

第4章 解析結果

4.1 緒言

本章では第2章に示した三次元有限要素法に基づく解析方法，第3章に示した梁連結モデルを用いた解析方法を，三軸織物複合材料に適用して解析した結果を示す。また梁連結モデルを改良した改良梁連結モデルについても述べる。さらに三次元有限要素法と梁連結モデルおよび改良梁連結モデルによる解析結果を比較し，簡易な解析モデルである梁連結モデルおよび改良梁連結モデルの有用性と適用限界についても検討する。

4.2 解析対象

第5章で実験的に評価する三軸織物複合材料（サカセ・アドテック(株)製 製品番号 SK-802)を対象として解析を実施した。当該製品に関する詳細は第5章で述べることとし，ここでは解析に際し必要な事項を述べるにとどめることにする。

当該製品 SK-802 は炭素繊維の繊維束 T300-1K（東レ(株)製）および Epoxy 樹脂 NM35（新日本石油(株)製）から成る三軸織物複合材料である。炭素繊維 T300 の特性値[80]および Epoxy 樹脂 NM35 の特性値をそれぞれ表 4.1，表 4.2 に示す。なお炭素繊維 T300 は横方向等方性（transversely isotropic）を有すると仮定し，Epoxy 樹脂 NM35 は等方性（isotropic）材料であると仮定している。また図 4.1 に示す三軸織物複合材料の幾何学的寸法について当該製品 SK-802 の寸法値を表 4.3 に示す。三軸織物を構成する繊維束は互いに織り込まれているため面外方向にうねり形状を有しているがそのうねり形状の一波長を「Yarn wavelength (L)」と呼び，うねり形状の一波長(L)から幾何学的関係により得られる繊維束の幅寸法の公称値を「Nominal yarn width (B)」と呼ぶ。また繊維束が交差している部分の厚みを「Thickness (2H)」と呼び，これは繊維束二層分の「厚み」に相当している。なお表 4.3 には複合材料中の炭素繊維の重量含有率も示している。

4.3 解析モデルの作成方法

4.3.1 三次元有限要素モデルの作成方法

三軸織物複合材料を構成する2つの繊維束が交差する領域(図 4.2(a))について有限要素モデルを作成した。その方法について述べる。まず2つの繊維束を図 4.2(b),(c),(d)に示すようにそれぞれ 0deg yarn, 60deg yarn と呼ぶことにし、各繊維束を長軸 B, 短軸 H の楕円柱とし、楕円柱の軸が x_1-x_2 面内に 60 度の角度をなし、また楕円柱の軸間の距離が H となるよう2つの楕円柱を配置する。次に、各楕円柱について三次元ソリッド要素を用いて有限要素モデルを作成し、図 4.2(e)に示すように、楕円柱 0deg yarn の両端面には x_3 方向に $-H/2$ の強制変位を、楕円柱 60deg yarn には x_3 方向に $H/2$ の強制変位を与えて幾何学的非線形性および yarn 同士の接触を考慮した有限要素解析を実施する。ただしこの際、後のユニットセルの有限要素モデル作成の便宜上、両 yarn の有限要素モデルの全節点の x_1-x_2 面内の変位が 0 となるように拘束している。こうして図 4.2 (f) に示すように 0deg yarn と 60deg yarn が相互に織り込まれた有限要素モデルが得られることになる。

なおモデル化に当り楕円柱断面の長軸を図 4.2(c)に示す繊維束幅寸法とし、一方短軸を繊維束の厚みとして図 4.2 (a)に示す2繊維束が交差する領域での厚み $2H$ の半分 H とするのが妥当である。ところで詳細は第5章に譲るが、解析対象である三軸織物複合材料 SK-802 では三方向の繊維束が隣接する部分(図 4.3 に示す部分)に空隙が観察される。そこで繊維束の間隔を一定としてすなわち図 4.4 中の繊維束のうねり形状の一波長 L を一定($=3.12\text{mm}$)として繊維束の幅寸法を空隙部が無い場合の繊維束の幅寸法(繊維束幅寸法の公称値) B から減じた値 B' として空隙を設けた(具体的には繊維束の断面を図 4.5 に示すように楕円の長軸方向の両端を切り落として幅寸法 B' となるようにした)。なお図 4.4 に示した空隙寸法 w_2 と B, B' の間には次式の関係がある。

$$\frac{w_2}{L} = \frac{1}{4} \frac{B - B'}{B} \quad (4.1)$$

第5章に示す空隙寸法の計測結果より、繊維束の幅寸法 B' として公称値 B から 3% 減じた値を用いていることとした。

図 4.6, 図 4.7 に三軸織物複合材料 SK-802 を対象とした2つの繊維束が交差する領域の三次元ソリッド有限要素モデルの様子を示す。図 4.6, 図 4.7 はそれぞれ接触解析前、後の様子を示している。また図 4.8 に繊維束同士の接触領域(上記の接触解析において接触していると判定された節点)を示す。なお上記の形状モデル作成過程では、各繊維束がヤング率 $E = 1.0(\text{GPa})$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ の等方性材料としている。

2つの繊維束が交差する領域について図 4.7 のような有限要素形状モデルが得られた後、これを複製することで図 4.16, 図 4.17 に示すような有限要素形状モデルが得られ

る。

なお、形状モデルが得られた後、実際の解析に際しては、三軸織物複合材料を構成する繊維束を、繊維と樹脂からなる複合材料と見なし均質な異方性材料として扱うものとする。なお繊維束の材料定数の算出には Hashin[79]の Composite Cylinder Assemblage 法 (CCA 法)を用いた。算出に用いた諸式を Appendix G に示す。CCA 法を用いて材料定数を算出する際、繊維束中の繊維体積含有率が必要になるので、次に述べる方法により繊維束中の繊維体積含有率を見積もっている。

繊維束に含まれる繊維のみの断面積が既知であり、また有限要素モデルにおいては各繊維束の断面はほぼ長軸 B 短軸 H の楕円の面積であることから（繊維束同士が交差接触する領域では断面形状が楕円形状からゆがむことになるがこれを無視することにする）、繊維の体積含有率を算出することができる。SK-802 の場合、繊維材料 T300-1K（東レ製）でありその織度=66(g/1000m)および密度=1.76(g/cm³) (ref.[81]) より繊維のみの断面積が 0.0375(mm²)となり、繊維束の繊維体積含有率は $v_f=76\%$ となる。なお繊維のフィラメントの断面形状が真円であると仮定し、このフィラメントが六角形充填配列および正方充填配列にあるときの繊維体積含有率はそれぞれ $v_f=90.6\%$ 、 $v_f=78.5\%$ であり、ここでは六角形充填配列とまではいかなくとも正方充填配列程度の、繊維の充填率が高い繊維束を想定してモデル化していることになる。

ところで、本解析対象 SK-802 では繊維、樹脂の重量含有率 w_f, w_m が既知であり、繊維、樹脂の密度 ρ_f, ρ_m が既知であるからこれらの値を用いて繊維体積含有率 v_f を見積もることができる。このようにして SK-802 の繊維体積含有率を求めると $v_f=63\%$ となる。図 4.3 に示す SK-802 を顕微鏡で観察した様子から当該製品においては繊維束の表面に樹脂だまりが存在しており、繊維束断面を楕円でモデル化した上述の有限要素モデルにおいてはこの樹脂だまりを無視したモデルとなっており、そのため繊維の体積含有率が $v_f=76\%$ と高い値となっている。本論文では、三軸織物複合材料の力学的特性に焦点を絞っており、上記の樹脂だまりが当材料の力学的特性に及ぼす影響が小さいとしてこれを無視している。当材料の熱変形特性など樹脂の特性が当材料の特性に及ぼす影響が大きいと考えられる場合には、当材料を構成する樹脂の量および幾何学的配置を正しく考慮にいたした解析モデルを用いる必要があることを付言しておく。

さて、CCA 法を用いて解析対象 SK-802 の場合について表 4.1 および表 4.2 に示す構成材料の材料特性と上述の繊維体積含有率 $v_f=76\%$ を用いて算出された繊維束の材料特性を表 4.4 に示す。なお繊維束は横方向等方性 (transversely isotropic) を有するものとしている。

4.3.2 三次元有限要素モデルの要素分割数に起因する解析誤差の評価

ここでは、図 4.9 に示すユニットセルについて有限要素解析を実施する場合にその要素分割数に起因する数値解析誤差について評価する。要素としては標準的な 20 節点アイソパラメトリック三次元六面体要素および 15 節点アイソパラメトリック三次元五面体要素を用い、図 4.10 に示す 3 つの要素分割パラメータ n_x, n_y, n_z により要素分割数を決定し有限要素モデルを作成した。そして要素分割パラメータ n_x, n_y, n_z を表 4.5 に示す 4 種類の値に変化させて等価な平板の剛性値を解析し、要素分割数が解析結果に及ぼす影響について検討した。ただし要素分割パラメータ n_z については $n_z = 2$ で一定とした。なお、図 4.11 に要素分割パラメータが $n_x = 1, n_y = 2$ の場合の、図 4.12 に $n_x = 6, n_y = 12$ の場合の要素分割の様子をそれぞれ示す。各要素分割における要素数、節点数および算出された引張剛性値、曲げ剛性値およびポアソン比を表 4.5 に示す（なお引張剛性、曲げ剛性およびポアソン比の算出には Appendix H に示す(h.7),(h.8),(h.11)式を用いている。）また図 4.13, 図 4.14 および図 4.15 にそれぞれ表 4.5 に示す引張剛性値、曲げ剛性値およびポアソン比を節点数の変化に対してプロットした結果を示す。なお節点数に節点の自由度数 3 を乗じた値が全自由度数となる。 $n_x = 4, n_y = 8, n_z = 2$ の場合に引張剛性値、曲げ剛性値およびポアソン比全てについて収束解が得られていると判断し、要素分割パラメータとして $n_x = 4, n_y = 8, n_z = 2$ を用いて今後解析を進めることにする。なお、要素分割パラメータ $n_x = 4, n_y = 8, n_z = 2$ の場合の有限要素解析モデルの様子を図 4.16, 図 4.17 に示した。

4.3.3 梁連結モデルの作成方法

ここでは、複合材料を構成する繊維束を梁でモデル化しこれを連結した梁連結モデルの作成方法について述べる。上述の三次ソリッド有限要素モデルと比較し解析モデルの作成も含めて解析に要する労力が大幅に軽減されるが、繊維束同士が交差する領域に関し厳密に考慮していないなど簡略化した解析モデルとなっている。

まず 3.1 項に述べた方法に従い作成した三次元ソリッド有限要素モデルにおいて、各繊維束の面外へのうねり形状を把握するため、図 4.18 に示すように 0 度方向に配向した繊維束一本を取り出し、その断面 ($x_2 - x_3$ 面に平行な断面) の図心にある節点（正確には 2 つの繊維束の接触解析を実施する前の楕円柱モデルにおける断面図心にあった節点)の座標をプロットしたものを図 4.19 に示す。また波長 L 振幅 $H/2$ の正弦曲線(sine curve), $x_3 = (H/2)\sin(2\pi x_1/L)$ も併せて示す。図 4.19 に示すように三次元ソリッド有限要素モデルの繊維束の断面図心を通る曲線は正弦曲線で近似することが出来る。そこで梁連結モデルにおいて各繊維束を梁でモデル化する際、繊維束を正弦曲線で近似しこれを梁要素を用いてモデル化した(図 4.20)。なお梁は面外せん断変形を考慮した Timoshenko 梁とし、要素としては 2 節点 Timoshenko 梁要素を用いている。線形解析に

おける二節点梁要素の剛性マトリックスを Appendix F に示す。なお、梁の断面の形状を図 4.21 に示すように繊維束幅寸法 B を長軸、繊維束の厚み H （複合材料の厚み $2H$ の $1/2$ ）を短軸とする楕円形状とし、また梁はその断面内で均質であるとしその材料定数として表 4.4 に示す値を用い梁の諸特性を算出した。

上記の方法により各繊維束を梁要素でモデル化し、これを 3 章に述べた方法により連結することにより、すなわち、繊維束交差部に存在する各繊維束の節点同士を剛体で連結することにより、梁連結モデルを作成する。

ところで、三次元ソリッド有限要素モデルでは、繊維束交差部において繊維束同士は図 4.8 に示すように面により接続されている。上述の梁連結モデルでは各繊維束を個別に梁としてモデル化し繊維束交差部の点で接続するモデルになっているため三次元ソリッド有限要素解析モデルとの整合性がとれないと考えられる。そこで三次元ソリッド有限要素モデルとの整合性の観点から、上述の梁連結モデルを次に示す方法で改良することにする。

各繊維束の梁によるモデル化に改良を加えるが、ここでは 0 度方向に配向した繊維束に注目しその梁によるモデル化の改良方法について示すことにする。0 度繊維束と 60 度繊維束はその交差部において、図 4.22 (a) に示すような面で接続されている。この接続部では 0 度繊維束と 60 度繊維束の 2 層からなる積層板を構成すると考えられる。したがって 0 度繊維束を梁でモデル化する場合、接続部では 60 度繊維束もその剛性に寄与すると考えられる。ここでは簡略化した方法でこの剛性への寄与分を見積もることにする。まず接続面積を図 4.22 (b) のように長方形領域で簡略化する。図 4.22 (b) 中の断面 C-C' を図 4.22 (c) に示す。ここで $(x_1^{(e)}, x_2^{(e)}, x_3^{(e)})$ 座標系は 0 度繊維束の断面図心を通る要素座標系であり、従来の梁連結モデルにおける梁の要素座標系である。ここで図 4.22 (c) の断面を有する $x_1^{(e)}$ 軸方向の真直な梁を考え、その中立軸上に節点を配置し、また中立軸上に原点を有する要素座標系 $(x_1^{(e)}, x_2^{(e)}, x_3^{(e)})$ を設定し、新たに設定した要素座標系に関する引張剛性、曲げ剛性を算出することにする。なお、図 4.22 (c) に示す 60 度繊維束の断面形状については、 $(B/2) \times H$ の長方形断面とする。

まず図 4.22 (c) の中立軸の位置については

$$e = \frac{\iint_A E x_3^{(e)} dA}{\iint_A E dA} = -\frac{E_{60} A_{60}}{E_0 A_0 + E_{60} A_{60}} H \quad (4.2)$$

により求められる。ただし E_0, E_{60} はそれぞれ 0 度繊維束、60 度繊維束の $x_1^{(e)}$ 方向ヤング率であり、 A_0, A_{60} はそれぞれ 0 度繊維束、60 度繊維束の図 4.22 (c) に示す断面積である。なお、 E_{60} は、

$$\frac{1}{E_{\theta}} = \frac{1}{E_L} \{\cos \theta\}^4 + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \{\sin \theta\}^2 \{\cos \theta\}^2 + \frac{1}{E_T} \{\sin \theta\}^4 \quad (4.3)$$

において $\theta = 60^\circ$ として求め、また $A_0 = \pi BH/4$ 、 $A_{60} = (B/2) \times H$ である。

次に図 4.22 (c)に示すように $(x_1^{(e)}, x_2^{(e)}, x_3^{(e)})$ 座標系を $x_3^{(e)}$ 方向に「e」だけ移動した $(x_1^{(e)}, x_2^{(e)}, x_3^{(e)})$ 座標系について引張剛性 $(E_L A)'$ 、 $x_2^{(e)}$ 軸周りの曲げ剛性 $(E_L I_y)'$ および $x_3^{(e)}$ 軸周りの曲げ剛性 $(E_L I_z)'$ はそれぞれ

$$(E_L A)' = E_0 A_0 + E_{60} A_{60} \quad (4.4)$$

$$(E_L I_y)' = E_0 (I_{y0} + e^2 A_0) + E_{60} (I_{y60} + (H - e)^2 A_{60}) \quad (4.5)$$

$$(E_L I_z)' = E_0 I_{z0} + E_{60} I_{z60} \quad (4.6)$$

で与えられる。ここで I_{y0}, I_{z0} は0度繊維束の断面図心に原点を有する座標系すなわち $(x_1^{(e)}, x_2^{(e)}, x_3^{(e)})$ 座標系における0度繊維束のみの $x_2^{(e)}$ 軸周りおよび $x_3^{(e)}$ 軸周りの曲げ剛性である。また I_{y60}, I_{z60} は、 $(x_1^{(e)}, x_2^{(e)}, x_3^{(e)})$ 座標系を60度繊維束の断面図心が原点となるよう平行移動した座標系を設定しこれを $(x_1^{(e)}, x_2^{(e)}, x_3^{(e)})$ 座標系とした時、60度繊維束のみの $x_2^{(e)}$ 軸周りおよび $x_3^{(e)}$ 軸周りの曲げ剛性である。具体的にはそれぞれ次のように求められる $I_{y0} = \pi BH^3/64$ 、 $I_{z0} = \pi B^3 H/64$ 、 $I_{y60} = BH^3/24$ および $I_{z60} = B^3 H/96$ 。

また $x_2^{(e)}$ 軸方向有効せん断剛性 $(k_y G_{LT} A)'$ 、 $x_3^{(e)}$ 軸方向有効せん断剛性 $(k_z G_{LT} A)'$ は

$$(k_y G_{LT} A)' = k_{y0} G_{LT0} A_0 + k_{y60} G_{LTy60} A_{60} \quad (4.7)$$

$$(k_z G_{LT} A)' = k_{z0} G_{LT0} A_0 + k_{z60} G_{LTz60} A_{60} \quad (4.8)$$

で与えられる。なお G_{LTy60}, G_{LTz60} はそれぞれ

$$\frac{1}{G_{LTy\theta}} = 2 \left(\frac{2}{E_L} + \frac{2}{E_T} + \frac{1}{G_{LT}} + \frac{4\nu_{LT}}{E_L} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \{ \sin^2 \theta \cos^2 \theta \} + \frac{1}{G_{LT}} \left(\{ \sin^4 \theta \} + \{ \cos^4 \theta \} \right) \quad (4.9)$$

$$\frac{1}{G_{LTz\theta}} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{G_{LT}} + \frac{1}{G_{TT}} \right) + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{1}{G_{TT}} \right) \cos 2\theta \right\} \quad (4.10)$$

において $\theta = 60^\circ$ として求める。また $k_{y0} = k_{z0} = 9/10$ 、 $k_{y60} = k_{z60} = 5/6$ を用いた。

そして図 4.22(d)に示すように、「modified beam」と示した領域について(4.2)式で算出した量と同じ量だけ中立軸が移動していると仮定し、領域内の節点を「e」だけ x_3 方向に移動し、またこの領域の引張剛性などの梁の諸特性には(4.4)～(4.8)式に示した改良した梁の特性を用いることにする。そして図 4.22(d)に示すように、この領域の改良した梁モデルをそれ以外の領域の通常の梁モデルと剛体を用いて連結する。

また上記の方法により各方向の繊維束の梁モデルを改良した後、それぞれの梁モデルを連結する方法としては、従来の梁連結モデルと同様、図 4.22(e)に示すように交点部に存在する節点同士を剛体で連結する方法を用いる。

このようにして改良された繊維束の梁モデルおよび梁連結モデルを今後改良梁連結

モデル (modified beam model) および改良梁連結モデル (modified beam network model) と呼ぶことにする.

4.4 等価な平板の剛性解析

4.4.1 三軸織物複合材料と等価な平板の剛性解析結果

4.3 節においても等価な平板の剛性の解析結果を示したが，ここで改めて三軸織物複合材料と等価な平板の剛性の解析結果を示し，三軸織物複合材料に特徴的な力学的特性について述べることにする。

表 4.6 に三軸織物複合材料 SK-802 を対象として三次元ソリッド有限要素モデルを用いて均質化法によりこれと等価な平板の剛性を算出した結果を示す。なお，解析結果は次式で表される標準的な平板の剛性マトリックスの形式で示している。

$$\begin{Bmatrix} N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \\ M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B]^T & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^0 \\ \varepsilon_{22}^0 \\ 2\varepsilon_{12}^0 \\ \kappa_{11} \\ \kappa_{22} \\ 2\kappa_{12} \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

なお， $[A]$ が面内剛性マトリックス， $[D]$ が面外剛性(曲げ剛性)マトリックス， $[B]$ が面内-面外カップリング剛性マトリックスである。表 4.6，表 4.7 に示す結果より，平板の剛性マトリックス $[A]$ ， $[B]$ ， $[D]$ は次のような形式を有していることが分かる。

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & (A_{11} - A_{12})/2 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -B_{13} \\ 0 & 0 & B_{13} \\ B_{13} & -B_{13} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & (D_{11} - D_{12})/2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

特に注意すべき点として，面内剛性マトリックス $[A]$ の成分について

$$A_{11} = A_{22}, A_{11} - A_{12} = 2A_{33} \quad (4.15)$$

が成り立ち，また面外剛性マトリックス $[D]$ の成分についても同様に，

$$D_{11} = D_{22}, D_{11} - D_{12} = 2D_{33} \quad (4.16)$$

が成立し，さらに面内-面外カップリング剛性マトリックス $[B]$ については，引張-ねじりカップリング項 B_{13} ， B_{23} およびせん断-曲げカップリング項 B_{31} ， B_{32} が現れ，

$$B_{13} = -B_{23} = -B_{31} = B_{32} \quad (4.17)$$

が成立している点が挙げられる。 $[A]$ ， $[B]$ ， $[D]$ マトリックスの成分について(4.15)～(4.17)式が成立すると，平板面内の座標変換について平板の剛性マトリックスが不変，

すなわち $[A],[B],[D]$ マトリックスが不変であることを示すことができる (Appendix I 参照). したがって上記の解析結果より三軸織物複合材料と等価な平板の剛性は等方性を有していることが分かる. すなわち等価な平板の面内剛性($[A]$)および面外剛性($[D]$)が等方性であり, カップリング剛性 $[B]$ には引張—ねじりカップリング項が存在し, このカップリング剛性 $[B]$ も含めて等方性である.

また表 4.7 に梁連結モデルを用いて均質化法により平板の剛性を算出した結果を示す. 表 4.7 に示す結果においても(4.12)~(4.17)式が成立し, 等価な平板の剛性が等方性を有する点で定性的には三次元ソリッド有限要素法による解析結果と等しい. しかし表 4.6 および表 4.7 に示した剛性マトリックスの成分の絶対値については両者で乖離した結果となっており, 三次元ソリッド有限要素法による結果と比較して梁連結モデルによる解析結果は, A_{11} 成分で比較して 11%, D_{11} 成分で比較して 26%低い結果を与える. なお, 表 4.8 に改良梁連結モデルを用いて均質化法により平板の剛性を解析した結果を示す. 三次元ソリッド有限要素法による結果と比較して A_{11} 成分で比較して 5%, D_{11} 成分で比較して 12%低い結果となるが, 三次元ソリッド有限要素法梁連結モデルによる解析結果を基準として, 改良梁連結モデルでは梁連結モデルより改善された結果が得られることが分かる.

なお, 三次元ソリッド有限要素モデルを用い剛性平均法により平板の剛性を解析した結果を表 4.9 に示す. カップリング剛性マトリックス $[B]=[0]$ であり, 剛性平均法では上記の均質化法による解析で示した引張—ねじりカップリング項を評価できないことが分かる. なお, 面内剛性マトリックス $[A]$, 面外剛性マトリックス $[D]$ の成分については(4.15),(4.16)式が成立し, 平板の剛性マトリックスは等方性となる. また剛性平均法による剛性値は, 均質化法により得られる剛性値に対して上界を与えることを述べたが, $[A]$ マトリックス, $[D]$ マトリックスの対角成分について均質化法により得られた表 4.6 の結果と比較すると, 表 4.9 の結果の方が大きいことが容易に確認できる. なお, 剛性平均法により得られた A_{11}, D_{11} 成分は均質化法による結果に対してそれぞれ 44%, 155%高い値となり, 剛性平均法により等価な平板の剛性値を定量的に推量するのは不適切であることが分かる.

また梁連結モデルおよび改良梁連結モデルを用いて剛性平均法 (に相当する方法) により等価な平板の剛性を算出した結果をそれぞれ表 4.10, 表 4.11 に示す. この場合もカップリング剛性マトリックス $[B]=[0]$ であり面内剛性マトリックス $[A]$, 面外剛性マトリックス $[D]$ の成分については(4.15),(4.16)式が成立し等方性を有していることが分かる. なお

表 4.10 に示した A_{11}, D_{11} 成分は均質化法による結果 (表 4.7) に対してそれぞれ 34%, 200%高い値となり, 梁連結モデルにおいても剛性平均法と均質化法で剛性値が乖離した結果となっている (改良梁連結モデルについても同様である).

4.4.2 他の材料との比較

航空宇宙工学分野などの先端的分野において構造材料として使用される複合材料の中では、長繊維で一方向に強化した単層材を方向を変えて複数枚積層した積層材が代表的な材料形態の一つである。そこで前項で得られた三軸織物複合材料の剛性をこの複合材料積層板の剛性と比較し、三軸織物複合材料の特長について考察する。

解析対象とした三軸織物複合材料 SK-802 と単位面積あたりの重量が等しい積層構成 $[-60/0/60]$ の擬似等方積層板 (より正確には三次元ソリッド有限要素解析モデルと単位面積あたりの重量が等しい積層板) を比較対象とする。まず、積層板の構成材料は三軸織物複合材料を構成する繊維束と同じ材料とする (表 4.4)。ところで、図 4.16 に示す三次元ソリッド有限要素解析モデルでは (モデルの体積)/(六角形の面積) = $54.47 \mu\text{m}$ であるから、等重量の $[-60/0/60]$ 擬似等方積層板全体の厚みが $54.47 \mu\text{m}$ 、一層の厚みが約 $18 \mu\text{m}$ となり、非常に薄い積層板を比較対象にしていることになる。表 4.12 に古典積層理論 (ref. [78]) を用いて上記の積層板につき平板の剛性を算出した結果を示す。非対称積層板であるためカップリング剛性 $[B]$ が現れている。なお、一層の層厚を $1/2$ として対称積層して $[-60/0/60]_s$ なる積層構成の積層板を考えれば重量に変化がなく、面内剛性はそのままカップリング剛性をゼロにすることは可能である。面内剛性 $[A]$ につき三軸織物複合材料と積層板を比較すると、積層板は擬似等方積層のため面内剛性が等方性となり A_{11} 成分を比較すると、三軸織物複合材料の剛性値が積層板の剛性値に比べて 28% 低くなっている。これは同じ重量で比較した場合、織物複合材料では繊維束同士が織り込まれているため繊維束が面外方向にうねった形状を有し面内から逸れた方向に配向しているため、繊維方向の剛性が複合材料面内の剛性に有効に寄与しないことに起因している。一方面外剛性 $[D]$ については、三軸織物複合材料では繊維束が相互に織り込まれて各繊維束が面外方向に均等に配置されているため面外剛性についても等方性であるのに対し、積層板では面内剛性、面外剛性を共に等方性にするには一般には不可能である。

従って擬似等方積層板と比較した場合、三軸織物複合材料の特長として面内剛性を犠牲にするが、面内剛性および面外剛性共に等方性にできる点が挙げられる。なお、複合材料積層板と比較した場合の三軸織物複合材料の特長を表 4.13 にまとめた。

4.4.3 引張-ねじりカップリング剛性に関する考察

4.4.1 項では、均質化法により三軸織物複合材料と等価な平板の剛性を算出した結果、引張-ねじりカップリング剛性が現れることを示した。当材料は引張-ねじりカップリング剛性についても面内に等方性を有するので、二枚の三軸織物複合材料を面内に 90 度ずらして (30 度でも同じであるが) 積層しても引張-ねじりカップリング剛性をゼ

ロにすることはできないと予想される。引張-ねじりカップリング剛性が生じないようにする方法としては、織り構造を逆にした三軸織物複合材料（図 4.23）を製作して、これと元の材料を積層する方法が挙げられる。

なお、平板の剛性が(4.11)式で与えられた場合、曲げおよびねじり曲率をゼロに拘束しない場合と拘束した場合について一方向引張負荷時の引張剛性はそれぞれ、 $S_i = 1/a_{11}$ 、 $S_i^{K=0} = 1/A_{11}^{-1}$ で与えられる（Appendix H (h.7),(h.21)式参照）。ただし

$$\begin{bmatrix} [a] & [b] \\ [b]^T & [d] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B]^T & [D] \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.18)$$

である。そこで表 4.6 に示す諸量を用いて引張剛性を算出すると、 $S_i^{K=0}/S_i = 1.00355$ となり、ねじり変形を拘束した方の剛性がわずかに約 0.35% 高くなるのみである。したがって当材料の引張剛性を一軸引張試験により評価する際、ねじり変形の拘束の有無は結果に影響を及ぼさないことが予想される。

4.4.4 織り構造が異なる場合の剛性解析結果

これまで具体的な三軸織物複合材料 SK-802 を対象に解析を実施してきた。ここでは織物複合材料の幾何学的諸特性（繊維束の織り密度、繊維束の厚み等）の変化が等価な平板の剛性に及ぼす影響について解析した結果を示す。なお、繊維束の材料特性は不変としている。

まず SK-802 の解析モデルの面外 x_3 軸方向の幾何学的寸法はそのままに、面内 x_1, x_2 軸方向の幾何学的寸法をそれぞれ $1/n$ 倍した解析モデル（これを $(1/n, 1/n, 1)$ モデルと呼ぶことにする）について考えることにする。 $(1/n, 1/n, 1)$ モデルでは複合材料の厚みは変化せず従って繊維束の厚みは変化せず、繊維束の幅寸法は $1/n$ となり、単位長さ当りの繊維束数すなわち織り密度が n 倍となるモデルである。なお単位面積当りの重量は変化しない。 $(1/n, 1/n, 1)$ モデルで $n=1, 2, 3, 4$ と変化させた場合の等価な平板の剛性解析結果を表 4.14 に示す。また表 4.14 の結果より、引張剛性 A_{11} 、曲げ剛性 D_{11} をモデルパラメータ n に対してプロットした結果をそれぞれ図 4.24、図 4.25 に示す。ただし引張剛性 A_{11} 、曲げ剛性 D_{11} は $n=1$ の時の値で正規化して示している。図 4.24、図 4.25 よりモデルパラメータ n が増加するにつれて引張剛性、曲げ剛性が減少し、 $n=4$ の場合の剛性が $n=1$ の値に比べて約 20% 低い結果となる。ところで織物を構成する繊維束の面外へのうねりの度合いを表すパラメータとしてクリンプ率を図 4.26 に示すように、

$$\text{クリンプ率} = \frac{H}{L} \quad (4.19)$$

で定義すると、 $n=1$ の時と比べて $(1/n, 1/n, 1)$ モデルでは H は不変、 L は $1/n$ となるためクリンプ率が n 倍となり、より繊維束が面外に配向することになる。よって、面内の

剛性や曲げ剛性は $n=1$ の時と比べて低下することになる。したがって当重量の場合、剛性の観点からは、繊維束の幅寸法を大きく（織り密度を小さく）するのが望ましいと言える。

なお x_1, x_2 および x_3 軸方向にそれぞれ n 倍した相似形モデルを (n,n,n) モデルと呼ぶことにし、その面内剛性、カップリング剛性、曲げ剛性をそれぞれ $[A^{(n)}], [B^{(n)}], [D^{(n)}]$ と置き、標準の $(1,1,1)$ モデルの面内剛性、カップリング剛性、曲げ剛性をそれぞれ $[A], [B], [D]$ と置くと、次式の関係が成り立つ。

$$[A^{(n)}] = n[A], [B^{(n)}] = n^2[B], [D^{(n)}] = n^3[D] \quad (4.20)$$

ただし、 (n,n,n) モデルでは $(1,1,1)$ モデルに比べて単位面積当たりの重量が n 倍となる。なお、例えば標準モデルの x_3 軸方向にのみ n 倍したモデル ($(1,1,n)$ モデル) は $(1/n, 1/n, 1)$ モデルを x_1, x_2 および x_3 軸方向にそれぞれ n 倍した相似形モデルであるから、その剛性は $(1/n, 1/n, 1)$ モデルの剛性解析結果と (4.20) 式より得ることができる。三軸織物の幾何学的形状については、(4.20) 式の関係も勘案して、剛性と重量に関する要求を満たすように決定することになる。

4.5 自由端を有する場合の剛性解析

4.5.1 三次元有限要素モデルによる解析

実験的に当材料の力学的特性を評価する場合に有限な寸法を有するサンプルを用いて評価試験を実施せざるを得ない。その場合、サンプルの寸法に対して微視的な構造（繊維束の織り構造）の寸法が相対的に大きくなると、微視的な構造を反映する挙動が発現し、所望の均質体と見なした場合の特性値を評価できない場合がある。ここでは、短冊型の試験片に対して、一軸引張負荷を与えて引張特性を評価する場合あるいは三点曲げ試験などにより曲げ特性を評価する場合を想定して、負荷方向に垂直な方向すなわち試験片の幅方向に自由端が存在する場合の引張および曲げ解析を実施し、自由端の存在が、評価される（見掛けの）剛性値に及ぼす影響について検討した。

図 4.27 に示すような単位周期領域をユニットセルと取る。0 度方向に負荷する場合、ユニットセルを 90 度方向 (x_2 方向) に 3, 4, 5, 6 および 7 ユニット並べたモデルを作成し、0 度方向には引張ひずみ $\overline{\varepsilon}_x$ あるいは曲げ曲率 $\overline{\kappa}_x$ を与え、さらに 0 度方向 (x_1 方向) の境界については周期条件を課し、90 度方向 (x_2 方向) の境界は自由端として解析を実施した。また引張剛性として解析の結果得られた x_1 方向の境界での表面力を合算したもの (0 度方向引張荷重) を x_2 方向寸法で除して、見かけの膜力 N_x を算出し、

$$\text{Tensile stiffness} = N_x / \overline{\varepsilon}_x \quad (4.21)$$

により引張剛性を算出した。また曲げ剛性に関しても同様にして、

$$\text{Bending stiffness} = M_x / \overline{\kappa_x} \quad (4.22)$$

により算出した. 図 4.28 に x_2 方向に 3 ユニット並べた解析モデルを示す. また 90 度方向に負荷する場合にも 0 度方向 (x_1 方向) に 4, 6, 8, 10 および 12 ユニット並べたモデルを作成し同様な解析を実施した. 図 4.29 に x_1 方向に 4 ユニット並べた解析モデルを示す.

図 4.30 に負荷方向に垂直な方向 (幅方向) のユニットセル数の変化に対する見掛けの引張剛性の変化の様子を示した. ただし横軸にユニットセル数の逆数を取っている. 図 4.30 より見掛けの引張剛性が幅方向のユニット数 (幅方向寸法) によって変化し, 特に 90 度方向に幅方向寸法の増加に伴い剛性値が著しく増加することが分かる. また 0 度方向には幅を変化させてもほぼ一定の値となる. さらに見掛けの引張剛性がユニットセル数の逆数に関して線形に変化する様子が見られる. 幅方向寸法が無限大となる場合 (図 4.30 の横軸が 0 となる場合) を外挿により求めると 0 度方向と 90 度方向で等しい剛性値となることが示される. さらに, その値は均質化法で得られる引張剛性値となる (図 4.30 に均質化法による剛性値を○で示している).

また, 図 4.31 に幅方向ユニットセル数の変化に対する見掛けの曲げ剛性の変化の様子を示す. 見掛け曲げ剛性についても引張剛性の場合と同様に幅方向ユニット数により変化する挙動を示す.

そこで, 幅方向のユニット毎の局所的な剛性を算出し, 幅方向の剛性の変化の様子を調べた. 図 4.32 に幅方向にユニットセル毎に引張および曲げ剛性を算出する方法を示す. なおユニットセルの番号は 0 度方向の解析については x_2 座標が小さい順に, 90 度方向の解析については x_1 座標が小さい順に 1 から連番を振っている.

まず図 4.33 に 0 度方向引張負荷時の幅方向のユニット毎の局所的な引張剛性の変化の様子を示す. ただし, 縦軸には, 算出された剛性値を均質化法により算出した剛性値で除して正規化した値を示す. 幅方向の自由端部にある 1 ユニット領域において, 剛性が低下している. 自由端部の 1 ユニット領域を除けば, 均質化法により得られる本来有する剛性が発現している. ただし, 自由端部における剛性低下は 3~4% 程度である. 次に図 4.34 に 90 度方向引張負荷時の幅方向のユニット毎の局所的な引張剛性の変化の様子を示す. この場合にも自由端部の 1 ユニット領域において剛性が低下していることが分かる. 特に 90 度方向引張負荷時には自由端部の剛性低下が 22~23% に達している.

また図 4.35, 図 4.36 それぞれに 0 度方向曲げ負荷時, 90 度方向曲げ負荷時の幅方向の曲げ剛性の変化の様子を示す. 0 度方向曲げ負荷時には自由端の影響は非常に小さく自由端部の剛性低下は見られない. また 90 度方向曲げ負荷時には, やはり自由端部 1 ユニット領域において剛性低下が見られるが, 剛性低下は約 4% である.

上記の結果より, 自由端の影響を考慮すると見掛けの剛性値が幅方向ユニットセル数により変化する挙動を説明することができる. 図 4.37 に示すように, 解析領域幅方向中央部には自由端の影響を受けず本来有する剛性が発現する領域が存在するとして, そ

こでの剛性を E_C と表記する．一方自由端近傍には，自由端の存在により剛性低下が生ずる局所的な領域が存在するとし，そのユニット数を片側 $l_E/2$ ，そこでの剛性を $E_E (< E_C)$ とする．また幅方向のユニット数を l_B と表記する．幅方向に引張ひずみまたは曲げ曲率が一定の場合，見かけの剛性 E は複合則の形式で，

$$E = E_C \times \frac{l_B - l_E}{l_B} + E_E \times \frac{l_E}{l_B} \quad (4.23)$$

あるいは E_C で正規化して，

$$\frac{E}{E_C} = 1 - \frac{E_C - E_E}{E_C} l_E \frac{1}{l_B} \quad (4.24)$$

と表される．幅方向ユニット数 l_B が変化しても上記の幅方向の剛性変化の結果より自由端部の剛性およびユニット数 E_E ， l_E は一定であるから，見かけの剛性 E は幅寸法の逆数 $1/l_E$ に対して線形に変化する．また幅寸法 l_B が無限大となる場合 $E = E_C$ となり本来有する剛性が得られることになる．なお，図 4.30 あるいは図 4.31 における傾きは(4.24)式より， $l_E(E_C - E_E)/E_C$ であるが， l_E は 0 度方向および 90 度方向共に 1 ユニット程度であり，90 度方向の自由端部での剛性低下 $(E_C - E_E)/E_C$ が 0 度方向に比べて著しく，図 4.30 あるいは図 4.31 に示すグラフにおいて 90 度方向に傾きが大となる．

以上の解析結果より，一軸引張試験あるいは三点曲げ試験により有限な幅寸法を有する試験片を用いて当材料の引張剛性あるいは曲げ剛性を評価する場合，試験片幅方向端部の影響により当材料が本来有する剛性を評価できない場合があることが示された．

4.5.2 梁連結モデルによる解析

ここでは梁連結モデルおよび改良梁連結モデルを用いて 4.5.1 項と同様の解析を実施した結果を示す．図 4.38，図 4.39 に梁連結モデルによる解析の結果得られた，見掛けの引張剛性値および見掛けの曲げ剛性値の幅方向ユニットセル数による変化を示す．また改良梁連結モデルによる同様の解析結果を図 4.40，図 4.41 に示す．三次元ソリッド有限要素モデルの結果と同様に，剛性が幅方向ユニットセル数の逆数（あるいは幅寸法の逆数）に対して線形に変化する挙動を示し，0 度方向に比べて 90 度方向に負荷した場合に幅方向ユニットセル数（あるいは幅寸法）の変化に対する剛性変化が著しい挙動を示す．また図 4.42，図 4.43 にそれぞれ 0 度方向，90 度方向に引張負荷した場合の幅方向のユニット毎の局所的な引張剛性の変化の様子を示す．ただし，縦軸には算出された剛性値を均質化法により算出した剛性値で除して正規化した値を示す．また図 4.44，図 4.45 にそれぞれ 0 度方向，90 度方向に曲げ負荷した場合の幅方向のユニット毎の局所的な引張剛性の変化の様子を示す．なお，図 4.42～図 4.45 では梁連結モデルと改良梁連結モデル両者の解析結果を示している．0 度方向に負荷した場合，引張剛性については図 4.42 より幅方向自由端近傍の 1 ユニット領域において剛性の低下が見られるが，高々 2～3% 程度の低下である．また曲げ剛性については図 4.44 より幅方向に剛性低下

が見られない。一方 90 度方向に負荷した場合、図 4.43、図 4.45 より引張剛性、曲げ剛性共に自由端近傍の 1 ユニット～2 ユニット領域において剛性が低下し、特に自由端近傍の 1 ユニット領域で引張剛性については約 33%、曲げ剛性については 11～13%の剛性低下が見られる。なお、4.5.1 項で述べたように自由端部近傍の剛性低下を考慮することにより幅方向ユニットセル数の変化により見掛けの剛性が変化する挙動を説明することができる。

図 4.46、図 4.47 はそれぞれ見掛けの引張剛性、見掛けの曲げ剛性が幅方向ユニットセル数に対して変化する挙動につき、梁連結モデル、改良梁連結モデルそして三次元ソリッド有限要素モデルによる解析結果を比較したものである。ただし、剛性値は均質化法により得られる剛性値で除して正規化した値を用いている。90 度方向に負荷した場合に、自由端近傍における剛性低下は三次元ソリッド有限要素モデルでは引張剛性に関して約 23%、曲げ剛性に関しては約 4%であるのに対し、梁連結モデルおよび改良梁連結モデルでは引張剛性に関して約 33%、曲げ剛性に関して 11～13%であり、梁連結モデルの方が引張剛性、曲げ剛性共に剛性低下が大である。また自由端近傍の剛性低下が生ずる領域については三次元ソリッド有限要素モデルでは 1 ユニットであるのに対し、梁連結モデルおよび改良梁連結モデルでは 2 ユニット領域に及ぶ。これらの結果を反映して、梁連結モデルによる幅方向ユニットセル数の変化に対する剛性の変化の挙動が三次元ソリッド有限要素モデルによる挙動から乖離する。

上記の結果より、梁連結モデルおよび改良梁連結モデルにより、幅方向ユニットセル数により見掛けの剛性が変化する挙動を定性的に把握することは可能であることが示された。ただし三次元ソリッド有限要素モデルによる結果との乖離が大きく定量的に把握するのは困難であることが分かる。

4.5.3 まとめ

以上の結果は、有限な寸法を持つ領域について剛性評価解析を実施した場合、材料が本来有する剛性値を正しく評価できず、剛性値を低く評価してしまうことを示している。また上記の解析では、負荷方向に依存して剛性値が異なる結果が得られ、材料が本来有する剛性が等方性を有するという性質も正しく評価できないことを示している。

三軸織物複合材料を構造材料として使用する際、まず基本的な力学的特性として剛性を評価する必要がある。その際、引張剛性および曲げ剛性を解析的に評価する最も簡便な方法は、ここで示したような材料のサンプルに対して力学的な負荷を与えてその応答から剛性を評価する方法である。その際サンプルは有限な寸法を持ち、その境界においては通常は周期条件などの特別な考慮をしない。ここでの解析結果はそのような解析を実施した場合に、材料の剛性を正しく評価できない事実を示している。

ところで当材料の剛性を実験的に評価する場合の標準的な方法として、引張剛性評価試験としては一軸引張試験、曲げ剛性評価試験としては三点曲げあるいは 4 点曲げ試験

などが挙げられる。これらの評価試験は、ここで示した解析法と同様な方法により剛性を評価する。すなわち、有限な寸法を持つ材料のサンプルに一方向に引張あるいは曲げ負荷を与えた時の材料の応答から剛性を評価する。従って、ここで示した解析結果はこれらの剛性評価試験により三軸織物複合材料の剛性を評価した場合、材料が本来有する剛性を正しく評価できない可能性を示唆している。

4.6 織物複合材料中の繊維束の非線形引張挙動の解析

4.6.1 三次元有限要素モデルによる解析

織物複合材料中の繊維束の力学的特性を把握するため、図 4.48 に示すように複合材料中の 0 度繊維束の一周期領域を取り出して、これに引張負荷した場合の挙動について三次元ソリッド有限要素モデルを用いた有限要素解析を実施した。その際、他の二方向に配向した繊維束が繊維束交差部に存在する場合に、それらが注目している繊維束の引張挙動に及ぼす影響について検討するため、図 4.49 に示すように±60 度繊維束が 0 度繊維束上に有る場合と図 4.50 に示す 0 度繊維束のみの場合について三次元ソリッド有限要素モデルを作成し解析を実施した。なお解析には幾何学的非線形性を考慮した。図 4.51 に解析の結果得られた荷重 vs. ひずみ曲線を示す。なお、ここでひずみとはモデル全体の引張負荷方向の伸び変位を変形前の長さ L で除したものである。図 4.51 より荷重 vs. ひずみ曲線が下に凸となり、荷重あるいはひずみの増加に伴い剛性が増加する非線形挙動を示すことが分かる。この引張挙動につき剛性変化の様子を詳細に調べるため荷重 vs. ひずみ曲線から接線剛性を算出しこれをひずみに対してプロットした結果を図 4.52 に示す。図 4.52 より±60 度繊維束を含む場合と含まない場合共に負荷に伴い剛性が増加し、さらにはこの剛性値が一定値に収束する挙動を示すことが分かる。また±60 度繊維束を含まない場合に比べ含む場合の方が剛性が高いことが分かる。

上記の非線形挙動には負荷に伴う繊維束の屈曲形状の変化が深く関係していると考えられる。図 4.53、図 4.54 にそれぞれ±60 度繊維束を含む場合、含まない場合についての引張ひずみ $5000\mu\epsilon$ 時の面外変位の様子を示す。より詳細に面外変位の様子を把握するため図 4.55 に示すように、0 度繊維束の断面の図心に存在する節点に注目し、負荷に伴うこれらの節点の x_3 座標の変化を調べた。図 4.56 にその結果を示す。なお、面外 (x_3 軸) 方向の変形の把握が容易となるように、縦軸には変形後の x_3 座標を変形前の x_3 座標で正規化したものを用いているが、横軸には変形後も変形前の x_1 座標を屈曲形状一波長 L で正規化したものを用いている。また引張ひずみを基準として、ひずみが $5000\mu\epsilon$ 、 $10000\mu\epsilon$ 場合について±60 度繊維束を含む場合と含まない場合を比較している。図 4.56 より、両者引張ひずみの増加に伴い x_3 座標が 0 に近づき繊維束が真直な形状に

近づく挙動を示すことが分かる。ただしひずみを基準にして比較して、 ± 60 度繊維束を含む場合に比べ 0 度繊維束のみの場合の方が x_3 座標が小さく、繊維束がより真直な形状に近づいていることが分かる。したがって、0 度繊維束のみの場合および ± 60 度繊維束を含む場合共に負荷に伴い繊維束が真直な形状に漸近する挙動に起因して剛性が増加しさらにその剛性が一定値に漸近するものと考えられる。また 0 度繊維束のみの場合の方がひずみを基準にして比較してより真直な形状に近づく挙動を示し、負荷に伴う初期剛性からの剛性の増加率が高くなると考えられる。また ± 60 度繊維束を含む場合には、負荷に伴い繊維束が真直な形状に漸近することにより、0 度繊維束のみが荷重を負担する挙動に近づき、図 4.52 に示すように負荷の増加に伴い、 ± 60 度繊維束を含まない 0 度繊維束のみの場合の挙動に漸近すると考えられる。

4.6.2 梁モデルによる解析

ここでは、繊維束を梁でモデル化した「梁モデル」あるいは「改良梁モデル」を用いて複合材料中の繊維束の挙動を解析した結果について述べる。また上述の三次元ソリッド有限要素モデルによる解析結果と比較し、梁モデルの妥当性について検討する。なお「梁モデル」による解析結果をグラフ中では「beam model」として示し、「改良梁モデル」の解析結果をグラフ中では「modified beam model」として示すことにする。

先に示した荷重 vs. ひずみ曲線 (図 4.51)、接線剛性 vs. ひずみ曲線 (図 4.52) に梁モデルおよび改良梁モデルの解析結果を併せてプロットした。図 4.51、図 4.52 より、梁モデルによる解析結果は ± 60 度繊維束を含まない場合の三次元ソリッド有限要素モデルによる解析結果に非常に良く一致することが分かる。また図 4.57 に繊維束の屈曲形状の変化につき、梁モデルおよび三次元ソリッド有限要素モデル (± 60 度繊維束を含まない場合) による解析結果を比較した。梁モデルによる解析結果は ± 60 度繊維束を含まない場合の三次元ソリッド有限要素モデルによる解析結果に非常に良く一致することが分かる。しかし複合材料中の繊維束は相互に織り込まれ、これらの繊維束を梁でモデル化する際には他の 2 方向の繊維束の剛性の寄与分を考慮に入れてモデル化するのが望ましく、改良梁モデルでは簡略ながらこれらの剛性の寄与分を考慮にいったモデルとなっている。図 4.51、図 4.52 より、従来の梁モデルに比べて改良梁モデルによる解析結果は ± 60 度繊維束を含む場合の三次元ソリッド有限要素モデルによる解析結果に近くなることが分かる。また図 4.58 に繊維束の屈曲形状の変化につき、改良梁モデルおよびの三次元ソリッド有限要素モデル (± 60 度繊維束を含む場合) による解析結果を比較した。改良梁モデルでは梁モデルに比べて ± 60 度繊維束を含む場合の挙動に近くなることが分かる。

なお面外 x_3 軸方向寸法はそのままに、面内 x_1-x_2 方向の幾何学的寸法を 1/2 した (1/2,1/2,1)モデルの繊維束の引張挙動につき上記と同様の解析を実施した結果を図 4.59 ~ 図 4.63 に示す。梁モデルの結果と三次元ソリッド有限要素モデル (± 60 度繊維束を

含まない場合)の結果が良く一致し、また改良梁モデルの結果が三次元ソリッド有限要素モデル(±60度繊維束を含む場合)の結果と良く一致する様子が分かる。

4.7 織物複合材料の非線形引張挙動の解析

4.7.1 三次元有限要素モデルによる解析

詳細は第5章で述べるが、当材料は著しい非線形の引張挙動をすることが実験的に示される。その非線形挙動においては、当材料を構成する繊維束の形状が負荷に伴い変化することが影響すると考えられる。ここでは、幾何学的な非線形性を考慮して、当材料の引張挙動を解析した結果を示す。

図4.17に示すユニットセルを用いて0度方向および90度方向に一軸引張負荷した場合の幾何学的非線形性を考慮した解析を実施した。図4.64に0度方向および90度方向に一軸引張負荷した場合の合応力 vs. ひずみ曲線を示す。0度方向、90度方向共に負荷に伴い剛性が増加する非線形挙動を示すが、その挙動は負荷方向に依存して異なることが分かる。またこの非線形挙動を詳細に調べるため、図4.64より接線剛性を算出しこれをひずみに対してプロットした結果を図4.65に示す。ひずみがゼロの時4.4節で示したようにその剛性は等方性であり、0度および90度方向に等しい剛性値を有する結果となる。しかし負荷に伴い0度方向と90度方向では著しく異なる非線形挙動を示すことが分かる。特に90度方向に比べ0度方向に、負荷に伴う剛性増加が著しく、ひずみが2000 $\mu\epsilon$ 程度で0度と90度方向で剛性が約27%異なる。また0度方向の挙動については負荷に伴い剛性が増加するがその剛性が一定値に漸近する挙動を示すことが分かる。

また一軸引張挙動の解析から、負荷方向の伸びひずみに対する横方向縮みひずみの変化をプロットした結果を図4.66に示す。0度方向には、図4.66に示すグラフで下に凸の挙動、すなわち負荷方向の伸びひずみの増加に伴い、負荷方向の伸びひずみの増加量に対する横方向の縮みひずみの増加量が減少する挙動を示すことが分かる。一方90度方向には図4.66に示すグラフで上に凸の挙動、すなわち負荷方向のひずみの増加量に対する横方向の縮みひずみの増加量が増加する挙動を示すことが分かる。そこでこの挙動を詳細に調べるため、

$$\nu_{\tan} \equiv -\frac{\Delta\epsilon_T}{\Delta\epsilon_L} \quad (4.25)$$

ただし、 $\Delta\epsilon_L$: 負荷方向ひずみの変化量、 $\Delta\epsilon_T$: 負荷に垂直方向ひずみの変化量で定義される(接線)ポアソン比 ν_{\tan} を定義し、これを負荷方向のひずみに対してプロットした結果を図4.67に示す。図4.67より0度方向には負荷方向ひずみの増加に伴いポアソン比が減少し、さらには一定値に漸近する挙動を示すことが分かる。また90度方向には負荷方向ひずみに対してポアソン比がほぼ線形に増加する挙動を示す。

上記の非線形挙動の発現メカニズムを明らかにするため、各繊維束の変形の様子（特に面外方向への変形の様子）に注目した。図 4.68 に 0 度方向一軸引張負荷（ひずみ $\varepsilon_x = 10000\mu\varepsilon$ ）時の面外変位の様子を示す。より詳細に面外変位の様子を把握するため、図 4.69 に示すように 0 度、60 度および-60 度の各方向に配向した繊維束の断面図心に存在する節点の、負荷に伴う面外方向（ x_3 軸方向）への変形を調べた。図 4.70、図 4.71 および図 4.72 それぞれ 0 度方向に一軸引張負荷した場合の 0 度、60 度および-60 度繊維束の面外方向の変形の様子を示した。なお負荷前、負荷方向ひずみが $5000\mu\varepsilon$ および負荷方向ひずみが $10000\mu\varepsilon$ の場合の結果を示している。0 度繊維束が負荷に伴い直線的な形状に漸近し、一方 60 度、-60 度繊維束はこの 0 度繊維束の挙動に伴いさらに面外に屈曲する挙動を示すことが分かる。0 度方向引張挙動においては負荷方向に配向した 0 度繊維束の挙動が支配的であり、上記の 0 度繊維束の挙動から負荷に伴い剛性が増加しまたその剛性が一定値に漸近する挙動を示すと考えられる。また 60 度、-60 度繊維束の面外方向への変形が、負荷に伴う負荷に垂直方向の縮み変形に寄与する割合が大きいと考えられるが、この面外の変形量は、0 度繊維束の挙動を反映してひずみの増加につれてその増加率を減じながらある一定値に漸近する。この 60 度、-60 度繊維束の挙動により、負荷に伴いポアソン比が減少する挙動を示すと考えられる。

次に、図 4.73 に 90 度方向一軸引張負荷（ひずみ $\varepsilon_y = 9000\mu\varepsilon$ ）時の面外変位の様子を示す。また 90 度方向に一軸引張負荷した場合の 0 度、60 度および-60 度繊維束の面外方向の変形の様子をそれぞれ図 4.74、図 4.75 および図 4.76 示す。±60 度繊維束が負荷に伴い直線的な形状に近づく挙動を示し、一方 0 度繊維束はさらに面外に屈曲する挙動を示すことが分かる。なお、図 4.75、図 4.76 に示すように+60 度繊維束と-60 度繊維束の交点部では面外方向への変位がゼロとなるため、+60 度繊維束が完全に直線的な形状になる時 0 度繊維束との交点部（図 4.75 の $s_2/L=0.5$ の点）の変位が H となる。0 度繊維束については±60 度繊維束の面外変形に伴いさらに面外に屈曲し、+60 度繊維束あるいは+60 度繊維束との交点部（図 4.74 の $s_1/L=0.25$ あるいは $s_1/L=0.75$ ）において面外の変位が H あるいは-H に近づく挙動を示す。（図 4.74 から引張ひずみが $10000\mu\varepsilon$ の時、面外の屈曲形状の振幅が初期の屈曲形状の振幅に比べて約 2.7 倍に達することが分かる。）±60 度繊維束が直線的形状に近づくことによる剛性増加分と 0 度繊維束の面外変形による面内剛性への寄与分低下の両者の影響から、図 4.65 に示すように 90 度方向一軸引張負荷時には 0 度方向一軸引張負荷時と比べて剛性の増加が抑えられていると考えられる。また負荷に伴う負荷方向に垂直方向のひずみについては、繊維束の面外方向への変形の寄与分が大となると考えられるが、90 度方向一軸引張の場合、0 度繊維束の著しい面外変形が負荷方向に垂直方向のひずみの挙動となって現れ、図 4.66 に示すように 0 度方向一軸引張の場合と異なる挙動を示すと考えられる。

次に図 4.77 に二軸に等方引張負荷($\varepsilon_x = \varepsilon_y = \bar{\varepsilon}$)を与えた場合の 0 度方向および 90 度方向の合応力 vs.ひずみ曲線を示す。また、得られた合応力 vs.ひずみ曲線から接線剛性を算出し、0 度方向および 90 度方向についてこれをひずみに対してプロットした結果を併せて示す。二軸に等方的に引張負荷した場合、0 度方向および 90 度方向に非線形挙動も含めて全く等しい挙動を示すことが分かる(図 4.77 で 0 度方向と 90 度方向の結果が一意しているため両者の判別が難しくなっている)。また、図 4.78 に二軸等方引張負荷($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$)時の面外変形の様子を示す。さらに、図 4.79、図 4.80 にそれぞれ 0 度繊維束、60 度繊維束の面外方向の変形の様子を示す。ひずみが増加すると、各方向の繊維束に若干の屈曲形状の変化は見られるが、繊維束交差部の中心に存在する節点は面外方向へ変形しない。これは二軸負荷の場合、各繊維束が等しく荷重を分担し、繊維束交差部における面外方向の変形が拘束され、繊維束の屈曲形状の変化が抑えられるためであると考えられる。このような屈曲形状の変化を反映して、二軸等方引張負荷の場合、剛性が増加する非線形挙動を示すが、0 度方向と 90 度方向でその挙動は一致する。

次に負荷に垂直方向のひずみをゼロとして、0 度方向および 90 度方向に引張負荷した場合の合応力 vs.ひずみ曲線を図 4.81 に示す。また接線剛性を算出しひずみに対してプロットした結果も図 4.81 中に併せて示す。負荷方向に依存して引張挙動が異なるが、図 4.64、図 4.65 に示した一軸引張負荷の場合と比較すると、負荷方向による引張挙動の差が小さいことが分かる。90 度方向のひずみをゼロに拘束して 0 度方向に引張負荷した場合の面外変形の様子を図 4.82 に示す。またこの場合の 0 度繊維束および 60 度繊維束の面外方向への変形の様子をそれぞれ図 4.83、図 4.84 に示す。また比較のため、0 度方向一軸引張負荷した場合の結果を併せて示す(図 4.83、図 4.84 に「 $N_y=0$ 」として示す)。0 度繊維束が真直な形状に近づく挙動を示し、それに伴い 60 度繊維束が 0 度繊維束と交差する領域において、面外にさらに屈曲する挙動を示す。しかし、90 度方向のひずみを拘束することにより、負荷に伴う屈曲形状の変化が抑えられている様子が分かる。次に 0 度方向のひずみをゼロに拘束して 90 度方向に引張負荷した場合の面外変位の様子を図 4.85 に示す。またこの場合の 0 度繊維束、60 度繊維束の面外方向への変形の様子を図 4.86、図 4.87 に示す。なお比較のため、90 度方向一軸引張負荷した場合の結果を併せて示す(図 4.86、図 4.87 に「 $N_x=0$ 」として示す)。この場合にも 0 度方向を拘束することにより、負荷に伴う繊維束の屈曲形状の変化が抑えられている様子が分かる。このように負荷方向に垂直な方向のひずみを拘束すると、繊維束の面外方向への変形が抑えられ、一軸引張負荷の場合と比較して、負荷方向による挙動の差が縮小すると言える。

なお、0 度方向一軸引張負荷、90 度方向ひずみ拘束 0 度方向引張負荷および二軸等方引張負荷の三種類の負荷形態において、負荷に伴う 0 度方向の剛性の増加の様子を比較

した。比較に際し、各場合について接線剛性を線形解析の結果得られる初期剛性で正規化し(よって初期剛性からの剛性増加率を表す)、これをひずみに対してプロットした。結果を図 4.87 に示す。ひずみを基準として比較すると、90 度方向の拘束が強くなるに従い、すなわち一軸引張負荷、90 度方向のひずみを拘束した場合、二軸等方負荷の場合の順に、負荷に伴う剛性の初期剛性からの増加率が抑えられていることが分かる。

4.7.2 梁連結モデルによる解析

ここでは梁連結モデルおよび改良梁連結モデルを用いて 4.7.1 項と同様な解析を実施し、三次元ソリッド有限要素モデルによる結果と比較して梁連結モデルあるいは改良梁連結モデルの有用性について検討する。なお、梁連結モデル、改良梁連結モデルおよび三次元ソリッド有限要素モデルによる結果をグラフ中にそれぞれ「beam model」、「modified beam model」、「3D solid model」として示す。

図 4.89～図 4.92 に 0 度方向および 90 度方向一軸引張負荷時の解析結果を示す。図 4.89 が合応力 vs.ひずみ曲線であり、図 4.90 は図 4.89 より算出した接線剛性 vs.ひずみ曲線である。図 4.91 は負荷に垂直方向ひずみ vs.負荷方向ひずみであり、図 4.92 は図 4.91 より算出したポアソン比 vs.ひずみ曲線である。図 4.89～図 4.92 より梁連結モデルの結果と三次元ソリッド有限要素モデルの結果が乖離していることが分かる。また改良梁連結モデルの結果については梁連結モデルによる結果が改善され三次元ソリッド有限要素モデルによる結果に近づいている様子が分かる。次に各繊維束の面外変位について解析モデルによる比較を行った。梁連結モデルおよび改良梁連結モデルでは図 4.93 に示す位置にある節点の負荷に伴う面外 x_3 軸方向の変形を調べた。図 4.94, 図 4.95 にそれぞれ 0 度方向に一軸引張負荷した場合の 0 度繊維束, 60 度繊維束の面外うねり形状の変化の様子を示した。また図 4.96, 図 4.97 にそれぞれ 90 度方向に一軸引張負荷した場合の 0 度, 60 度繊維束の面外うねり形状の様子を示した。図 4.94～図 4.97 に示す結果においても、梁連結モデルによる結果に比べて、改良梁連結モデルによる結果が三次元ソリッド有限要素モデルによる結果により近くなり、梁連結モデルが改善されていることが分かる。

次に二軸に等方的に引張負荷($\varepsilon_x = \varepsilon_y = \bar{\varepsilon}$)した場合の合応力 vs.ひずみ曲線および接線剛性 vs.ひずみ曲線を図 4.98 に、また負荷に伴う 0 度繊維束, 60 度繊維束の面外うねり形状の変化の様子をそれぞれ図 4.99, 図 4.100 に示す。また負荷に垂直方向のひずみをゼロとして、0 度方向および 90 度方向に引張負荷した場合の合応力 vs.ひずみ曲線および接線剛性 vs.ひずみ曲線を図 4.101, 図 4.102 に示す。また、90 度方向のひずみをゼロに拘束して 0 度方向に引張負荷した場合の 0 度繊維束の面外うねり形状の変化の様子を図 4.103 に、0 度方向のひずみをゼロに拘束して 90 度方向に引張負荷した場合の 60 度繊維束の負荷に伴う面外うねり形状の変化の様子を図 4.104 にそれぞれ示す。図 4.98～図 4.103 に示す結果においても梁モデルに比べて改良梁モデルの結果が三次元ソ

リッド有限要素モデルに近い結果を与えることが分かる。

なお、なお面外 x_3 軸方向寸法はそのままに、面内 x_1-x_2 方向の幾何学的寸法を 1/2 した(1/2,1/2,1)モデルについて同様の解析を実施した結果を図 4.105～図 4.119 に示す。(1/2,1/2,1)モデルにおいても改良梁連結モデルによる結果が三次元ソリッド有限要素モデルに近い結果を与えることが示される。

4.8 結言

本章では第2章に示した三次元有限要素法に基づく解析方法、第3章に示した梁連結モデルを用いた解析方法を、三軸織物複合材料に適用してその力学的挙動につき解析した結果を示した。その結果次のことが明らかになった。

1. 三軸織物複合材料と等価な平板の剛性は等方性を有することが明らかになった。従って当材料の引張剛性および曲げ剛性は共に等方性を有する。また引張-ねじりカップリング項を有するがこのカップリング項も含めて平板の剛性が等方性を有する。
2. 三軸織物複合材料をこれと等重量の擬似等方積層板と比較した場合、面内剛性については両者等方性の性質を有しており剛性値としては織物複合材料の方が低くなるが、面外剛性（曲げ剛性）について三軸織物複合材料では等方性となるのに対し、積層板では面内および面外の剛性を共に等方性とすることは一般に不可能である。三軸織物複合材料の特長としては面内剛性および面外剛性共に等方性に行き届く点が挙げられる。三軸織物複合材料では繊維束が相互に織られて面外方向にも配向しているため、面内剛性は犠牲になるが、各繊維束が面外方向に均等に配置され面外剛性が等方性となる。
3. 自由端を有する解析領域について一方向に引張あるいは曲げを負荷した結果、自由端近傍の一ユニットセル程度の領域において剛性が低下する領域が存在することを示した。また、0度方向と90度方向に負荷した場合で比較すると、自由端の影響は90度方向に負荷した場合に顕著に現れることを明らかにした。したがって、従来用いられている一軸引張試験および三点曲げ試験等により当材料の剛性を評価する際、自由端の影響について十分な配慮が必要であることを示した。
4. 幾何学的非線形性を考慮して織物複合材料の一軸引張挙動の解析を実施した結果、当材料は負荷方向に依存して著しく異なる非線形挙動を示すことを明らかにした。

また、負荷に伴う繊維束の形状変化特に面外方向うねり形状の変化の様式が負荷方向に依存して異なることに起因して上記の挙動が発現することを明らかにした。

5. 二軸に等方的に負荷した場合、あるいは負荷方向に垂直な方向のひずみをゼロに拘束して一方向に引張負荷した場合、一軸引張負荷の場合に比べて、繊維束の面外方向うねり形状の変化が抑えられ、その結果特に0度方向の著しい非線形挙動が抑制され、0度方向と90度方向で近い引張挙動を示すことを示した。当材料を膜面材料として使用する場合一般に多軸負荷状態にあると考えられるため、一軸引張負荷状態の挙動に基づきその挙動を追うことは不適切であると考えられる。
6. 三軸織物複合材料の力学的特性を解析する際の簡易な解析モデルとして「梁連結モデル」およびこれを改良した「改良梁連結モデル」を提案した。三次元ソリッド有限要素モデルによる解析結果と比較して、梁連結モデルでは定性的には同じ傾向が得られるものの定量的には乖離した結果となる。一方、改良梁連結モデルでは定量的にも三次元ソリッド有限要素モデルに近い結果が得られる。従って当材料の力学的特性を解析する簡易な解析モデルとして改良梁連結モデルは有用であると考えられる。

表 4.1 炭素繊維 T300 の特性値(ref. [80])

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	G_{TT} (Gpa)	ν_{LT}	ρ_f (g/cm ³)
230	40	24	14.3	0.26	1.76

表 4.2 Epoxy 樹脂 NM35 の特性値

E (GPa)	ν	ρ_m (g/cm ³)
3.5	0.35	1.26

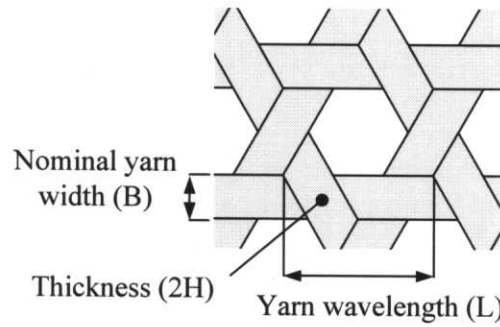


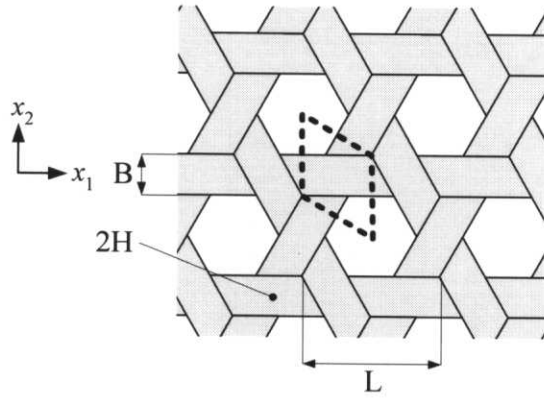
図 4.1 三軸織物複合材料の幾何学的寸法

表 4.3 三軸織物複合材料 SK-802 の特性値

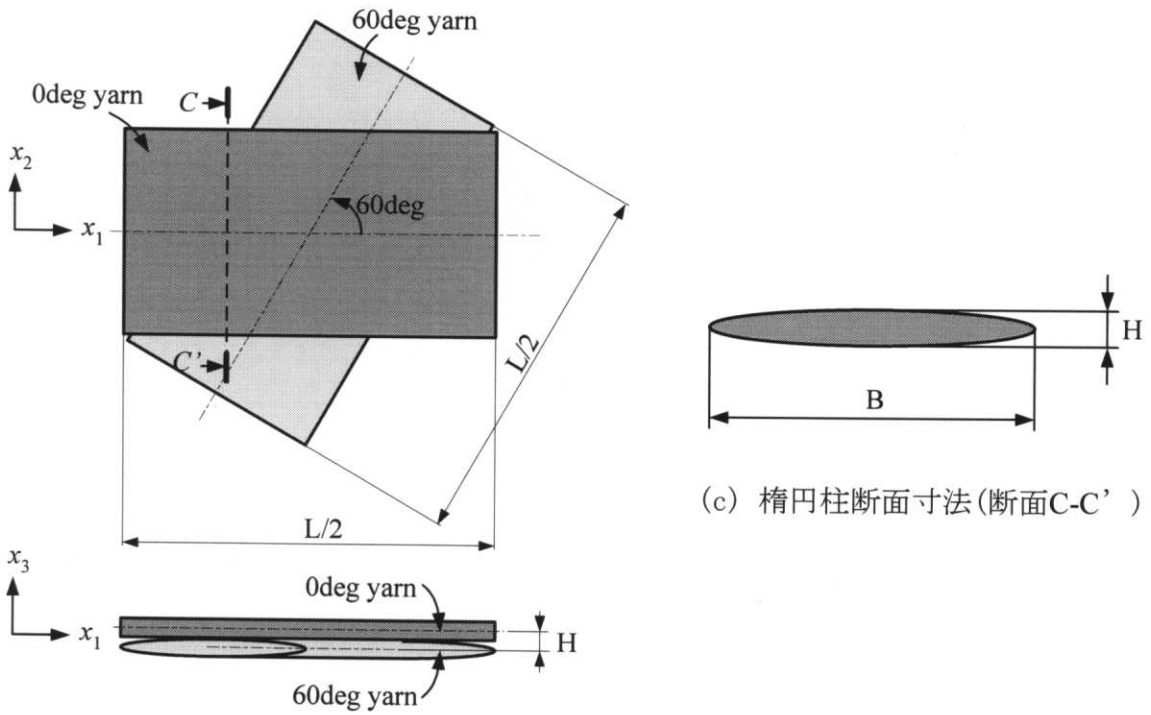
Nominal yarn width	Yarn wave length	Thickness	Fiber weight content
B	L	2H	w_f
mm	mm	mm	%
0.90	3.12	0.140	71

表 4.4 解析に使用した繊維束の材料特性値

E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	G_{TT} (Gpa)	ν_{LT}
176	17.2	6.86	6.23	0.278

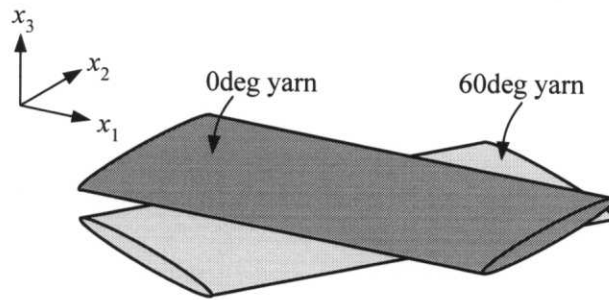


(a) 2つの繊維束が交絡する領域

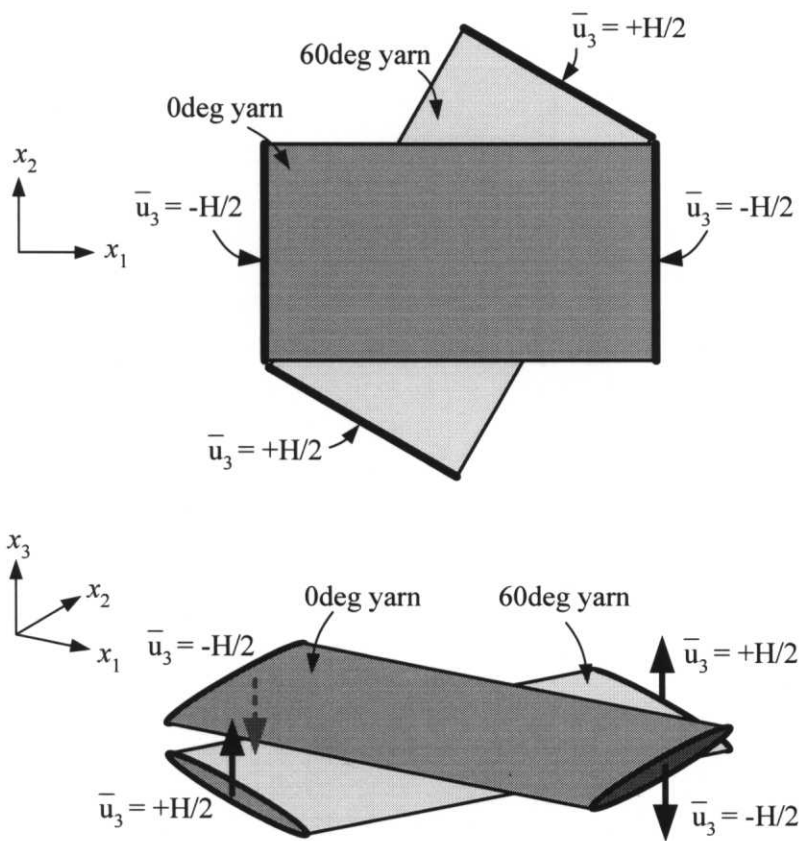


(c) 楕円柱断面寸法(断面C-C')

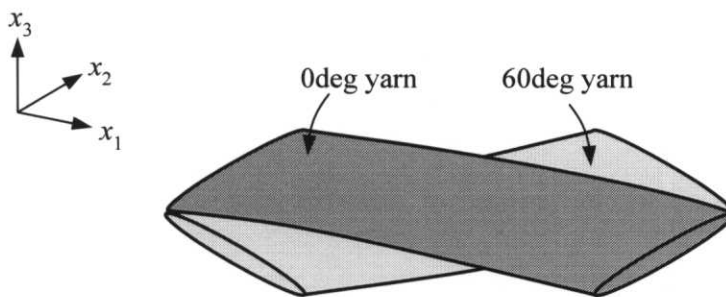
(b) 2つの楕円柱の配置



(d) 2つの楕円柱の配置 (立体図)



(e) 2つの楕円柱の接触解析による繊維束交絡部のモデル化



(f) 繊維束交絡部のモデル

図 4.2 繊維束交差部の有限要素モデルの作成方法

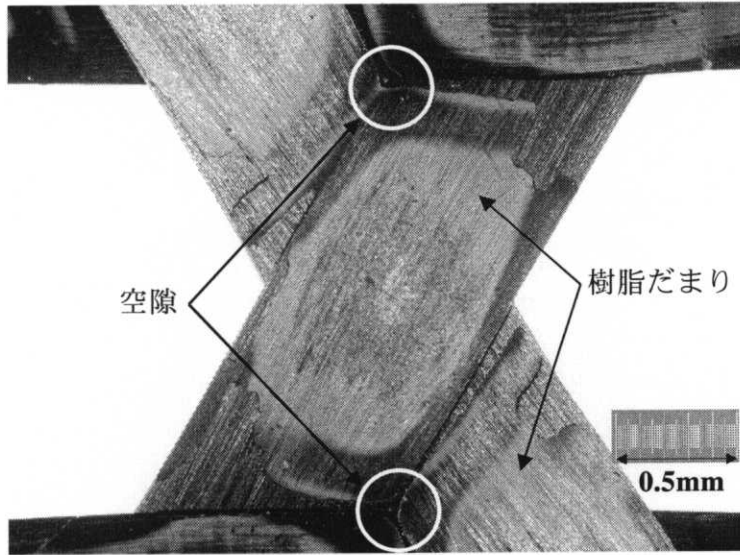


図 4.3 試験試料 SK-802 の拡大写真(×5)

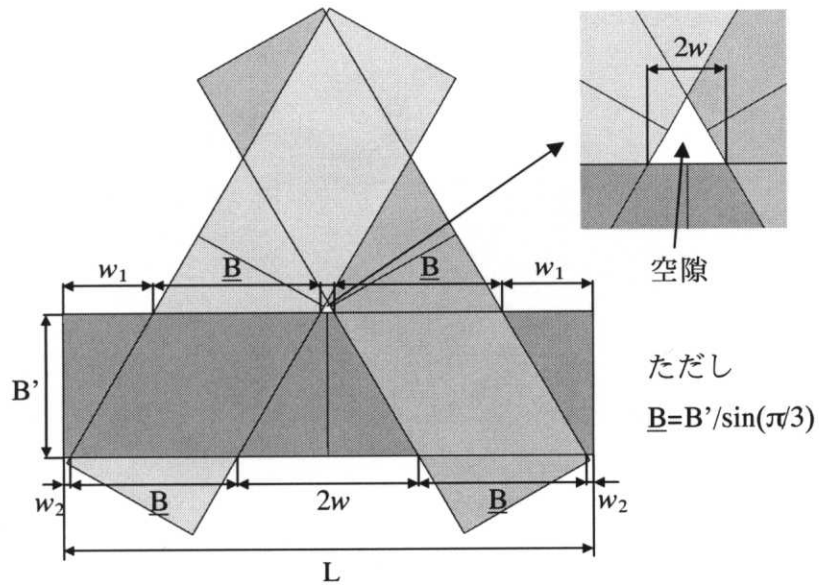


図 4.4 空隙を有する三軸織物複合材料の幾何学的寸法

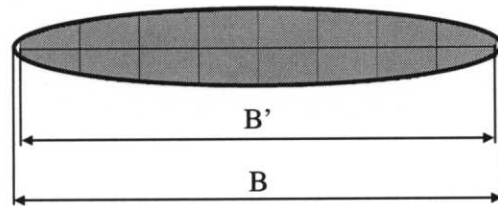


図 4.5 繊維束の三次元ソリッド有限要素モデルの断面の様子

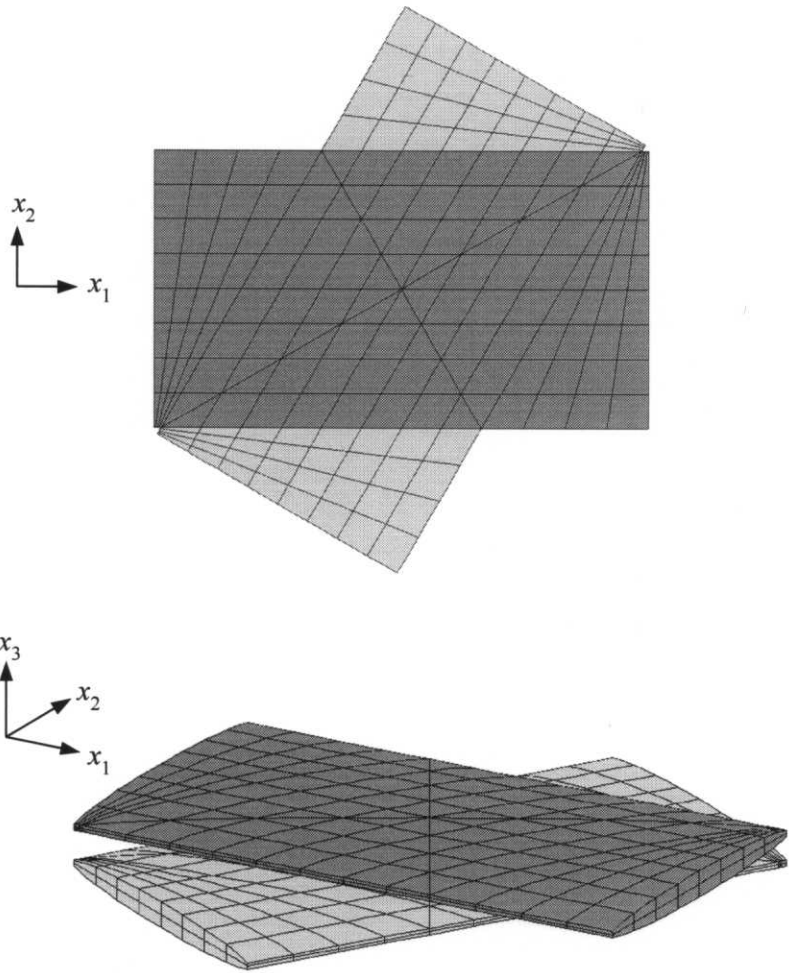


図 4.6 2つの楕円柱の3次元ソリッド有限要素モデル

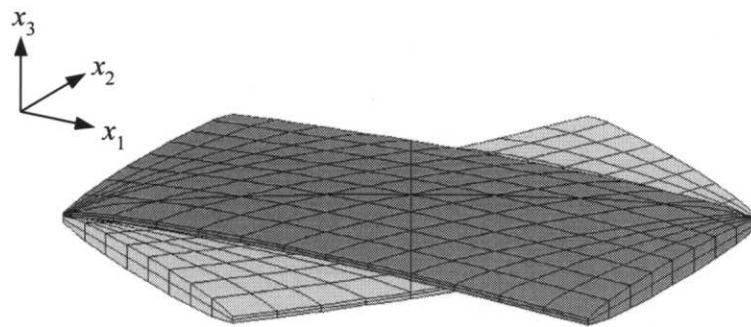


図 4.7 接触解析後のメッシュの様子

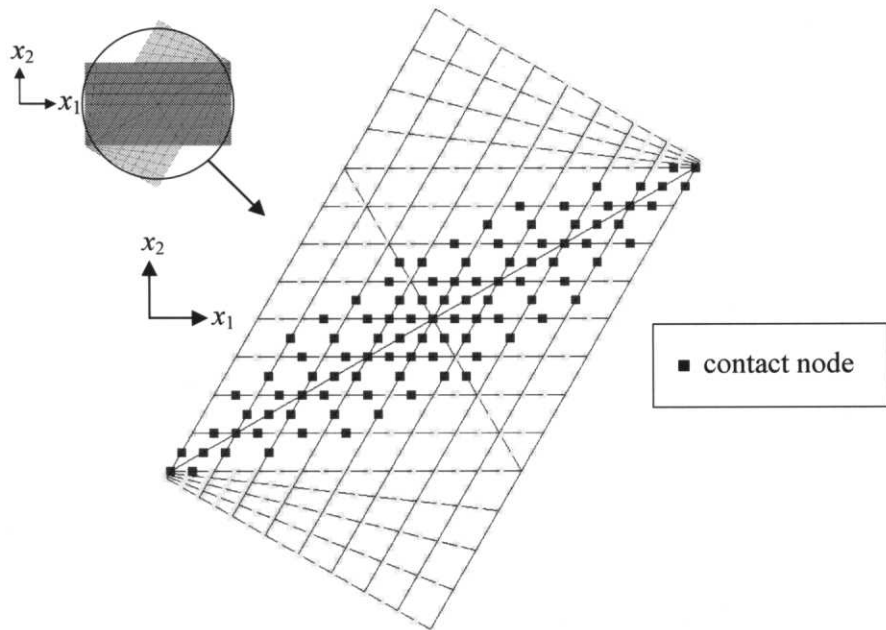


図 4.8 繊維束同士の接触領域

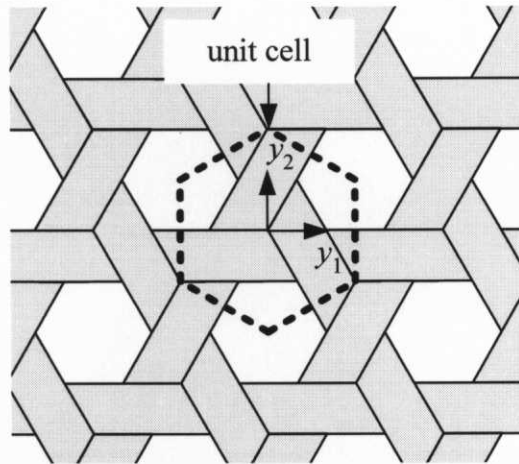


図 4.9 正六角形形状ユニットセル

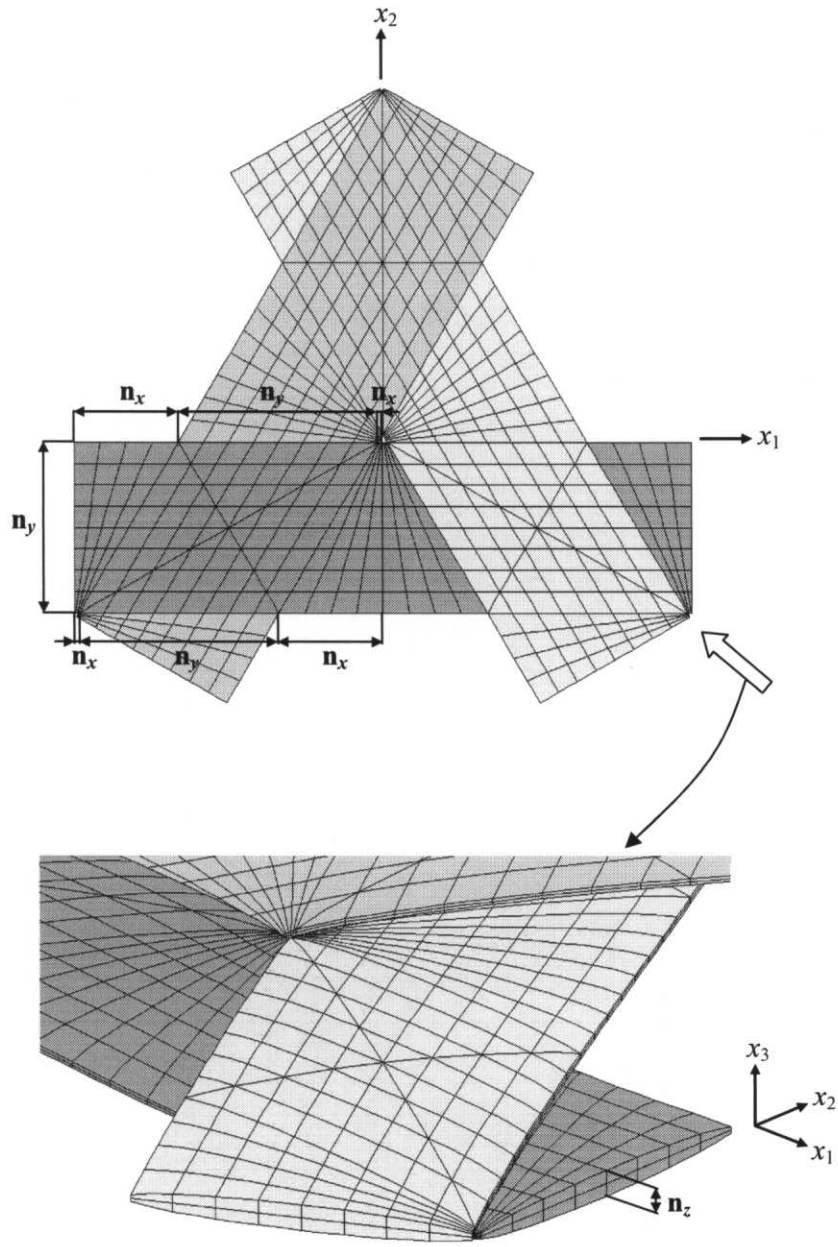


図 4.10 要素分割パラメータ n_x, n_y, n_z

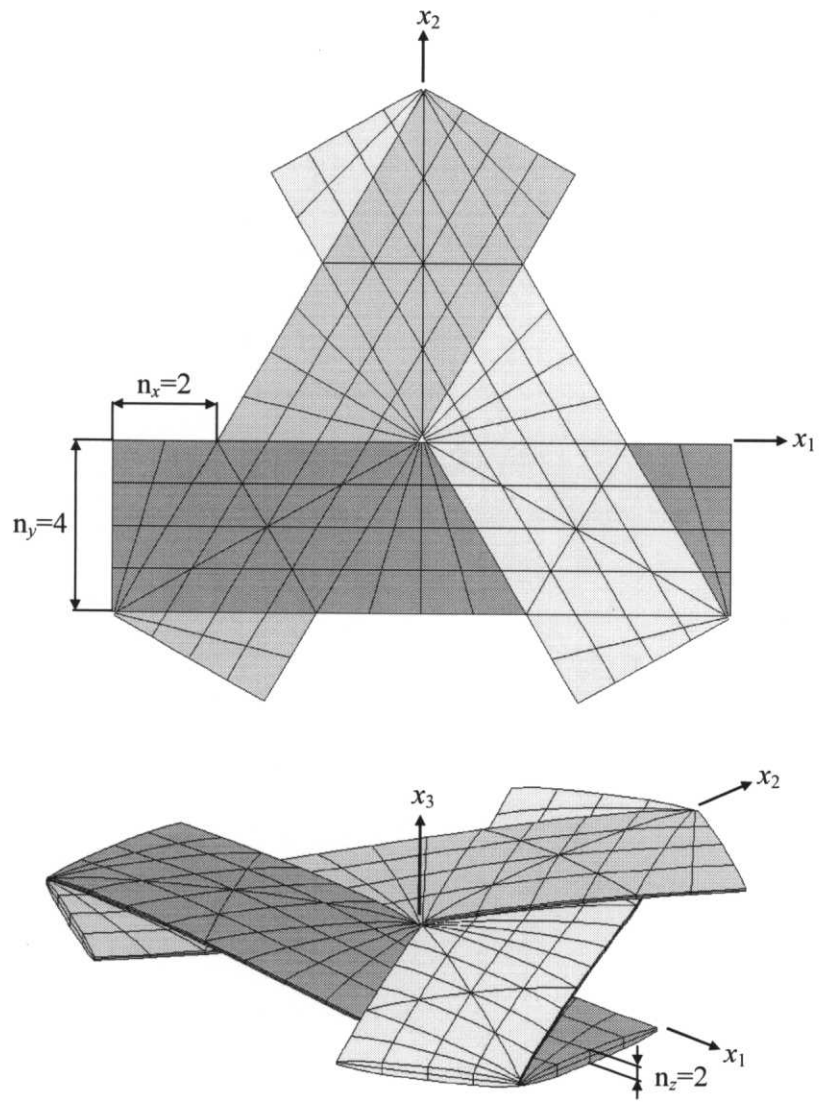


図 4.11 要素分割の様子 ($n_x=1, n_y=2$)

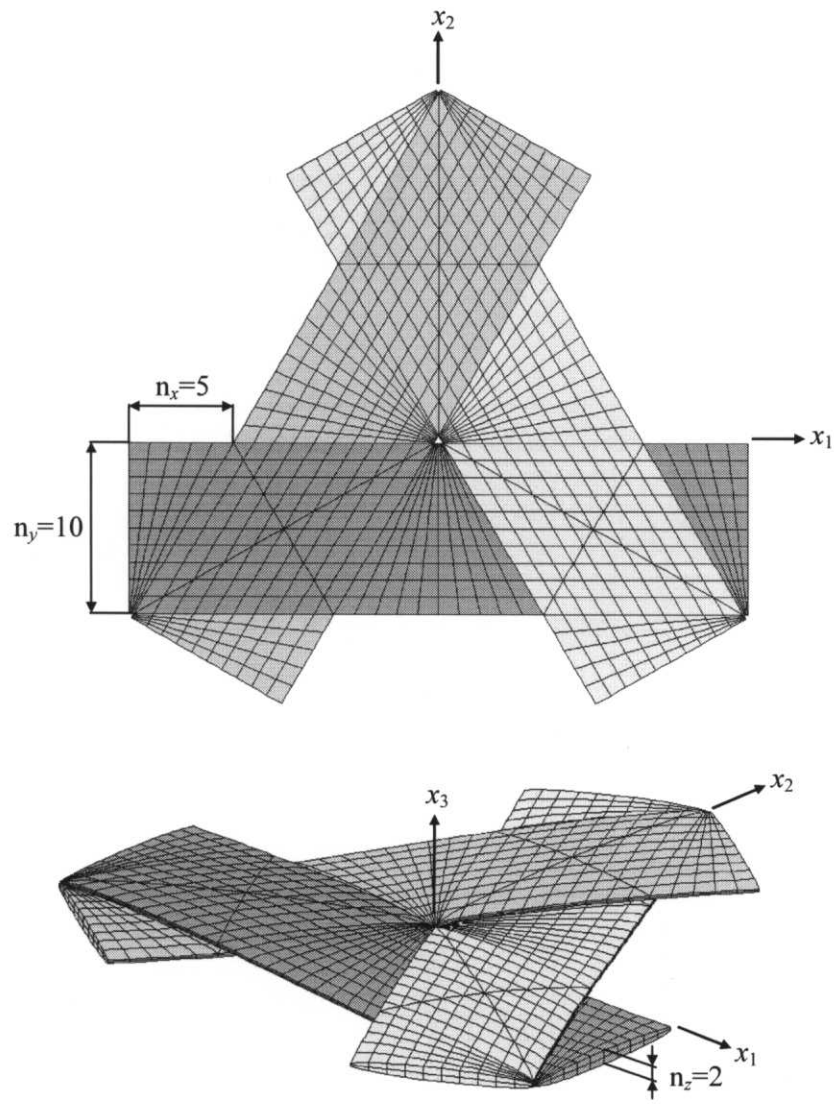


図 4.12 要素分割の様子 ($n_x=6, n_y=12$)

表 4.5 等価剛性算出における要素分割の影響

Model Parameters			Elements	Nodes	Tensile stiffness ($1/a_{11}$)	Bending stiffness ($1/d_{11}$)	Poisson's ratio ($-a_{12}/a_{11}$)
n_x	n_y	n_z			kN/mm	N.mm	
2	4	2	480	2646	1.994	1.524	0.5868
3	6	2	1008	5514	1.990	1.514	0.5891
4	8	2	1728	9408	1.965	1.501	0.5936
5	10	2	2640	14352	1.955	1.495	0.5946

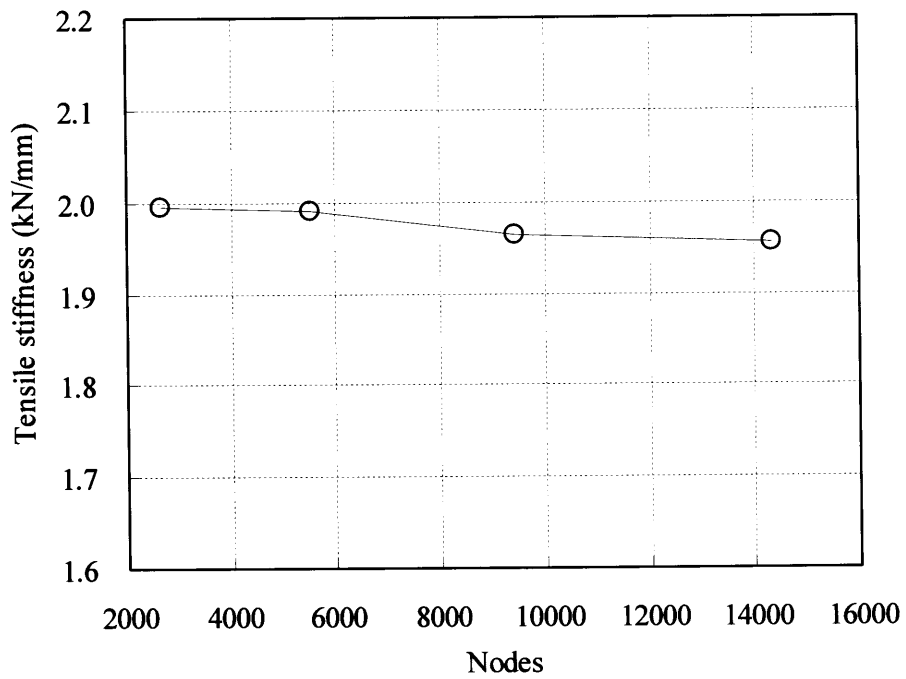


図 4.13 要素分割数が引張剛性値に及ぼす影響

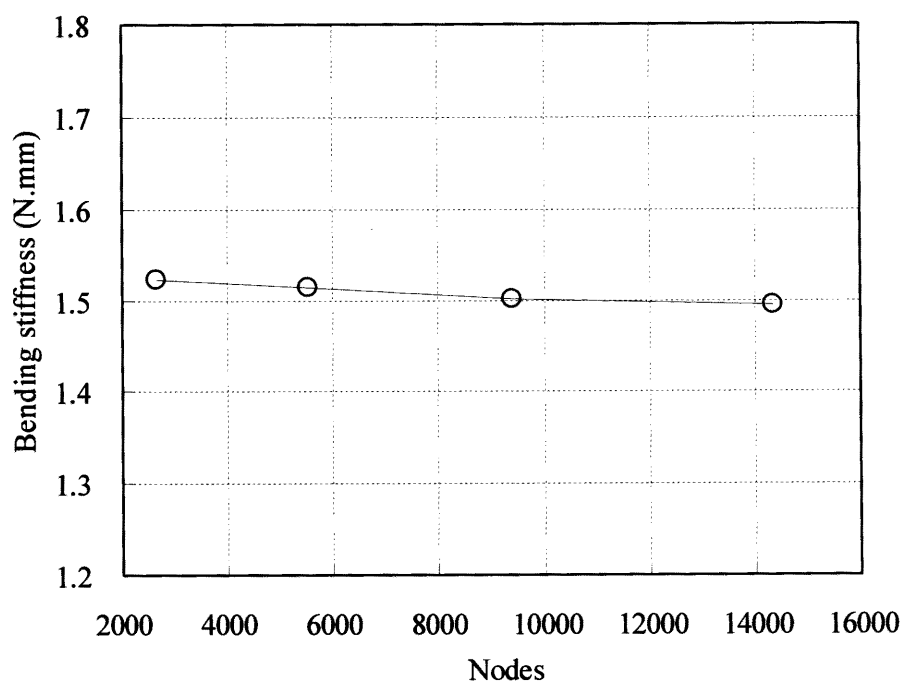


図 4.14 要素分割数が曲げ剛性値に及ぼす影響

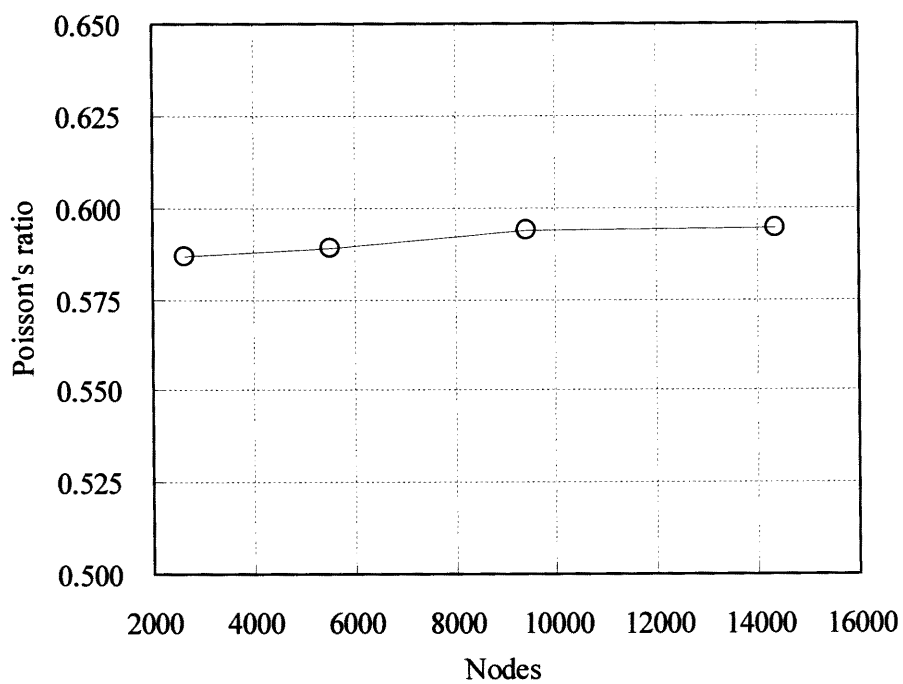


図 4.15 要素分割数がポアソン比に及ぼす影響

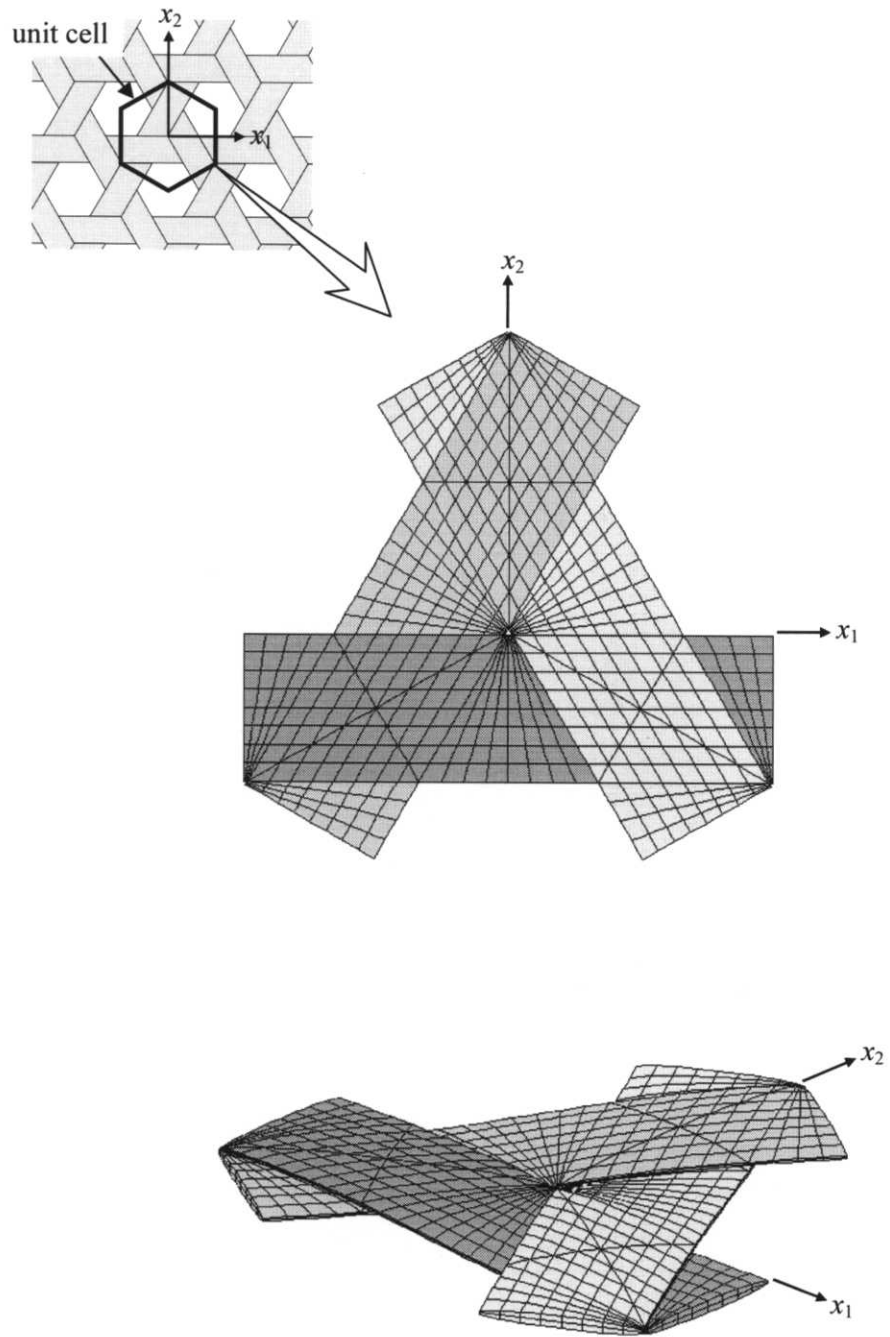


図 4.16 解析に用いた有限要素解析モデルの様子（六角形ユニットセルモデル
 $(n_x = 4, n_y = 8)$)

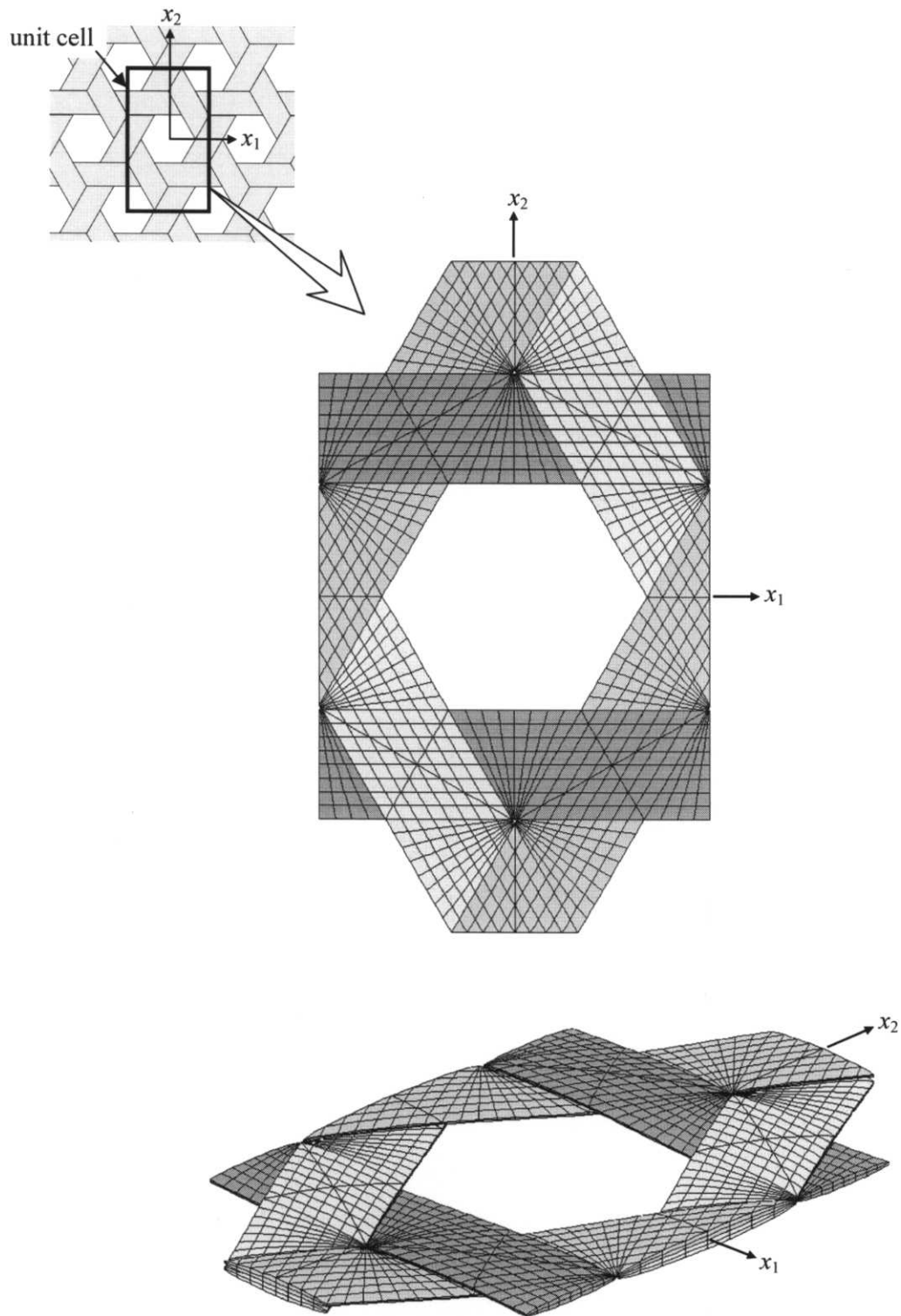


図 4.17 解析に用いた有限要素解析モデルの様子 (長方形ユニットセルモデル ($n_x = 4, n_y = 8$))

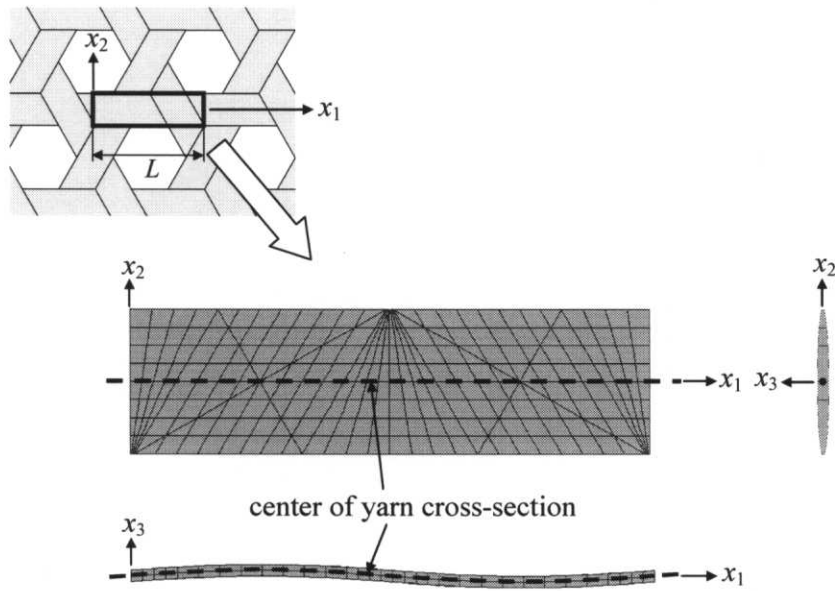


図 4.18 3Dsolid 有限要素解析モデルにおける繊維束断面図心上の節点

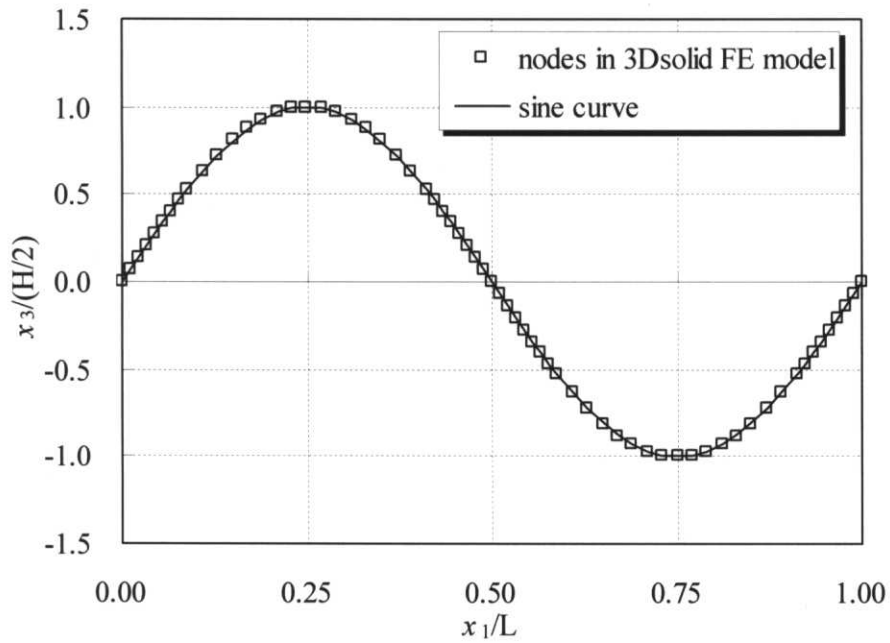


図 4.19 3Dsolid 有限要素解析モデルにおける繊維束断面図心上の節点の座標

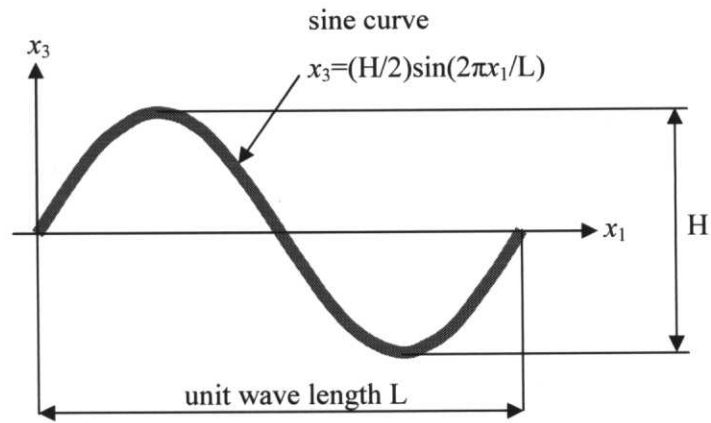


図 4.20 繊維束 1 波長領域の梁モデル

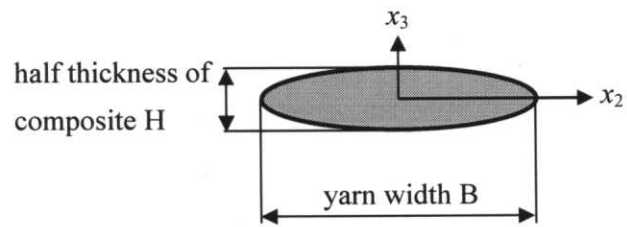
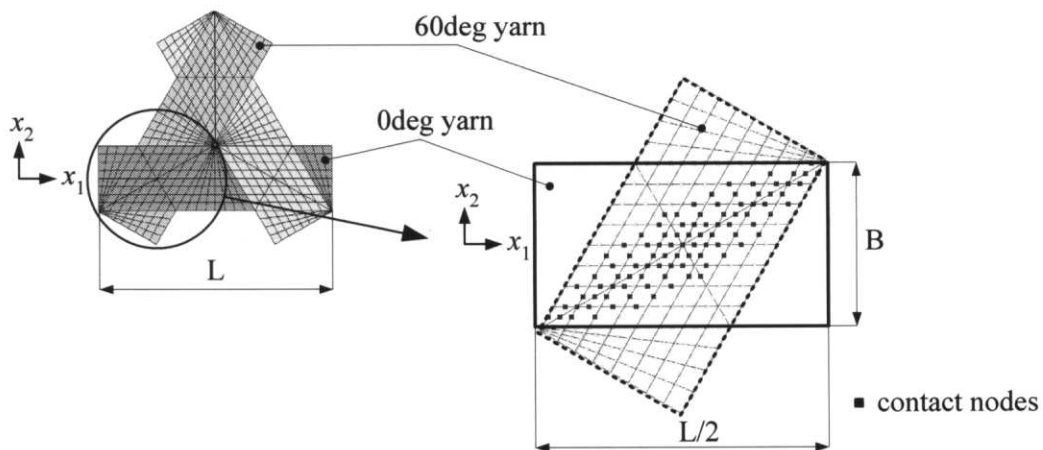
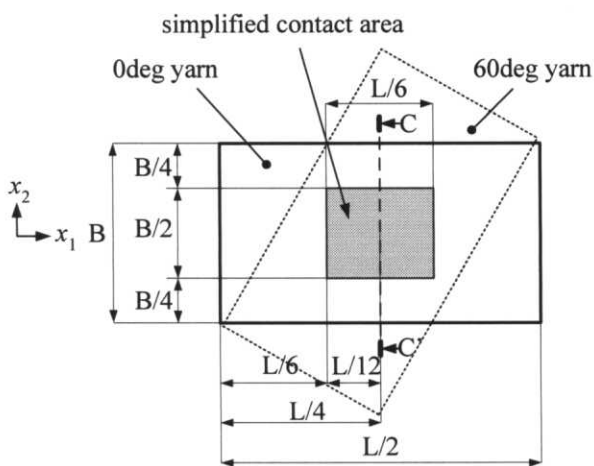


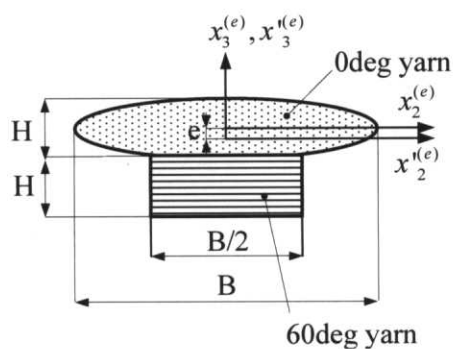
図 4.21 梁モデルにおける繊維束の断面形状



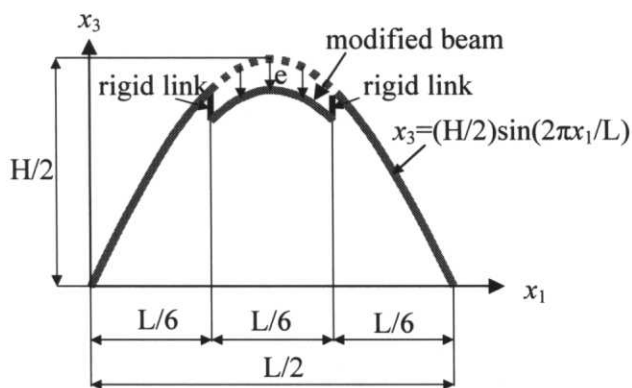
(a) 有限要素解析モデルにおける繊維束同士の接触領域



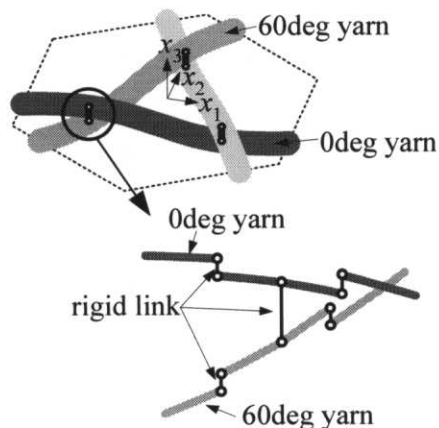
(b) 接触領域の簡略化



(c) 断面 C-C' (左図参照)



(d) 繊維束の梁モデルの改良



(e) 改良梁連結モデル

図 4.22 梁連結モデルの改良方法

表 4.6 三軸織物複合材料 (SK-802) の剛性 (3Dsolid 有限要素解析モデル)

面内剛性[A] (kN/mm)	$\begin{bmatrix} 3.04 & 1.80 & 0 \\ 1.80 & 3.04 & 0 \\ 0 & 0 & 0.619 \end{bmatrix}$
カップリング剛性[B] (N)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1.30 \\ 0 & 0 & 1.30 \\ 1.30 & -1.30 & 0 \end{bmatrix}$
面外剛性[D] (N・mm)	$\begin{bmatrix} 1.59 & 0.369 & 0 \\ 0.369 & 1.59 & 0 \\ 0 & 0 & 0.611 \end{bmatrix}$

表 4.7 三軸織物複合材料 (SK-802) の剛性 (梁連結モデル)

面内剛性[A] (kN/mm)	$\begin{bmatrix} 2.72 & 1.88 & 0 \\ 1.88 & 2.72 & 0 \\ 0 & 0 & 0.422 \end{bmatrix}$
カップリング剛性[B] (N)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.572 \\ 0 & 0 & 0.572 \\ 0.572 & -0.572 & 0 \end{bmatrix}$
面外剛性[D] (N・mm)	$\begin{bmatrix} 1.18 & 0.300 & 0 \\ 0.300 & 1.18 & 0 \\ 0 & 0 & 0.438 \end{bmatrix}$

表 4.8 三軸織物複合材料 (SK-802) の剛性 (改良梁連結モデル)

面内剛性[A] (kN/mm)	$\begin{bmatrix} 2.89 & 1.77 & 0 \\ 1.77 & 2.89 & 0 \\ 0 & 0 & 0.560 \end{bmatrix}$
カップリング剛性[B] (N)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.649 \\ 0 & 0 & 0.649 \\ 0.649 & -0.649 & 0 \end{bmatrix}$
面外剛性[D] (N・mm)	$\begin{bmatrix} 1.40 & 0.372 & 0 \\ 0.372 & 1.40 & 0 \\ 0 & 0 & 0.513 \end{bmatrix}$

表 4.9 剛性平均法を用いた三軸織物複合材料 (SK-802) の剛性 (3Dsolid 有限要素解析モデル)

面内剛性[A] (kN/mm)	$\begin{bmatrix} 4.38 & 1.50 & 0 \\ 1.50 & 4.38 & 0 \\ 0 & 0 & 1.44 \end{bmatrix}$
カップリング剛性[B] (N)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
面外剛性[D] (N・mm)	$\begin{bmatrix} 4.06 & 1.39 & 0 \\ 1.39 & 4.06 & 0 \\ 0 & 0 & 1.33 \end{bmatrix}$

表 4.10 剛性平均法を用いた三軸織物複合材料 (SK-802) の剛性(梁連結モデル)

面内剛性[A] (kN/mm)	$\begin{bmatrix} 3.65 & 1.16 & 0 \\ 1.16 & 3.65 & 0 \\ 0 & 0 & 1.25 \end{bmatrix}$
カップリング剛性[B] (N)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
面外剛性[D] (N・mm)	$\begin{bmatrix} 3.55 & 0.871 & 0 \\ 0.871 & 3.55 & 0 \\ 0 & 0 & 1.34 \end{bmatrix}$

表 4.11 剛性平均法を用いた三軸織物複合材料 (SK-802) の剛性(改良梁連結モデル)

面内剛性[A] (kN/mm)	$\begin{bmatrix} 3.74 & 1.17 & 0 \\ 1.17 & 3.74 & 0 \\ 0 & 0 & 1.28 \end{bmatrix}$
カップリング剛性[B] (N)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
面外剛性[D] (N・mm)	$\begin{bmatrix} 3.70 & 0.911 & 0 \\ 0.911 & 3.70 & 0 \\ 0 & 0 & 1.39 \end{bmatrix}$

表 4.12 三軸織物複合材料 (SK-802) と等重量の擬似等方積層板の剛性 (積層構成 [-60/0/60])

面内剛性[A] (kN/mm)	$\begin{bmatrix} 4.22 & 1.33 & 0 \\ 1.33 & 4.22 & 0 \\ 0 & 0 & 1.44 \end{bmatrix}$
カップリング剛性[B] (N)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 11.6 \\ 0 & 0 & 34.0 \\ 11.6 & 34.0 & 0 \end{bmatrix}$
面外剛性[D] (N・mm)	$\begin{bmatrix} 0.449 & 0.447 & 0 \\ 0.447 & 1.40 & 0 \\ 0 & 0 & 0.475 \end{bmatrix}$

表 4.13 三軸織物複合材料と[-60/0/60]積層板の剛性に関する性質の比較

	面内剛性 [A]	カップリング剛性 [B]	面外剛性 [D]
三軸織物複合材料	等方性	等方性	等方性
[-60/0/60]積層板	等方性 三軸織物複合材料 より高い剛性	異方性 対称積層により ゼロにできる	異方性

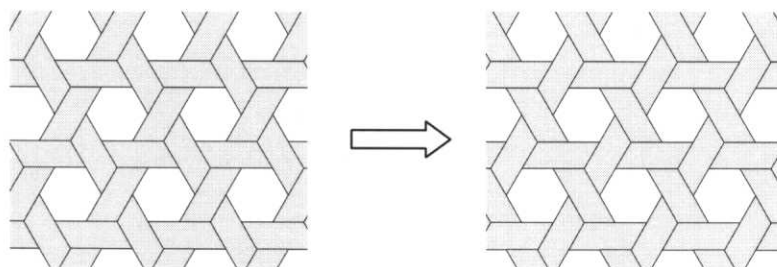


図 4.23 織り構造を逆にした三軸織物

表 4.14 (1/n,1/n,1)モデルにおける剛性解析結果

Model parameter n (1/n,1/n,1)	A ₁₁ kN/mm	A ₁₂ kN/mm	B ₂₃ N	D ₁₁ N・mm	D ₁₂ N・mm
1	3.037	1.798	1.296	1.590	0.3690
2	2.879	1.784	1.627	1.483	0.3363
3	2.678	1.729	1.763	1.371	0.2968
4	2.444	1.623	1.782	1.264	0.2604

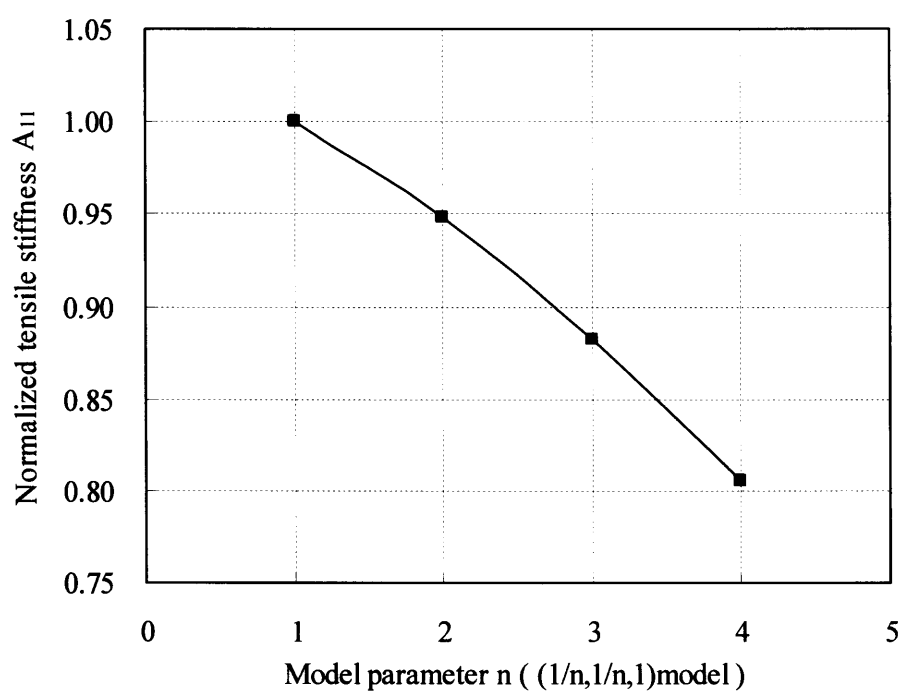


図 4.24 (1/n,1/n,1)モデルにおける引張剛性 A₁₁

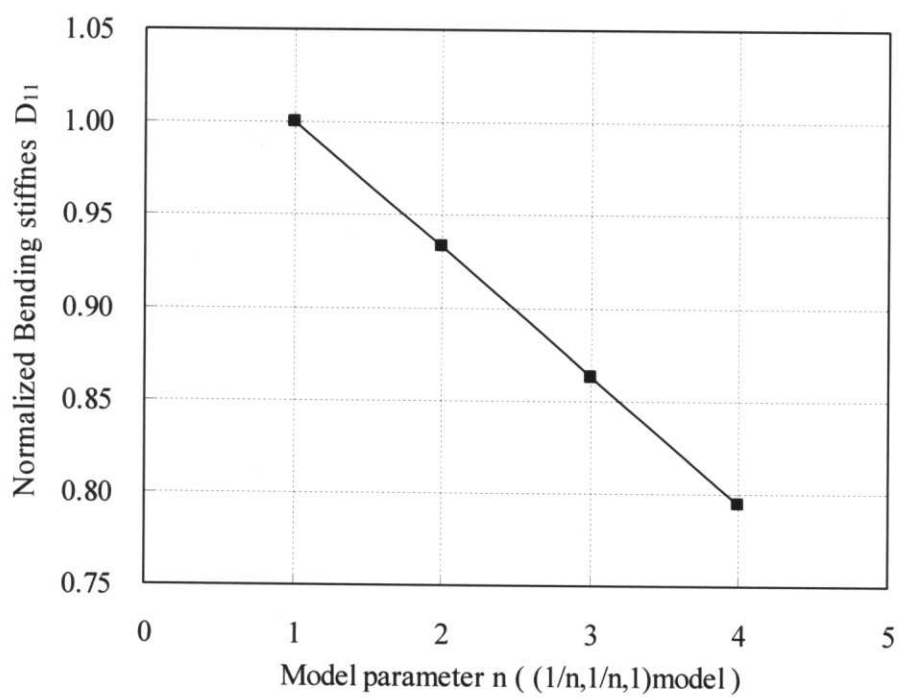


図 4.25 (1/n,1/n,1)モデルにおける曲げ剛性 D_{11}

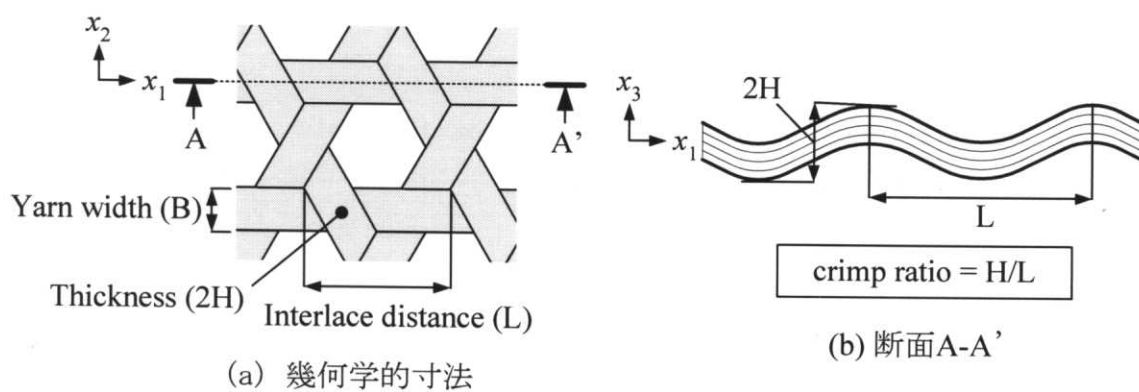


図 4.26 三軸織物複合材料の幾何学的寸法とクリンプ率

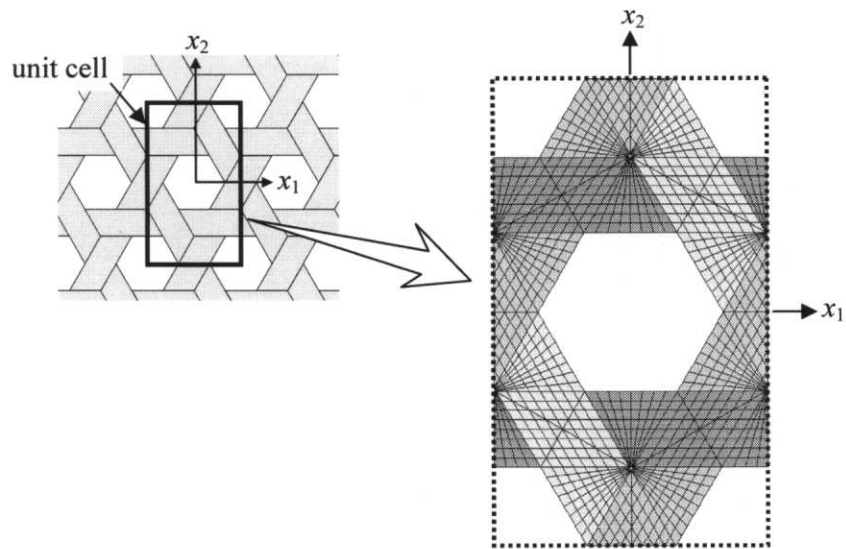


図 4.27 ユニットセル(unit cell)

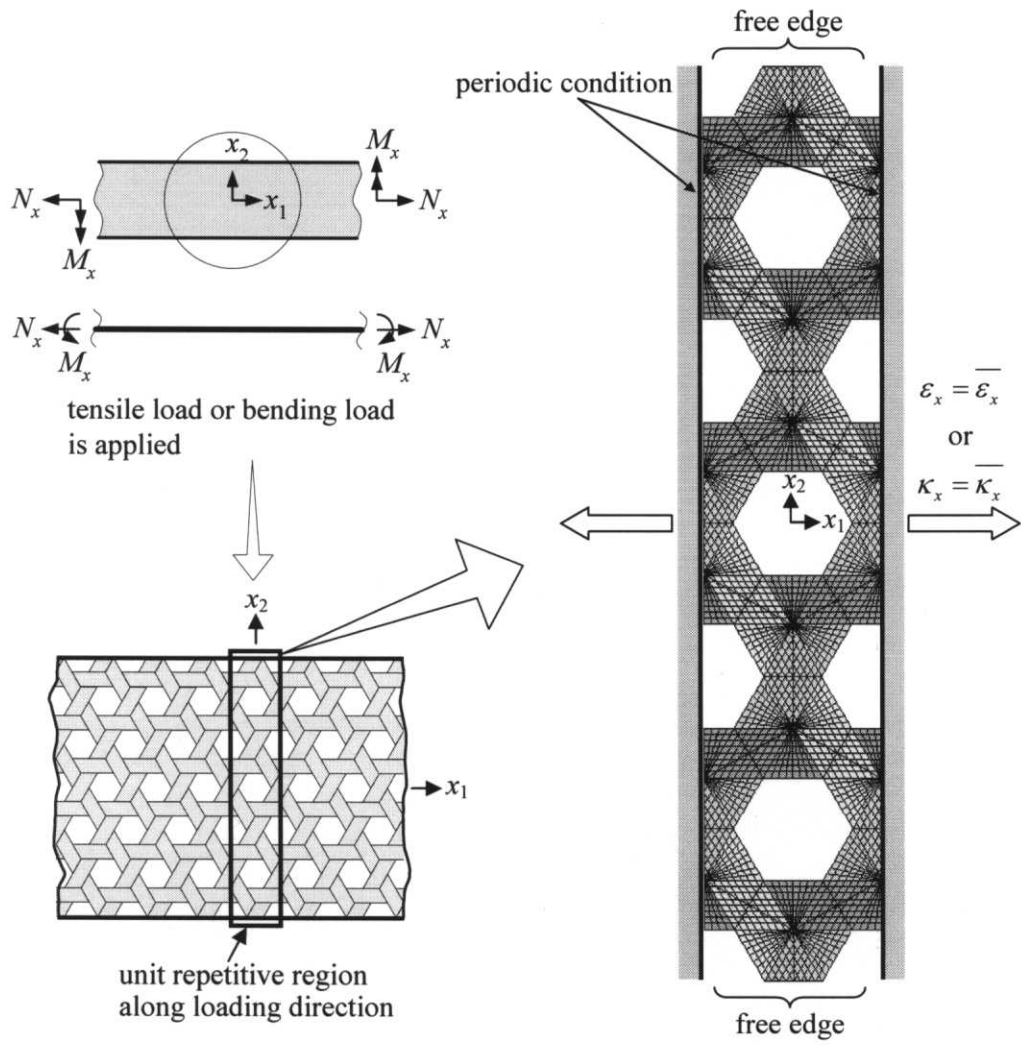


図 4.28 自由端を有する場合の剛性解析方法 (0度方向負荷解析 幅方向 3unit モデル)

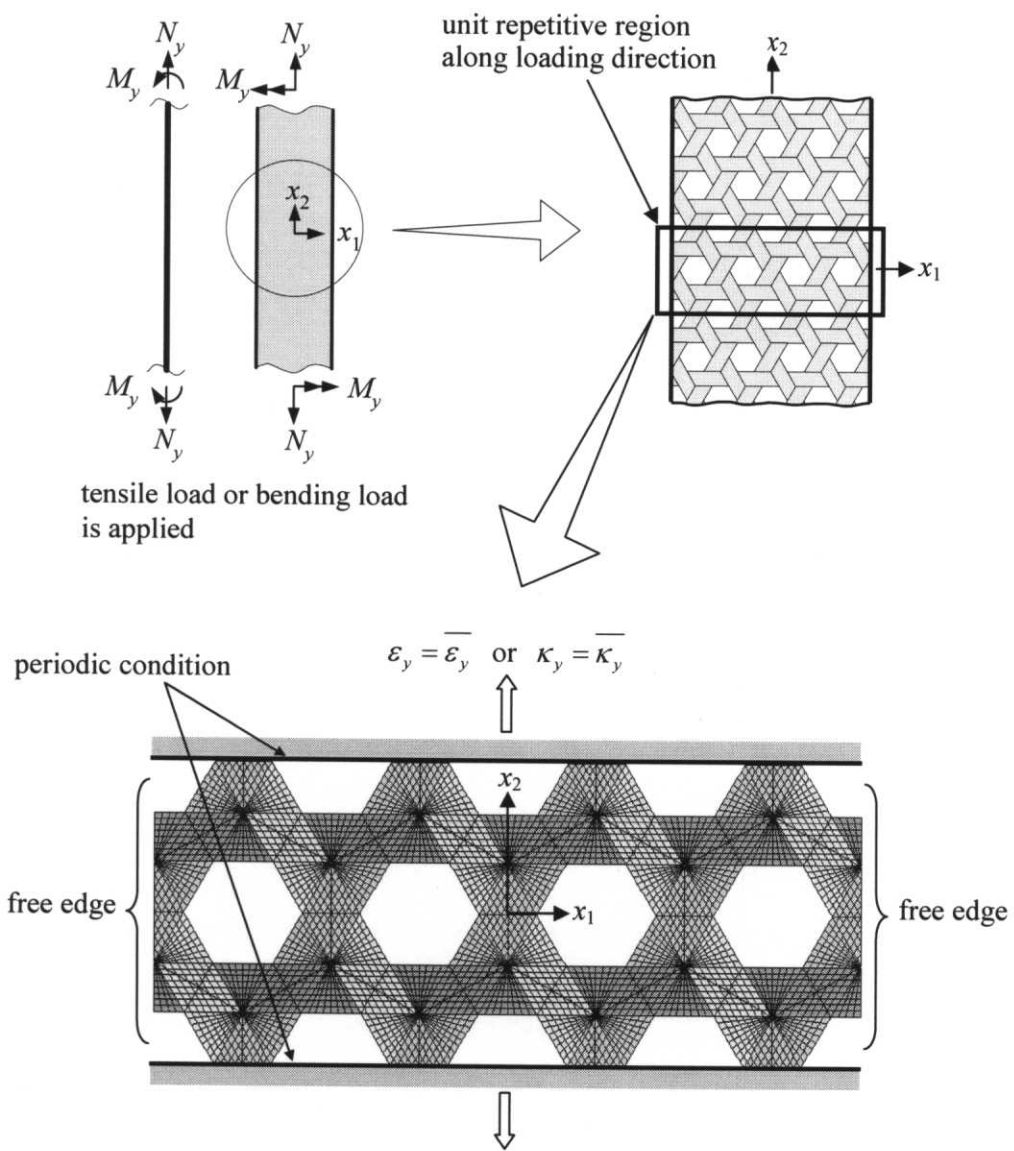


図 4.29 自由端を有する場合の剛性解析方法 (90 度方向負荷解析 幅方向 4unit モデル)

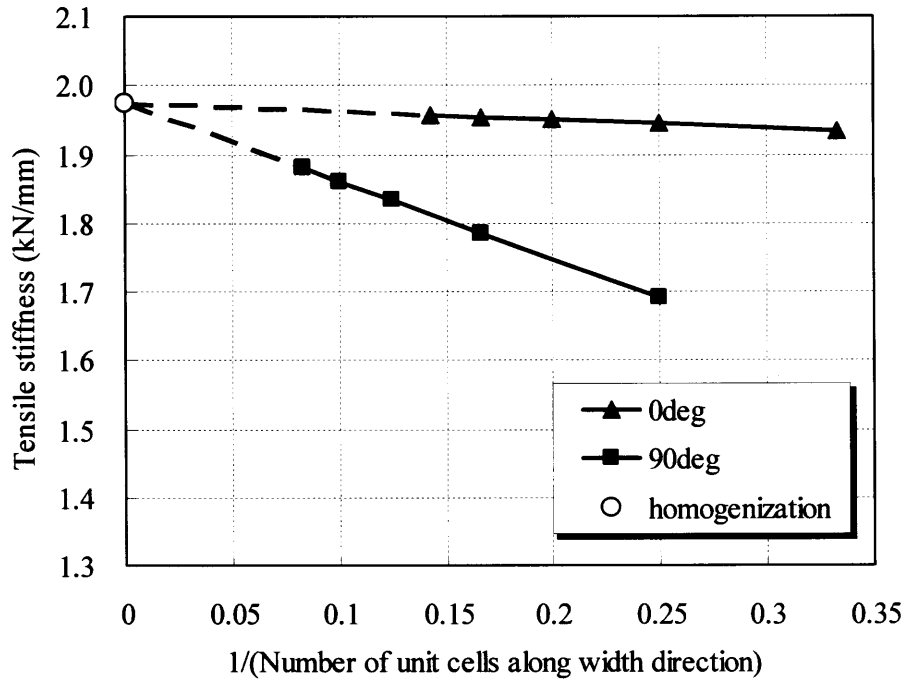


図 4.30 見掛けの引張剛性値の幅方向ユニットセル数に対する変化 (3Dsolid 有限要素解析結果)

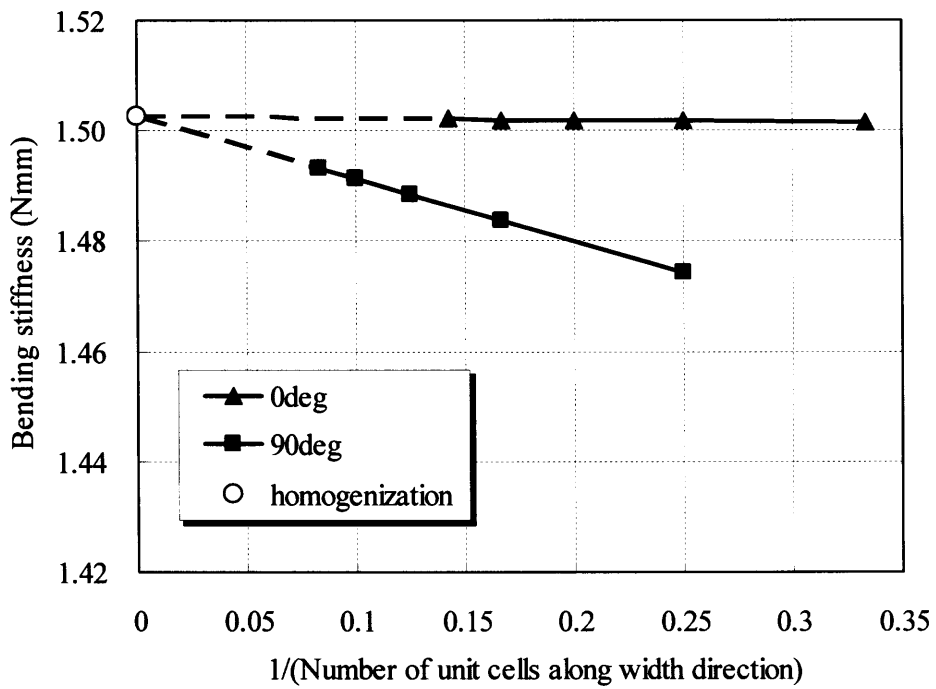


図 4.31 見掛けの曲げ剛性値の幅方向ユニットセル数に対する変化 (3Dsolid 有限要素解析結果)

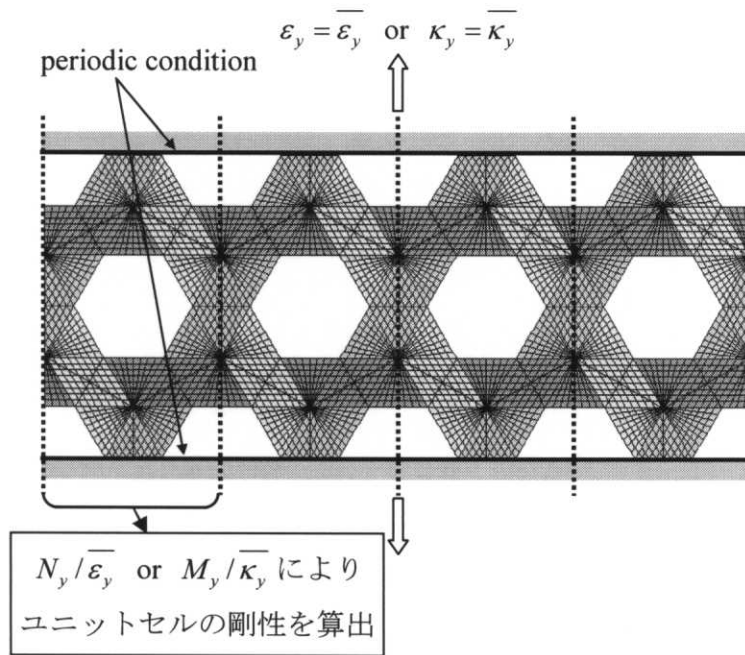


図 4.32 ユニットセルで引張および曲げ剛性を算出

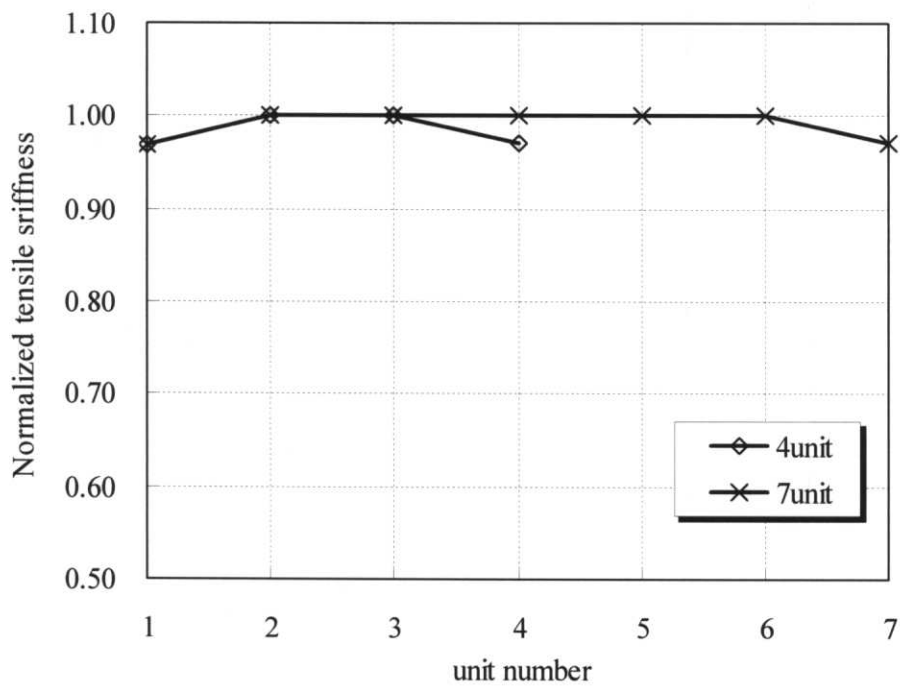


図 4.33 0度方向引張負荷時の幅方向の剛性の変化 (3Dsolid 有限要素解析結果)

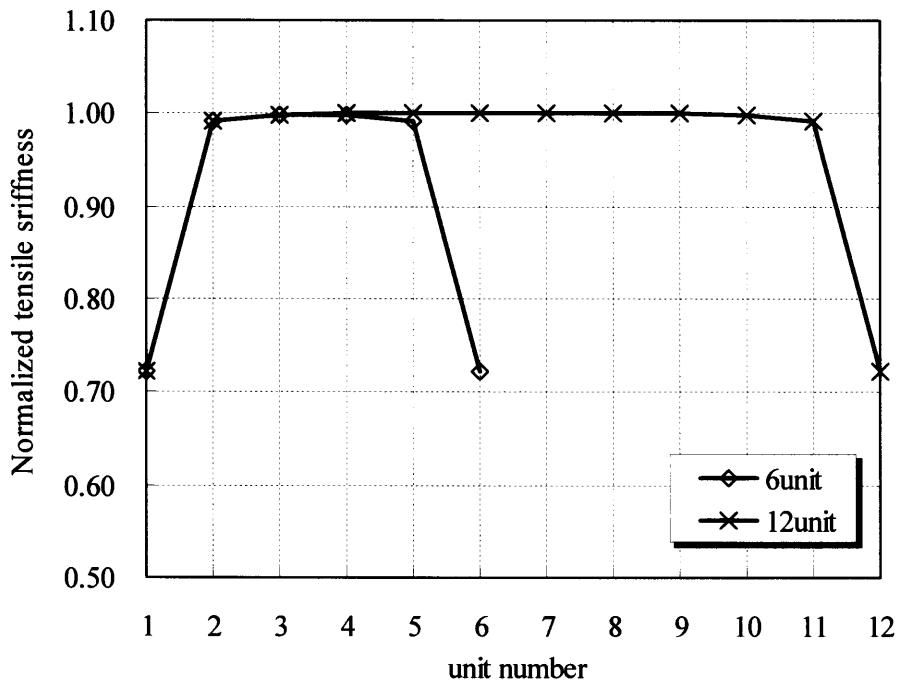


図 4.34 90度方向引張負荷時の幅方向の剛性の変化 (3Dsolid 有限要素解析結果)

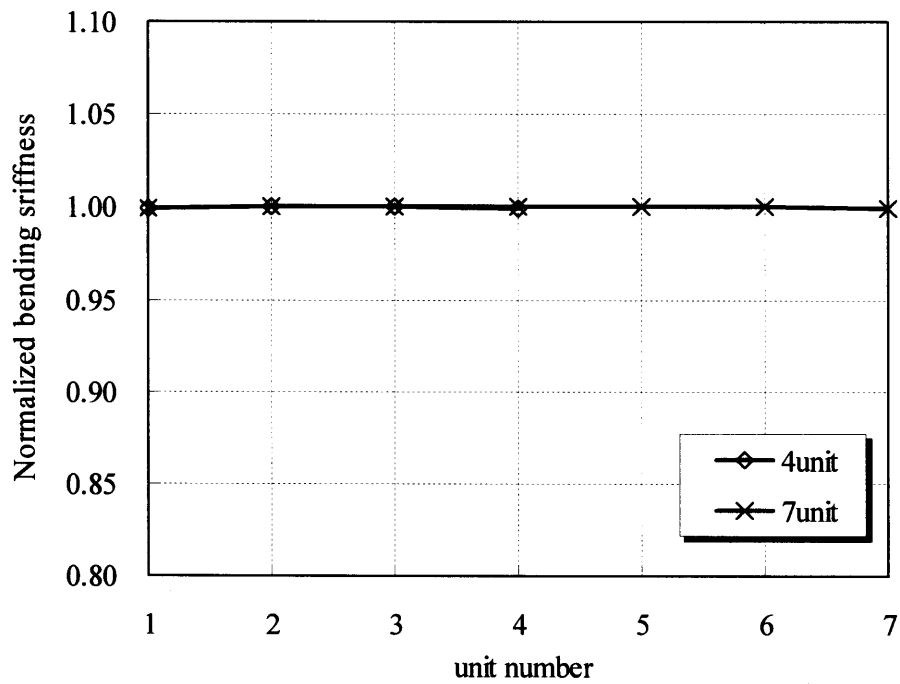


図 4.35 0度方向曲げ負荷時の幅方向の剛性の変化 (3Dsolid 有限要素解析結果)

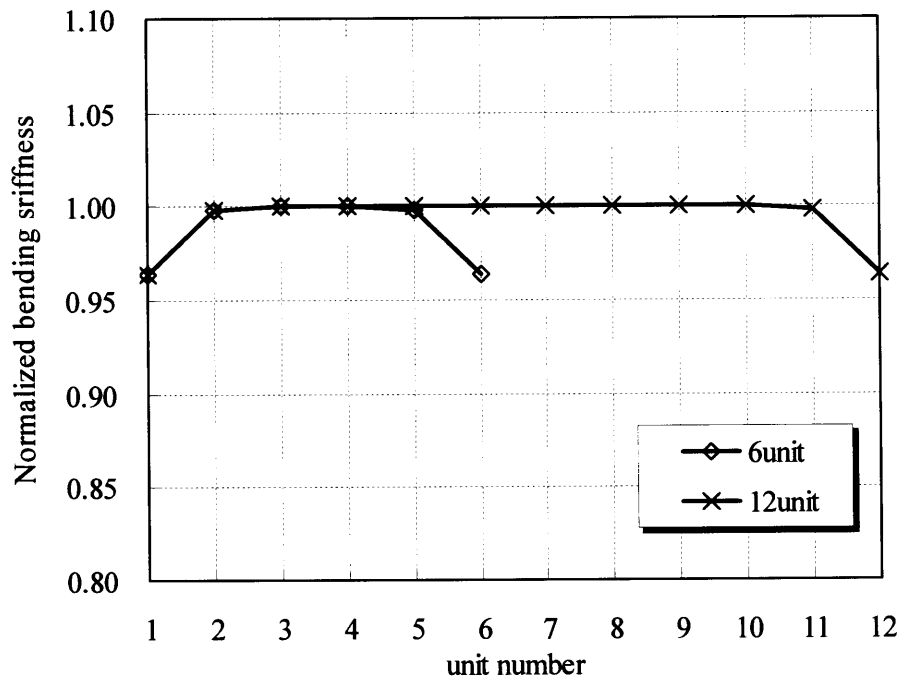


図 4.36 90度方向曲げ負荷時の幅方向の剛性の変化 (3Dsolid 有限要素解析結果)

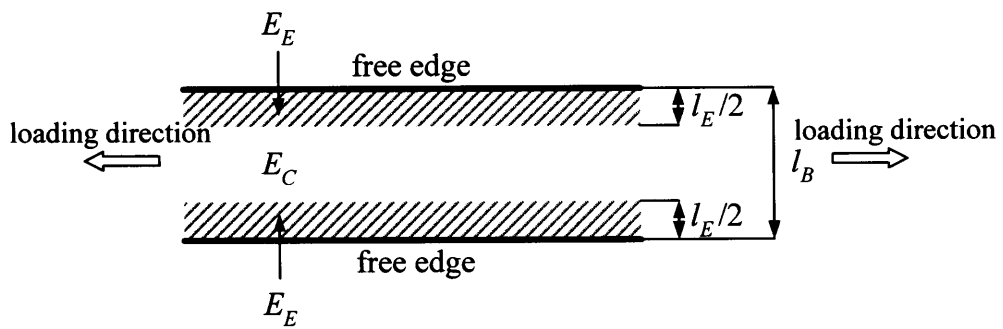


図 4.37 自由縁近傍領域

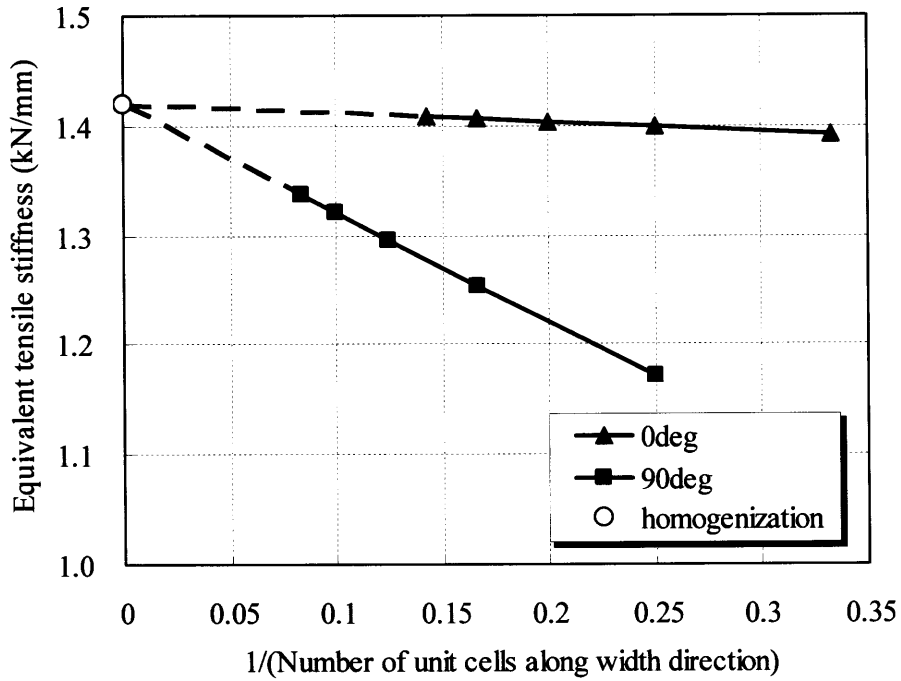


図 4.38 見掛けの引張剛性値の幅方向ユニットセル数に対する変化（梁連結モデルによる解析結果）

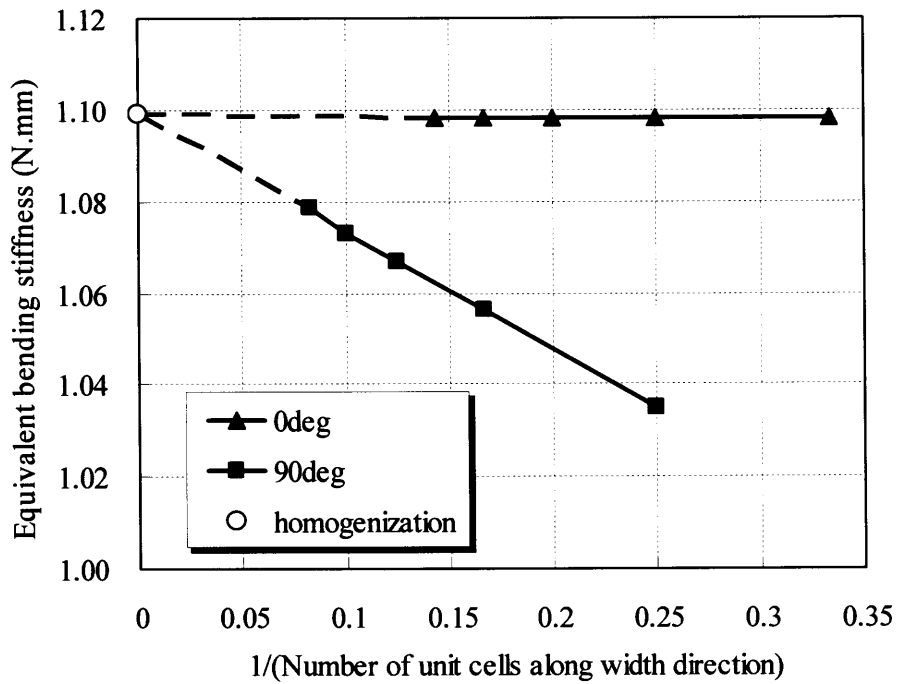


図 4.39 見掛けの曲げ剛性値の幅方向ユニットセル数に対する変化（梁連結モデルによる解析結果）

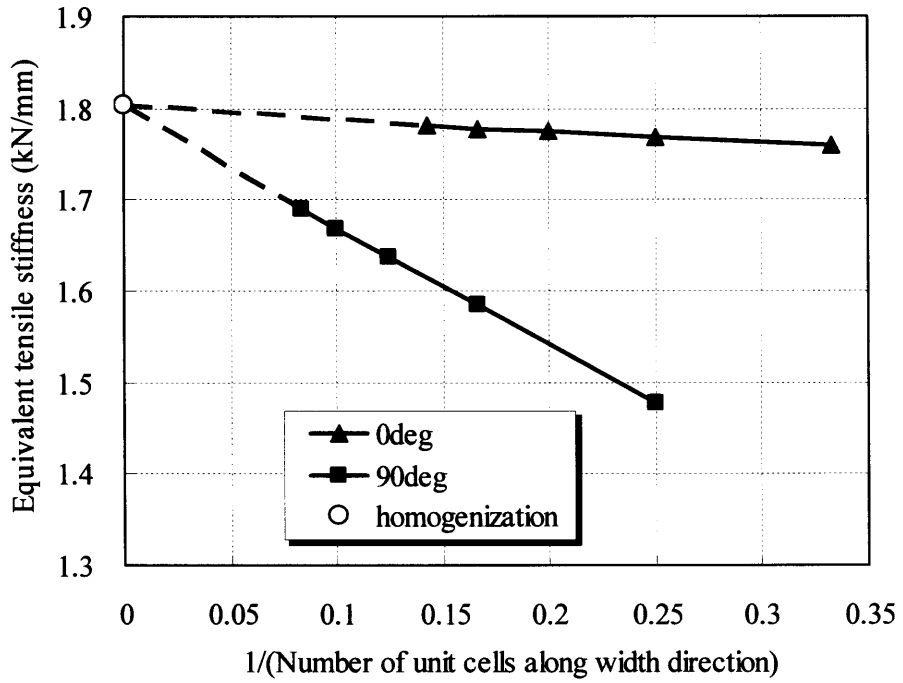


図 4.40 見掛けの引張剛性値の幅方向ユニットセル数に対する変化 (改良梁連結モデルによる解析結果)

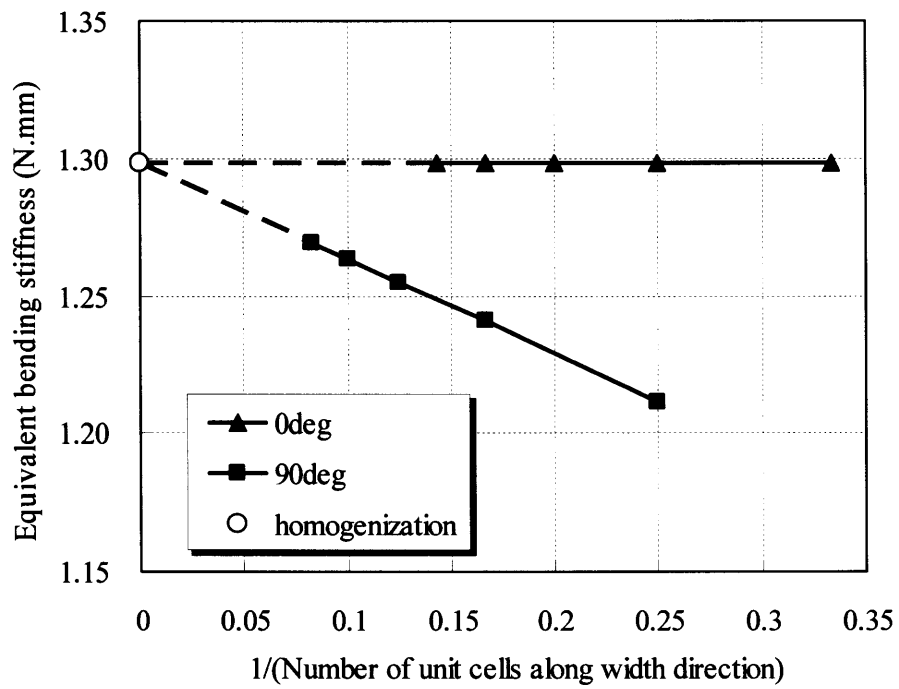


図 4.41 見掛けの曲げ剛性値の幅方向ユニットセル数に対する変化 (改良梁連結モデルによる解析結果)

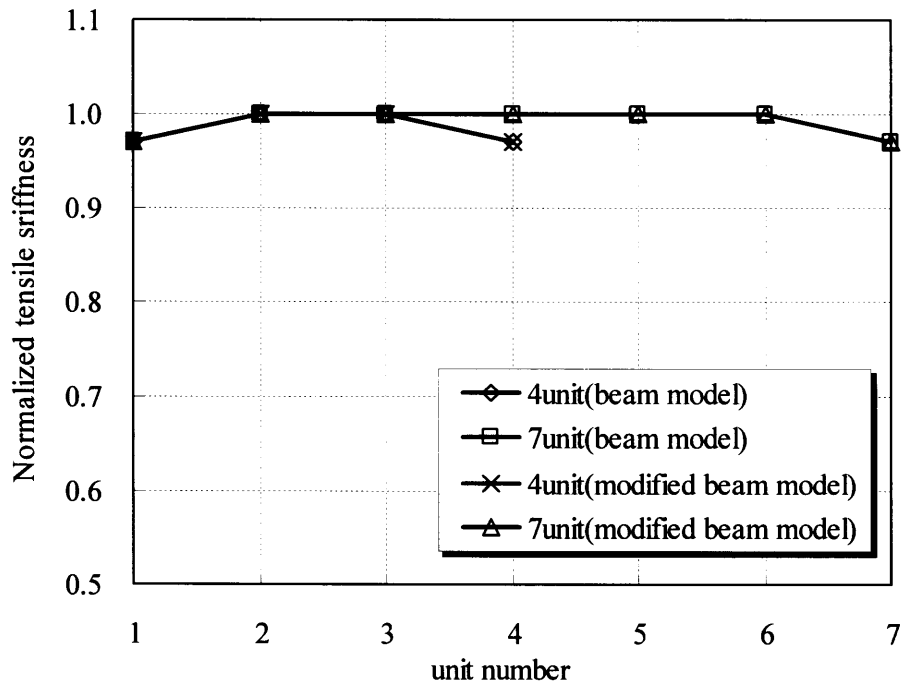


図 4.42 0度方向引張負荷時の幅方向の剛性の変化 (梁連結モデルおよび改良梁連結モデルによる解析結果)

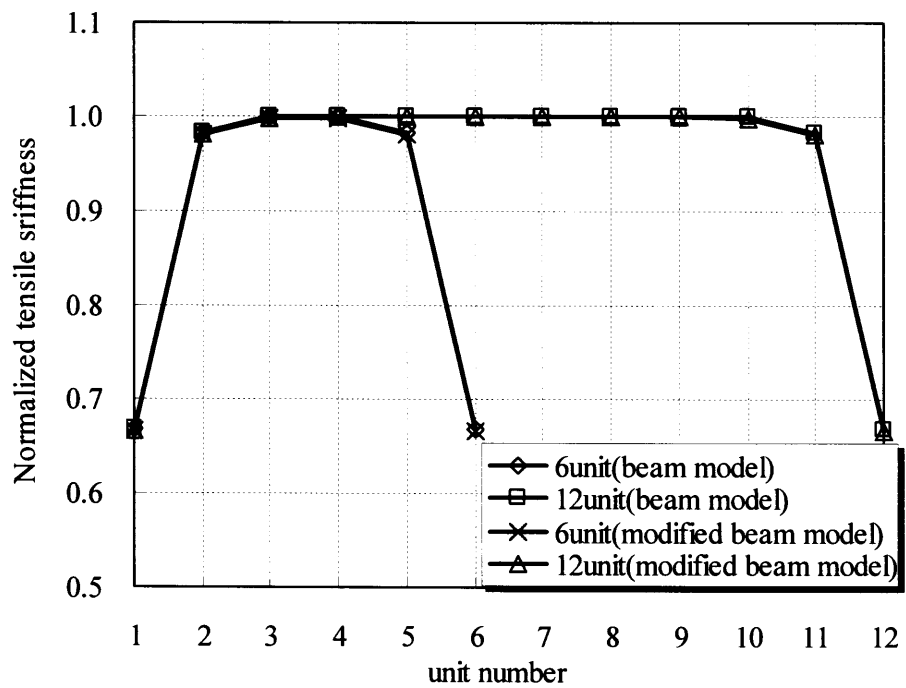


図 4.43 90度方向引張負荷時の幅方向の剛性の変化 (梁連結モデルおよび改良梁連結モデルによる解析結果)

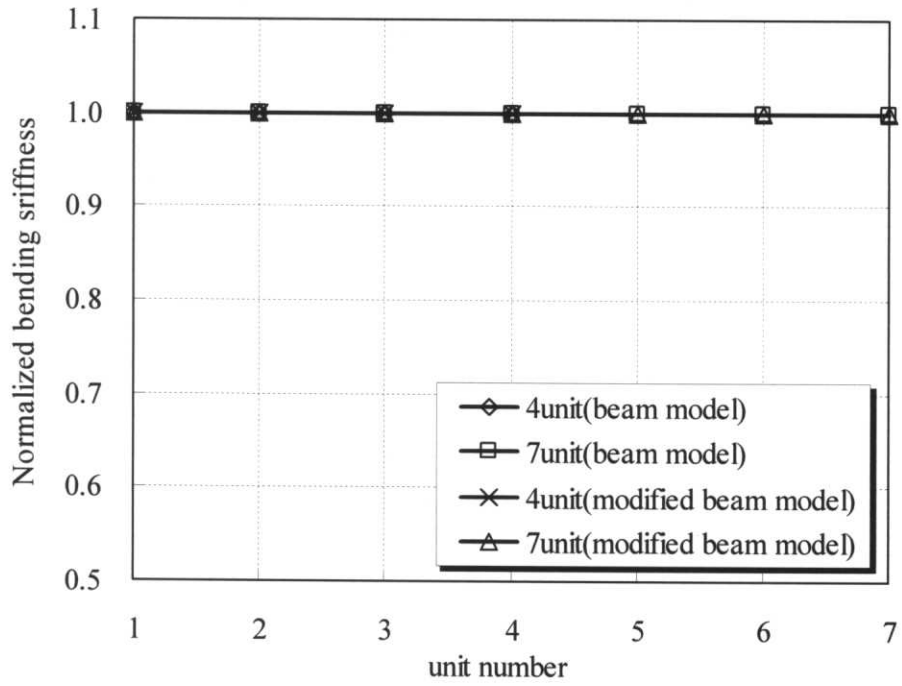


図 4.44 0度方向曲げ負荷時の幅方向の剛性の変化 (梁連結モデルおよび改良梁連結モデルによる解析結果)

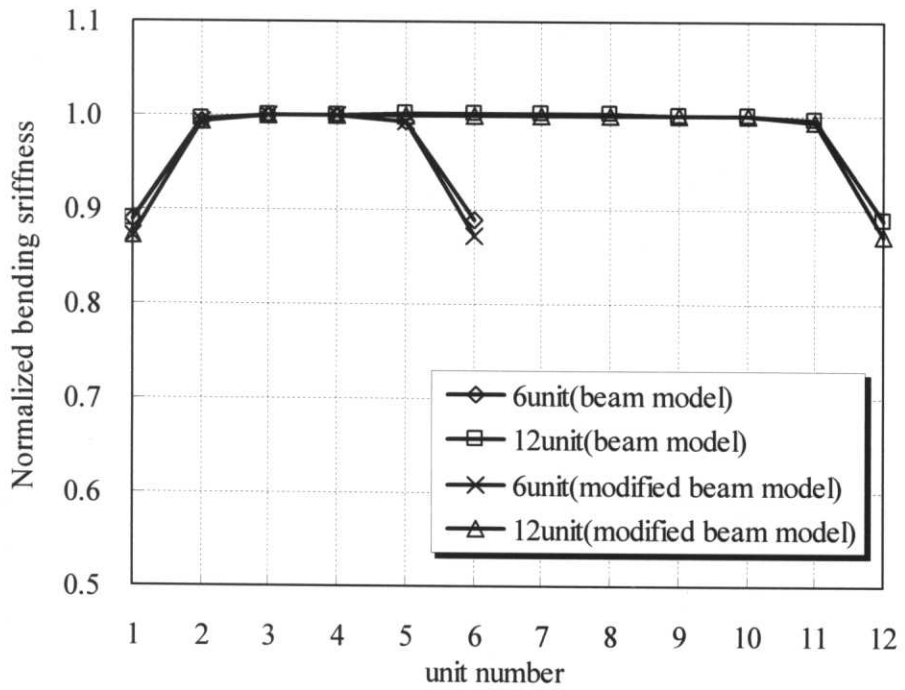


図 4.45 90度方向曲げ負荷時の幅方向の剛性の変化 (梁連結モデルおよび改良梁連結モデルによる解析結果)

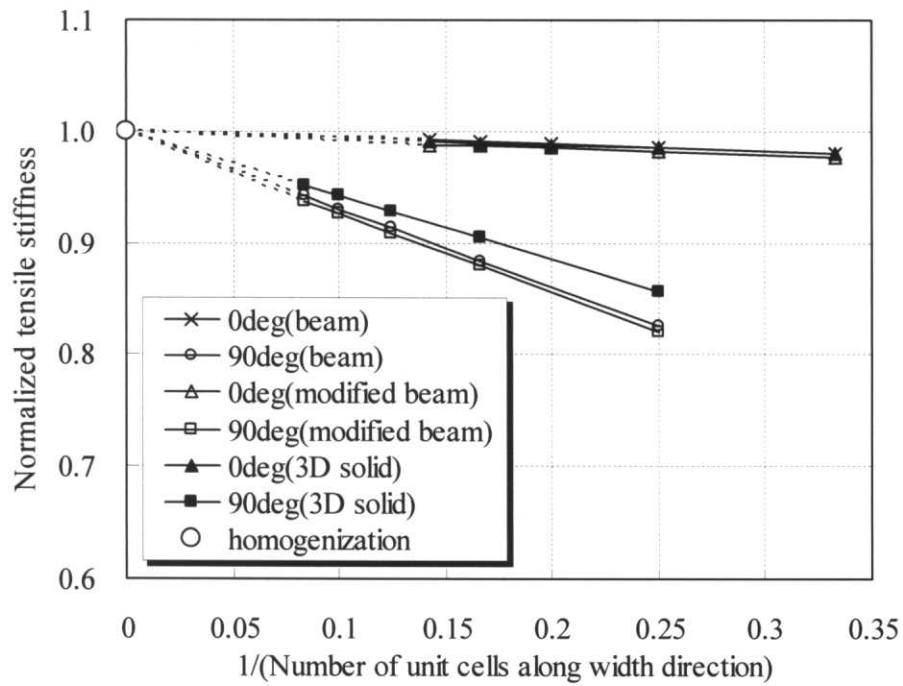


図 4.46 幅方向ユニットセル数による引張剛性の減少率

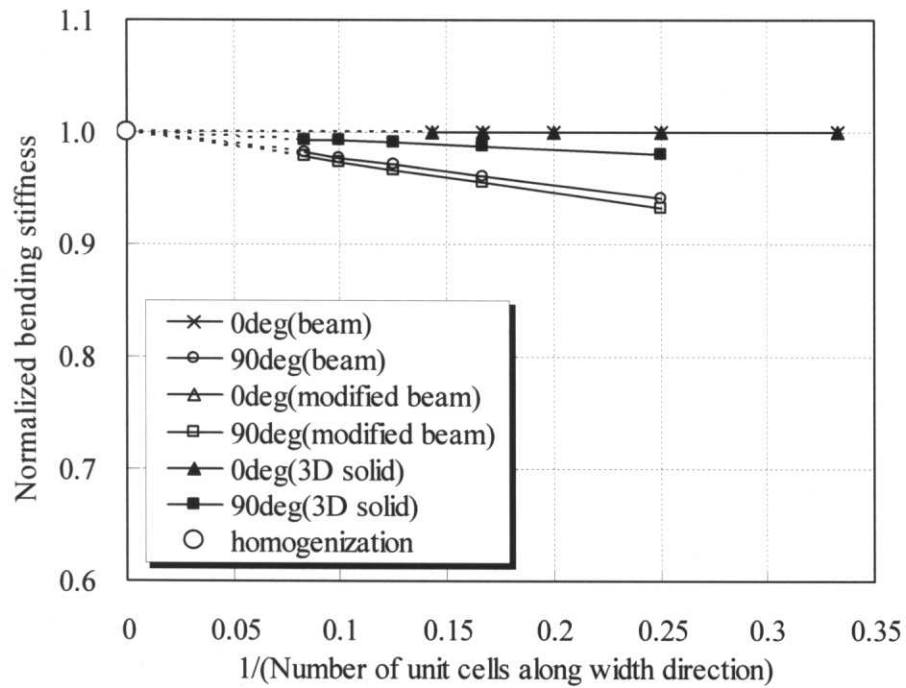


図 4.47 幅方向ユニットセル数による曲げ剛性の減少率

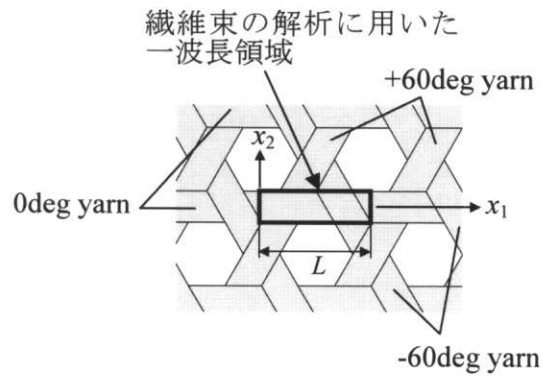


図 4.48 繊維束の一波長領域のモデル化

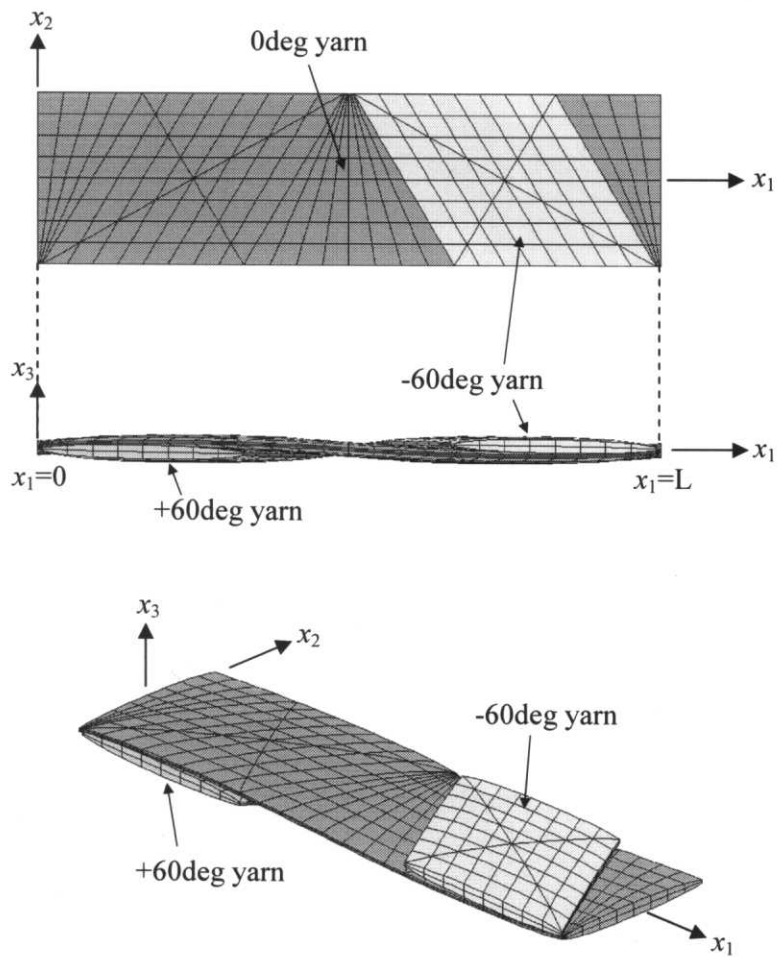


図 4.49 繊維束の 3Dsolid 有限要素解析モデル (± 60 度繊維束を含む場合)

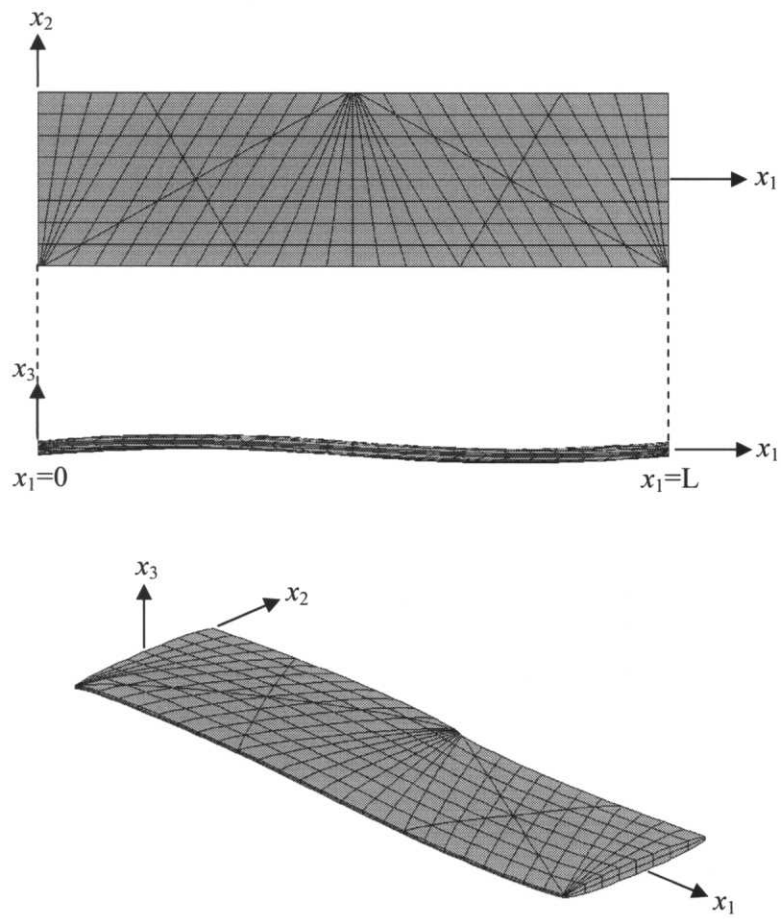


図 4.50 繊維束の 3Dsolid 有限要素解析モデル（±60 度繊維束を含まない場合）

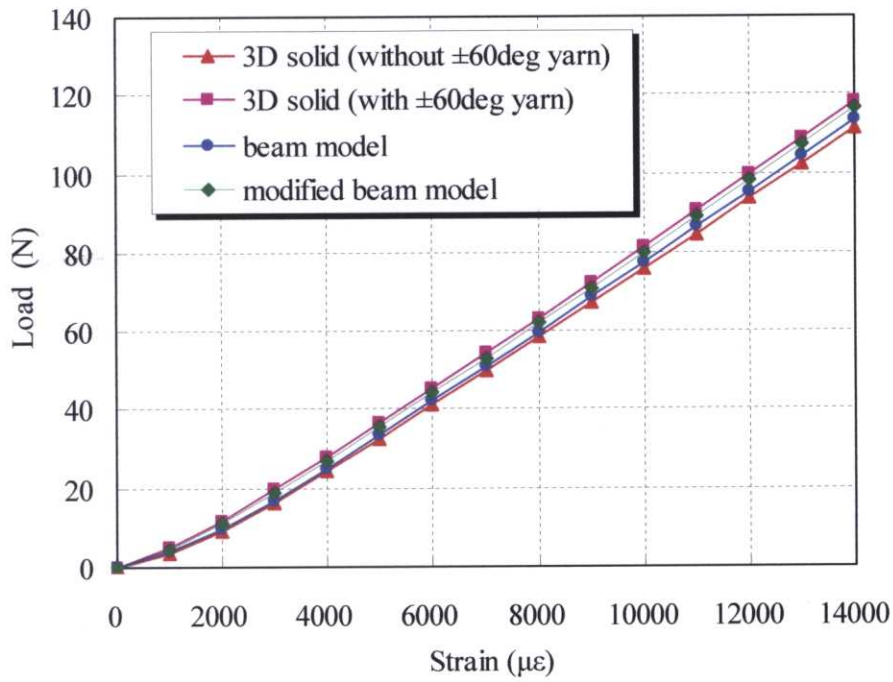


図 4.51 繊維束の引張解析結果(荷重 vs.ひずみ曲線)

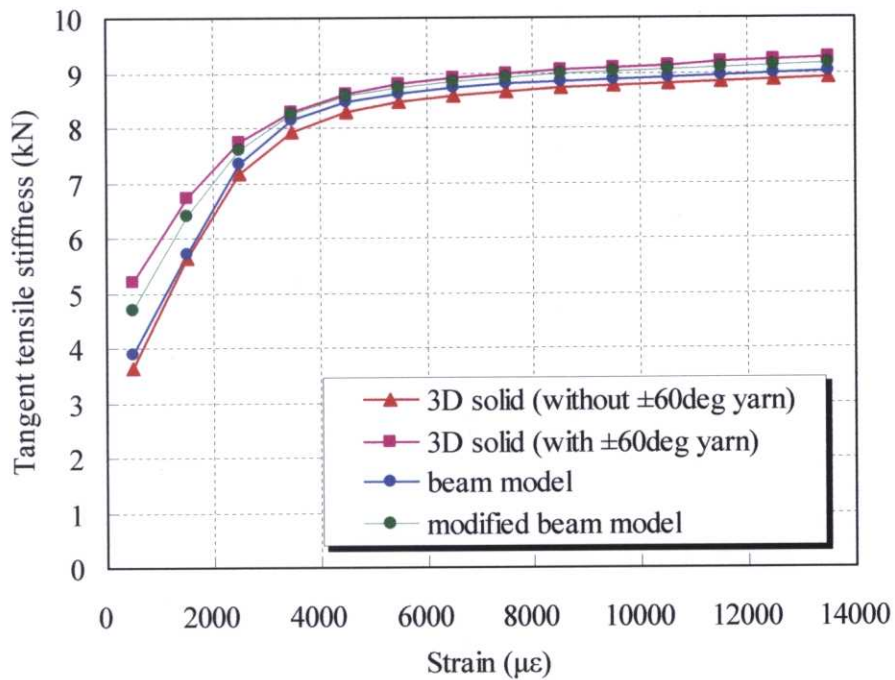


図 4.52 繊維束の引張解析結果(接線剛性 vs.ひずみ曲線)

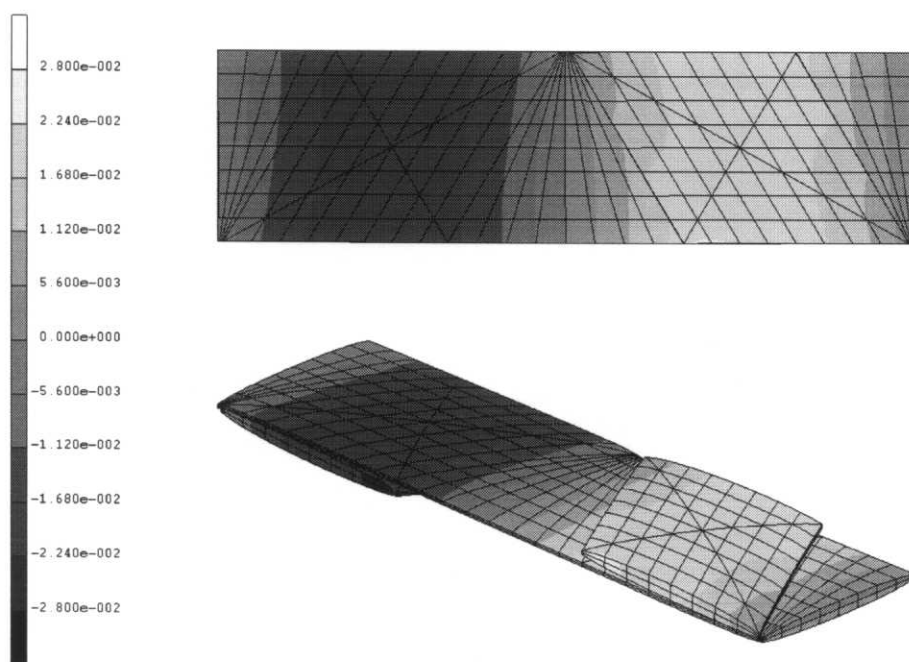


図 4.53 引張負荷(ひずみ $5000 \mu\epsilon$)時の繊維束の面外変位 (± 60 度繊維束を含む場合)

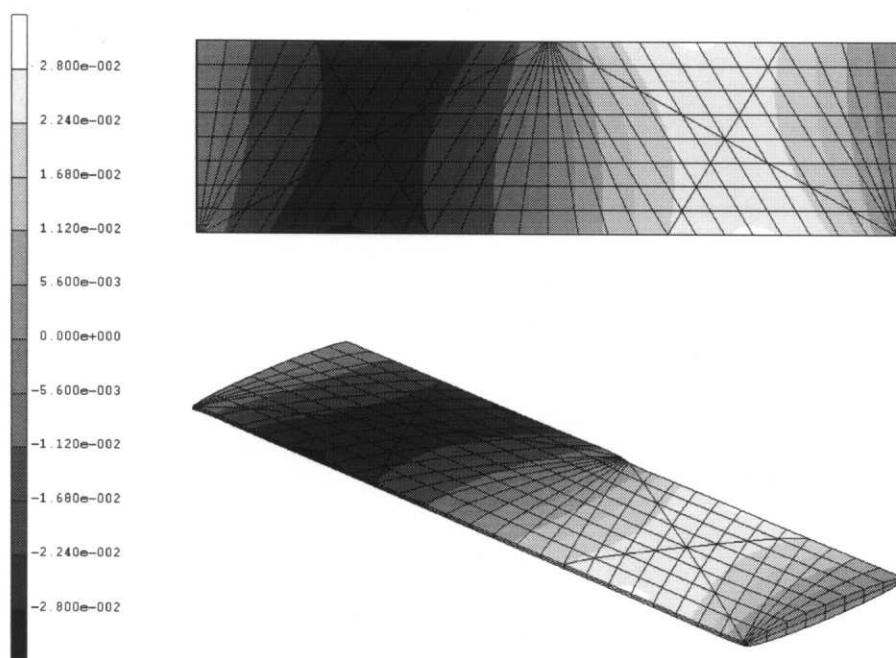


図 4.54 引張負荷(ひずみ $5000 \mu\epsilon$)時の繊維束の面外変位 (± 60 度繊維束を含まない場合)

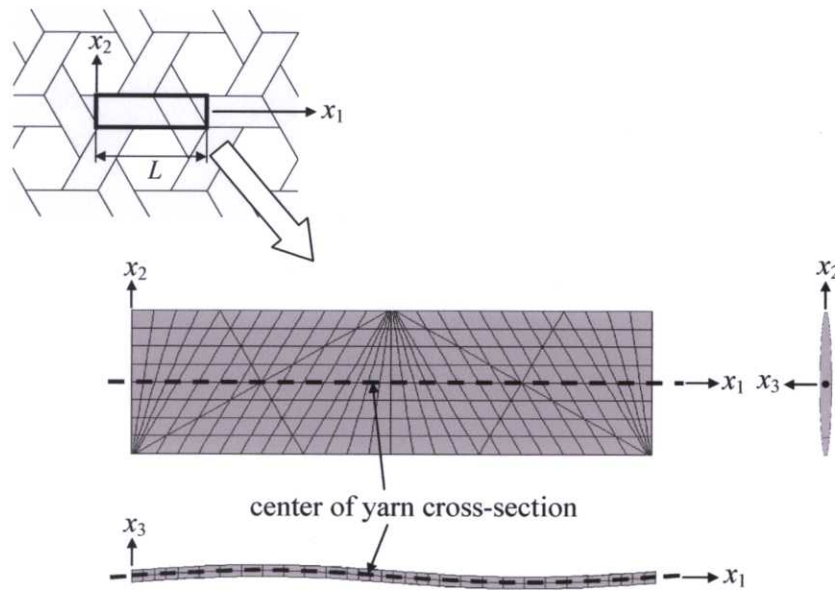


図 4.55 繊維束断面図心上の節点

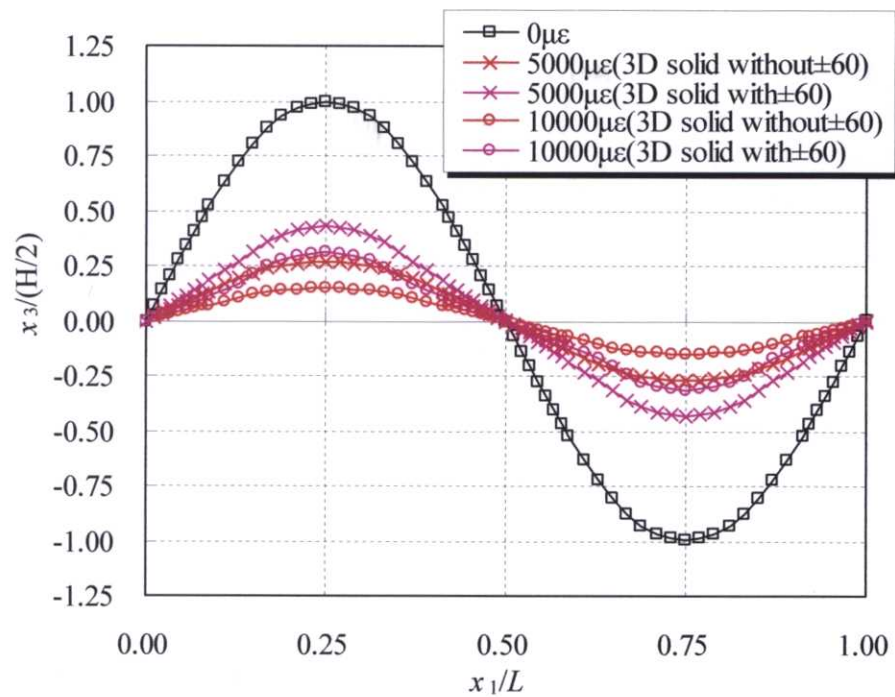


図 4.56 引張負荷に伴う繊維束の屈曲形状の変化 (3Dsolid 有限要素解析モデルによる比較)

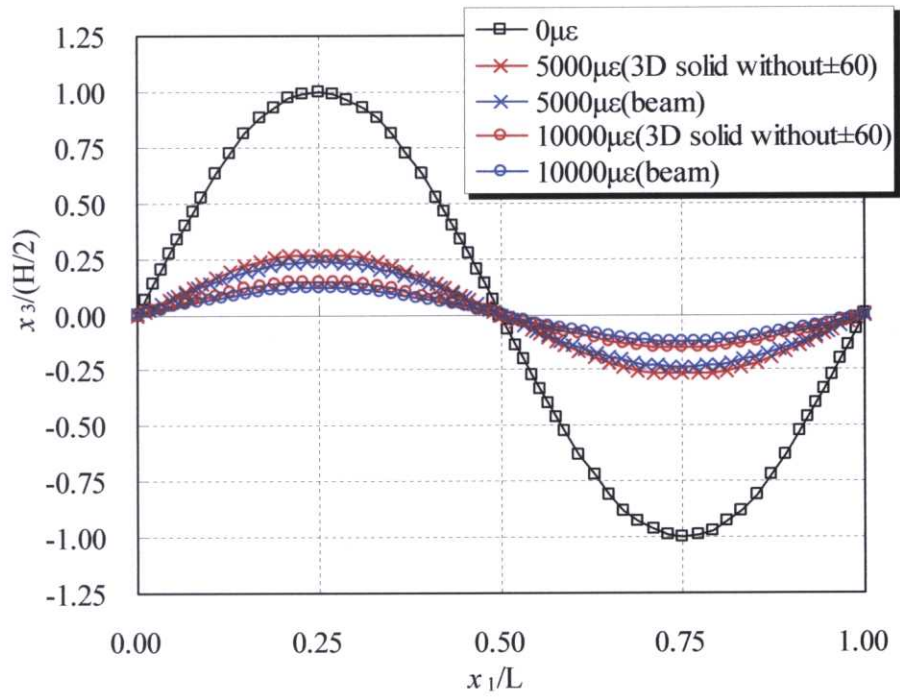


図 4.57 引張負荷に伴う繊維束の屈曲形状の変化 (3Dsolid 有限要素解析モデルと梁モデルの比較)

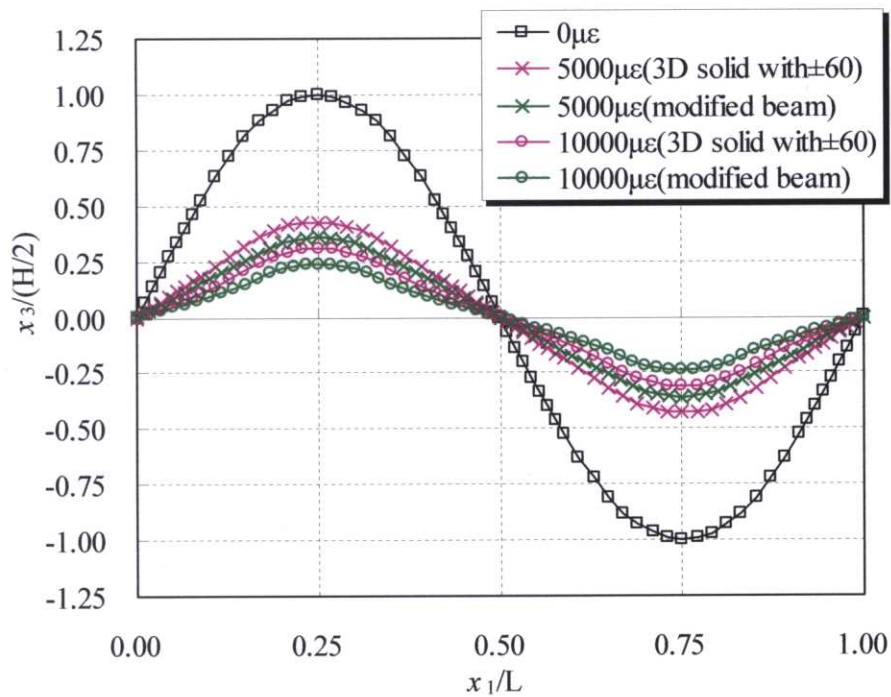


図 4.58 引張負荷に伴う繊維束の屈曲形状の変化 (3Dsolid 有限要素解析モデルと改良梁モデルの比較)

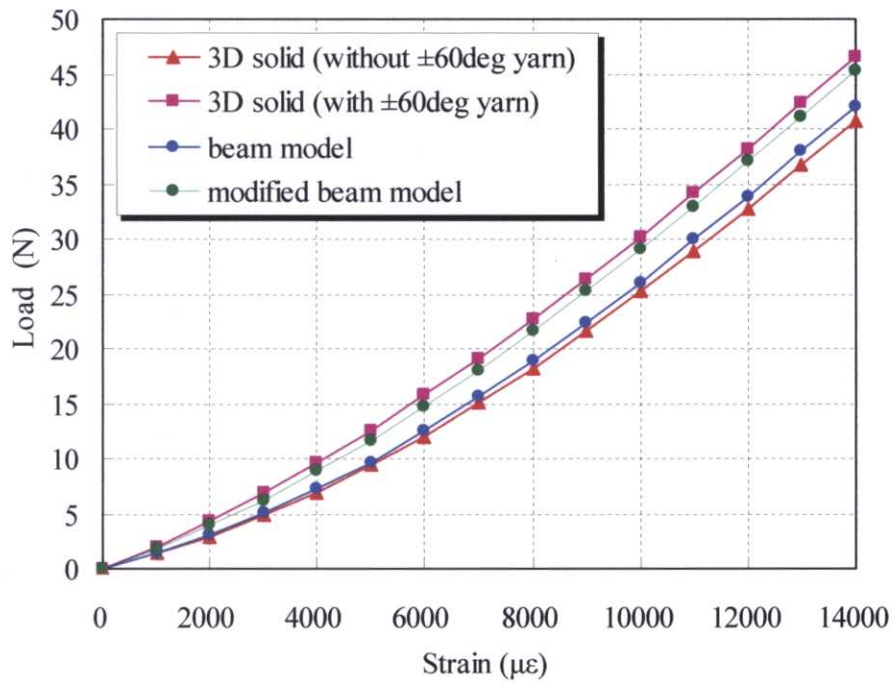


図 4.59 (1/2,1/2,1)モデルの繊維束の引張解析結果（合応力 vs.ひずみ曲線）

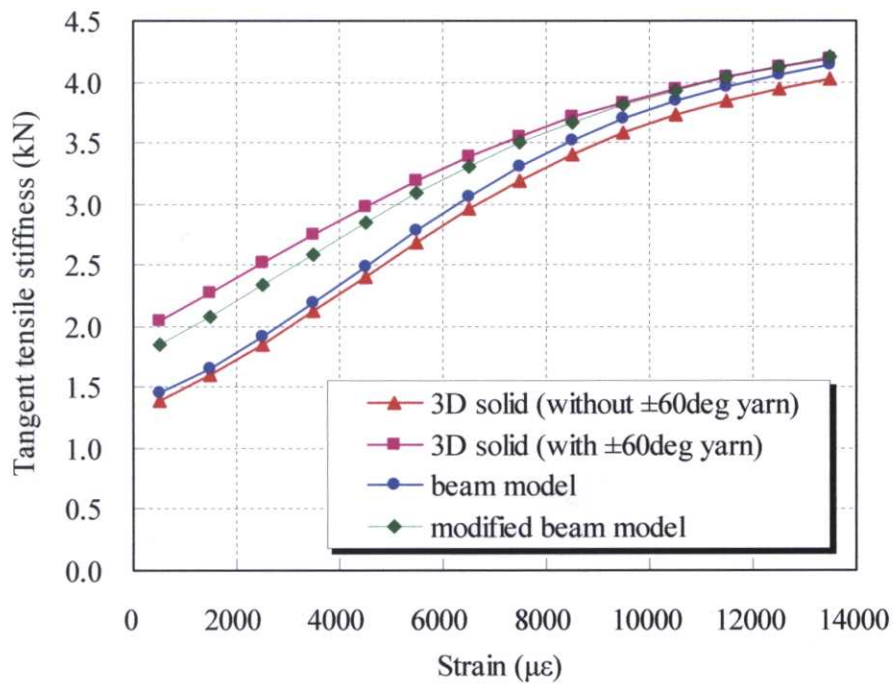


図 4.60 (1/2,1/2,1)モデルの繊維束の引張解析結果（接線剛性 vs.ひずみ曲線）

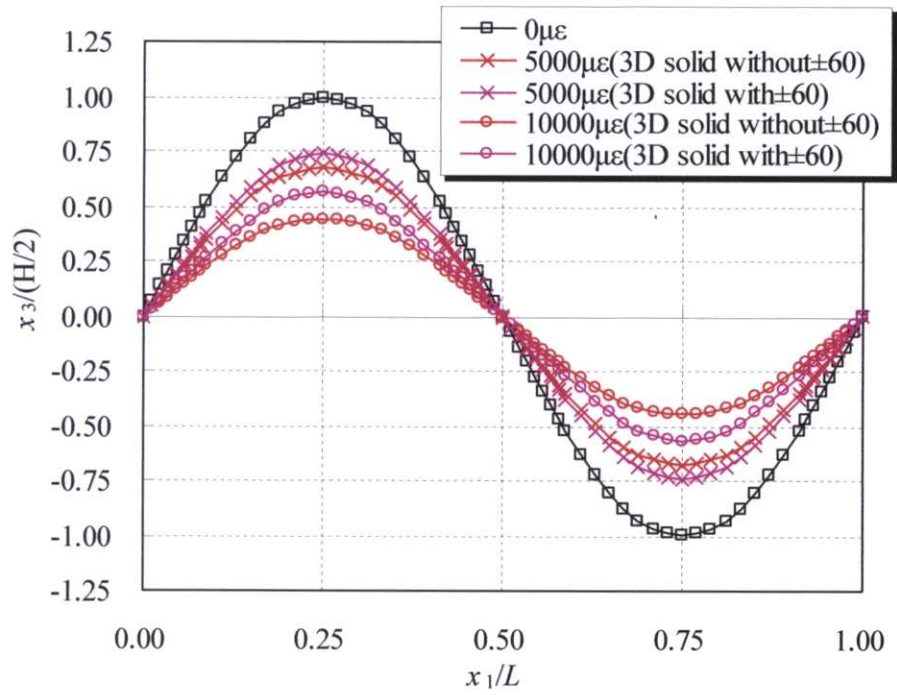


図 4.61 (1/2,1/2,1)モデルの繊維束の屈曲形状の変化(3Dsolid 有限要素解析モデルによる比較)

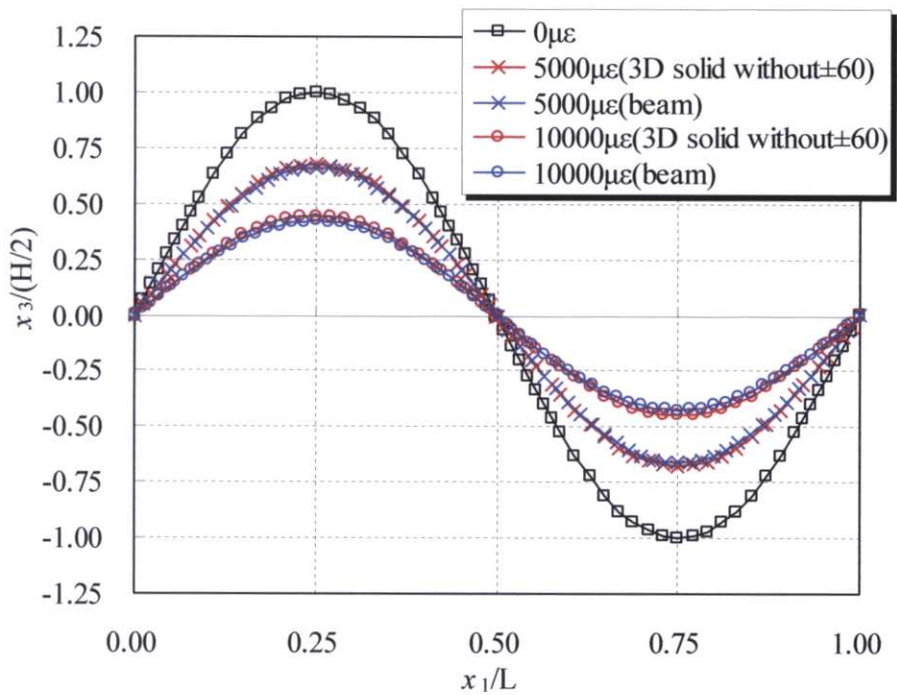


図 4.62 (1/2,1/2,1)モデルの繊維束の屈曲形状の変化(3Dsolid 有限要素解析モデルと梁モデルの比較)

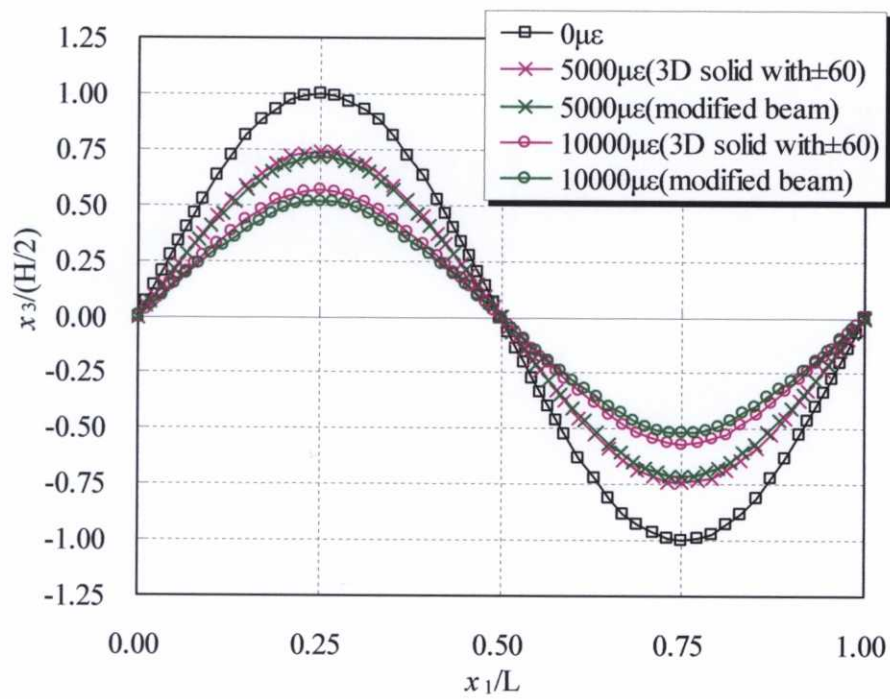


図 4.63 (1/2,1/2,1)モデルの繊維束の屈曲形状の変化(3Dsolid 有限要素解析モデルと改良梁モデルの比較)

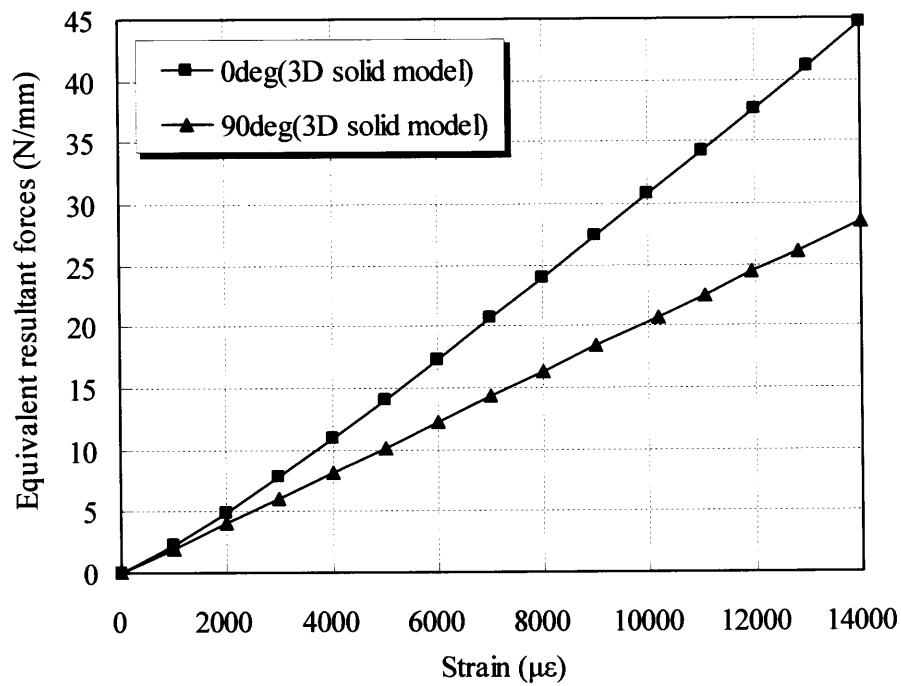


図 4.64 0度および90度方向一軸引張解析結果（合応力 vs.ひずみ曲線）

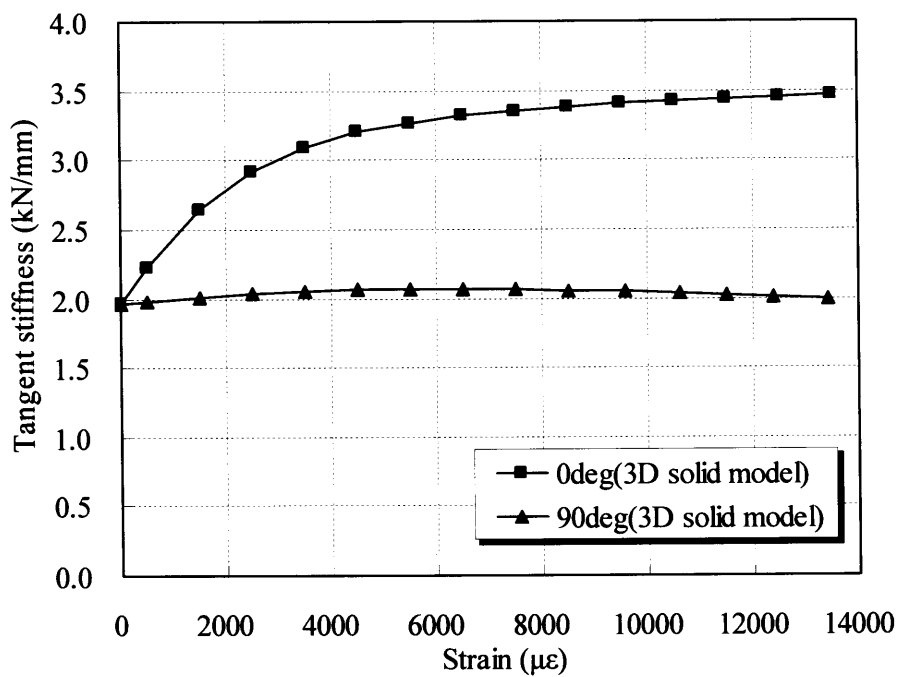


図 4.65 0度および90度方向一軸引張解析結果（接線剛性 vs.ひずみ曲線）

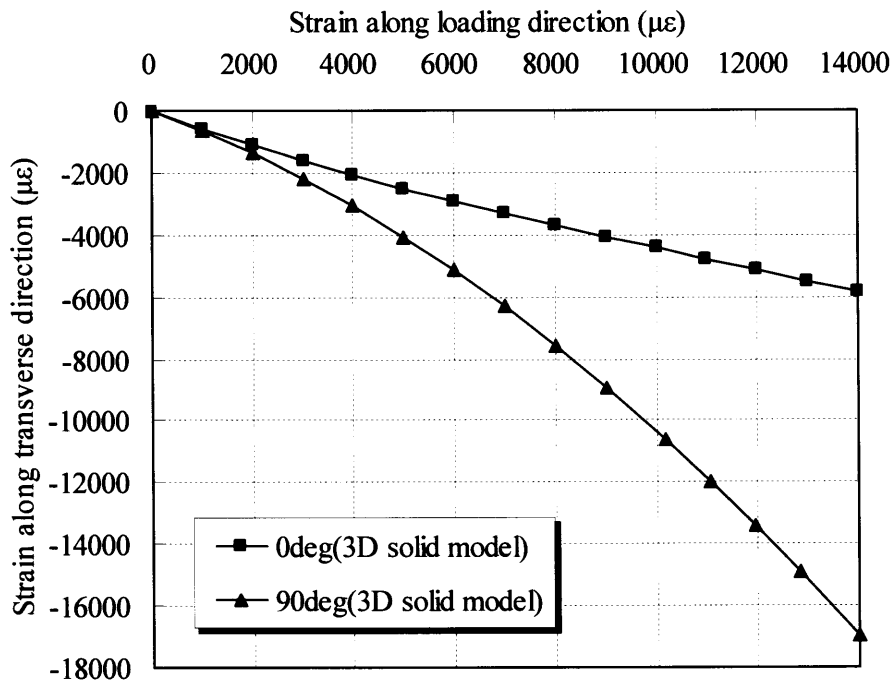


図 4.66 0度および90度方向一軸引張解析結果（負荷に垂直方向ひずみ vs. 負荷方向ひずみ曲線）

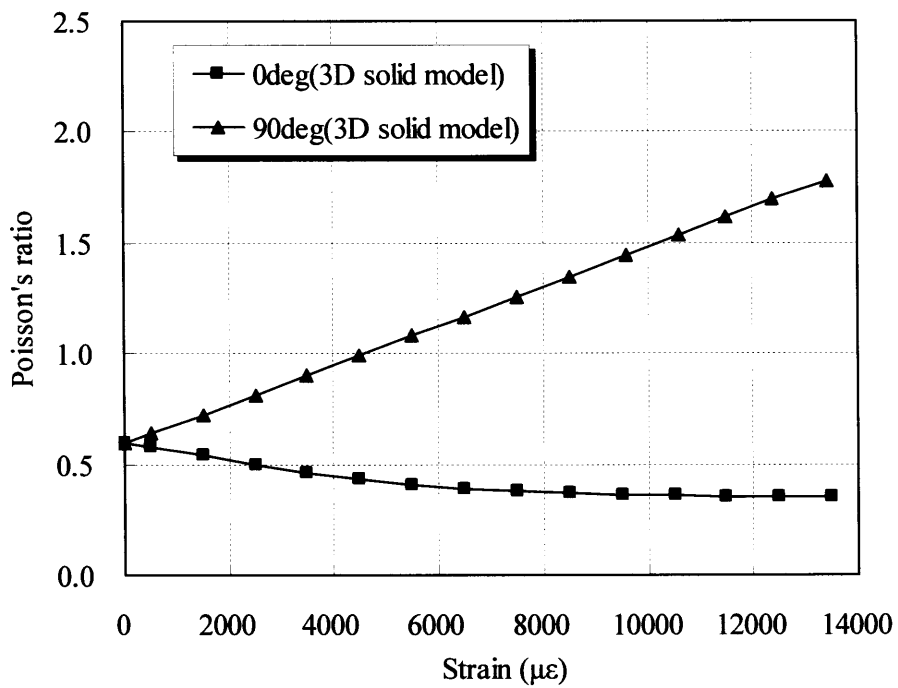


図 4.67 一軸引張解析結果（負荷に伴うポアソン比の変化）

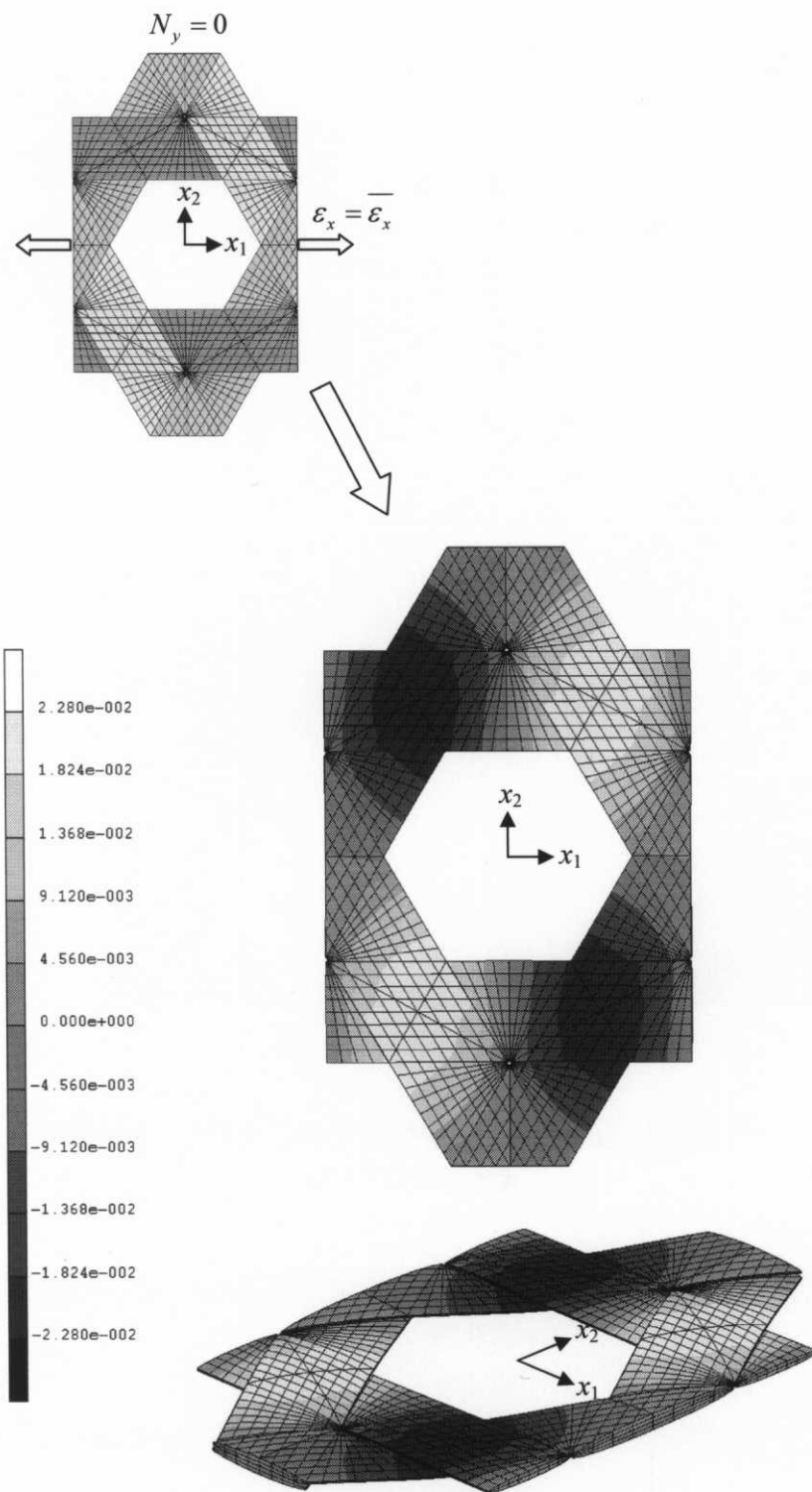


図 4.68 0度方向一軸引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = 10000\mu\varepsilon$)時の面外変位

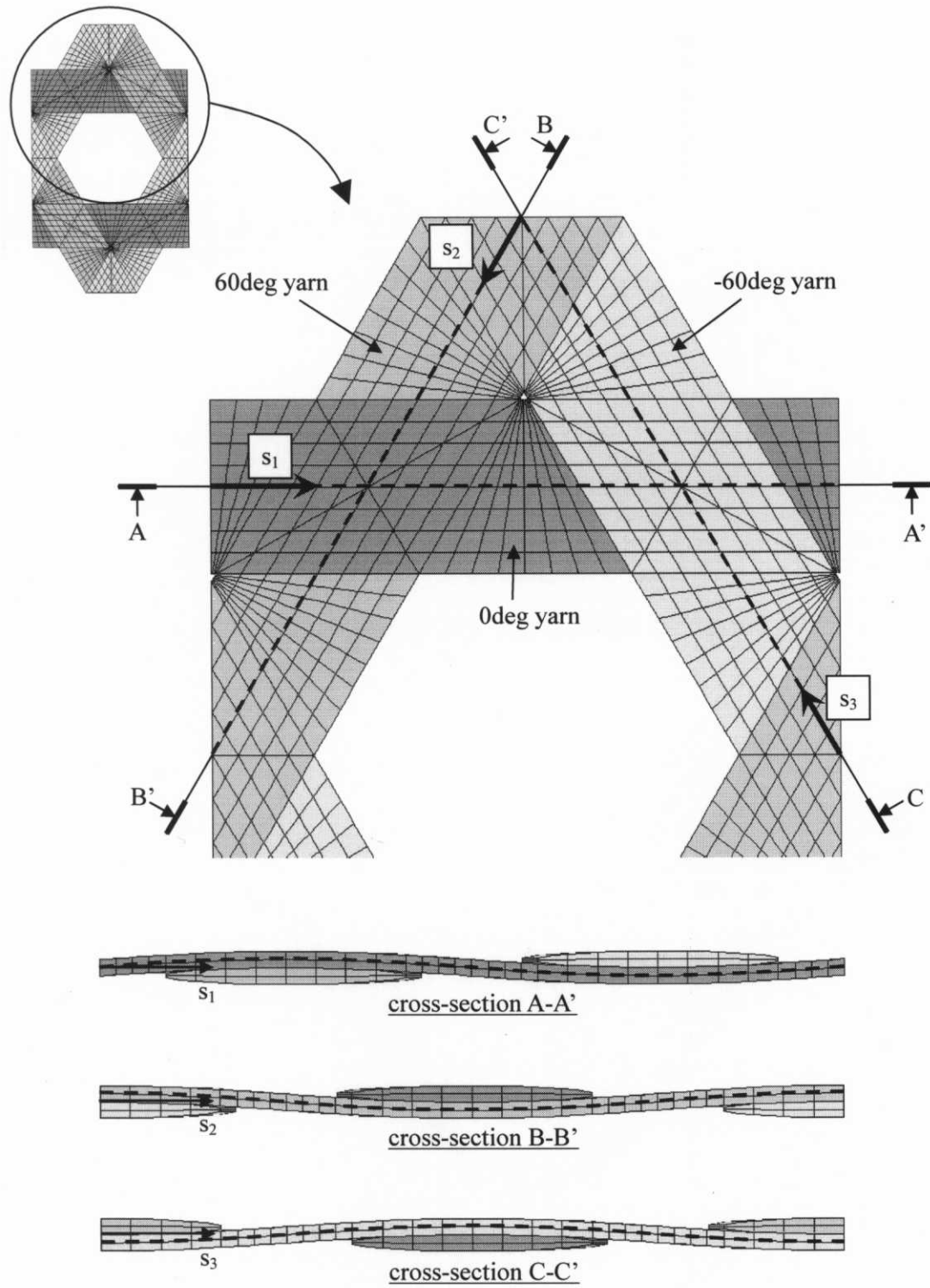


図 4.69 繊維束の屈曲形状算出のための節点配置

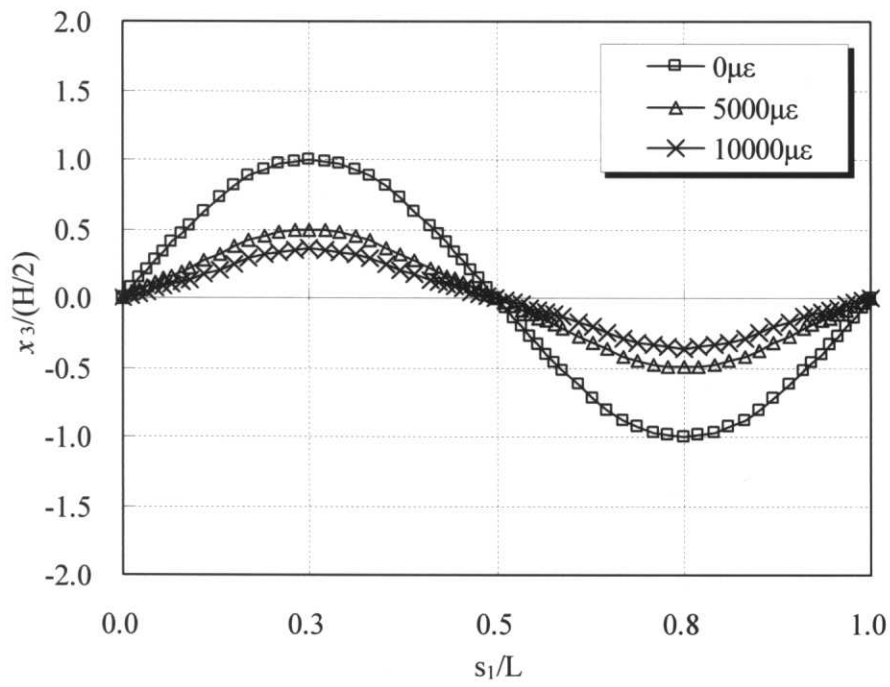


図 4.70 0度方向一軸引張負荷時の0度繊維束の屈曲形状変化

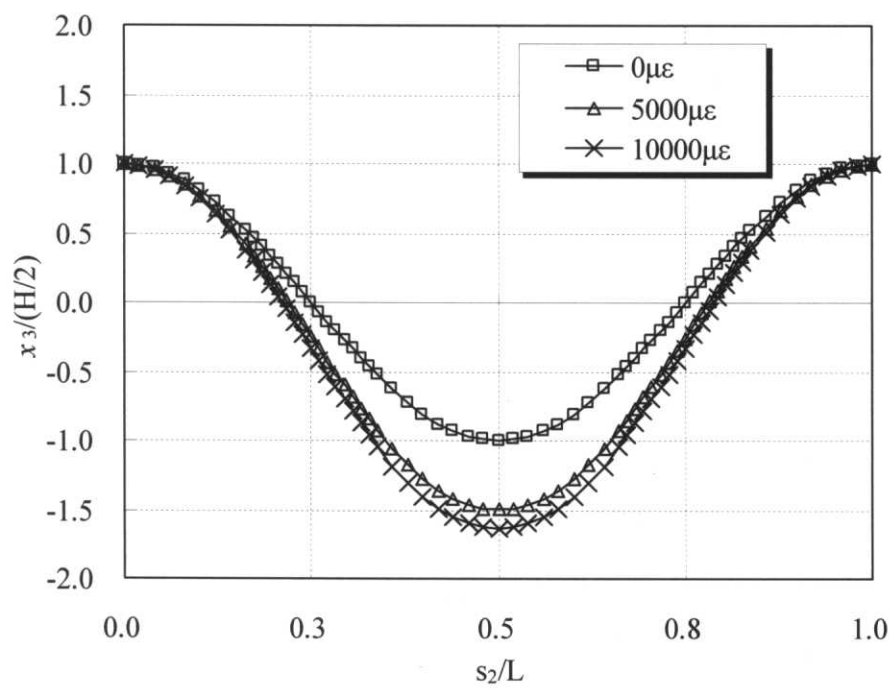


図 4.71 0度方向一軸引張負荷時の60度繊維束の屈曲形状変化

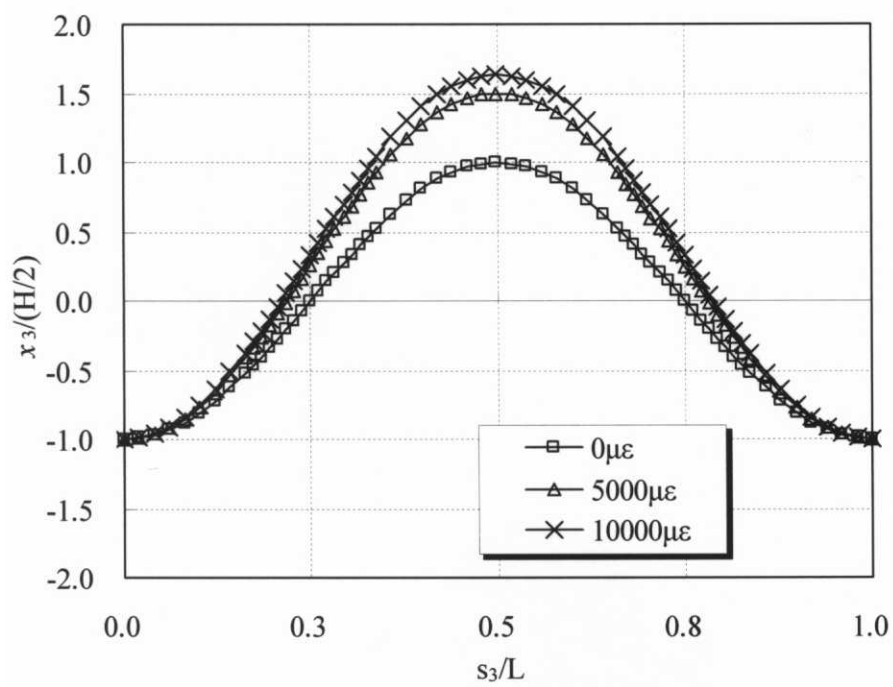


図 4.72 0度方向一軸引張負荷時の-60度繊維束の屈曲形状変化

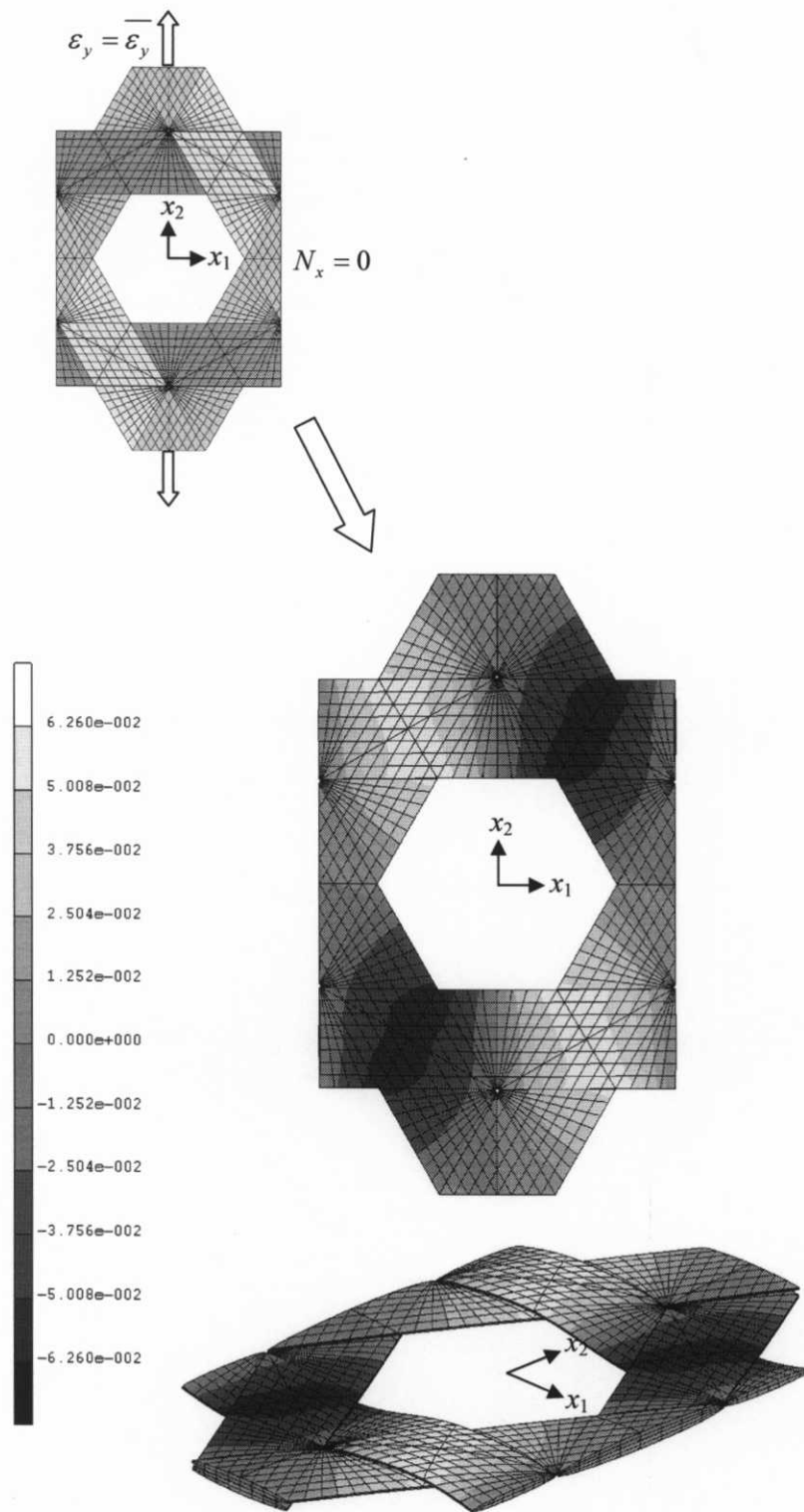


図 4.73 90度方向一軸引張負荷(ひずみ $\varepsilon_y = 9000 \mu\varepsilon$)時の面外変位

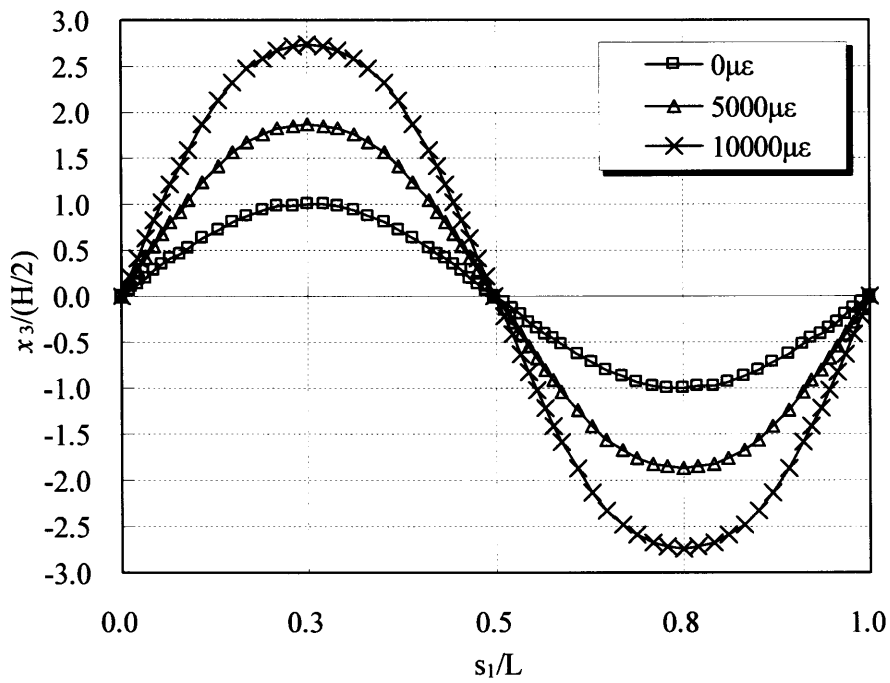


図 4.74 90 度方向一軸引張負荷時の 0 度繊維束の屈曲形状変化

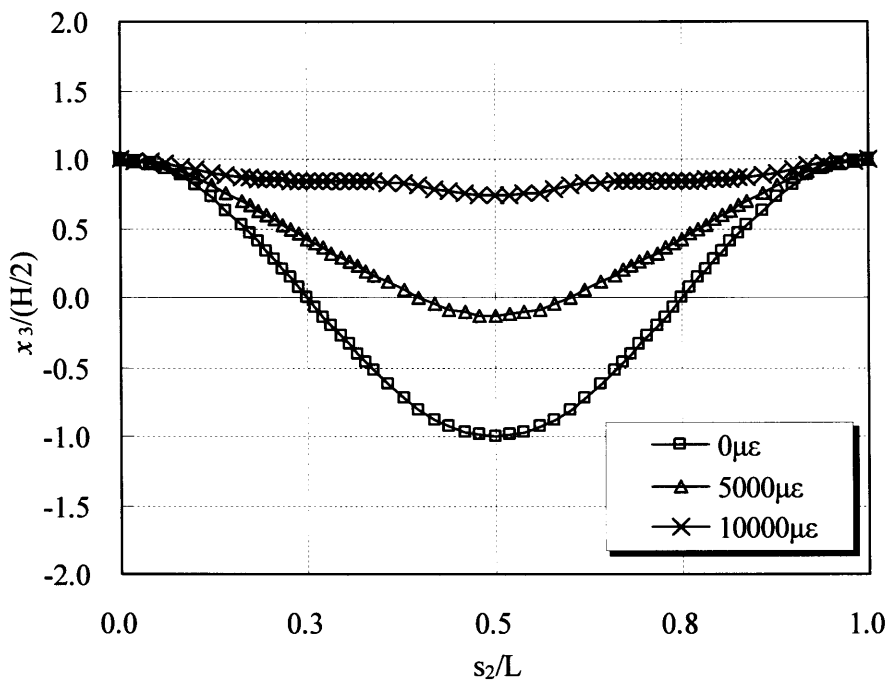


図 4.75 90 度方向一軸引張負荷時の 60 度繊維束の屈曲形状変化

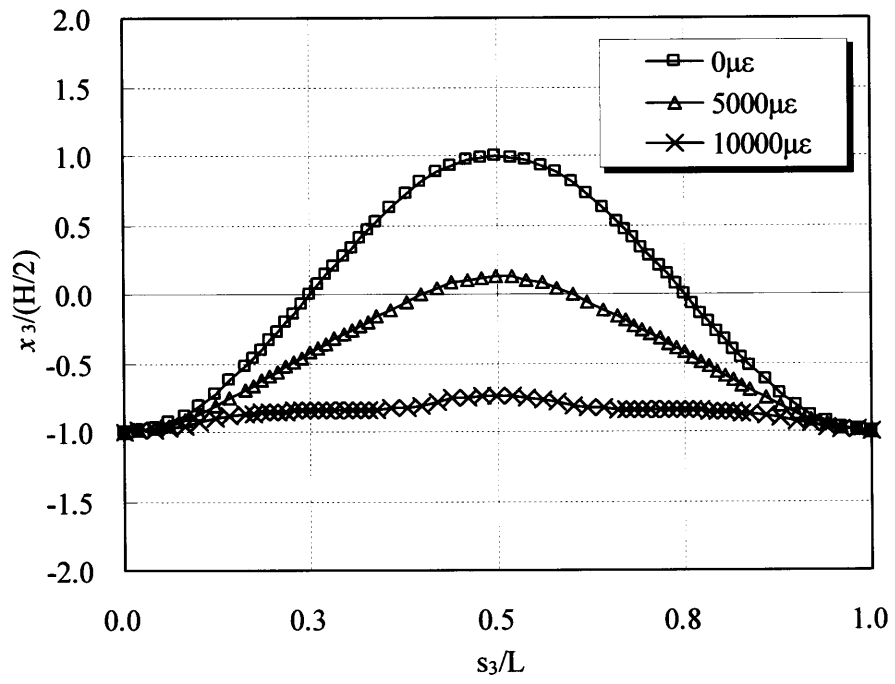


図 4.76 90 度方向一軸引張負荷時の-60 度繊維束の屈曲形状変化

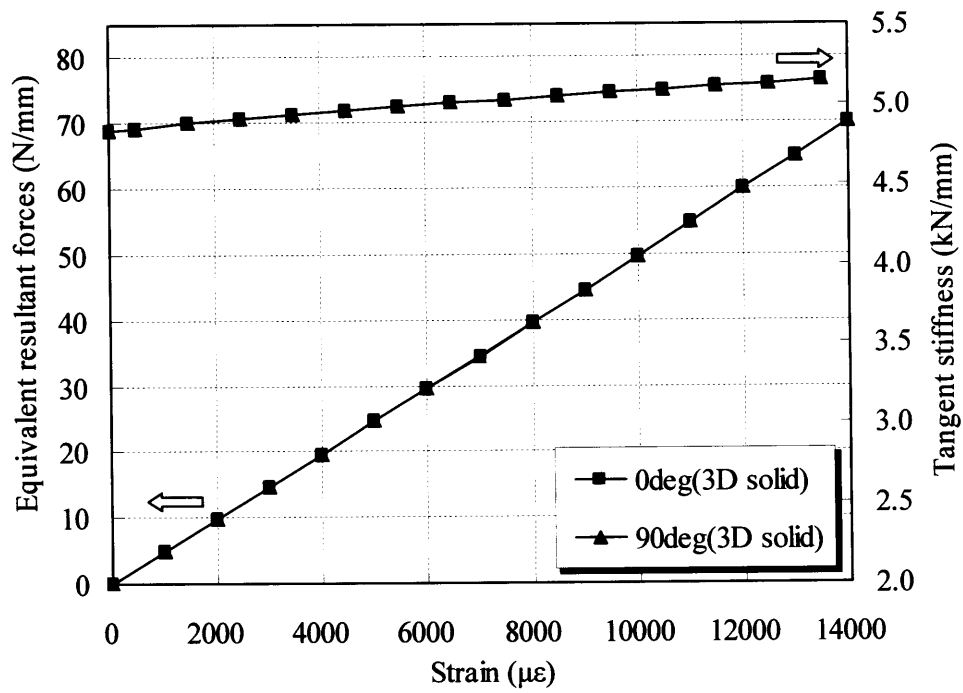


図 4.77 二軸引張解析結果

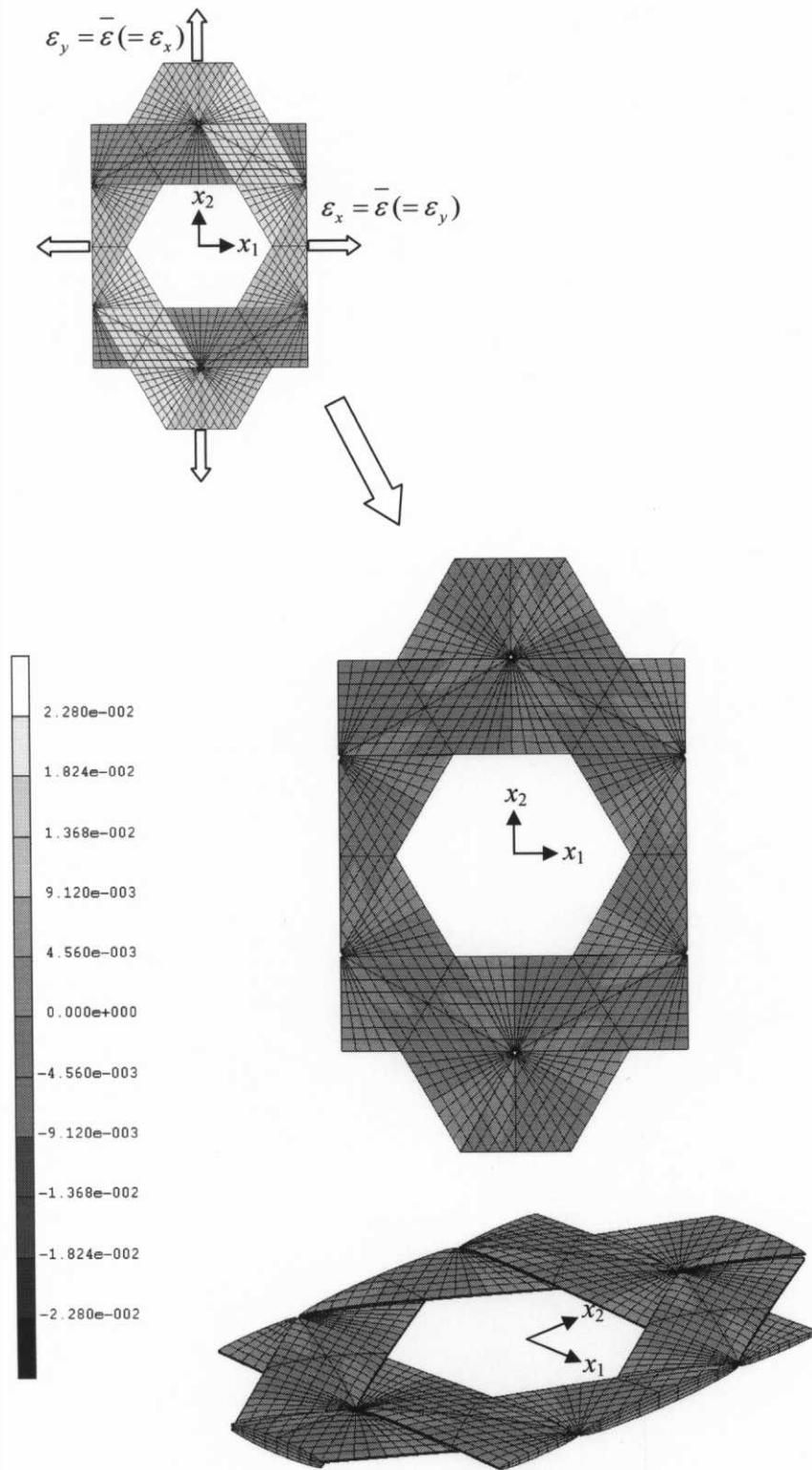


図 4.78 二軸引張負荷ひずみ ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$) 時の面外変位

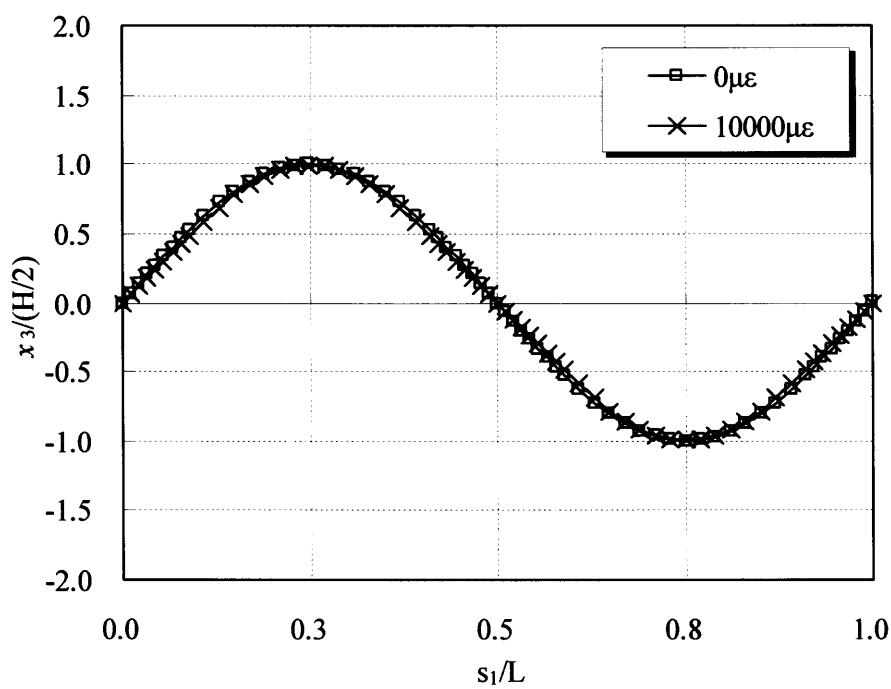


図 4.79 二軸引張負荷時の 0 度繊維束の屈曲形状変化

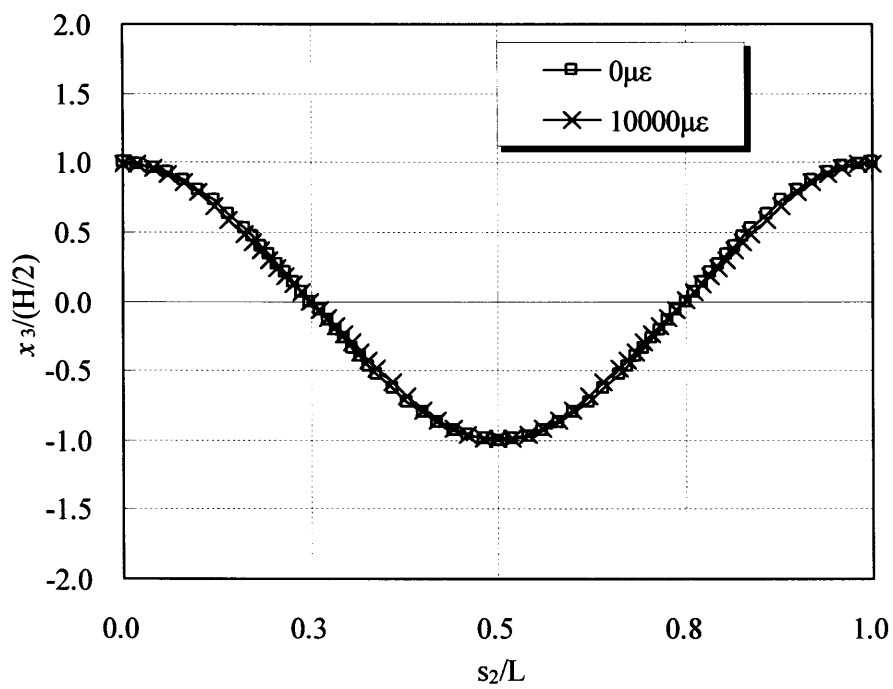


図 4.80 二軸引張負荷時の 60 度繊維束の屈曲形状変化

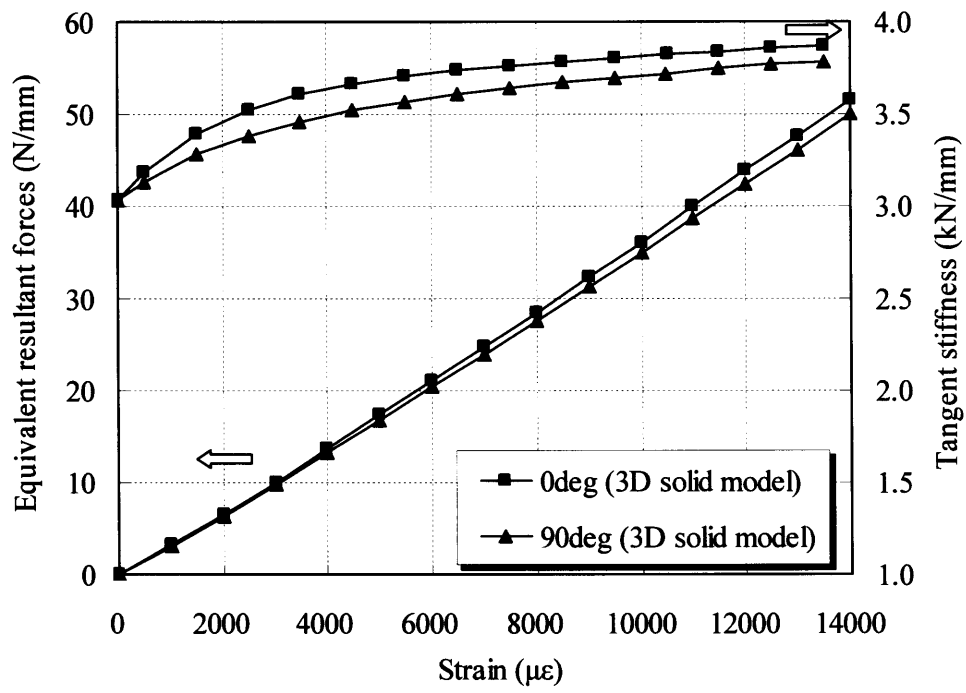


図 4.81 横方向ひずみ拘束時の引張解析結果

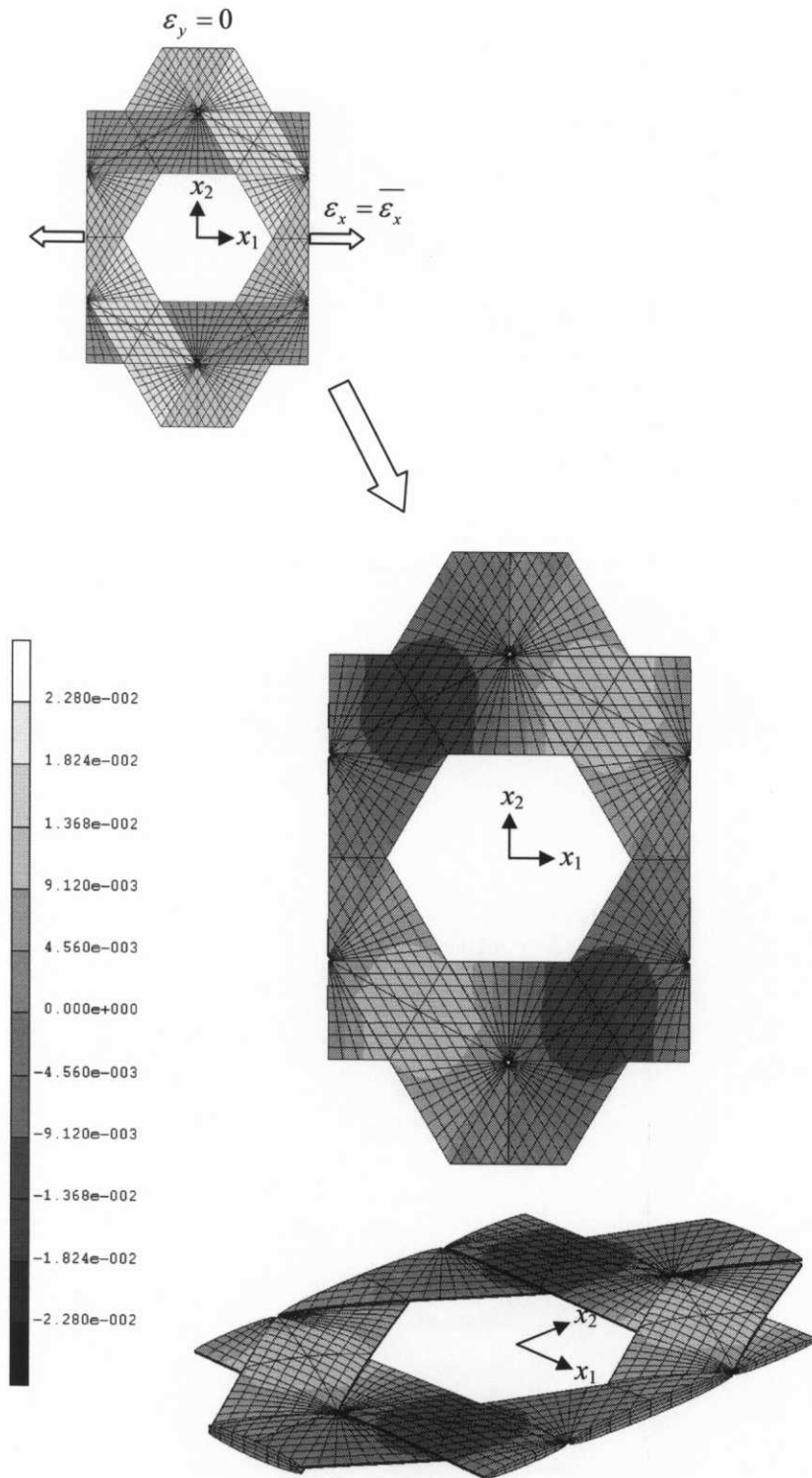


図 4.82 90度方向ひずみ拘束0度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = 10000\mu\varepsilon$)時の面外変位

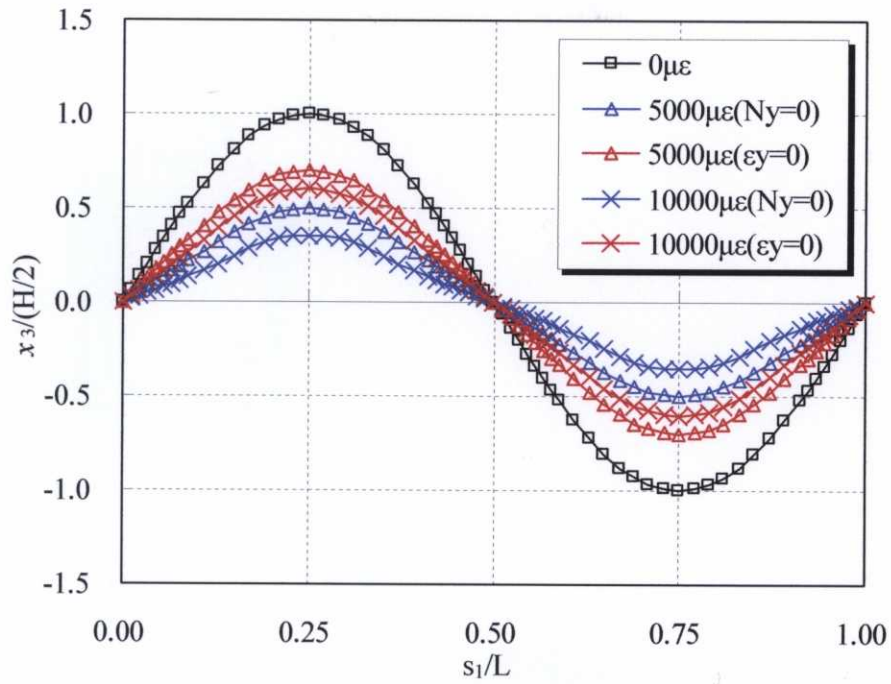


図 4.83 0度方向引張負荷時の0度繊維束の屈曲形状変化 (90度方向拘束の影響)

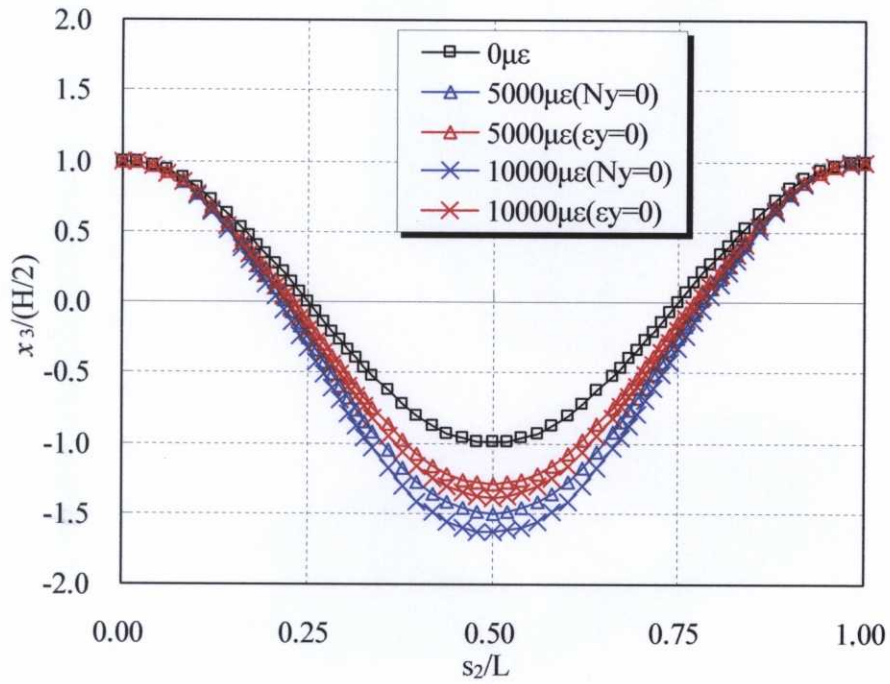


図 4.84 0度方向引張負荷時の60度繊維束の屈曲形状変化 (90度方向拘束の影響)

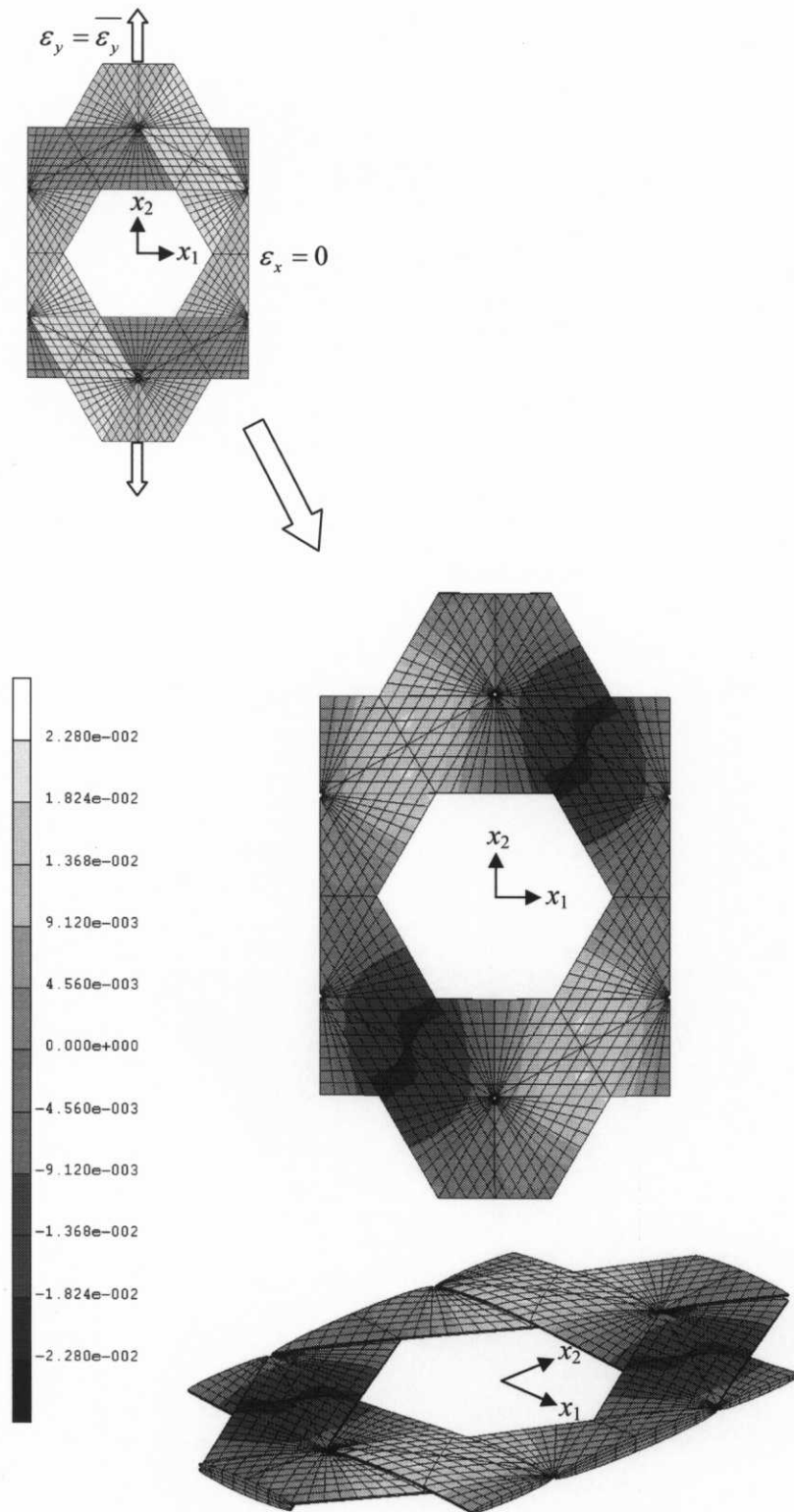


図 4.85 0 度方向ひずみ拘束 90 度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$)時の面外変位

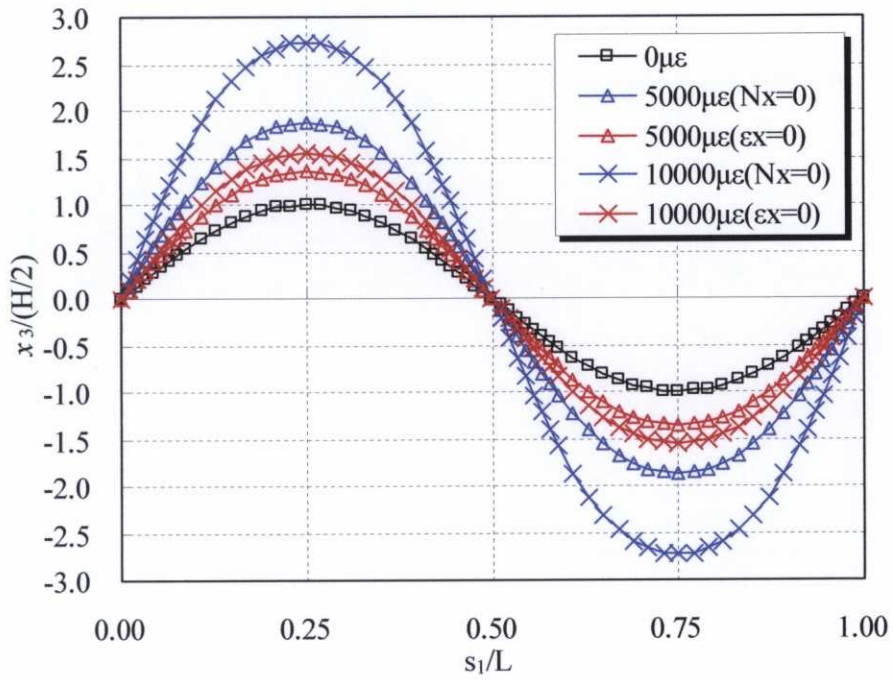


図 4.86 90度方向引張負荷時の0度繊維束の屈曲形状変化(0度方向拘束の影響)

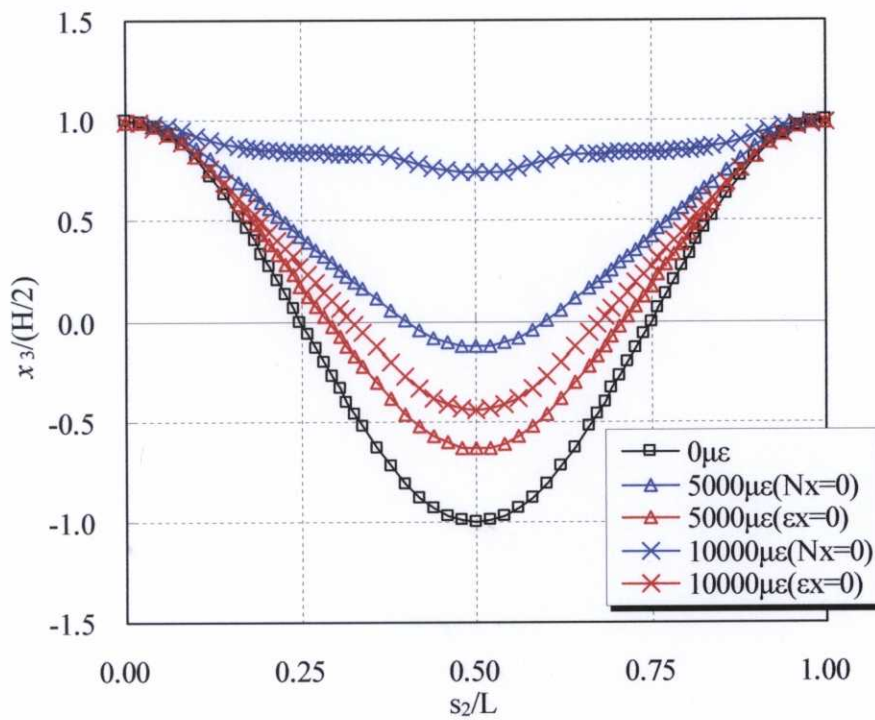


図 4.87 90度方向引張負荷時の60度繊維束の屈曲形状変化(0度方向拘束の影響)

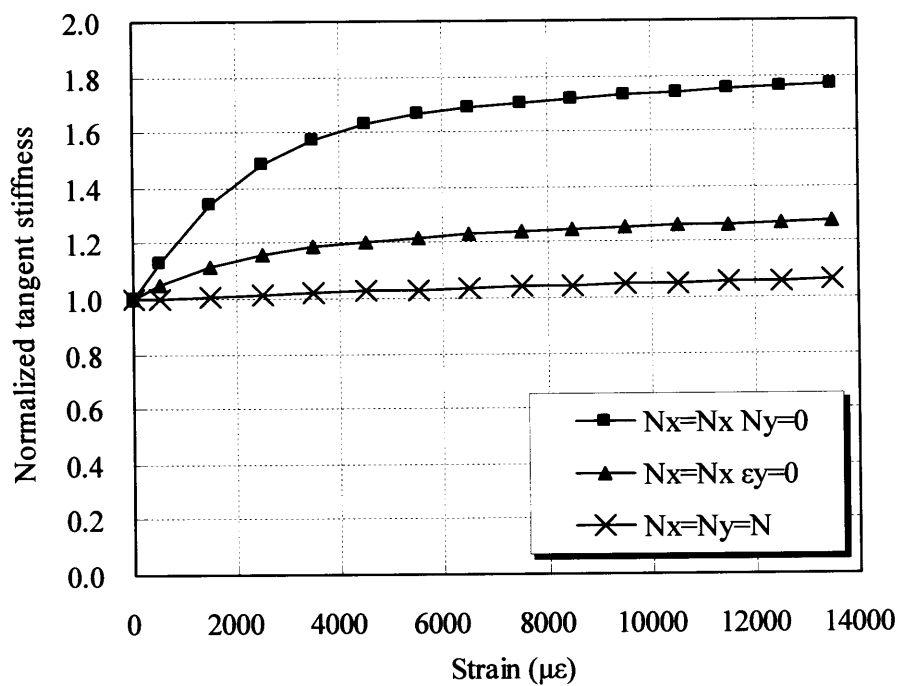


図 4.88 幅方向の拘束条件が 0 度方向引張剛性増加率に及ぼす影響

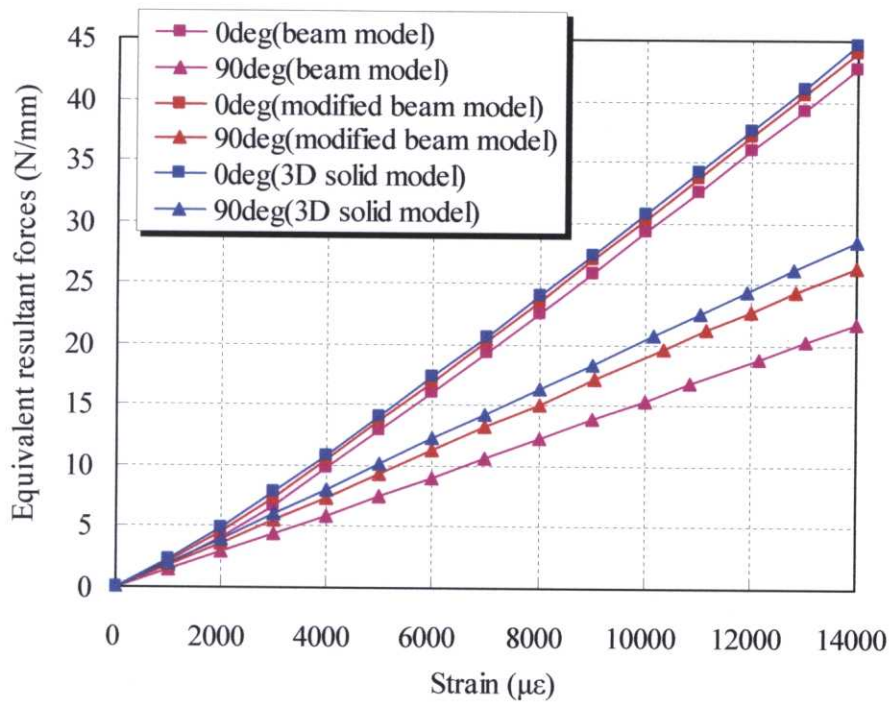


図 4.89 一軸引張解析結果（合応力 vs.ひずみ曲線, 梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較）

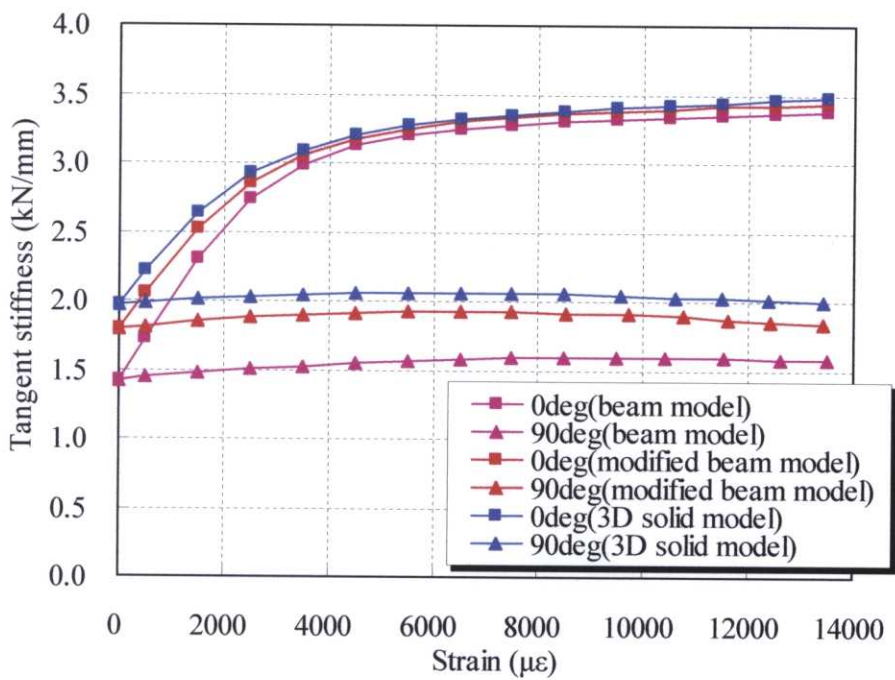


図 4.90 一軸引張解析結果（接線剛性 vs.ひずみ曲線, 梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較）

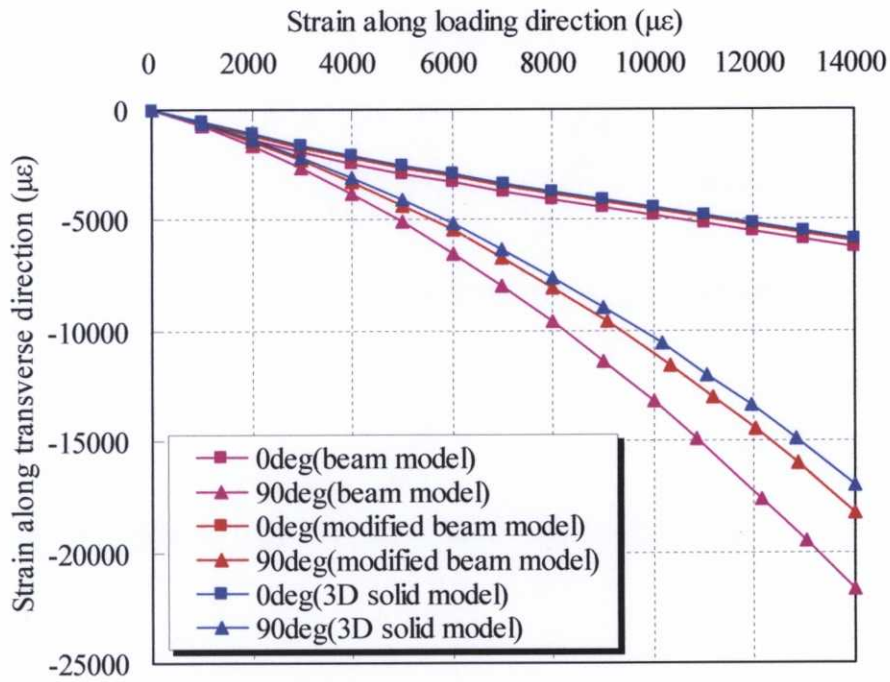


図 4.91 一軸引張解析結果（負荷に垂直方向ひずみ vs. 負荷方向ひずみ曲線，梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較）

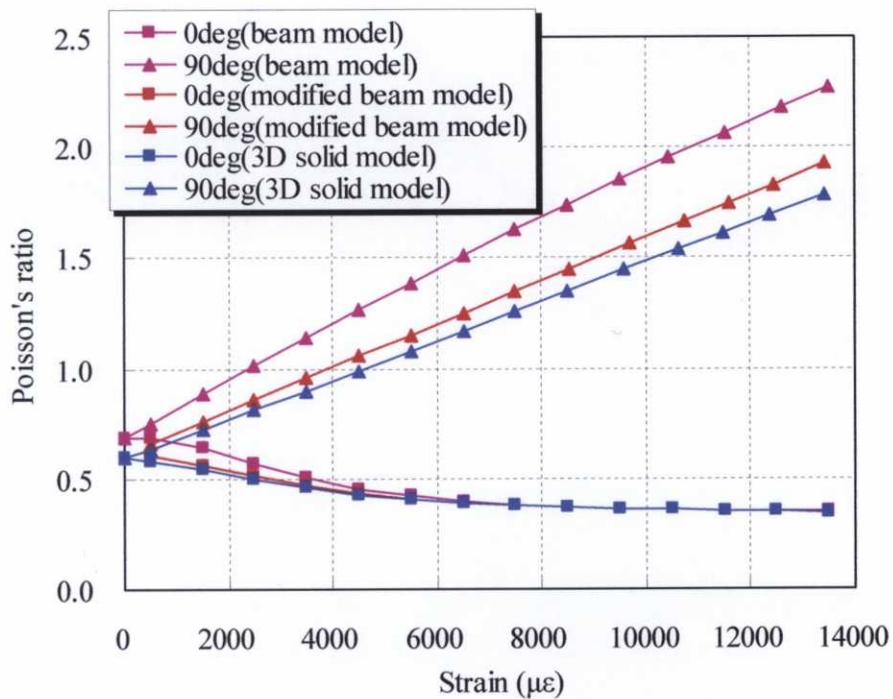


図 4.92 一軸引張解析結果（負荷に伴うポアソン比の変化，梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較）

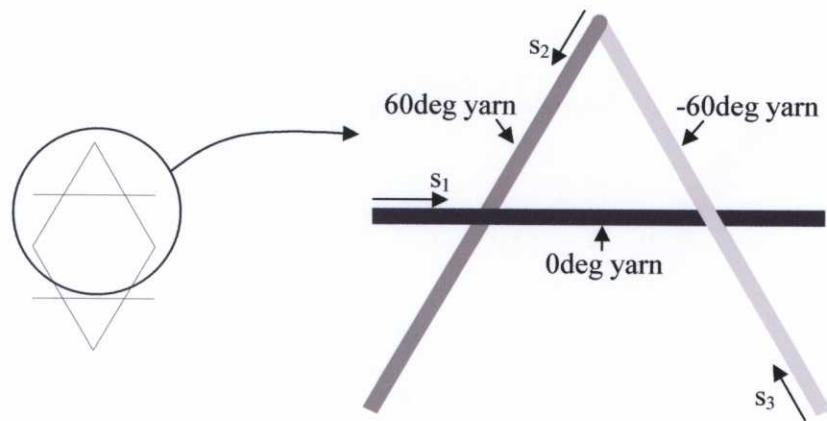


図 4.93 繊維束の屈曲形状算出のための節点配置 (梁連結モデル)

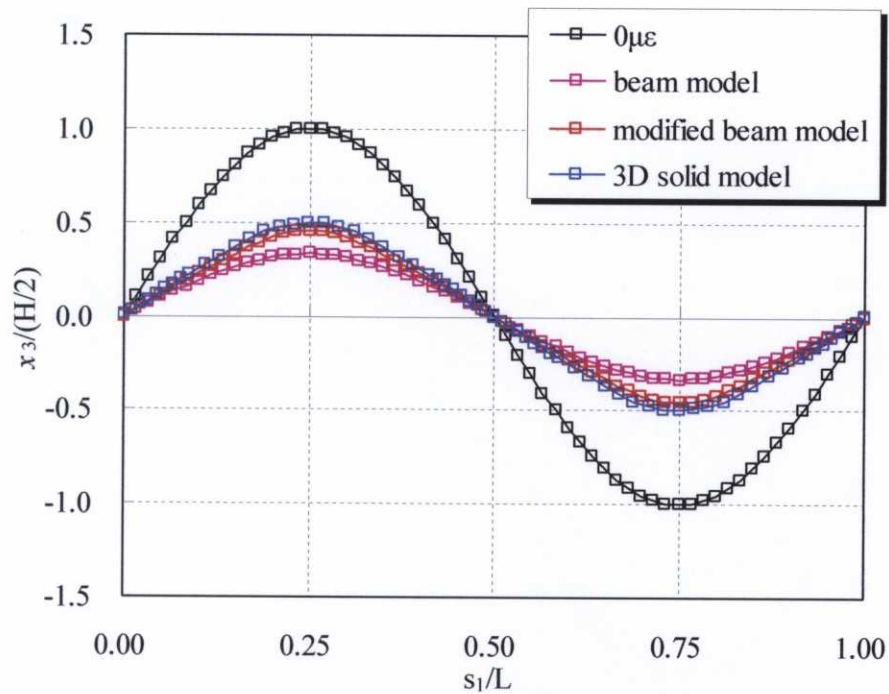


図 4.94 0度方向引張負荷(ひずみ $\epsilon_x = 5000\mu\epsilon$)時の0度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

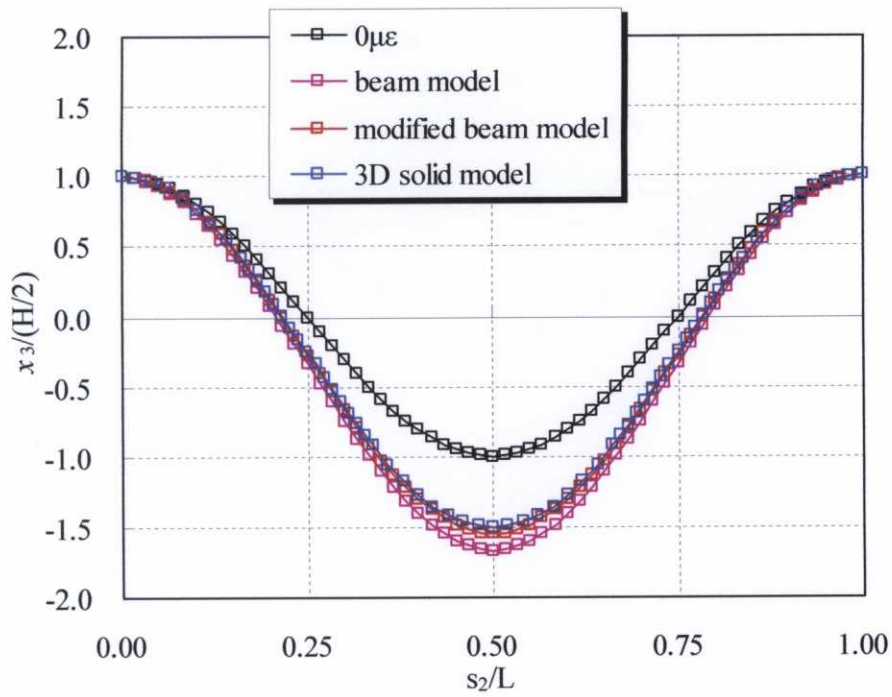


図 4.95 0度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = 5000\mu\varepsilon$)時の60度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

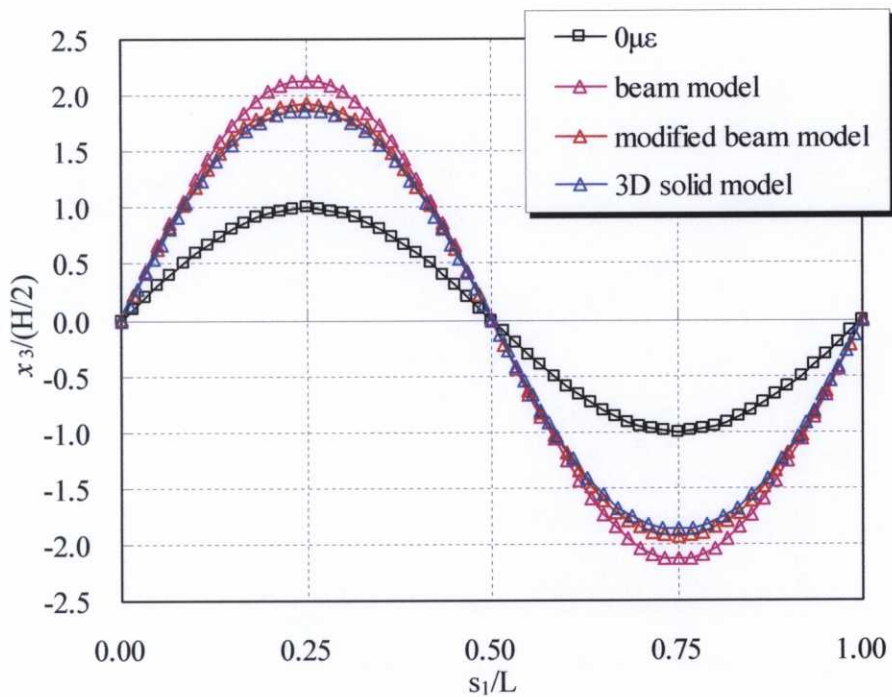


図 4.96 90度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_y = 5000\mu\varepsilon$)時の0度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

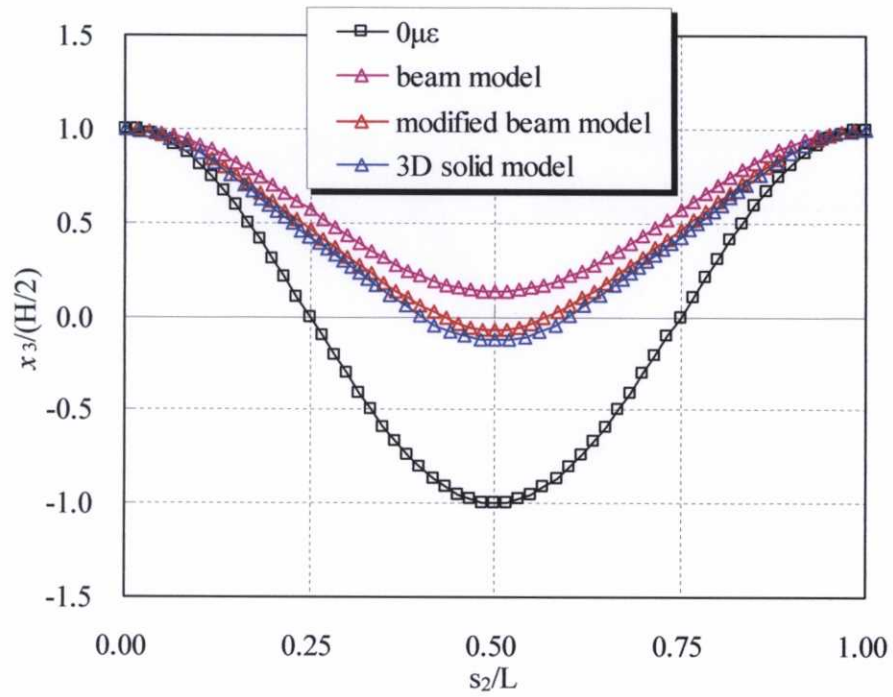


図 4.97 90 度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_y = 5000\mu\varepsilon$) 時の 60 度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

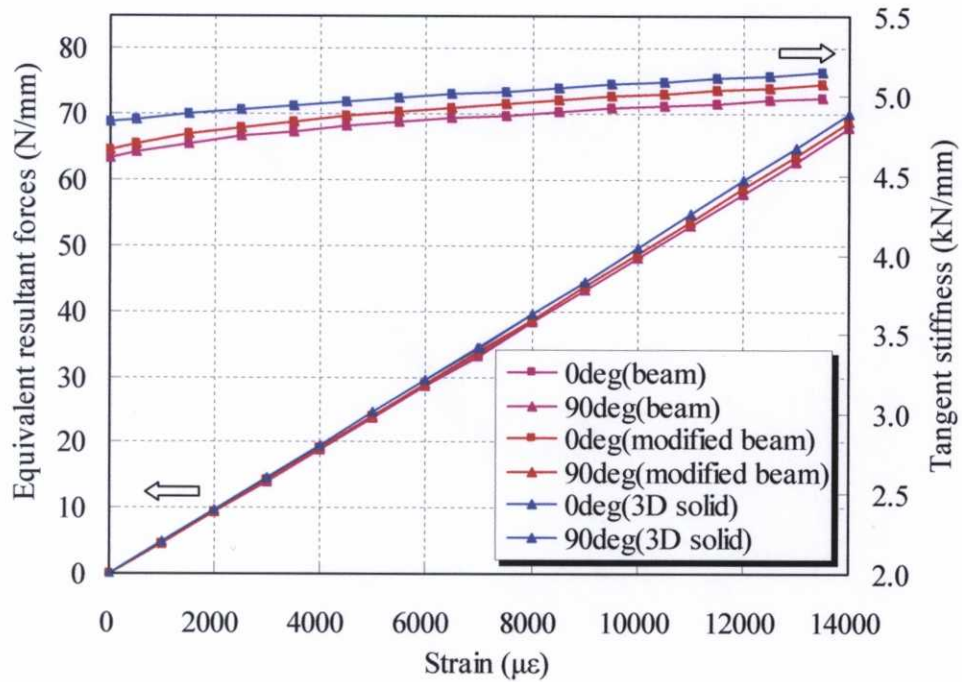


図 4.98 二軸引張解析結果 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

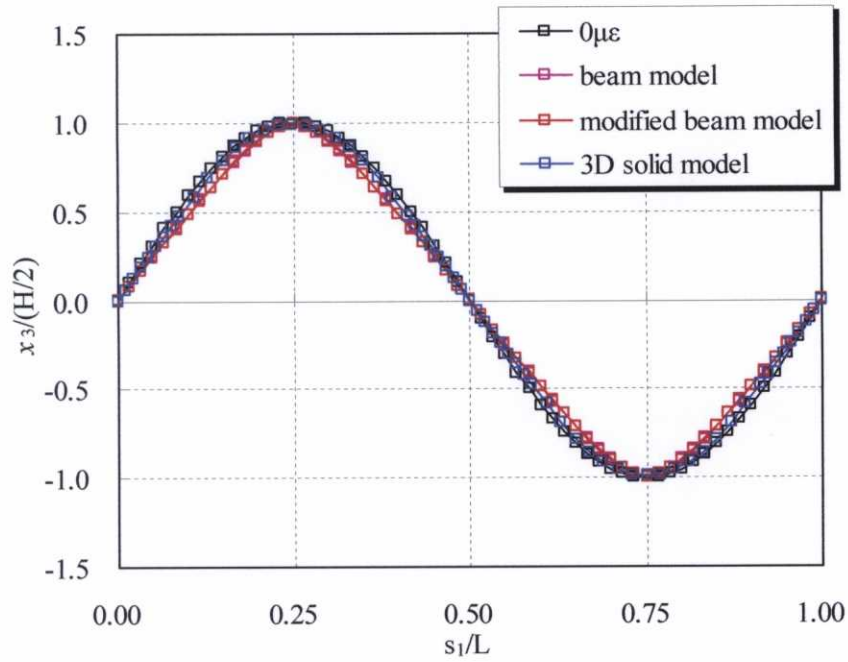


図 4.99 二軸引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$)時の 0 度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

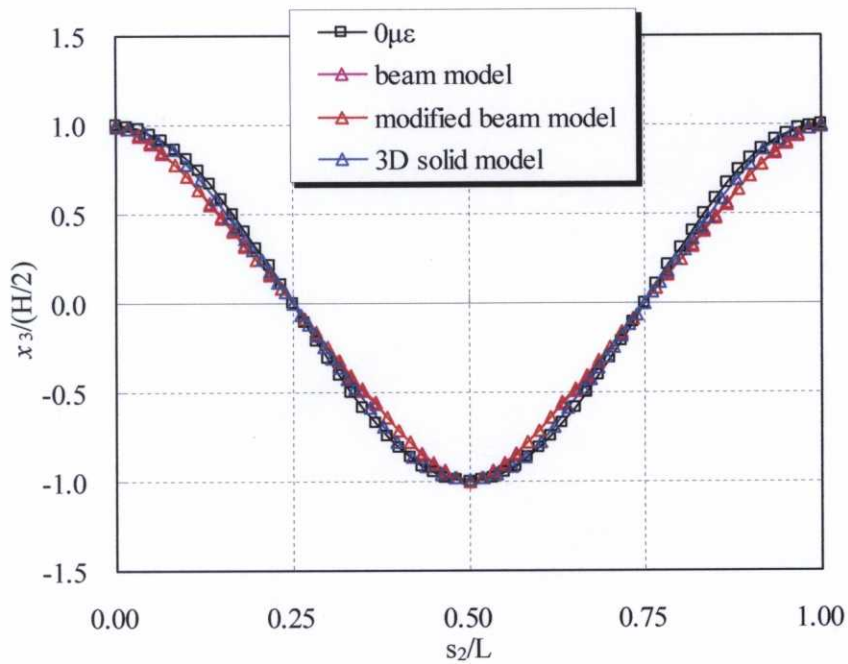


図 4.100 二軸引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$)時の 60 度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

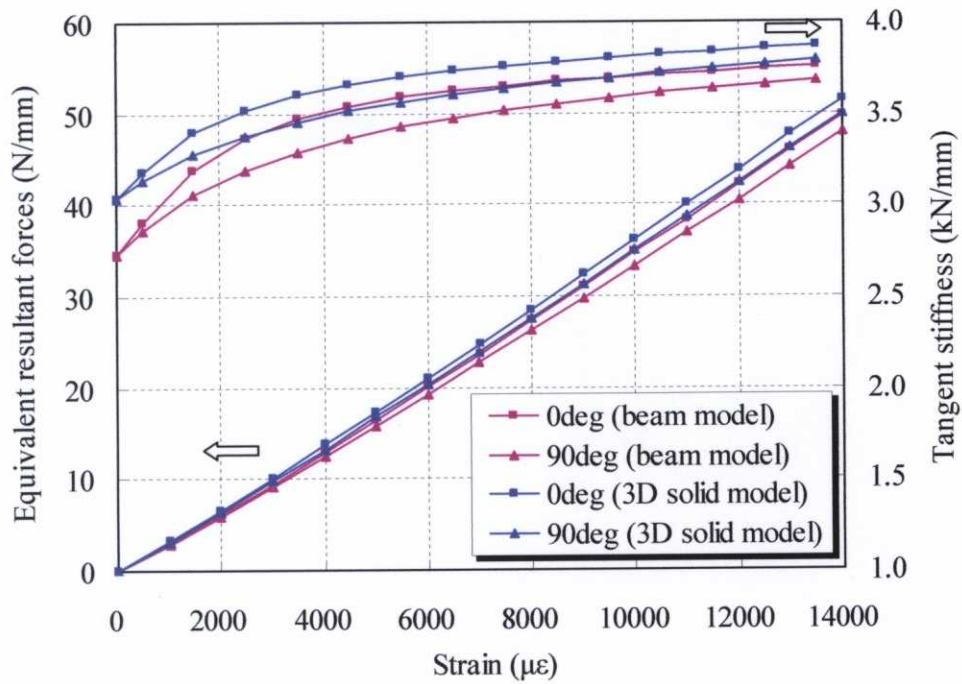


図 4.101 横方向ひずみ拘束時の引張解析結果 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

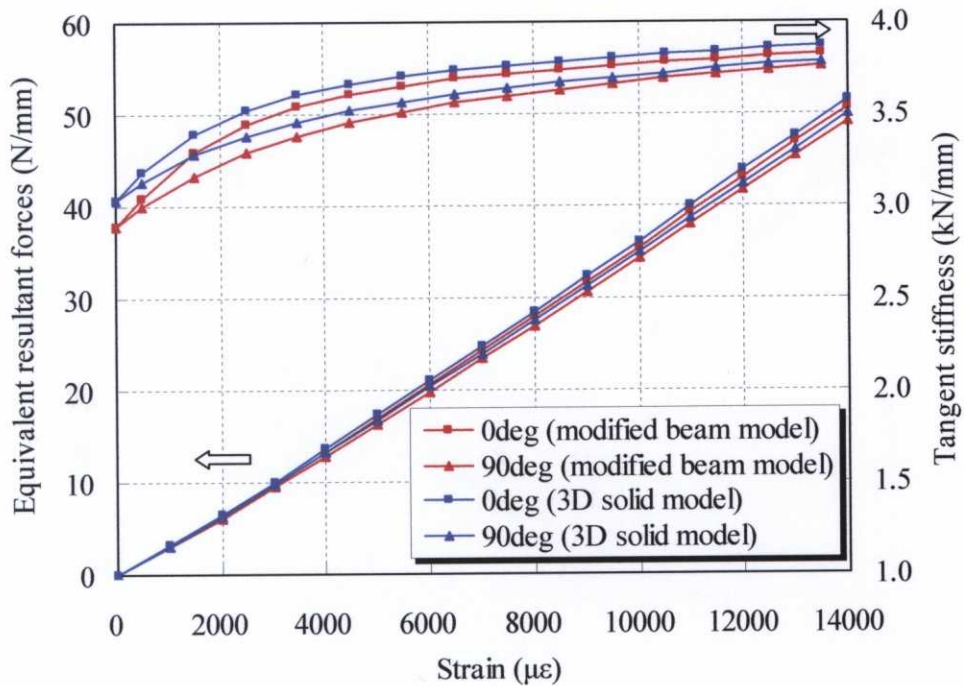


図 4.102 改良梁連結モデルによる横方向ひずみ拘束時の引張解析結果 (改良梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

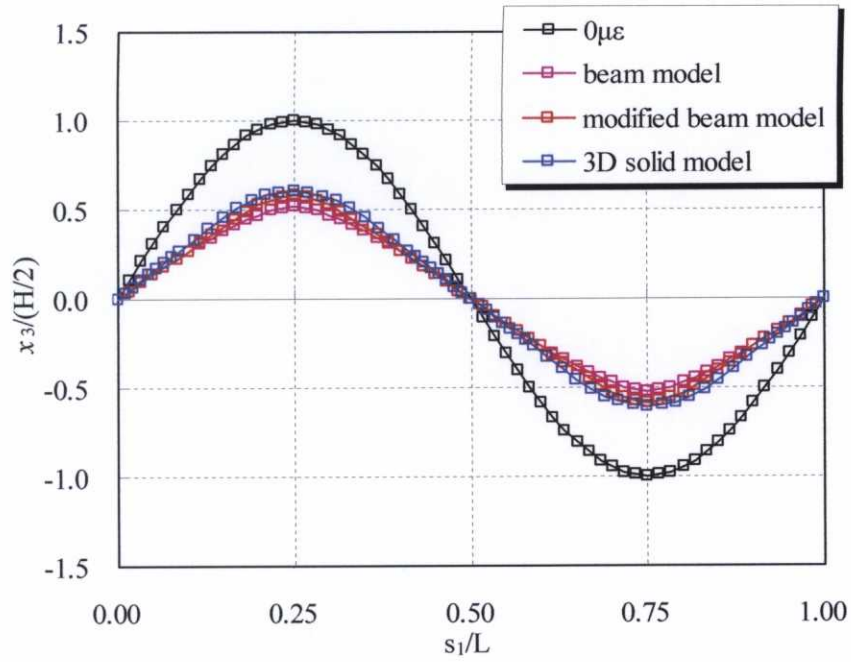


図 4.103 90度方向ひずみ拘束0度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = 10000\mu\varepsilon$)時の0度繊維束の屈曲形状変化(梁連結モデルと3Dsolid有限要素モデルの比較)

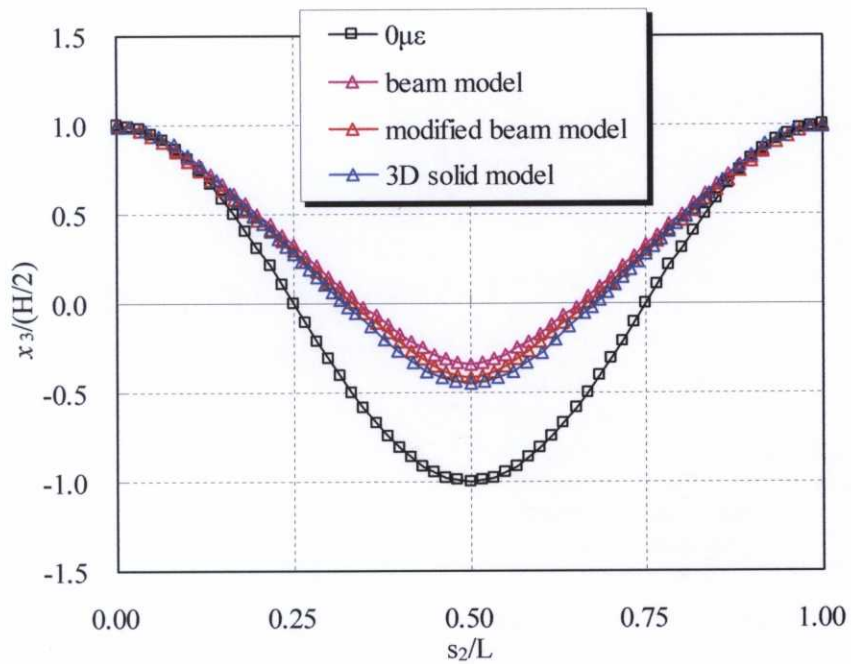


図 4.104 0度方向ひずみ拘束90度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$)時の60度繊維束の屈曲形状変化(梁連結モデルと3Dsolid有限要素モデルの比較)

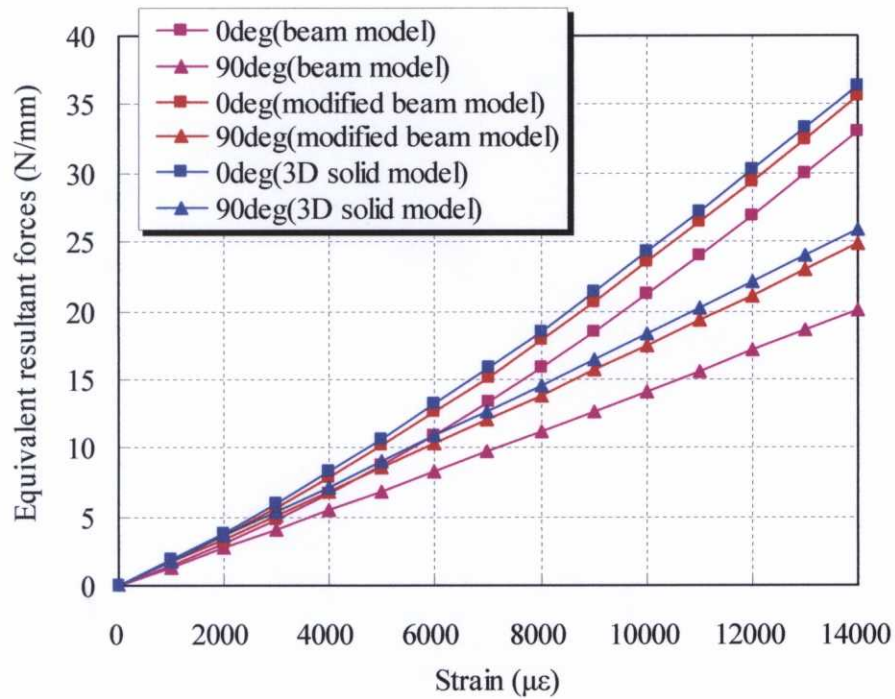


図 4.105 (1/2,1/2,1)モデルの一軸引張解析結果 (合応力 vs.ひずみ曲線, 梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

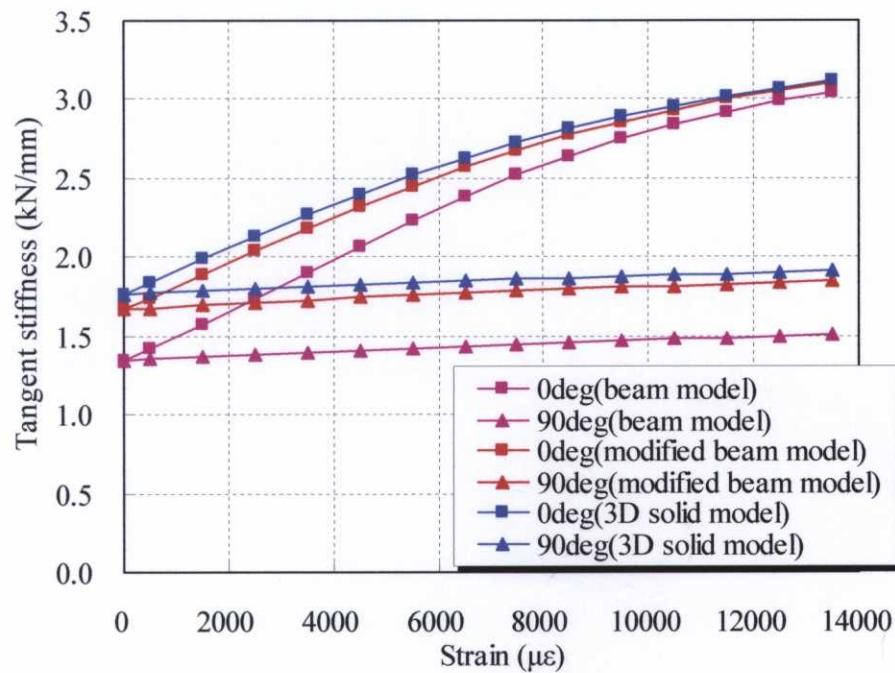


図 4.106 (1/2,1/2,1)モデルの梁連結モデルによる一軸引張解析結果(接線剛性 vs. ひずみ曲線, 梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

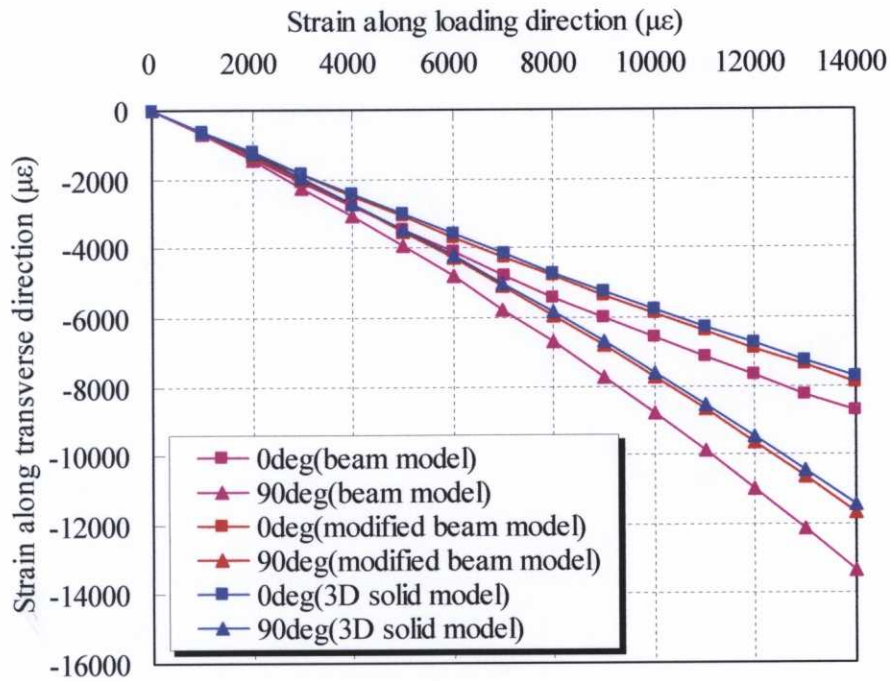


図 4.107 (1/2,1/2,1)モデルの一軸引張解析結果 (負荷に垂直方向ひずみ vs. 負荷方向ひずみ曲線, 梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

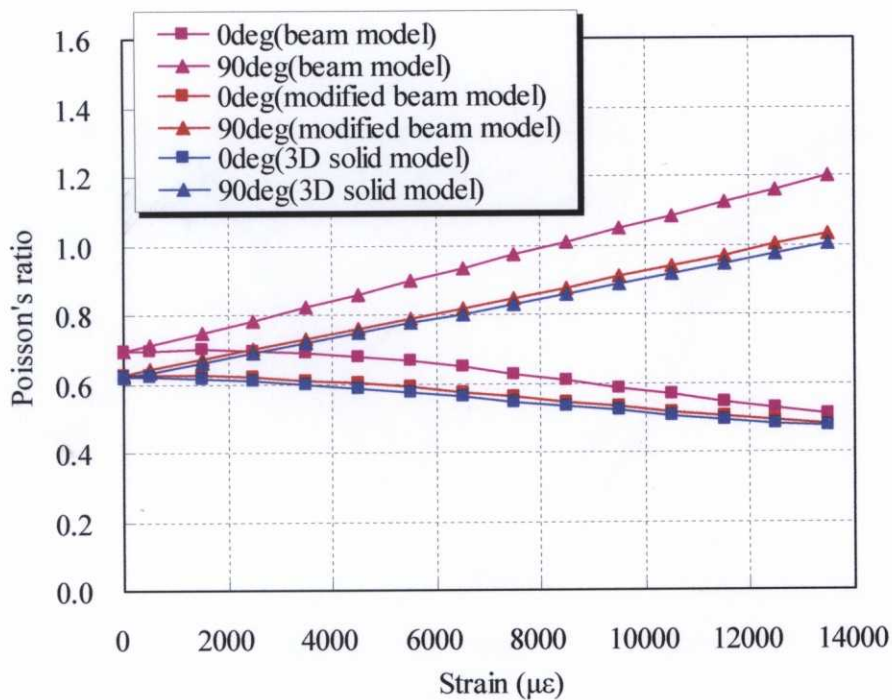


図 4.108 (1/2,1/2,1)モデルの一軸引張解析結果 (負荷に伴うポアソン比の変化, 梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

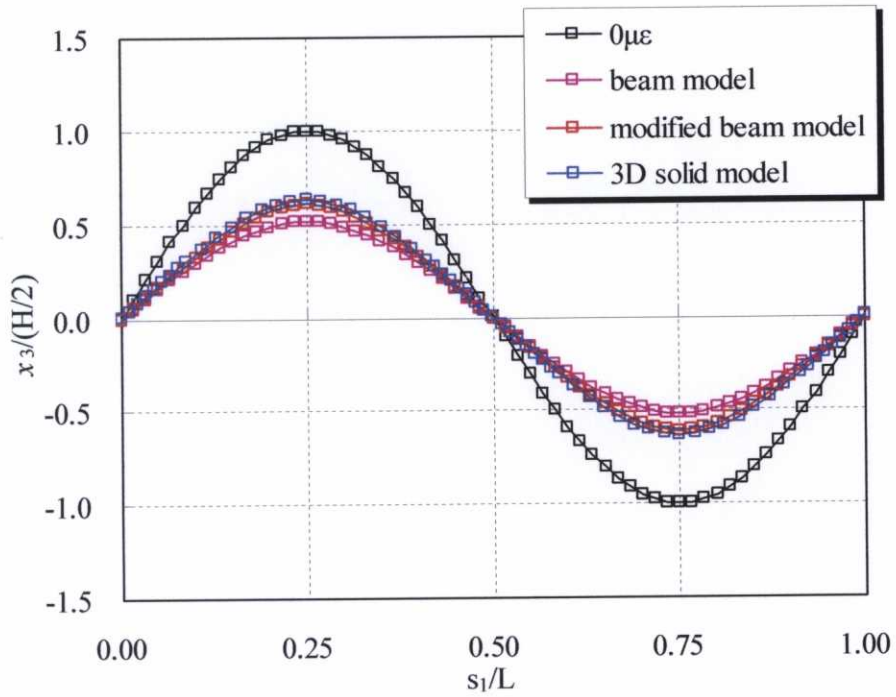


図 4.109 (1/2,1/2,1)モデルの 0 度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = 10000\mu\varepsilon$) 時の 0 度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

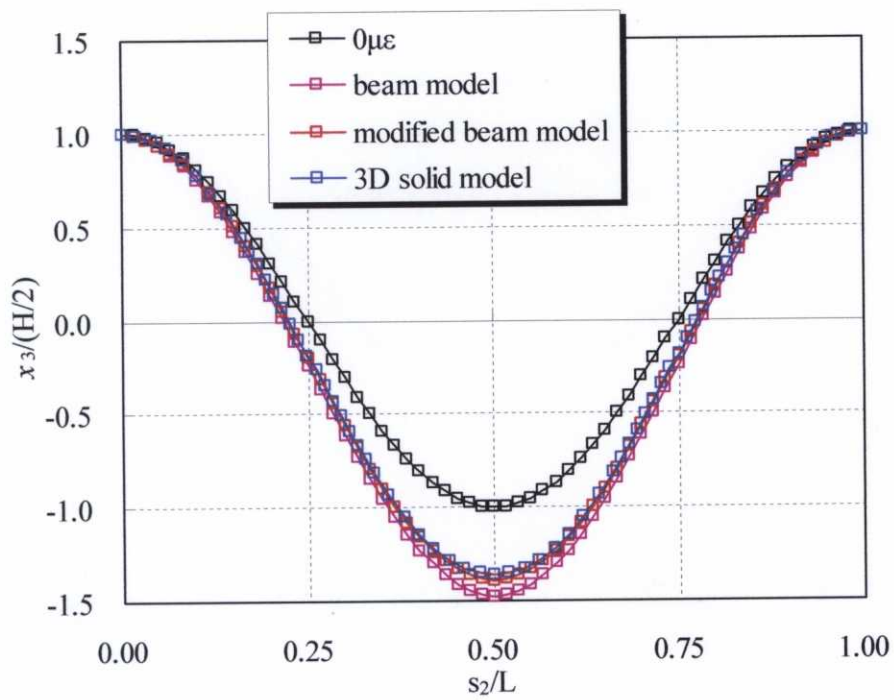


図 4.110 (1/2,1/2,1)モデルの 0 度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = 10000\mu\varepsilon$) 時の 60 度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

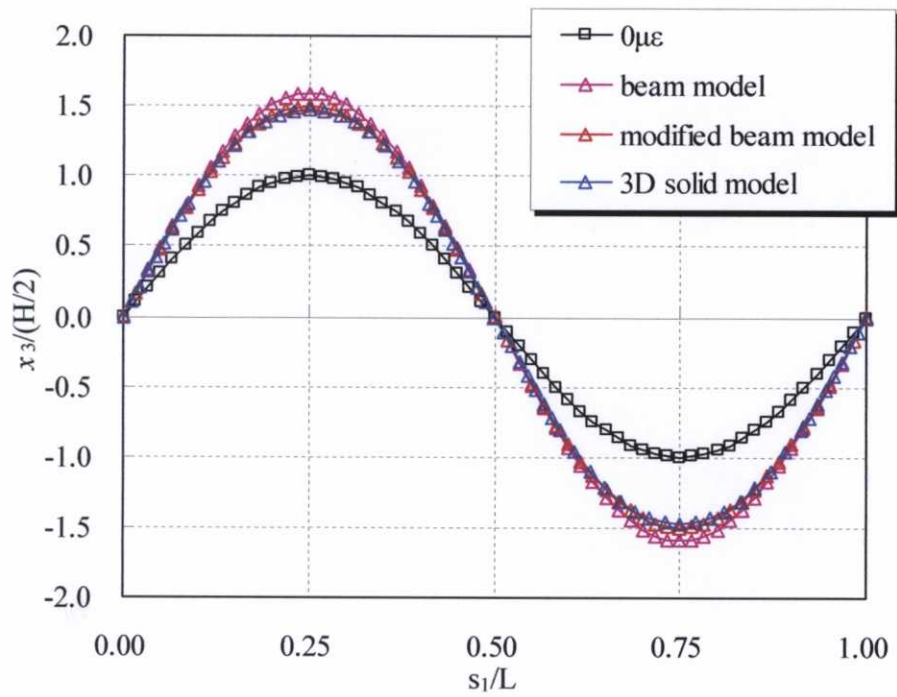


図 4.111 (1/2,1/2,1)モデルの90度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$)時の0度繊維束の屈曲形状変化(梁連結モデルと3Dsolid有限要素モデルの比較)

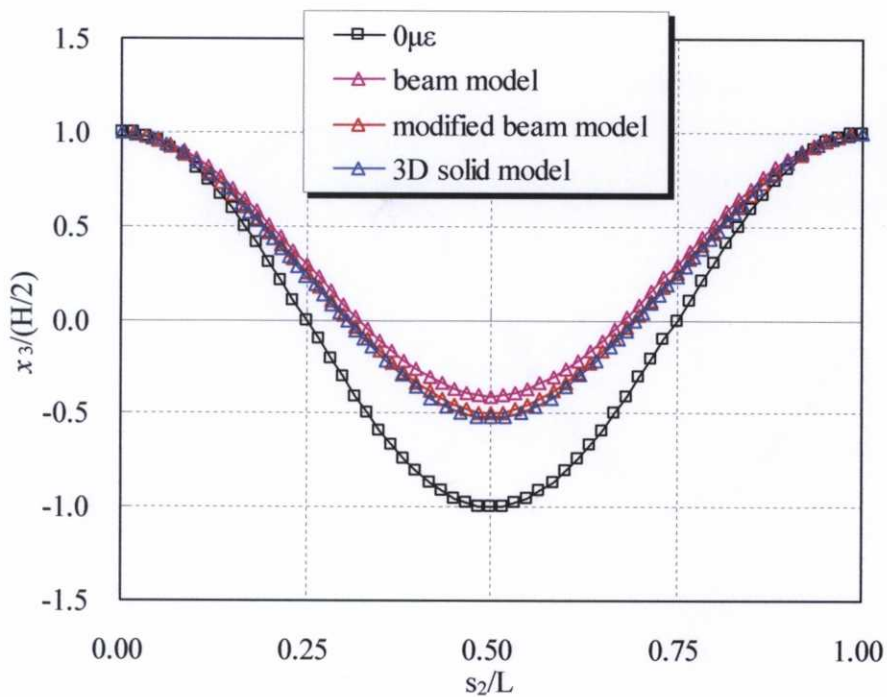


図 4.112 (1/2,1/2,1)モデルの90度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$)時の60度繊維束の屈曲形状変化(梁連結モデルと3Dsolid有限要素モデルの比較)

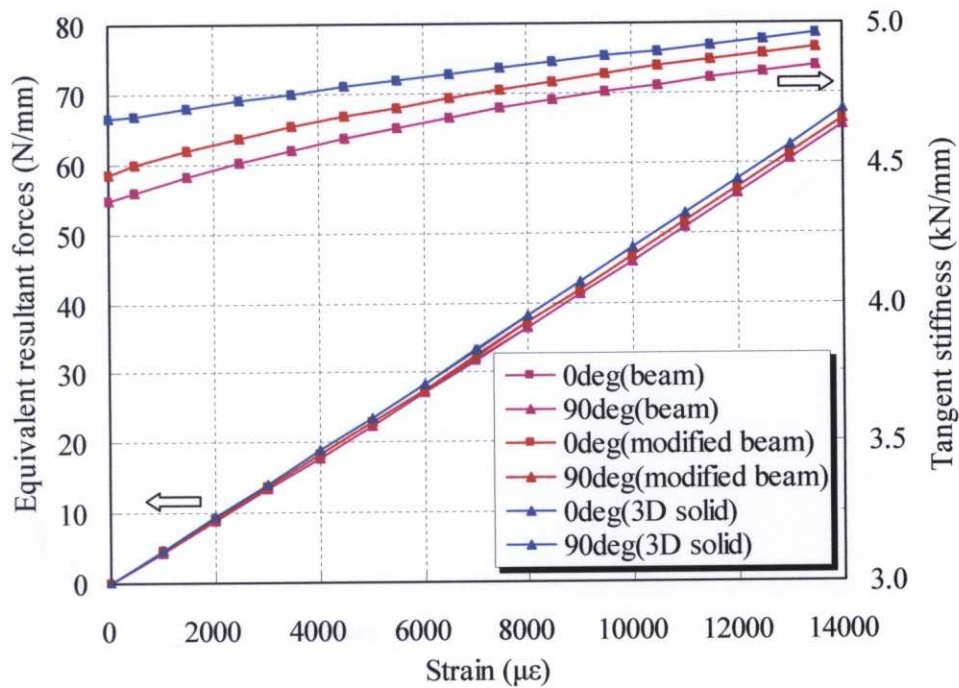


図 4.113 (1/2,1/2,1)モデルの二軸引張解析結果 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

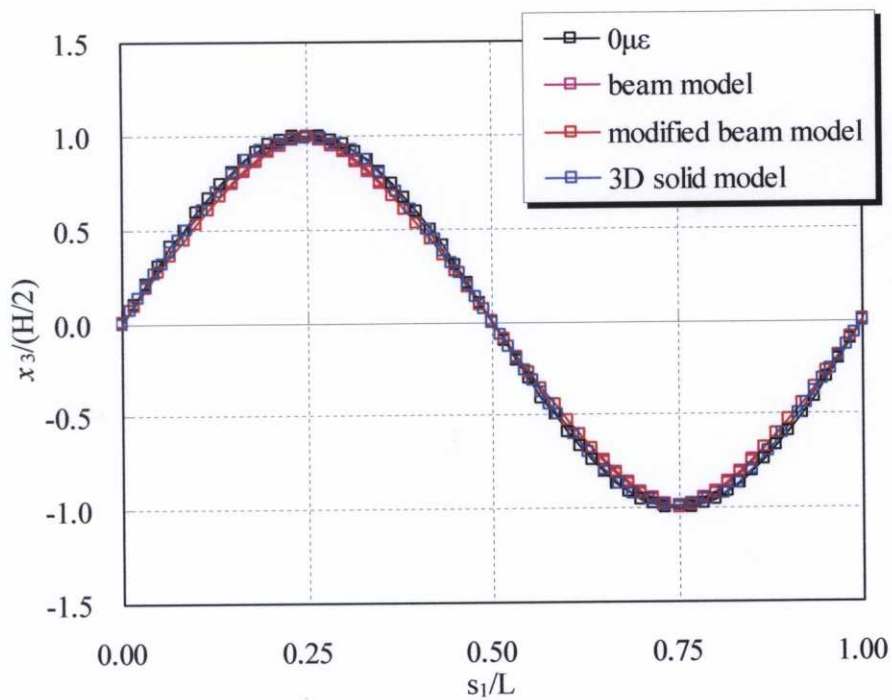


図 4.114 (1/2,1/2,1)モデルの二軸引張負荷(ひずみ $\epsilon_x = \epsilon_y = 10000\mu\epsilon$)時の 0 度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

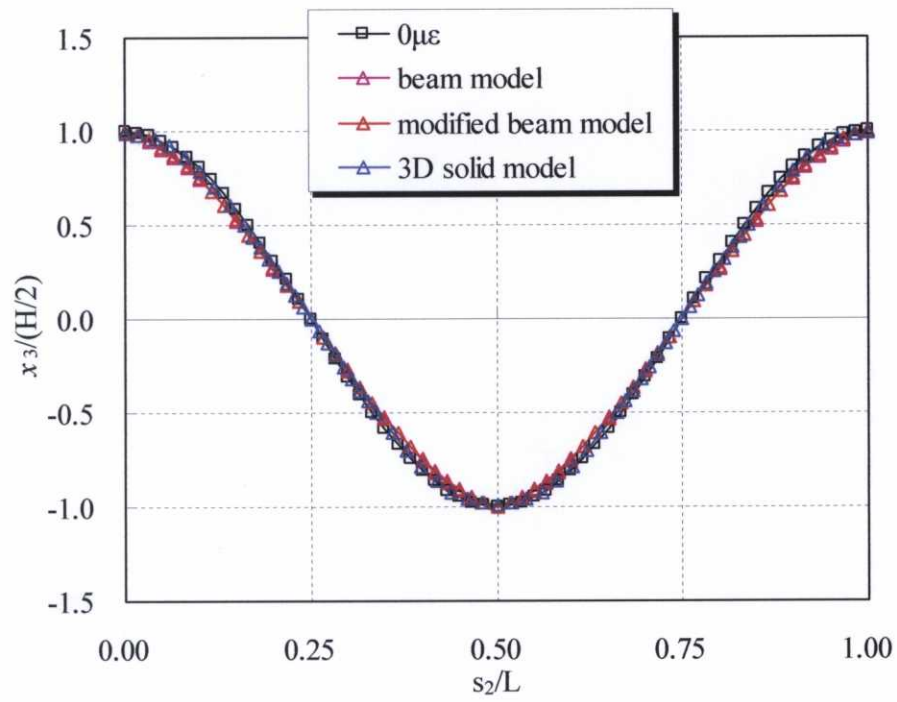


図 4.115 (1/2,1/2,1)モデルの二軸引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$)時の 60 度織
 維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

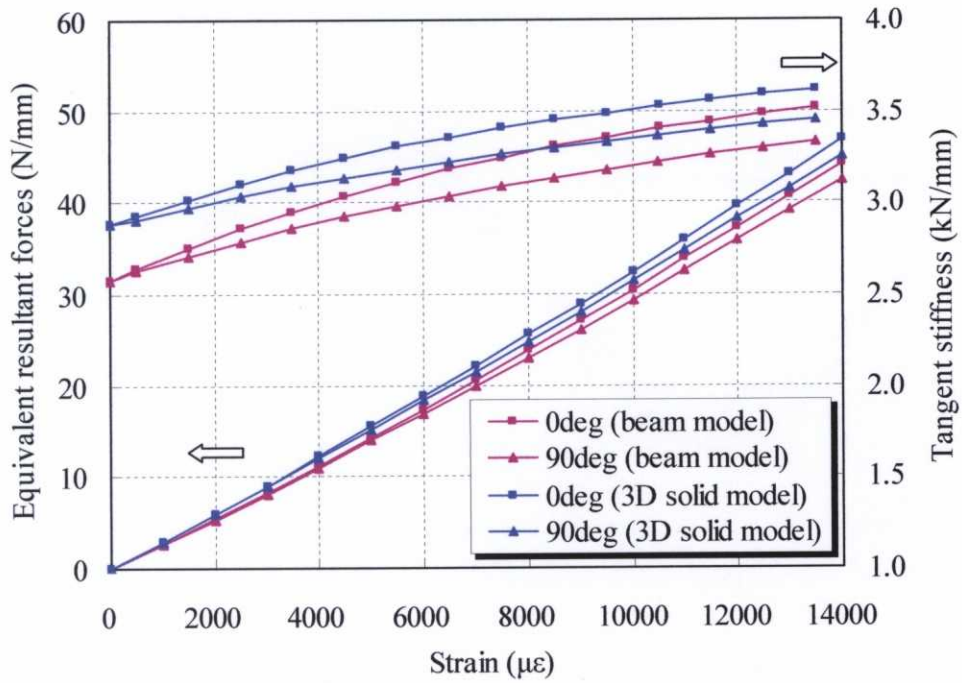


図 4.116 (1/2,1/2,1)モデルの横方向ひずみ拘束時の引張解析結果 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

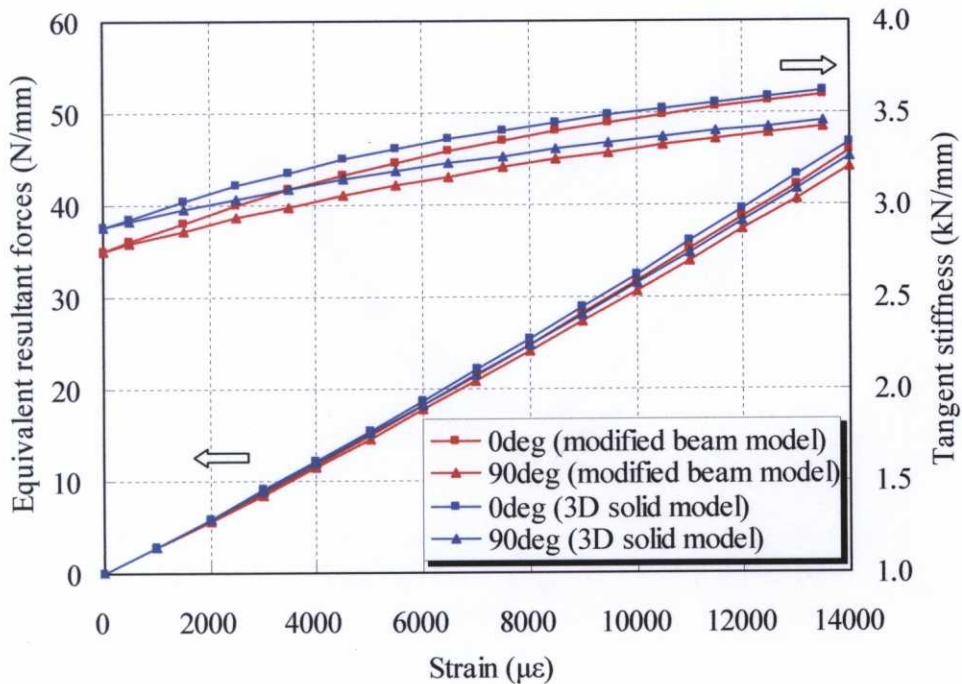


図 4.117 (1/2,1/2,1)モデルの横方向ひずみ拘束時の引張解析結果 (改良梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

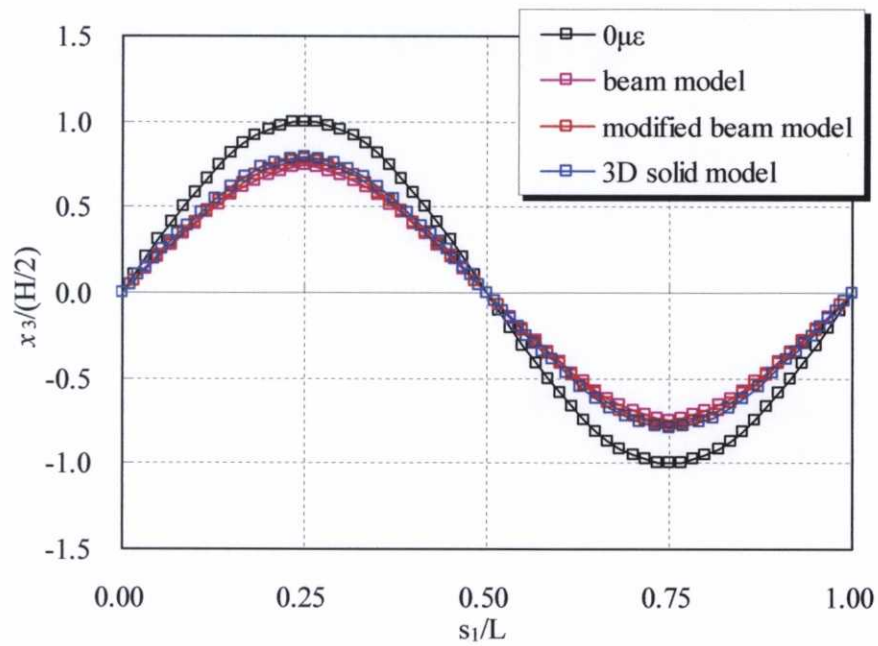


図 4.118 (1/2,1/2,1)モデルの 90 度方向ひずみ拘束 0 度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_x = 10000\mu\varepsilon$)時の 0 度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)

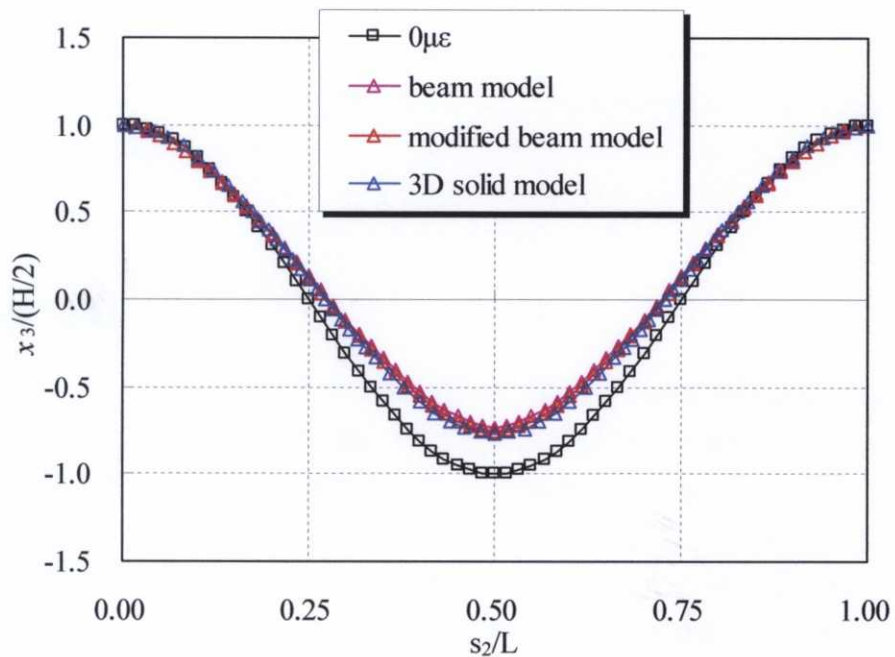


図 4.119 (1/2,1/2,1)モデルの 0 度方向ひずみ拘束 90 度方向引張負荷(ひずみ $\varepsilon_y = 10000\mu\varepsilon$)時の 60 度繊維束の屈曲形状変化 (梁連結モデルと 3Dsolid 有限要素モデルの比較)