1. 48})$$

を利用すると、次式が得られる。

$$H_{0D-L} = \sum_{NXN'X'mm'q} \rho_{NXN'X'}(-q) V_q^{mm'} c_{NX}^+ d_m^+ d_m c_{N'X'}. \quad (\text{A. 1. 49})$$

ここで、 $V_q^{mm'}$  は (A. 1. 45) に示した散乱行列要素である。

## A. 2 グリーン関数の一般論

HEMT 構造の選択ドープ n-AlGaAs/GaAs ヘテロ接合では、面密度が  $10^{11} \text{cm}^{-2}$  のオーダーの 2 次元電子がヘテロ界面に形成されている。また、自己形成量子ドットは、通常、 $10^{10} \sim 10^{11} \text{cm}^{-2}$  の面密度で形成され、それと同程度の数の電子がドットに捕獲されている。この膨大な数の電子間にはクーロン相互作用が働いており、各電子は他の電子のから影響を受け、それと同時に他の電子に影響を及ぼしている。そのため、各電子の運動を知るためには、電子全体の運動を考えねばならなくなる。このような多粒子系を扱う方法の一つとして、グリーン関数法があげられる [15, 16]。グリーン関数法は、①さまざまな物理量がグリーン関数と簡潔に関連付けられていること、②計算に含まれる過程がファインマンダイアグラムを用いて直感的に理解できること、③高次の近似を計算する手法が確立されていることなどの利点があり、多体効果の計算に広く用いられている。

ここでは、A. 3 と A. 4 の計算で必要となる温度グリーン関数[16]について、簡単に解説する。温度グリーン関数は、量子ドット中の電子と 2 次元電子のそれぞれに対して与えられ、電子の生成消滅演算子を  $a^+ (= d_m^+, c_k^+, c_{NX}^+)$  および  $a (= d_m, c_k, c_{NX})$  とすると、

$$G(\tau) = -\langle T_\tau a(\tau) a^+ \rangle, \quad (\text{A. 2. 1})$$

で定義される。(A. 2. 1) 式の括弧は熱平均を表しており、ある演算子を  $O$  とすると、その熱平均は次式で与えられる。

$$\langle O \rangle = \frac{\text{Tr}[e^{-(H_{\text{Total}} - \mu N)/T} O]}{\text{Tr}[e^{-\beta(H_{\text{Total}} - \mu N)/T}]}, \quad (\text{A. 2. 2})$$

ここで、 $H_{\text{Total}}$  は全ハミルトニアン、 $N$  は電子数演算子であり、ドットと 2 次元電子が共存する系では、

$$H_{\text{Total}} = H_{2D} + H_{0D} + H_{I-2D} + H_{0D-2D}, \quad (\text{A. 2. 3})$$

$$N = \sum_k c_k^+ c_k + \sum_m d_m^+ d_m \equiv N_{2D} + N_{0D}, \quad (\text{A. 2. 4})$$

で与えられ、磁場中の場合には、

$$H_{\text{Total}} = H_L + H_{0D} + H_{I-L} + H_{0D-L}, \quad (\text{A. 2. 5})$$

$$N = \sum_{NX} c_{NX}^+ c_{NX} + \sum_m d_m^+ d_m \equiv N_L + N_{0D}, \quad (\text{A. 2. 6})$$

となる。(A. 2. 1) 式の  $a(\tau)$  は、複素平面に拡張した時間  $\tau$  に対する演算子  $a$  のハイゼンベルグ表示であり、

$$a(\tau) = e^{\tau(H_{\text{Total}} - \mu N)} a e^{-\tau(H_{\text{Total}} - \mu N)}, \quad (\text{A. 2. 7})$$

で与えられる。また、 $T_\tau$  はハイゼンベルグ表示の演算子を  $\tau$  の大きい順に並び替える役割をする。このとき、フェルミ粒子の場合には、1 回の並べ替えに対して、 $-1$  の因子が掛けられる。

(A. 2. 1) 式で定義される温度グリーン関数は、摂動展開することにより評価される。 $V$  を摂動とすると、(A. 2. 1) 式は次のように展開される。

$$G(\tau) = -\sum_n (-1)^n \int_0^{1/T} d\tau_1 \int_0^{1/T} d\tau_2 \cdots \int_0^{1/T} d\tau_n \langle T_\tau a(\tau) V(\tau_1) V(\tau_2) \cdots V(\tau_n) a^+ \rangle_{\substack{\text{different} \\ \text{connected}}}, \quad (\text{A. 2. 8})$$

ここで、 $\langle \rangle_0$  は摂動が無い場合の熱平均を表している。摂動としては、ハミルトニアンが (A. 2. 3) 式で与えられる場合には  $V = H_{I-2D} + H_{0D-2D}$  を、(A. 2. 5) 式の場合には  $V = H_{I-L} + H_{0D-L}$  を用いる。(A. 2. 8) 式は、Wick の定理[16]を用いると、非摂動のグリーン関数、

$$G^{(0)}(\tau) = -\langle T_\tau a(\tau) a^+ \rangle, \quad (\text{A. 2. 9})$$

で表すことができる。この時、得られる各項は、ファインマンによって導入されたダイアグラムと 1 対 1 に対応する。(A. 2. 8) 式の括弧の右下に示している *different* と *connected* は、対応するファインマンダイアグラムが幾何学的に異

なる結合した項のみを足し合わせることを意味している。

温度グリーン関数は、一般に、ダイソン方程式

$$G(\tau) = G^{(0)}(\tau) + \int_0^{1/T} d\tau_1 \int_0^{1/T} d\tau_2 G^{(0)}(\tau - \tau_1) \Sigma(\tau_1 - \tau_2) G(\tau_2), \quad (\text{A. 2. 10})$$

を満たすことが示される[16]。ここで、 $\Sigma$ は自己エネルギーであり、(A. 2. 8)式を用いた摂動展開やファインマンダイアグラムを構築することにより求めることができる。

温度グリーン関数のフーリエ変換とその逆変換は、次式で与えられる。

$$G(ip_n) = \int_0^{1/T} d\tau G(\tau) e^{i\tau p_n}, \quad (\text{A. 2. 11})$$

$$G(\tau) = T \sum_n G(ip_n) e^{-i\tau p_n}, \quad (\text{A. 2. 12})$$

ここで、 $p_n$ はMatsubara振動数であり、

$$p_n = (2n+1)\pi T \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots), \quad (\text{A. 2. 13})$$

で定義される。(A. 2. 10)式をフーリエ変換すると、ダイソン方程式、

$$G(ip_n) = G^{(0)}(ip_n) + G^{(0)}(ip_n) \Sigma(ip_n) G(ip_n), \quad (\text{A. 2. 14})$$

または、

$$G(ip_n) = \frac{1}{G^{(0)-1} - \Sigma(ip_n)}. \quad (\text{A. 2. 15})$$

が得られる。

A. 3, A. 4では、量子ドットの電子のグリーン関数を $G_m$ で、2次元電子のグリーン関数を $G_k$ で、ランダウ準位のそれを $G_{NX}$ で指し示すこととする。

$$G_m(\tau) = -\langle T_\tau d_m(\tau) d_m^\dagger \rangle, \quad (\text{A. 2. 16})$$

$$G_k(\tau) = -\langle T_\tau c_k(\tau) c_k^\dagger \rangle, \quad (\text{A. 2. 17})$$

$$G_{NX}(\tau) = -\langle T_\tau c_{NX}(\tau) C_{NX}^\dagger \rangle. \quad (\text{A. 2. 18})$$

### A. 3 ドットの電子と2次元電子の非弾性クーロン散乱

アンダーソンのスケーリング理論によれば、不規則ポテンシャル中の2次元電子は絶対零度において常に局在し、そのコンダクタンスは、系のサイズ $L$ が大きくなるにつれて次式のように0に近づく。

$$g \approx g_0 - A \log\left(\frac{L}{L_0}\right). \quad (\text{A. 3. 1})$$

ここで、 $A$ は1のオーダーの正の定数であり、 $g_0$ はサイズ $L_0$ でのコンダクタンスの値である。

有限温度では、電子は他の電子や格子振動との相互作用により非弾性散乱を

受ける。この時、電子は非弾性散乱が起きない領域(=  $L_e$ ) 内でのみ位相の記憶が保たれ、 $L_e$  の距離を伝播すると電子はあらたな量子力学的な運動を始める。したがって、系は長さ  $L_e$  の独立なブロックの集まりと考えるべく、コンダクタンスは、(A. 3. 1) 式の  $L$  を  $L_e$  に置き換えることによって得られる。特に、低温では  $L_e$  が非常に長くなり、非弾性散乱がコンダクタンスを決定する上で重要な役割を果たすようになる。

ここでは、量子ドットによる 2 次元電子の非弾性散乱について理論的に調べる。量子ドットのような局在サイトが引き起こす非弾性散乱過程としては、局在スピンによる電子散乱[17, 18]や 2 準位状態による電子位相緩和[19-21]、局在サイトの電子による 2 次元電子の非弾性クーロン散乱[22]などが考えられる。ここでは、特に、最後の過程による非弾性散乱について検討をおこなう。

局在サイトの電子と伝導電子の非弾性クーロン散乱に対する緩和時間  $\tau_e$  は、1990 年に Imry によって最初に求められた[22]。Imry は、局在サイトのエネルギー差  $\delta$  と距離  $R$  が、Mott により提唱された関係式((A. 1. 25)式参照)[13-16]、

$$R \cong \frac{1}{\alpha} \log\left(\frac{\Delta}{\delta}\right), \quad (\text{A. 3. 2})$$

を満たす場合を考え、フェルミの黄金則から次式を示した。

$$\frac{1}{\tau_e} \propto T^2 (\log \Delta / T)^{d+1}, \quad (\text{A. 3. 3})$$

ここで、 $\alpha$  は局在サイトの電子の空間的な広がりに対する減衰係数、 $d$  は系の次元、 $\Delta$  は局在サイト間のトンネルエネルギーをそれぞれ表している。

本節では、局在サイトの電子とクーロン相互作用している伝導電子を考え、グリーン関数法を用いた系統的な手法より、非弾性散乱時間  $\tau_e$  の表式を導き出す。また、 $\delta$  と  $R$  が (A. 3. 2) 式で関係付けられる場合について  $\tau_e$  を求め、Imry によって導かれた (A. 3. 3) 式との比較を行う。

### A. 3. 1 Drude の散乱理論とその量子補正の一般論

ここでは、2 次元電子が不純物散乱のみを受けいている系を例にとり、古典的な散乱現象とその量子補正項について簡単に述べる。

線形応答の理論によれば、2 次元電子の電気伝導度は、

$$\sigma_{2D}(\omega) = -\frac{1}{\omega} \text{Im} \pi^{\text{ret}}(\omega), \quad (\text{A. 3. 4})$$

で与えられる。ここで、 $\pi^{\text{ret}}$  は、次の Matsubara 関数に対して解析接続  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$  を行うことにより得られる遅延関数である。

$$\pi(i\omega_n) = -\frac{e^2}{2m^2} \int_0^{1/T} d\tau e^{i\omega_n \tau} \sum_{k,k'} k \cdot k' \langle T_\tau c_k^+(\tau) c_k(\tau) c_{k'}^+ c_{k'} \rangle, \quad (\text{A. 3. 5})$$

(A. 3. 5) 式の  $\omega_n$  は Matsubara 振動数であり、

$$\omega_n = 2n\pi T \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots), \quad (\text{A. 3. 6})$$

で与えられる。

以下では、ハミルトニアンが、(A. 1. 29) 式と (A. 1. 32) 式の和、

$$H = H_{2D} + H_{I-2D}, \quad (\text{A. 3. 7})$$

で与えられるような不純物と相互作用している 2 次元電子系を考え、古典的な散乱理論 (Drude の公式) およびその量子補正項が (A. 3. 4) 式からどのように導かれるかを説明する。

(i) 古典的な散乱 (Drude の公式)

(A. 3. 5) 式において、

$$\langle T_\tau c_k^\dagger(\tau) c_k(\tau) c_{k'}^\dagger c_{k'} \rangle \approx \langle T_\tau c_k^\dagger(\tau) c_k \rangle \langle T_\tau c_{k'}(\tau) c_{k'}^\dagger \rangle = -\delta_{k,k'} \langle T_\tau c_k(\tau) c_k^\dagger \rangle \langle T_\tau c_k c_k^\dagger(\tau) \rangle, \quad (\text{A. 3. 8})$$

と近似すると、(A. 2. 17) 式より、

$$\begin{aligned} \pi(i\omega_n) &= \frac{e^2}{2m^2} \int_0^{1/T} d\tau e^{i\omega_n \tau} \sum_k k^2 G_k(\tau) G_k(-\tau) \\ &= T \frac{e^2}{2m^2} \sum_k k^2 \sum_{ip_n} G_k(ip_n) G_k(ip_n + i\omega_n), \end{aligned} \quad (\text{A. 3. 9})$$

が得られる。(A. 3. 9) 式に対応するファインマンダイアグラムを図 A. 2(a) に示す。ここで、実線は 2 次元電子のグリーン関数  $G_k$  を表している。(8. 24) 式で  $ip_n$  の和を実行した後、解析接続  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$  を行い、得られた  $\pi^{ret}$  を (A. 3. 4) 式に代入して、 $\omega \rightarrow 0$  および  $T \rightarrow 0$  の極限をとると、絶対零度での DC 電気伝導度が求められる。

$$\sigma_{dc} = \frac{e^2}{4\pi m^2} \sum_k k^2 G_k^{ret}(0) G_k^{adv}(0), \quad (\text{A. 3. 10})$$

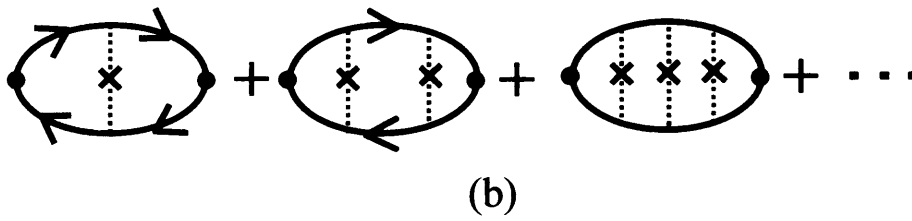
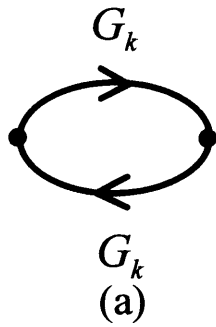
ここで、 $G_k^{ret}(\omega)$  ( $G_k^{adv}(\omega)$ ) は、 $G_k(ip_n)$  に対して解析接続  $ip_n \rightarrow \omega + i\delta$  ( $ip_n \rightarrow \omega - i\delta$ ) を行うことにより得られる遅延 (先進) 関数である。

一方、2 次元電子のグリーン関数は、ハミルトニアン (A. 3. 7) 式で  $H_{I-2D}$  を摂動と考えて展開し ((A. 2. 8) 式参照)、図 A. 3 に示すダイアグラムの項で近似すると、

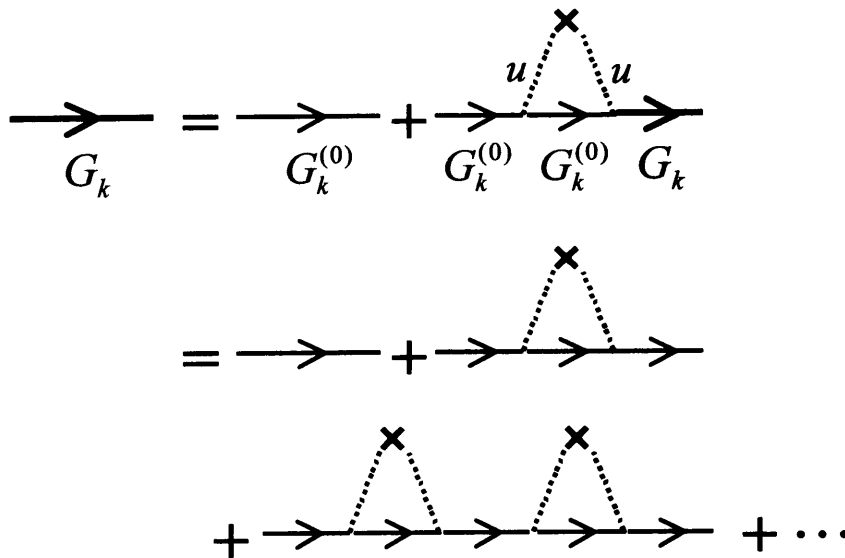
$$G_k^{ret}(\omega) = \frac{1}{\omega - (\varepsilon_k - \mu) \pm i \frac{1}{2\tau}}, \quad (\text{A. 3. 11})$$

で与えられる。ここで、 $\tau$  は 2 次元電子の緩和時間 (弾性散乱時間) であり、 $N(0)$  をフェルミ面での状態密度、 $N_I$  を不純物密度とすると、

$$\frac{1}{\tau} = 2\pi u^2 N_I N(0), \quad (\text{A. 3. 12})$$



図A.2  $\pi$ に対するファインマンダイアグラム。(b)は(a)に対する補正項を示している。



図A.3 2次元電子のグリーン関数  $G_k$  に対するファインマンダイアグラム。 $G_k^{(0)}$ は非摂動のグリーン関数を、 $u$ は不純物との相互作用をそれぞれ表している。

で与えられる。(A. 3. 11)式を(A. 3. 10)式に代入すると、

$$\sigma = \frac{N_{2D}e^2\tau}{m}, \quad (\text{A. 3. 13})$$

が得られ、これは古典的に得られる電気伝導度 (Drude の公式) に一致する。

電気伝導度の高次の補正として、図 A. 2(b)のダイアグラムが考えられる。ここで、点線は不純物と2次元電子の相互作用を表している。この項は、不純物ポテンシャルの広がりが無視できず、散乱ポテンシャルのフーリエ変換が波数に依存する時に特に重要となる。この場合、行列要素の緩和時間への寄与に  $1 - \cos\theta$  の重み付けが加えられ、(A. 3. 12)式は次式で置き換えられる。

$$\frac{1}{\tau} = 2\pi \sum_{k'} u(k, k') (1 - \cos(\theta_{kk'})), \quad (\text{A. 3. 14})$$

ここで、 $u(k, k')$  は波数  $k$  から  $k'$  への散乱行列要素であり、 $\theta_{kk'}$  は  $k$  と  $k'$  のなす角である。

## (ii) 量子補正項

電気伝導度の量子補正項は、図 A. 4(a)のダイアグラムで与えられる。この時、(A. 3. 5)式の  $\pi$  は、

$$\begin{aligned} \pi(i\omega_n) &= T \frac{e^2}{2m^2} \sum_{ip_n, k, k'} k \cdot k' \\ &\quad \times G_k(ip_n) G_k(ip_n + i\omega_n) D_0(k + k'; ip_n, ip_n + i\omega_n) G_{k'}(ip_n) G_{k'}(ip_n + i\omega_n) \\ &\equiv T \sum_{ip_n} P(ip_n, ip_n + i\omega_n), \end{aligned} \quad (\text{A. 3. 15})$$

となる。絶対零度での DC 電気伝導度は、(A. 3. 15)式で解析接続  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$  を行なった後、 $\omega \rightarrow 0$  および  $T \rightarrow 0$  の極限をとることにより得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_{dc} &= \frac{1}{2\pi} P(-i\delta, +i\delta), \\ &= \frac{e^2}{4\pi m^2} \sum_{k, k'} k \cdot k' G_k^{adv}(0) G_k^{rel}(0) D_0(k + k', -i\delta, +i\delta) G_{k'}^{adv}(0) G_{k'}^{rel}(0), \end{aligned} \quad (\text{A. 3. 16})$$

(A. 3. 15)式の  $D_0$  は、電子-電子拡散プロパゲーターとよばれる関数であり、次式で与えられる。

$$D_0(k + k'; ip_n, ip_n + i\omega_n) = \frac{N_I u}{1 - N_I u^2 \sum_p G_{k+k'-p}(ip_n) G_p(ip_n + i\omega_n)}. \quad (\text{A. 3. 17})$$

$D_0$  に対応するファインマンダイアグラムを図 8. 4(b)に示す。(A. 3. 17)式で解析接続を行うと、次式が得られる。

$$D_0(q; -i\delta, +i\delta) = \frac{1}{2\pi N(0)\tau^2} \frac{1}{Dq^2}, \quad (\text{A. 3. 18})$$

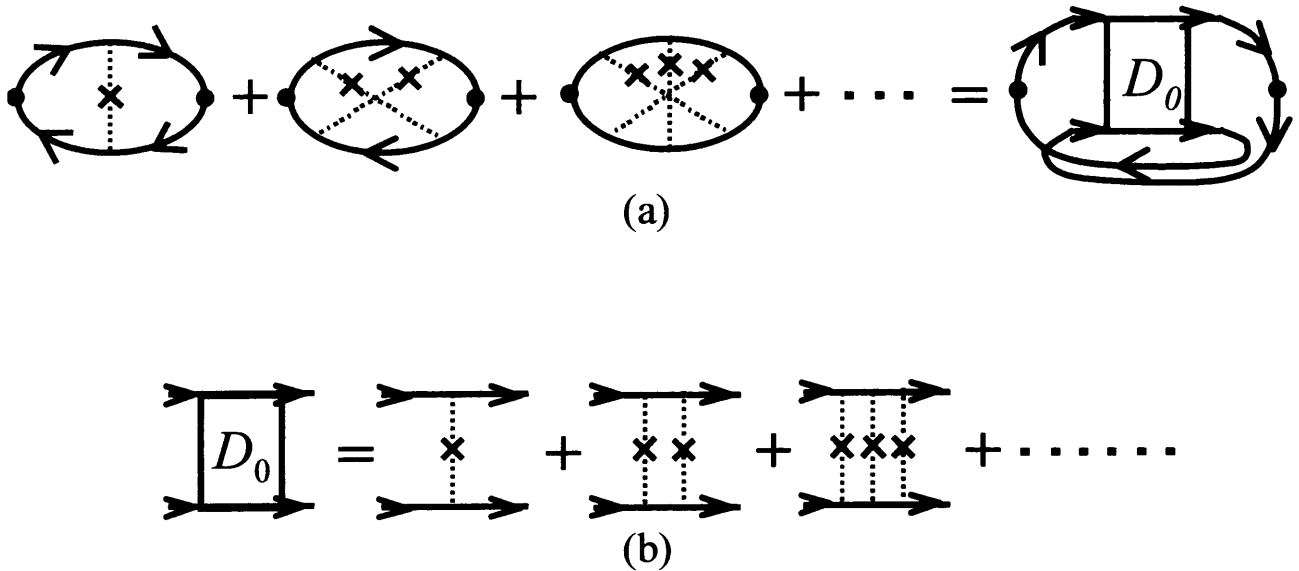
ここで、 $D$  は拡散係数である。この式と(A. 3. 11)式を(A. 3. 16)式に代入すると、



近似的に次式が得られる。

$$\Delta\sigma(L) = -\frac{e^2}{\pi^2\hbar} \log\left(\frac{L}{l_e}\right), \quad (\text{A. 3. 19})$$

ここで、 $l_e$ は電子の平均自由行程である。また、(A. 3. 19)式では、プランク定数 $\hbar$ および試料サイズ $L$ を1とする単位系から通常単位系にもどしてあることを注意しておく。(A. 3. 19)式では、サイズ効果が対数的であり、現象論的に導かれたスケーリング理論の結果((A. 3. 1)式)に一致していることがわかる。



図A.4 (a)量子補正項および(b)電子-電子拡散プロパゲーター $D_0$ に対するファインマンダイアグラム。

### A. 3. 2 荷電ドットによる2次元電子の非弾性散乱

前項で見たように、局在効果では、電子-電子拡散プロパゲーター $D_0$ が重要な役割を果たす。ここでは、この $D_0$ が、ドットの電子と2次元電子のクーロン相互作用により、どのように影響を受けるかを調べ、非弾性散乱時間の表式を導く。

#### (i) 電子-電子拡散プロパゲーター $D$

プロパゲーター $D_0$ の量子ドットによる補正項は、(A. 3. 5)式を摂動展開し、(A. 3. 15)式と比較することから得られる。補正を考慮したプロパゲータ $D$ は、ハミルトニアン(A. 2. 3)式の $H_{0D-2D}$ の最低次までの近似で、

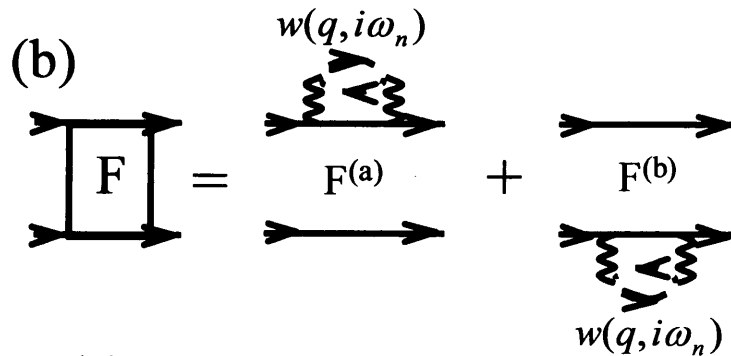
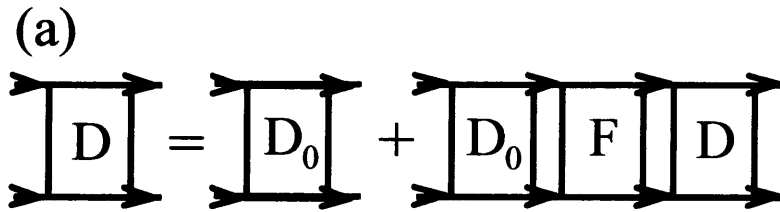
$$D(q; ip_n, ip_n + i\omega_n) = D_0(q; ip_n, ip_n + i\omega_n) + D_0(q; ip_n, ip_n + i\omega_n)F(q; ip_n, ip_n + i\omega_n)D_0(q; ip_n, ip_n + i\omega_n), \quad (\text{A. 3. 20})$$

$$F(q; ip_n, ip_n + i\omega_n) = F^{(a)}(q; ip_n, ip_n + i\omega_n) + F^{(b)}(q; ip_n, ip_n + i\omega_n), \quad (\text{A. 3. 21})$$

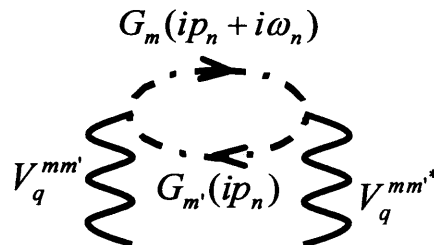
$$F^{(a)}(q; ip_n, ip_n + i\omega_n) = -T \sum_{k, k', \omega_n} w(k', i\omega_n) G_{k+q}(ip_n)^2 G_{k+k'+q}(ip_n + i\omega_n) G_{-k}(ip_n, ip_n + i\omega_n), \quad (\text{A. 3. 22})$$

$$F^{(b)}(q; ip_n, ip_n + i\omega_n) = -T \sum_{k, k', \omega_n} w(k', i\omega_n) G_{k+q}(ip_n) G_{-k+k'}(ip_n + i\omega_n) G_{-k}(ip_n, ip_n + i\omega_n)^2, \quad (\text{A. 3. 23})$$

$$w(q, i\omega_n) = T \sum_{m, m', ip_n} |V_q^{mm'}|^2 G_m(ip_n) G_m(ip_n + i\omega_n), \quad (\text{A. 3. 24})$$



(c)  $w(q, i\omega_n)$



図A.5 局在電子と2次元電子の相互作用を考慮にいれた電子-電子拡散プロパゲーター $D$ に対するファインマンダイアグラム。

と与えられる。  $D$  に対応するファインマンダイアグラムを図 A. 5 に示す。ここで、一点鎖線は量子ドットの電子のグリーン関数  $G_m$  ((A. 2. 16) 式参照) を、波線はドットの電子と 2 次元電子の相互作用  $V_q^{mm'}$  ((A. 1. 45) 式参照) をそれぞれ表している。

(A. 3. 20) 式で解析接続を行い、(A. 3. 18) 式を代入すると次式が得られる。

$$D(q; -i\delta, +i\delta) = \frac{1}{2\pi N(0)\tau^2} \frac{1}{Dq^2 + 1/\tau_\varepsilon}. \quad (\text{A. 3. 25})$$

ここで、 $\tau_\varepsilon$  は次式で定義される緩和時間である。

$$\frac{1}{\tau_\varepsilon} = -\frac{1}{2\pi N(0)\tau^2} F(q; -i\delta, +i\delta) \approx -\frac{1}{2\pi N(0)\tau^2} F(0; -i\delta, +i\delta), \quad (\text{A. 3. 26})$$

最後の等式は、 $\tau_\varepsilon$  が (A. 3. 25) 式で  $q \sim 0$  となる時のみ重要となることから得られる。

$D_0$  のかわりに (A. 3. 25) 式の  $D$  を (A. 3. 16) 式に代入すると、近似的に次式が求められる。

$$\Delta\sigma(L) = -\frac{e^2}{\pi^2\hbar} \log\left(\frac{\sqrt{D\tau_\varepsilon}}{l_e}\right) \equiv -\frac{e^2}{\pi^2\hbar} \log\left(\frac{L_\varepsilon}{l_e}\right), \quad (\text{A. 3. 27})$$

(A. 3. 27) 式は、(A. 3. 1) 式で系の大きさ  $L$  を  $L_\varepsilon$  に置き換えたものであることがわかる。よって、 $L_\varepsilon$  は電子の位相の記憶が保たれる距離と見なすことが出来る。一方、 $L_\varepsilon$  は、その定義 ( $=\sqrt{D\tau_\varepsilon}$ ,  $D$ : 拡散係数) から、電子が  $\tau_\varepsilon$  の時間に伝播する距離を示しており、したがって、 $\tau_\varepsilon$  はスケーリング理論の非弾性散乱時間に相当することがわかる。

### A. 3. 3 ドット間の電子遷移による電気伝導度と非弾性散乱時間

(A. 3. 22) 式および (A. 3. 23) 式で  $\omega_n$  の和を複素積分を利用して実行し、(A. 3. 21) 式に代入して解析接続を行うと、(A. 3. 26) 式から次式が得られる。

$$\frac{1}{\tau_\varepsilon} = -\frac{4}{N(0)} \sum_q \int d\omega \frac{1}{\sinh(\omega/T)} B_q(\omega) \text{Im} w^{ret}(q, \omega), \quad (\text{A. 3. 28})$$

$$B_q(\omega) = \sum_k \delta(\varepsilon_k) \delta(\varepsilon_{k+q} - \omega), \quad (\text{A. 3. 29})$$

ここで、 $w^{ret}$  は (A. 3. 24) 式で解析接続  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$  を行うことにより得られる遅延関数である。

(A. 3. 24) 式で双極子近似を行い、バブルダイアグラム  $P_{mm'}^{(0)}$  を、

$$\begin{aligned} P_{mm'}^{(0)}(i\omega_n) &= -\int_0^{1/T} d\tau e^{i\omega_n\tau} \langle T_\tau d_m^+(\tau) d_{m'}(\tau) d_{m'}^+ d_m \rangle \\ &= T \sum_{p_n} G_m^{(0)}(ip_n + i\omega_n) G_{m'}^{(0)}(ip_n), \end{aligned} \quad (\text{A. 3. 30})$$

と定義すると、 $w$  は、

$$w(q, i\omega_n) = \sum_{m, m'} |q|^2 |V_q|^2 |r_{mm'}|^2 P_{mm'}^{(0)}(i\omega_n), \quad (\text{A. 3. 31})$$

となる。ここで  $r_{mm'}$  は双極子モーメントであり、次式で与えられる。

$$r_{mm'} \equiv \int dr \phi_m(r) * r \phi_{m'}(r). \quad (\text{A. 3. 32})$$

高次の補正は、(A. 3. 31)式において、 $P_{mm'}^{(0)}$ を

$$P_{mm'}(i\omega_n) = - \int_0^{1/T} d\tau e^{i\omega_n \tau} \langle T_\tau d_m^+(\tau) d_{m'}(\tau) d_m^+ d_{m'} \rangle, \quad (\text{A. 3. 33})$$

で置き換えることにより行える。

(A. 3. 33)式の  $P_{mm'}$  は、(A. 3. 5)式との類似からもわかるように、電気伝導度と密接な関係がある。ただし、(A. 3. 33)式の  $d_m$  および  $d_m^+$  は量子ドットの電子の生成消滅演算子であり、よって、 $P_{mm'}$  が示す電気伝導度は、量子ドット間の電子遷移によるものであることを注意しておく。線形応答の理論によれば、電気伝導度  $\sigma_{loc}$  と  $P_{mm'}$  は、次式で関係付けられる。

$$\sigma_{loc}(\omega) = -\frac{e^2 \omega}{2} \sum_{mm'} |r_{mm'}|^2 \text{Im} P_{mm'}^{ret}(\omega), \quad (\text{A. 3. 34})$$

ここで、 $P_{mm'}^{ret}(\omega)$  は(A. 3. 33)式で解析接続  $i\omega_n \rightarrow \omega + i\delta$  を行うことによって得られる遅延関数である。 $P_{mm'}$  のスペクトル関数を、

$$R(\omega) = -2 \text{Im} P_{mm'}^{ret}(\omega), \quad (\text{A. 3. 35})$$

と定義すると、 $P_{mm'}^{ret}(\omega)$  と  $P_{mm'}(i\omega_n)$  は次式で与えられる。

$$P_{mm'}^{ret}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{R(\omega)}{\omega - \varepsilon + i\delta}, \quad (\text{A. 3. 36})$$

$$P_{mm'}(i\omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{R(\omega)}{i\omega_n - \varepsilon}, \quad (\text{A. 3. 37})$$

(A. 3. 34)式, (A. 3. 35)式, (A. 3. 37)式から、次の関係式が求められる。

$$\sum_{mm'} |r_{mm'}|^2 P_{mm'}(i\omega_n) = \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{4}{e^2 \varepsilon} \sigma_{loc}(\varepsilon) \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon}, \quad (\text{A. 3. 38})$$

これを(A. 3. 31)式に代入して解析接続し、それを(A. 3. 28)式に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{1}{\tau_{in}} = \frac{8\pi}{N(0)d} \int d\omega \frac{1}{\sinh \omega/T} \sum_q B_q(\omega) q^2 |V(q)|^2 \frac{\sigma_{loc}(\omega)}{2\pi e^2 \omega}, \quad (\text{A. 3. 39})$$

上述の導出では、2次元の場合に限って行ったが、 $d$ 次元の場合も同様に計算でき、(A. 3. 39)式は  $d$ 次元の場合に拡張してある。

#### A. 3. 4 非弾性散乱時間の計算例

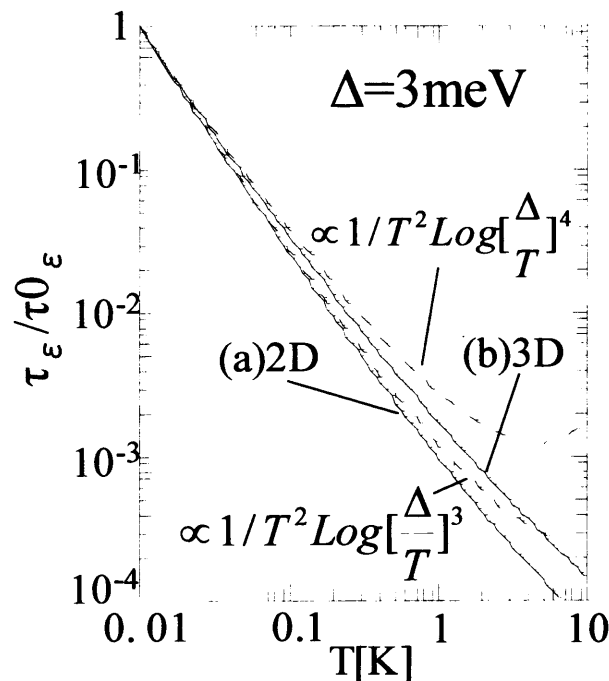
A. 3. 3では、非弾性散乱時間  $\tau_\varepsilon$  に与える量子ドットの影響を電気伝導度  $\sigma_{loc}$  という形で導入し、 $\tau_\varepsilon$  と  $\sigma_{loc}$  の関係式 ((A. 3. 39)式) を導いた。この  $\sigma_{loc}$  は、量

量子ドット間の電子遷移によるものであり、ドット中の電子の波動関数や量子準位のエネルギーに大きく依存する。一方、波動関数や量子準位は、量子ドットの配置やポテンシャル深さ、ドット間のトンネリングや電子のクーロン相互作用などに影響を受ける[1-14]。したがって、量子ドットの形状や密度などの条件により、 $\sigma_{loc}$  はさまざまな値を示し、それにともなって、量子ドットによる2次元電子の非弾性散乱の様子は変化する。ここでは、(A. 3. 39)式と Imry の理論((A. 3. 3)式)とを比較するため、Mott により提唱された(A. 3. 2)式を仮定し、 $\tau_e$  の温度依存性を調べる。

量子ドットが Mott のモデルで記述される場合、 $\sigma_{loc}$  は次式で与えられる[13]。

$$\sigma_{loc}(\omega) = 2\pi e^2 \omega^2 D_l^2 \begin{cases} 2\pi \ln(\Delta/\omega)^3 / \alpha^4 & (2D) \\ 4\pi \ln(\Delta/\omega)^4 / \alpha^5 & (3D) \end{cases} \quad (\text{A. 3. 40})$$

ここで、 $D_l$  は量子ドットの密度を表している。(A. 3. 40)式を(A. 3. 39)式に代入すると、 $1/\tau_e$  の温度依存性が得られる。



図A.6 非弾性散乱時間  $\tau_e$  の温度依存性の計算結果。(a) および(b)は、それぞれ、2次元および3次元の場合を示している。また、点線でImryにより計算された理論値を示す。

$$\frac{1}{\tau_{in}} \propto \int d\omega \frac{\omega \ln(\Delta/|\omega|)^{d+1}}{\sinh(\omega/T)}. \quad (\text{A. 3. 41})$$

ここで、(A. 3. 39)式の  $B_q(\omega)$  を  $B_q(0)$  で近似した。これは、 $\omega$  はせいぜい温度  $T$  のオーダーまでを考慮すれば良く、その大きさはフェルミエネルギーに比べて無視できるためである。

図 A. 6 の実線は、 $\Delta=3\text{meV}$  の時に (a) 2次元および (b) 3次元の場合に計算した  $\tau_e$  の結果である。ここで、 $\tau_e$  は、 $T=0.01\text{ K}$  での  $\tau_e (= \tau_{0_e})$  で規格化してある。また、図 A. 6 の点線は、Imry によって導出された (A. 3. 3) 式をプロットした結果である。 $T \ll \Delta$  では、(A. 3. 41) 式から得られた  $\tau_e$  は、 $1/T^2 (\log \Delta/T)^{d+1}$  に比例し、Imry の結果と一致することがわかる。しかし、 $T$  が  $\Delta$  と同じオーダーの大きさになると、それらに差が生じ始める。このことから、 $T \sim \Delta$  となる温度での非弾性散乱時間の評価には、A. 3. 2 および A. 3. 3 で示したような系統的な方法が必要となることがわかる。

## A. 4 ドットを有する 2次元電子系でのランダウ準位

古典力学によれば、磁場中の電子は、磁場に垂直な面内でサイクロトロン運動を行う。量子力学では、このサイクロトロン運動が量子化され、エネルギー間隔が磁場に比例した離散的なランダウ準位を形成する。ランダウ準位の状態密度は、電子の運動が阻害されることのない理想的な結晶では、 $\delta$  関数的となる。しかし、現実の結晶では、不純物や格子欠陥などの散乱により、状態密度は有限の幅を持つ。

これまで、ランダウ準位は、さまざまな手法やモデルを用いて理論的に検討されてきた。Ando らは、短距離力のポテンシャルを持つ散乱体がランダウ準位に与える影響をセルフコンシステント・ボルン近似を用いて調べ、その状態密度が半楕円型の形状で与えられることを示した [23, 24]。その後、多重散乱の効果を検討に入れると、ランダウ準位はテイルを引き、状態密度はガウシアン型に類似した形状となることを示した [25]。Tsukada は、重心座標に対する有効ハミルトニアンを用いたランダウ準位の計算方法を提案し、状態密度を WKB 近似で求めた [26]。後に、Ono は WKB 近似を用いずに有効ハミルトニアンを解き、ランダウ準位のテイル状態について議論した [27]。Xu らは、電子-フォノン相互作用を考慮に入れてランダウ準位を計算し、その状態密度は半楕円型となることを示した [28]。

ここでは、ドットを有する 2次元電子系のランダウ準位を理論的に調べる。磁場中の 2次元電子とドットに捕獲された電子のクーロン散乱を考え、それがランダウ準位の状態密度に与える影響をグリーン関数法を用いて検討する。

### A. 4. 1 自己エネルギー

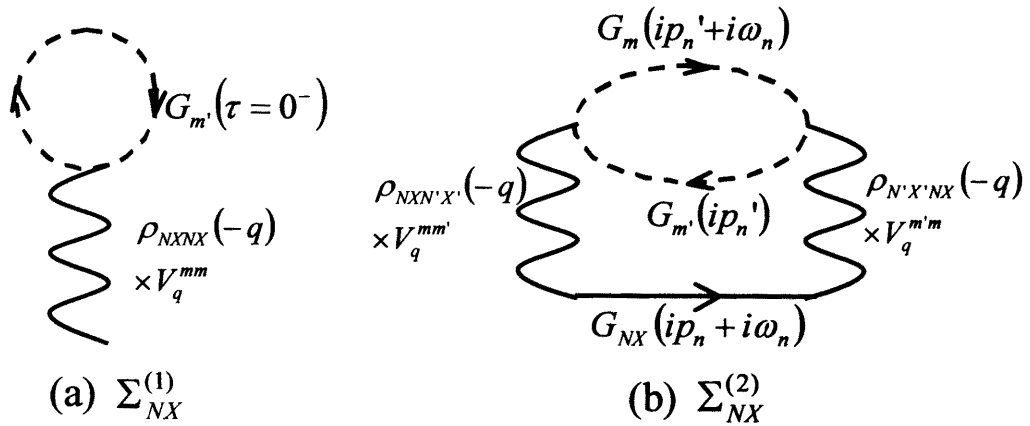
ランダウ準位の電子の自己エネルギー $\Sigma_{NX}$ は、(A. 2. 8)式もしくはファイマンダイアグラムを用いてグリーン関数 $G_{NX}$ を展開し、ダイソン方程式((A. 2. 10)式)と比較することにより求められる。ハミルトニアン(A. 2. 5)式の $H_{0D-L}$ に対して2次のオーダーまで摂動展開し、フーリエ変換を実行すると、次式に示す自己エネルギーが得られる。

$$\Sigma_{NX}(ip_n) = \Sigma_{NX}^{(1)}(ip_n) + \Sigma_{NX}^{(2)}(ip_n), \quad (\text{A. 4. 1})$$

$$\Sigma_{NX}^{(1)}(ip_n) = \sum_{m,q} \rho_{NXNX}(-q) V_q^{mm} G_m(\tau=0^-), \quad (\text{A. 4. 2})$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{NX}^{(2)}(ip_n) = & - \sum_{N',X',m_1,m_2,q_1,q_2} \rho_{NXN'X'}(-q_1) \rho_{N'X'NX}(-q_2) V_{q_1}^{m_1 m_2} V_{q_2}^{m_2 m_1} \\ & \times T^2 \sum_{i\omega_n, ip_n'} G_m(ip_n') G_{N'X'}(ip_n - i\omega_n) G_{m_2}(ip_n' + i\omega_n). \end{aligned} \quad (\text{A. 4. 3})$$

ここで、 $\Sigma_N^{(1)}$ 、 $\Sigma_N^{(2)}$ は、一次および二次のオーダーの自己エネルギーであり、図A. 7の(a)、(b)に示すファイマンダイアグラムに対応している。ダイアグラムの実線および点線は、それぞれ、ランダウ準位および量子ドットの電子のグリーン関数 $G_{NX}$  ((A. 2. 18)式参照)、 $G_m$  ((A. 2. 16)式参照)を示しており、波線はドットとランダウ準位の電子の相互作用 $\rho_{NXN'X'}(-q) V_q^{mm'}$  ((A. 1. 49)式参照)を表している。



図A.7 自己エネルギー $\Sigma_{NX}$ に対するファイマンダイアグラム。(a)、(b)は、それぞれ、一次および二次のオーダーの自己エネルギーを表している。

(i) 一次の自己エネルギー  $\Sigma_{NX}^{(1)}$

(A. 4. 2)式の  $G_m(\tau=0^-)$  は、(A. 2. 16)式より、

$$G_m(\tau=0^-) = -\langle T_\tau d_m(0^-) d_m^+(0) \rangle = \langle d_m^+ d_m \rangle \equiv n_m, \quad (\text{A. 4. 4})$$

となり、これは  $m$  で指定される準位の平均電子数を示す。(A. 4. 4)式と(A. 1. 45)式を(A. 4. 2)式に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \Sigma_{NX}^{(1)}(ip_n) &= \sum_q \rho_{NXNX}(-q) \sum_m \int dr \int dr' e^{iq \cdot r} V(r-r') \phi_m(r')^* \phi_m(r) n_m \\ &= \sum_q \rho_{NXNX}(-q) \sum_m \int dr' e^{iq \cdot r'} n_D(r') V_q, \end{aligned} \quad (\text{A. 4. 5})$$

ここで、 $V_q$  はクーロン相互作用  $V(r)$  のフーリエ変換を表している。また、 $n_D$  はドットに捕らえられた電子の密度分布を表しており、次式で定義される。

$$n_D(r) = \sum_m \phi_m(r)^* \phi_m(r) n_m. \quad (\text{A. 4. 6})$$

ドットが空間的にランダムに分布している時、捕獲された電子もランダムに分布すると期待される。よって、 $n_D$  のフーリエ変換は、電子の分布に対して平均を取ると、 $q=0$  以外で 0 となる[16]。このことと(A. 4. 5)式から、次式が得られる。

$$\Sigma_{NX}^{(1)}(ip_n) = \int dr \int dr' V(r-r') n_D(r') \equiv \Sigma^{(1)}. \quad (\text{A. 4. 7})$$

ここで、 $\rho_{NXNX}(0)=1$  ((A. 1. 47)式参照)を用いた。(A. 4. 7)式は  $ip_n$  や  $NX$  に依存しておらず、ダイソン方程式((A. 2. 15)式)に代入すると、

$$G_{NX}(ip_n) = \frac{1}{G_{NX}^{(0)}(ip_n)^{-1} - \Sigma_{NX}^{(1)}} = \frac{1}{ip_n - (\epsilon_{NX} - (\mu - \Sigma_{NX}^{(1)}))}, \quad (\text{A. 4. 8})$$

となる。したがって、 $\Sigma^{(1)}$  は化学ポテンシャル  $\mu$  を変える働きをするところがわかる。以下では、 $\mu - \Sigma^{(1)}$  を新たな化学ポテンシャルとし、 $\Sigma^{(1)}$  の項を自己エネルギーに含めないこととする。

(ii) 2次の自己エネルギー  $\Sigma_{NX}^{(2)}$

ランダウ準位の量子数  $X$  は、サイクロトロン運動の中心の  $x$  成分を表している。したがって、ドットがランダムに分布しており、系の並進対称性が保たれているとみなせる場合には、グリーン関数および自己エネルギーは  $X$  に依存しないはずである。よって、(A. 4. 3)式の  $\Sigma_{MX}^{(2)}$  は、

$$\Sigma_{MX}^{(2)}(ip_n) = 2\pi^2 \sum_X \Sigma_{MX}^{(2)}(ip_n), \quad (\text{A. 4. 9})$$

と書き換えることが出来る。ここで、(A. 4. 9)式右辺の係数は、 $X$  に対して  $1/2\pi^2$  個 ( $l$ =サイクロトロン半径)の量子状態が存在することから得られる。以下では、グリーン関数および自己エネルギーの添字  $X$  を落とし、それぞれ、 $G_N$  および  $\Sigma_N$  で指し示すこととする。

(A. 4. 3)式、(A. 4. 9)式および関係式



$$\sum_{X, X'} \rho_{NXN'X'}(-q) \rho_{N'X'NX}(-q') = \delta_{q+q', 0} \sum_{X, X'} |\rho_{NXN'X'}(-q)|^2, \quad (\text{A. 4. 10})$$

から、次式が得られる。

$$\Sigma_N^{(2)}(ip_n) = -2\pi^2 T \sum_{\omega_n, XX', N', mm', q} |V_q^{mm'}|^2 |\rho_{NXN'X'}(-q)|^2 G_N(ip_n - i\omega_n) P_{mm'}^{(0)}(i\omega_n). \quad (\text{A. 4. 11})$$

ここで、 $P_{mm'}^{(0)}$ は(A. 3. 30)式で定義したバブルダイアグラムであり、(A. 3. 33)式の $P_{mm'}$ で置き換えることにより、高次の補正が導入できる。(A. 4. 11)式で双極子近似を行うと、

$$\Sigma_N^{(2)}(ip_n) = -T \sum_{\omega_n, N', mm'} |r_{mm'}|^2 K_{NN'} G_N^{(0)}(ip_n - i\omega_n) P_{mm'}(i\omega_n) / 4, \quad (\text{A. 4. 12})$$

$$K_{NN'} = 4\pi^2 \sum_{XX', q} |q|^2 |V(q)|^2 |\rho_{NXN'X'}(-q)|^2, \quad (\text{A. 4. 13})$$

が得られる。

#### A. 4. 2 ドット間の電子遷移による電気伝導度と自己エネルギー

自己エネルギー $\Sigma_N^{(2)}$ は、A. 3. 3の非弾性散乱時間 $\tau_\varepsilon$ の場合と同じように、電気伝導度 $\sigma_{loc}$  ((A. 3. 34)式)と関連付けることができる。(A. 3. 38)式を(A. 4. 12)式に代入すると、 $\Sigma_N^{(2)}$ と $\sigma_{loc}$ の関係式が求められる。

$$\Sigma_N(ip_n) = -T \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{1}{e^2 \varepsilon} \sigma_{loc}(\varepsilon) \sum_{\omega_n, N'} K_{NN'} G_N(ip_n - i\omega_n) \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon}. \quad (\text{A. 4. 14})$$

一方、ランダウ準位の電子に対するスペクトル関数は次式で定義される。

$$A_N(\omega) = -2 \text{Im} G_N^{ret}(\omega), \quad (\text{A. 4. 15})$$

ここで、 $G_N^{ret}(\omega)$ は、 $G_N(ip_n)$ に対して解析接続 $ip_n \rightarrow \omega + i\delta$ を行うことにより得られる遅延関数である。(A. 4. 15)式の $A_N(\omega)$ は $N$ で指定される量子準位がエネルギー $\omega$ を持つ確率と解釈される。よって、ランダウ準位 $N$ の状態密度は、次式で与えられる。

$$D_N(\omega) = \sum_X A_N(\omega) = \frac{1}{2\pi^2} A_N(\omega). \quad (\text{A. 4. 16})$$

グリーン関数 $G_N$ は、(A. 3. 37)式の場合と同様に、スペクトル関数 $A_N$ または状態密度 $D_N$ を用いて、

$$G_N(ip_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{A_N(\omega)}{ip_n - \varepsilon} = 2\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{D_N(\omega)}{ip_n - \varepsilon}, \quad (\text{A. 4. 17})$$

と表すことが出来る。ここで、 $p_n$ は、(A. 2. 13)式で定義される Matsubara 振動数である。(A. 4. 14)式に(A. 4. 17)式を代入し、 $\omega_N$ の和を実行すると、

$$\Sigma_N(ip_n) = \sum_{N'} K_{NN'} \int \frac{d\varepsilon_1}{2\pi} \frac{d\varepsilon_2}{2\pi} 2\pi^2 D_{N'}(\varepsilon_1) \frac{\sigma_{loc}(\varepsilon_2) n_f(\varepsilon_1) + n_B(\varepsilon_2)}{e^2 \varepsilon_2 (ip_n - \varepsilon_1 + \varepsilon_2)}, \quad (\text{A. 4. 18})$$

が得られる。ここで、公式

$$T \sum_{i\omega_n} \frac{1}{i\omega_n + ip_n - \varepsilon_1} \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_2} = -\frac{n_F(\varepsilon) + n_B(\varepsilon)}{ip_n - \varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (\text{A. 4. 19})$$

を用いた。

### A. 4. 3 状態密度の計算例

(A. 4. 18)式を(A. 2. 15)式に代入し、解析接続  $ip_n \rightarrow \omega + i\delta$  を行うと、遅延グリーン関数に対するダイソン方程式が得られる。

$$G_N^{ret}(\omega) = \frac{1}{G_N^{(0)ret}(\omega)^{-1} - \Sigma_N^{ret}(\omega)}. \quad (\text{A. 4. 20})$$

$$\Sigma_N^{ret}(\omega) = \sum_{N'} K_{NN'} \int \frac{d\varepsilon_1}{2\pi} \frac{d\varepsilon_2}{2\pi} 2\pi^2 D_{N'}(\varepsilon_1) \frac{\sigma_{loc}(\varepsilon_2)}{e^2 \varepsilon_2} \frac{n_f(\varepsilon_1) + n_B(\varepsilon_2)}{\omega + i\delta - \varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad (\text{A. 4. 21})$$

(A. 4. 20)式、(A. 4. 21)式は、(A. 4. 15)式、(A. 4. 16)式と合わせて自己無撞着に決定されるべき方程式である。以下では、これらを数値的に解き、ランダウ準位の状態密度を求める。

計算を実行するためには、ドットを流れる電気伝導度  $\sigma_{loc}$  の値が必要となる。ここでは、 $\sigma_{loc}$  が  $A\omega^S$  ( $S=0.8$ ) で与えられる場合を考える。この依存性は、多くのアモルファス半導体や絶縁体、不純物伝導などにおいて観測されており、いわゆる ” ペア近似 ” で良く説明されている [29-32]。

簡単のため、2つの連続したランダウ準位を考え、それ以外の準位との相互作用を無視する。また、フェルミエネルギーは、それらのランダウ準位の間にあるとする。非摂動のランダウ準位に対しては、その状態密度が半値幅  $\gamma$  のガウシアン型で与えられるとする (図 A. 8 点線)。これは、多重散乱の効果を入れたセルフコンシステントボルン近似の特別な場合に相当しており [25]、そのグリーン関数は、

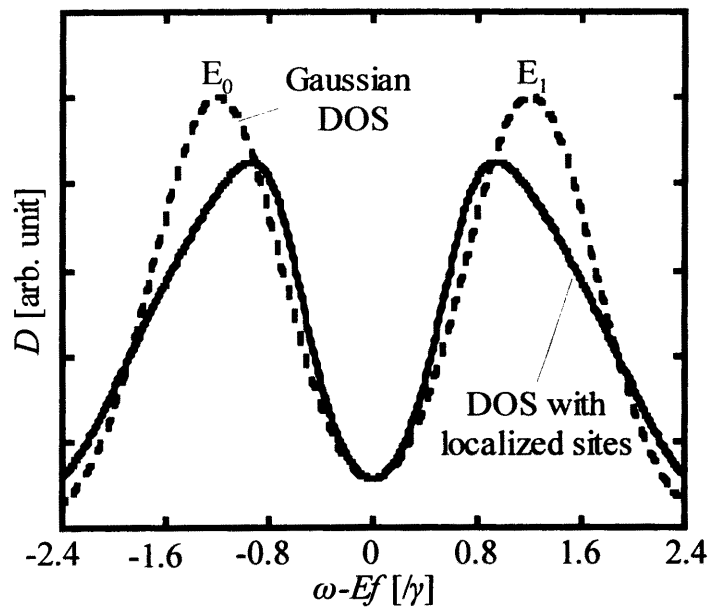
$$G_N^{(0)ret}(\omega) = \sqrt{2\pi} \frac{2}{\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{2\varepsilon}{\gamma}\right)^2}}{(\omega - \varepsilon_N) + i\delta - \varepsilon}, \quad (\text{A. 4. 22})$$

で与えられる。

図 A. 8 の実線は、数値計算により得られた状態密度を表している。ここで、 $AK_{NN'}/2\pi e^2 = 0.05$  とし、エネルギーの単位を  $\gamma=1$  となるように選んだ。図から、量子ドットの存在のために、ランダウ準位の幅が広がり、2つのピークのエネルギー間隔が減少していることがわかる。

この状態密度の変化は、量子ホール状態にある2次元電子の伝導特性に影響を与える。ランダウ準位間のテイル状態の電子は、不規則ポテンシャルのため局在しており、絶対零度では電気伝導に寄与しないと考えられている。しかし、有限温度では、熱的なホッピングやバリアブルレンジホッピングにより、テイル状態の電子による伝導が生じる。これらのホッピング過程は、ランダウ準位

の状態密度や活性化エネルギーに強く依存する。今回の計算結果から、量子ドットが状態密度の幅の増大と活性化エネルギーの減少を引き起こすことがわかった。このことは、ホッピング過程が増加し、量子ホール状態における電気伝導が促進されることを示唆している。



図A.8 状態密度の計算結果。点線はガウシアン型の状態密度を表している。

## 参考文献

- [1] A. L. Efros and B. I. Shklovskii, J. Phys. C 8 L49 (1975).
- [2] A. L. Efros, J. Phys. C 9 2021 (1976).
- [3] A. L. Efros, Nguyen Van Lien, B. I. Shklovskii, Solid St. Commun. 32 851(1979).
- [4] A. L. Efros, Philos. Mag. 43 829 (1981).
- [5] V. L. Bonch-Bruevich, phys. stat. sol. (b) 84 99 (1977).
- [6] S. D. Baranovskii, A. L. Efros, B. L. Gelmont and B. I. Shklovskii, J. Phys. C 12 1023 (1979).
- [7] M. Pollak, Philos. Mag. 65 657 (1992).
- [8] F. Epperlein, M. Schreiber, and T. Vojita, Phys. Rev. B 56 5890 (1997).
- [9] G. S. Joen and S. Wu, H. -W. Lee, M. Y. Choi, Phys. Rev. B 59 3033 (1999).
- [10] M. Lee, G. S. Joen and M. Y. Choi, Phys. Rev. B 66 75304 (2002).
- [11] N. F. Mott, Philos. Mag. 17 1259 (1968).
- [12] N. F. Mott, Non-Cryst. Solids 1 1 (1968).
- [13] N. F. Mott, Philos. Mag. 22 7 (1970).
- [14] U. Sivan, Y. Imry, Phys. Rev. B 35 6074 (1987).
- [15] A. A. Abrikosov, L. P. L. P. Gorkov, and I. E. Dzyaloshinski, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. ,1963; Pergamon, Elmsford, N. Y. 1965).
- [16] G. D. Mahan, *Many-Particle Physics* (Plenum Press, New York, 1990,1981).
- [17] S.Suga, H.Kasai and A.Okiji, J. Phys. Soc. Jpn. 55, 2515 (1986).
- [18] K.Vladar, and C.T.Zimanyi, J. Phys. C 18, 3739 (1985).
- [19] K.Vladar, and C.T.Zimanyi, J. Phys. C 18, 3755 (1985).
- [20] A.Zawadowski, Jan von Delft, and D.C.Ralph, Phys. Rev. Lett. 63,2632 (1999).
- [21] V.V.Afonin, J.Bergli, Y.M.Galperin, V.L.Gurevich, and V.I.Kozub, Phys. Rev. B 66, 165326 (2002).
- [22] Y. Imry, Phys. Rev. B 42, 927 (1990).
- [23] T.Ando and Y.Uemure, J. Phys. Soc. Japan 36 (1974) 959.
- [24] T.Ando, J. Phys. Soc. Japan 36 (1974) 1521.
- [25] T.Ando, J. Phys. Soc. Japan 37 (1974) 622.
- [26] M.Tsukada, J. Phys. Soc. Japan 41 (1976) 1466.
- [27] Y.Ono, J. Phys.Soc.Japan 51 (1982) 237.
- [28] W. Xu, P.Vasilopoulos, Phys. Rev. B 51 (1995) 1694.

- [29] M.Pollak and T.H.Geballe, Phys. Rev. 122 (1961) 1742.
- [30] M.Pollak and G.E.Pike, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 1449.
- [31] N.F.Mott and E.A.Davis, **Electronic Processes in Non-Crystalline Materials**, 2nd ed. (Clarendon Press, Oxford, 1979)
- [32] A.Ghosh, Phys. Rev. B41 (1990) 1479.

## 謝辞

本論文は 1998 年 4 月に赴任してから 2006 年 1 月までの 8 年間、東京大学生産技術研究所において技官として行ってきた研究をまとめたものである。本研究をまとめるにあたって多くの方々から頂いた御指導、御鞭撻、御協力に深く感謝いたします。

特に、榊裕之教授（生産技術研究所教授）には、本研究の指導教官として始終ご指導して頂きました。また、充実した研究環境の整備にも御尽力して頂き、そのお陰で本研究を遂行することができました。ここに改めて、心より感謝いたします。加えて、研究者としての自覚や研究姿勢など様々な御指導を頂いた事は、今後研究者として自立していく上で必ずや生きていくものと確信しています。

また、野田武司助手（現、物質材料研究機構）には、分子線エピタキシーによる試料作製や電気計測、さらに 2 次元電子散乱の理論など、様々な御指導をして頂きました。特に、電気測定では最も基本となるホール測定や FET 作製プロセスなど、本研究で最も重要なノウハウを伝授して頂きました。ここに、深く感謝いたします。

高橋琢二助教授には、AFM や超伝導マグネットの使用に関して、便宜をはかっていただきました。また、榊・高橋研究打合わせの場などで、常日頃から、量子ドットや電気伝導に関して多くの有益な議論を頂きました。

島田祐二技官には、AFM による表面観測方法や超伝導マグネットの使用法に関して、ノウハウを伝授していただき、大変お世話になりました。これらによって、量子ドットの表面観察や強磁場中での電気伝導測定が可能となり、厚く感謝いたします。また、島田祐二技官には、研究室の運営などでも御尽力して頂きました。

荒川泰彦教授、平川一彦教授、平本敏郎教授には、クリーンルームや実験装置の使用に関して便宜をはかって頂き、大変お世話になりました。また、デバイス系研究室の交流に御尽力して頂きました。厚く感謝いたします。

西岡雅雄助手、石田悟己助手、更屋拓哉助手には、クリーンルームの運営に御尽力いただきました。特に、西岡雅雄助手には、クリーンルームのデバイス系共通スペースの管理や循環冷却水などの共通装置に関して、大変お世話になりました。また、西岡雅雄助手には、生産技術研究所移転時の榊研究室の PL 装置立ち上げの件、石田悟己助手には走査電子顕微鏡観察の件でも、御尽力して頂きました。厚く感謝いたします。

遊佐剛氏（現、NTT）には、超伝導マグネットや  $\text{He}^3$  クライオスタットの使用方法に関して、ノウハウを伝授して頂き、大変お世話になりました。これらによ

って、300mK のオーダーまで温度を下げた試料の電気抵抗やキャパシタンスを強磁場中で測定可能となり、本研究が大きく前進いたしました。厚く感謝いたします。

また、Lachab Mohamed 博士研究員、江潮博士研究員、鳥井康介博士研究員、大学院生の大森雅人氏には、光学測定に関して、大変お世話になりました。特に、鳥井康介博士研究員は、汎用の PL システムの整備とともに、マイクロ PL システムの立ち上げに御尽力をして頂きました。厚く感謝いたします。

柴田憲治技官、大学院生の秋山芳広氏には、伝導測定に関して、大変お世話になりました。柴田憲治技官は FFT アナライザーなど電気計測装置の整備に、秋山芳広氏は超伝導マグネットと He<sup>3</sup> クライオスタットの管理に御尽力をして頂きました。厚く感謝いたします。

また、近藤直樹研究員には、数値計算プログラムやインターネットの整備に関して、御尽力していただき、厚く感謝いたします。

さらに、榊研究室、荒川研究室、平川研究室、平本研究室の方々にも様々な議論や実験装置の便宜など大変お世話になりました。

最後に、榊裕之教授を始め、荒川泰彦教授、平川一彦教授、田中雅明教授、高木信一教授、高橋琢二助教授には、博士論文のまとめ方への御指導を頂き、ここに改めて感謝いたします。

## 本論文に関連する発表論文一欄

1. T. Kawazu, T. Noda, H. Kim, J. Irisawa, T. Yamabana, G. Yusa, C. Metzener, and H. Sakaki, "Scattering of 2D electrons by self-organized anti-dots in n-AlGaAs/GaAs heterojunction channels", *Physica Status Solidi (b)*, Volume224, Number1-3, 707 (2001).
2. T. Kawazu, T. Noda, and H. Sakaki, "Scattering processes of 2D electrons by charged quantum dots in n-AlGaAs/GaAs heterojunction channels with 10nm-scale embedded InGaAs islands", *Inst. Phys. Conf. Ser. No.170: Chapter5*, 375 (2002).
3. T. Kawazu, T. Noda, and H. Sakaki, "Electron scatterings in GaAs/n-AlGaAs selectively doped heterojunctions with charged and neutral InGaAs quantum dots", *Physica Status Solidi (c)* 0, No.4, 1325 (2003).
4. T. Kawazu and H. Sakaki, "Analysis of inelastic scattering processes of electrons by localized electrons in quantum dots", *Physica E* 21, 532 (2004).
5. T. Kawazu, T. Noda and H. Sakaki, "Inelastic scattering processes in GaAs/n-AlGaAs selectively doped heterojunctions with InGaAs quantum dots", *Physica E* 21, 536 (2004).
6. T. Kawazu and H. Sakaki, "Temperature dependence of the inelastic scattering in a GaAs/ n-AlGaAs selectively doped heterojunction with InGaAs quantum dots", *Physica E* 29, 593 (2005).
7. T. Kawazu and H. Sakaki, "Landau levels in a novel two dimensional electron system interacting with charged quantum dots", to be published in *Physica E*.



## 共著論文一欄

1. H. Kim, T. Noda, T. Kawazu, and H. Sakaki, "Control of current hysteresis effects in a GaAs/n-AlGaAs quantum trap field effect transistor with embedded InAs quantum dots", Japanese Journal of Applied Physics, Part 1, v 39, p 7100-2 (2000).
2. H. Kim, T. Noda, T. Kawazu, and H. Sakaki, "Control of current hysteresis effects in a GaAs/n-AlGaAs quantum trap FET with embedded InAs quantum dots", Digest of Papers Microprocesses and Nanotechnology 2000. 2000 International Microprocesses and Nanotechnology Conference (IEEE Cat. No.00EX387), p 242-3 (2000).
3. T. Noda, N. Kondo, Y. Akiyama, T. Kawazu, and H. Sakaki, "Properties of InGaAs coupled quantum wire structures grown on vicinal (111)B GaAs with quasi-periodic corrugation", Institute of Physics Conference Series, v 174, Compound Semiconductors 2002 - Proceedings of the Twenty-Ninth International Symposium on Compound Semiconductors, p 169-172 (2003).
4. S. Kobayashi, C. Jiang, T. Kawazu and H. Sakaki, "Self-Assembled Growth of GaSb Type II Quantum Ring Structures ", Japanese Journal of Applied Physics, Vol. 43, No. 5B, pp. L662-L664 (2004).
5. M. Ohmori, T. Kawazu, K. Torii, and H. Sakaki, "Molecular beam epitaxy growth of novel double-layer InAs quantum dot structures and their optical properties", Journal of Vacuum Science & Technology B (Microelectronics and Nanometer Structures), v 23, n 3, p 1240-2 (2005).
6. Y. Akiyama, T. Kawazu, T. Noda, S. Koshihara, K. Torii, and H. Sakaki, "Molecular beam epitaxial growth of AlGaAs/InGaAs/GaAs planar superlattice structures on vicinal (111)B GaAs and their transport properties", Journal of Vacuum Science & Technology B (Microelectronics and Nanometer Structures), v 23, n 3, p 1162-5 (2005).