

効率的な線路管理のための
鉄道車両の動的挙動予測手法の開発

2004 年 1 月

古川 敦

効率的な線路管理のための鉄道車両の動的挙動予測手法の開発

目 次

1. 序論	1
1. 1 研究の背景	1
1. 2 研究の目的	2
1. 3 用語の定義と説明	3
1. 4 現行の軌道管理手法	9
1. 4. 1 軌道管理業務の流れ	9
1. 4. 2 軌道変位の検出	9
1. 4. 3 軌道変位の評価	12
1. 4. 4 軌道保守計画の策定	14
1. 4. 5 軌道保守作業	14
1. 5 研究の構成	15
2. 既往の研究	18
2. 1 鉄道車両動特性の同定と動的挙動の予測法に関する研究	18
2. 1. 1 解析的研究	18
2. 1. 2 統計的研究	19
2. 1. 3 輪重・横圧の予測	19
2. 2 軌道変位の評価指標に関する研究	20
2. 2. 1 軌道整備基準値	20
2. 2. 2 複合変位	20
2. 2. 3 長波長軌道変位管理	21
2. 3 道路舗装面の評価に関する研究	21
3. システム同定法の概要	24
3. 1 線形システムの同定とは？	24
3. 2 線形システムの一般表現	25
3. 3 ノンパラメトリックモデル	26
3. 4 パラメトリックモデル	27
3. 4. 1 伝達関数表現とその同定法	27
3. 4. 2 状態空間表現とその同定法	32
3. 5 次数の決定	39
3. 5. 1 モデル次数の上限	39
3. 5. 2 モデルの評価規範	40
3. 6 力学モデル	41
3. 7 時間送りデータと距離送りデータの変換	41
4. 鉄道車両の上下動特性の同定と上下動揺の予測	43
4. 1 問題の設定	43

4. 2	伝達関数表現による上下動特性の同定	43
4. 2. 1	システム同定結果	43
4. 2. 2	データ長と同定精度	46
4. 2. 3	コヒーレンスが小さい帯域に関する考察	48
4. 3	状態空間表現による上下動特性の同定	49
4. 4	10m 弦正矢高低変位による上下動揺の予測	50
4. 5	速度向上時の上下動揺予測	51
4. 5. 1	異なる走行速度における周波数応答関数	51
4. 5. 2	上下並進運動とピッチングの関係	53
4. 5. 3	ピッチング効果による上下動揺	57
4. 5. 4	速度向上時の上下動揺予測手法	59
4. 6	本章のまとめ	64
5.	鉄道車両の左右動特性の同定と左右動揺の予測	65
5. 1	鉄道車両の左右動揺の特徴	65
5. 2	車体に作用する遠心力による左右動特性の同定	67
5. 2. 1	問題の設定	67
5. 2. 2	システム同定結果	70
5. 2. 3	入出力データの違いによる同定結果の変化	74
5. 2. 4	パラメータに対する考察	79
5. 3	車輪への強制変位に対する左右動特性の同定	81
5. 3. 1	問題の設定	81
5. 3. 2	入出力信号の相関	87
5. 3. 3	次数の選択	88
5. 3. 4	システム同定結果	89
5. 3. 5	左右動揺の予測	94
5. 3. 6	パラメータの選択	97
5. 3. 7	3入力モデルへの拡張	99
5. 4	本章のまとめ	102
6.	鉄道車両の輪重変動特性の同定と輪重の予測	103
6. 1	輪重変動と軌道変位	103
6. 1. 1	輪重変動の要因	103
6. 1. 2	平面性変位の取り扱い	105
6. 2	軌道変位による輪重変動の予測	106
6. 2. 1	問題の設定	106
6. 2. 2	1入力モデルによる同定結果と考察	109
6. 2. 3	3入力モデルによる同定結果と考察	114
6. 3	動揺による輪重の予測	119
6. 3. 1	問題の設定	119
6. 3. 2	システム同定結果と輪重変動予測波形	119

6. 3. 3 輪重変動の簡易推定方法	123
6. 4 本章のまとめ	127
7. 鉄道車両の横圧変動特性の同定と横圧の予測	129
7. 1 鉄道車両の走行時に発生する横圧	129
7. 2 軌道変位による変動横圧の予測	129
7. 2. 1 問題の設定	129
7. 2. 2 システム同定結果	137
7. 2. 3 変動横圧の予測	142
7. 3 動揺による変動横圧の予測	144
7. 4 本章のまとめ	149
8. 車両動的挙動予測モデルの軌道保守への適用	150
8. 1 鉄道車両動特性の同定手順	150
8. 2 鉄道車両の動特性を考慮した動揺管理	152
8. 3 鉄道車両の動的挙動を考慮した軌道状態評価	155
8. 3. 1 軌道保守計画	155
8. 3. 2 列車動揺の評価に関する検証	156
8. 3. 3 輪重減少の評価に関する検証	160
8. 4 曲線の線形管理	163
8. 4. 1 問題の設定	163
8. 4. 2 計算結果と考察	163
8. 5 本章のまとめ	166
9. 結論と今後の課題	168
9. 1 結論	168
9. 2 本研究のまとめ	169
9. 2 今後の課題	172
9. 2. 1 車両の動的挙動予測手法に関する課題	172
9. 2. 2 軌道状態の評価に関する課題	172
謝辞	174

1. 序論

1. 1 研究の背景

鉄道の軌道は、日々の列車走行による荷重を受け、徐々にレールの位置が変化する。この変位量を「軌道変位」と呼ぶ※。軌道変位は列車の走行安全性および乗り心地に悪影響をおよぼすため、鉄道事業者はその管理値を定め、定期的に検測し必要により保守を行っている。一般の土木構造物では力学的強度が低下した場合に保守が行われるが、鉄道軌道は幾何学的形状の良否によって保守が投入される点が大きな特徴となっている。

※ 多くの鉄道事業者は、軌道変位を「軌道狂い」と呼んでいる。しかし 2001 年 12 月に公布された国土交通省鉄道技術基準省令、解釈基準等¹⁻¹⁾では、レール位置の変位量を「軌道変位」と記していることから、本論文でも「軌道変位」と記す。ただし、過去の研究論文や旧国鉄の規程類について述べる際は、慣用に従って「軌道狂い」と記す。

一般に、軌道変位のうち、高低・通り変位は後述する 10m 弦正矢法の振幅により測定・評価・管理される。具体的には、鉄道事業者各社は線区の最高速度や通過トン数、軌道構造等に応じて 10m 弦正矢法による高低、通り変位の振幅の限度値を定め、これを定期的に測定し、必要により軌道保守を行っている。10m 弦正矢法は、数学的には軌道変位実波形の 2 階差分に相当するが、このような特殊な評価指標が用いられている背景には、以下の 2 点がある。

- ① 日本を含む多くの国では、軌道変位の測定は 5m ずつ離れた 3 器の検測装置を持つ軌道検測車により、10m 弦正矢法によって行われてきた。
- ② 保線現業機関では、現在でも 10m の糸張りによる簡易的な軌道変位測定法が併用されている。

すなわち、10m 弦正矢法が用いられる理由は、主として測定方法に由来するものである。この場合、10m 弦正矢法による測定値をそのまま評価指標とする技術的な根拠として、以下の 2 点が挙げられる。

- ① 加速度は変位の 2 階微分である。よって、車両の振動加速度を評価するためには軌道変位の 2 階差分を評価指標とすればよい。
- ② 時速 100km/h 程度までであれば、10m 弦正矢法の検測倍率が高い周波数と、車両の固有振動数がほぼ一致する。

このうち②については、100km/h 超路線では 20m 弦、40m 弦正矢法を併用して、軌道変位を評価している。

しかし、軌道変位管理の本来の目的は、軌道変位の振幅そのものを小さくすることではなく、車両の走行安全性および良好な乗り心地の確保等にある。平成 10 年に報告された運輸技術審議会第 23 号答申¹⁻²⁾では、国による鉄道技術基準を仕様規定から性能規定化することとしており、各鉄道事業者は鉄道線路保守に関する実施基準（社内規程）の策定にあたって、自社の実状に応じた鉄道線路の「性能」の的確な照査が求められている。鉄道線路の「性能」とは「安全性」（脱線しないこと）、「使用性」（鉄道車両が過度の振動を起こさないこと）であることは言を待たない。上記①の理由から、正矢法は車両振動加速度評価のための近似的指標としては有効であり、今後も活用されていくことと思われる。しかし、10m 弦正矢法の特長である上記の 2 点を尊重するとしても、近年の軌道管理に関する以下のような技術状況

を考えると、10m 弦正矢値を軌道変位の評価指標とし続けることの妥当性は必ずしも高くはないと考えられる。

- ① 近年開発される軌道検測車は、主として走行性能の観点から2台車となり、測定原理も偏心矢法（測定位置が弦の中心から偏った測定法）によるものとなりつつある。すなわち軌道変位の測定方法と評価指標は同じでなくてもよい。
- ② J R のほとんどの保線現業機関において、信号処理ソフトウェアが日常的に使用されており¹⁻³⁾、軌道変位測定データに対する各種信号処理が容易となっている。
- ③ 現在 J R 等で一般に用いられている軌道整備基準値（軌道変位管理上の限度値）は、車両の走行性を直接考慮して定めたものではない。
- ④ 軌道保守作業時に用いられるマルチプルタイタンパ（マルタイ）の軌道変位測定原理は偏心矢法である。すなわち保守作業時には 10m 弦正矢値を使用していない。

以上のことから、より合理的な軌道変位評価のためには、

- ① 軌道検測車による測定データ（より一般的には任意の測定方法による測定データ）に、
- ② 保線現業機関において信号処理を施し、
- ③ 車両の動的挙動を予測し、評価する指標を導き出す。

という方向性をもった検討を行う必要がある。なおここでいう「合理的」とは、走行安全上あるいは乗り心地・騒音問題がある軌道上の地点を的確に把握できることをいい、経済的な合理性を直接指しているのではないことを断っておく。

この場合、軌道変位管理の流れは図 1-1 のようになる。これを実現するために、本研究では主として2重線囲みの部分に関する検討を行う。車両動的挙動として、具体的には上下・左右動揺、輪重・横圧を取り扱う。

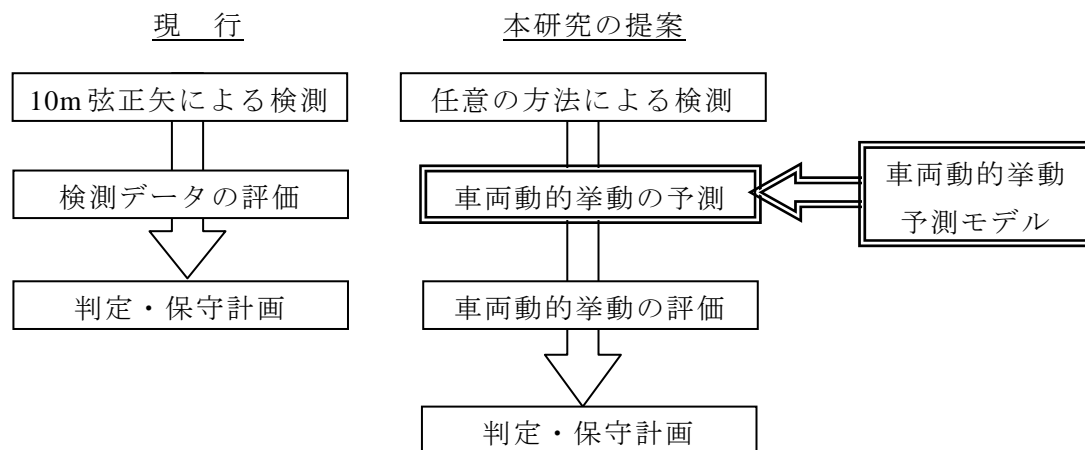


図 1-1 本研究で提案する軌道変位管理の流れ

1. 2 研究の目的

前節で述べた背景に基づき、本研究では軌道変位の性能照査のために、軌道変位上を走行する車両の動的挙動を予測するモデルを導出する。軌道変位上を走行する車両の動的挙動を予測モデルとして、車両を構成するばねやダンパの諸元から車両の運動方程式を構築し、これを逐次解いていく時刻歴シミュレーションが考えられる。しかし時刻歴シミュレーション

は計算機負荷が大きく、また多種多様な車種ごとにモデルを構築するのは、保線の実務上は現実的ではない。一方軌道保守管理を考えた場合、車両の構造的特性を知ることは目的ではないので、与えられた軌道変位からできるだけ簡便な方法で車両の動的挙動を精度良く予測できると、実務上好都合である。

このような観点から、本研究では 10m 弦正矢法による軌道変位検測波形に対し信号処理を施し、軌道変位上を走行する鉄道車両の動的挙動を予測するモデルを構築するとともに、これを指標として軌道状態を評価し、軌道変位の管理・保守に適用する方法を検討する。具体的には、軌道変位と車両の振動加速度・輪重・横圧等の測定データから、システム同定の方法によって車両の動特性を同定し、これを車両の動的挙動の予測・評価モデルに適用する。

鉄道では、従来からデータのスペクトル解析を通じて入出力間の周波数応答関数の同定が行われ（その場合、計算に高速フーリエ変換（FFT）を用いるので、本論文では、従来の方法を「FFT による方法」と呼ぶ）、軌道変位と車両振動加速度との線形依存関係などが明らかにされてきた¹⁻⁴⁾。実際、両者の線形性を用いれば、周波数応答関数の逆フーリエ変換によりインパルス応答を求め、これと軌道変位とのたたみ込みによって車両振動を予測することは可能である。しかしこのような方法は、求められたインパルス応答が次数を含めて最適なものであるかどうか明確な根拠がないことや、FFT 演算の際に必要なデータの定常性の仮定が現実の軌道変位では成立しにくいことから、実際の軌道保守管理に適用された例はほとんどみられなかった。

これに対し、近年制御系設計の分野等で盛んに研究されている「システム同定法¹⁻⁵⁾」では、周波数スペクトルを介さずに、始めから時間領域において「予測誤差」や「部分空間法」のような統計的根拠の確立した方法でダイナミックシステムを同定し、時系列予測モデルを求める。これらの方法では測定されたデータを最大限有効に活用でき、結果として比較的短い観測データからでも実用上十分有効な時系列予測モデルが求められる。これは、急曲線が多く、十分な長さの定速走行データが取得困難な在来線並幹線では特に重要な条件である。

以上の背景から、本研究は以下のことがらを中心に、性能照査型の管理を指向した新たな軌道変位評価手法について検討を行う。

- ① 軌道変位と車両の振動加速度・輪重・横圧の測定データから、ダイナミックシステムとしての鉄道車両の動特性を、システム同定の方法を用いて同定する。
- ② 同定された車両の動特性を用いて軌道上の鉄道車両の動的挙動を予測し、これを評価指標とする軌道管理方法を提案する。

1. 3 用語の定義と説明

本研究で用いる軌道関係の用語を定義し、その意味を説明する。

(1) 軌道変位

レール位置の設計位置からの変位を軌道変位と呼ぶ。ここで「設計位置」とは、設計上の平面曲線や縦曲線を考慮したレール位置であるが、実務上は軌道変位の検測データから移動平均法によって得られる波形を設計線形と見なし、これと検測データとの差を「軌道変位」と呼んでいる。通常管理される軌道変位には、以下の 5 種類がある。

① 高低変位

レールの上下方向の変位を「高低変位」と呼ぶ（図 1-2）．車両の上下並進運動，ピッチングに影響をおよぼす．



図 1-2 高低変位

② 通り変位

レールの左右方向の変位を「通り変位」と呼ぶ（図 1-3）．車両の左右並進運動，ヨーイングに影響をおよぼす．

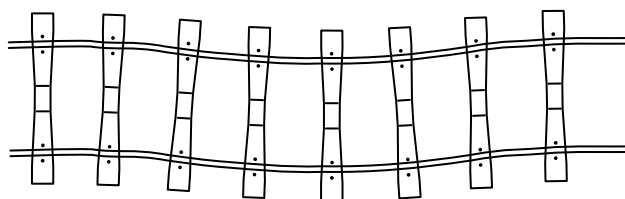


図 1-3 通り変位

③ 水準変位

左右レールの高さの差を「水準変位」と呼ぶ（図 1-4）．車両のローリングに影響をおよぼす．なお，曲線区間では，遠心力を打ち消すために外軌側レールを高くしている．これを「カント」と呼び，設計値からの変位である水準変位とは区別して扱う．

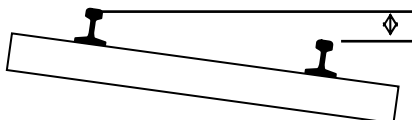


図 1-4 水準変位

④ 平面性変位

一定距離を隔てた 2 点の水準変位の差を「平面性変位」と呼ぶ（図 1-5）．車両の輪重変動に影響をおよぼす．J R の在来線では 5m 間の水準変位の差を，新幹線では 2.5m 間の水準変位の差を平面性変位としている．新幹線と在来線で間隔が異なるのは，車両の軸間距離（軸距）が異なるためである．

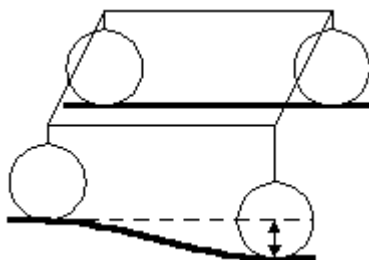


図 1-5 平面性変位

⑤ 軌間変位

左右のレール間隔（軌間）の設計値からの差を「軌間変位」と呼ぶ（図 1-6）．日本では J R や多くの民営鉄道の軌間の設計値は 1,067mm であり，新幹線や一部の J R 在来線，いくつかの民営鉄道の軌間は 1,435mm である．このほか 762mm や 1,372mm の路線もある．

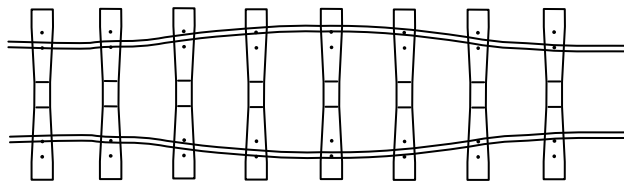


図 1-6 軌間変位

(2) 10m 弦正矢法

高低変位，通り変位の測定方法として広く一般に用いられている測定法である．具体的には，図 1-7 に示すように，10m の長さの弦をレールにあて，両端を結ぶ直線に対する弦中央でのレールとの離れを測定するものである．

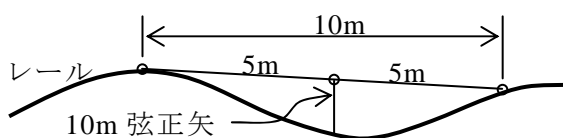


図 1-7 10m 弦正矢法

10m 弦正矢法は，数学的にはレール位置の絶対形状の 2 階差分であり，周波数毎に検測倍率が異なる（図 1-8(1)）¹⁻⁴⁾．このため，得られる高低変位の波形は実形状ではない．しかし，冒頭に述べたように加速度は変位の 2 階微分であるという物理法則に則るならば，軌道変位実形状の 2 階差分である 10m 弦正矢値は車両の動揺の一次近似としての意義があり，また速度 100km/h 程度以下であれば車両の固有振動数と図 1-8(1)で振幅利得が大きい周波数とがほぼ一致するため，軌道変位の評価指標として広く用いられている．

一方，J R 化以降の新幹線・在来線の高速化の結果，10m 弦正矢法で振幅利得が大きい波長と鉄道車両の一次固有振動数に相当する波長とに乖離が生じてきた．これに対し，J R 在来線，新幹線ではそれぞれ 20m 弦正矢法，40m 弦正矢法の併用によって管理を行っている．20m 弦正矢法，40m 弦正矢法の検測特性を図 1-8(2)に示す．

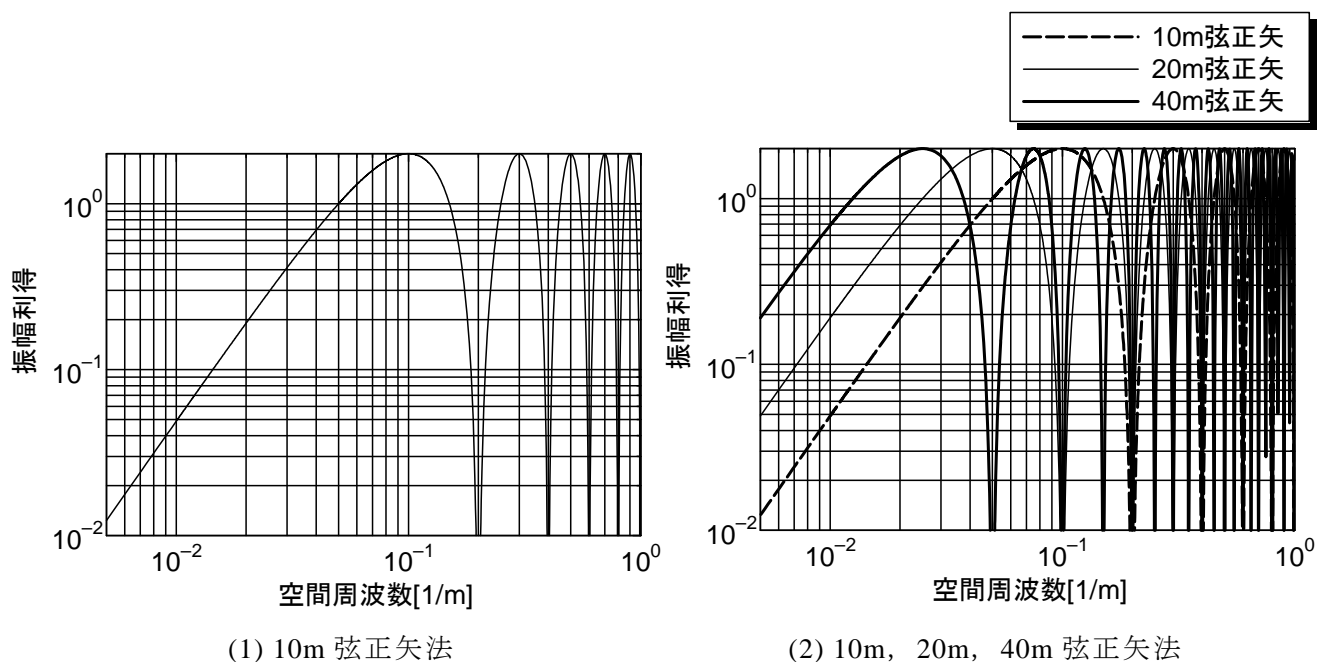


図 1-8 正矢法の検測特性

近年では，軌道検測車の走行性向上のため，弦の中央位置以外の点におけるレール変位を測定する，偏心矢法による軌道検測も行われている．この場合，検測データに対しフィルタ処理を行って，10m 弦正矢値を出力する．

(3) 復元波形

正矢法は図 1-8 に示したように振幅倍率が周波数によって異なるため，その測定波形は軌道変位の実形状ではない．一方，車両運動シミュレーションや軌道変位保守の観点から，軌道変位の実形状を知りたいというニーズが高まった．これに対し，10m 弦正矢波形に対するデジタル信号処理によって軌道変位の

(近似的な) 実形状を得る技術が開発された¹⁻⁴⁾．この実形状を「復元波形」と呼ぶ．具体的には，図 1-9 に示す，10m 弦正矢法の振幅特性の逆数の特性を持つデジタルフィルタ処理を 10m 弦正矢波形に施すことによって，特定の帯域の軌道変位の実形状を得る．ただし 10m 弦正矢法では利得が 0 となる帯域があるため，0.2[1/m]以上の帯域の実波形は求めることができない．また，0.01[1/m]以下の低周波域については，軌道変位検測の S/N 比が悪いため，復元は可能ではあるものの，その精度は低い．実務で用いられる復元波形の帯域は，在来線で波長 0.015～0.167[1/m]，新幹線で 0.008～0.167[1/m]である．

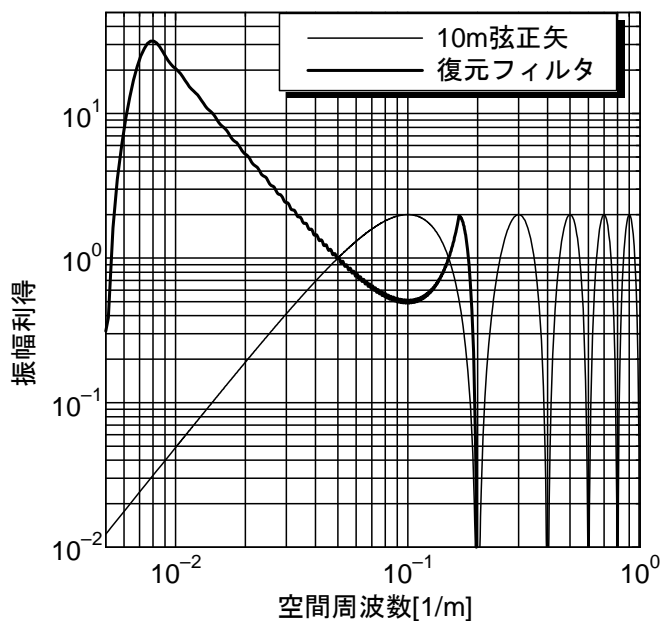


図 1-9 復元フィルタの振幅特性
(復元帯域 0.008～0.167[1/m])

(4) 動揺（加速度）

鉄道車両の振動加速度のうち、乗客の乗り心地に影響を及ぼす 0Hz～10Hz 程度の成分を特に「動揺（列車動揺あるいは動揺加速度）」と呼んでいる。動揺は、通常先頭車両の前台車直上で測定され、軌道状態の評価、管理に用いられている。また、特に断らない限り、本研究では「乗り心地」の善し悪しは「動揺」の大小で評価されるものとする。

動揺のうち、車体の床面垂直方向の成分を「上下動揺」、床面平行で進行方向直角成分を「左右動揺」、床面平行で進行方向成分を「前後動揺」と呼ぶ。鉄道車両の振動測定方法は JIS E4701 に規定されている。

(5) 超過遠心加速度

鉄道車両に作用する外力には、軌道変位による強制変位のほかに、曲線通過時の遠心力がある。鉄道軌道の曲線では、遠心力を打ち消すために外軌レールの位置を高くしている。これを「カント」という。カントの大きさは、設計速度で曲線中を走行する場合の遠心力と重力の合力が車体床面垂直となるように定められるが、曲線通過速度は列車によって異なるため、すべての列車に対し遠心力が打ち消されることはない。設計速度よりも高い速度で走行する車両に作用する曲線外向きの加速度を「超過遠心加速度」、これによる曲線外向きの力を「超過遠心力」と呼ぶ。

超過遠心加速度 $\bar{\alpha}_y$ は式(1.1)で表される。

$$\bar{\alpha}_y = \frac{v^2}{R} - g \frac{C}{G} \quad (1.1)$$

ただし、 v ：走行速度[m/s]， R ：曲線半径[m]

g ：重力加速度=9.8m/s²

G ：軌間[mm]， C ：カント[mm]

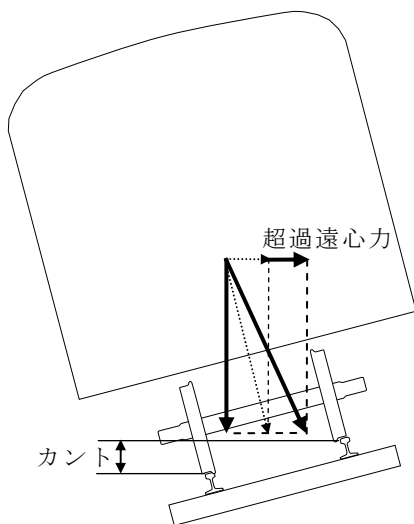


図 1-10 カントと超過遠心力

また均衡カント（超過遠心加速度が 0 m/s²となる場合のカント）と、設定カントとの差をカント不足量と呼ぶ。カント不足量 C_d は以下の式で表される。

$$C_d = \frac{v^2}{gR}G - C \quad (1.2)$$

一般には、乗客の乗り心地を考慮して超過遠心加速度の大きさが 0.8m/s^2 以下となるよう曲線線形や曲線通過速度が定められている。一部の在来線では曲線通過速度向上のために、車体傾斜車両（いわゆる振子車両）が走行している。このとき、車体傾斜角を ϕ [rad] とすると超過遠心加速度の大きさは以下ようになる。

$$\bar{\alpha}_y = \frac{v^2}{R} - g \left(\frac{C}{G} + \phi \right) \quad (1.3)$$

曲線線形が正しく管理されている場合、超過遠心加速度は一定値となる。しかし曲線半径やカントに変動がある場合、定常加速度は変動し、乗り心地悪化の原因となる。これに関する考察は5章で行う。

(6) 輪重・横圧

車輪からレールに伝わる力のうち、レール鉛直方向の成分を「輪重」と呼び、レール水平方向の成分を「横圧」と呼ぶ。輪重・横圧は日常的な測定は行われていないが、車両の走行安全性に直結する項目であるため、運転速度の向上を行う場合にはこれらの測定を行い、横圧と輪重の比である「脱線係数」および静止状態における輪重とここから輪重減少量の比「輪重減少率」によって走行安全性を評価する¹⁻⁶⁾。また、軌道各部位に作用する荷重の大きさも、輪重、横圧によって評価される。

なお本研究では、動揺、輪重、横圧のような、軌道変位上を走行する車両の応答を総称して「車両の動的挙動」という。

(7) 線形システム

入出力間に線形性が成り立つシステムを「線形システム」と呼ぶ。ここで線形性とは、入力 $u(t)$ と出力 $y(t)$ 間に以下の関係が成り立つことを言う。

$y(t) = f(u(t))$ であるときに、

$$ay(t) = f(au(t))$$

$$y(u_1(t) + u_2(t)) = y(u_1(t)) + y(u_2(t)) \quad \text{ただし、} \quad u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

本研究では、入力とは軌道変位によって車輪に加えられる強制変位、出力は輪重・横圧、動揺加速度等の車両動特性である。

一般的なシステムは厳密な意味で線形とはいえない。鉄道の場合も同様である。しかし多くの場合、微小入力の範囲では線形システムと近似できる。これは、一般的な非線形の関数は、テイラー展開によって微小変位の範囲では線形近似できるのと同様である。鉄道の場合は、高低変位と上下動揺との間には線形性が成立することが知られている¹⁻⁴⁾。本論文では、左右動揺、輪重、横圧についても、軌道変位との間に線形性が成立する範囲で、その予測モデルを構築する。具体的な線形性の成立条件についてはその項で述べる。

(8) システム同定

動的に変動する（ダイナミックな）システムを表現するには、以下の3つのモデルがある。

① ホワイトボックスモデル

システムの特性を物理法則（例えば運動方程式）に則って定式化し、解析的に解を得るモデルをホワイトボックスモデルと呼ぶ。

② グレーボックスモデル

システムの部分的な物理情報を用いたモデルをグレーボックスモデルと呼ぶ。

③ ブラックボックスモデル

システムに関する物理情報を利用せずに、システムへの入力信号とシステムからの出力信号から、システムの内部構造を推定し、モデル化したものをブラックボックスモデルと呼ぶ。

これらのうちホワイトボックスモデルは、システムがシンプルな系の場合は有効であるが、システムの構造が複雑になるほど解析的に解を得ることが困難となり、また用いる物理情報に誤差があると、解の精度が落ちる。

これに対し、システムへの入力とシステムからの出力が観測できる場合は、ブラックボックスモデルが有効となる。入出力信号からシステムの特性を統計的に推定することを「システム同定」という。システム同定については3章で詳述する。

なお、本研究では軌道変位を入力、車両の動的挙動を出力として同定されるシステムを総称して「車両の動特性」という。

1. 4 現行の軌道管理手法

1. 4. 1 軌道管理業務の流れ

軌道変位保守管理業務の流れを図 1-11 に示す。以下、この流れに沿ってその概要を説明し、次節で本研究の位置づけと目的を明確にする。

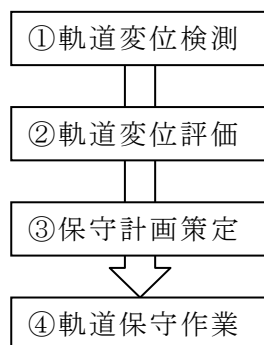


図 1-11 軌道変位保守業務の流れ

1. 4. 2 軌道変位の検測

(1) 軌道変位の検測

軌道変位の測定（検測）は、軌道検測車と呼ばれる専用の車両で行われる（図 1-12）。

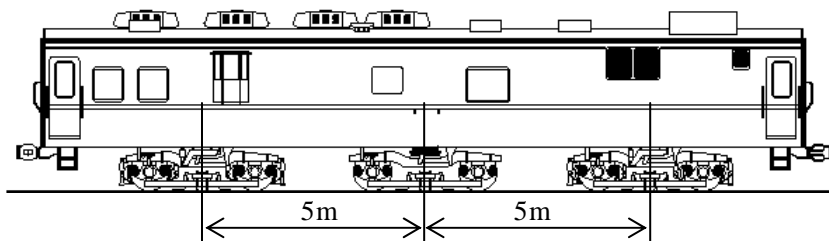


図 1-12 J R 在来線の軌道検測車 マヤ 34

軌道検測車は、5m づつ離れた 3 つの台車内に変位計を備え、前述した 10m 弦正矢法で高低・通り変位を検測する。水準は、車内に搭載したジャイロによる車体傾斜角と車体－車輪間の変位からレール面の角度を算出し、これを左右レールの高低差に変換する。軌間は、通り変位測定用のセンサによって左右レール間隔の絶対量を検出し、変位量を算出する。

測定データは、25cm 間隔でサンプリングされ、次項に述べる移動平均処理を行って変位量を算出する。変位量が後述する管理値を超過している場合は、その地点と変位量を合わせて出力する。

図 1-12 に示した 3 台車の軌道検測車は、一般の 2 台車の鉄道車両と比較して走行性能が劣るため、近年では高速走行が可能な 2 台車方式の軌道検測車が開発されている。

(2) 基準線の除去

軌道検測車によって得られるデータには、軌道変位の他に線形成分も含まれている。10m 弦正矢法はレール実形状の 2 階差分であるため、高低変位・通り変位の測定データには縦曲線、平面曲線の成分が含まれる。曲線区間の通り変位測定波形の例を図 1-13 に示す。

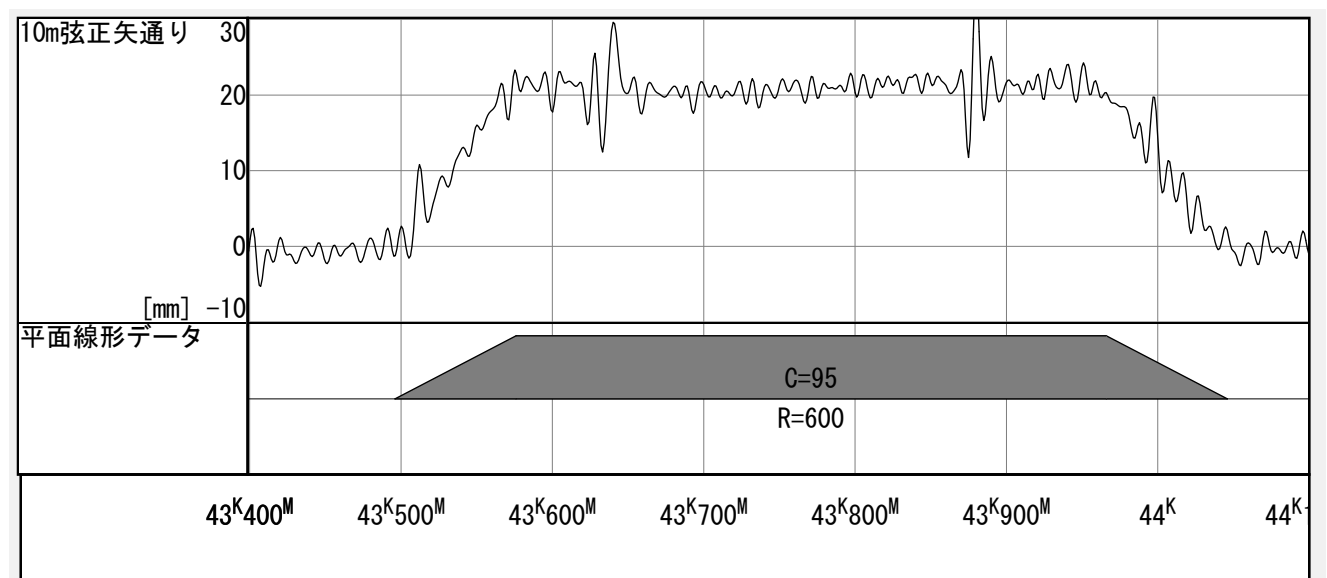


図 1-13 曲線区間の通り変位測定波形

軌道変位を評価する場合は、測定データから線形成分を除去する必要がある。国鉄・JR の軌道検測車では、車内におけるオンライン処理と、軌道検測車開発当時のコンピュータの処理能力から、この線形成分除去に移動平均法を用いてきた。具体的には 24m 間、18 間の 2 階移動平均によって線形成分を算出し、これと測定データとの差を「軌道変位」として評価している。24m 間、18 間 2 階移動平均は一種のローパスフィルタであり、その周波数特性は図 1-14 のとおりである。図 1-13 の波形に対し、移動平均処理をした波形と、これと測定データとの差である「軌道変位」を図 1-15 に示す。

高低変位に対する縦曲線除去、水準変位に対するカントの除去も、同様な方法で行われる。

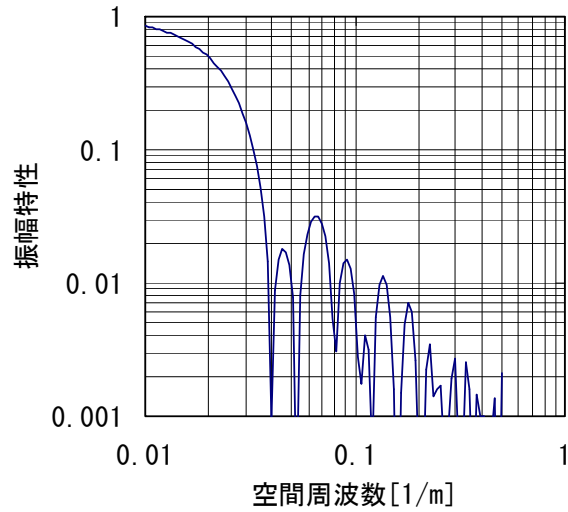


図 1-14 24m 間, 18 間 2 階移動平均の振幅特性

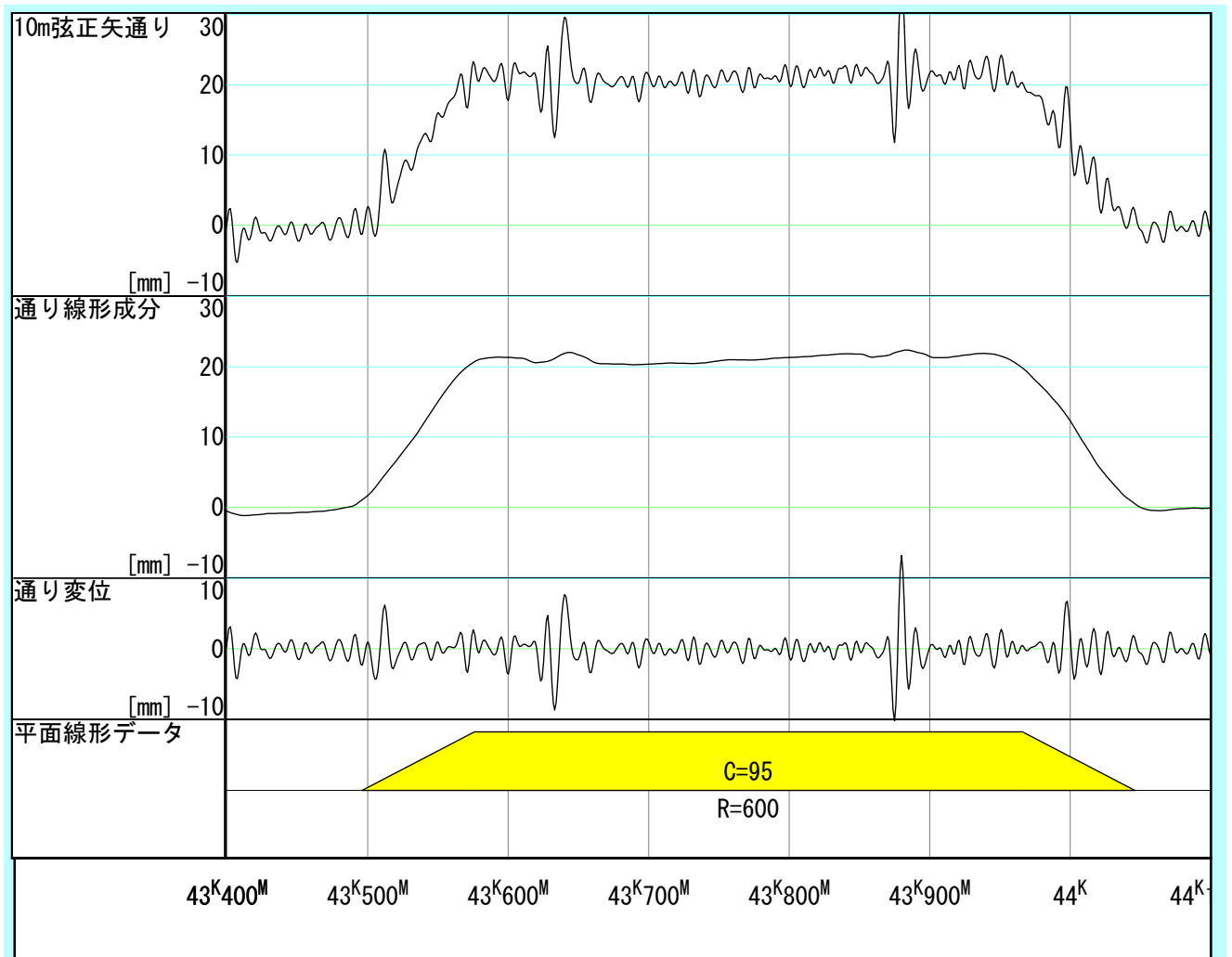


図 1-15 測定生データと線形データ・通り変位データ

1. 4. 3 軌道変位の評価

(1) 軌道整備基準値

軌道変位の評価は、図 1-15 の 3 段目に示した通り変位波形の振幅を指標として行われる。例として、1972 年に国鉄が定めた在来線の軌道整備基準規程における軌道整備基準値を表 1-1 に示す¹⁻⁷⁾。これらの値は、現在 J R 各社でその取り扱いが若干異なっているものの、基本的にはそのままの形で踏襲されている。

表 1-1 のうち、乙修繕整備基準値とは「軌道変位がこの値以下であれば、保守を行わなくても良い」という意味の管理値であり、丙修繕整備基準値とは「軌道変位がこの値を超えた場合は、15 日以内に保守を行うか、徐行等の措置をとらなければならない」という意味での限度値である。このため、後者は主として走行安全性を確保するものとして、前者は軌道保守の経済性と列車の良好な乗り心地を実現するためものとして意味づけられている。しかしこれらの基準値は、本基準値を制定した昭和 40 年代の国鉄の軌道状態をもとに定められたもので、脱線に対する車両の走行安全性等を直接考慮したというよりも、「現に存在する軌道変位のうち、車両が脱線しないで走行している最も大きな値」を基準値算出にあたっての基礎¹⁻⁸⁾としている感は否めない。

表 1-1 在来線整備基準値及び仕上り基準値(単位 mm)

種別 線別 変位 種別	乙修繕整備基準値				丙修繕整備基準値				仕上り基準値	
	甲線	乙線	丙線	丙線 中簡 易線	甲線	乙線	丙線	丙線 中簡 易線	各線別とも共通	
軌 間									一般区 間	コンクリート 道床区 間
									(+1) (-3)	(0) (-3)
水 準	11 (7)	12 (8)	13 (9)	16 (11)					(4)	(2)
高 低	13 (7)	14 (8)	16 (9)	19 (11)	23 (15)	25 (17)	27 (19)	30 (22)	(4)	(2)
通 り	13 (7)	14 (8)	16 (9)	19 (11)	23 (15)	25 (17)	27 (19)	30 (22)	(4)	(2)
平面性					23 (18) (カントの逡減量を含む)				(4) (カントの逡減量 を含まない)	

() 内は手検測等による静的値、() の無い数値は、軌道検測車による動的値

高低・通りは 10m 弦正矢の値

10m 弦正矢法による検測値を直接評価指標として用いる理由は 1. 1 節で述べたとおりであるが、これには、以下の問題がある。

- ① 10m 弦正矢値は、車両の動特性と相関が無いわけではないが、列車の速度、車両のばね諸元等によってその相関は低下する場合がある。すなわち、軌道変位の振幅と軌道の性能とは 1 対 1 の対応となっていない。よって、10m 弦正矢値が大きい地点で必ずしも列車動揺が大きくなる、あるいは走行安全性が損なわれるとは限らない。逆もまたしかりである。軌道保守管理本来の目的からすると、管理すべきは 10m 弦正矢値の振幅ではな

く、軌道変位を走行する車両の動特性である。

- ② 同じ波長の軌道変位が連続する場合、車両が共振を起こして1波目よりも2波目、3波目の車両応答が大きくなることが考えられる。この場合、軌道変位の振幅のみを評価していたのでは、車両の挙動を正しく評価できない。
- ③ 実際に走行安全性が低下するのは、軌道変位5項目のうち、いずれかの項目が単独で基準値を超過した場合よりも、複数の項目の軌道変位が基準値に近い値で存在するケースが多い。よって、表1-1の値以下となるように軌道変位を管理することが、必ずしも走行安全性を保障しない。
- ④ 図1-15の2段目にある曲線線形成分は評価の対象となっていない。特に急曲線を高速で走行する在来線の地方高速線区の場合、移動平均法で除去されてしまう曲線線形成分の設計値との差が、列車動揺や走行安全性に影響を及ぼすことがある。

以上の問題点を解決するために、本研究では新たな軌道変位評価方法を提案するものであるが、その際以下の事項に特に留意する。

- ① 軌道変位上を走行する車両の動的挙動（動揺加速度、輪重、横圧）の予測手法を開発し、これらの予測値を評価指標とする「軌道変位の性能照査」を指向する。
- ② 予測そのものが目的ではなく、あくまでも車両の動的挙動を軌道状態評価指標とすることを目的とする。よって、予測にあたって必要となる演算量や計算機の性能がなるべく少ない方法を用いる。
- ③ 予測にあたって、2種類以上の軌道変位が複合して車両に作用する場合を考慮できるようにする。
- ④ 曲線線形の変位に起因する車両の動的挙動も評価指標の一つとする。

(2) 区間評価指標

表1-1の値は、地点毎の軌道変位の限度値を定めたものであるが、実際の軌道保守は数100m～1km程度の区間毎に行われる。よって保守計画策定の際には、地点毎の軌道変位の大きさと別に区間毎の軌道状態を表す指標が用いられる。これには大きく分けて2つある。

① 軌道狂い指数P値¹⁻⁹⁾

曲線線形成分が除去された軌道変位（図1-15の3段目）のうち、その振幅が3mmを越える割合を百分率で表したもの。

② 標準偏差

同じく、曲線線形成分が除去された軌道変位振幅の標準偏差。

いずれの指標もJR各社や民鉄で広く用いられている。軌道変位の分布を正負対称の確率分布と仮定すれば両者は1対1に対応するが、軌道状態が良い線区（標準偏差1mm以下等）では軌道変位に対するP値の感度が鈍いため、標準偏差が用いられるようになりつつある。

このような統計指標を用いる理由として、以下の4点が挙げられる。

- 1) 軌道の保守は、ある一定長の区間単位で行われることが多い。よって、保守計画の策定および保守の実施にあたっては、区間単位の軌道状態評価が必要となる。
- 2) 乗り心地の評価はある特定の地点による加速度よりも、乗客が乗車する区間全体の平均的な加速度で評価されるケースが多い。
- 3) 軌道変位の分布が正規分布等の確率分布に従うならば、標準偏差を管理すれば、結果と

して著大な軌道変位（概ね 3σ 程度となる）の発生を未然に防ぐことができる。

- 4) 軌道変位検測データ同士の厳密な位置照合が困難なため、特定の位置の軌道変位の経時変化（列車荷重の通過に伴う軌道変位の長期的な変化）を追跡するのは困難である。区間評価指標を用いれば、わずかな位置のずれは実用上問題とならない。

このうち第4項以外は、評価指標を車両の動的挙動で置き換えても実用上の問題はない。第4項は軌道変位の経時変化を波形レベルで予測できれば、軌道上を走行する車両の挙動の（長期的な）経時変化が可能となる。軌道変位の経時変化を波形レベルで予測する試みはあるが、実用的なレベルに達したものは無い¹⁻¹⁰⁾。

(3) 列車動揺管理

これまで何度も述べたように、軌道変位の振幅は車両の動的挙動と1対1にはリンクしていない。よってこれを補うために、鉄道事業者は軌道変位とは別に列車動揺を定期的に測定し、管理している。表1-2に、国鉄の軌道整備標準における動揺加速度による軌道整備基準値を示す¹⁻⁷⁾。JR各社における取り扱い、表1-1の場合と同様である。

列車動揺管理は、車両の動的挙動を直接評価するものとして有効であるが、測定する車両や測定時の走行速度によって値が変わってくるので、軌道状態と1対1に対応したものとならず、これだけでは軌道保守業務に直接用いることができない。よって、本研究が目的とする、「軌道変位からの車両動揺等の推定」が意味を持つてくる。

表 1-2 動揺加速度による整備基準値（片振幅）

車両種別	上下	左右
マヤ車または高性能優等列車	0.13g	0.13g
それ以外の列車	0.20g	0.20g

1. 4. 4 軌道保守計画の策定

経済的な軌道保守を実現するため、軌道保守計画の策定法に関する研究は従来から数多く行われてきた。これらのほとんどは、軌道保守に用いる重機械（マルチプルタイタンパ、以下、「マルタイ」という。）の配備計画を変数とし、総コストないし軌道状態を目的関数とする最適化問題として取り扱われている。この中で、軌道変位の評価指標としては、前述したP値ないし標準偏差が用いられている¹⁻¹¹⁾。

1. 4. 5 軌道保守作業

バラスト軌道における軌道保守作業には、マルタイが用いられる（図1-16）。マルタイは、軌道検測車と同様、車内に検測弦を持ち、偏心矢法で軌道変位を検測しながら、この振幅が小さくなるようレールを移動する。マルタイのレール移動原理は偏心矢法に基づくため、図1-8の10m弦正矢法の場合と同様、軌道変位の周波数によって保守効率が変化し、一般に用いられる弦長15m程度のマルタイの場合、低周波（長波長）の保守効率が低下する。このような帯域の軌道変位を保守する場合は、レール位置を直接測量するか、図1-10の復元フィルタを用いて、軌道変位の原波形を求め、これによりレール移動量をあらかじめ算出し、マルタイに入力する方法が用いられている¹⁻¹²⁾。



図 1-16 マルチプルタイタンパ（マルタイ）

1. 5 研究の構成

以上の背景および目的に基づく本研究の構成は以下のとおりである。

2 章では、車両の動的挙動の予測手法および車両動特性を考慮した軌道状態の評価に関する既往の研究を紹介する。

3 章では、本研究で車両の動特性予測モデル構築に用いるシステム同定法に関するレビューを行う。

4 章から 7 章では、軌道変位から車両の動的挙動を予測する手法について紹介する。まず 4 章では、高低変位から車両の上下動揺を予測する手法を述べる。本章では、パラメトリックモデルによる鉄道車両の動特性同定方法について踏み込んだ議論を行うとともに、ある列車速度において空間軸上で同定されたパラメータを用いて、速度向上時の上下動揺を予測する方法について検討する。

5 章では、通り変位・水準変位から左右動揺を予測する手法について述べる。このうち 5. 2 節では設計線形の変位による左右動揺の動特性について述べ、5. 3 節では軌道変位による車輪への強制変位による左右動揺の動特性について述べる。この中では、システム同定にあたって入力データが持つべき PE 性の観点から、車両の動特性同定にあたって用いるべき入力（軌道変位）データの性質について言及する。

6 章では、高低変位・通り変位・水準変位から輪重を予測する手法について述べる。輪重と上下動揺は、両者とも車両を構成する部位の上下方向の運動であるが、車体の上下運動は車輪、台車からまくらばねを通じて伝わる強制変位によって励起されるのに対し、輪重の変動にはレールからの強制変位と台車・車体振動が影響するので、その挙動は車体の上下運動よりも複雑になる。また、6 章では合わせて上下動揺、左右動揺を入力とする輪重変動予測手法について述べる。また合わせて、上下動揺・左右動揺を入力とする信号処理手法によらない輪重変動の簡易推定法についても言及する。現在でも、中小鉄道事業者の多くは軌道検測車を所有せず、軌道状態の連続的な評価は、列車動揺測定によっている場合が多い。本章で述べる手法は、これらの鉄道事業者にとって有益なものであると考えている。

7 章では曲線中における、通り変位・水準変位による変動横圧を予測する手法を述べる。また 6 章と同じく、列車動揺を入力とする横圧の予測方法とその限界についても言及する。

8 章では，4 章～7 章で予測した車両動特性を用いて，軌道状態を評価し，軌道保守に応用する手法について紹介する．具体的には，本論文で述べる方法に基づく車両の動特性同定手順，車両の動特性を利用した列車動揺の管理値（保守投入の判定値）の設定法，軌道状態評価指標としての，車両動的挙動予測値および軌道変位振幅との比較，および緩和曲線における曲率変化とカント逓減の不一致による左右動揺の予測と評価方法の4点について個別に検討する．

9 章は，本研究の結論と今後の課題である．

以上の本研究のマップを，入力信号を横系，出力信号を縦系として図 1-17 に示す．同図の網掛け部分が，実際に入出力信号として用いた組み合わせである．

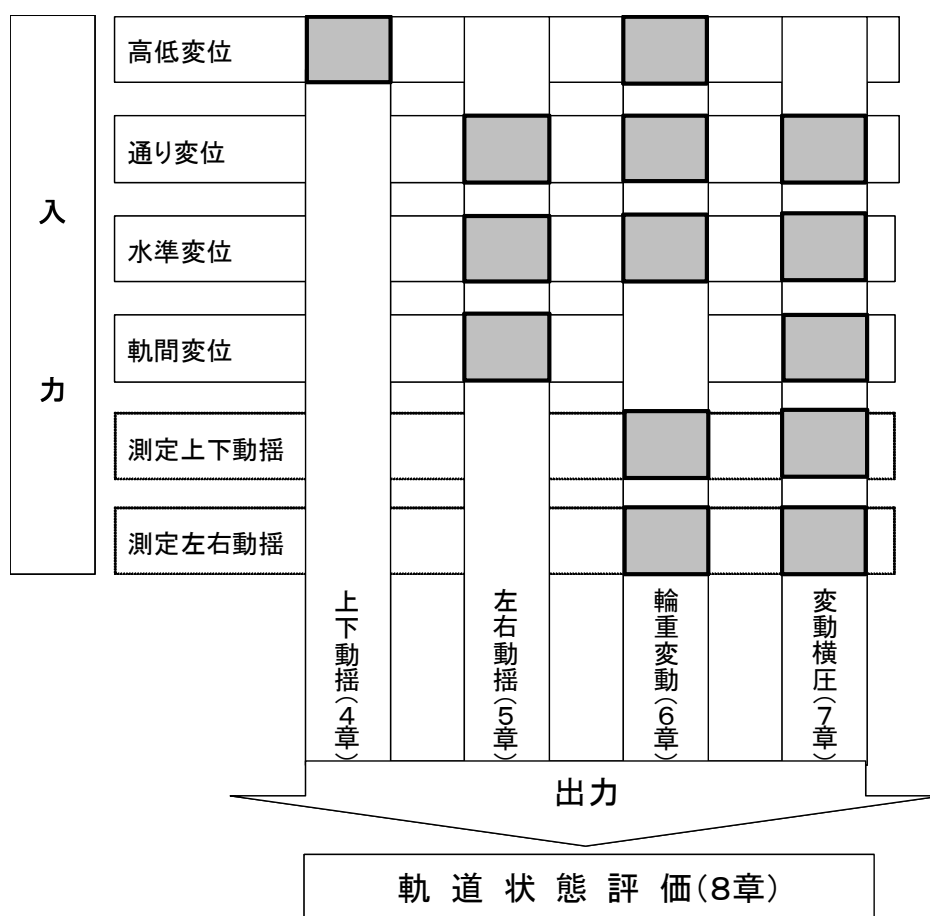


図 1-17 本研究のマップ

1 章の参考文献

- 1-1) 国土交通省鉄道局監修：解説 鉄道に関する技術基準（土木編），2002.3.
- 1-2) 運輸技術審議会第 23 号答申，1998.11.
- 1-3) 吉村彰芳，吉田康夫，細川岳洋，菊地勝浩：軌道保守管理データベースシステム:マイクロ LABOCS-II+の開発，鉄道総研報告，vol.6，No.11，1992.11.
- 1-4) 吉村彰芳：軌道狂い原波形の復元に関する理論的基礎の確立とその応用，鉄道技術研究報告，No.1336，1987.2.
- 1-5) 片山徹：システム同定入門，朝倉書店，1994.5.

- 1-6) 運輸省鉄道局監修：在来鉄道運転速度向上試験マニュアル・解説，1993.5.
- 1-7) 日本国有鉄道：軌道整備基準規程，1972.4.
- 1-8) 日本国有鉄道：東海道本線鶴見事故調査委員会報告書，1968.4.
- 1-9) 小野木次郎：鉄道軌道の変位の研究，鉄道技術研究報告，No.123, 1960.5.
- 1-10) 古川敦，神山雅子：軌道狂い進みの予測法に関する一考察，土木学会第 54 回年次学術講演会，1999.9.
- 1-11) 三和雅史，石川達也，大山達雄：軌道状態推移予測モデルの構築と最適軌道保守計画作成のための全整数型数理計画モデル分析，土木学会論文集，No.681, IV-52, 2001.7.
- 1-12) 細川岳洋，吉村彰芳：復元波形を用いた軌道狂い補修の新しい方法，鉄道総研報告，vol.8, No.11, 1994.11.

2. 既往の研究

2. 1 鉄道車両動特性の同定と動的挙動の予測法に関する研究

2. 1. 1 解析的研究

鉄道車両の動的挙動を解析的に解明する研究は戦前から行われてきたが、戦後、松平、横瀬らによる車両の上下動や蛇行動安定性の解析によって大きく進展した^{2-1,2-2)}。その後も車両の研究者によって、目的に応じて様々な解析モデルが提案され、最終的には東海道新幹線0系車両として結実した²⁻³⁾。

東海道新幹線開業前後の時期は、蛇行動をはじめとする鉄道車両そのものの動特性の解明がモデル開発の目的であったが、1970年代後半～80年代にかけては東北新幹線の240km/h営業走行の実現と、新幹線・在来線高速線区の乗り心地向上に研究の主眼が置かれるようになった。これとともに計算機技術が大幅に発達したことにより、軌道変位上を走行する車両の挙動の時刻歴シミュレーション技術の開発、およびこれを利用した乗り心地評価が行われるようになった^{2-4), 2-5), 2-6)}。しかしこれらのモデルでは、軌道変位として単一波長で連続する正弦波か、軌道変位のパワースペクトル密度を仮定してこれを逆フーリエ変換して得られる波形が用いられており²⁻⁵⁾、実軌道変位上を走行する車両の動的挙動の再現という観点からのシミュレーション手法の評価は、上越新幹線開業前に軌道変位設定試験を行った際の実測値と計算値との比較²⁻⁷⁾を除いて例が無かった。これは1.3節で述べた復元波形算出の技術が開発されるまで、軌道変位の実波形を効率的かつ正確に求める方法が無かったことが大きい。近年では車輪位置に軌道変位による強制変位を入力可能なシミュレーションによって、軌道変位上の車両の挙動を解析的に求めるモデルが多数提案されており²⁻⁸⁾、異なるシミュレーションモデル同士の国際的なベンチマーク試験^{2-9, 2-10)}なども行われている。

これらの研究はいずれも車両の研究者によって行われたもので、車両の設計や走行安全性評価を目的としており、これを直接軌道変位の評価・管理に用いた例は無い。また車両を構成する各種ばねやダンパの特性値は、単体で測定した場合と車両に装架された状態とでは必ずしも一致せず、かつ一般には装架された状態で特性値を同定することは困難である²⁻¹¹⁾。よって、設計上のばね・ダンパの特性値を用いたシミュレーション結果は、実軌道上における車両の動的挙動を再現しているとは必ずしもいえない。

解析モデルによって車両の挙動を予測し、これを軌道変位の管理に活用する研究は、1966年の佐藤による研究²⁻¹²⁾を嚆矢とする。佐藤は、2軸ボギーの1車体鉄道車両運動方程式を2次元モデル（平面モデル）で定式化し、さらに車体の慣性半径が台車中心間距離の1/2と仮定できる場合は、半車体（半車体、1台車、2輪軸を上下方向に結合したモデル）モデルによって平面モデルを等価に表せることを利用し、この半車体モデルによって任意の高低変位による車両の上下動揺を理論的に求めた。またこの計算結果をもとに、乗り心地確保の観点からの10m弦正矢法による高低変位の整備限度値を初めて示した。しかし、様々な周波数成分を持つ高低変位波形を単一の振幅値で管理するために、軌道変位のパワースペクトル密度についてある種の仮定をしており、結果として得られた限度値の物理的な意味に曖昧さが残ったものとなっている。また佐藤と三浦は同様な半車体モデルを用いて、長大橋梁の桁端やスラブ軌道の折れ角限度など、車両上下動揺抑制の観点からの軌道変位や橋脚の不等沈

下等による軌道の幾何学的形状の限度値を定めた²⁻¹³⁾。この研究から得られた橋梁のたわみ制限値や、速度向上試験時の列車動揺限度値は現在でも用いられている。最近では、新幹線の高速化に対応して、時刻歴シミュレーションによって、連続する正弦波状の軌道変位の限度値を算出した例がある²⁻¹⁴⁾。

2. 1. 2 統計的手法に関する研究

軌道変位と車両の動的挙動の実測値から、車両の動特性をブラックボックスモデルで導く方法をここでは統計的手法と呼ぶ。統計的手法は、車両の設計にそのまま用いることはできないが、各種ばね・ダンパ類が実装された状態で車両の動的挙動を実測しシステムを同定するのでモデルの再現性は高く、軌道状態の評価に適した方法といえる。

軌道変位と車両運動の関係を実験データから統計的に求める試みは、1956年に、当時津田沼の土木実験所（現在の鉄道総研日野土木実験所の前身）で行われた設定軌道変位上の車両走行試験が初めてである。これが体系的にまとめられたものとして、中村による研究²⁻¹⁵⁾がある。この中で中村は、相互相関関数を用いて車両のローリングと水準変位の関係を見だし、両者の関係を統計的に明らかにした。その後、本線における軌道変位設定試験や狩勝実験線における試験が行われて、後述する複合変位整備基準が定められた。

吉村は、デジタル信号処理技術を用いて10m弦正矢値から軌道変位の原波形を復元する技術を開発するとともに、これを用いて復元高低変位と車両上下動揺との関係を定量的に明らかにした²⁻¹⁶⁾。具体的には復元高低変位を入力、車両上下動揺を出力とし、両者のパワースペクトル密度およびクロススペクトル密度から車両上下動揺の周波数応答関数を同定した。

海外においても同種の研究は多数行われている。例えばEsveld²⁻¹⁷⁾は、吉村と同種の方法によって、フランスのTGVやドイツのICEの客車の周波数応答関数を同定している。ただし、ここでは軌道変位として測量によって得られた波形が用いられており、軌道検測車で得られる10m弦正矢値からデジタル信号処理によって車両の挙動を予測する技術は、日本に一日の長があると考えている。

車両の研究者によっても、統計的方法によって車両の動特性の同定が試みられている。瀧上らは本研究でも用いるパラメトリックモデルによって車両の動特性、特に車体の3次元的な曲げ振動特性を求めている²⁻¹⁸⁾。鉄道車両の車体のように開口部が多い箱形の構造体の振動特性を正確に同定することは、FEMのような計算手法が発達した現在でも困難である。しかしパラメトリックモデルでは、車両の各種ばね定数や減衰定数と振動特性との直接的な対応を見いだすことは困難であるものの、振動モードおよび固有振動数は正確に同定することができるため、車両の設計や乗り心地の改善に用いられている²⁻¹⁹⁾。

2. 1. 3 輪重・横圧の予測

車両走行中に軌道に作用する輪重・横圧の定量化は、軌道の各部材の設計や保守のみならず、車両、特に台車の設計のために重要な事項であり、車両の研究者を中心に解析的、実験的研究が行われてきた^{2-20, 2-21)}。しかし、これを軌道変位との関係で定量化した研究はきわめて少なかった。これは、車上で輪重・横圧を連続的に測定する技術が開発されておらず、各地点の軌道変位と、走行中に刻々と変化する輪重・横圧を対応させることが困難であったことが理由と考えられる。JR化以降、精度の高い輪重・横圧測定法が開発され²⁻²²⁾、これに当時のJR各社で振子車両を用いた曲線通過速度向上とそれに伴う輪重・横圧測定データが

蓄積された結果、軌道変位上を車両が走行する際に発生する輪重・横圧がかなりの部分定量化された²⁻²³⁾。この方法は、軌道変位による車両動揺、横圧の変動成分をロットの標準偏差で代表させる等の処理を行っているため、現実の輪重・横圧の変動を波形レベルで予測し、横圧や輪重減少率が大きくなる地点を特定することはできない。しかし低速走行時で静的な力の釣り合いから車両の挙動が説明できる場合には実測値と予測値は良く一致し、2000年3月に発生した営団地下鉄日比谷線脱線事故後の、走行安全性評価等に用いられている²⁻²⁴⁾。

2. 2 軌道変位の評価指標に関する研究

2. 2. 1 軌道整備基準値

鉄道軌道は、力学的な強度ではなく、形状によって評価されるのが他の土木構造物と異なる点である。このため、1. 3節で述べた5項目の軌道変位が定義され、各々がある上限値を超えないように管理されている。現在JR各社で用いられている軌道変位管理値を表1-1に示したが、これらの値は1963年11月に発生した東海道本線鶴見駅構内脱線衝突事故を契機に国鉄内に設置された事故調査検討会における検討、ならびに鉄道技術研究所における各種研究・調査等をもとに定められたものである²⁻²⁵⁾。この中では、軌道変位の安全上の限度値として、当時の国鉄の軌道状態において存在する最大の軌道変位を安全上の軌道変位の上限値とし※、ここから、軌道変位発見から保守投入までの軌道変位の経時変化分および安全に対する余裕を引いた値を「丙修繕軌道整備基準値」として定め、1972年に国鉄の部内規程である「軌道整備基準」で通達された。

※ 存在する最大の軌道変位は、その上を車両が走行しても脱線が起きていない、という意味で安全を担保できる軌道変位の最大値である。

2. 2. 2 複合変位

昭和30年代から40年代にかけて、2軸貨車の競合脱線が頻発した。特に上述した東海道本線鶴見駅構内における脱線事故は、脱線した貨車に旅客列車が衝突脱線し、さらにその旅客列車に別の旅客列車が衝突脱線するという3重脱線事故であり、死者161名負傷者120名を出す大惨事となった。事故後に国鉄内に設けられた脱線事故技術調査委員会における議論や北海道の狩勝実験線で行われた実験、および鉄道技術研究所内における理論解析等から、2軸貨車の競合脱線は、2軸貨車のローリング固有振動数（概ね0.8～1.0Hz）に近い波長の軌道変位が連続することによって車両がローリング共振を起こし、走行安全性が低下して発生することが明らかとなった。このうち軌道変位については、通り変位と水準変位が逆位相で存在する場合に車両の走行安全性が低下することがわかった。

これに対し、競合脱線の防止を目的として、1978年に、以下に示す「複合狂い」（以下、「複合変位」という）が提案され²⁻²⁶⁾、連続する波数によって振幅が管理されることとなった（表2-1）。

$$\text{複合変位} = |\text{通り変位} - 1.5 \text{ 水準変位}|$$

ここで、通り変位：レールが曲線の外側に張っている場合を正とする。

水準変位：曲線外軌側のレールが高い場合を正とする。

複合変位は、鉄道車両の動特性を直接考慮して軌道変位を評価、管理するという観点から

は、国鉄で初めて採用された指標であり、本研究の嚆矢とも言うべきものである。

表 2-1 複合変位の整備基準値 (mm)

波数と長さ	波高限度
全般	35
80m 以内に 4 ケ所以上	18
60m 以内に 3 ケ所以上	21
30m 以内に 2 ケ所以上	25

2. 2. 3 長波長軌道変位管理

前述の佐藤の研究²⁻¹²⁾によって、100km/h 程度までの速度域であれば、車両上下振動の周波数応答関数と 10m 弦正矢法の検測特性は比較的良好に一致し、軌道変位を 10m 弦正矢法で評価することの妥当性が理論的に示された。一方、1964 年に開業した東海道新幹線は、最高速度が 210km/h と当時の在来線のほぼ 2 倍であることから、開業当初より 20m 弦正矢法による軌道管理が取り入れられた。その後、東北・上越新幹線における 240km/h での営業運転を目指し、開業に先立って軌道変位設定試験が行われ、列車の速度、軌道変位の波長、振幅、繰り返し数と車両の動揺との関係が実験的に確認された。この結果、高速域における新幹線の軌道変位管理には 30m 弦正矢法が適切であることが佐藤、高井によって提案された²⁻²⁷⁾。

J R 化以降、東海道・山陽新幹線および上越新幹線で相次いで営業最高速度 270km/h が実現し、これに伴って新幹線では 40m 弦正矢法による軌道変位管理が一般的となった²⁻²⁸⁾。

また、J R 化以後は、在来線における速度向上も進み、現在では在来線高速線区においても 20m 弦正矢法による軌道変位管理が定着している²⁻²⁹⁾。

このように、J R 化以降の速度向上時における軌道変位管理に大きな効果をもたらした 20m 弦、40m 弦正矢管理法であるが、1. 3. 3 節で述べた問題点を持っているのは 10m 弦正矢の場合と同様である。これに対し本研究の目的の一つは、直接的に車両の動特性を評価指標とすることで、従来の正矢法よりも合理的な軌道変位管理を可能とする点にある。

2. 3 道路舗装面の評価に関する研究

本論文の冒頭で、鉄道軌道はその形状によって保守が行われるという点で独特な構造物である、と述べたが、同様な観点から保守が行われる構造物として、道路の舗装面が挙げられる。舗装面の凹凸が大きくなると、自動車の走行安全性や乗員の快適性のみならず、振動・騒音が大きくなるため、道路周辺住民へおよぼす環境阻害の面からも、舗装面の積極的な評価、管理が行われている。以下、文献 2-30)に従って、米国で行われている道路の舗装面プロファイルの測定、評価、管理方法を紹介する。

舗装面プロファイルの測定法には、地上における水準測量、ディップスティック、慣性プロファイラがある。このうちディップスティックは、数学的には 1 階差分法であり、鉄道では新幹線の長波長高低変位測定法として用いられている方法である。基準長は通常 305mm である。また慣性プロファイラは、鉄道では慣性法と呼ばれる軌道検測法と同じ原理によるものであり、加速度の 2 階積分によって路面の変位を測定するものである。慣性測定法は、低周波数域で 2 階積分が発散することから、その測定帯域は限定されたものとなるため、鉄

道では一部の鉄道事業者のみがこれを使用している。

測定値の評価には IRI（国際ラフネス指数，International Roughness Index）が用いられる。IRI は、舗装面プロファイルの測定波形に、自動車の 1/4 力学モデル（クォーターカーモデル）から得られる周波数応答関数に相当するフィルタ処理を行ったものである。また、平均パネル評価値（MPR：Mean Panel Rating）と呼ばれる利用者のアンケート調査による主観的な評価の統計値や、これを舗装面プロファイルから推定するライドナンバ（Ride number）などが過去に用いられてきた。これらの指標と比較して、IRI は再現性があり、移植性があり、そして時間に対し不変であるため、舗装面の評価法として広く用いられている。

IRI は自動車の動特性を考慮しているものの、乗員の乗り心地等を考慮した指標とはなっておらず、人体の周波数応答関数を考慮した新たな指標の検討も行われている^{2-31,2-32}。

以上のような道路舗装面の測定、評価方法と、鉄道軌道における正矢法による測定、評価方法を比較すると、以下のようなことがいえる。

- ・ 走行路面の測定方法は、弦長や信号処理方法に違いはあるとはいえ、原理的には同じものを用いている。
- ・ 舗装面の評価指標 IRI は、クォーターカーモデルの周波数応答関数からフィルタを導いている点で、自動車の動特性を直接評価しているといえる。ただし、乗員の乗り心地等を含めた評価指標とはなっていない。一方、軌道面の評価は 10m 弦正矢法による測定値をそのまま使用している。しかし、測定値と乗り心地等の関係を結びつける試みは古くから行われている。

以上のことから、鉄道軌道面の評価に、鉄道車両の動特性を考慮した新たな指標の適用を試みる本研究の目的は、道路舗装面評価の実態と照らし合わせても合理的なものであるといえる。

2 章の参考文献

- 2-1) 松平精，国枝正春，横瀬景司：ボギー車の上下振動理論，鉄道業務研究資料 8-8，鉄道技術研究所，1951.4.
- 2-2) 松井信夫：ボギー車の強制上下振動に関する理論的研究，鉄道技術研究報告，No.285，1962.
- 2-3) 松井信夫他：高速鉄道の研究，V． 3 章 だ行動，研友社，1967.
- 2-4) 折線ばね特性をもつ車両の左右強制振動解析（第 2 報，軌道狂いによる強制だ行動），日本機械学会論文集 C 編，No.51-464，1985.4.
- 2-5) 谷藤克也，吉岡博，宮下智：生成軌道不整形状を用いた振動乗り心地の予測，日本機械学会論文集 C 編，No.56-523，1990.3
- 2-6) 谷藤克也：鉄道車両の乗心地管理と強制振動計算法に関する研究，鉄道技術研究報告，No.1321，1986.3.
- 2-7) 谷藤克也，三芳功達：設定軌道狂い上における新幹線電車の走行振動，日本機械学会論文集 C 編，No.52-474，1986.2.
- 2-8) 日本機械学会編：鉄道車両のダイナミクス，電気車研究会，1994.12.
- 2-9) "B 176/3 BENCHMARK PROBLEM RESULT AND ASSESMENT", ERRI B176/DT 290,

1993.8

- 2-10) 藤本裕, 石田弘明, 王成国: 異なる解析手法を用いた車両運動シミュレーション結果の比較, 鉄道総研報告, Vol.15, No.12, 2001.12.
- 2-11) 石田弘明, 宮本昌幸: 試験台上試験による車両諸元の同定, 日本機械学会論文集, Vol.56, 528, 1990.8.
- 2-12) 佐藤吉彦: 乗り心地の立場から見た軌道高低狂いの整備限度, 鉄道技術研究報告, No.549, 1966.8.
- 2-13) 佐藤吉彦, 三浦重: 走行安全性ならびに乗り心地を考慮した線路構造物の折れ角限度, 鉄道技術研究報告, No.820, 1972.8.
- 2-14) 高井秀之, 矢澤英治: シミュレーションによる 300km/h 級新幹線軌道整備目標値の試算, 鉄道総研報告, vol.11, No.6, 1997.6.
- 2-15) 中村一郎: 水準狂いとローリングの関係, 鉄道技術研究報告, No.216, 1961.5.
- 2-16) 吉村彰芳: 軌道狂い原波形の復元に関する理論的基礎の確立とその応用, 鉄道技術研究報告, No.1336, 1987.2.
- 2-17) C.Esveld: Modern Railway Track 2nd edition, MRT-Productions, pp.137-151, 2001.5.
- 2-18) 瀧上唯夫, 富岡隆弘: 線形予測モデルを用いた車両の振動解析, 鉄道総研報告, Vol.15.No.5, 2001.5.
- 2-19) 瀧上唯夫, 富岡隆弘: 最近の軽量車両の固有振動モード特性, 鉄道総研報告, Vol.16, No.4, 2002.4.
- 2-20) 松井信夫: 東海道新幹線の研究 (第4冊), 鉄道技術研究所, pp.236-243, 1963.4.
- 2-21) 国枝正春: 車両の曲線定常横圧の摩擦理論による解析, 鉄道技術研究報告, No.773, 1971.9.
- 2-22) 石田弘明, 植木健司, 深沢香敏, 手塚和彦, 松尾雅樹: 輪重, 横圧, 脱線係数連続測定装置の開発, 鉄道総研報告, Vol.7, No.8 1993.8.
- 2-23) 内田雅夫, 小倉英章: 曲線通過時の列車荷重の一般化に関する検討, 鉄道総研報告, Vol.6, No.11, 1992.11.
- 2-24) 事故調査検討会: 営団地下鉄日比谷線中目黒駅構内脱線衝突事故調査報告書, 2000.10.
- 2-25) 日本国有鉄道: 東海道本線鶴見事故調査委員会報告書, 1968.4.
- 2-26) 池守昌幸: 軌道狂いの波形の整備に関する研究, 鉄道技術研究報告, No.1038, 1977.3.
- 2-27) 佐藤吉彦, 高井秀之: 軌道狂い設定試験結果による軌道検測特性の提案, 鉄道技術研究報告, No.1283, 1985.2.
- 2-28) 高井秀之: 新幹線の長波長軌道狂い管理, 鉄道総研報告, Vol.3, No.4 1989.4
- 2-29) 高井秀之, 菊地勝浩: 在来線の長波長軌道狂い管理, 鉄道総研報告, Vol.4, No.4 1990.4
- 2-30) Sayers, Michael W., Karamihas, Steven M. (邦訳, 土木学会路面性状小委員会): 路面のプロファイリング入門
- 2-31) 福山貴子, 藤野陽三, 松本泰尚, 谷黒亘, 阿部雅人: 道路の走行快適性能に関する計測と評価基準, 土木学会第56回年次学術講演会第V部門, 2001.10.
- 2-32) 河野整, 阿部雅人, 藤野陽三: 道路高速診断システム(VIMS)の開発: 土木学会第57回年次学術講演会第VI部門, 2002.9.

3. システム同定法の概要

3. 1 線形システムの同定とは？

軌道変位による車両の動的挙動のような多くの物理システムは、一般に図 3-1 のような入出力システムとして表される。このような表現は、入力信号から将来の出力信号を予測する場合、あるいは出力信号をシステムにフィードバックし、出力信号を制御する場合に用いられる。

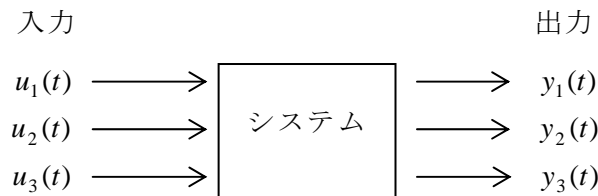


図 3-1 入出力システムのブロック図

軌道変位による車両の動的挙動を考える場合、入力信号はレールから車輪に作用する強制変位であり、出力信号は車両振動加速度や輪重、横圧である。一般の物理システムでは、入力信号、出力信号とも複数である。このような入出力システムを **MIMO システム** (Multiple input Multiple output) と呼ぶ。また 1 入力、1 出力信号の場合を **SISO システム** (Single Input Single Output) と呼ぶ。

入出力信号間に線形性が成り立つ場合を、線形システムと呼ぶ。軌道変位と車両の動的挙動の関係全てに線形性が成り立つとは限らないが、入出力信号を Taylor 展開し二階微分の項以降を切り捨てることを考えた場合、微小変位の範囲では線形性を仮定しても大局的な傾向を見失うことはない。よって多くの物理システムの解析にあたっては、まずシステムを線形として取り扱い、これでは不十分な場合に非線形要素を加えている。本研究でも、軌道変位と車両の動的挙動の間には線形性が成り立つものとする。

システムの物理特性が明らかな場合、(振動問題を取り扱う場合は)入出力信号の関係を運動方程式として表現し、これを解いて出力を予測する。時刻歴シミュレーションはその代表である。質点、ばね、ダンパの結合と見なせる単純なシステムであれば、運動方程式の厳密解により精度の高い解が得られる、一般の(大規模な)物理システムの振動を運動方程式の形で表すには、ある種の近似(モデル化)が必要であり、モデルの構造(質点、ばね、ダンパの結合の構造)によっては予測精度が落ちる場合がある。

システムに関する物理特性等を用いないモデリング法をブラックボックスモデリングと呼ぶ。ブラックボックスモデリングで、入出力信号からシステムの動特性を推定することを、「システム同定」と呼ぶ。システム同定に関する理論は、特に制御を必要とするシステムの解析を目的として近年急速に発展しつつある。

システム同定によって、システムの動特性は周波数応答関数、周波数伝達関数、インパルス応答といった形で得られる。これらはいずれもシステムの外部特性を表したものであり、たとえば軌道変位と車両動揺のデータから車両の周波数応答関数を推定した場合、車両システムの内部特性である車両のばね定数等を推定することはできない。しかし本研究は、予測

される車両走行特性値を評価指標し、軌道変位管理に活用することを目的しており、車両の設計等への適用を直接は考えてはいないので、まずは車両動特性の同定に重点を置いて検討を行った。

システム同定法には大きく分けて、ノンパラメトリックモデルとパラメトリックモデルがある。ノンパラメトリックモデルは FIR フィルタや周波数応答関数のように無限個（あるいは非常に多数）のパラメータによって構成される。これに対しパラメトリックモデルは、伝達関数や状態方程式のように少数のパラメータで構成される。

本研究では、ノンパラメトリックモデルによって入出力間の線形性が確認されている高低変位と上下動揺について各種システム同定法を比較し、同定に必要なデータ長、予測精度、必要パラメータ数等の観点から評価する。以下、本研究で用いたシステム同定法の概要を述べる。

3. 2 線形システムの一般表現^{3-1, 3-2)}

線形システムでは、離散化された入出力信号間は式(3.1)のコンボリューションで表される。

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)u(n-k) \quad (3.1)$$

ただし、 $u(n)$ ：入力信号

$y(n)$ ：出力信号

$g(k)$ ：システムのインパルス応答

式(3.1)の両辺を z 変換すると次式が得られる。

$$Y(z) = G(z)U(z) \quad (3.2)$$

$$\text{ただし、} U(z) = \sum_{k=0}^{\infty} u(k)z^{-k} \quad (3.3.1)$$

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y(k)z^{-k} \quad (3.3.2)$$

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)z^{-k} \quad (3.3.3)$$

$G(z)$ をシステムの伝達関数と呼ぶ。

式(3.1)は雑音が無い場合の入出力信号間の関係である。一般に入力信号ないし出力信号とは別にシステムには外乱が加わる。これを雑音項として表したときの、線形システムの一般的な表現は式(3.4)となる。

$$y(n) = G(q)u(k) + v(k) \quad (3.4)$$

$$\text{ただし、} G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}$$

$$q^{-1}u(k) = u(k-1) \quad (q \text{ を遅れ要素と呼ぶ。})$$

また、 $v(k)$ は外乱による雑音項であり、式(3.5)の多項式の形で表されるとする。

$$v(k) = H(q)w(k) \quad (3.5)$$

$$\text{ただし, } H(q) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h(k)q^{-k} \quad (3.6)$$

$w(k)$: 平均値 0, 標準偏差 σ_w のホワイトノイズ

式(3.4), (3.5)から, 線形システムの一般的な表現は以下ようになる.

$$y(n) = G(q)u(k) + H(q)w(k) \quad (3.7)$$

式(3.7)で定義した線形システムにおいて, 時刻 $k-1$ までに測定された入出力データ $u(m)$, $y(m)$ ($m \leq k-1$) に基づく時刻 k の出力 $y(k)$ の 1 段先予測値 $\hat{y}(k|\theta)$ は, 式(3.8)で表される.

$$\hat{y}(k|\theta) = [1 - H^{-1}(q, \theta)]y(k) + H^{-1}(q, \theta)G(q, \theta)u(k) \quad (3.8)$$

ただし, θ : モデルを記述するパラメータで構成されるベクトル

3.3 ノンパラメトリックモデル

式(3.4)の両辺に $u(k-\tau)$ を乗じ, 平均値をとる. データ数が十分に長い場合, 以下の式 (ウィナー・ホッフ方程式) が得られる. ただし, 入力 $u(k)$ と雑音項 $v(k)$ は無相関とする.

$$\phi_{yu}(\tau) = \sum_{i=1}^{\infty} g(i)\phi_{uu}(\tau-i) \quad (3.9)$$

ただし, ϕ_{uu} : 入力 $u(k)$ の自己相関関数

ϕ_{uy} : 入力 $u(k)$ と出力 $y(k)$ の相互相関関数

式(3.9)の両辺を離散フーリエ変換すると式(3.10)となる.

$$S_{uy}(\omega) = G(e^{j\omega})S_{uu}(\omega) \quad (3.10)$$

ただし, $S_{uu}(\omega)$: 入力 $u(k)$ のパワースペクトル密度

$S_{uy}(\omega)$: 入力 $u(k)$ と出力 $y(k)$ のクロススペクトル密度

$$G(e^{j\omega}) : \text{周波数応答関数. } G(e^{j\omega}) = \sum_{\tau=0}^{\infty} g(\tau)e^{-j\omega\tau} \quad (3.11)$$

式(3.10)より, 周波数応答関数の推定値は次のようになる.

$$\hat{G}(e^{j\omega}) = \frac{\hat{S}_{uy}(\omega)}{\hat{S}_{uu}(\omega)} \quad (3.12)$$

スペクトル解析によって得られるインパルス応答は, 式(3.9), (3.11)のように, 理論上無限個となる. このようなモデルを「ノンパラメトリックモデル」と呼ぶ.

スペクトル密度の推定方法は, 相関関数のフーリエ変換によるほか, 様々な方法を用いることができる. ただし式(3.9)の前提に書いたように, データ数が十分に大きくないと精度の良いスペクトル密度の推定ができない. また, スペクトル密度の推定にあたってウィンドウ関数を用いることが多いが, ウィンドウ関数の種類や窓の幅によって推定精度が変化するので注意が必要である.

スペクトル解析で1段先予測値を計算する場合は、式(3.11)を逆フーリエ変換してインパルス応答 $g(\tau)$ を求め、式(3.9)に代入する。

3. 4 パラメトリックモデル

3. 4. 1 伝達関数表現とその同定法

(1) 伝達関数表現

1) ARX モデル

式(3.1)を拡張し、入力と出力の関係が式(3.13)の差分方程式で表されるモデルを多項式モデルと呼ぶ。

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \cdots + a_{n_a} y(k-n_a) \\ = b_1 u(k-1) + \cdots + b_{n_b} u(k-n_b) + e(k) \end{aligned} \quad (3.13)$$

このとき、式(3.8)で定義したパラメータベクトルは次のようになる。

$$\theta = (a_1, a_2, \dots, a_{n_a}, b_1, b_2, \dots, b_{n_b})^T \quad (3.14)$$

また、データ列ベクトルを次のように定義する。

$$\varphi(k) = (-y(k-1), -y(k-2), \dots, -y(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b))^T \quad (3.15)$$

このとき、式(3.13)は以下のように表さる。

$$y(k) = \theta^T \varphi(k) + e(k) \quad (3.16)$$

ここで、雑音項 $e(k)$ が入力信号と独立な白色雑音 $w(k)$ とする。式(3.4)で導入した遅れ要素 q^{-1} を用いて式(3.16)を変形すると、次のようになる。

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + w(k) \quad (3.17)$$

$$\text{ただし、 } A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \cdots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \cdots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

式(3.17)で表されるモデルを ARX (Auto-regressive exogenous) モデルと呼ぶ。このときシステムの伝達関数、雑音モデルは次のようになる。

$$\text{伝達関数} \quad G(q) = \frac{B(q)}{A(q)} \quad (3.18.1)$$

$$\text{雑音モデル} \quad H(q) = \frac{1}{A(q)} \quad (3.18.2)$$

これを式(3.8)に代入すると、1段先予測値は次のように表される。

$$\hat{y}(k|\theta) = B(q)u(k) + [1 - A(q)]y(k) = \theta^T \varphi(k) \quad (3.19)$$

式(3.19)より、ARX モデルでは1段先予測誤差がパラメータベクトル θ に対して線形とな

っている．このため，ARX モデルを線形回帰モデルと呼ぶこともある．また入出力の関係を，伝達関数を介した線形な式で表現することを「伝達関数表現」という．

式(3.17)と式(3.4)を比較するとわかるように，ARX モデルではパラメータの個数が有限個となる．このようなモデルを「パラメトリックモデル」と呼ぶ．

ARX モデルのブロック図を図 3-2 に示す．

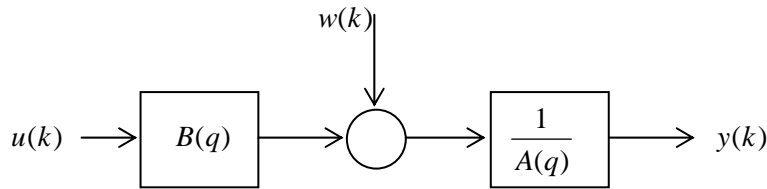


図 3-2 ARX モデルのブロック図

2) 一般的な伝達関数表現

ARX モデルは伝達関数表現の特殊な場合である．一般的な入出力の伝達関数表現は式(3.20)で表される．

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}w(k) \quad (3.20)$$

式(3.20)のブロック図は図 3-3 のようになる．

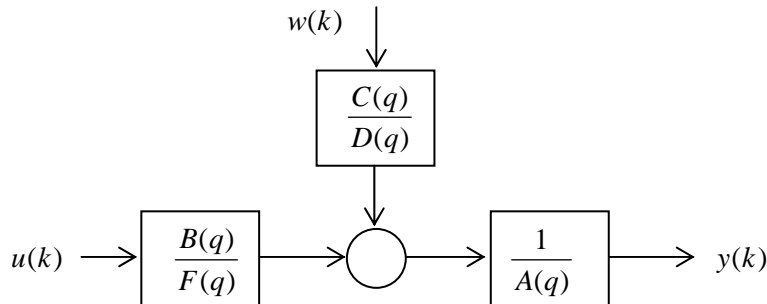


図 3-3 一般的な伝達関数表現のブロック図

また，多入力モデル 1 出力モデルの場合，伝達関数表現は式(3.21)で表される．

$$A(q)y(k) = \frac{B_1(q)}{F_1(q)}u_1(k) + \frac{B_2(q)}{F_2(q)}u_2(k) + \dots + \frac{B_{n_u}(q)}{F_{n_u}(q)}u_{n_u}(k) + \frac{C(q)}{D(q)}w(k) \quad (3.21)$$

しかし，多入力モデルの場合は，次に述べる状態空間表現による，より一般的な表現の方が扱い易いことが多い．本論文でも 4 章以下で複数の項目の軌道変位を入力信号とする場合は，状態空間表現を用いることを原則とする．

3) FIR モデル

伝達関数表現で $A(q)=0$ とおいた式をシステムの特性方程式と呼び，特性方程式を q^{-1} について解いて得られる解を伝達関数の極という．極が単位円の外側にあるとき，システムは不安定という．具体的には時間（区間）とともに出力が大きくなり，発散する．鉄道車両は，

蛇行動のような特殊な現象を除いて安定なシステムであるので、正しくシステム同定がなされていれば極は全て単位円の内側にあるはずであるが、入力データが白色性をもたず、特定の周波数のみを多く含む場合（あるいは特定の周波数のみを含まない場合）は、同定されたパラメータから定まる極が単位円の外にくる場合がある。このような現象を避けるため、伝達関数表現で特に $A(q)=1$ のモデルを用いることがある。このモデルを FIR モデルと呼ぶ。FIR モデルでは 1 段先予測式は式(3.22)のように、式(3.1)の FIR 形デジタルフィルタのコンボリューションと同じ形となる。

$$\hat{y}(k|\theta) = B(q)u(k) = \sum_{i=0}^{n_b-1} b_i u(k-i) \quad (3.22)$$

(2) 伝達関数表現におけるパラメータの同定

1) 最尤推定法

伝達関数表現では、システム同定はパラメータベクトル θ の推定と等価である。ここで、真のパラメータベクトル θ はわからないので、観測された入出力データベクトル ϕ から統計的に推定する。この場合、推定された $\hat{\theta}$ が持つべき性質として、以下のことが挙げられる。

① 推定されたパラメータは不偏推定値であること。すなわち、

$$E(\hat{\theta}) - \theta = 0 \quad (3.23)$$

② ばらつきが小さいこと。すなわち推定誤差の共分散を最小とするものであること。

$$\min E \left\{ \left[\theta - \hat{\theta} \right] \left[\theta - \hat{\theta} \right]^T \right\} \quad (3.24)$$

ここで、 θ が与えられたときの、出力データ $y(1), y(2), \dots, y(N)$ が観測される条件付き確率を考える。各出力の推定誤差を独立とすると、同時確率は各々の積となる。

$$L = \prod_{k=1}^N p(y(k)|\theta) \quad (3.25)$$

この L を「尤度 (likelihood)」と呼ぶ。パラメータ θ の推定値として、尤度を最大とする θ を考えることは自然である。また、尤度を最大にする θ は、上の条件①、②を満たすことがわかっている（証明は省略する）。式(3.24)を最大とする θ を求めることを最尤推定法 (Maximum likelihood method)、得られた θ を最尤推定値という。

一般には計算の都合上、 L そのものではなく L の自然対数を用いることが多い（これを対数尤度と呼ぶ）。すなわち、

$$LL = \log \prod_{k=1}^N p(y(k)|\theta) = \sum_{k=1}^N \log p(y(k)|\theta) \quad (3.26)$$

以下、パラメータの推定問題を式(3.26)の最大化問題におきかえる。

予測誤差が平均値 0、標準偏差 σ の正規分布に従うとすると、 $y(k)$ の条件付き確率密度は（ある θ が与えられた場合の予測値の期待値が $\hat{y}(k)$ となるので）式(3.27)のようになる。

$$p(y(k)|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (y(k) - \hat{y}(k))^2 \right\} \quad (3.27)$$

式(3.25)を式(3.24)に代入すると

$$LL = -\frac{N}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^N \{y(k) - \hat{y}(k)\}^2 \quad (3.28)$$

式(3.28)を最大とする θ が最尤推定値である。また、上の条件②から LL が最小であるとき、予測誤差の標準偏差 σ も最小となる。よって、式(3.28)を σ^2 で偏微分して 0 とおくと、式(3.28)を最大とするときの予測誤差の標準偏差 σ_{ML} が得られる。

$$\sigma_{ML}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \{y(k) - \hat{y}(k)\}^2 \quad (3.29)$$

すなわち、予測誤差の分散の最尤推定値は予測誤差の二乗和平均と一致する。式(3.29)を式(3.28)に代入すると、

$$LL(\theta, \sigma_{ML}^2) = -\frac{N}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{y(k) - \hat{y}(k)\}^2 - \frac{N}{2} \quad (3.30)$$

対数関数は単調増加関数であるので、対数尤度の最大化問題は、式(3.30)の第 1 項の () 内の最小化問題と一致する。これは、予測誤差の二乗和の最小化問題と等価であるので、総称して予測誤差法 (Prediction error Method : PEM 法) と呼ぶ。これまでの議論のように、予測誤差が平均値 0 の正規分布に従うとき、PEM 法と最尤推定法は一致する。

2) ARX モデルの同定

今、 k 個の出力データが測定されているものとする。このとき ARX モデル (すなわち式(3.17)で $C(q) = D(q) = F(q) = 1$) の $n = n_a + n_b$ 個のパラメータの推定を考える。

ARX モデルの場合、1 段先予測値は式(3.19)で与えられる。すなわち、予測誤差の二乗平均は以下のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \{y(k) - \theta^T \varphi(k)\}^2 \\ &= c(N) - 2\theta^T f(N) + \theta^T R(N)\theta \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\text{ただし、} R(N) = \sum_{k=1}^N \varphi(k)^T \varphi(k) \quad (3.32.1)$$

$$f(N) = \sum_{k=1}^N y(k) \varphi(k) \quad (3.32.2)$$

$$c(N) = \sum_{k=1}^N y^2(k) \quad (3.32.3)$$

前項で述べたように、最尤推定値において推定誤差の分散は最小となる。式(3.29)は行列 $R(N)$ が正定値行列であれば、唯一の最小値を持つ。よって、式(3.29)をベクトル θ の各要素で偏微分し 0 とおくと、次の連立一次方程式が得られる。

$$R(N)\theta(N) = f(N) \quad (3.33)$$

この解がパラメータ θ の推定値となる。ARX モデルの場合、1 段先予測値が式(3.19)のように線形の式で表されるので、予測誤差法の解は式(3.31)のように連立一次方程式の解となる。これを最小二乗法と呼ぶ。ARX モデルはパラメータ同定を最小二乗法で行えるので、非常に扱い易いモデルである。これ以外の場合は、PEM 法が非線形最適化問題となるので、なんらかの数値探索法によって最適解を算出しなければならない。

なお、式(3.33)は、モデルの次数 n が与えられた場合のパラメータの推定方法である。モデルの次数の決定方法については後述する。

3) 補助変数法

図 3-2 の ARX モデルで、雑音項は白色雑音としたが、一般にこの仮定が成立するとは限らない。しかし雑音項が有色の場合、バイアスの無い雑音モデル $H(q)$ が推定できないので、そのままの形では最小二乗法によってパラメータ推定ができない。これは、雑音が有色とは、雑音に周期性があることと等価であるので、推定されたシステムの周波数特性にバイアスが生じるためである。

これまで述べたように、パラメータの推定にあたり、最尤推定法は観測データの同時発生確率を最大にする方法、予測誤差法は予測誤差の二乗和を最小とする方法である。一方、予測誤差を過去のデータ $y(k)$ ($1 \leq k \leq N-1$) と無相関 (= 白色化) にする方法を総称して相関法と呼ぶ。これは、予測誤差が有色とは予測誤差にシステムに関するなんらかの周波数特性に関する情報が含まれていることと等価なので、この情報をシステムのパラメータに含んだ方が、より良いモデルとなる、という考え方である。

式(3.16)を次のように書き下す。

$$\begin{pmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \dots \\ y(N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y(0) & y(-1) & \dots & y(-n_a + 1) & u(0) & u(-1) & \dots & u(-n_b + 1) \\ y(1) & y(0) & \dots & y(-n_a + 2) & u(1) & u(0) & \dots & u(-n_b + 2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(N-1) & y(N-2) & \dots & y(N-n_a + 1) & u(N-1) & u(N-2) & \dots & u(N-n_b + 1) \end{pmatrix} \theta + \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \dots \\ r_N \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

これを、行列表現に改める。

$$y = Z\theta + r \quad (3.35)$$

y は N 行の列ベクトル、 Z は N 行 n 列の行列、 r は N 行の列ベクトルで雑音項に相当する。 r が白色雑音であれば式(3.33)と等価な以下の式でパラメータ θ が得られる。すなわち、

$$\theta = (Z^T Z)^{-1} Z^T y \quad (3.36)$$

しかしここで考えている r は白色雑音ではない。すなわち r と y は独立ではない。ここで、

$$\Phi \Phi^T = I \quad (3.37)$$

となる正則行列 Φ を考える。式(3.37)を式(3.36)に代入すると、

$$\hat{\theta} = (Z^T \Phi \Phi^T Z)^{-1} Z^T \Phi \Phi^T y \quad (3.38)$$

$(\Phi^T Z)^{-1}$ が正則行列である場合、式(3.38)は以下のように簡単になる。

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= (\Phi^T Z)^{-1} (Z^T \Phi)^{-1} Z^T \Phi \Phi^T y \\ &= (\Phi^T Z)^{-1} \Phi^T y \end{aligned} \quad (3.39)$$

式(3.39)に(3.35)を代入すると,

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= (\Phi^T Z)^{-1} \Phi^T (Z\theta + r) \\ &= \theta + (\Phi^T Z)^{-1} \Phi^T r\end{aligned}\quad (3.40)$$

式(3.40)の両辺の確率極限を考える.

$$p \lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\theta} = \theta + p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} (\Phi^T Z)^{-1} p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \Phi^T r \quad (3.41) \quad : \text{Slutsky の公式}$$

よって, $\hat{\theta}$ が θ に収束するためには,

$$\begin{aligned}\textcircled{1} \quad & p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} (\Phi^T Z)^{-1} \quad \text{が正則行列で, かつ} \\ \textcircled{2} \quad & p \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \Phi^T r \quad \text{が0に収束すればよい.}\end{aligned}$$

このとき, パラメータの推定値 $\hat{\theta}$ は次のようになる.

$$\hat{\theta} = (\Phi^T Z)^{-1} \Phi^T y \quad (3.42)$$

Φ を補助変数 (Instrumental Variable), 式(3.42)によるパラメータの推定法を補助変数法と呼ぶ. 補助変数 Φ は上記の①, ②を満たせば良いので, いくつかの選択方法が提案されている.

3. 4. 2 状態空間表現とその同定法

(1) 状態空間表現

離散化された入出力信号の表現法としてよく用いられるのが, 前項で述べた伝達関数表現である. 伝達関数表現の例である ARX モデルでは, 入力信号 $u(k)$ と出力信号 $y(k)$ の関係は, 式(3.13)で表される.

$$\begin{aligned}y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \cdots + a_{n_a} y(k-n_a) \\ = b_1 u(k-1) + \cdots + b_{n_b} u(k-n_b) + e(k)\end{aligned}\quad (3.13)$$

このとき, システムの伝達関数 $G(q)$ は, 式(3.43)で表される.

$$G(q) = \frac{b_1 q^{-1} + \cdots + b_{n_b} q^{-n_b}}{1 + a_1 q^{-1} + \cdots + a_{n_a} q^{-n_a}} \quad (3.43)$$

$$\text{ただし, } q^{-n} u(k) = u(k-n)$$

ここで伝達関数表現に対し, 状態変数 $x(k)$ を介した式(3.44)の状態空間表現を考える.

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) + v(k)\end{aligned}\quad (3.44)$$

状態変数は, 内部状態を表す最小個の変数と定義される. $w(k), v(k)$ は雑音項である.

状態変数を用いた場合の, 入出力関係のブロック図を図 3-4 に示す.

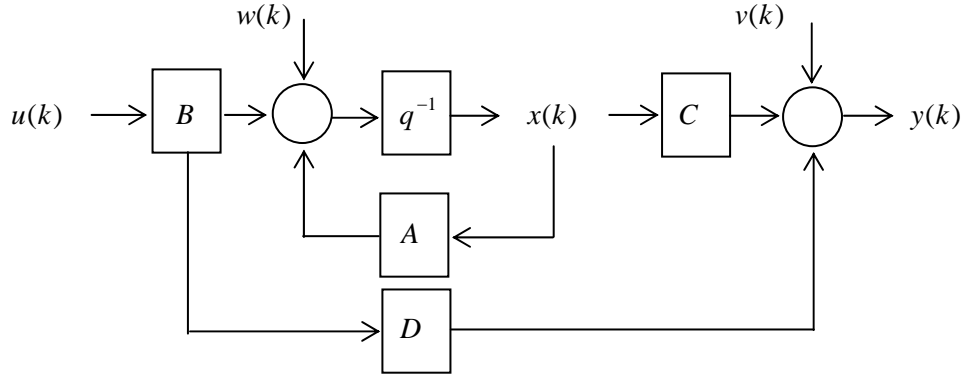


図 3-4 状態空間表現のブロック図

例として式(3.13)の ARX モデルを状態空間表現に変換する.

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \cdots + a_{n_a} y(k-n_a) \\ = b_1 u(k-1) + \cdots + b_{n_b} u(k-n_b) + e(k) \end{aligned} \quad (3.13)$$

ここで, 状態変数を以下のように定義する.

$$x(k) = [y(k-1), y(k-2), \cdots, y(k-n_a)]^T \quad (3.45)$$

ここで, 行列 A, B, C, D を次のように定義すれば, 式(3.13)と式(3.44)が等しくなる.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & -a_{n_a} \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & -a_3 \\ \vdots & & \ddots & -a_2 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n_b} \end{bmatrix}, \quad C = [0, 0, \cdots, 0, 1], \quad D = [0] \quad (3.46)$$

式(3.46)のような行列表現を可観測標準形という. ただし状態変数, 行列 A, B, C, D の選択方法は, 同一のモデルに対しても, 式(3.45), (3.46)の一通りに定まるわけではない (詳細は次項で述べる).

式(3.44)のような状態空間表現を用いる理由は, これが MIMO システムを含めた線形システムを表現できる最も一般的かつ簡潔な表現であることと, 特にシステムの制御の場において有効なことである. 入力信号が m 種類, 出力信号が p 種類の MIMO システムの状態空間表現では, A は $n \times n$ の正方行列, B は $n \times m$ 行列, C は $p \times n$ 行列, D は $m \times p$ 行列となる.

状態空間表現 (式(3.44)) が与えられたとき, システムの伝達関数 $G(q)$ は, 式(3.3)の両辺をラプラス変換して求められる.

$$G(q) = C^T (qI - A)^{-1} B + D \quad (3.47)$$

また, システムを式(3.4)のようなインパルス応答を用いたたたみ込み和で表現することを考える.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)u(n-k) \quad (3.48)$$

$k=0,1,2,3\cdots$ を式(3.44), 式(3.48)に代入していくと, 次の関係が得られる.

$$\begin{aligned} y(n) &= Cx(n) + Du(n) \\ &= C\{Ax(n-1) + Bu(n-1)\} + Du(n) \\ &= C[A\{Ax(n-2) + Bu(n-2)\} + Bu(n-1)] + Du(n) \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} CA^{k-1}Bu(n-k) + Du(n) \end{aligned} \quad (3.49)$$

式(3.48), (3.49)から, 状態空間表現とインパルス応答との関係は以下のようになる.

$$\begin{aligned} g(k) &= D & (k=0) \\ g(k) &= CA^{k-1}B & (k>1) \end{aligned} \quad (3.50)$$

誤差項 $w(k), v(k)$ を考えなくてもよい確定システムの問題では, 式(3.50)を用いれば, 状態変数を介さなくても入出力データ $u(k), y(k)$ からパラメータ行列 A, B, C, D が推定できる. 確率システムの同定方法についても近年様々な方法が研究されている.

(2) 状態空間表現におけるパラメータの同定方法

1) 実現問題と同定問題

再び, 式(3.44)の状態空間表現について考える.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) + v(k) \end{aligned} \quad (3.44)$$

このシステムの伝達関数は,

$$G(q) = C^T (qI - A)^{-1} B + D \quad (3.47)$$

インパルス応答関数は,

$$\begin{aligned} g(k) &= D & (k=0) \\ g(k) &= CA^{k-1}B & (k>1) \end{aligned} \quad (3.50)$$

となる. ただし, インパルス応答や伝達関数が与えられても, パラメータ行列 A, B, C, D は一意には定まらない. インパルス応答や伝達関数からシステムの次元 n およびパラメータ行列 A, B, C, D を求める問題を「実現問題」, 入出力データ $u(k), y(k)$ からパラメータ行列 A, B, C, D を求める問題を「同定問題」と呼ぶ.

2) 実現問題の解

システムのインパルス応答 $g(k)$ は既知とする. ここで, インパルス応答を要素として持つハンケル行列 H を考える.

$$H = \begin{bmatrix} g(1) & g(2) & g(3) & \cdots & g(l) \\ g(2) & g(3) & g(4) & \cdots & g(l+1) \\ g(3) & g(4) & g(5) & \cdots & g(l+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g(k) & g(k+1) & g(k+2) & \cdots & g(k+l-1) \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

式(3.50)から,

$$H = \begin{bmatrix} CB & CAB & CA^2B & \cdots & CA^lB \\ CAB & CA^2B & CA^3B & \cdots & CA^{l+1}B \\ CA^2B & CA^3B & CA^4B & \cdots & CA^{l+2}B \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{k-1}B & CA^kB & CA^{k+1} & \cdots & CA^{k+l-1}B \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

ここで, ハンケル行列 H は, 可観測行列 $\Gamma_{l:k}$, 可制御行列 $\Omega_{l:l}$ の積に分解できることがわかっている.

$$H = \Gamma_{l:k} \Omega_{l:l} \quad (3.53)$$

$$\text{ただし, } \Gamma_{l:k} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{k-1} \end{bmatrix}, \quad \Omega_{l:l} = \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{l-1}B \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

可観測行列 $\Gamma_{l:k}$ には, 推移不変 (shift invariance) と呼ばれる次の性質がある.

$$\Gamma_{2:k+1} = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^k \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{k-1} \end{bmatrix} = A \Gamma_{l:k} \quad (3.55)$$

次に, ブロックハンケル行列 H の特異値分解 (singular value decomposition) を考える.

$$H = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \approx U_1 \Sigma_1 V_2 \quad (3.56)$$

ただし Σ_1 は, H の特異値を対角に大きい順に n 個並べたもの (対角成分以外は 0)

Σ_2 は, H の特異値のうち大きさがほぼ 0 のものを並べたもの (対角成分以外は 0)

U_1 は, $n \times n$ の列正規直交行列 ($U^T U = I, U U^T \neq I$)

V_1 は, $n \times n$ の正規直交行列 ($V^T V = I, V V^T = I$)

ブロックハンケル行列の特異値分解と式(3.50)から, 可制御行列と可観測行列を次のように

おく．

$$\Gamma_{1:k} = U_1 \Sigma_1^{\frac{1}{2}} T, \quad \Omega_{1:l} = T^{-1} \Sigma_1^{\frac{1}{2}} V_1^T \quad (3.57)$$

ただし， T は 0 でない正則行列
式(3.54)，(3.55)，(3.57)から，行列 A, B, C が次のように求められる．

$$A = \Gamma_{1:k}^+ \Gamma_{2:k+1} \quad (3.58)$$

ただし， $()^+$ は疑似逆行列．

$$B = \Omega_{1:l}(1:n, 1:m) \quad (3.59)$$

$$C = \Gamma_{1:k}(1:p, 1:n) \quad (3.60)$$

ただし，記号 $A(i:j, k:l)$ は行列 A の $i \sim j$ 行， $k \sim l$ 列を取り出したもの．

m は入力信号数， p は出力信号数

3) 同定問題の解

システム同定では，インパルス応答はわかっておらず，入出力データから直接 A, B, C, D を推定する必要がある．ここでは，(3)項で述べた実現問題を応用して，同定問題の解法を導く．

有限長の入出力データ $u(i), y(i), i=0, \dots, N+2k-1$ が与えられたとき，次のブロックハンケル行列を定義する．

$$U_{0|k-1} = \begin{bmatrix} u(0) & u(1) & \cdots & u(N-1) \\ u(1) & u(2) & \cdots & u(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u(k-1) & u(k) & \cdots & u(N+k-2) \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

$$Y_{0|k-1} = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \cdots & y(N-1) \\ y(1) & y(2) & \cdots & y(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(k-1) & y(k) & \cdots & y(N+k-2) \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

ここで， k を現在時刻と考えて，ブロックハンケル行列を過去の部分（添字 p ）と未来の部分 f に分割する．

$$U_{0|2k-1} = \begin{bmatrix} U_{0|k-1} \\ U_{k|2k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_p \\ U_f \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

$$Y_{0|2k-1} = \begin{bmatrix} Y_{0|k-1} \\ Y_{k|2k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_p \\ Y_f \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

また，状態ベクトルを並べた $n \times N$ 行列

$$X_i = [x(1) \ x(2) \ \cdots \ x(i+N-1)] \quad (3.65)$$

および，インパルス応答から作られるブロックテプリッツ行列

$$\Phi = \begin{bmatrix} g(0) & & & \\ g(1) & g(0) & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ g(k-1) & \cdots & g(1) & g(0) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

を定義する．式(3.42)の状態空間表現の定義から，

$$Y_p = \Gamma_k X_p + \Phi U_p \quad (3.67)$$

$$Y_f = \Gamma_k X_f + \Phi U_f \quad (3.68)$$

以上の準備のもとで，パラメータ行列 A, B, C, D を求めるアルゴリズムを示す．
入出力データの LQ 分解を考える（入出力データ行列の添字は省略する）．

$$\begin{bmatrix} U \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

これは， $\begin{bmatrix} U^T & Y^T \end{bmatrix}$ の QR 分解から求める．ただし，

L_{11} は $km \times km$ ， L_{22} は $kp \times kp$ の下三角行列， L_{21} は $kp \times km$ ，

Q_1, Q_2 は直交行列（ $Q_1^T Q_1 = I$ ， $Q_2^T Q_2 = I$ ， $Q_1^T Q_2 = O$ ）である．

式(3.69)から，次式を得る．

$$U = L_{11} Q_1^T \quad (3.70)$$

$$Y = L_{21} Q_1^T + L_{22} Q_2^T \quad (3.71)$$

式(3.67)，(3.68)，(3.70)，(3.71)から次式を得る．

$$Y = \Gamma X + \Phi L_{11} Q_1^T = L_{21} Q_1^T + L_{22} Q_2^T \quad (3.72)$$

さらに右側から Q_2 を乗じると，行列 Q_1, Q_2 の性質から次式を得る．

$$Y Q_2 = \Gamma X Q_2 + \Phi L_{11} Q_1^T Q_2 = \Gamma X Q_2 = L_{21} Q_1^T Q_2 + L_{22} Q_2^T Q_2 = L_{22} \quad (3.73)$$

ここで， L_{22} の特異値分解を考えると，式(3.73)から

$$L_{22} = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \approx U_1 \Sigma_1 V_1^T = \Gamma X Q_2 \quad (3.74)$$

式(3.42)と式(3.57)から，拡大可観測行列として

$$\Gamma = U_1 \Sigma_1^{\frac{1}{2}} \quad (3.75)$$

ここから直ちに行列 C が求められる．

$$C = \Gamma(1:p, 1:n) \quad (3.76)$$

式(3.54), 式(3.76)から, 以下の線形連立方程式の解として A が定まる.

$$\Gamma(1:p(k-1), 1:n)A = \Gamma(p+1:kp, 1:n) \quad (3.77)$$

また, 入力信号が互いに独立であることと, 式(3.73), (3.75)から,

$$U_2^T L_{22} = U_2^T \Gamma X Q_2 = U_2^T U_1 \Sigma_1^{\frac{1}{2}} = O \quad (3.78)$$

式(3.72)に左から U_2^T を乗じる.

$$U_2^T \Gamma X + U_2^T \Phi L_{11} Q_1^T = U_2^T L_{21} Q_1^T + U_2^T L_{22} Q_2^T \quad (3.79)$$

式(3.74)から,

$$\Gamma X = L_{22} Q_2^T \quad (3.80)$$

式 (3.78), (3.79), (3.80)から

$$U_2^T L_{21} Q_1^T = U_2^T \Phi L_{11} Q_1^T \quad (3.81)$$

式(3.80)に右から Q_1 を乗じると, 式(3.50), (3.56)から,

$$U_2^T L_{21} = U_2^T \Phi L_{11} = U_2^T \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ CB & D & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA_{k-2}B & CA_{k-3}B & \cdots & D \end{bmatrix} L_{11} \quad (3.82)$$

式(3.82)は B, D に対し線形であるので, 最小二乗法によってその推定値が求まる. このアルゴリズムを部分空間法という.

特異値分解 (SVD) に基づく部分空間法と, 最小二乗法 (LS 法) や予測誤差法 (PEM 法) に代表される古典的同定法との比較を図 3-5 に示す.

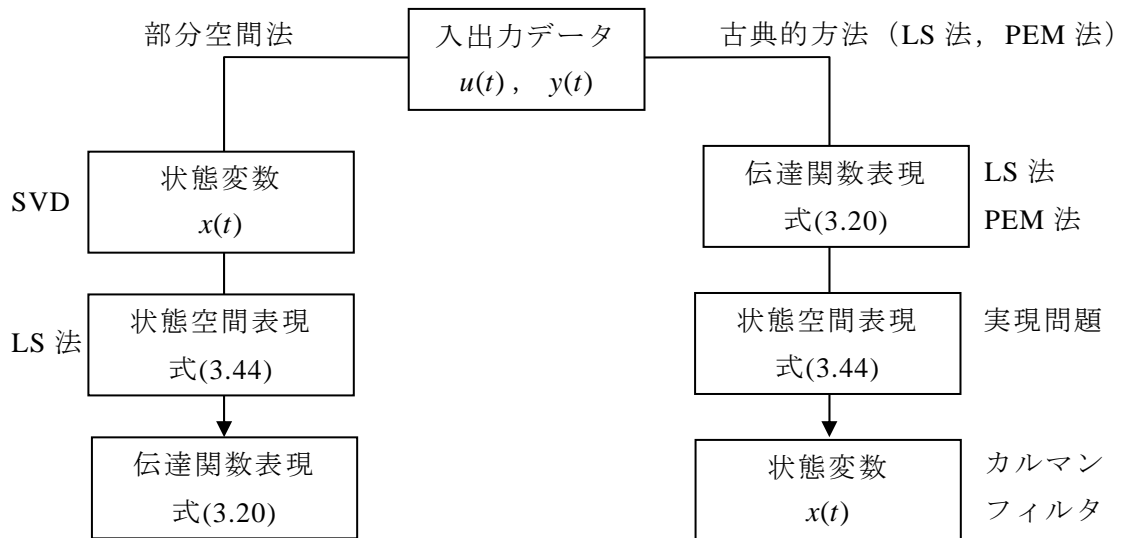


図 3-5 システム同定の 2 つのアプローチ

3. 5 次数の決定方法

3. 4 節で述べた伝達関数表現，状態空間表現のパラメータ同定法は，モデルの次数 n が既知の場合の，多項式の係数やパラメータベクトルの推定方法である．よってこれらのパラメータ同定法を用いるためには，次数をあらかじめ決めておく必要がある．本節では次数の決定方法について検討する．

3. 5. 1 モデル次数の上限

モデル次数が大きければ大きいほど，システムのより細部の複雑な部分まで表現できるように思える．しかし入出力信号それぞれが統計的な変動を持つものであり，これらの変動を取り除き，統計的に十分な精度を持って多数のパラメータを決定するには非常に長いデータが必要になる．軌道変位による鉄道車両の動揺を考える場合，車両の各種モードの固有振動数は概ね $0.5\text{Hz} \sim 8\text{Hz}$ の間にあるので，この周波数領域において精度の良いパラメータ同定ができれば工学的には十分であり，むしろ同定に必要なデータ長を減らすためには，同じ予測精度であれば次数の少ない方が良いモデルといえる．

また，一般にシステム同定のために実験をする場合，システムの全ての周波数領域での振幅，位相特性を同定するために，入力信号として全ての周波数を含む（擬似）白色雑音を用いることが多い．しかし鉄道車両のシステム同定の場合，入力信号である軌道変位は白色雑音ではない．よって，軌道変位に含まれない周波数領域については厳密にシステム同定を行うことはできない．

3. 4 節では，特に断らずに最小二乗法を連立方程式によって解く方法を示したが（式(3.33)），この連立方程式が解を持つには次のような条件がある．

n 次系のシステム同定を行うためには，入力信号が n 種類以上の周波数の正弦波を含んでいなければならない．

この条件は必要条件であり，これが満たされるだけでは式(3.33)を解くことはできない．しかし FIR モデルのように，出力の予測にあたって過去の出力の情報を用いないモデルでは上の条件は必要十分条件となる．

上の枠内の条件をもう少し一般化して表現する．入力信号 $u(k)$ に対し，その自己相関関数を成分とする行列 R_n を考える．このとき R_n が正則行列であれば，入力信号は n 次の PE 性（持続的励振：persistently exciting）である，という．

$$R_n = \begin{bmatrix} \phi_{uu}(0) & \phi_{uu}(1) & \cdots & \phi_{uu}(n-1) \\ \phi_{uu}(1) & \phi_{uu}(0) & \cdots & \phi_{uu}(n-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{uu}(n-1) & \phi_{uu}(n-2) & \cdots & \phi_{uu}(0) \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

これは，例えばパラメータを最小二乗法で同定する場合に，式(3.33)で $R(N)$ が正則である条件と数学的に等価である．また R_n が正則であることは，入力信号 $u(t)$ ， $t = 0, 1, \dots$ が n 個の一次独立な部分系列を含んでいることと等価である．

次に，入力信号が $\sin \omega k$ のとき自己相関関数は式(3.84)で表される．

$$\phi_{uu}(l) = \frac{1}{2} \cos \omega l \quad 0 \leq l \quad (3.84)$$

ここから $\det R_2 \neq 0, \det R_3 = 0$ が導かれる（ただし，離散信号で，ナイキスト周波数より低い

周波数域の場合)。すなわち，入力信号が単一の角振動数の正弦波である場合，その PE 次数は 2 である．角周波数が異なる正弦波は互いに 1 次独立であるので，入力信号が，角周波数が異なる n 個の正弦波の和で表される場合，その PE 次数は $2n$ である．このことから，先述した枠内の必要条件は，以下のように言い換えることができる．

n 次系のシステム同定を行うためには，入力信号の PE 次数が $2n$ 以上でなければならない．

軌道変位には，レール長（一般に 25m）に起因する卓越周波数がある．よって在来線の定尺レール区間では， $1/25[1/m]$ ， $1/25=12.5[1/m]$ ， $3/25=8.3[1/m]$ ， $4/25=6.25[1/m]$ の 4 種類の周波数のみでシステム同定を行わなければならない場合がある．この場合，PE 次数は 8 となり，同定できるシステムの次数は高々 4 次となる．

一般に，入力信号が完全に一次従属であることは少ない．この場合， $R(N)$ の固有値が 0 ではないが非常に小さくなり，安定した解が得られなくなる．よって，システム同定にあたっては，入力信号の自己相関やパワースペクトル密度を参考に，次数を適切に選択して安定した解が得られるようにしなければならない．

3. 5. 2 モデルの評価規範 3-3, 3-4, 3-5)

システムを同定する第一の目的は過去に得られた入出力信号から将来を予測することにある．よって，「良いモデル」とは「予測誤差の小さいモデル」とするのが自然である．ここで，入出力データがそれぞれ N 個ある場合の，予測誤差の二乗和を考える．

$$V = \sum_{k=1}^N \varepsilon^2(k, \theta) = \sum_{k=1}^N \{\hat{y}(k, \theta) - y(k)\}^2 \quad (3.85)$$

またこれまで述べてきたように，パラメータ数は少なすぎではシステムを正確に表現できないが，多すぎても統計的な信頼性が落ちる．よって予測誤差の二乗和を小さくしつつ，パラメータ数が少ないモデルが良いモデルである．このようなモデルを与える規準として，以下に述べるものが提案されている．

(1) AIC (Akaike's Information Criterion)

文部省(現文部科学省)統計数理研究所の赤池弘次博士によって提案された情報量規準で，以下の式で定義される．

$$AIC = -\log(\text{最大対数尤度}) + 2 \times \text{パラメータ数} \quad (3.86)$$

AIC が小さいほど最大対数尤度が大きい，あるいはパラメータ数が少ない良いモデルといえる．AIC の導出については様々な文献があるのでここでは省略する．

予測誤差が正規分布に従うとき，AIC は以下のように簡単になる．

$$AIC = \log \left[\left(1 + \frac{n}{N} \right) \right] \times V \quad (3.87)$$

(2) FPE (Final Prediction Error : 最終予測誤差)

これも赤池博士によって提案された情報量規準で，以下の式で定義される ³⁻⁴⁾．

$$FPE = \frac{V}{N} \frac{1 + \frac{n}{2N}}{1 - \frac{n}{2N}} \quad (3.88)$$

これも関連文献が多数ある．AIC はどちらかというと予測値の分布形，FPE は予測値その

ものに着目した規準である． $N \gg n$ であれば，FPE は AIC に一致する．

3. 6 力学モデル

システム同定を行う本研究の目的とは直接関係無いが，得られたモデルの物理的な妥当性の検証のため，運動方程式を解いて得られる力学的な振動モデルとの対比も行った．

力学モデルの概略図を図 3-6 に示す．

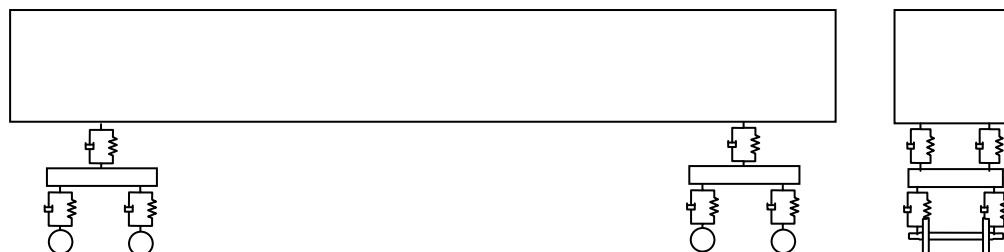


図 3-6 鉄道車両上下振動の力学モデル

質点は 4 輪軸，2 台車，1 車体で，それぞれ 2，3，3 自由度を持つ．また，高低変位は 8 車輪に各々入力することができるが，片側レールあたりについては，軸距および台車間距離に応じて，同一の波形の強制変位が，位相が遅れて入力されるものとする．この条件があるため，本モデルの 17 自由度の運動方程式は簡易な形に書き下すことができる．解法は文献 3-6) によった．

3. 7 時間送りデータと距離送りデータの変換

システム同定とは直接関係は無いが，同定に用いる入出力データの独立変数の変換について述べておく．

軌道管理では，軌道変位などの時系列データの独立変数としてキロ程（≡始点からの距離）が用いられる．これは，軌道保守作業では，保守を行うべき地点の特定が重要となるためである．一方，加速度などの車両動特性は本来独立変数として時間が用いられるべきものである．よって，時間軸上で測定されたデータを距離軸上に変換するため，車輪の回転数に応じて発生するパルス波を用いて，加速度等の距離軸上でのサンプリングが行われる．

列車の速度 v [m/s] が一定の場合，離散データの距離軸上でのサンプリング間隔 x [m] と時間軸上でのサンプリング間隔 t [s] は次のようになる．

$$x = vt \quad (3.89)$$

時不変システムの同定においてはデータの定常性が求められるが，これは，システムの時間軸上での定常性が求められることに他ならない．よって，4 章以下に述べる手法は，全て車両が一定速度での走行を想定していることを断っておく．時変システムの同定に関する研究も行われており，その手法もいくつか提案されているが，軌道保守への適用を目的にシステム同定を用いる場合，列車の加減速時の挙動を予測する必要性は小さいと考え，ここでは検討の対象としない．

3 章の参考文献

- 3-1) 片山徹：システム同定入門，朝倉書店，1994.5.
- 3-2) 足立修一：MATLAB による制御のためのシステム同定，東京電機大学出版局，1996.11
- 3-3) 赤池弘次，中川東一郎：ダイナミックシステムの統計的解析と制御，サイエンス社，1972.4
- 3-4) 尾崎統，北川源四郎，時系列解析の方法，朝倉書店，1998.9
- 3-5) 坂元慶行，石黒真木夫，北川源四郎：情報量統計学，共立出版，1983.1.
- 3-6) C.Esveld：Modern Railway Track, MRT-Productions, 2001

4. 鉄道車両の上下動特性の同定と上下動揺の予測

4. 1 問題の設定

高低変位と上下動揺の関係については、従来から運動方程式による解析的な研究や、FFTを用いたノンパラメトリックモデルによる研究が行われ、その線形依存性が確認されている。本章では、パラメトリックモデルによるシステム同定の方法を用いて、これら既往の検討結果に対するパラメトリックモデルの方法論としての意味合いを考察する。具体的には、高低変位を入力、上下動揺を出力信号として車両の上下動揺動特性を同定し、これを用いて車両の上下動揺予測モデルを構築する⁴⁻¹⁾。

モデル化にあたって、以下のような条件設定を行う。

- ・ 入力信号：復元高低変位の左右レール平均
- ・ 出力信号：車両の前台車直上で測定した上下加速度
- ・ 対象周波数帯域：0.08～0.167[1/m]（波長 6m～125m）
- ・ 車両形式：新幹線試験車両
- ・ 走行速度：300km/h
- ・ サンプルング間隔：1m

同定に用いた高低変位と上下動揺実測波形を図 4-1 に示す。

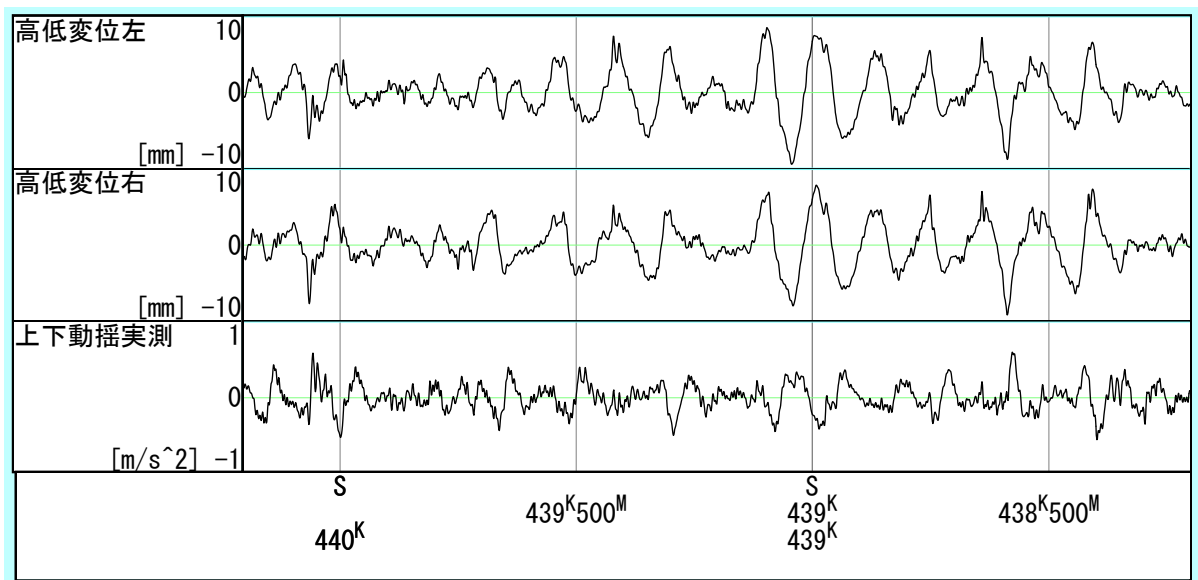


図 4-1 同定に用いた高低変位と上下動揺実測波形

4. 2 伝達関数表現による上下動特性の同定

4. 2. 1 システム同定結果

新幹線試験車両の上下動揺および高低変位を用いて伝達関数表現によるシステム同定を行った。ここでは FFT によって得られるインパルス応答との比較のため、伝達関数表現のうち FIR モデルを用いた。また、パラメータの同定には最小二乗法を用いた。用いたデータ数は 2000 個（サンプルング間隔 1m）である。

車両上下動揺の周波数応答関数を図 4-2 に、同定されたパラメータによる上下動揺予測波

形と実測波形を図 4-3 に示す．なお，図 4-2 には周波数応答関数について，FFT による方法で求めた推定結果と，3.6 節で紹介した 17 自由度の 1 車両力学モデルの結果を比較のために示してある．FFT の際に用いたウィンドウ関数はハニングウィンドウである．

FIR モデルによる同定結果は周波数 $0.09[1/m]$ 付近を除けば力学モデルとほぼ一致し，かつ滑らかな関数を得られている．また予測波形は実測波形とほぼ一致しており，軌道状態の評価指標として十分な精度を有しているといえる．一方 FFT による周波数応答関数の同定結果は，FIR モデルによるものと比べて統計的不安定さを示すばらつきが見られる．

車両動特性のうち，最も低い周波数の共振点（周波数応答関数のピーク）は， $0.02[1/m]$ 付近にある．これは時間周波数で約 1.6Hz に相当し，既往の研究から知られている車体ピッチングの固有振動数にほぼ一致する⁴⁻²⁾．

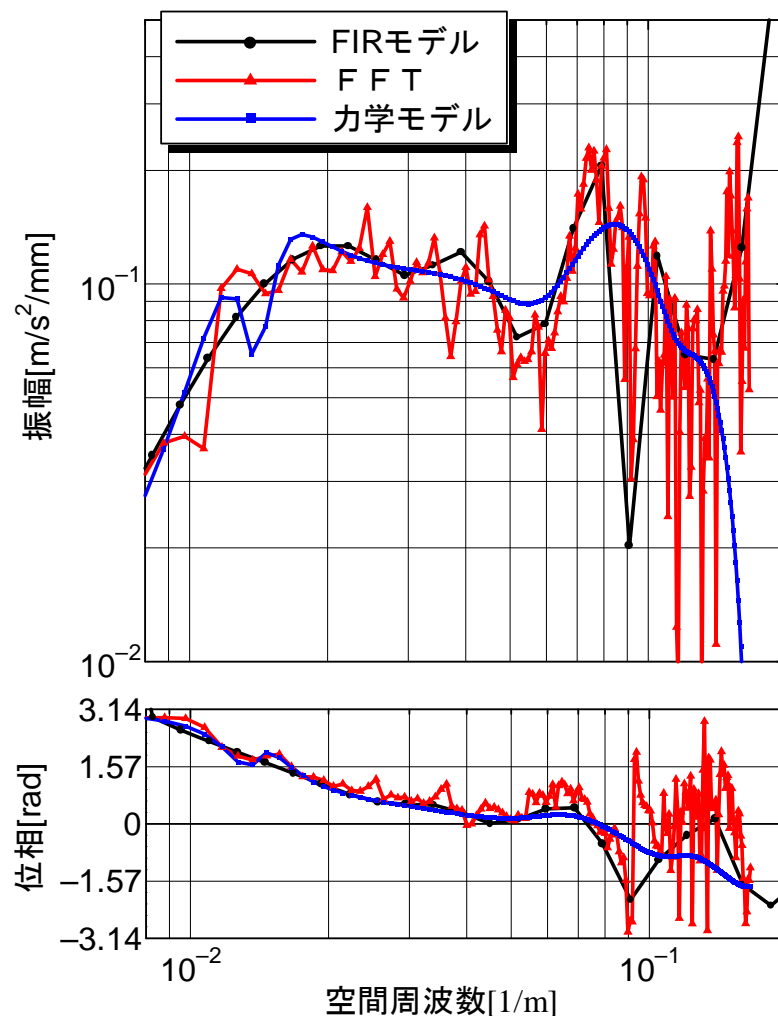


図 4-2 新幹線試験車両の周波数応答関数同定結果

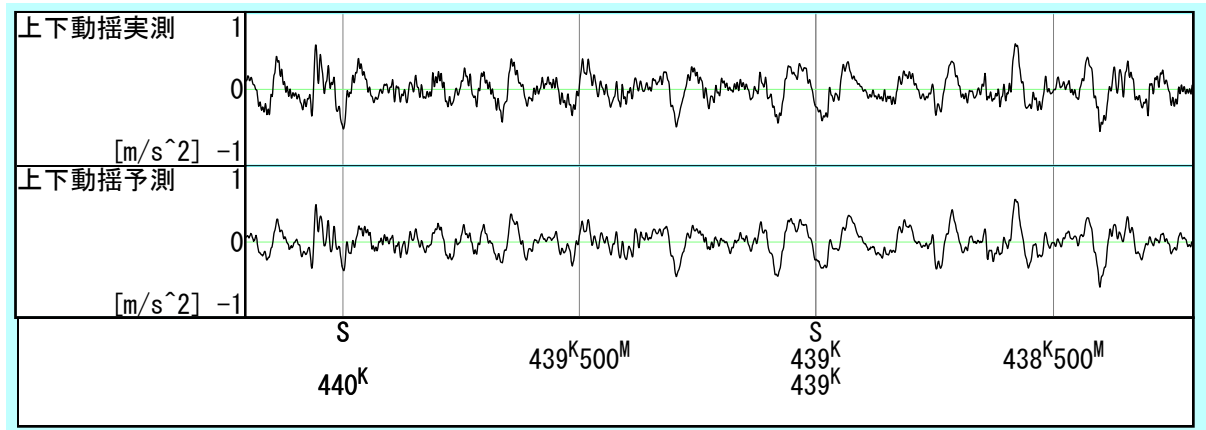


図 4-3 上下動揺予測波形と実測波形

次に，予測波形と実測波形のコヒーレンスを図 4-4 に，予測波形と実測波形の位相差を図 4-5 に示す．周波数 $0.1[1/m]$ 以下では，コヒーレンスは $0.09[1/m]$ 以外ではほぼ 1 に近い．また予測波形と実測波形の位相差も $0.09[1/m]$ 以外では小さい．よって FIR モデルのような線形モデルを用いて，上下動揺を予測することは実用上問題が無いといえる．なお， $0.09[1/m]$ 付近における線形性の低下に関する考察は後述する．

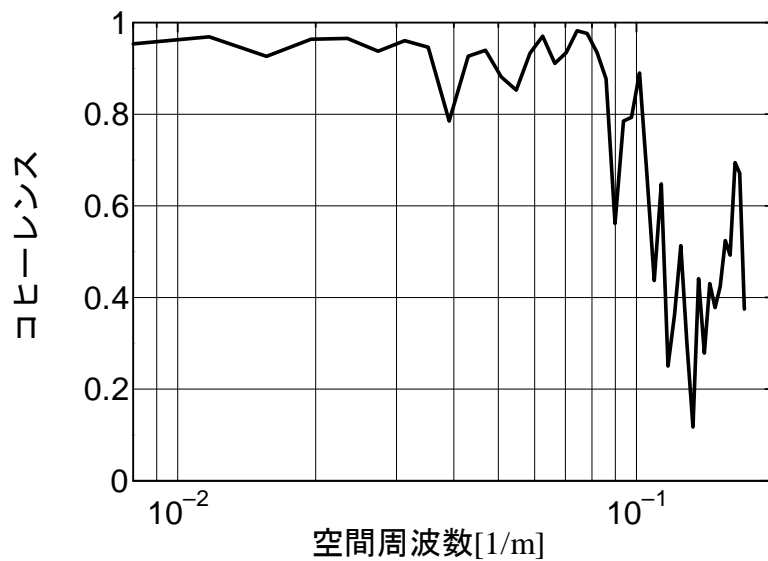


図 4-4 予測波形と実測波形のコヒーレンス

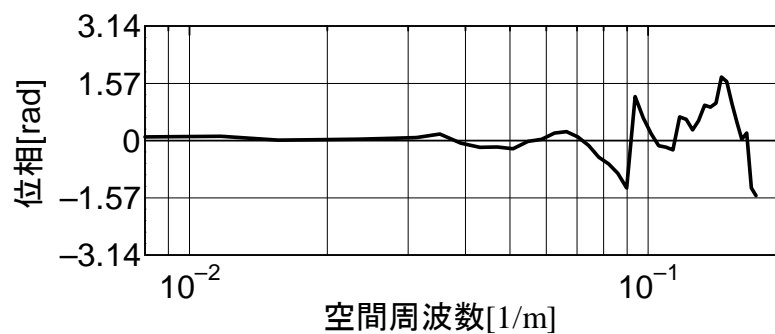


図 4-5 予測波形と実測波形の位相差

FPE と次数の関係を図 4-6 に示す．FPE は 40 次付近までは急激に減少し，この後なだらかに減少する．100 次まで計算した結果では，FPE は明確な極小値を持たなかったが，FPE の減少傾向が変化した点を最適次数とすると，モデルの次数は 47 次であった．このときの，予測誤差の標準偏差の期待値（FPE の平方根）は， $0.06[\text{m/s}^2]$ であった．このように FIR モデルはパラメータの同定および次数の選定を統計的指標に則って行うことができ，FFT による方法と比較してユーザーの判断に依存する部分が少ない．このことから，FIR モデルは，FFT による方法よりも扱いやすい同定法であるといえる．

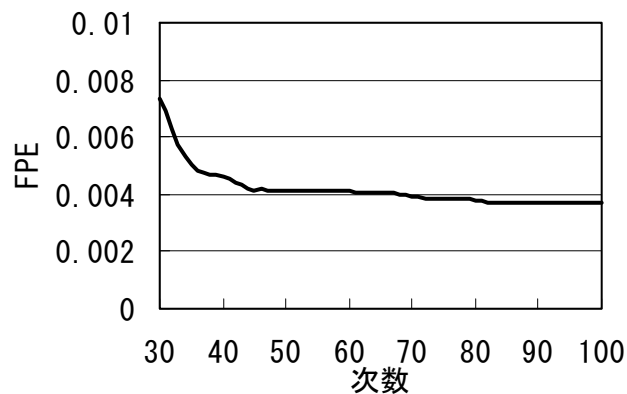


図 4-6 次数と FPE の関係

4. 2. 2 データ長と同定精度

前節の検討から，2000 データによるシステム同定では，47 次のモデルで，FFT による方法よりも実態に即した結果が得られた．ここでは，同定に用いるデータ長等を変化させた場合の，モデル次数と FPE の関係を検討する．パラメータの同定に用いるデータ長（＝データ数）を 500m～200m まで短くしたときの，次数と FPE との関係を図 4-7 に示す．

同図から，FPE はデータ長に関わらずほぼ 0.003～0.004 の間にあり，データ長との相関は見られなかった．またモデルの最適次数は，35～50 の間にあった．3. 5. 1 項で述べたように，モデルの次数は真のシステムが持つ振動モードの種類の 2 倍程度となる．これは，1 つのモードで振幅と位相の 2 つのパラメータを持つためである．上記の結果は，車両の上下系については，輪軸，軸箱，台車，車体等が結合された振動系について 20 種類程度の振動モードが存在すると解釈できる．

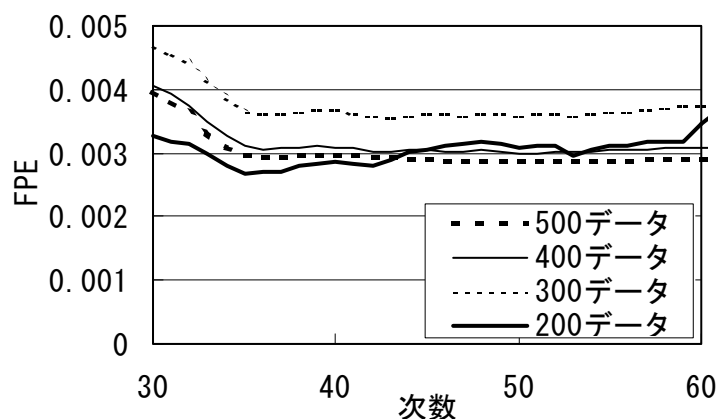


図 4-7 データ長を短くしたときの次数と FPE の関係

200 個のデータで同定をした際の、予測誤差の標準偏差の期待値は $0.05[\text{m/s}^2]$ であり 2000 データで同定したときよりも、わずかに小さくなった。このように、FIR モデルでは、データ長が短くても、同程度の精度で出力が予測できることが示された。なお、データ長が短い方が、予測誤差が小さいのは、データが長い場合、この間の速度のわずかな変化によってデータの定常性の仮定が失われるためと考えられる。

次に、図 4-1 の区間を 500m ずつ 4 区間に分けてシステム同定を行った場合の、区間毎の周波数応答関数を図 4-8 に示す。同図に示すように、 $0.09[1/\text{m}]$ 付近以外は、同定結果に大きな差は無く、低周波域での振幅特性がわずかに異なる程度であった。また、図 4-2 と比較すると、いずれの区間における同定結果も、2000 データによる同定結果や力学モデルと大きな差は無かった。なお、図 4-7 に示した 4 区間は、いずれも図 4-8 の区間③に含まれるものである。

このように、FIR モデルでは、区間によらずほぼ同様な同定結果が得られ、また、区間長が異なっても FPE のような評価規範によって、統計的根拠のあるモデル選択ができる。これに対し FFT による方法の場合、データ長は推定精度に大きく影響を与え、データ長が短いと、特に低周波域で精度が低下する。このような性質を考えると、短い定常データしか得られない場合、FIR モデルは FFT による方法よりも扱い易いシステム同定法といえる。

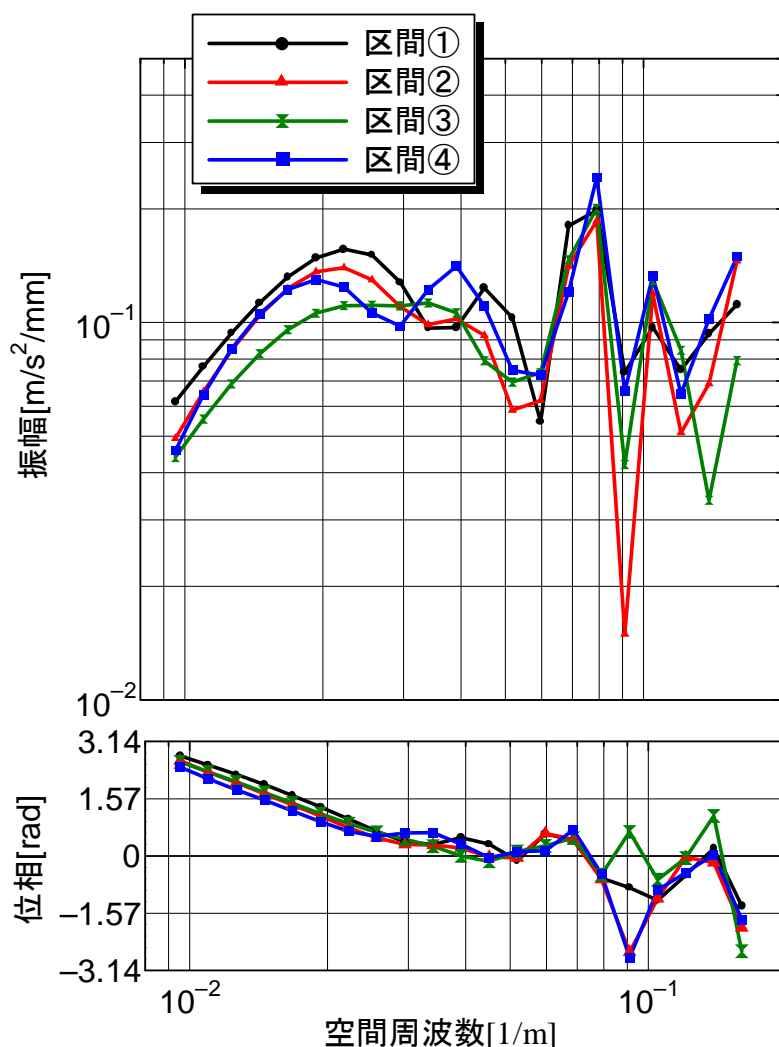


図 4-8 異なる区間における周波数応答関数の同定結果

4. 2. 3 コヒーレンスが小さい帯域に関する考察

図 4-4 に示したように、今回同定した結果は、周波数 $0.09[1/m]$ でコヒーレンスが低下した。一般に、入出力データのコヒーレンスが小さい理由として以下の 3 つが考えられる。

- ① システムそのものの持つ非線形性
- ② 当該帯域での S/N 比の低下
- ③ 想定していない入力信号の存在

文献 2-16) では、 200km/h 走行の新幹線に対し、周波数 $0.12[1/m]$ でのコヒーレンスの低下が報告されている。このことから、車両形式によって特定の周波数でコヒーレンスが低下することが考えられる。これを確認するために、複数の新幹線車両形式で、高低変位と上下動揺のコヒーレンスを求めた。結果を図 4-9 に示す。

- ・ 車種 A：新幹線（新在直通）車両 260km/h
- ・ 車種 B：新幹線営業車両 260km/h

車種 A は図 4-4 に示した車種よりもわずかに低い $0.085[1/m]$ 付近でコヒーレンスが低下するのに対し、車種 B はほとんどの帯域でコヒーレンスが 0.6 を越えている。

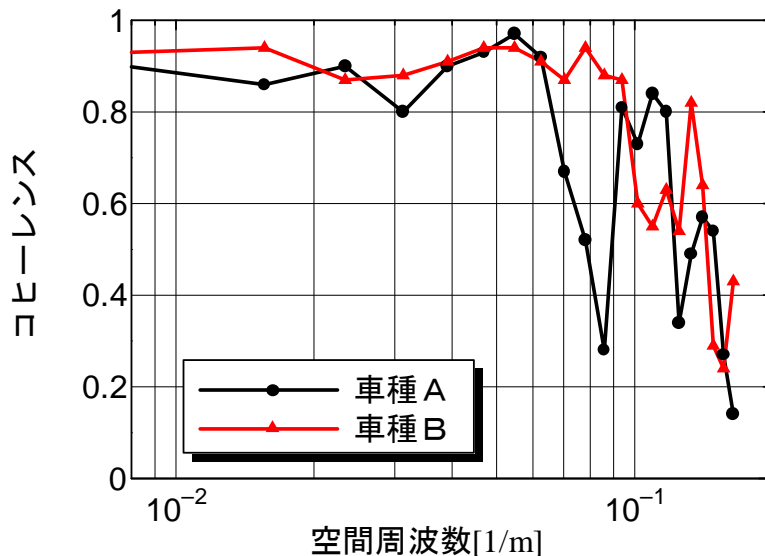


図 4-9 異なる車両形式の上下動揺と高低変位とのコヒーレンス

以上のように、車両形式によっては着目する全帯域でコヒーレンスが高い場合や特定の周波数でコヒーレンスが低下する場合がある。これには次の 3 つの理由が考えられる。

- A) 車両の動特性の非線形性（上の①に相当）
- B) 軌道検測系のノイズ等（上の②に相当）
- C) 加速度測定系のノイズ等（上の②に相当）

このうち B) の軌道検測系のノイズについては、軌道検測車の車体長や変位計の配置間隔等に起因する波長でデータの再現性が低いことがわかっている。システム同定においては、入力データに含まれる外乱は同定精度の低下の要因となり、当該周波数では正確なシステム同定はできない。A) の車両そのものがもつ非線形性については、一般のシステム同定では線形性を仮定する以上、やはり正確な同定はできない。鉄道車両の場合、車両の幾何学的寸法や加速度の測定位置に伴い、特定の帯域で反共振のような現象が観察され、相関が低下するこ

とがある．これについては4．5節で詳細に検討するが，図4-9の車種Aで，0.085[1/m]付近でコヒーレンスが低下するのはこの寸法効果による反共振と考えられる．図4-4の場合と周波数が異なるのは，車種Aは新在直通車両であり，車体各部の寸法が一般の新幹線車両とは異なるためである．

4．3 状態空間表現による上下動特性の同定

図4-1と同じデータを用い，状態空間表現でモデルを表し，システム同定を行った．パラメータの同定には3．4．2項で述べた部分空間法を用いた．次数については，ハンケル行列の特異値の大きさから13とした．周波数応答関数を図4-10に示す．同図より，力学モデルとほぼ同様な特性が得られており，部分空間法によっても，車両の上下動特性を適切に同定できることがわかる．また図には示していないが，0.09[1/m]付近でコヒーレンスが小さくなるのも，FIRモデルと同様であった．

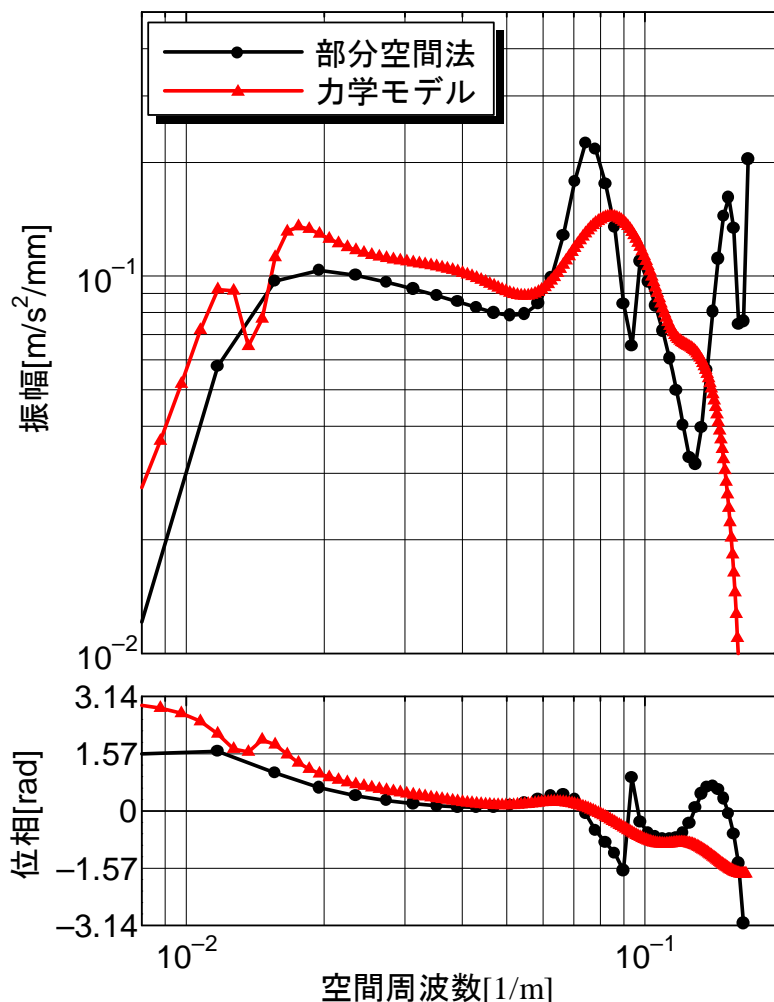


図4-10 部分空間法によるシステム同定結果

本結果から，部分空間法によっても車両の上下動特性を同定できることが示された．ただし，FIRモデルと比較して明確な優位性も見られなかったことから，上下系の同定についてはFIRモデルを用いれば実用上十分な精度が得られるといえる．部分空間法については，多入力モデルが必要となる左右動揺の予測の際に，その適用法も含めて考察する．

4. 4 10m 弦正矢高低変位による上下動揺の予測

4. 2 節では車両の上下動特性を同定するため、入力信号の軌道変位として、10m 弦正矢波形に図 1-10 の復元フィルタ処理した復元波形を用いた。しかし、軌道保守業務への適用だけに限って考えれば、10m 弦正矢波形を直接入力信号として用いた方が、計算上有利となることも考えられる。

ここで、復元フィルタは線形フィルタであるので、入力信号として 10m 弦正矢波形を直接用いても、入出力間の線形性は失われない。これをブロック図で表すと、図 4-11 右列のようになる。周波数応答関数 $H_2(\omega)$ は、車両の物理的な周波数応答関数ではなく、一種の予測フィルタとなる。

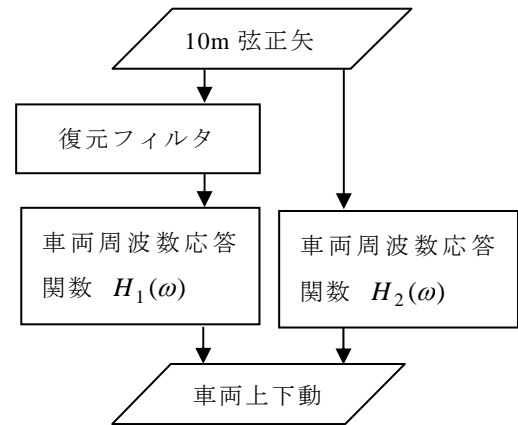


図 4-11 10m 弦正矢からの上下動特性直接同定

4. 1 節と同じ条件で、FIR モデルによってシステム同定を行った。周波数応答関数を図 4-12 に示す。同図に示すように、周波数 $0.166[1/m]$ 以下の帯域では、振幅特性は車両の物理的な動特性（図 4-2）に復元フィルタを乗じたものとほぼ等しい。また、位相特性は復元波形を入力に用いた場合と 10m 弦正矢を用いた場合でほぼ等しい。周波数 $0.09[1/m]$ で不安定なのは、これまでの結果と同様である。以上の結果から、車両の物理的な動特性を考えなくてよいのであれば、10m 弦正矢波形から直接上下動揺を予測できることが示された。

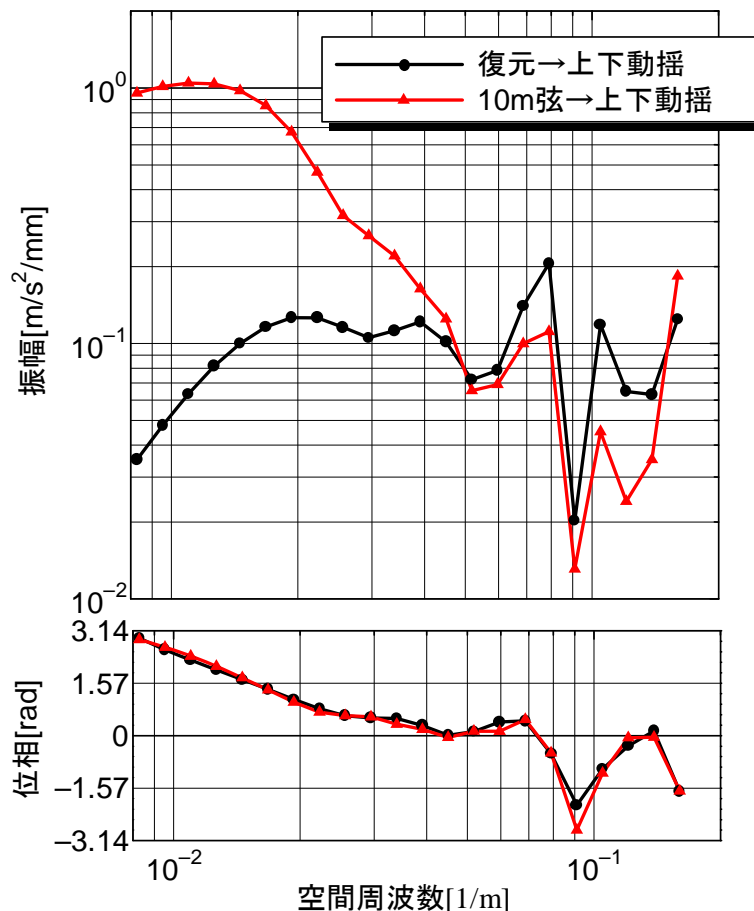


図 4-12 10m 弦正矢データを入力とする周波数応答関数同定結果

次数と FPE の関係を図 4-13 に示す．復元波形を入力とした場合（図 4-6）と比較すると，FPE が収束するまでに必要な次数が復元波形を用いた場合と比較して大きく，最適次数は 70 次であった．これは，10m 弦正矢の検測特性が低周波数になるほど小さくなるので，周波数分解能を上げるために必要パラメータ数が多くなったものと解釈できる．この場合でも，軌道変位の復元に用いるフィルタ（通常 800 次～1000 次程度の FIR フィルタ）を用いないことを考慮すると，演算に必要なパラメータ数ははるかに少なくなる．また，最適次数における FPE の値は両者でほとんど同じで，10m 弦正矢を入力とした場合も，精度を落とさずに上下動揺を予測できる．

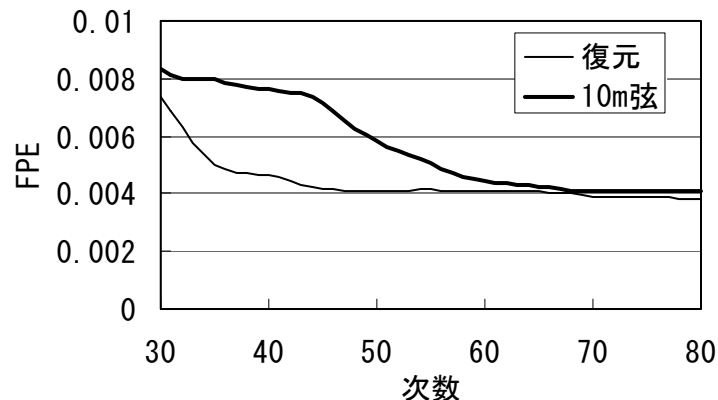


図 4-13 10m 弦正矢高低変位を入力とした場合の FPE と次数の関係

4. 5 速度向上時の上下動揺予測

3. 7 節で述べたように，本システム同定で得られたパラメータは，等速走行状態における上下動揺予測にしか適用できない．また走行速度も，同定に用いた上下動揺測定データと同一の場合にしか適用できない．しかし一方で，既設線の速度向上時の動揺予測ができれば，速度向上時の軌道管理手法の検討や，軌道保守量の把握に対し有効である．本節では，まず営業列車における周波数応答関数の速度依存性について考察し，次に速度向上時の車両動揺予測手法について検討する．なお，本項では曲線等で速度制限を受け，様々な速度段のデータ取得が可能な，在来線の軌道変位と車両動揺のデータを用いて検討を行う．

4. 5. 1 異なる走行速度における周波数応答関数

図 4-14 は，在来線特急型直流電車の速度 85km/h，100km/h，130km/h 走行時の周波数応答関数を，FIR モデルを用いて同定した結果を示したものである．上下動揺加速度は先頭車両台車直上で測定したものであり，帯域 0.02[1/m]～0.167[1/m]のバンドパスフィルタ処理を行った．また，高低変位は波長 6m～50m の復元フィルタ処理を行った．

図 4-14 より，この車両は 2 つの周波数でピークを持ち，低い側のピークは速度が高くなるにつれてより低い側に移動し（時間周波数上はほぼ一定で 1.4Hz），高い側のピークは速度が変化してもほぼ一定（約 0.1[1/m]）であることがわかる．位相特性が 0[rad]から π [rad]へ推移していく帯域も，速度が高くなるとともに低い側に移動する．一方，周波数 0.01[1/m]付近の位相特性に差はほとんど無い．これらのことから，低い側の共振周波数は時間周波数上で一定の共振周波数であり，高い側の周波数応答のピークは幾何学的な寸法でその特性が定まるモードと推定される．

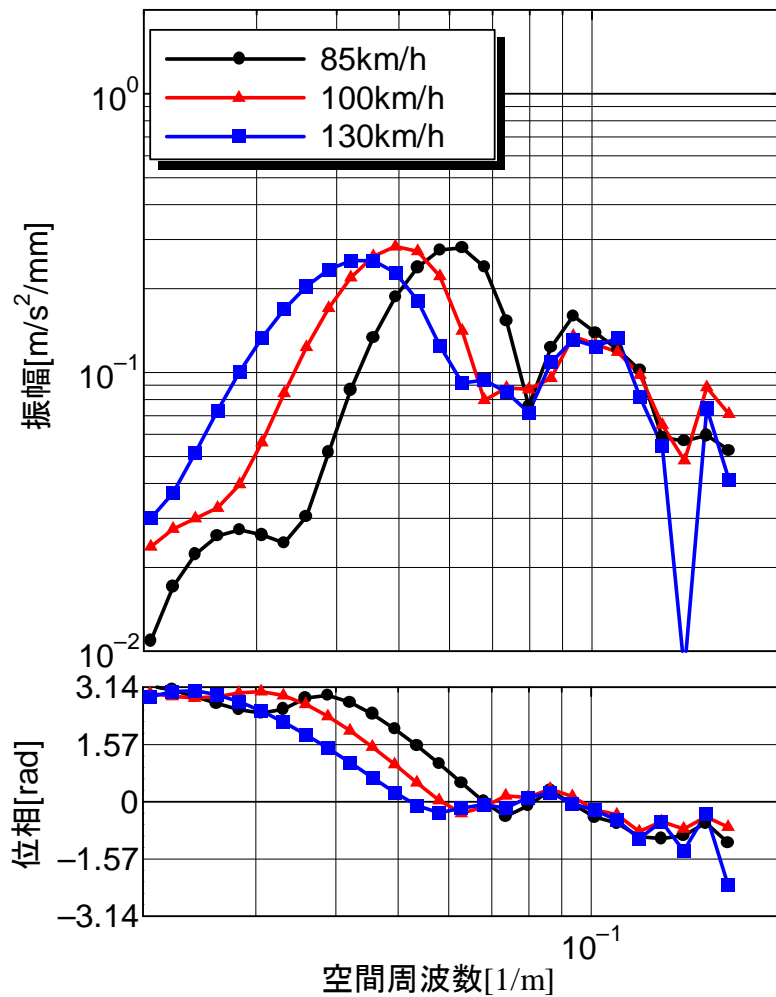


図 4-14 在来線直流電車の速度毎の周波数応答関数

2つの周波数応答のピークのうち、低い側と高い側で速度の変化に対する振る舞いが異なる現象の車両形式による差異について考察するため、JR各社の特急電車4形式について周波数応答関数を同定した結果を図4-15に示す。車両形式や同定に用いたデータ測定時の走行速度によって振幅特性は若干異なるが、いずれも0.1[1/m]付近に高い側のピークがある点、および0.07~0.08[1/m]付近で振幅特性が下がり、反共振のような様相を示している点に特徴がある。次項で、このような現象が生じる理由を考察する。

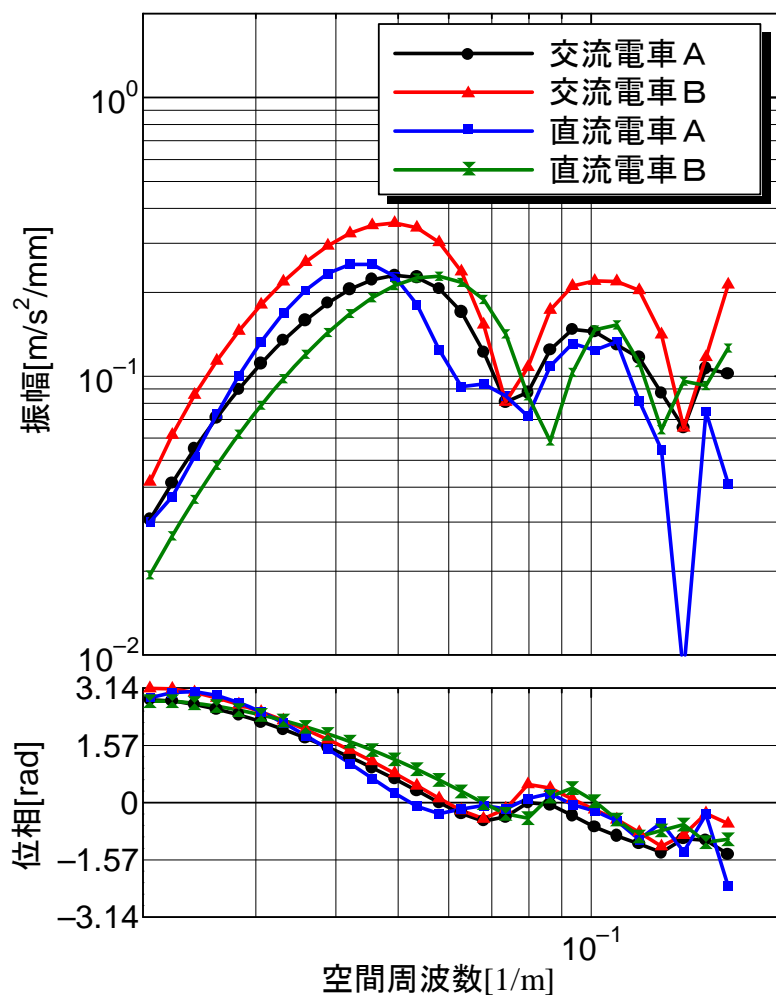


図 4-15 異なる在来線車両の周波数応答関数

4. 5. 2 上下並進運動とピッチングの関係

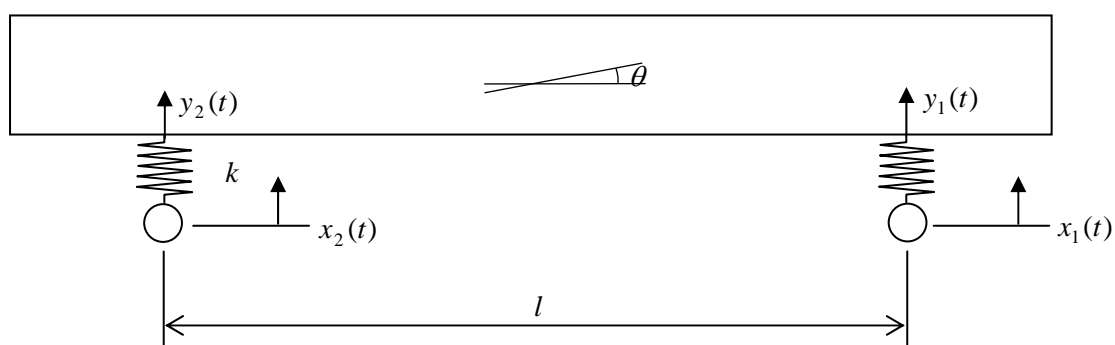


図 4-16 1 質点力学モデル

上下並進運動とピッチングとの関係について、力学的に考える．鉄道車両を図 4-16 のようにモデル化する．鉄道車両の台車は通常 2 輪軸から構成されているが、台車内の 2 輪軸による高低変位平均効果は文献 4-3) で定式化されているので、ここでは 1 輪軸で代表する．また簡略化のため、減衰項は考慮しない．

このとき、輪軸の上下変位（＝各輪軸位置における高低変位）、および前台車、後台車位置

での車体床面の上下変位を図のように設定すると（いずれも，地上に固定された絶対的な空間に対し定義する），車体の運動方程式は以下のように表される．

車体重心の上下並進運動

$$2M \frac{\ddot{y}_1(t) + \ddot{y}_2(t)}{2} = -k\{y_1(t) - x_1(t)\} - k\{y_2(t) - x_2(t)\} \quad (4.1)$$

車体のピッチング

$$I\ddot{\theta} = -k \frac{l}{2} \{y_1(t) - x_1(t)\} + k \frac{l}{2} \{y_2(t) - x_2(t)\} \quad (4.2)$$

ここで， M ：車体の質量の2分の1（半車体質量）

I ：車体の慣性モーメント

k ：輪軸－車体間の上下方向の等価ばね定数

l ：台車中心間距離

式(4.1)，(4.2) をラプラス変換すると，式(4.3)のようになる．

$$\begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} H_M(s) + H_I(s) & H_M(s) - H_I(s) \\ H_M(s) - H_I(s) & H_M(s) + H_I(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

ここで， s ：ラプラス演算子

$X_1(s), X_2(s), Y_1(s), Y_2(s)$ ： $x_1(t), x_2(t), y_1(t), y_2(t)$ のラプラス変換

$$H_M(s) = \frac{k}{Ms^2 + k}, \quad H_I(s) = \frac{kl^2}{2Is^2 + kl^2} \quad (4.4)$$

$$\theta = \frac{y_1(t) - y_2(t)}{l} \quad (4.5)$$

ここで $x_2(t)$ は，“時刻 t における後軸位置での高低変位”であるが，列車荷重に伴う高低変位の微小変化を無視すると，列車速度が v の場合，明らかに

$$x_2(t) = x_1\left(t - \frac{l}{v}\right) \quad (4.6)$$

である．これをラプラス変換すると，

$$X_2(s) = X_1(s) e^{-s \frac{l}{v}} \quad (4.7)$$

式(4.3)，(4.7)から，通常加速度測定が行われる前台車直上の変位のラプラス変換 $Y_1(s)$ は次の式で表される．

$$Y_1(s) = \frac{1}{2} \left[H_M(s) \left(1 + e^{-s \frac{l}{v}} \right) + H_I(s) \left(1 - e^{-s \frac{l}{v}} \right) \right] X_1(s) \quad (4.8)$$

式(4.8)の[]内の第1項は上下並進運動に関する項，第2項はピッチングに関する項である．

ここで，

$$W_M(s) = \frac{1}{2} \left(1 + e^{-s \frac{l}{v}} \right), \quad W_I(s) = \frac{1}{2} \left(1 - e^{-s \frac{l}{v}} \right) \quad (4.9)$$

とおく． $W_M(s), W_I(s)$ の周波数応答関数は， $s = j2\pi f_t$ （ j は虚数単位， f_t は時間周波数）を入力して求められる．これらの周波数応答関数は速度 v の関数となることから，車両そのものの周波数応答関数も，時間軸上で，速度によって変化するものとなる．

一方，空間周波数軸上で $W_M(s), W_I(s)$ の周波数応答関数を考えると，時間周波数 f_t と空間周波数 f_ξ の関係 $f_t = f_\xi \times v$ から，

$$W_M(f_\xi) = \frac{1}{2} \left(1 + e^{-j2\pi f_\xi l} \right), \quad W_I(f_\xi) = \frac{1}{2} \left(1 - e^{-j2\pi f_\xi l} \right) \quad (4.10)$$

と，列車速度にかかわらず一定となり，その周波数応答関数は各々 図 4-17 のように表される．

すなわち，上下並進運動については空間周波数 N/l （ $N=1,2,\dots$ ）において振幅利得が 1 倍とな

り，逆に空間周波数 $(2N-1)/2l$ （ $N=1,2,\dots$ ）で振幅利得が 0 倍となる．これは前後台車による高

低変位の平均効果とも呼ぶべきものである．一方ピッチングについては，上下並進運動の場合

とは逆に空間周波数 $(2N-1)/2l$ （ $N=1,2,\dots$ ）で振幅利得が 1 倍に， N/l （ $N=1,2,\dots$ ）において振

幅利得が 0 倍となる．これは，車体寸法から定まるピッチング加振倍率となる（以下「ピッチング効果（図 4-18）」という）．

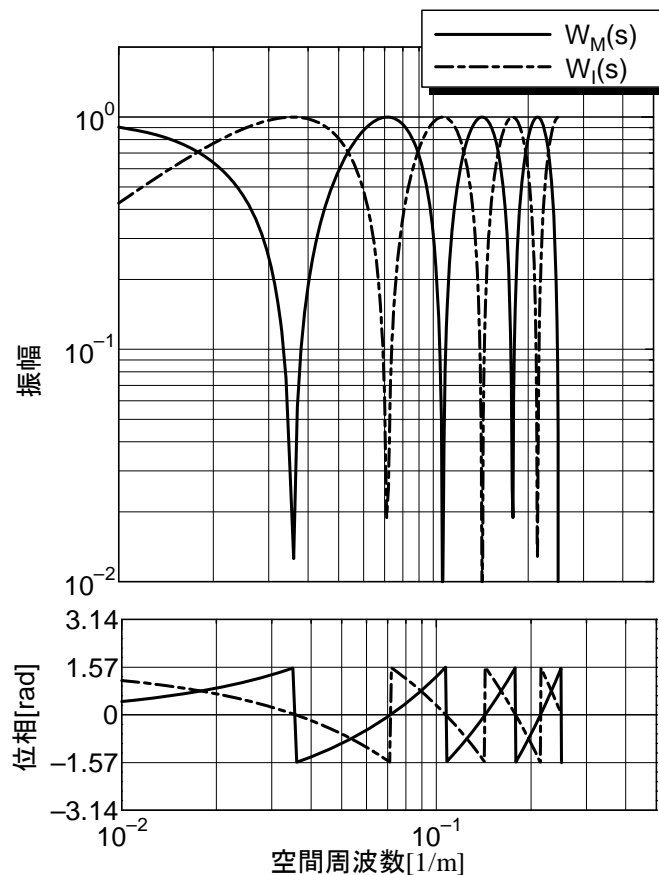
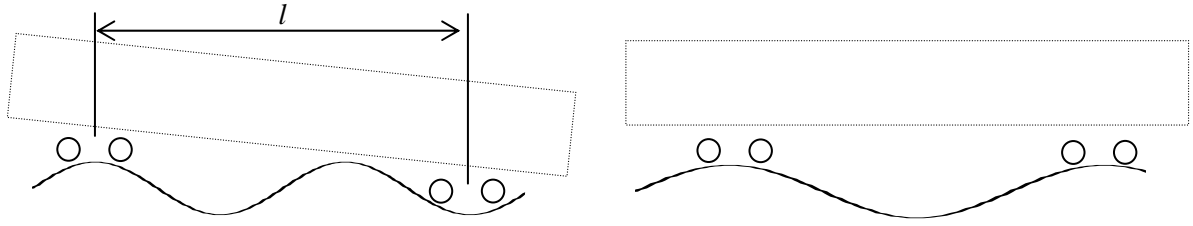


図 4-17 前後台車による高低変位平均効果とピッチング効果



(1) 振幅 1 倍の周波数

(2) 振幅 0 倍の周波数

図 4-18 ピッチング効果の概念図

ここで，車体の慣性半径が台車中心間距離 l の $1/2$ に等しいとする．このとき，

$$I = 2M \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{Ml^2}{2} \quad (4.11)$$

式(4.11)を式(4.4)に代入すると，

$$H_M(s) = H_I(s) \quad (4.12)$$

となる．よって式(4.8)は，以下のように簡略化される．

$$Y_1(s) = H_M(s)X_1(s) \quad (4.13)$$

文献 4-3)等では，このようにしてピッチングと上下並進運動とを非連成し，半車体モデルによって車両の上下動揺を予測，評価してきた．しかし，実際の鉄道車両は運転台やパンタグラフ等の配置によって，質量分布が前後非対称であるため，車体重心と台車間中心位置とが一致しない影響が無視できない．車両の重心位置が図 4-19 に示すように前側に L_A 偏っている場合，前台車位置の変位のラプラス変換 $Y_1(s)$ は式(4.14)のようになる（導出過程は省略）．

$$Y_1(s) = \frac{1}{2} H_M(s) W_M(s) X_1(s) + \frac{L_A}{l} H_M(s) W_I(s) X_1(s) + \frac{1}{2} H_I(s) W_I(s) X_1(s) \quad (4.14)$$

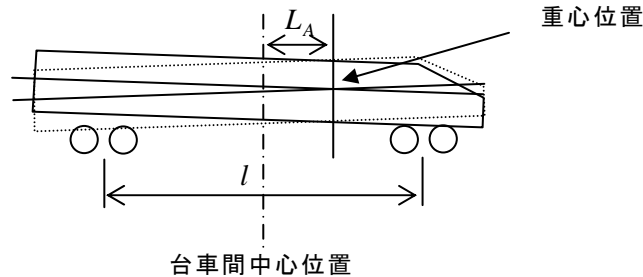


図 4-19 車体重心位置の偏りによる上下動揺

式(4.14)の第 1 項と第 3 項は式(4.8)と共通であることから，式(4.13)が成立する場合，式(4.14)は以下のように簡略化される．

$$Y_1(s) = H_M(s)X_1(s) + \frac{L_A}{l} H_M(s)W_I(s)X_1(s) \quad (4.15)$$

すなわち，車体重心位置が台車間中心位置と一致する場合と比較して，式(4.15)の第 2 項の成分が加わることになる．この項は，ピッチング効果によって，図 4-17 で振幅が 1 倍付近の周波数域のみの成分を持つ．

※ これらは全て $H_M(s) = H_I(s)$ が成立する条件下での考察である．重心位置が極端に偏った場合は，この条件は成立しない．

他の条件として、動揺（＝加速度）の測定位置が前台車よりも車端側に偏った場合を考える。軌道状態を評価するための動揺測定位置は編成先頭車両の前台車直上を原則とするが、営業列車で動揺測定を行う場合で、構造上、前台車直上が乗客用の乗降スペースである場合は運転室内の直近位置等で測定する（図 4-20）。この測定位置と前台車との離れを L_B とすると、測定位置における変位のラプラス変換 $Y_B(s)$ は次の式で表される。

$$Y_B(s) = Y_1(s) + \frac{L_B}{l} (Y_1(s) - Y_2(s)) \quad (4.16)$$

ここで式(4.3)， から，

$$Y_1(s) - Y_2(s) = H_l(s) W_l(s) X_1(s) \quad (4.17)$$

よって，

$$Y_B(s) = Y_1(s) + \frac{L_B}{l} H_l(s) W_l(s) X_1(s) \quad (4.18)$$

すなわち，前台車直上で加速度を測定した場合と比較して，第 2 項の成分が加わることになる。これもピッチング効果の影響を受け，図 4-17 で振幅が 1 倍付近の周波数域のみの成分を持つ。なお，式(4.18)は式(4.11)の条件が成立しない場合でも成立する。

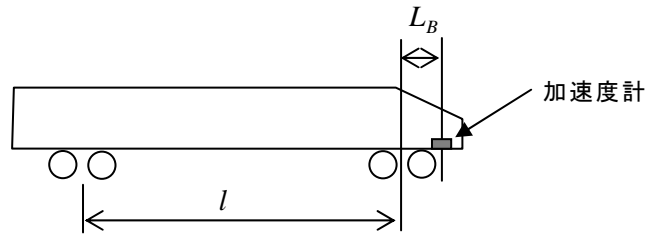


図 4-20 動揺測定位置の偏倚

このように車体の重心位置が台車間中心からずれたり，加速度の測定位置が前台車直上からずれる場合，ピッチング効果による成分が加味されることが明らかとなった。次項では，このピッチング効果による上下動揺の特性について考察する。

4. 5. 3 ピッチング効果による上下動揺

一般に 1 自由度系の減衰振動の，加振力に対する加速度の（時間）周波数応答関数（アクセラランス）は，固有振動数よりも低い周波数では周波数の 2 乗に比例して大きくなり，固有振動数よりも高い周波数では一定値に収れんする。鉄道車両の 1 次固有振動数は，上下並進運動，ピッチングとも 1.0～1.5Hz 近傍にあり，車両形式による差異はそれほど大きくない。これは，建築限界や車両限界により，車体の寸法やばね定数等の取り得る範囲は，そう広くはないためである。在来線電車の代表的な諸元を用いて，加速度の周波数応答関数 $s^2 H_M(s)$ の例を描くと図 4-21 のようになる（同図の描画にあたっては，車体輪軸間の減衰要素を考慮している）。

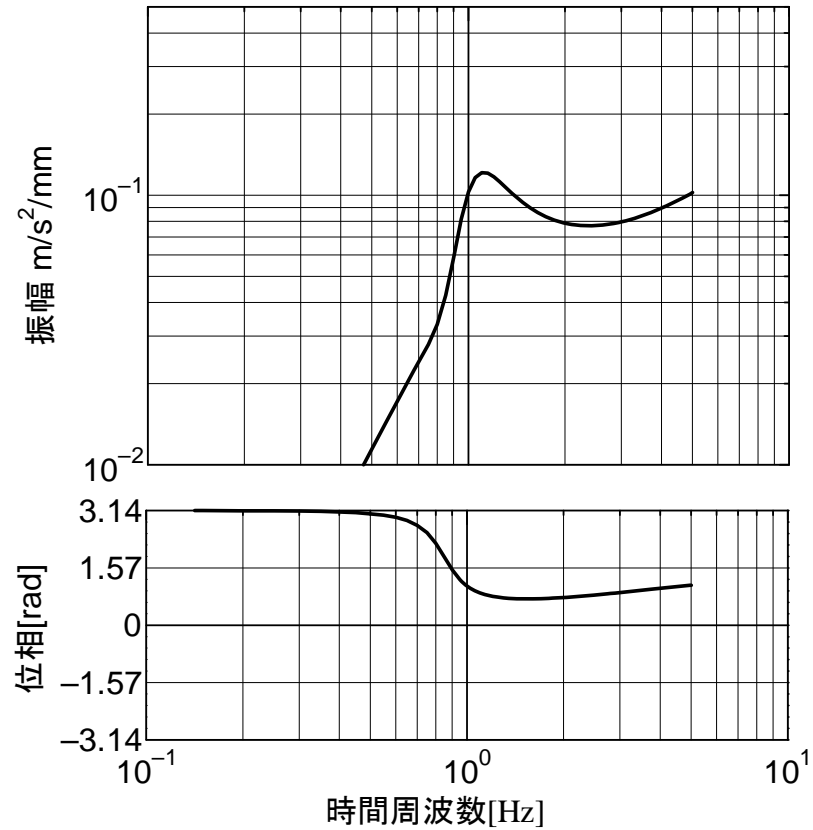


図 4-21 在来線車両の諸元による上下動揺加速度の周波数応答関数
(台車の質量を考慮すると、5Hz 付近に 2 次固有振動数が現れる)

$s^2 H_M(s)$ にピッチング効果 $W_l(s)$ を乗じると、その周波数応答関数は、速度別に図 4-22 のようになる（振幅特性のみを示す）。

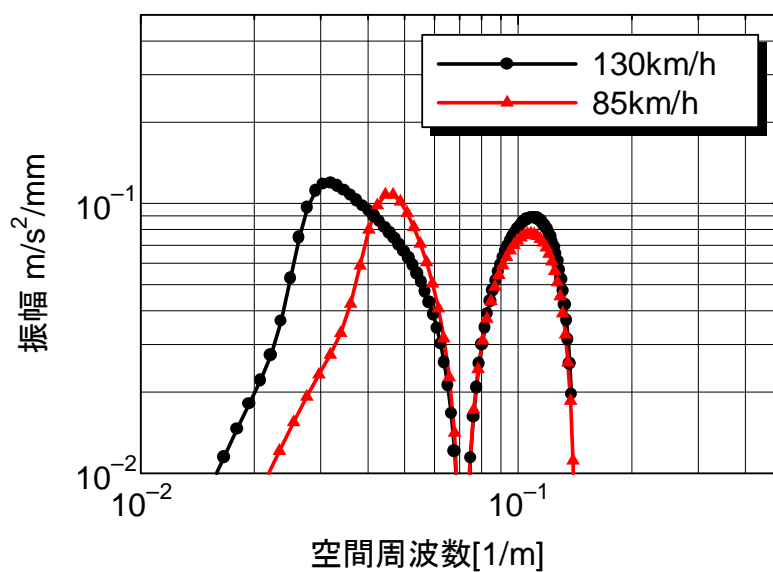


図 4-22 ピッチング効果を加味した上下動揺加速度の周波数応答関数

すなわち，1次固有振動数に相当する周波数は速度が高くなるとともに低い周波数側に移行し，0.1[1/m]付近のピークは速度に関わらず移動しない．これは，1次固有振動数は速度に応じて0.02～0.05[1/m]に存在するが，この帯域でピッチング効果 $W_I(s)$ の倍率が0.8を越えているのに対し，1次固有振動数よりも高い周波数域では，時間周波数軸上での $s^2 H_M(s)$ の振幅倍率がほぼ一定であるので， $W_I(s)$ が大きい0.1[1/m]付近のみで上下動揺の応答振幅が現れるためである．実際の上下加速度は，式(4.15)あるいは式(4.18)のように，列車速度に依存しない成分とピッチング効果を受ける成分（図 4-22）との和となり，これが図 4-15 で同定された結果となる．

以上の考察から，車体重心が台車中心位置から偏っている場合，あるいは列車動揺測定位置が前台車直上よりも前側にある場合は，上下加速度の周波数応答関数にはピッチング効果によって速度に関わらず移動しない成分が特定の周波数で現れることが明らかとなった．ある速度で同定したパラメータで，速度が変化した場合の車両の動的挙動を予測する場合は，以上の点に留意する必要がある．

なお，ブラックボックスモデルによるシステム同定の特長は，上記のような車両の構造に関する情報が全く無くても，システムを表すパラメータが得られる点にある．本項では，速度向上時の動揺予測のためにこのような考察を行ったが，通常の保線業務ではこのような検討を行う必要性は小さく，正しく測定された入出力のデータのみがあれば上下動揺の予測が可能となる．

4. 5. 4 速度向上時の上下動揺予測

前項で，車両の上下動揺について，FIR モデルによる同定結果と力学モデルとを照らし合わせて考察した．そこでは，車両の周波数応答関数は，時間軸上で定義される振動系と空間軸上で定義される台車間の高低変位平均効果および高低変位の1階差分で表されるピッチング加振効果の積で表されることを示した．このうち後者の周波数応答関数は，時間周波数軸上では速度の関数であるため，システム同定および上下加速度の予測にあたっては，以下のことに留意しなければならない．

- ① 鉄道車両のシステム同定は，速度一定の条件化で取得された出力データを用いなければならない．
- ② ある速度で同定されたパラメータを用いて，他の速度域での出力の予測はできない．

このうち後者については，“入力データ（軌道変位）の時間サンプリング間隔は，パラメータを同定したときのものと等しくなければならない”とも解釈できる．ここで，走行する車両上に定義した時間軸上で軌道変位を観測した場合，速度が高くなると軌道変位は時間軸上であたかも縮んだように見える（図 4-23）．よって，速度向上時の車両の動的挙動を予測するためには，速度に応じて軌道変位を時間軸上で伸縮し，これをパラメータ同定時の時間サンプリングと等しい間隔で，空間軸上で再サンプリングすればよい．具体的には以下の手順で行う．

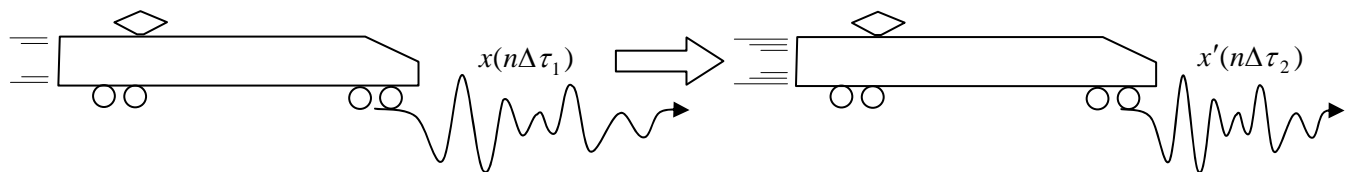


図 4-23 速度向上時に車上で観測する軌道変位（時間軸上で縮んで観測される）

- 1) パラメータ同定に用いた軌道変位の空間サンプリング間隔を $\Delta\xi_1$ とする．このときの速度を v_1 とすると，時間サンプリング間隔 $\Delta\tau_1$ は式(3.89)より，

$$\Delta\tau_1 = \Delta\xi_1 / v_1 \quad (4.19)$$

このとき，軌道変位 $x(\xi)$ を時間軸上で観測すると，

$$x(n\Delta\tau_1) = x(n\Delta\xi_1 / v_1) \quad (4.20)$$

- 2) 速度を v_2 に変更する．このとき，パラメータ同定に用いた軌道変位データの空間サンプリング間隔を一定としたとき，同じデータを時間軸上でサンプリングすると，その時間サンプリング間隔 $\Delta\tau_2$ は次の式で表される．

$$\Delta\tau_2 = \Delta\tau_1 \times v_1 / v_2 \quad (4.21)$$

このとき，軌道変位の時系列データを車上の時間軸上で観測すると，その n 番目のデータは，

$$x'(n\Delta\tau_2) = x(n\Delta\tau_1 v_1 / v_2) \quad (4.22)$$

となる．すなわち，新たに得られる軌道変位の時系列データは，もとの離散データを，その値を変えずに，時間サンプリング間隔を v_1 / v_2 に変更した時系列となる．

- 3) この時系列データを，適切な補間法を用いて，時間サンプリング間隔が $\Delta\tau_1$ となるように，再サンプリングする．

理解を深めるために，一連の手順をデジタルデータで示す（図 4-24）．

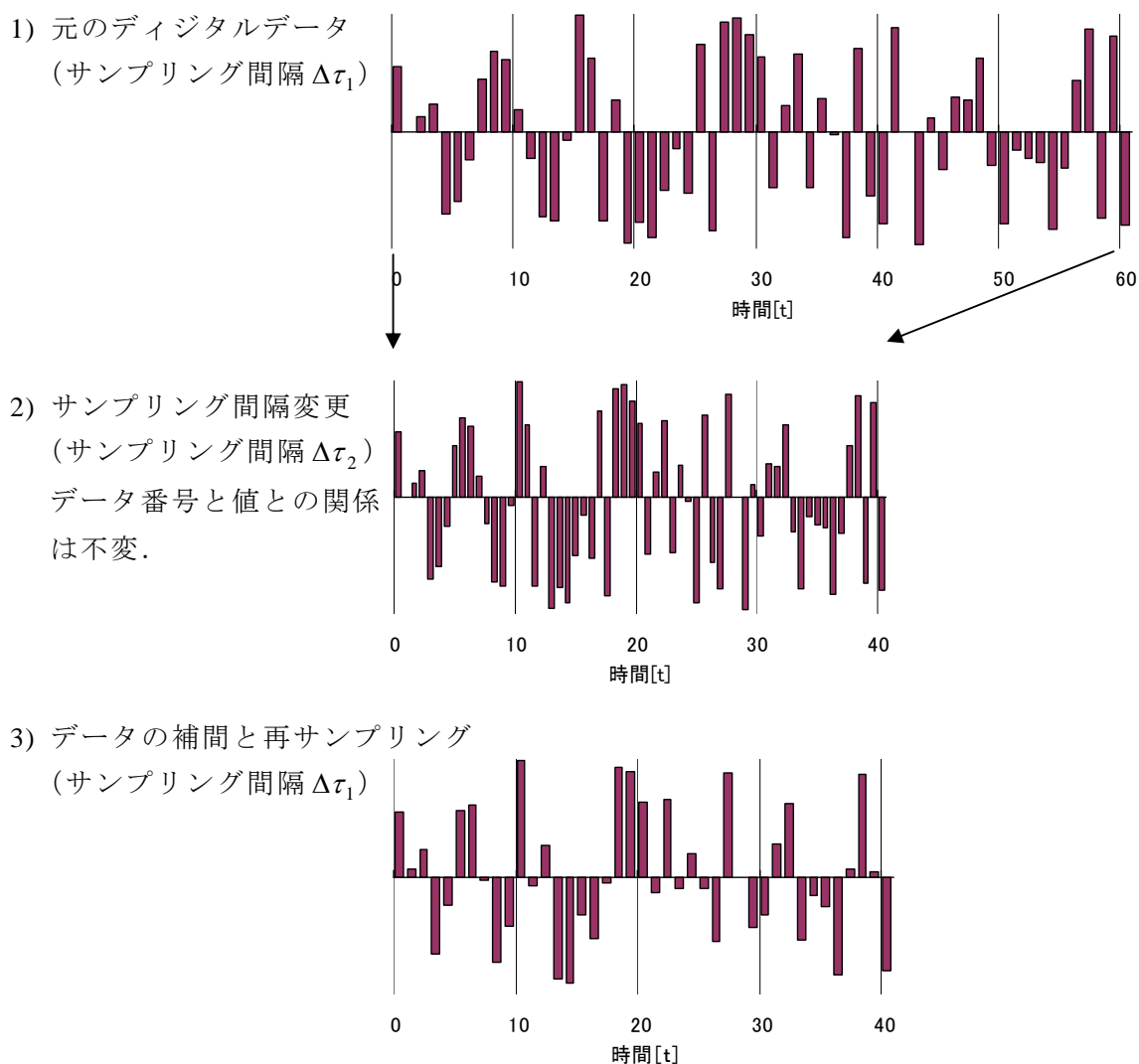


図 4-24 サンプリング間隔変更の手順

このようにして、パラメータ同定時と同じ時間サンプリング間隔で、速度向上時の入力データに用いるべき軌道変位の空間系列が得られる。これを定性的に考えると、列車速度が高くなった場合、システムの周波数応答関数は空間周波数軸上で低い周波数側に移動するのに対し、ここでは空間軸上で定義される伝達関数是不変のまま、軌道変位を図 4-25 のように空間周波数軸上で高い周波数側に移動することに相当する。

なお、前記の検討から、この方法を適用できるのは時間周波数軸上で不変の、式(4.15)あるいは(4.18)の第 1 項に関する振動のみであり、第 2 項に関する振動に対しては適用できない。よって、ここでは前節での検討結果を考慮し、式(4.19)～式(4.22)で検討したサンプリング間隔の変更は $0.08[1/m]$ 以下の空間周波数域で適用し、 $0.08[1/m]$ 以上の空間周波数域では、元の速度で同定された伝達関数をそのまま用いることとする。

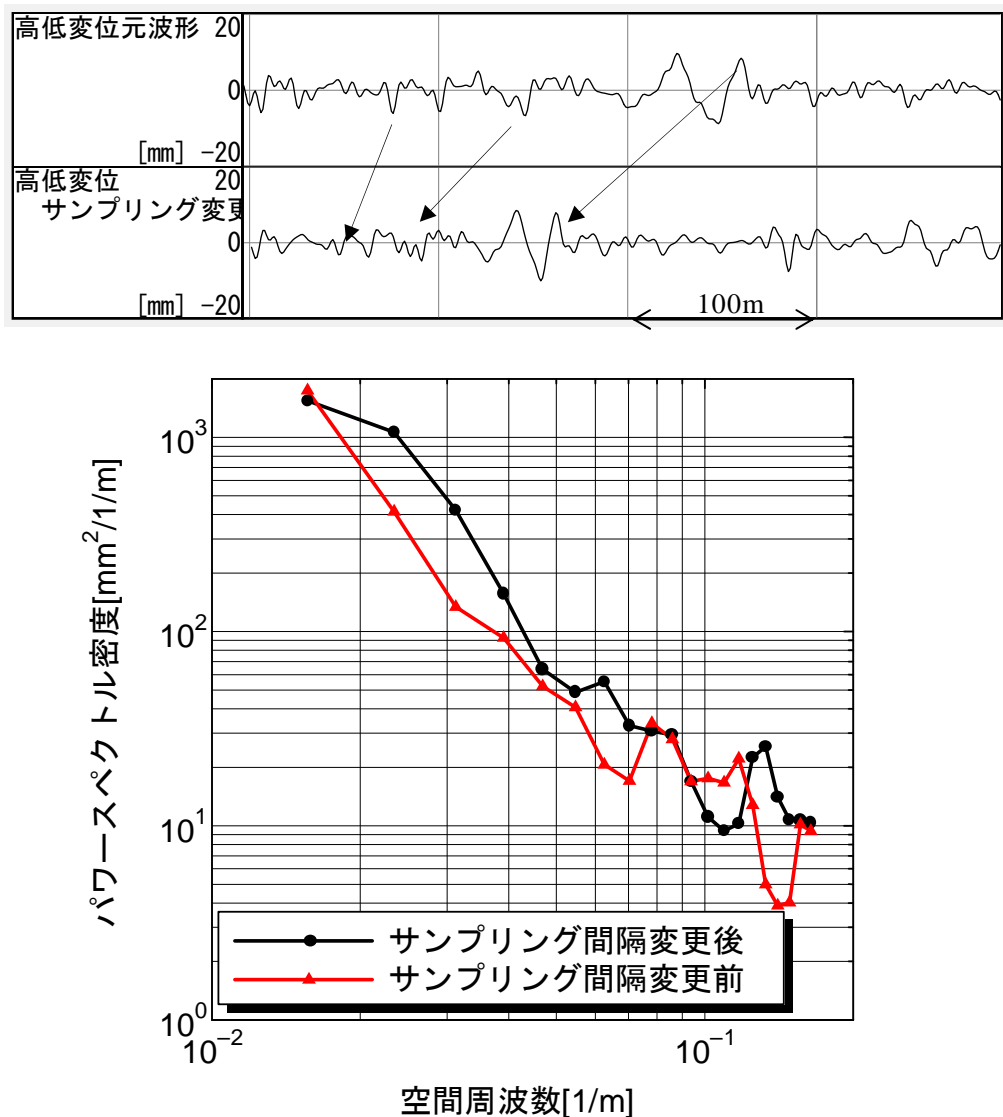


図 4-25 軌道変位データのサンプリング間隔変更とそのパワースペクトル密度

図 4-14 に示した周波数応答関数の速度による変化をみればわかるように、速度向上時の車両動揺を予測するためには、周波数応答関数を空間周波数軸上で低周波側にシフトするよう変数変換をすれば、時間周波数に依存する振動モードの振動波形を空間軸上で予測することが可能である。しかし、伝達関数表現では、システムは式(3.17)のように空間軸上で定義されるため、このままでは空間周波数上での変数変換ができない。これに対しここで提案する方法は、入力側のサンプリング間隔を式(4.2)に従って変更し、入力軌道変位の周波数特性を空間周波数軸上で図 4-25 のように高周波側にシフトすることによって、周波数応答関数を低周波側にシフトすることと等価な状態を作り出すものである。

以上の準備のもとで、図 4-14 に示した在来線直流電車の 85km/h 走行時のデータで同定した伝達関数を用いて、速度走行時の上下動揺を予測した結果を示す。図 4-25 で上段は上下動揺実測波形、中段①は 130km/h 走行データで同定した FIR モデルによる予測波形、下段②は 85km/h 走行時のデータで同定した FIR モデルを用い、上述した方法によって 130km/h 走行時の予測を行った結果である。中・下段の予測波形とも、動揺の著大箇所や、その周波数特性

などをよく再現していることがわかる。また図 4-26 は図 4-25 の上段と下段とのコヒーレンス関数である。

鉄道事業者は軌道変位検測と合わせて、営業車両を用いた車両動揺測定を定期的に行っている。営業車両は、運転上の都合によって必ずしも全区間を計画最高速度で走行するとは限らないが、本手法を用いればこのようなデータの補完が可能となる。また本手法は、今後の新幹線・在来線の速度向上を視野に入れた場合、車両動揺の予測や必要軌道保守量の予測等に応用できるものと考えている。ただし、これは線形振動の範囲にしか適用できないことに留意する必要がある。超高速域では、空気力学的影響等により、軌道変位と車両動揺の線形性は必ずしも高くはない。このような場合は、軌道変位管理のみならず、多面的な動揺対策が必要になる。

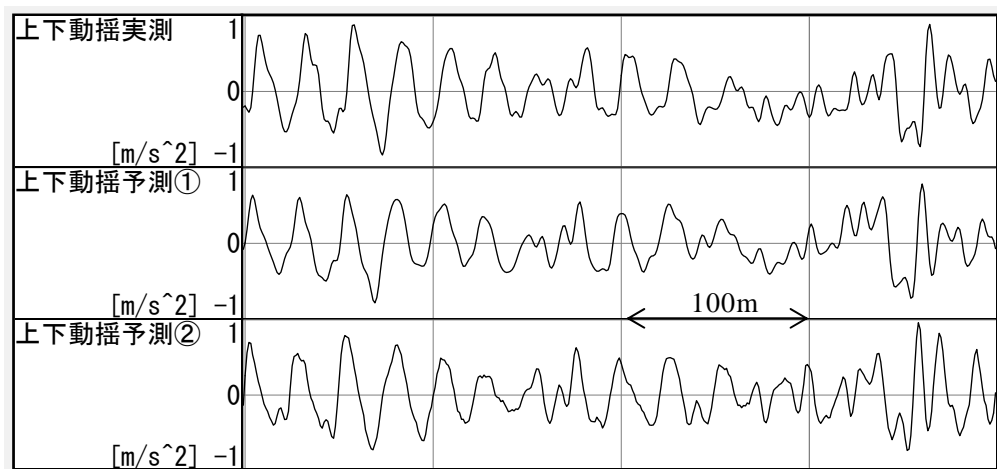


図 4-25 異なる速度域で同定した伝達関数による上下動揺予測結果

① 130km/h 同定モデルによる 130km/h 予測波形

② 85km/h 同定モデルによる 130km/h 予測波形

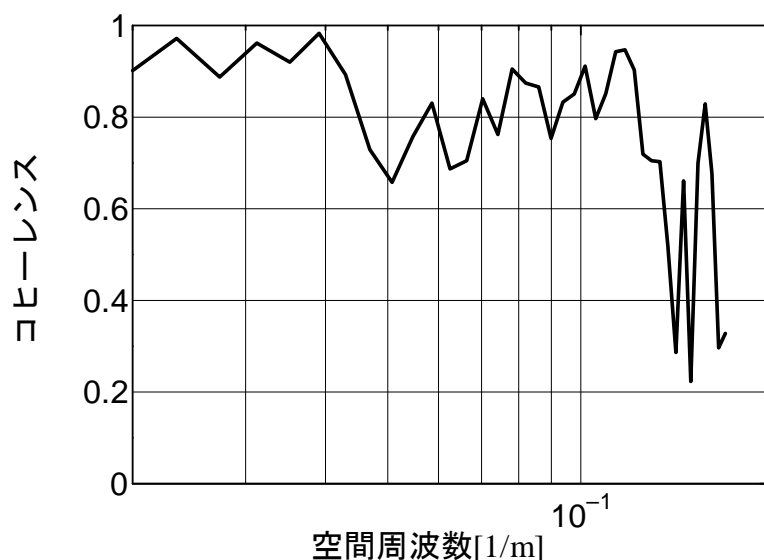


図 4-26 図 4-25 の予測波形②と実測波形とのコヒーレンス

4. 6 本章のまとめ

以上、本章の実施内容をまとめると以下のとおりとなる。

- (1) FIR モデルを用いて車両上下動特性を同定した。その結果、FFT による方法と比較して、低い次数で精度の高いシステムの表現が可能であることを確認した。また、FIR モデルでは、200m 程度の短いデータ長からでも、上下動特性の同定が可能であることを確認した。
- (2) 部分空間法を用いて、車両上下動特性を同定した。その結果、FIR モデルと同等な結果が得られた。上下動特性の同定においては、部分空間法は最小二乗法による FIR モデルと比較して、優位な点は見られなかった。
- (3) FIR モデルを用いて 10m 弦正矢高低変位を入力とした車両動特性の同定を行った。その結果、復元波形を入力とする場合と比較して次数は大きくなるものの、同程度の精度での同定が可能であった。
- (4) 同一車両形式で速度が異なる場合の車両の上下動特性を同定した結果、空間周波数軸上で、速度と共に移動するピークと動かないピークがあることを確認した。これを解析的に検討した結果、車体重心位置が台車間中心位置とずれている場合や加速度測定位置が前台車直上から偏倚している場合は、観測される車両の上下動揺は、台車中心間距離の関数であるピッチング効果の影響を受けることを導いた。
- (5) ピッチング効果を利用し、車両の周波数応答関数を $0.08[1/m]$ よりも高い帯域と低い帯域に分け、後者について入力信号のサンプリング間隔を適切に変更すれば、85km/h 走行時のデータを用いて空間軸上で同定された上下動揺予測モデルによって、130km/h 走行時の上下動揺を予測できることを示した。このことから、空間軸上で同定したパラメトリックモデルを、速度向上時の鉄道車両動的挙動予測に適用可能であることを確認した。

4 章の参考文献

- 4-1) 古川敦, 吉村彰芳: 鉄道車両の上下動特性の同定および軌道保守への適用, 土木学会論文集, No.730, IV-59, 2003.4.
- 4-2) 谷藤克也: 鉄道車両の乗心地管理と強制振動計算法に関する研究, 鉄道技術研究報告, No.1321, 1986.3.
- 4-3) 佐藤吉彦: 乗り心地の立場から見た軌道高低狂いの整備限度, 鉄道技術研究報告, No.549, 1966.8.

5. 鉄道車両の左右動特性の同定と左右動揺の予測

5. 1 鉄道車両の左右動揺の特徴

4章で述べた鉄道車両の上下動揺を考える場合、レールと車輪は常に接触していると考えてよく、高低変位による車輪の上下強制変位と車体の上下動揺の線形性は直感的に理解しやすい。これに対し、鉄道車両の左右動揺には以下のような特徴があり、上下系と比較して取り扱いが難しい点がある。

(1) 踏面勾配と蛇行動

車輪踏面には勾配（踏面勾配）が設けられているので、輪軸が左右に変位すると、左右車輪の接触点位置における半径に差が生じ（これを「輪径差」という）、径の大きい車輪は径の小さい車輪よりも、1回転あたり進む距離が長くなる。よって、図5-1のように輪軸が進行方向左側に変位した場合、輪軸は右方向に復位しようと運動する。台車枠に対する輪軸の支持剛性、あるいは車体台車間の回転剛性の大きさによっては、このような輪軸の左右運動は不安定な振動現象となる。これを蛇行動と呼ぶ⁵⁻¹⁾。

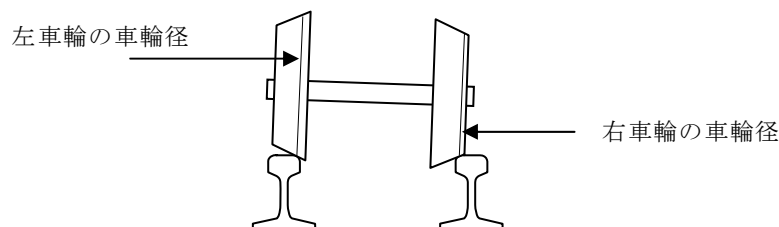


図 5-1 輪軸の左右変位と輪径差

蛇行動は自励振動であり、不安定な現象であるので、営業最高速度までの範囲でこれが発生しないよう、輪軸の支持剛性や台車車体間の回転剛性が設計されている。しかし、台車車体間の旋回抵抗や車輪摩耗の状態等によって、営業最高速度以下の速度であっても、著大な通り変位等をきっかけとして蛇行動が発生することがある。蛇行動による車体の左右動揺も自励的な振動であり、いったん発生すると軌道変位との関係の定式化は困難である。

(2) 横動遊間

鉄道車両の車輪先端には、フランジ（つば）があり、これが車輪の案内の役割を持っている。直線静止状態における、フランジとレール間の横方向の隙間を横動遊間という。

車両が直線や緩曲線を走行する場合は、フランジとレールが接触することはない、車輪は図5-1に示した左右車輪の輪径差に伴う復元力によって案内されている。一方、円曲線半径が小さくなると、曲線をスムーズに走行するために輪径差が必要となり（軌間 1,067mm の在来線の場合、円曲線半径は外軌レールと内軌レールで約 1,100mm 異なる）、輪軸は外軌レール側に偏倚し、横動遊間は 0 となって、輪軸は外軌レールに沿って走行する。

踏面勾配は、車輪が踏面でレールと接触している場合（横動遊間 $\neq 0$ ）と、フランジで接触している場合（横動遊間 = 0）で大きく異なり、これに伴って輪軸の運動の様相も異なる。よって、直線・緩曲線から急曲線にわたる輪軸の挙動を、同一の線形モデルで表すことはできない。

(3) 超過遠心力

曲線区間では、軌道変位によって車輪へ作用する強制変位その他、重心に作用する遠心力の影響を考慮する必要がある。遠心力は曲線半径、カントが一定との仮定の下で、曲線通過速度を元にその大きさを算出し、乗り心地や車両の曲線外側への転倒に対する安全性を考慮して評価される。一方図 1-15 で通り変位のうちの曲線線形成分を示したように、曲線半径やカントは実際には一定ではないため、遠心力は時間的・空間的に変動し、これが左右動揺の原因となる。また、曲線半径、カントが一定であっても、緩和曲線長が短い場合は、緩和曲線の終端で過渡的な動揺が生ずる。

(4) 複数の軌道変位の影響

車両の左右動揺は、左右並進運動とローリング・ヨーイングが連成したものである。このうち、左右並進運動・ヨーイングは通り変位、ローリングは水準変位が直接の原因となる。すなわち、左右動揺は複数項目の軌道変位の影響を受ける。複数入力を受けるシステムの同定には、3. 4. 1 項の伝達関数表現に基づくモデルよりも、3. 4. 2 項の状態空間表現に基づくモデルの方が扱い易いと考えられる。

(5) 車体傾斜制御

我が国の在来線高速線区では、曲線通過速度向上のため、車体傾斜車両（いわゆる「振り子車両」）が導入されている。車体傾斜制御が行なわれる場合、制御系が線形でない場合は左右動揺と軌道変位の線形性が失われる（日本で行われている車体傾斜制御は予見制御であり、線形ではない）。

以上の特徴をもとに、鉄道車両の左右動揺に影響する要因を周波数毎にまとめると表 5-1 のとおりとなる。

表 5-1 鉄道車両の左右動揺に影響する要因

	周波数の低い動揺	周波数の高い動揺	
軌道	曲線半径 カント 緩和曲線長	通り変位 水準変位 軌間変位（横動遊間）	
車両	まくらばね定数 重心高さ 車体傾斜制御 列車速度	蛇行動	車輪踏面形状（踏面勾配） 輪軸支持剛性 台車／車体間支持剛性（左右・回転） レール／車輪間摩擦係数 軸距
		まくらばね定数 重心高さ	

表 5-1 の各要因のうち、蛇行動による左右動揺は軌道変位との線形性が低い不安定な振動現象であるので、軌道変位を入力とする線形モデルで予測をすることはできない。一方、特に在来線の軌道保守を考えた場合、今後一層の速度向上が期待される急曲線における左右動揺の予測が可能となれば、軌道保守上の利点が高い。よって本章では、輪軸が曲線外軌側のレールに接して走行し、蛇行動や横動遊間の影響を考慮しなくてもよいと仮定できる在来線の急曲線部（概ね、半径 600m 以下）を対象とし、遠心力の変動による左右動揺と、車輪への強制変位による左右動揺に分けて動特性の同定と左右動揺の予測を行う。

まず、5.2節では、低い周波数の軌道変位による曲線半径・カントの局所的な変化に伴う遠心力の変動に対する車両の左右動特性を同定し、この同定結果による長波長左右動揺予測モデルを構築する⁵⁻²⁾。

5.3節では、5.2節で考慮しない高い周波数の軌道変位によって車輪に作用する強制変位に対する車両の左右動特性を同定し、この帯域の左右動揺予測モデルを構築する。

両者とも、用いるデータはJR在来線高速線区の軌道変位と左右動揺である。特に5.2節では曲線通過中の超過遠心力の変動を検討するため、振子車両と非振子車両の双方について検討を行う。

5.2 車体に作用する遠心力による左右動特性の同定

5.2.1 問題の設定

円曲線中の乗り心地評価指標の一つとして、遠心力に伴う曲線外向きの超過遠心加速度が用いられる。これは1章で紹介した以下の式で表される。

$$\bar{\alpha}_y = \frac{v^2}{R_o} - \frac{C_o}{G} g \quad (1.1)$$

ここで $\bar{\alpha}_y$: 曲線中の定常加速度[m/s²]

v : 走行速度[m/s]

R_o : 設計曲線半径[m]

C_o : 設計カント[mm]

G : 軌間[mm]

g : 重力加速度=9.8m/s²

しかし実際の軌道では、円曲線中の R_o 、 C_o が一定値であることは稀である（例を図1-15に示した）。 R_o 、 C_o の変位は超過遠心加速度の変動につながり、乗り心地を阻害する。また R_o 、 C_o が設計値どおり管理されているとしても、緩和曲線長が短い場合には、緩和曲線の終端で過渡的な応答が発生する。これは緩和曲線長が0の場合、超過遠心力は理論上ステップ関数となることから、直感的に明らかである。

以上のことから、本研究では軌道検測データから得られる R 、 C の実測値を用いて、変動する左右加速度 α_y の予測を試みる。具体的には α_y を、実カント不足量 C_d を入力とするモデルで表す。これは、曲線半径、カントが設計値どおりの場合、超過遠心加速度はカント不足量に比例することから導かれるものである。すなわち、曲線半径、カントが設計値の場合、超過遠心加速度は式(1.1)から以下のように表される。

$$\alpha_y(n) = \frac{g}{G} C_d \quad (5.1)$$

ここで、 $\alpha_y(n)$: 地点 n の超過遠心加速度速度（予測）[m/s²]

$$C_d = \frac{v^2}{gR_o} G - C_o \quad (\text{カント不足量}) \quad (1.2)$$

一方ここでは左右動揺の予測モデルを、曲線半径やカントの設計値からの変化に伴って変動するカント不足量 \hat{C}_d を入力とする、式(5.2)のように仮定する。

$$\alpha_y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \hat{\alpha}_y(n-k) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \frac{g}{G} \hat{C}_d(n-k) \quad (5.2)$$

ここで、 $\hat{\alpha}_y(n)$: 軌道変位を考慮した、地点 n の計算上の超過遠心加速度[m/s²]

$$\hat{\alpha}_y(n-k) = \frac{g}{G} \hat{C}_d(n-k) = \frac{v^2}{R(n-k)} - \frac{g}{G} C(n-k) \quad (5.3)$$

$R(n-k)$: 地点 $n-k$ の実曲線半径[m]

$C(n-k)$: 地点 $n-k$ の実カント[mm]

式(5.3)は式(1.2)のカント不足量の式から導かれるものである。

ここで、台車枠から下の振動の影響を無視できると仮定した場合、車体は左右のまくらばねを介して台車枠から支持された剛体であり、その重心に超過遠心力が作用している3自由度（左右並進、ローリング、ヨーイング）の振動系と見なせる。よって式(5.2)の係数 $h(k)$ を求めることは、実カント不足量を入力、左右動揺を出力とするシステムを FIR モデルで表現し、パラメータを同定することにほかならない。

本項では、振子車両と非振子車両の左右動特性を比較するため、2種類の車両形式に対し検討を行った。使用したデータを図 5-2、図 5-3 に示す。なお、同図のデータは後述する理由により、各項目とも周波数 0.04[1/m]以下の成分を示している。

図 5-2 の区間の場合、70K950M～71K50M にかけて、10m 弦正矢通りが全振幅で 20mm 程度変化している。これは、設計曲線半径 250m に対し、局所的な半径が 200m～280m の範囲で変動していることを意味しており、これによる左右動揺が4段目の実測値に現れている。

両図のうち、3段目の超過遠心加速度は式(5.3)で求まるものである。非振子車両の場合、超過遠心加速度と動揺の実測波形は、その大きさや変動傾向が類似しており、両者の間に相関があることがうかがえる。

振子車両の場合、車体傾斜制御によって車体左右動揺の定常成分をうち消すので、入出力の関係は、厳密に線形ではない。図 5-3 の波形では、超過遠心加速度と動揺の実測波形は波長の短い変動は類似しているものの、絶対値は異なっている。しかし、まくらばねの動特性によって車体が左右に振動するという点では非振子車両と本質的に同じであることから、周波数帯域を限定すれば、振子車両についても同様な手法で左右動揺の同定が可能と考えられる。

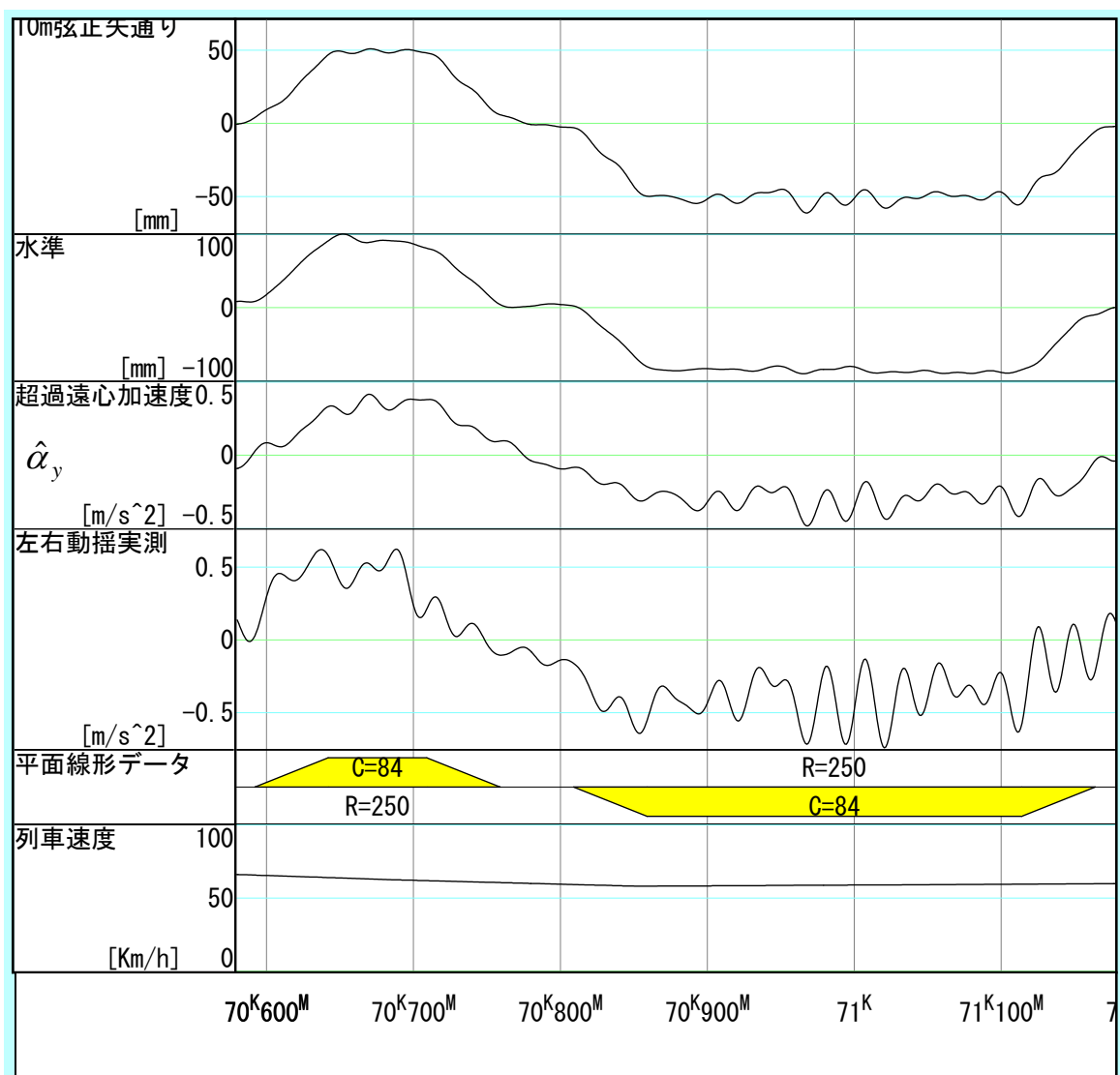


図 5-2 同定に用いたデータ（非振子特急電車）

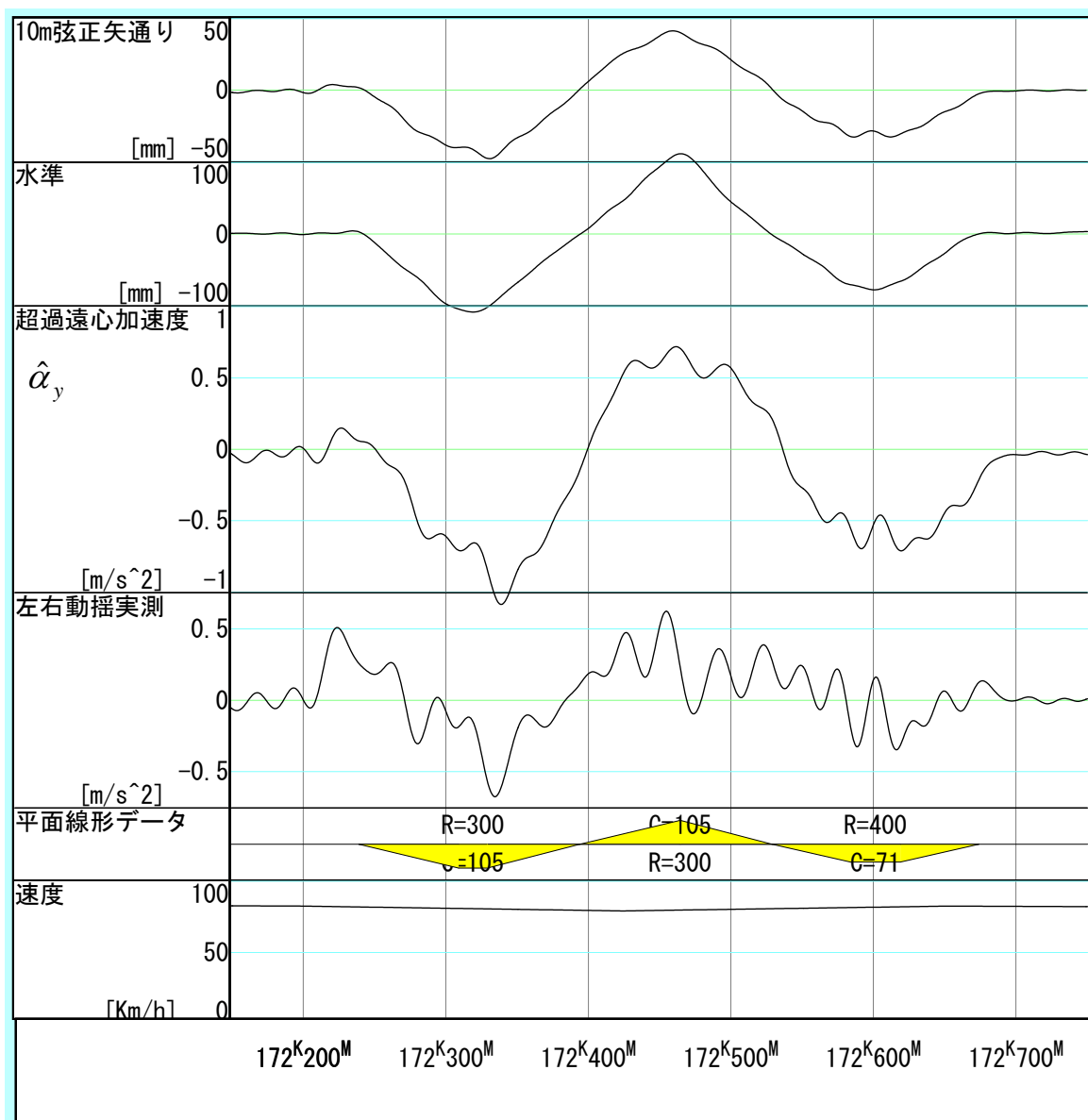


図 5-3 同定に用いたデータ（振子車両）

5. 2. 2 システム同定結果

本項では、FIR モデルを用いて式(5.2)のパラメータ $h(k)$ を推定し、車両の左右動特性を同定する。パラメータの同定には最小二乗法を用いる。

まず、同定に先立って入出力間のコヒーレンスを図 5-4 に示す。非振子車両では周波数 $0.04[1/m]$ 以下（波長 $25m$ 以上）の帯域でコヒーレンスが 0.80 を上回っており、両者の線形性は高いといえる。一方、 $0.04[1/m]$ 以上では、周波数毎のばらつきが大きい。これは、この帯域では車輪に作用する強制変位の影響が無視できないためと考えられる。すなわち、台車枠から下の振動の影響を無視して左右動揺を論じられる周波数帯域は、概ね $0.04[1/m]$ 以下と判断できる。これは、車両走行シミュレーションによる結果⁵⁻³⁾とも合致した結果となっている。よって、以下のシステム同定では図 5-2、5-3 に示したとおり、入出力信号に通過帯域 $0 \sim 0.04[1/m]$ のローパスフィルタ処理を施すこととする。

また振子車両のケースにおいても $0.04[1/m]$ の範囲でコヒーレンスが 0.6 を越えたことから、システム同定の適用範囲を同じく周波数 $0.04[1/m]$ 以下の帯域とする。

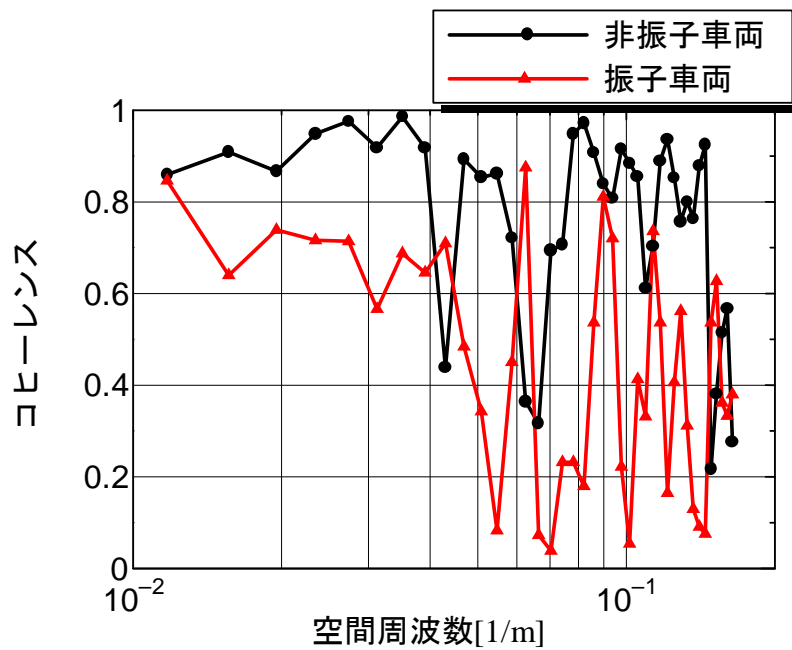


図 5-4 超過遠心加速度と加速度実測値とのコヒーレンス

次に、FIR モデルによって同定したパラメータを用いた、左右動揺予測（再現）波形と実測波形の比較を図 5-5、図 5-6 に、周波数応答関数を図 5-7 に示す。

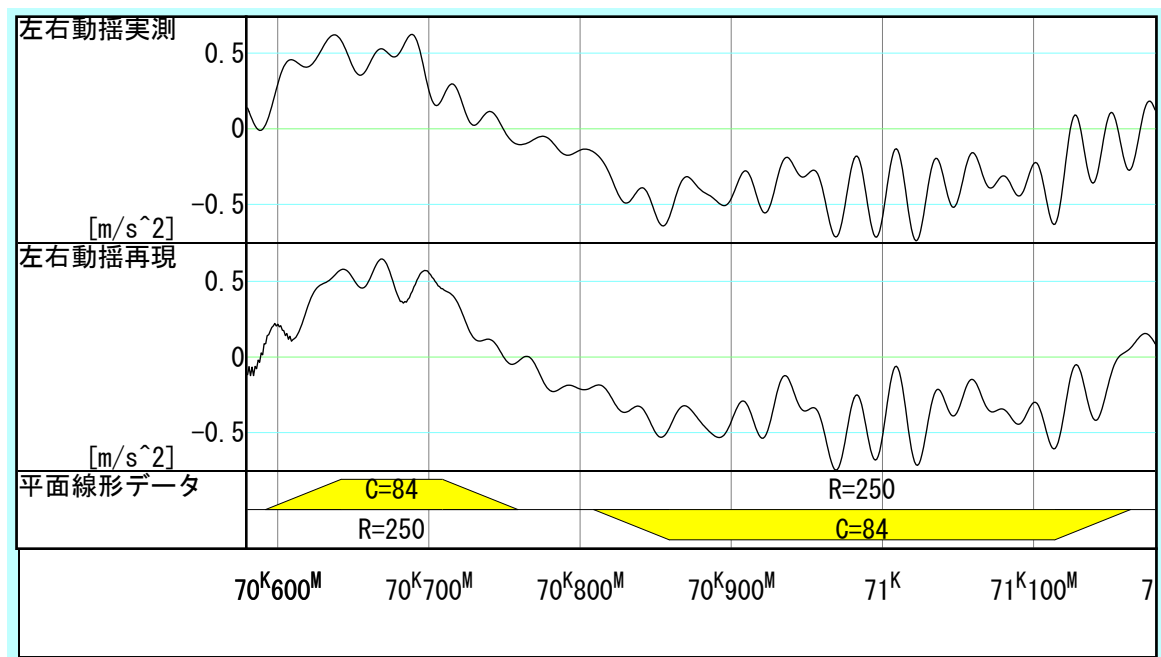


図 5-5 左右動揺の再現波形と実測波形（非振子車両）

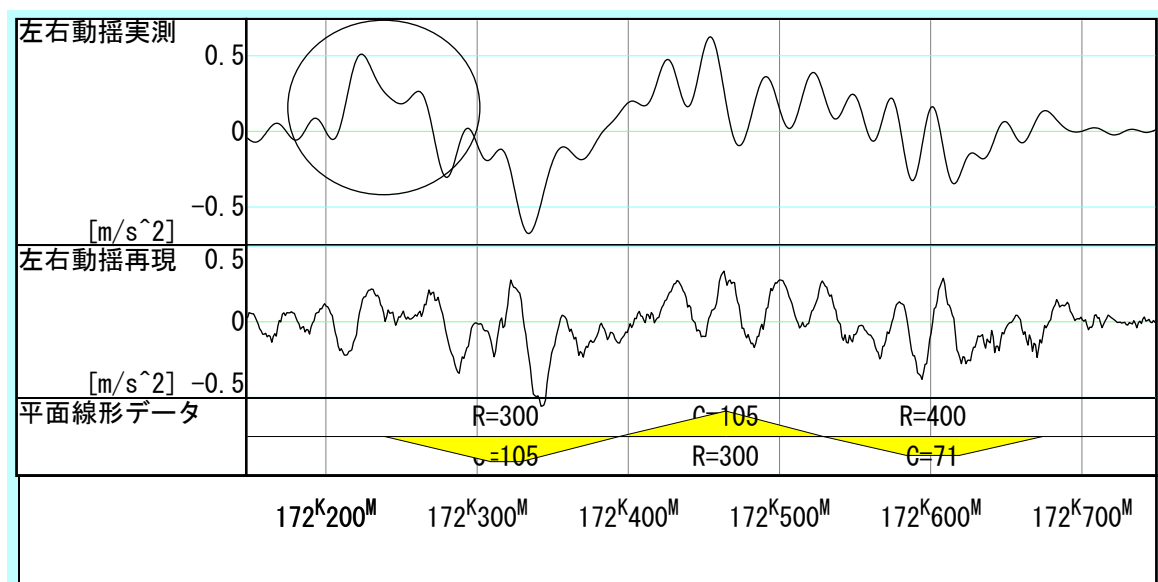


図 5-6 左右動揺の再現波形と実測波形（振子車両）

両図から、左右動揺の実測波形と再現波形は、上下動揺の場合ほどではないが、おおよその傾向は一致している。非振子車両の場合は、円曲線走行中の超過遠心加速度の絶対値や、図で 71K 前後の、曲線線形の崩れ（図 5-2 参照）に起因すると考えられる左右動揺等が再現されている。

振子車両の場合は、振子制御に起因すると考えられる曲線手前での曲線逆方向への低周波の加速度（図 5-6○内）は再現されていないものの、円曲線中の加速度変動の傾向はよく一致している。

周波数応答関数については、非振子車両では $0.01, 0.04[1/m]$ になだらかなピークを持ち、ここから $0[1/m]$ （定常成分）へ向かって約 1.2 に収束する（なぜ 1.2 に収束するかは、5.2. 4 項で考察する）。振子車両の場合は $0.03[1/m]$ 付近にピークを持ち、これより低周波側は 0 に向かって収束する。低周波側の振幅特性が小さくなるのは、車体傾斜制御のためである。また、振子、非振子にかかわらず位相特性はほぼ 0 で一定であり、車両がほぼカント不足量に沿って左右に運動していることがわかる。

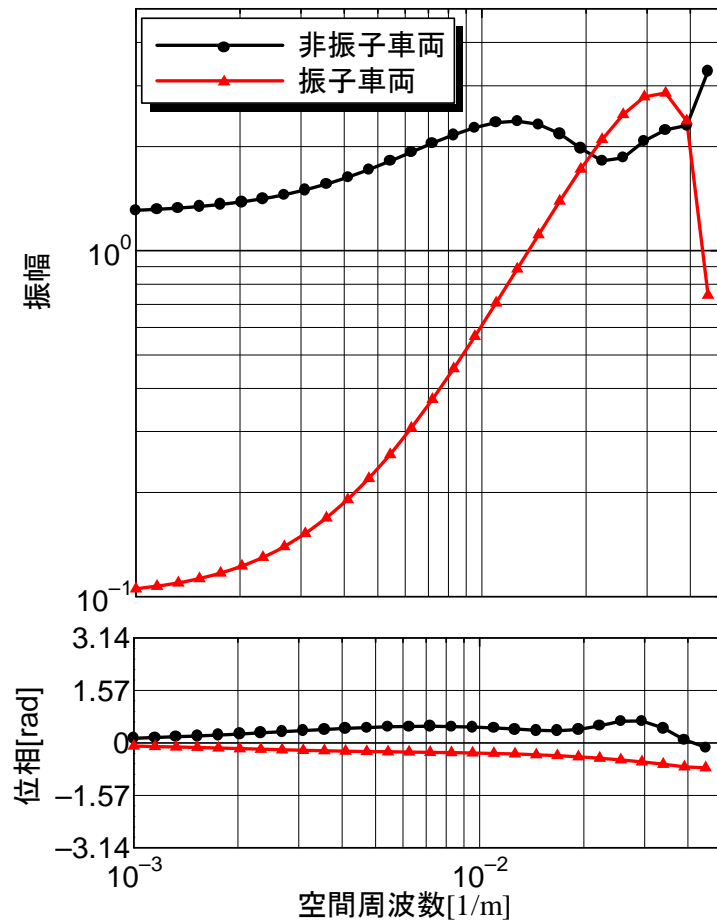


図 5-7 左右動揺の周波数応答関数（周波数 0.04[1/m]以下）

図 5-8 に実測波形と予測波形（図 5-5，図 5-6）のコヒーレンスを示す．非振子車両では両者の相関は非常に高く，線形モデルで左右動揺をほぼ予測できているといえる．振子車両では非振子車両ほどの相関はなく，特に長波長域で相関が低下する．これは車体傾斜制御の影響であるが，周波数帯を限定すれば，振子車両であっても曲線線形に起因する左右動揺を線形モデルによって予測可能といえる．

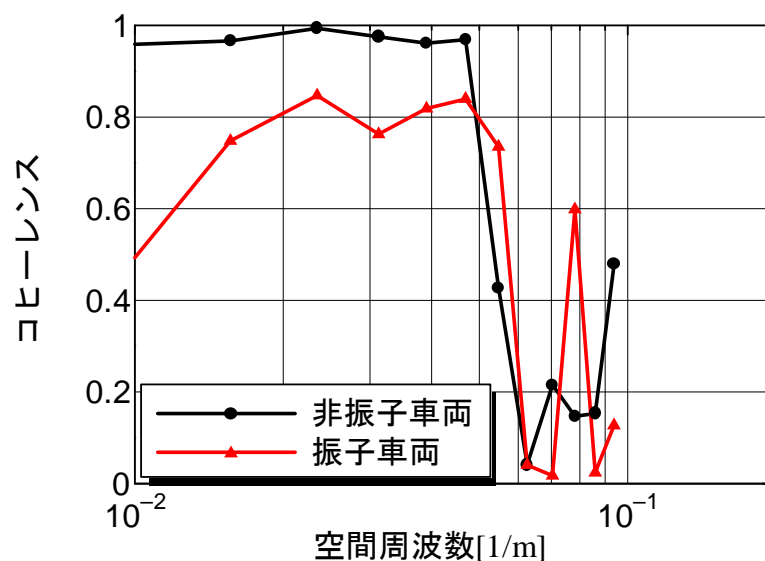


図 5-8 予測波形と実測波形のコヒーレンス

5. 2. 3 入出力データの違いによる同定結果の変化

3. 5. 1 項の PE 性で述べたように、システム同定の際には入力としてなるべく多くの周波数を含む信号を用いるのが望ましい。一方、超過遠心加速度の周波数特性は円曲線長や緩和曲線長によって変化する⁵⁻⁴⁾ため、図 5-7 のシステム同定結果はデータ取得区間が変わると変化する可能性がある。ここでは図 5-2 の非振子車両を対象に、異なる区間の入出力データを用いてシステム同定を行い、その結果の差異について考察する。表 5-1 に、対象とした区間の走行速度と線形を示す。なお、図 5-2 の曲線を以下「基本曲線」という。

表 5-1 対象曲線とその諸元

	速度(km/h)	半径(m)	カント(mm)	カント不足(mm)	備考
基本	60	250	84	37.0	図 5-2
曲線 1	108	600	105	58.3	反向
2	130	1200	65	53.3	反向
3	110	600 2000	105 40	64.4 10.8	反向
4	60	250	84	37.0	単
5	58	250	105	8.0	連続
6	60	300	70	30.8	単
7	80	400	105	29.4	単

※連続・反向曲線で諸元が 1 つのものは、同一半径の曲線が連続している線形。

図 5-9 に表 5-1 の 8 区間で同定した周波数応答関数を示す。また、基本曲線、曲線 1, 2 について、軌道変位を考慮した超過遠心加速度 $\hat{\alpha}_y(n)$ のパワースペクトル密度を図 5-10 に示す。これらの図から、以下のことが読み取れる。

- ・ 周波数応答関数の振幅特性は、曲線 5, 7 以外は大きな差が無い。これは、着目している周波数 ($0 \sim 0.04[1/m]$) が、車両のローリング固有振動数より低い帯域であるためと考えられる。曲線毎になだらかなピークがあるが、ピークに対応する周波数は走行速度が変化しても変わらないため、車両の固有振動数とは直接結びつかないものと判断した。
- ・ 振幅特性のうち、 $0.005[1/m]$ 以下の低い周波数域は、超過遠心加速度の定常成分 (= 式(1.1) による値 \propto カント不足量) によって定まる。カント不足量が小さい曲線 5, 7 では振幅特性が 1 以下、それ以外の曲線では 1 ~ 1.3 の間にある。曲線 5, 7 以外で定常成分に対する振幅特性が 1 ~ 1.3 の間となる理由は次項で考察する。
- ・ 位相特性は、いずれの曲線でも周波数にかかわらずほぼ $0 [\text{rad}]$ である。すなわち車両は、カント不足量に沿って左右に運動している。
- ・ 軌道変位を考慮した超過遠心加速度 $\hat{\alpha}_y(n)$ は、特定の周波数 (基本曲線では $0.025[1/m]$ 付近、曲線 2 では $0.02[1/m]$ 付近) でパワーが減少する。入力のパワーが小さい帯域では周波数応答関数の振幅特性も小さくなる。これは、この帯域では S/N 比が小さく、同定精度が落ちるためと考えられる。

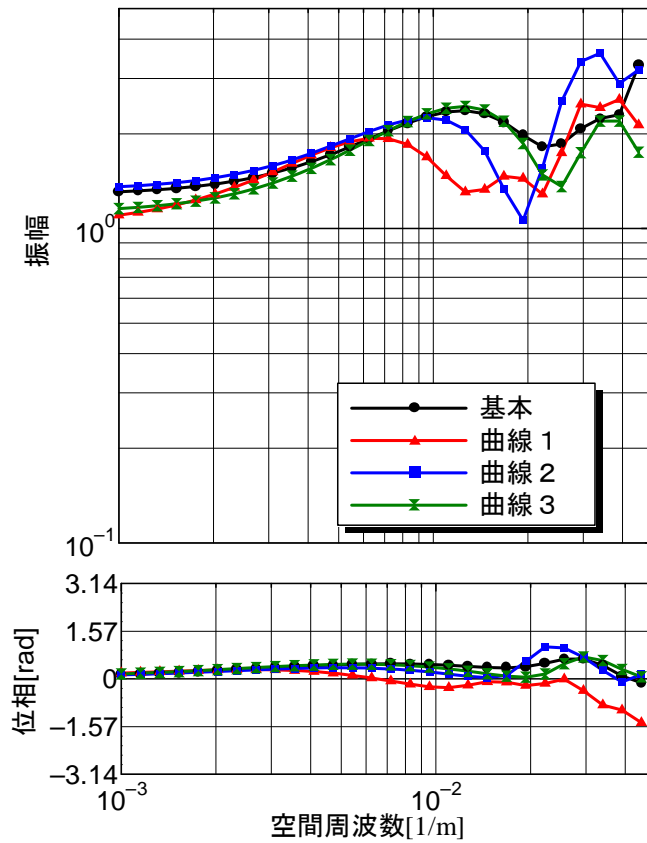


図 5-9-1 左右動揺の周波数応答関数（その 1：速度 100km/h 以上（基本曲線のみ 60km/h））

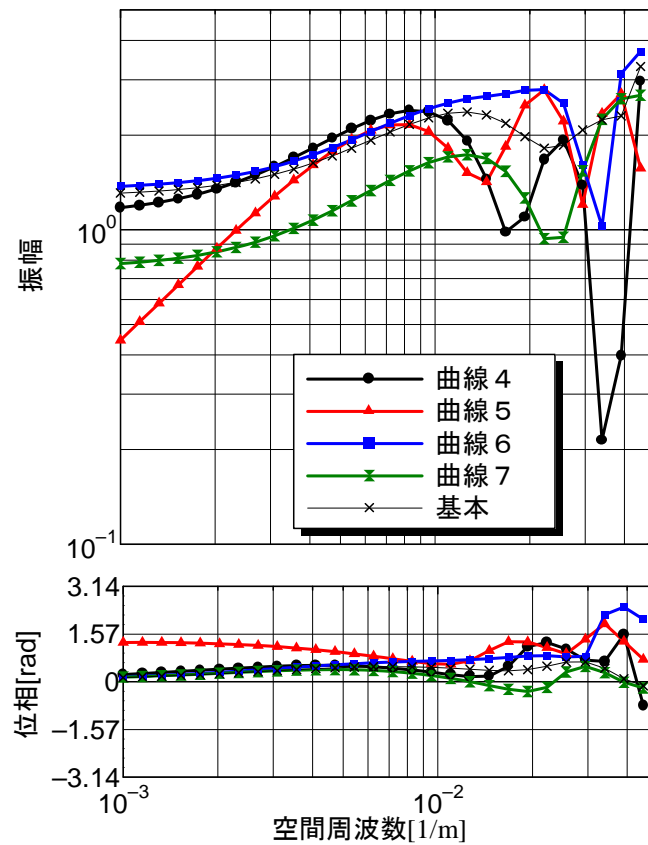


図 5-9-2 左右動揺の周波数応答関数（その 2：走行速度 100km/h 以下）

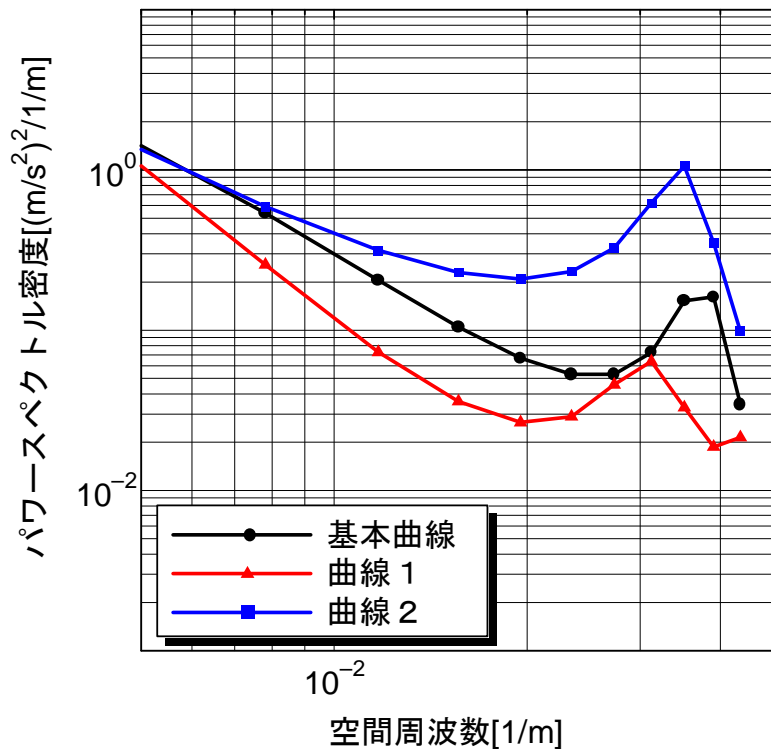


図 5-10 超過遠心加速度 $\hat{\alpha}_y(n)$ のパワースペクトル密度（基本曲線，曲線 1，2）

次に，表 5-1 の各区間の入出力データから同定したパラメータを用いて，曲線 2 および曲線 5 の左右動揺を予測した結果を図 5-11，図 5-12 に示す。

曲線 2 の場合，動揺を予測するにあたってポイントとなるのは，一つ目の曲線の途中（14K700M 付近，図の○内）で全振幅 2.0m/s^2 程度の大きな動揺が発生し，曲線内側（図では正側）向きの加速度が発生していること，および二つ目の曲線の出口側緩和曲線付近（14K100M 付近，図の◎内）でやはり大きな動揺が発生していること等である。

曲線 2 の入出力データによって同定したパラメータによる再現性が良いのは明らか（図 5-11 4 段目の青線）であるが，基本曲線あるいは曲線 1 によるパラメータを用いても，曲線 2 における上記の特徴はよく再現されている。基本曲線，曲線 1，2 は反向曲線であり，単曲線の場合と比較して，入出力データに多くの周波数成分を含んでいるためと考えられる。

一方，曲線 5 や 7 によるパラメータでは再現性が低い。特に曲線 5 のパラメータによる予測波形では，円曲線中の定常的な加速度がほとんど 0 であり，予測の目的を果たしていない。これは，ここで用いた出力データでは曲線 5 を超過遠心加速度がほぼ 0 の状態（いわゆる均衡速度）で走行しているため，加速度のうち，定常成分が正しく予測できないためである。

図 5-12 の曲線 5 場合，ポイントとなるのは，円曲線中の加速度が 0 のまわりで変動していること，一つ目の曲線の緩和曲線終端付近で，過渡的な応答が生じていること（73K570M 付近の図の○内，および 73K280M 付近，図の◎内）である。後者についてはいずれのパラメータでも再現されているが，前者については曲線 5，7 以外のパラメータではやや大きめ（図では正側）の予測となっている。これも同定に用いた出力データに超過遠心加速度が含まれているためと考えられる。

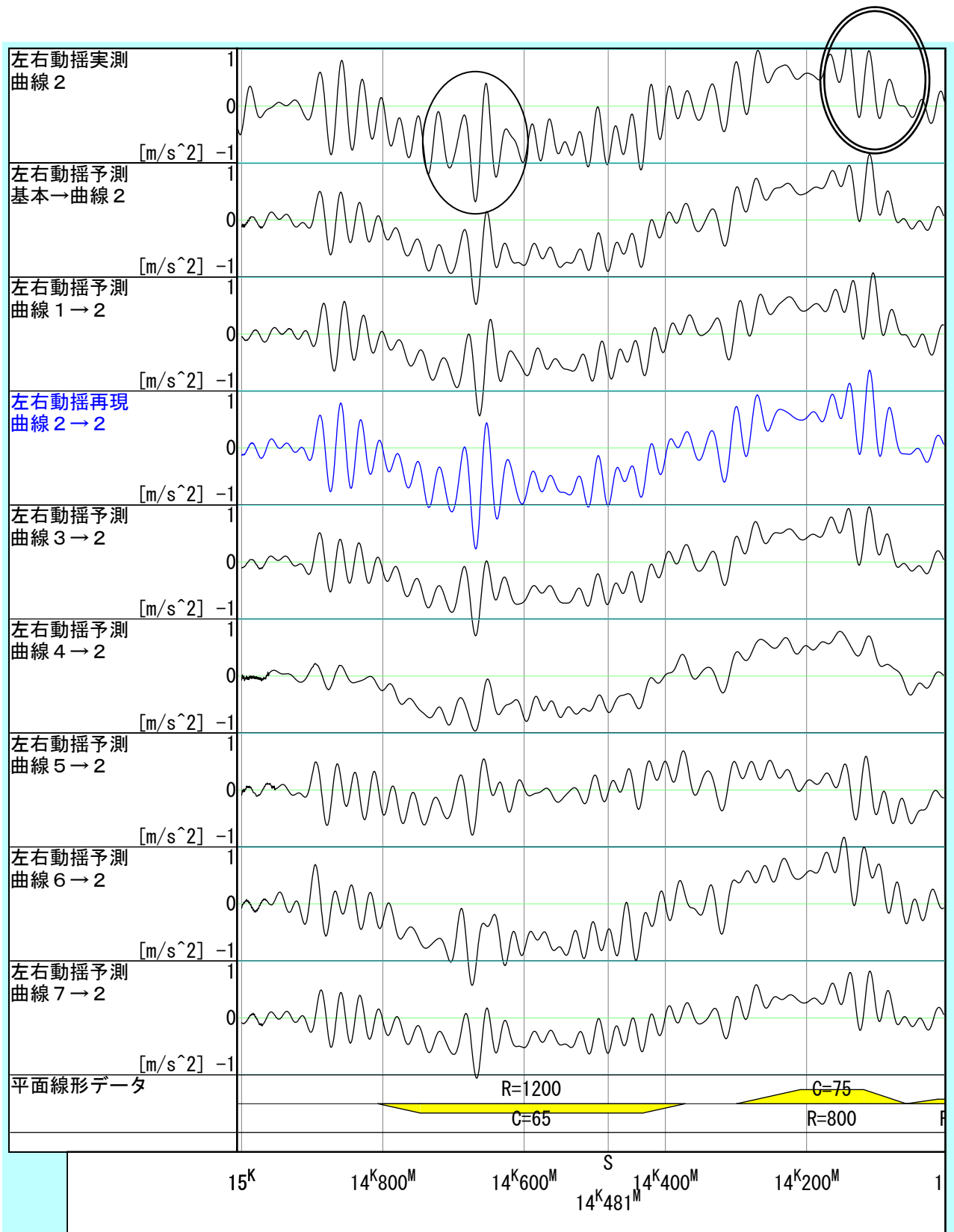


図 5-11 各区間で同定したパラメータを用いた曲線 2 の左右動揺予測結果

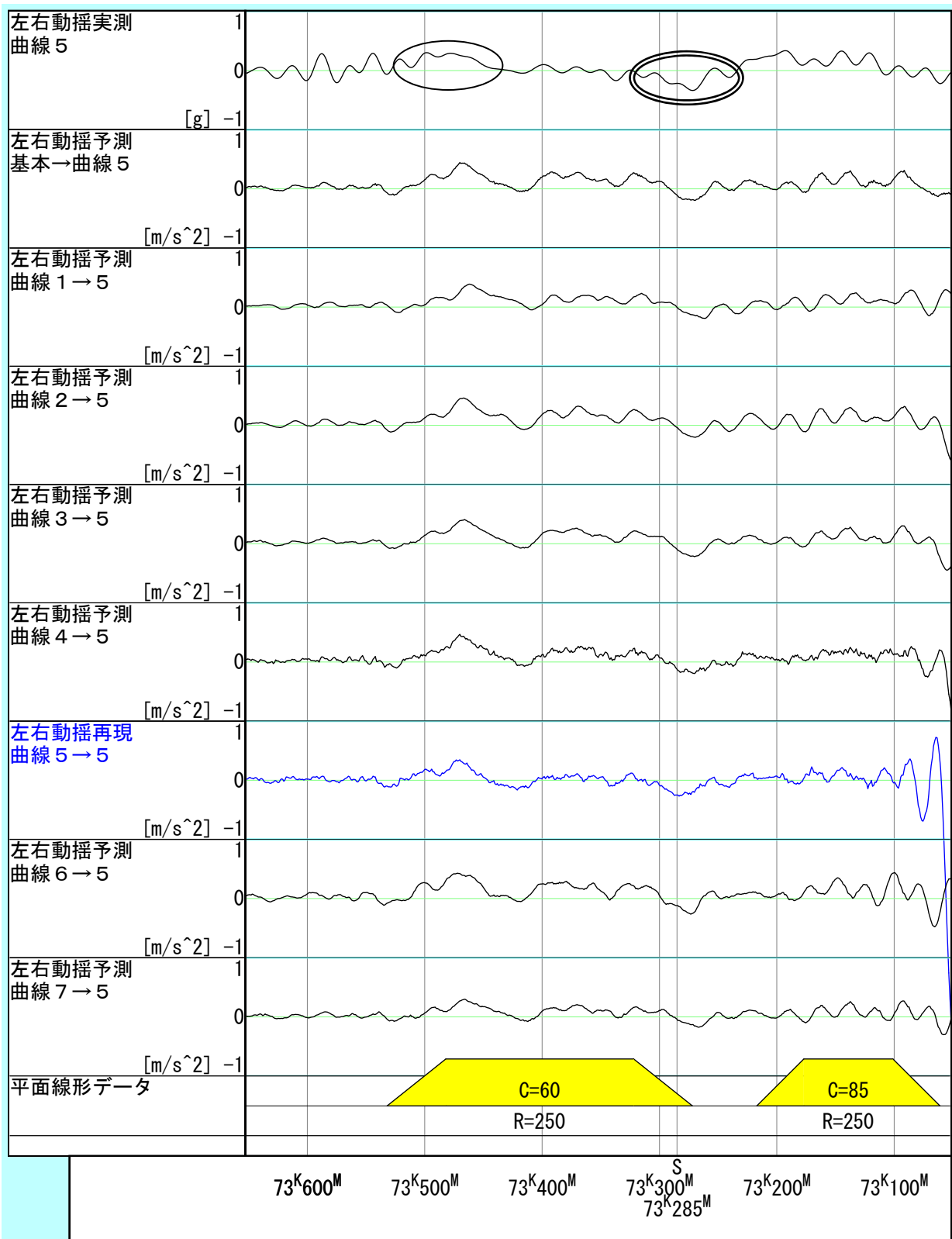


図 5-12 各区間で同定したパラメータを用いた曲線 5 の左右動揺予測結果

以上のように，同定された車両の動特性（パラメータ）は，同定に用いる入出力データの持つ周波数特性，および加速度データ取得時の走行速度（＝超過遠心加速度の大きさ）の影響を受けることがわかる．よって，0.04[1/m]以下の低周波数域における，鉄道車両の左右動特性を同定するためには，以下のような性質を持つ入出力データを用いることが望ましい．

- ① なるべく多くの帯域の成分を持つこと．そのためには，複数の曲線を含んだ（ただし速度は一定の）区間であることが望ましい．
- ② 高速走行に対応した曲線線形評価のためには，なるべくカント不足が大きい状態で走行していること．

なお，複数の区間から得られたパラメータのうち，どれを最適なものとして選択するかについては，5. 3. 6 項において詳細に考察する．

5. 2. 4 パラメータに対する考察

表 5-1 の 8 区間で得られたパラメータの組 $h(k)$ について，その和 $\sum_{k=0}^{N-1} h(k)$ を計算したものを図 5-13 に示す．これは曲線半径，カントが一定の場合の式(5.2)による超過遠心加速度と車体で測定される加速度との比を表すものとなる．すなわち式(5.2)で $\hat{\alpha}_y = \text{const.}$ とした場合，

$$\alpha_y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \hat{\alpha}_y(n-k) = \hat{\alpha}_y \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \quad (5.4)$$

となり，

$$\sum_{k=0}^{N-1} h(k) = \frac{\alpha_y(n)}{\hat{\alpha}_y} \quad (5.5)$$

となる．すなわち $\sum_{k=0}^{N-1} h(k)$ は，車両が緩和曲線から円曲線に進入し，過渡応答が収束した状態における，式(5.2)による超過遠心加速度と車体で測定される加速度との比を表すものとなる．

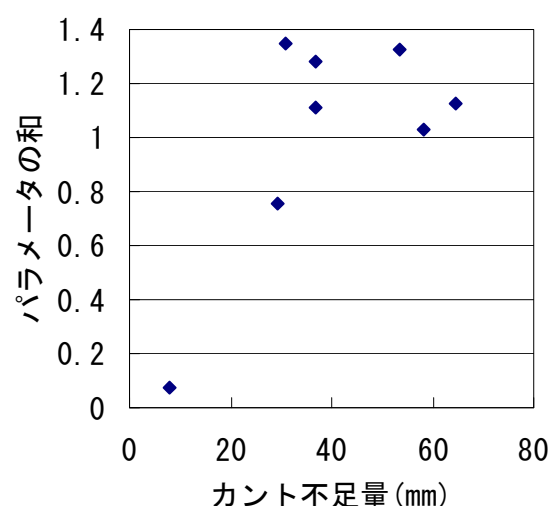


図 5-13 カント不足量とパラメータの和との関係

従来は，超過遠心加速度の評価にあたって式(5.2)による値に対しある一定量の割り増しを行ってきた．この割り増し係数を車体傾斜係数と呼んでいる．車体傾斜係数は，超過遠心力

の作用によって左右のまくらばねの上下変位量が変化し、車体床面の傾斜角がカントよりも緩くなることに対する補償と解釈されている（図 5-14）。車体傾斜係数には、これまで得られた実測値を包絡する値として 1.25 が用いられている。

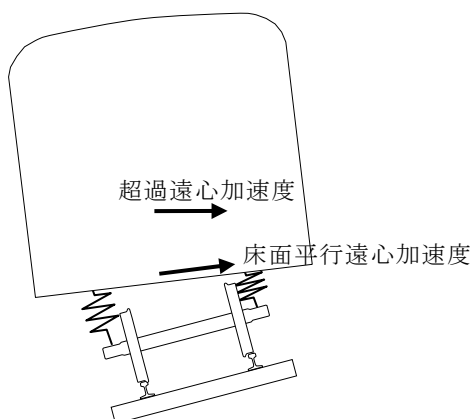


図 5-14 カント区間における車体床面の傾斜角

図 5-13 に示すように、本システム同定から得られたパラメータの和 $\sum_{k=0}^{N-1} h(k)$ も、ばらつきはあるものの似た値となっている。これに加えて本システム同定結果に基づく予測モデルでは、この円曲線中の定常的な加速度の割り増しのほかに、図 5-12 で示したような円曲線中の加速度の変動や緩和曲線終点付近の過渡応答が表現できる。

以上のことから、システム同定によって得られたパラメータは、従来から得られている経験的な結果と比較して妥当なものであり、かつ前項までの考察から車両の実際の挙動により即したものであることが確認された。

5. 3 車輪への強制変位に対する左右動特性の同定

本節では、JRの在来線高速線区の軌道変位と特急型電車の左右動揺から部分空間法による左右動特性の同定を行い、同定結果に対する考察を行う。なお、前節での検討結果から、ここで対象とする周波数は $0.04 \sim 0.167[1/m]$ とする。

5. 3. 1 問題の設定

同定に用いたデータの諸元は以下のとおり。

- ・ 軌道変位 : JR在来線幹線の4区間。通り変位には10m弦正矢値を用いる。
- ・ 車両データ : 特急型交流電車
- ・ 走行速度 : 約110km/h
- ・ サンプルング間隔 : 1m

軌道変位、左右動揺加速度、速度のデータを図5-15～図5-18に示す。

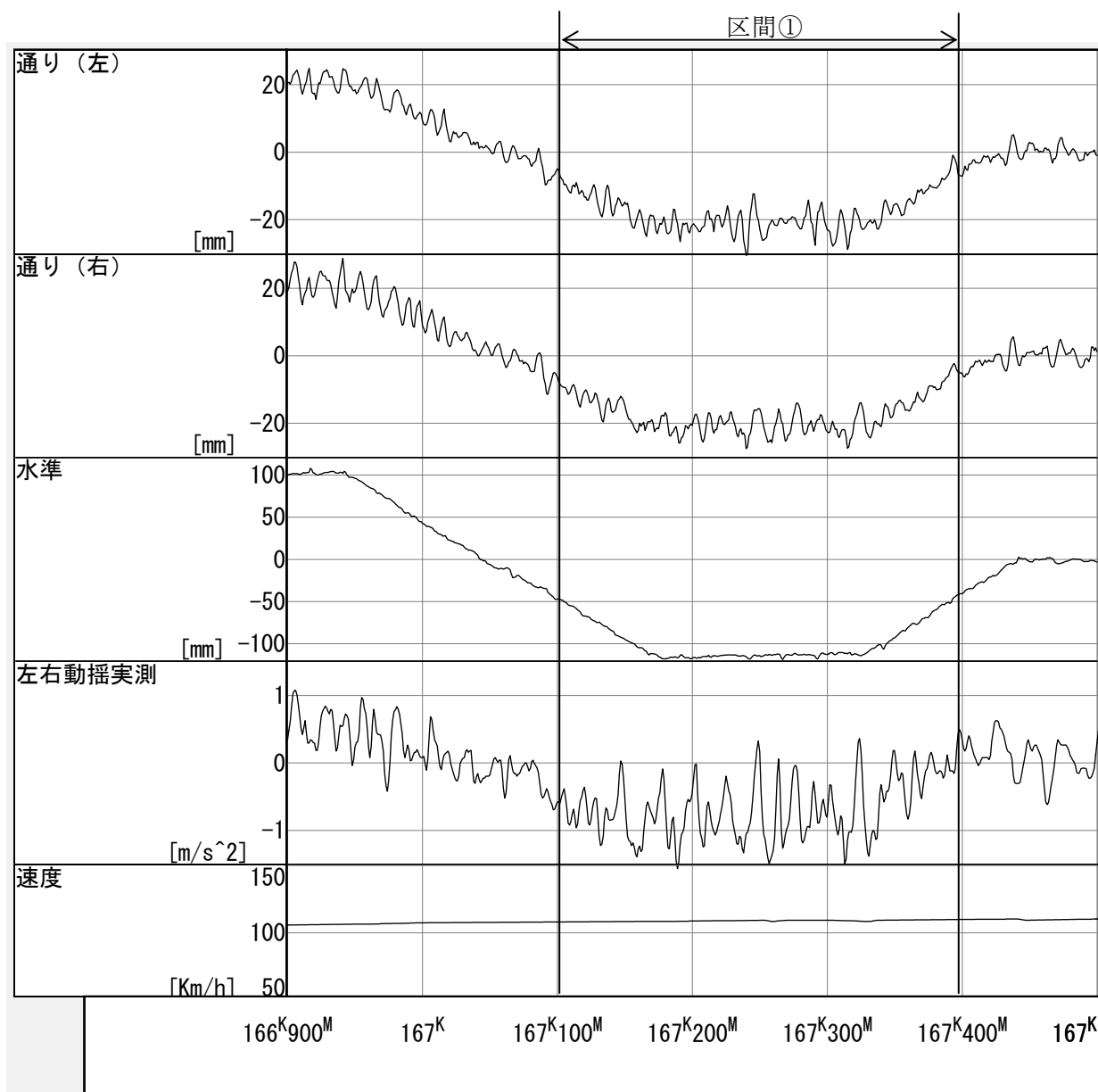


図 5-15 軌道変位と左右動揺（区間①）

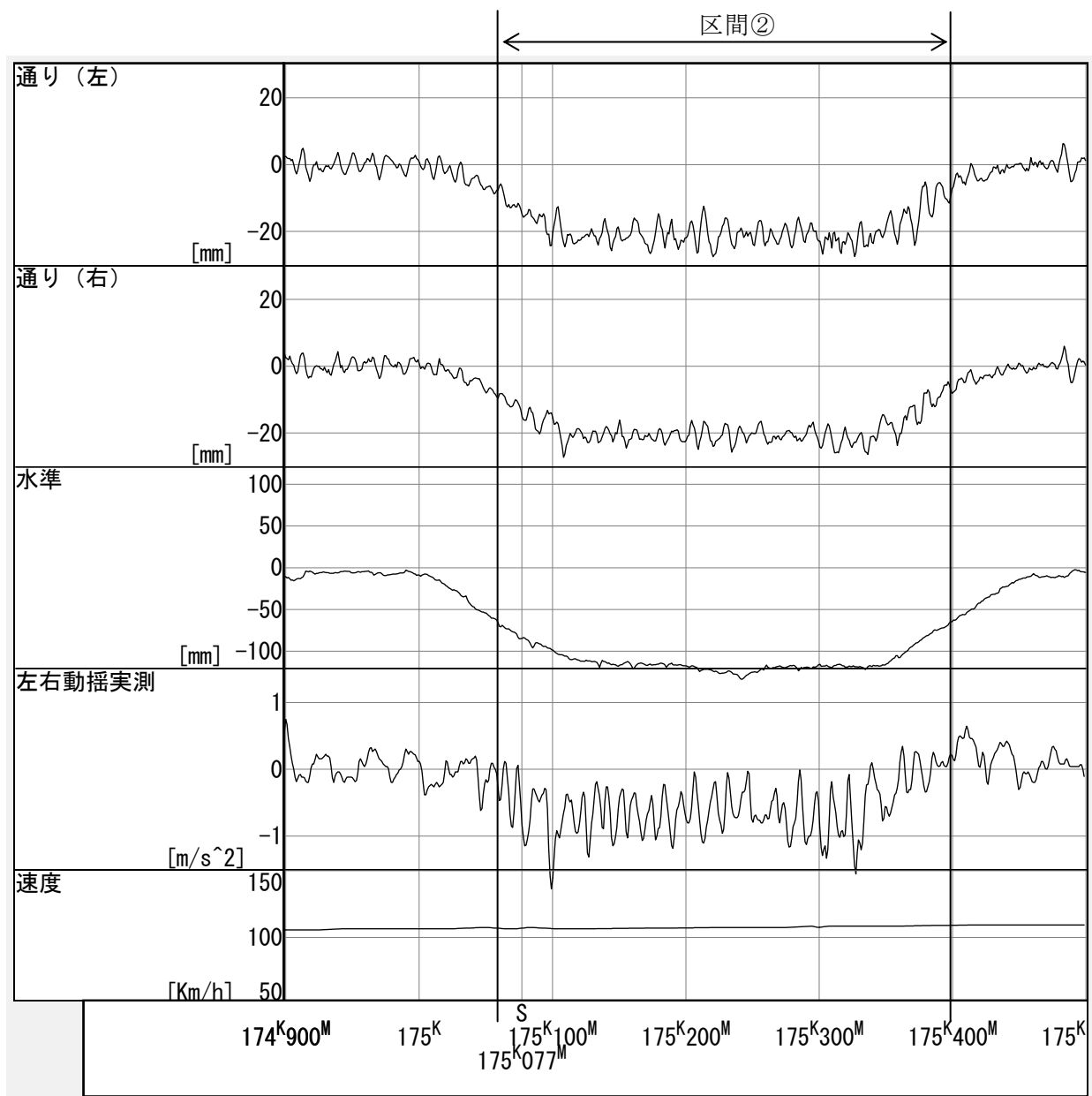


図 5-16 軌道変位と左右動揺（区間②）

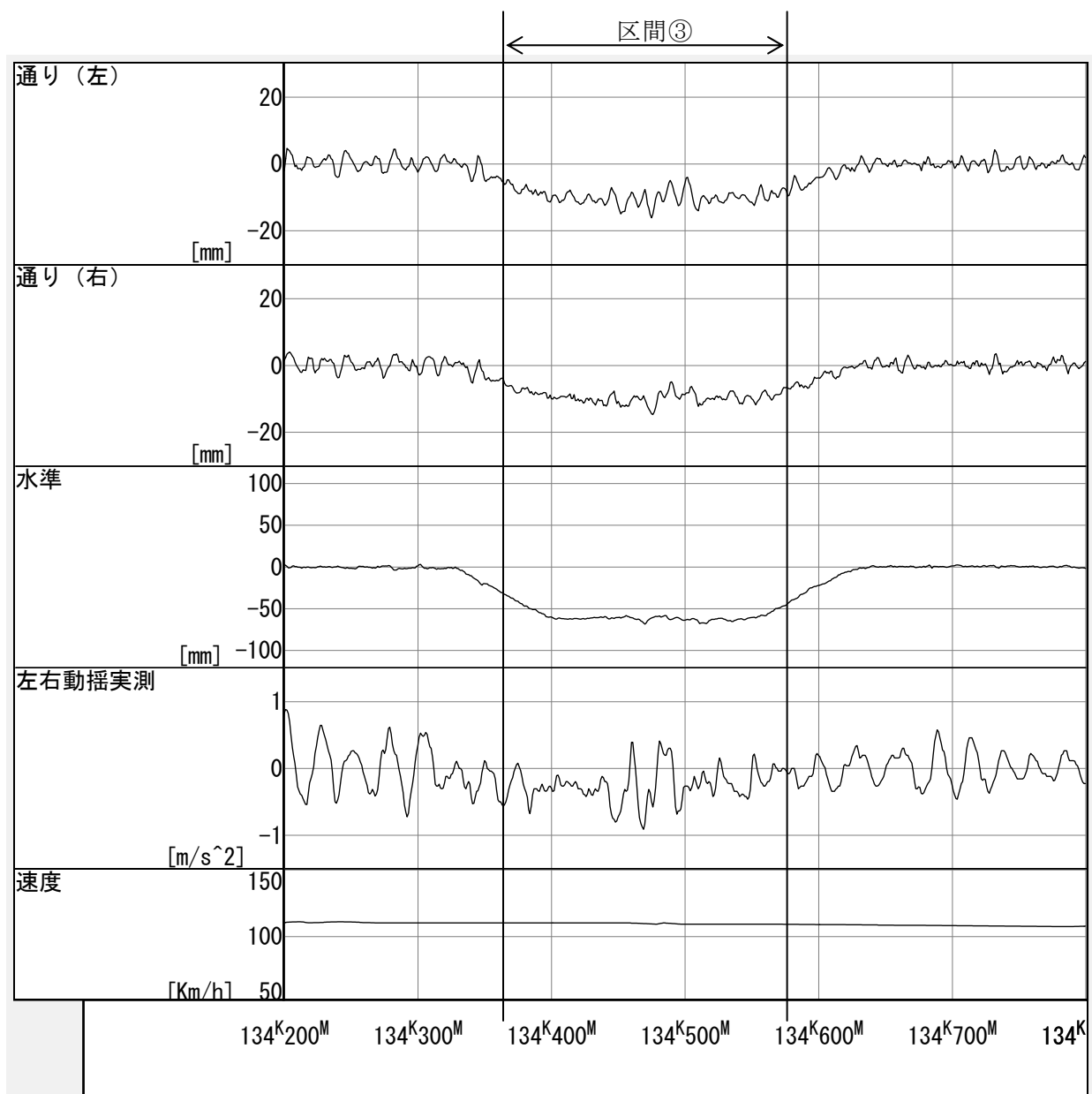


図 5-17 軌道変位と左右動揺（区間③）

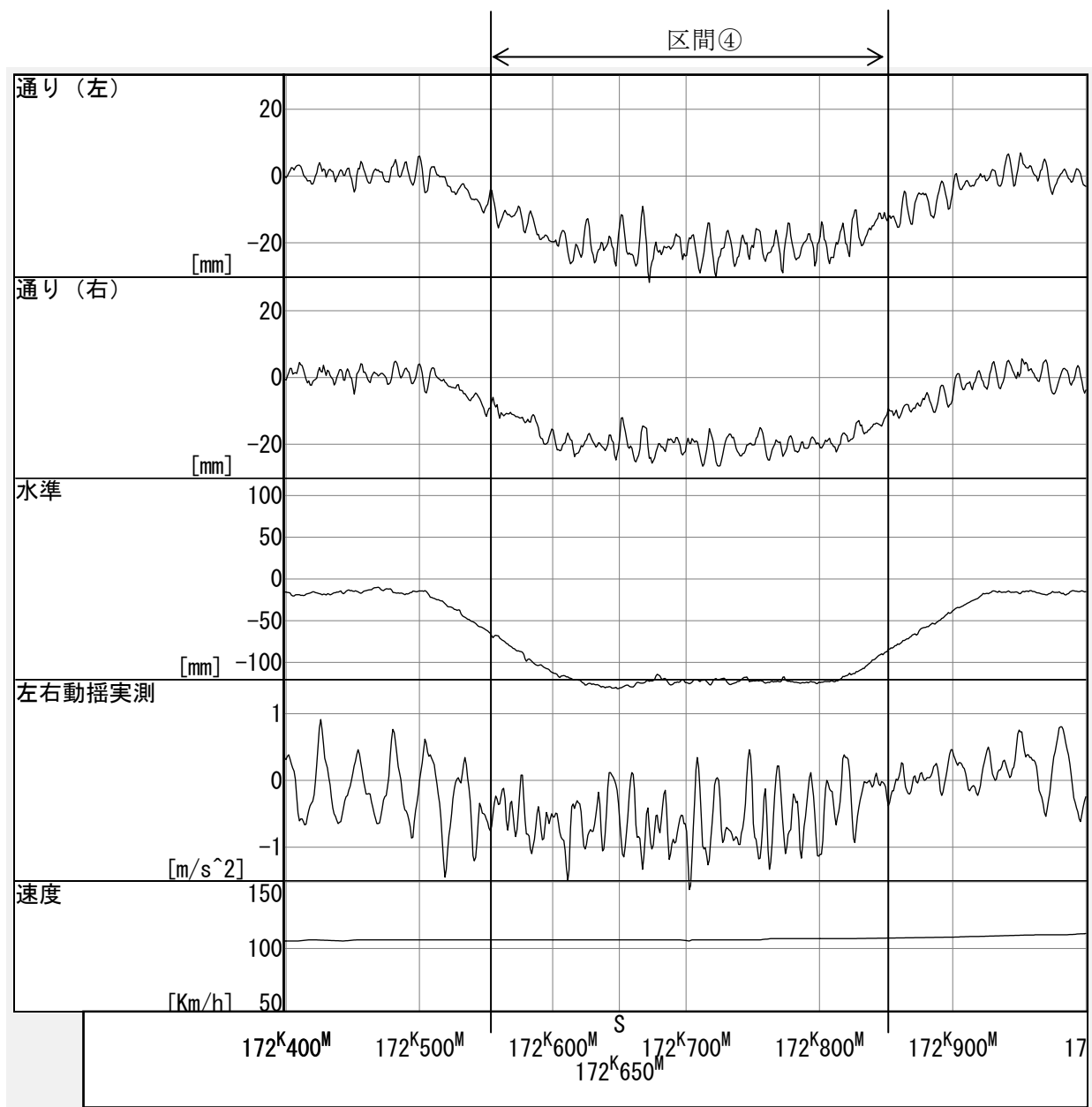


図 5-18 軌道変位と左右動揺（区間④）

同定区間の通り変位, 水準変位, 左右動揺のパワースペクトル密度を図 5-19～5-21 に示す.
 なお, 本節では同定する対象の周波数帯を $0.04 \sim 0.167 [1/m]$ としたため, 以下の周波数軸上の
 グラフもこの帯域に限定して示す.

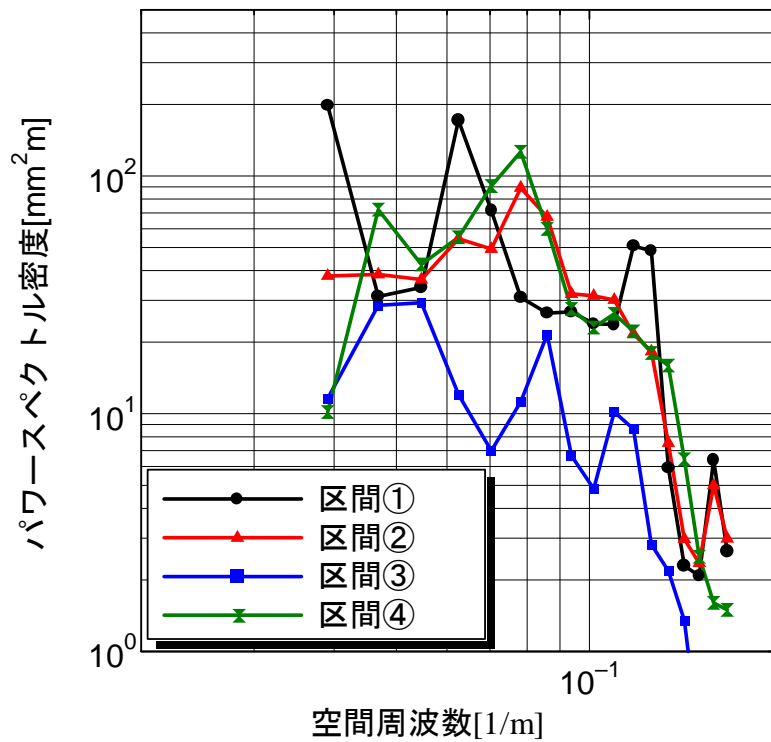


図 5-19 対象区間の通り変位のパワースペクトル密度

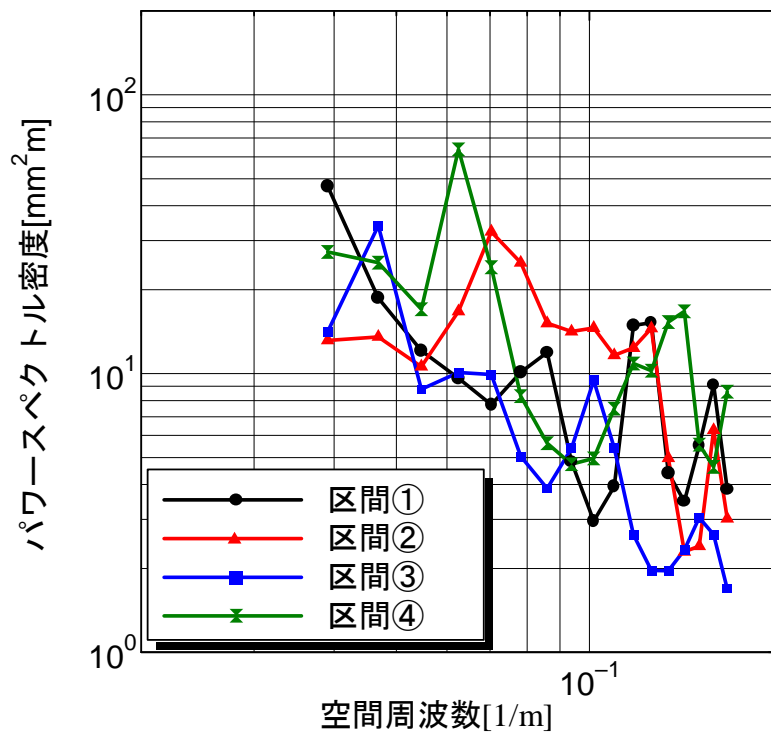


図 5-20 対象区間の水準変位のパワースペクトル密度

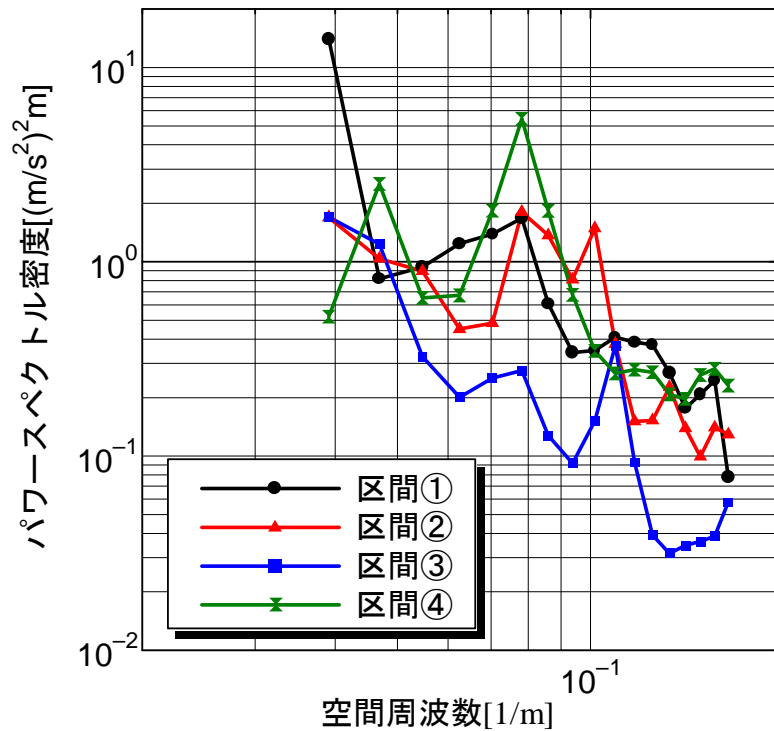


図 5-21 対象区間の左右動揺のパワースペクトル密度

5. 2 節でも触れたが，システム同定において入力信号はなるべく多くの種類の周波数を含む信号であることが望ましい．具体的には，入力信号は想定される雑音に対してパワーが十分大きく，各周波数のパワーが均等であるか，少なくとも鉄道車両左右動特性の固有振動モード数以上の卓越周波数を有する必要がある．理想的には，入力信号がパワーの大きい白色雑音であることが望ましいが，軌道変位においてこのような条件は満たされことは少ないので，図 5-19 に示すパワースペクトル密度を参考に，最もパワースペクトル密度が大きく，かつ多くの卓越周波数を持つものを入力信号とするのが望ましい．

5. 3. 2 入出力信号の相関

システム同定に先立って左右動揺と通り変位，水準変位との相関を確認するため，コヒーレンス関数を求めた．結果を図 5-22，5-23 に示す．

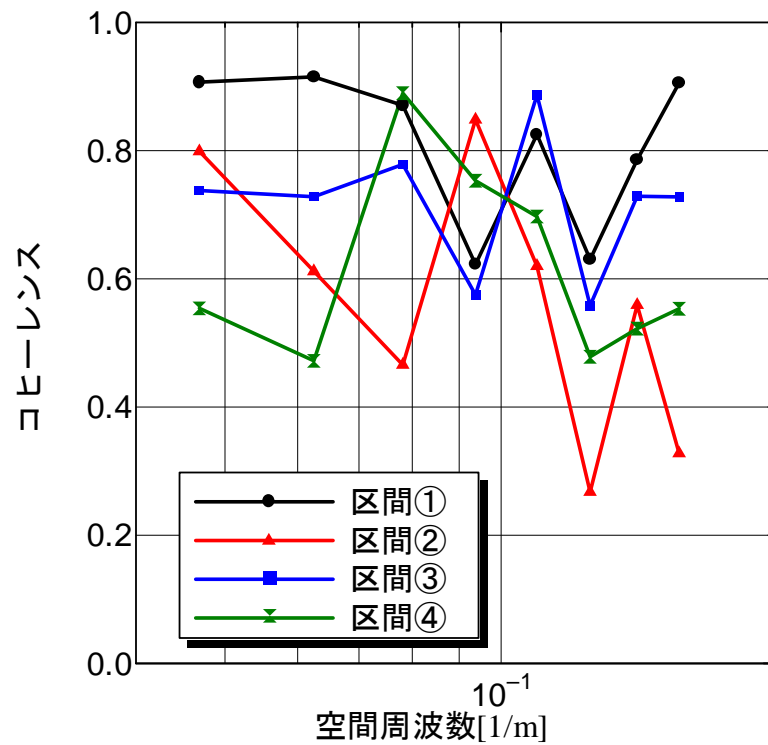


図 5-22 左右動揺と通り変位のコヒーレンス

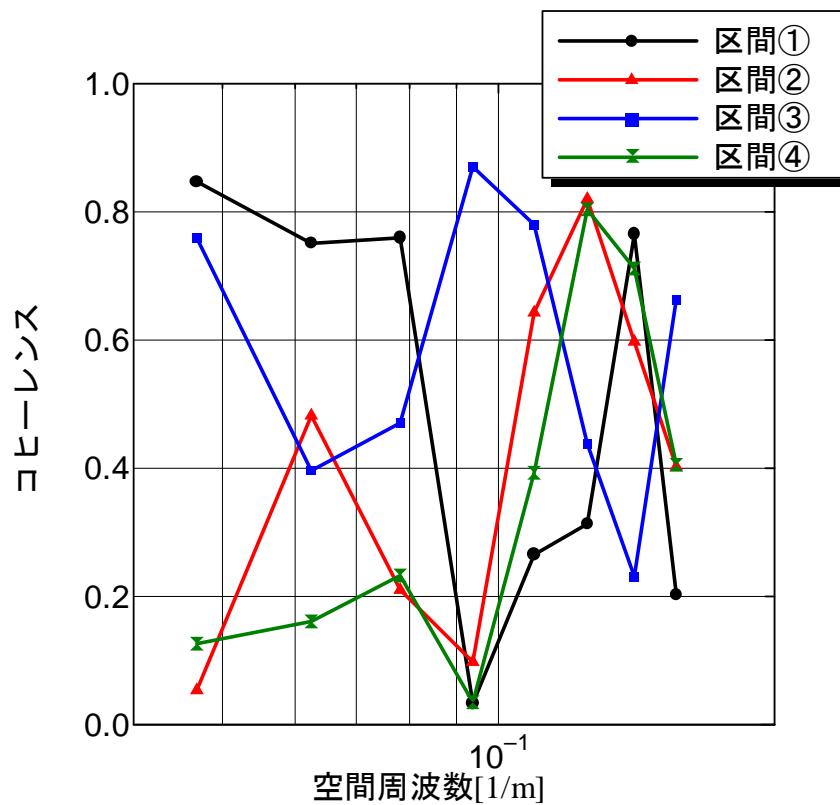


図 5-23 左右動揺と水準変位のコヒーレンス

通り変位と左右動揺，水準変位と左右動揺との間は，高低変位と上下動揺との関係に比べると単独では相関が低いことがわかる．図 5-22 から，左右動揺と通り変位の相関係数は着目する周波数帯域で 0.5 を越え，区間と帯域によっては 0.9 程度であることから，両者には弱い相関があるといえる．また図 5-23 から，左右動揺と水準変位については，区間と周波数による相関係数のばらつきが大きく，特に 0.09[1/m]付近では，区間 3 を除いてほとんど 0 となる．一方，0.1[1/m]以上の帯域では通り変位よりも相関が高くなる場合もある．

総じていえば，左右動揺と通り変位には弱い相関があり，左右動揺と水準変位の相関は小さい．よって，左右動揺と軌道変位との関係を線形モデルで表す場合，通り変位，水準変位のいずれか片方のみを入力信号としたのでは精度の良いモデルは実現できず，2 入力モデルとする必要性が生じてくる．

5. 3. 3 次数の選択

3 章に示した部分空間法によるシステム同定の手順は，次数 n が決められた場合のものである．部分空間法において次数 n を定める具体的な指標は得られておらず，通常は式(3.56)または(3.74)に基づき，ハンケル行列の特異値の大きさが急激に変化する次数を選択する⁵⁻⁵⁾．式(3.56)を再掲する．

$$H = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \approx U_1 \Sigma_1 V_2 \quad (3.56)$$

ただし Σ_1 は， H の特異値を対角に大きい順に n 個並べたもの（対角成分以外は 0）

Σ_2 は， H の特異値のうち大きさがほぼ 0 のものを並べたもの（対角成分以外は 0）

しかし現実のデータでは，特異値の大きさがある次数 n を境に急激に変化するとは限らない．これはシステム同定に用いる入力の PE 次数が十分に大きくないことがあるためである．よってここでは次数 n の選定に，伝達関数表現の場合と同じく FPE を用いた．各区間のデータを用いて部分空間法によるシステム同定を行った際の，次数と FPE との関係を図 5-24 に示す．

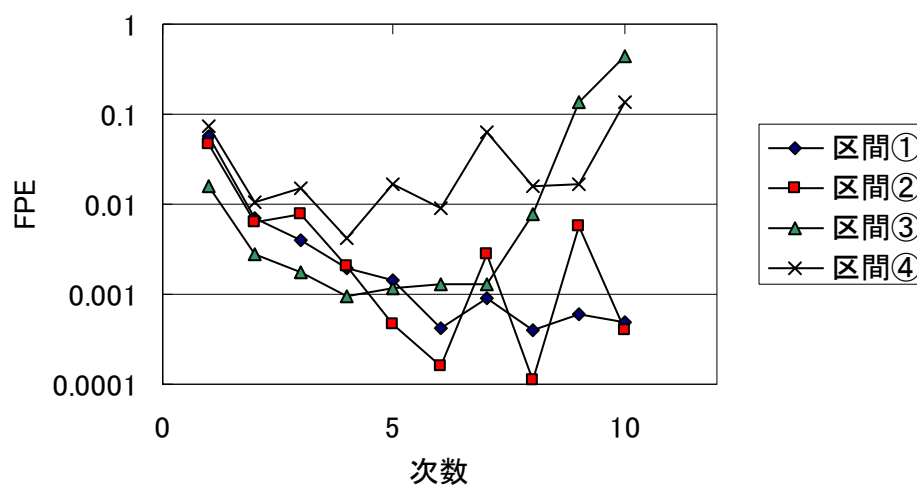


図 5-24 各区間のデータにおける次数と FPE の変化

図 5-24 から，区間①，②については次数を 8，区間③，④については次数を 4 とした．ただし後述するように，区間③，④については次数を 6 とした方がデータの再現性は良く，また他区間への移転性も良い．次数は定性的にはシステムの固有モード数の 2 倍であり，鉄道車両の左右動揺については，少なくとも並進運動，ローリング，ヨーイングの 3 つの振動モードがあることから，次数 4 では小さすぎることになる．よって，区間③，④では次数を 6 とした場合の計算も合わせて行った．

5. 3. 4 システム同定結果

区間①～区間④において，左右動特性を同定した周波数応答関数を図 5-25，5-26 に，同定に用いた空間の左右動揺実測波形と予測（再現）波形を図 5-27～5-30 に示す．

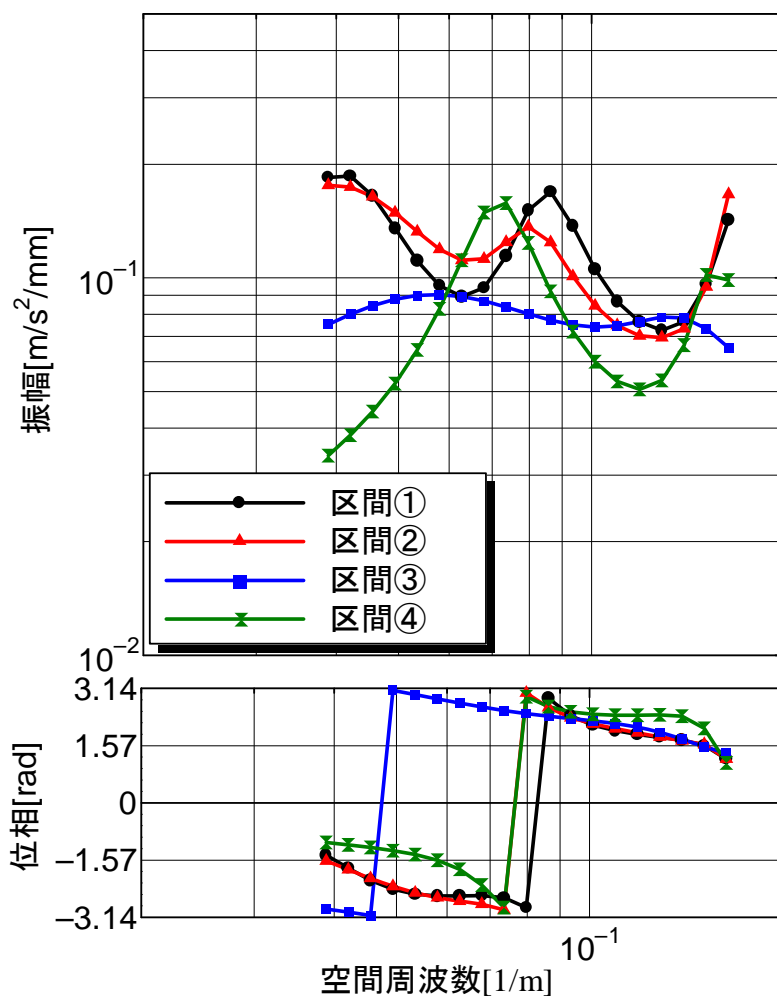


図 5-25 周波数応答関数（通り変位→左右動揺）

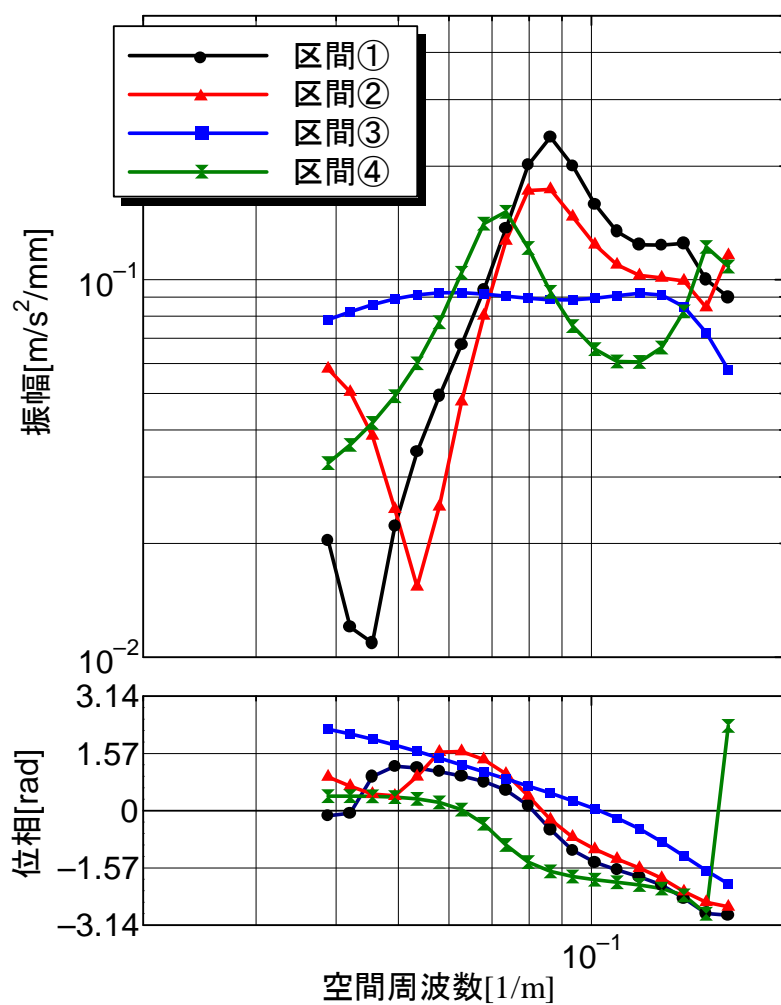


図 5-26 周波数応答関数（水準変位→左右動揺）

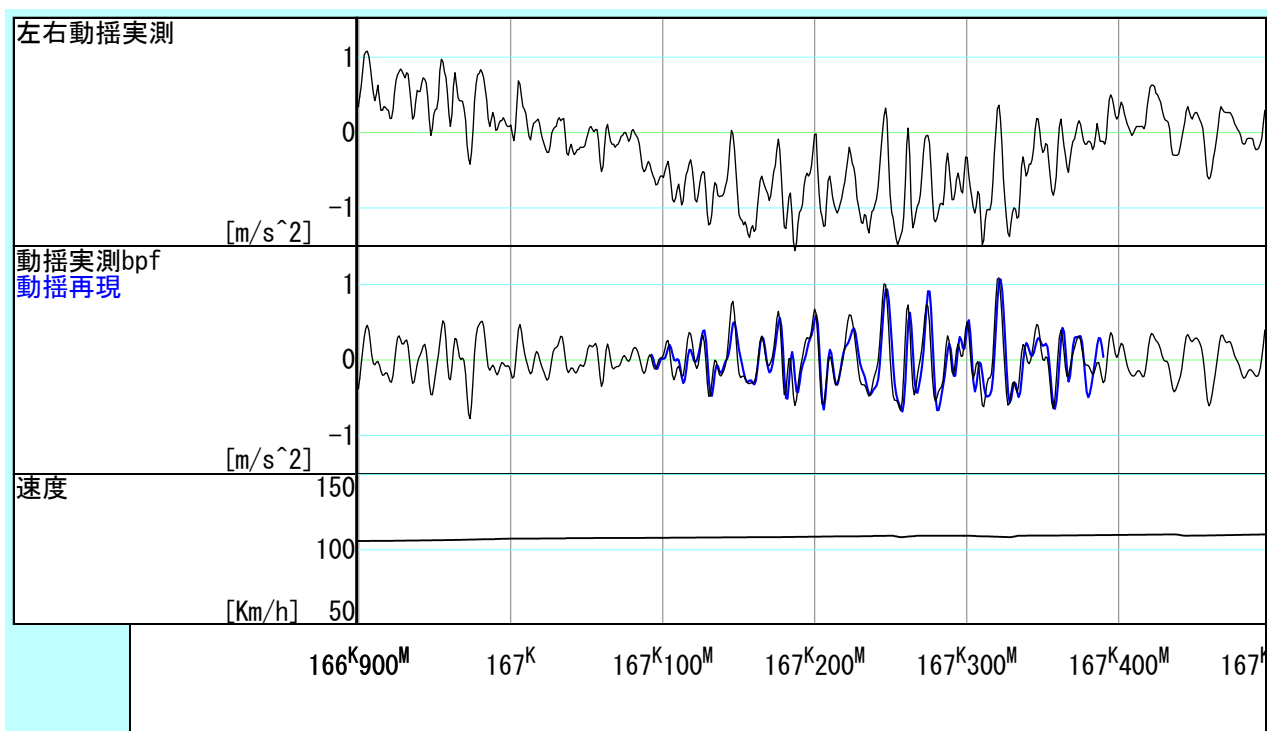


図 5-27 左右動揺の実測波形（黒）と再現波形（青）の比較（区間①）

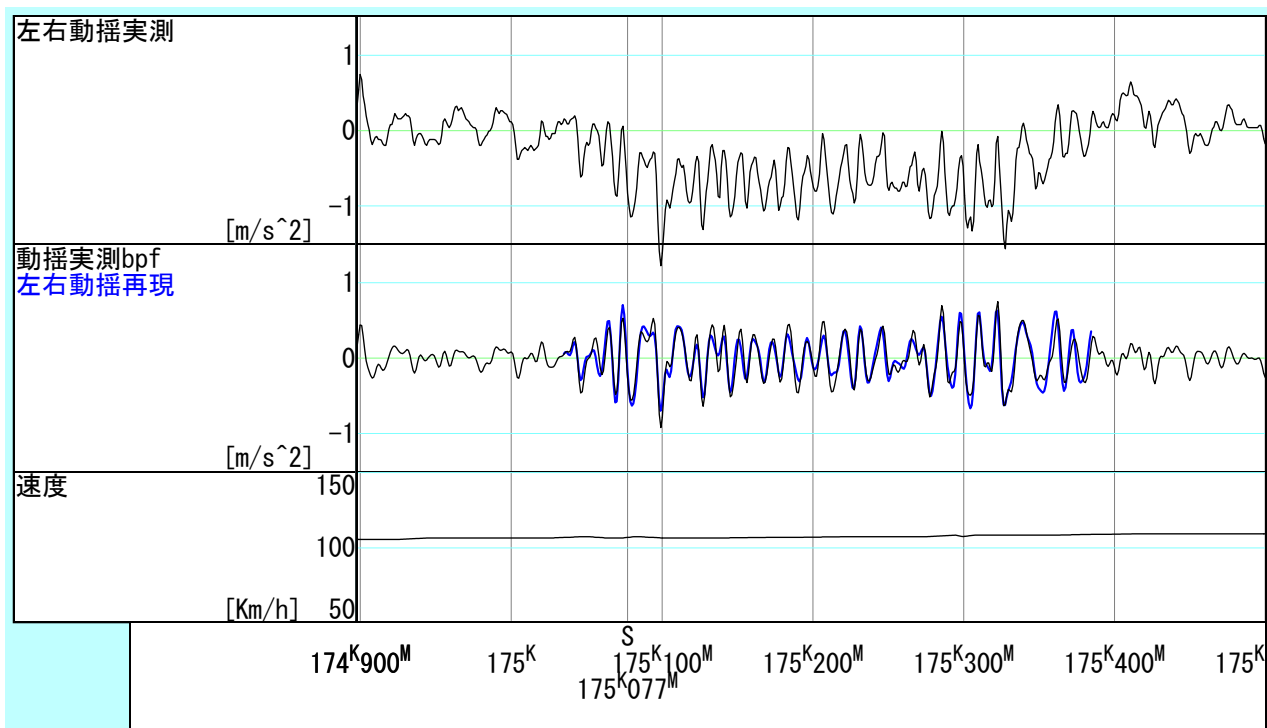


図 5-28 左右動揺の実測波形（黒）と再現波形（青）の比較（区間②）

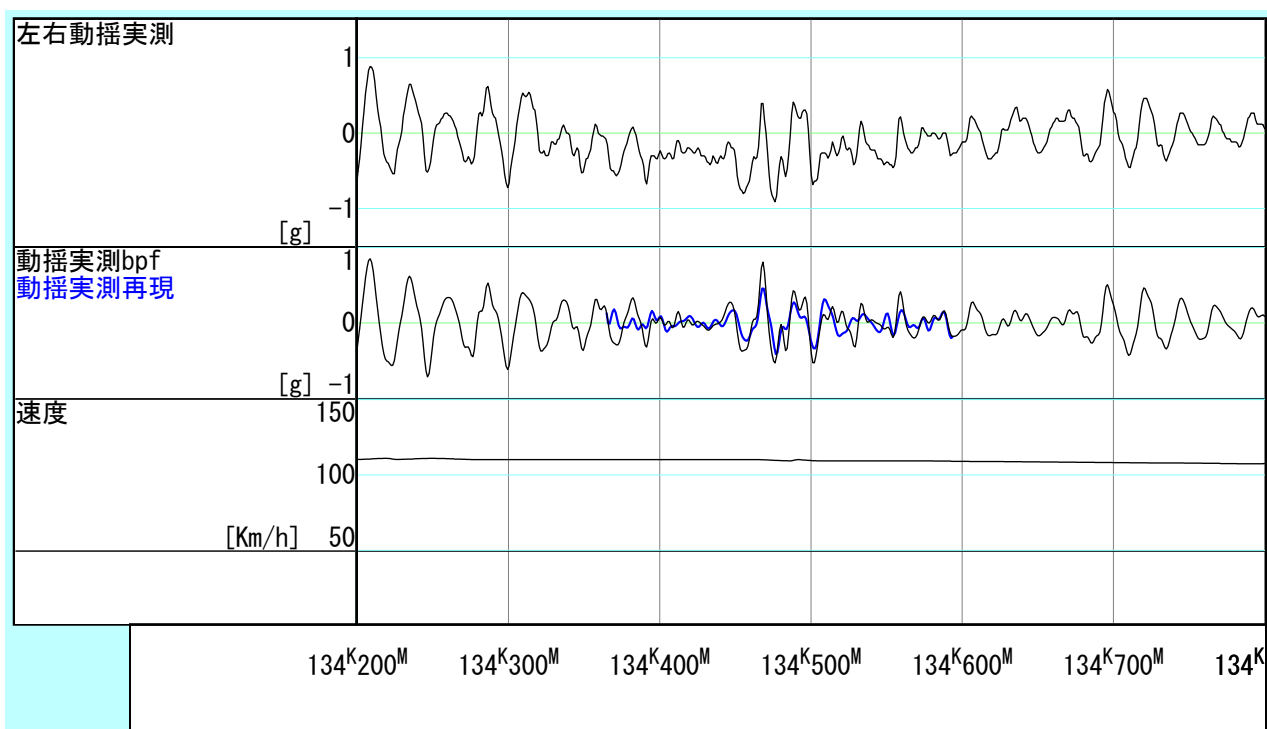


図 5-29 左右動揺の実測波形（黒）と再現波形（青）の比較（区間③）

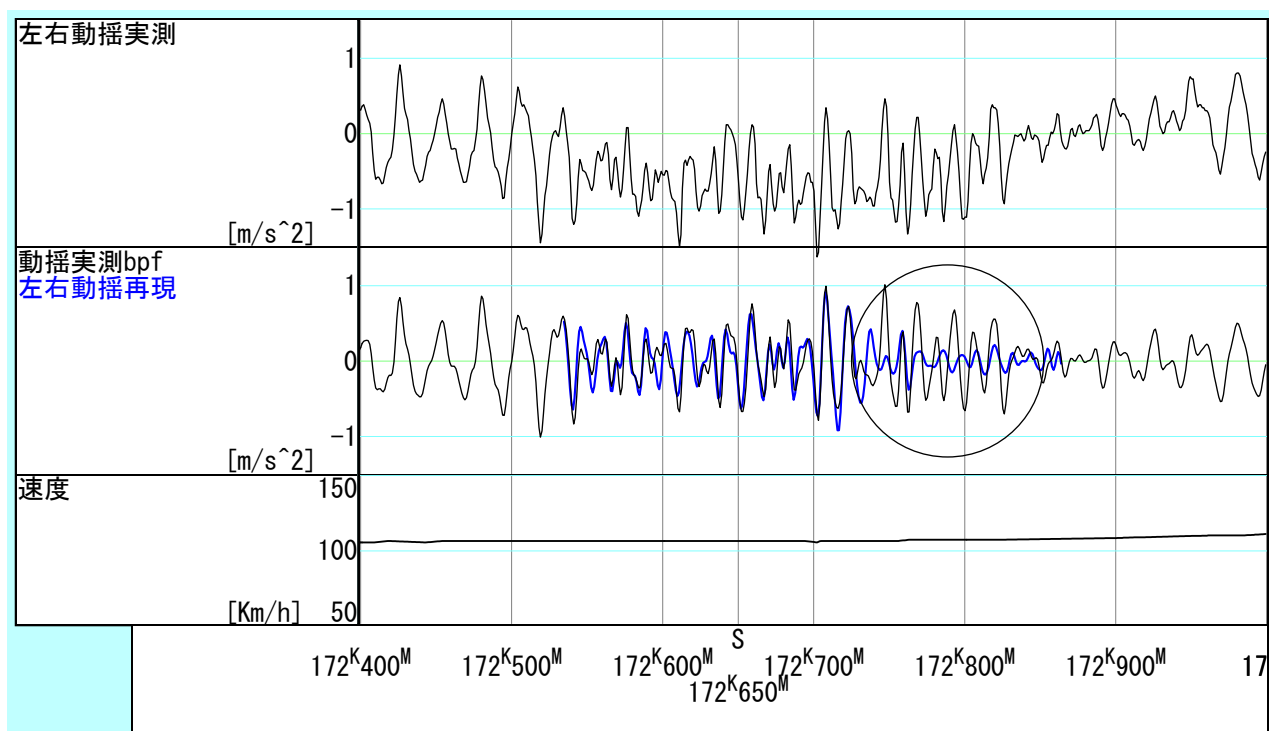


図 5-30 左右動揺の実測波形（黒）と再現波形（青）の比較（区間④）

図 5-25～図 5-30 から、以下のことが言える。

区間①による周波数応答関数と区間②による周波数応答関数は、双方とも卓越する周波数や振幅特性、位相特性等が類似している。また図 5-26、5-27 から波形の再現性も高い。これらのことから、区間①、②から得られたシステムの動特性は、真の動特性に近いものであると考えられる。

区間③は他の区間と比較して振幅特性、位相特性とも異なる結果となった。図 5-17 から、区間③では 134k470m 付近以外は軌道変位が通り、水準ともほとんど 0 に近いいため、振動が十分に励起されず、精度の高い同定ができなかったと考えられる。

区間④については図 5-30 からわかるように、曲線の後半（○内：172k750m～850m）で波形の再現性が低い。左右動揺加速度実測波形と図 5-18 の軌道変位とを比較すると、内軌側（左）通り変位波形と左右動揺加速度との類似性が高いことから、軌間が左右動揺に影響を及ぼしていることが考えられる。この点については 5. 3. 7 項で考察する。

次に、5. 3. 3 項で述べた理由により、区間③、④の次数を 6 とした場合の周波数応答関数を図 5-31、5-32 に示す。区間④については図 5-25、5-26 の場合と比較して、振幅特性の大きさや卓越周波数、位相特性が区間①、②に近づいており、次数を変化することによって真のシステムに近い同定結果になったものと考えられる。また両図から、通り変位に対する周波数応答関数と水準変位に対するものでは、位相特性がほぼ π [rad] だけずれている。2. 2. 2 の複合変位の項で述べたように、通り変位と水準変位が逆位相で連続すると走行安全性が低下するが、ここで得られた左右動特性からも同様な結果が得られたことになる。

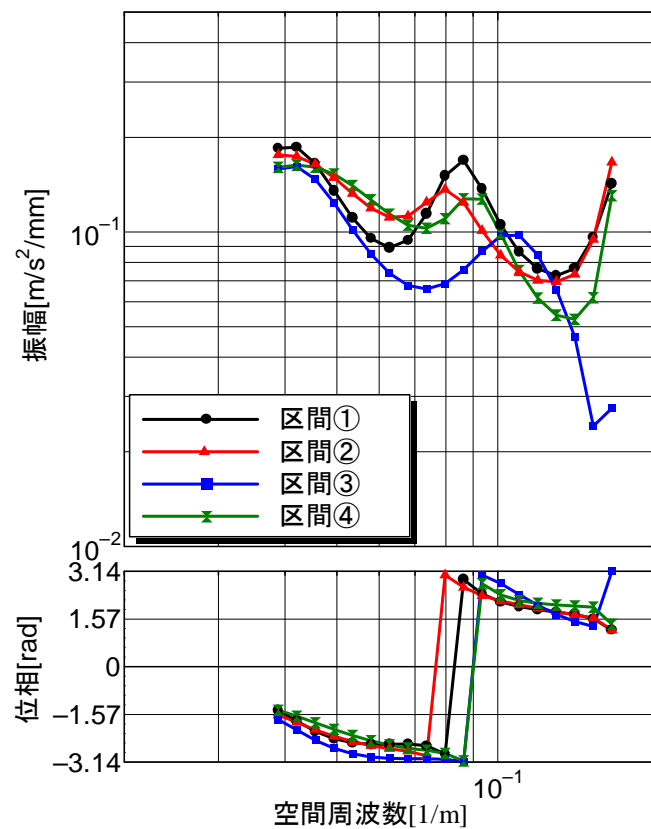


図 5-31 周波数応答関数（通り変位→左右動揺）区間③，④の次数変更

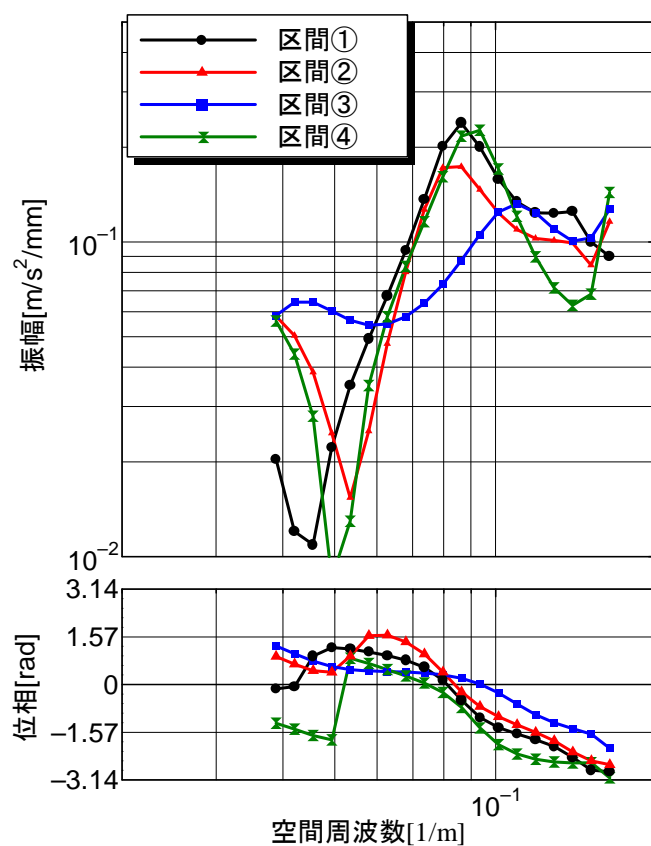


図 5-32 周波数応答関数（水準変位→左右動揺）区間③，④の次数変更

5. 3. 5 左右動揺の予測

前節で同定した状態空間モデルの各パラメータ行列を用いて、同定に用いた区間以外の左右動揺を予測した結果を図 5-33～図 5-36 に、予測波形と実測波形の相関（コヒーレンス）を図 5-37～図 5-39 に示す。

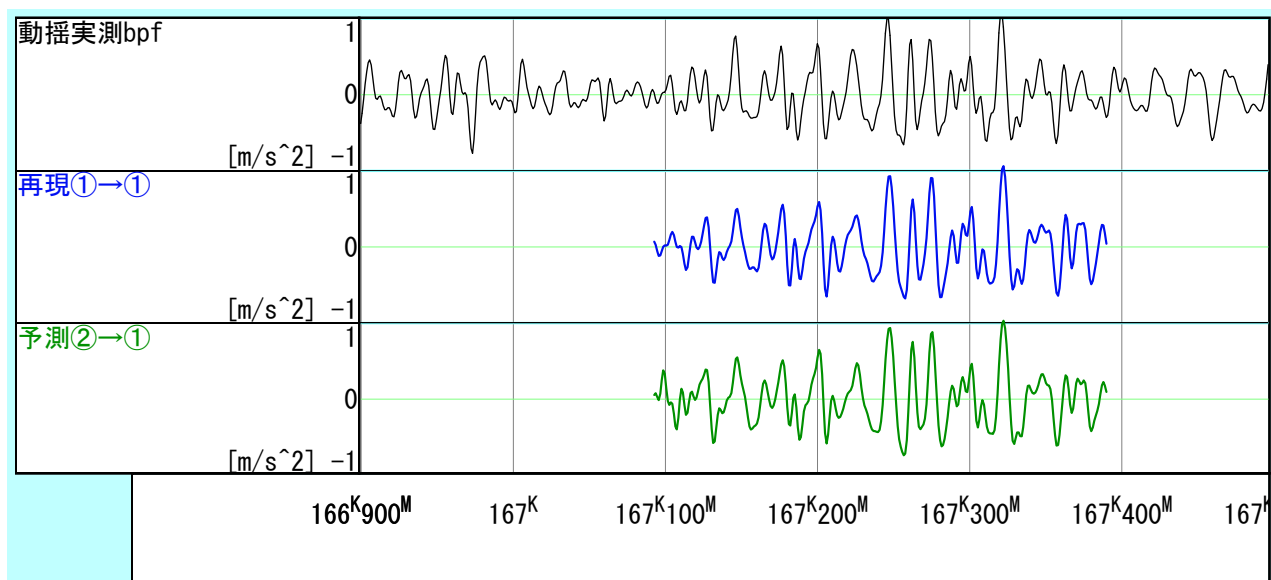


図 5-33 左右動揺の実測波形と予測波形の比較（区間①）

青 ①の同定結果による①の再現

緑 ②の同定結果による①の予測

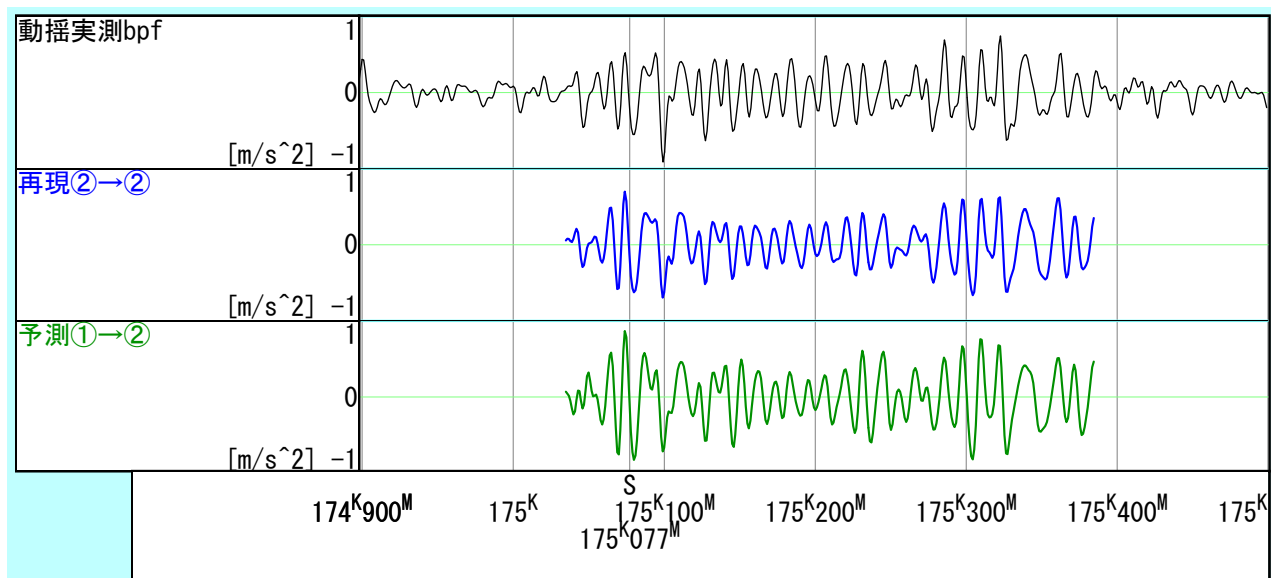


図 5-34 左右動揺の実測波形と予測波形の比較（区間②）

青 ②の同定結果による②の再現

緑 ①の同定結果による②の予測

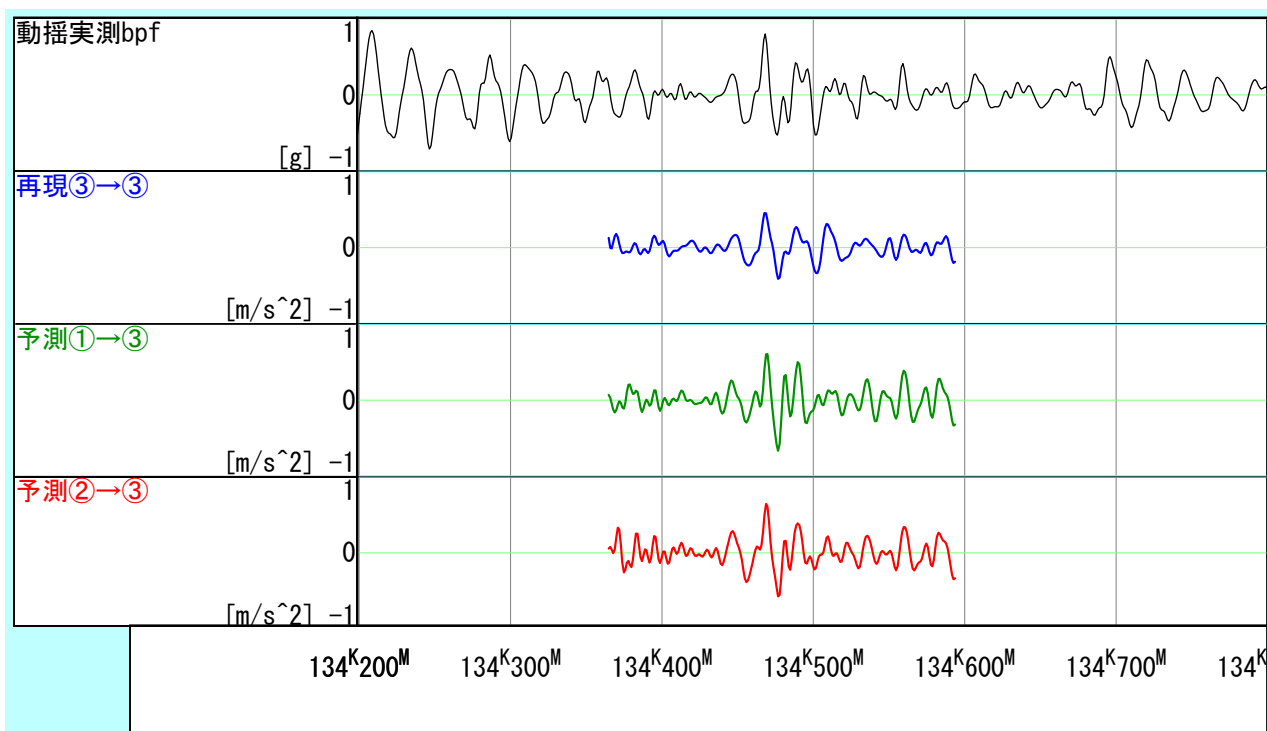


図 5-35 左右動揺の実測波形と予測波形の比較（区間③）

青 ③の同定結果による③の再現

緑 ①の同定結果による③の予測

赤 ②の同定結果による③の予測

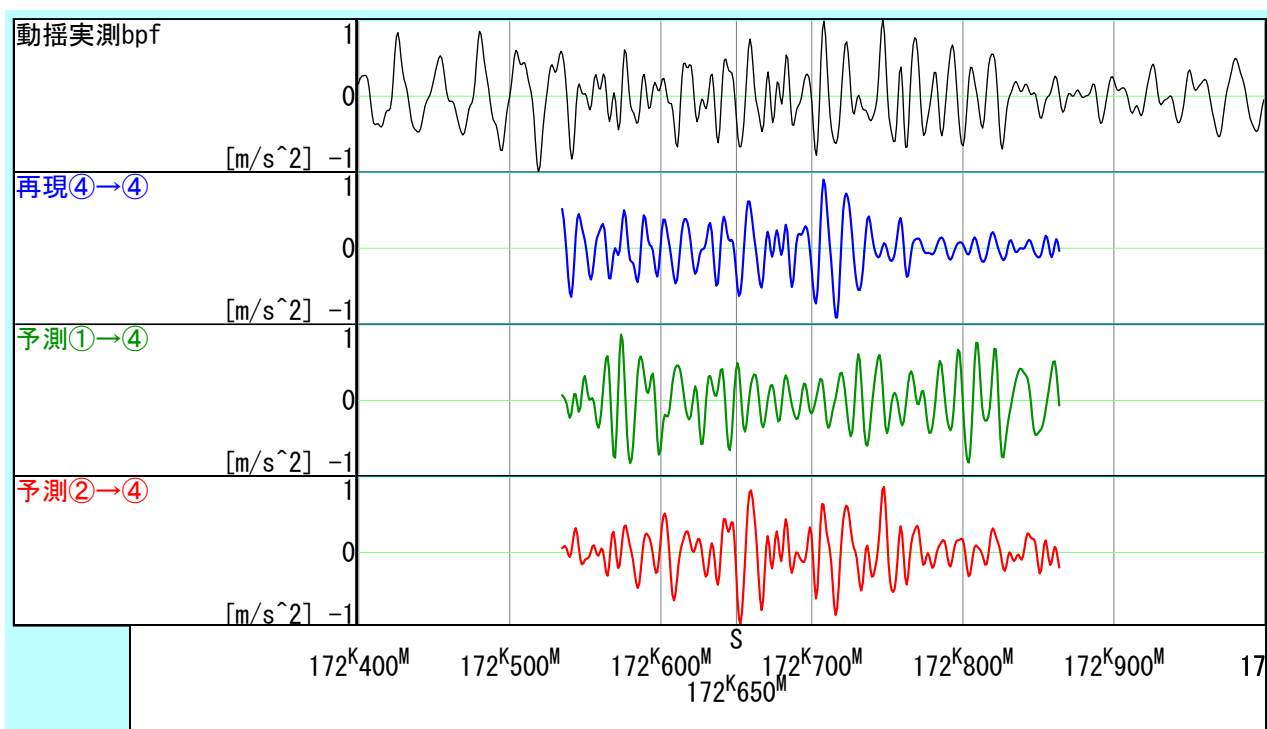


図 5-36 左右動揺の実測波形と予測波形の比較（区間④）

青 ④の同定結果による④の再現

緑 ①の同定結果による④の予測

赤 ②の同定結果による④の予測

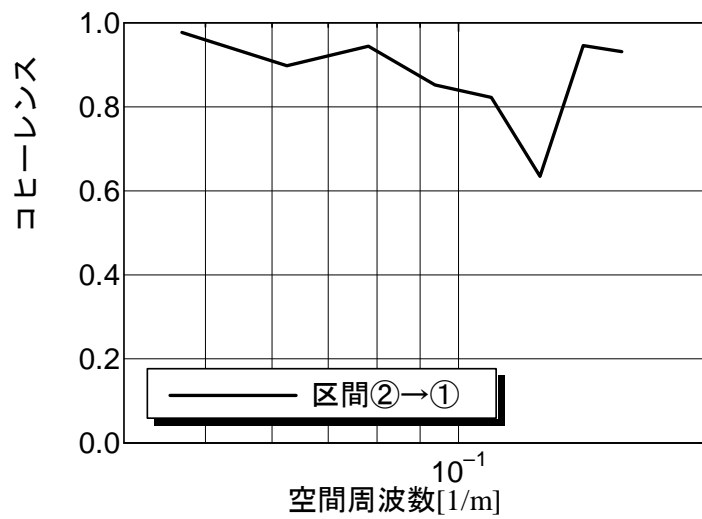


図 5-37 予測波形と実測波形の相関（区間①）

区間②で同定したパラメータによる区間①の予測波形と実測波形の相関

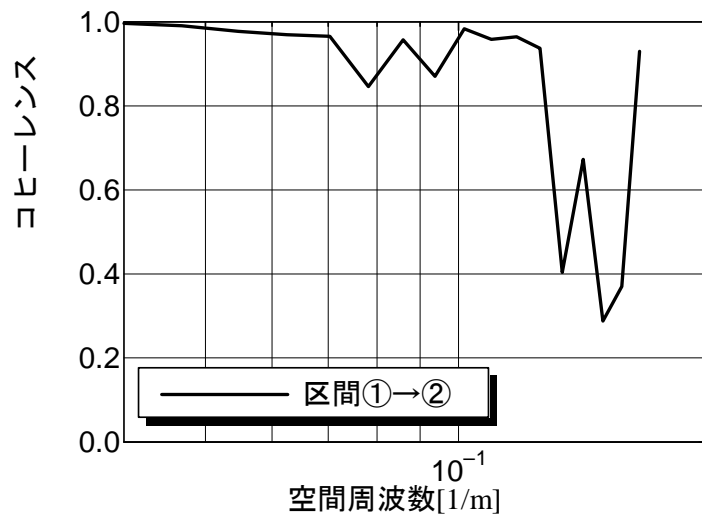


図 5-38 予測波形と実測波形の相関（区間②）

区間①で同定したパラメータによる区間②の予測波形と実測波形の相関

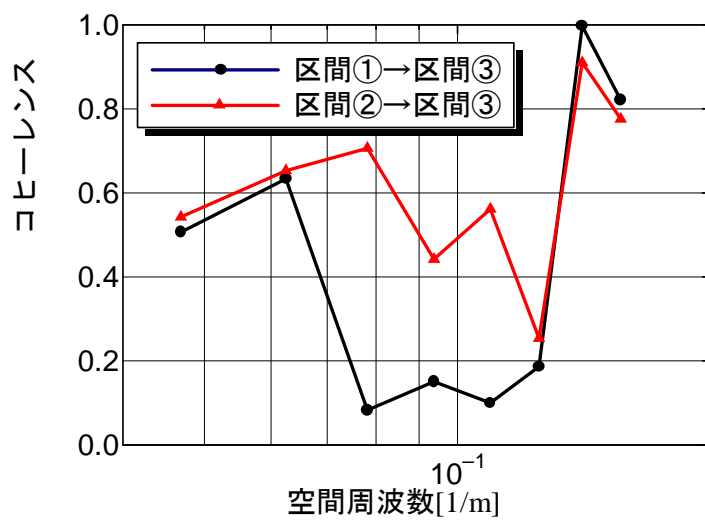


図 5-39 予測波形と実測波形の相関（区間③）

区間①，②で同定したパラメータによる区間③の予測波形と実測波形の相関

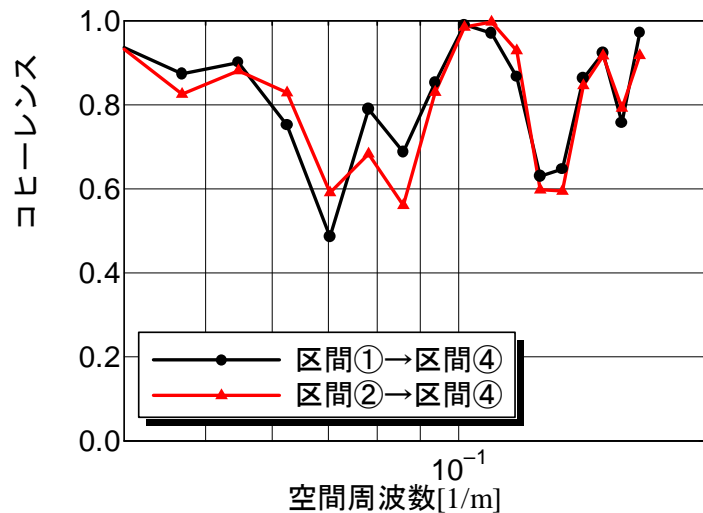


図 5-40 予測波形と実測波形の相関（区間④）

区間①，②で同定したパラメータによる区間④の予測波形と実測波形の相関

区間①と区間②はお互いの再現性は良い．一方，区間③，④については，波形の類似性やコヒーレンスから判断すると，区間②で同定したパラメータを用いる場合が，実測値に近い結果が得られている．これらの結果および図 5-24 の FPE 等から，今回用いた 4 区間のデータの中では，区間②のデータによるモデルが最も予測誤差が小さいモデルであるといえる．これは，PE 性の項で考察したとおり，区間②の軌道変位は様々な周波数成分を比較的均等に含んでいるためと考えられる．

5. 3. 6 パラメータの選択

入力信号の特性やパラメータの決定方法については前項までで個々に触れたが，ここで鉄道車両の左右動特性のシステム同定におけるパラメータの選択方法についてまとめておく．

一般のシステム同定法においては，パラメータ推定には最小二乗法や部分空間法といった理論が確立され，次数の決定には，前者は AIC や FPE の統計規範，後者は特異値の大きさの変化点が参照される．これらは，入力信号の PE 次数が十分に大きい場合には有効な指標であるが，軌道変位のように入力信号の PE 次数が区間によって異なる場合は，FPE や特異値の大きさだけでは最適なパラメータを決定できない．一方前項までの検討結果から，入力信号の周波数特性や FPE の大きさと出力の予測精度との関係について，いくつかの知見が得られている．これらを踏まえて，鉄道車両の左右動特性同定における最適なパラメータ決定は，以下の手順で行うのがよいと考えられる．

(1) 複数の区間でシステム同定を行い，相互に結果を確認する．

手順以前の問題であるが，左右系の場合は必ず複数の区間のデータを用いてシステム同定を行う．その中から最適なモデルを選択するために，(2)以降の検討を行う．

(2) 入力信号（軌道変位）のパワースペクトル密度の確認（図 5-19）

これまで述べたように，入力信号として望ましいのは PE 次数が高いことである．これは式(3.83)で $\det[R_n]$ が 0 となる n の値を求めれば確認できる．しかし実際の入力信号には種々の雑音が含まれるので，厳密に $\det[R_n]=0$ となる n の値を求めることはできず，計算者の判断が必要とされる．また，PE 次数が同じであれば，S/N 比が高い信号ほど，よい同定結果が得られる．このような判断を視覚的に行うためには，入力信号のパワースペクトル密度を求め，

パワーの大きさおよび周波数毎のばらつきを確認する。

(3) 入力信号の自己相関係数の確認 (図 5-41)

パワースペクトル密度と同義であるが、式(3.83)のより直接的な評価として、入力信号の自己相関係数を求めておくのがよい。ずれ量 0 以外の範囲で自己相関係数の絶対値が小さいほど、PE 次数が高くなる（これは(2)のパワースペクトル密度関数の凹凸の度合いと同義である）。本節で用いた 4 区間の通り変位の自己相関係数を図 5-41 に示す。前項の考察で予測精度が比較的高かった区間①、②では、特にずれ量 6 [m] 付近での自己相関係数の絶対値が小さいことがわかる。

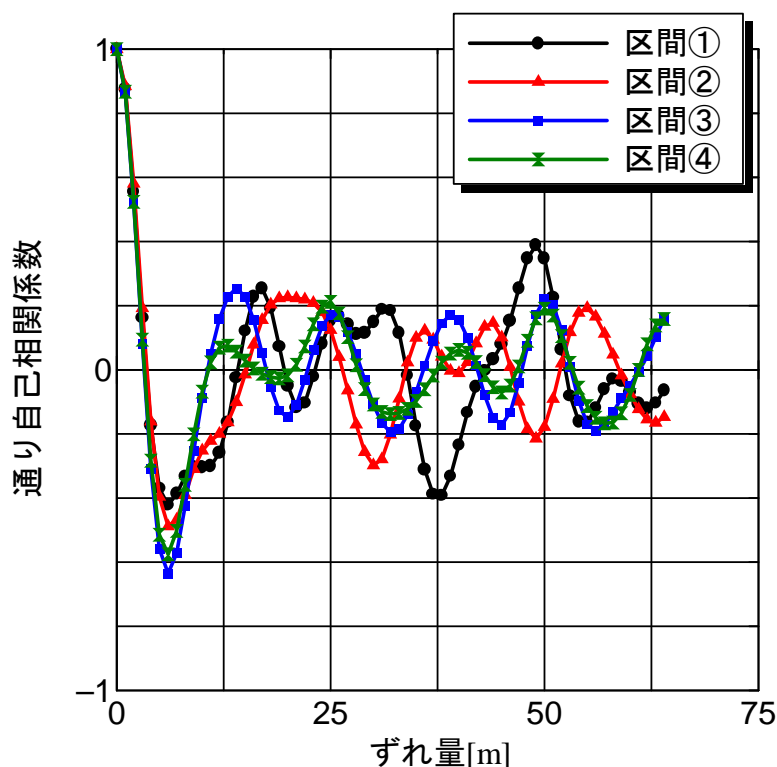


図 5-41 対象区間の通り変位の自己相関係数

(4) 統計規範，特異値の大きさによる次数の決定

以上の準備のもとで、最も性質のよい区間のデータを用いてシステム同定を行う。この場合、最適次数は AIC, FPE 等の統計規範，ないし部分空間法を用いる場合は特異値の大きさで定めるが、システム本来の持つ振動モードの数を考慮して、最適次数を選択する。鉄道車両の場合、左右系として少なくとも 3 つの自由度があるので、次数は 6 以上とするのがよい。

(5) ヴァリデーション

得られたパラメータによって他区間の出力を予測し、コヒーレンス関数を計算する。また波形の類似性を確認し、予測誤差の大きさが軌道管理上問題無いレベルであるかどうかを確認する。

これらの要素は互いに独立ではない。例えば図 5-24 で最も FPE が小さかった区間②は、図 5-19 のようにパワーが比較的大きく周波数毎の凹凸が少なく、かつ図 5-41 で自己相関係数も小さい。このためここで用いた 4 区間の中では、区間②におけるデータを用い、FPE によって最適次数を定める（ただし 6 次以上）のがよい。しかし限られたデータしか得られない状況では、ある指標で最適と評価されたパラメータが、別の指標でも最適と評価されると

は限らない．よって，鉄道車両の左右動特性の同定にあたっては，上記の項目を総合的に判断してパラメータを選択するとともに，常にモデルの改良を心がけることが重要である．

一般に行われるシステム同定のための同定実験では，インパルス加振やランダム加振によってホワイトノイズに近い入力信号を発生させ，着目する全周波数域の特性を同定する⁵⁻⁶⁾．しかし鉄道軌道の場合，特に営業線上でデータを取得する場合は，入力信号としてホワイトノイズやインパルス信号を用いることは困難で，むしろレール長から定まる特定の周波数のみを含む信号しか得られない場合が多い．開業前の上越新幹線で，高速走行時の車両の挙動と軌道変位管理値検討のために正弦波形状の軌道変位設定試験が行われたことがある^{5-7, 5-8)}．しかし PE 性の観点からは，ある特定の周波数のみの軌道変位を含む区間よりも，広い周波数域の成分の軌道変位を均等に含む区間の方が車両動特性の同定のためには望ましい．このためには，軌道変位のスペクトルを参考に，営業線上で得られるデータから最も適した区間を選定する必要がある．その際には，本項の方法が参考になるものと考えている．

5. 3. 7 3入力モデルへの拡張

図 5-30 に示したように，今回用いたデータの中では区間④の曲線後半のデータ再現性が低い．この区間の左右動揺加速度実測波形と軌道変位波形（図 5-18）とを比較すると，内軌側（左）通り変位波形と左右動揺加速度との類似性が高いことから，軌間が左右動揺に影響を及ぼしていることが考えられる．ここでは，区間④について，軌間変位も含めた 3 入力モデルを設定し，2 入力モデルとの比較を行う．

図 5-42 に，区間④における 2 入力モデルと 3 入力モデルの FPE を示す．

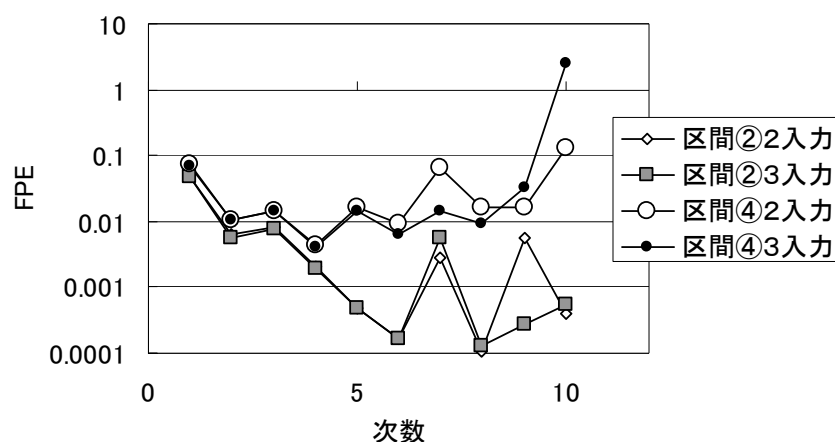


図 5-42 2 入力モデルと 3 入力モデルでの FPE の比較

2 入力モデルで最も真のシステムに近い結果が同定されたと判断された区間②では，2 入力と 3 入力で FPE の大きさにほとんど差は無い．最適次数の 8 次モデルでは，2 入力モデルの方が，パラメータ数が少ないため FPE が小さくなっている．一方，軌間変位の影響を受けていると考えられる区間④では，4 次モデルでの FPE はほとんど変化しないものの，6 次モデルでは FPE が若干下がっている．

次に，区間④ 3 入力モデルで同定したパラメータを用いて，区間①の左右動揺を予測した波形を図 5-43 に，区間④の左右動揺を再現した波形を図 5-44 に，図 5-43 のコヒーレンスを図 5-45 に示す．区間④については，2 入力モデルで再現性が良くなかった 172k800m 付近について，3 入力モデルでも改善はみられなかった．また区間①については，区間④の 3 入力

モデルによるパラメータによる予測結果と、区間②の2入力モデルによる予測結果では、後者の方が予測波形と実測波形の相関が高かった。以上のことから、区間④の同定結果からは軌間変位を入力信号とした場合のモデルの改善効果は見られなかった。

これらの検討結果から、周波数 $0.04 \sim 0.167 [1/m]$ の曲線中の左右動揺は、通り変位と水準変位を入力とするモデルによって予測可能であり、軌間変位が左右動揺に及ぼす影響は小さいといえる。

なお区間④については、図 5-18 に示したように内軌側（左）と外軌側（右）の通り変位の差が大きい。曲線区間でマルタイを用いて軌道保守を行うと、外軌側の通り変位のみが整正されることから、この区間については軌道変位検測と列車動揺測定との間に軌道保守が行われた可能性があり、これが同定精度の低下につながったとも考えられる。

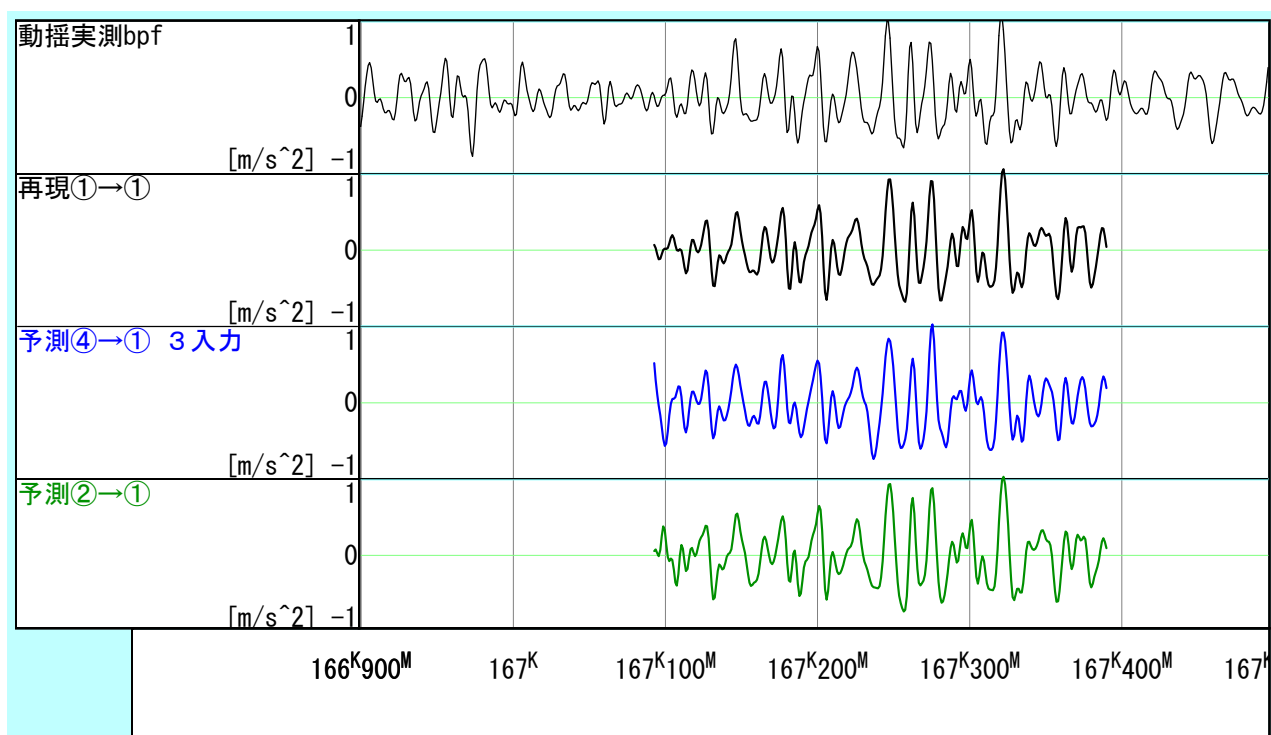


図 5-43 左右動揺の実測波形と予測波形の比較（区間①）

黒 ①の同定結果による①の再現（図 5-33 の再掲）

青 ④3入力の同定結果による①の予測

緑 ②の同定結果による①の予測（図 5-33 の再掲）

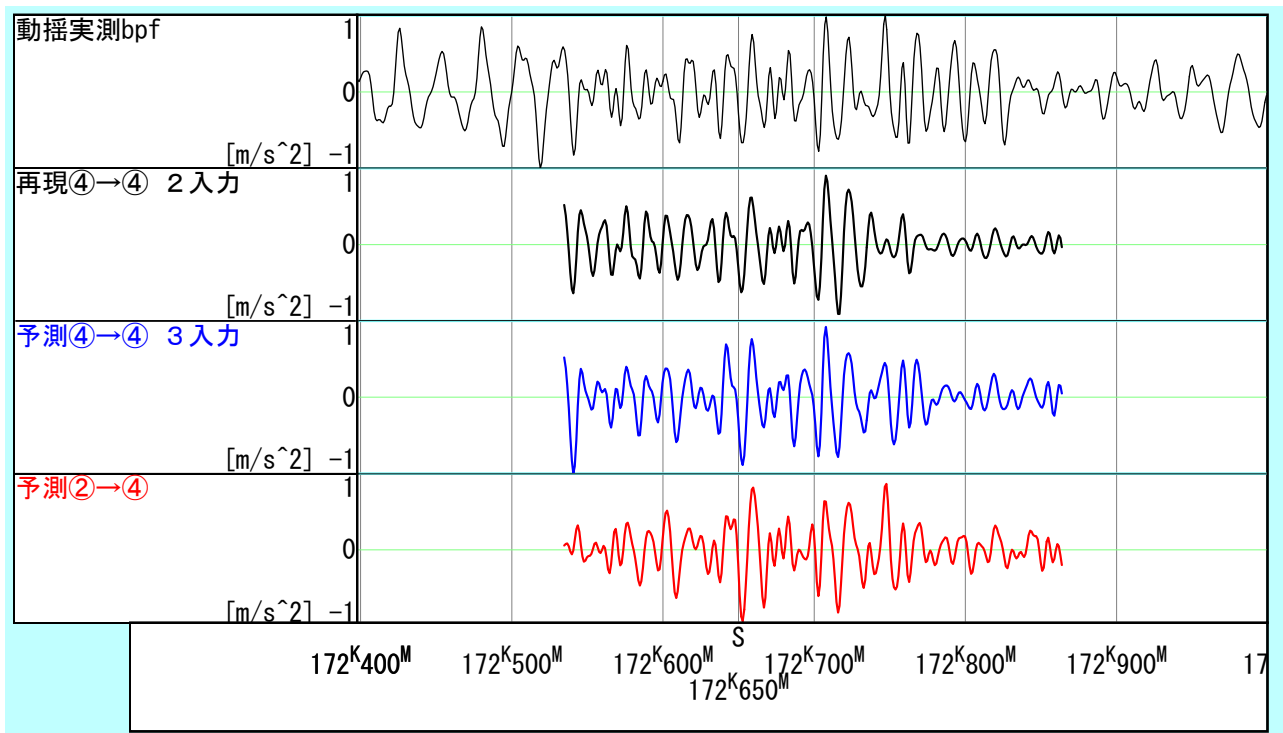


図 5-44 左右動揺の実測波形と予測波形の比較（区間④）

黒 ④ 2 入力の同定結果による④の予測（図 5-36 の再掲）

青 ④ 3 入力の同定結果による④の予測

赤 ②の同定結果による④の予測（図 5-36 の再掲）

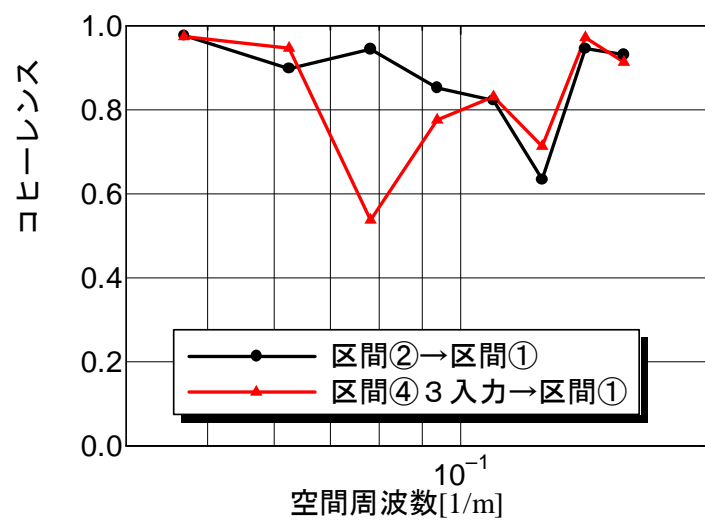


図 5-45 予測波形と実測波形の相関（区間①）

区間④ 3 入力モデルで同定したパラメータによる区間①の予測波形と実測波形の相関

5. 4 本章のまとめ

本章の実施内容をまとめると以下のとおりとなる。

- (1) FIR モデルを用いて、周波数 $0.04[1/m]$ 以下の低周波域における、車体重心に作用する実超過遠心加速度を入力とする車両左右動揺動特性を同定し、予測モデルを構築した。このモデルを8曲線の入出力データに適用したところ、入出力データの周波数特性や曲線通過速度によって同定結果が変わることがわかった。このため、同定にあたっては、入出力データのもつ周波数特性に注意するとともに、なるべくカント不足量が大きい条件で走行したデータを用いる必要がある。
- (2) 上記 FIR モデルの係数の和は、従来から用いられている車体傾斜係数とほぼ一致することから、得られたパラメータは物理的にも妥当なものである。
- (3) 部分空間法を用いて、周波数 $0.04\sim 0.167[1/m]$ の帯域における、通り変位、水準変位から車輪に作用する強制変位を入力とする場合の、曲線走行時の車両左右動特性を同定した。その結果、6～8次程度の状態空間表現で、左右動特性を表現できることを示した。またこのことから、急曲線走行時には、車両の左右動揺と軌道変位との間には線形性があることを確認した。
- (4) (3)のモデルにおいて、入力信号に軌間変位を用いた3入力モデルでのシステム同定を行ったが、2入力モデルの場合と比較して改善は見られなかった。このことから、 110km/h 程度の速度で走行する場合、 $0.04\sim 0.167[1/m]$ の帯域における左右動揺への軌間の影響は小さいと判断できる。
- (5) (1)、(3)の場合ともシステム同定にあたっては、入力信号のパワースペクトル密度や自己相関関数を確認し、PE 次数が高いものを選択するとともに、車両の持つ振動モードを考慮した上で、FPE や AIC などの統計的規範によって次数を定めるのが、精度の高いシステム同定のためには必要である。

5 章の参考文献

- 5-1) 横瀬景司：高速鉄道車両のだ行動について，日本機械学会論文集，vol.36，No.291，1970.11.
- 5-2) 篠脇諭，古川敦：曲線線形に起因する鉄道車両の左右動揺予測手法に関する研究，鉄道技術連合シンポジウム（J-Rail2002），pp.303-306，2002.11.
- 5-3) 弘津哲二，平石元実，寺田勝之，嶋田基巳，山田眞：振子車両の曲線走行シミュレーション，日本機械学会論文集（C編），Vol.63，No.612，1997.8.
- 5-4) 奥村陽一，吉村彰芳，穴見徹広：復元波形を用いた曲線部の通り狂い整正に関する考察，土木学会第51回年次学術講演会，IV-290，1996.9.
- 5-5) 足立修一：MATLABによる制御のためのシステム同定，東京電機大学出版局，1996.11
- 5-6) 足立修一，永田寛，山口功，木田隆，関口毅：ETS-VI軌道上同定実験データによる予測誤差法と部分空間法の比較，計測制御学会論文集，Vol33，No.8，pp.805-811，1997.
- 5-7) 谷藤克也，三芳功達：設定軌道狂い上における新幹線電車の走行振動，日本機械学会論文集C編，No.52-474，1986.2.
- 5-8) 佐藤吉彦，高井秀之：軌道狂い設定試験結果による軌道検出特性の提案，鉄道技術研究報告，No.1283，1985.2.

6. 鉄道車両の輪重変動特性の同定と輪重の予測

6. 1 輪重変動と軌道変位

6. 1. 1 輪重変動の要因

車輪とレール間に作用するレール垂直方向の力を輪重，レール横方向に作用する力を横圧と呼ぶ．脱線に対する走行安全性を評価する指標として脱線係数があるが，これは横圧／輪重で表され，大きいほど脱線に対する走行安全性が低下する．すなわち，横圧が大きく，輪重が小さいほど安全性は低下する．また，脱線係数が同程度の場合，輪重減少率（静止時の輪重に対する輪重減少量の百分率）が大きいほど脱線の危険性が高くなることから，走行安全性に対する評価指標として輪重減少率が併用されている⁶⁻¹⁾．

このように，輪重・横圧は車両の走行安全性に直結する物理量であることから，その予測は走行安全性に対する軌道状態の評価のために重要である．本研究では，本章で軌道変位による輪重の予測モデル，次章で軌道変位による横圧の予測モデルについて検討する．

輪重変動に影響を及ぼす要因として，以下の事項が挙げられる．

(1) 曲線通過（カント，超過遠心加速度）に伴う輪重変動

カントがある曲線中では車体が傾斜するため，静止ないし低速走行時には曲線内軌側の輪重が増加し，外軌側が減少する．また，均衡速度より高い速度で走行する場合は超過遠心加速度によって車体が曲線外向きの力を受けるため，外軌側の輪重が増加し，内軌側が減少する⁶⁻²⁾．

(2) 車体の3点支持による輪重変動

緩和曲線では，カントの変化によって台車，車体が3点支持の状態となる．このような状態では輪重が増加する車輪と減少する車輪が生じる．直線，あるいは円曲線中であっても，地点間の水準変位の差（平面性変位：図 1-5）がある場合は同じく3点支持による輪重変動が生じる．3点支持による輪重変動は，低速走行時で車両の動的挙動が無視できる場合には，車両に作用する力の静的な釣り合いから予測できることがわかっている⁶⁻²⁾．しかし，高速走行時で車体のローリングと連成する場合については，平面性変位と輪重変動との関係は明らかにされていない．

(3) 車体ローリングによる輪重変動

車体のローリングによって重心が左右に移動すると，これに伴って輪重が変動する．車体のローリングは水準変位や通り変位によって発生する．また，5. 2節で述べた，車体に作用する遠心力の変動によってもローリングは発生する．在来線高速線区で多く用いられている振り車両では，車体のロール角制御を行う関係から，ローリングに対する減衰性能が小さく，一旦ローリングが発生するとこれが減衰せずに持続する傾向が強い．

軌道変位以外に，車体蛇行動に伴うローリングによっても輪重変動が生じる．5章で述べたとおり，蛇行動は不安定な振動現象であるので，これを，軌道変位を入力とする線形予測モデルで表すことは困難である．

(4) 高低変位による輪重変動

4章で述べたように，高低変位によって車体は上下に振動し，これによる慣性力はまくらばね，軸ばねを通じて輪重を変動させる．車体の上下動揺の場合と異なり，レールから伝わ

る強制変位と車体・台車から伝わる慣性力の相互作用を受けるので、輪重変動は車体の上下動揺よりも複雑な挙動を示す。

(5) 空気ばねの吸排気

近年の車両の多くは、まくらばね（台車車体間のばね）に空気ばねを使用している。空気ばねは台車車体間に適度な弾性を与えることによって、レールから台車に伝わる振動を低減する機能を持つ。また、台車左右の空気ばねの内圧が変化した場合や、高さの差がある一定以上になった場合に、吸排気によって内圧差や車体の左右高さの差を制御し、カント中における車体の過度の傾斜や、乗降時の車体床面高さの変化を一定以内にしている。内圧差や左右高さの差に過度に反応すると車体が自励的なローリングを起し、逆に感度が鈍い場合には所定の機能を発揮できないので、空気ばねの制御方式は、現在でも鉄道車両の研究課題の一つである⁶⁻³⁾。

空気ばねに吸排気を行うと、台車車体間の上下方向の力が左右で不均一となることから、輪重に変動が生じる。

以上、鉄道車両の輪重変動に影響する要因を周波数毎にまとめると表 6-1 のとおりとなる。

表 6-1 鉄道車両の輪重変動に影響する要因

	周波数の低い輪重変動	周波数の高い輪重変動
軌道	曲線半径 カント 緩和曲線長（カント通減倍率）	通り変位 水準変位 平面性変位（水準変位の 1 階差分）
車両	車体重心高さ 列車速度 空気ばねの制御	軸距，軸ばね定数 台車中心間距離，まくらばね定数

輪重変動に関するこれらの要因のうち、軌道変位に起因するものは、平面性変位による台車、車体の 3 点支持、水準変位、通り変位によるローリング、および高低変位による上下方向の慣性力である。在来線振子車両で測定した、これら 3 種類の軌道変位と輪重変動とのコヒーレンスの例を図 6-1 に示す。

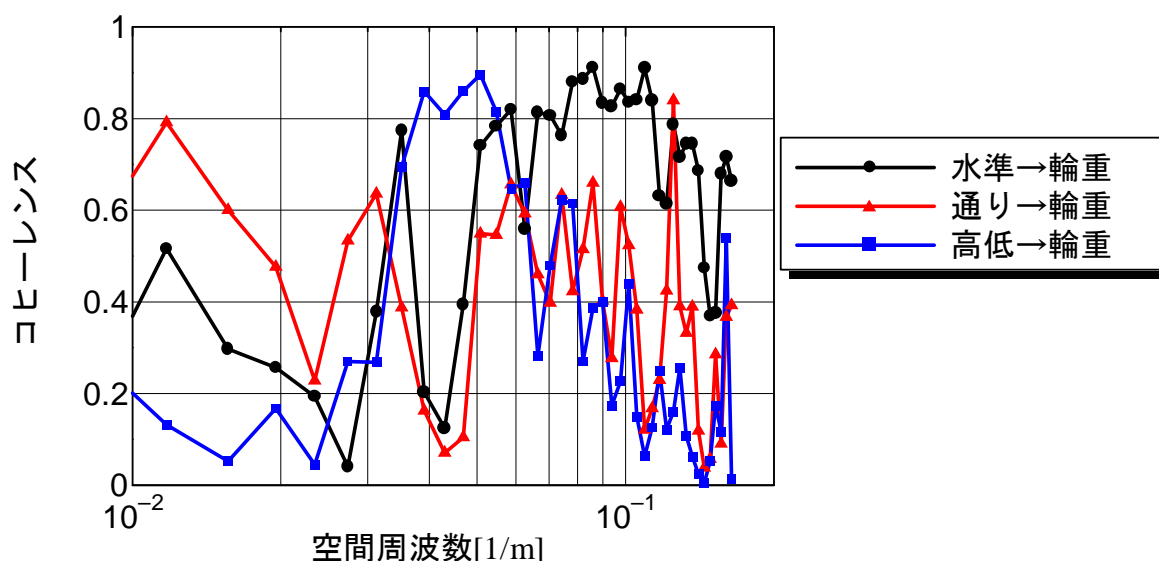


図 6-1 軌道変位と輪重変動のコヒーレンスの例（直線，105km/h 走行時）

周波数 $0.05[1/m]$ 以上で水準変位と輪重変動との相関が高いのは、平面性変位（水準の1階差分）による輪重変動と考えられる。また、 $0.04 \sim 0.05[1/m]$ で高低変位と輪重変動の相関が高いのは、車体の上下動揺による輪重変動である（これらは、次節以降で詳細に考察する）。このように相関が高い周波数帯域がある一方で、 $0.02 \sim 0.03[1/m]$ のようにいずれの軌道変位とも輪重変動に相関が低い帯域もあり、同じ上下系でありながら、4章に述べた車体の上下動揺とは異なる振動特性を持つことがわかる。

鉄道事業者は、軌道変位と同時に列車動揺を定期的に測定している。列車動揺の測定データには軌道変位と相関が低い蛇行動による成分が含まれることから、列車動揺を入力とする輪重変動モデルを構築できれば、直線区間を含む輪重変動モデルが構築できると考えられる。図 6-1 と同じ区間における左右、上下動揺と輪重変動とのコヒーレンスを図 6-2 に示す。図 6-1 との対応から、 $0.04 \sim 0.05[1/m]$ の輪重変動は上下動揺によるものであることが理解できる。一方、他の周波数帯域では左右動揺と輪重変動との相関は水準変位や通り変位との相関よりも高く、車体の左右動揺ないしローリング、ヨーイングによる車体重心の左右偏倚は輪重変動に直接現れていることが理解できる。

以上の結果から、本章では軌道変位および列車動揺による輪重変動予測モデルを検討する。6.2節では水準、通り、高低3種類の軌道変位による輪重変動予測モデルを検討する。6.3節では上下・左右加速度を入力とする輪重変動予測モデルの検討をする。後者は、前述のとおり、軌道変位との相関が低い帯域も含む輪重変動を通常の軌道管理業務で得られるデータから精度良く予測し、軌道状態を合理的に評価することを目的として行うものである。

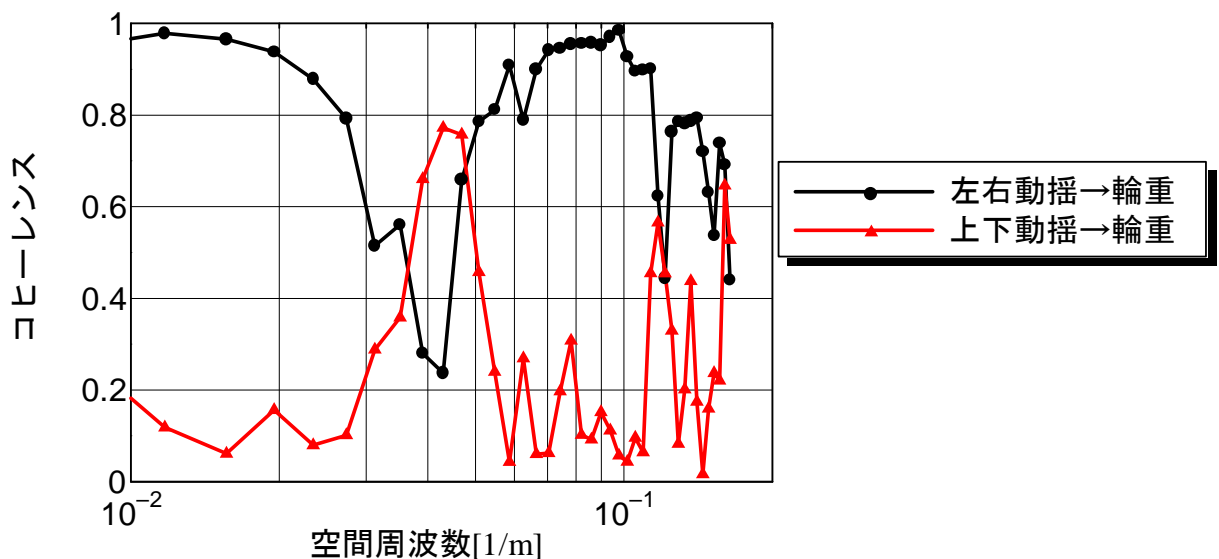


図 6-2 車両動揺と輪重変動のコヒーレンス（直線，105km/h 走行時）

6. 1. 2 平面性変位の取り扱い

前項で、平面性変位と輪重変動の相関が高いことを述べたが、ここでは水準変位を予測モデルへの入力とする。これは以下の理由による。

平面性変位は水準変位の一階差分である。よって、周波数 $f[1/m]$ の水準変位に対する $l[m]$ 間平面性変位の応答関数は以下になる。

$$\sin 2\pi f x - \sin 2\pi f (x-l) = 2\sin \pi f l \sin \left\{ 2\pi f \left(x - \frac{l}{2} \right) - \frac{\pi}{2} \right\} \quad (6.1)$$

すなわち、水準変位と平面性変位は線形系で表され、水準変位に対し平面性変位は振幅が $|2\sin \pi f l|$ 倍となり、位相が $\pi f l + \frac{\pi}{2}$ [rad] だけ遅れる。在来線の台車間距離相当の 14m 間平面性変位、および軸距相当の 2m 平面性変位について式(6.1)を図化したものを図 6-3 に示す。

このように、水準変位と任意の間隔における平面性変位との関係が線形系で表されることから、水準変位を入力、輪重を出力とする線形モデルを用いれば、平面性変位の影響はモデルの中に取り入れられることになる。

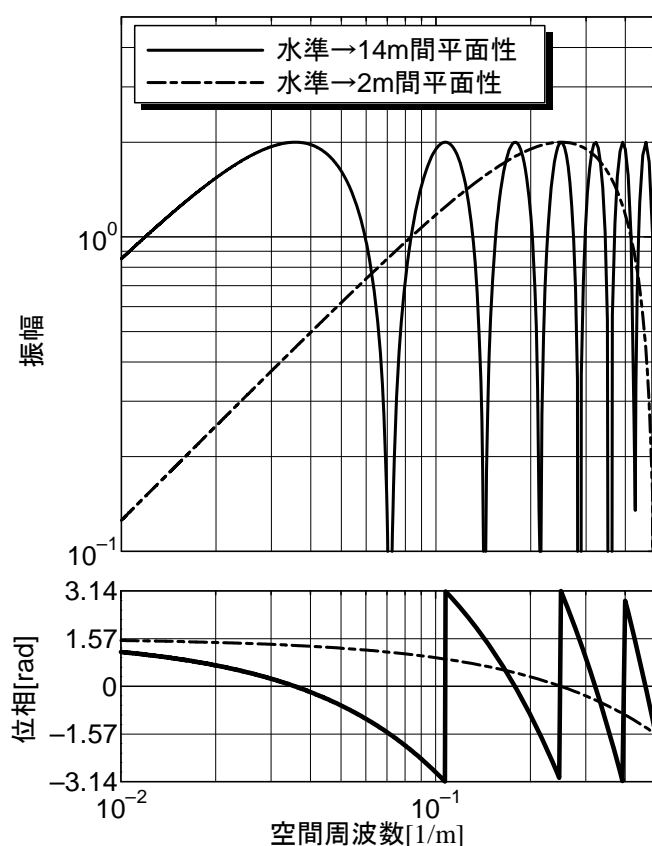


図 6-3 水準変位から平面性変位への伝達関数

6. 2 軌道変位による輪重変動の予測

6. 2. 1 問題の設定

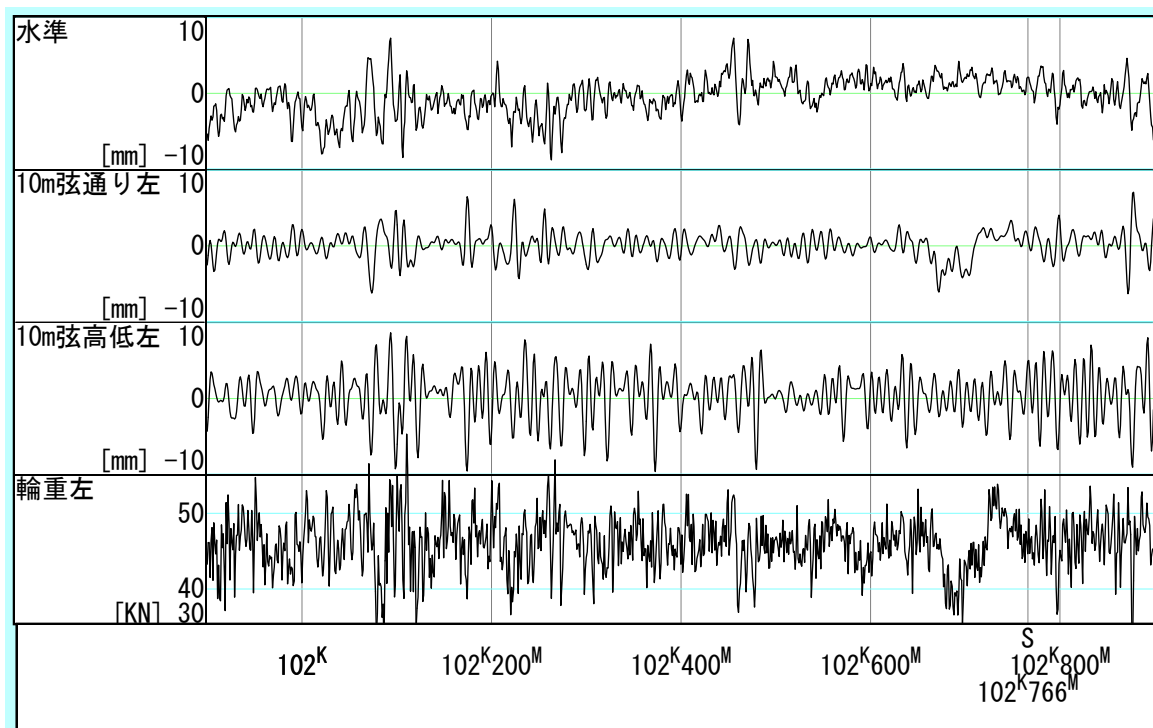
本節では、軌道変位による輪重変動予測モデルについて検討する。具体的には、6. 1 節での考察をもとに、水準変位、通り変位、高低変位と輪重変動の相関を確認した上で、部分空間法を用いて輪重変動特性を同定する⁶⁻⁴⁾。

検討に用いた条件は以下のとおりである。

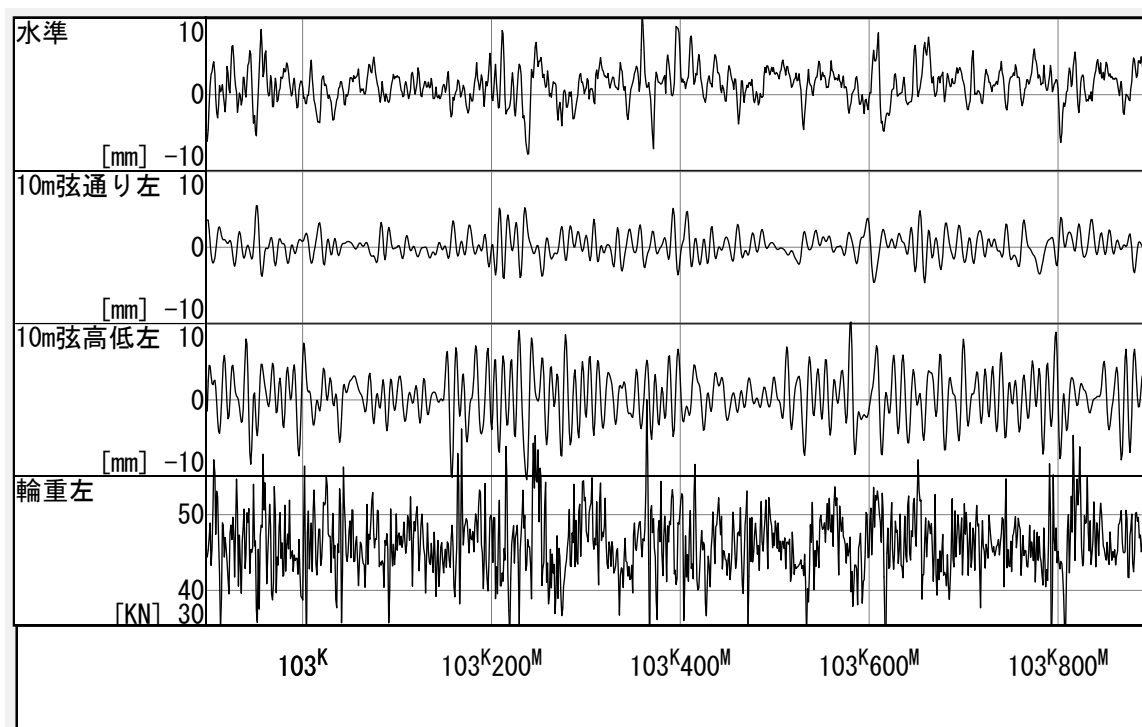
- ・ 入力信号：水準変位，10m 弦正矢通り（左レール），10m 弦正矢高低（左レール）
- ・ 出力信号：左車輪輪重
- ・ 対象周波数帯域：0.01～0.167[1/m]（波長 6m～100m）
- ・ 車両形式：在来線特急型直流電車

- ・ 走行速度：105km/h ないし 70km/h
- ・ サンプルング間隔：1m

同定に用いた軌道変位と輪重実測波形を図 6-4 に示す．このうち区間 4 は，直線区間で同定したモデルの，曲線区間への適用可能性の確認に用いた．

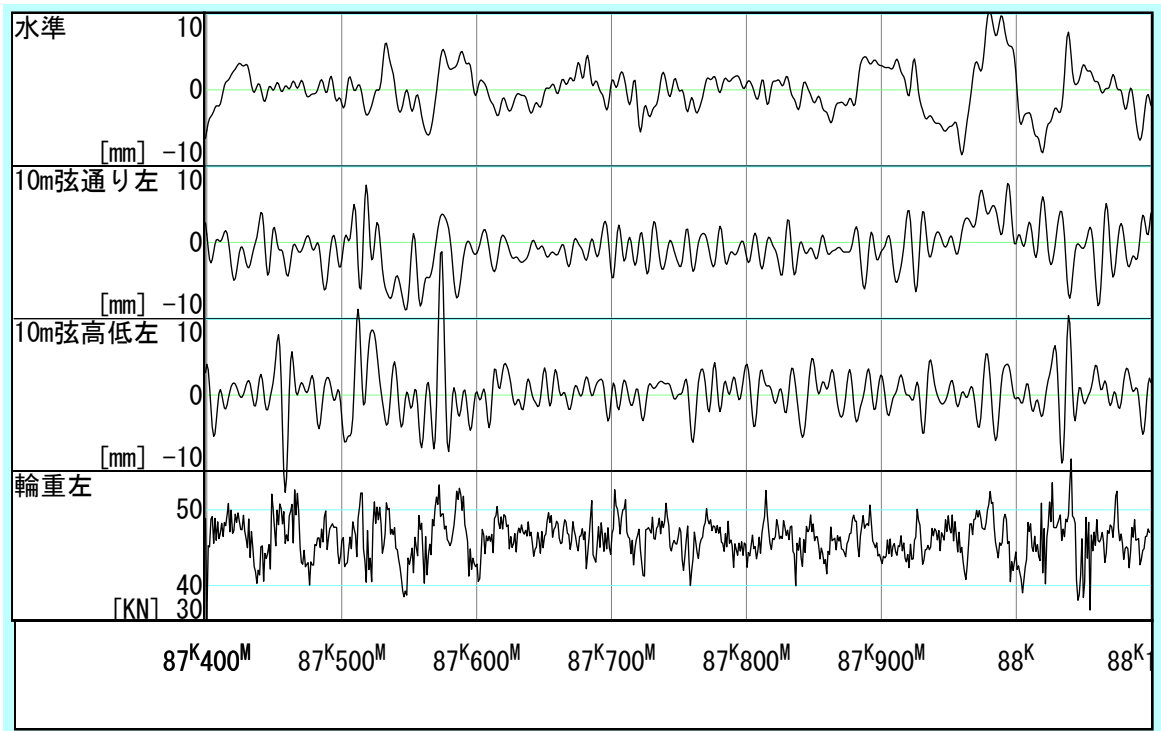


(1) 区間 1 (速度 105km/h)

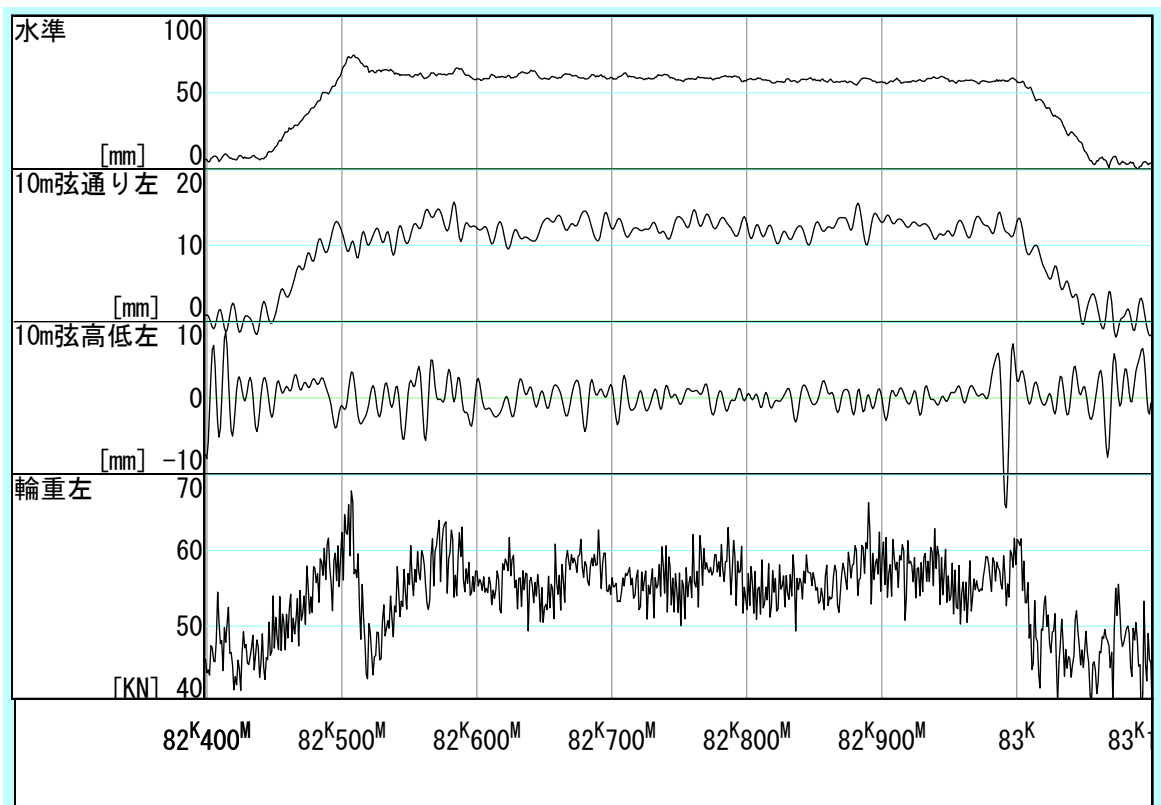


(2) 区間 2 (速度 105km/h)

図 6-4 対象とした区間の軌道変位と輪重 (その 1)



(3) 区間 3 (直線 : 速度 70km/h)



(4) 区間 4 (曲線 : 速度 105km/h)

図 6-4 対象とした区間の軌道変位と輪重 (その 2)

6. 2. 2 1入力モデルによる同定結果と考察

本節では1入力のFIRモデルによって、個々の軌道変位と輪重との関係を考察した。

(1) 水準変位

水準変位を入力とした場合の、輪重変動の周波数応答関数同定結果を図6-5に示す。同図より、図6-1でコヒーレンスが高かった0.06[1/m]以上の帯域では、位相特性は図6-3に示したような線形位相となっており、この帯域の輪重変動は平面性変位によるものであることがうかがえる。ただし、区間1と区間2、3では位相特性が若干異なっている。また、105km/h走行時の振幅特性では0.02[1/m]（波長50m）付近になだらかなピークが見られる。このピークは、速度70km/hの場合には0.03[1/m]付近に移動する。この周波数は、時間周波数に換算すると約0.6Hzとなり、一般の鉄道車両によく見られる下心ロールの固有振動数とほぼ一致する。すなわちこの帯域では車両のローリングによって輪重変動が生じている。いずれの区間における同定結果でも、振幅・位相特性とも0.04[1/m]付近で変動の傾向が変化することから、この周波数を境に、高い側では3点支持による輪重変動が、低い側では下心ロールによる輪重変動が生じているものと考えられる。

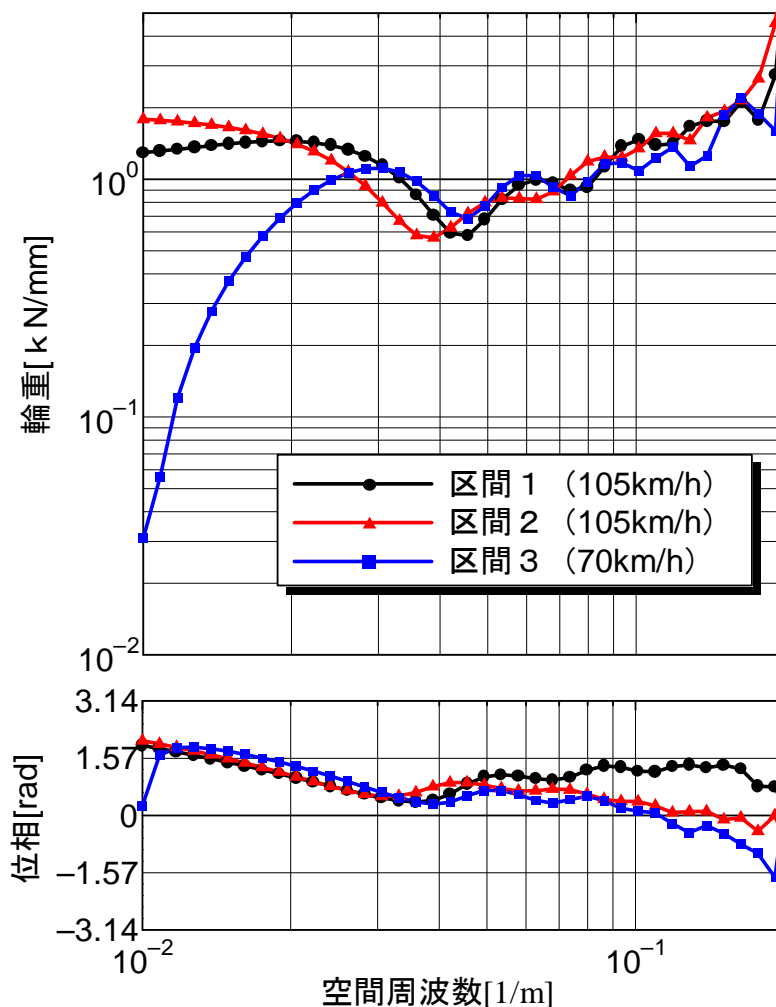


図 6-5 水準変位から輪重変動の周波数応答関数

次に、平面性変位による輪重変動について理解を深めるために、2m 間平面性変位を入力とした場合の周波数応答関数を図 6-6 に示す。3 区間とも振幅特性はほぼ一定で、0.9~1.2 である。また、区間 1 以外は位相特性の周波数による変動は小さい。よって、輪軸は 2m 間平面性変位に追随しながら位相差無く運動し、これに伴って輪重が変動しているものと考えられる。また、この特性は速度による違いは小さい。なお、当該車両の上下軸ばね定数は 1.15kN/mm であり、図 6-6 の 0.06[1/m]以上の周波数における振幅特性とほぼ一致する。

区間 1 で位相差が生じる原因として、区間 1 内において車輪が滑走等を起こし、区間の途中で軌道変位と輪重の測定データに位置ずれが生じたこと等が考えられる。位相差は周波数 0.1[1/m]で $\pi/2$ [rad]程度であり、これは距離に換算すると 2.5m であるので、わずかなデータの位置ずれが同定結果に影響することはあり得る現象である。

なお、0.05[1/m]以下の低周波域は、車体のローリング等の、平面性変位以外の要因による輪重変動が卓越する帯域であり、振幅特性にばらつきがあるのは計算上の誤差と考えられる。

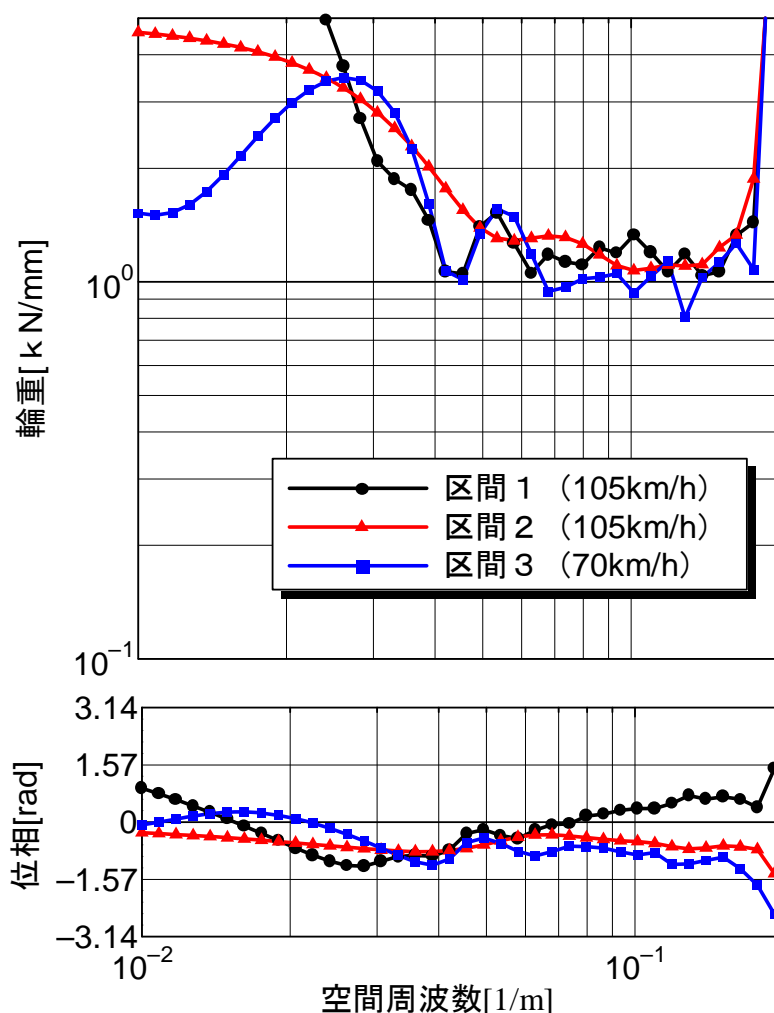


図 6-6 2m 平面性から輪重への周波数応答関数

(2) 通り変位

通り変位 (10m 弦正矢) を入力とした場合の、輪重変動の周波数応答関数を図 6-7 に示す。同図からも水準変位の場合と同様、105km/h 走行時の 0.02[1/m] 付近の下心ロール固有振動数が見てとれる。この固有振動数は速度が 70km/h の場合は 0.03[1/m] 付近に移動するのも水準変位の場合と同様である。図 6-5 と比較すると、この下心ロール固有振動数付近の位相特性が約 π [rad] ずれている。これは、現行の複合変位が「通り変位と水準変位が逆位相で連続している」場合に適用すべきことを裏付けるものである。

速度が異なる場合、特に区間 1 と区間 3 の周波数応答関数を比較すると、通り変位に対する輪重変動は、周波数に対する変化の傾向はほぼ等しいが、振幅特性が全体に小さくなっている。本章の冒頭で、蛇行動によるローリングが輪重変動の要因の一つである、と述べたが、図 6-7 の結果からも、通り変位による下心ロールは、速度と共に不安定さが増していく本質的に自励的な振動であることがうかがえる。

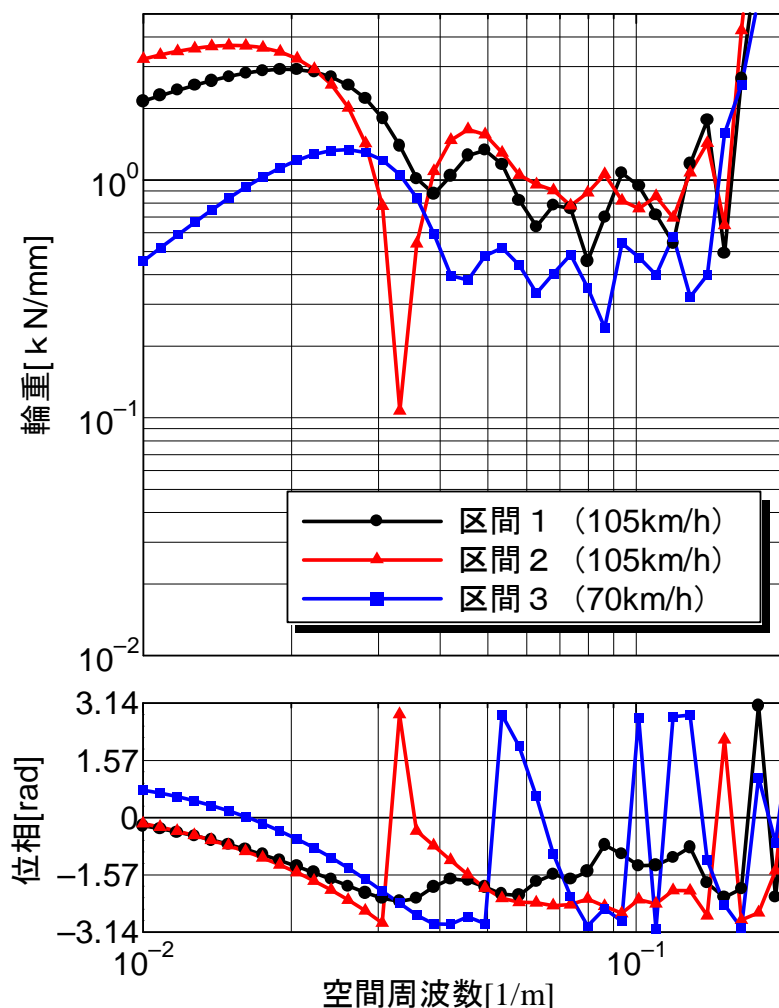


図 6-7 通り変位から輪重への周波数応答関数

(3) 高低変位

高低変位（10m 弦正矢）を入力とした場合の、110km/h 走行時の輪重変動の周波数応答関数を図 6-8 に示す。105km/h 走行時の周波数応答関数は 0.04~0.05[1/m]付近になだらかなピークを持つ。このピークは速度が 70km/h の場合は 0.05~0.06[1/m]付近に移動する。このピークは時間周波数に換算すると約 0.8Hz となり、4 章で紹介した車両の上下 1 次固有振動数と関連があると想定される。これに関する理解を深めるために、高低変位から輪重への周波数応答関数と、上下動揺の周波数応答関数とを重ねたものを速度別に図 6-9、6-10 に示す。105km/h、70km/h のいずれも輪重の周波数応答関数は、上下動揺の一次固有振動数よりもやや低い周波数にピークを持つことがわかる。このことから、高低変位による輪重変動は、高低変位による輪軸の上下強制変位だけではなく、車体・台車の振動に伴って輪軸が台車から受ける上下方向の慣性力が連成して生じていることがわかる。

なお、上記以外の周波数では区間や速度によって周波数応答関数同定結果のばらつきが大きい。これらは高低変位と輪重変動との相関が低い帯域であり、振幅特性のばらつきは計算上の誤差と考えられる。

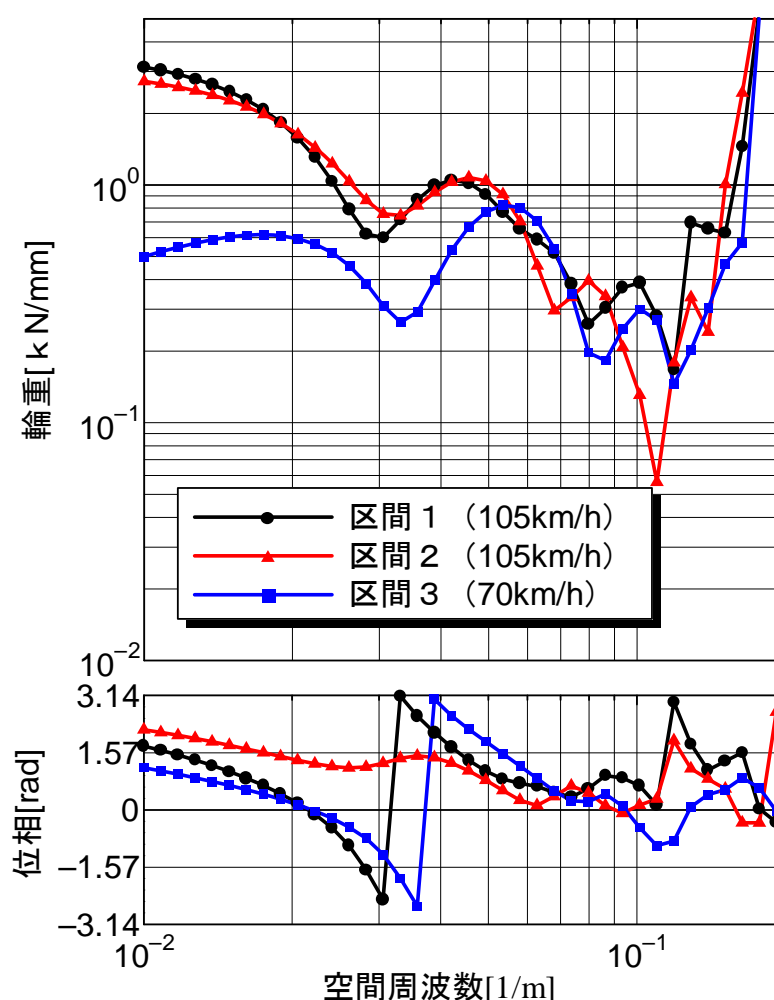


図 6-8 高低変位から輪重への周波数応答関数

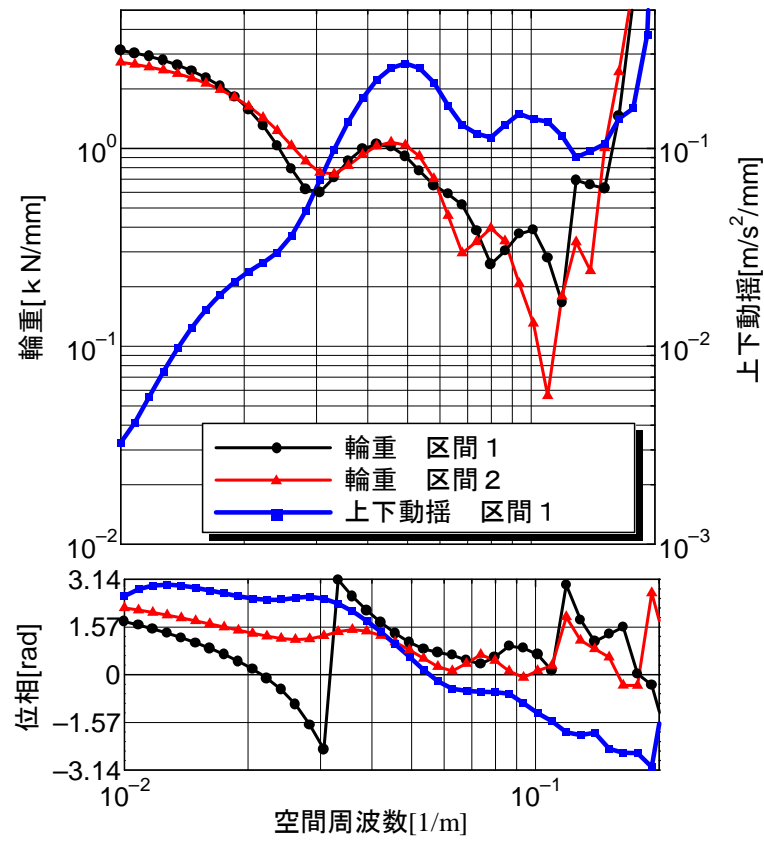


図 6-9 高低変位に対する輪重と上下動揺の周波数応答関数 (105km/h)

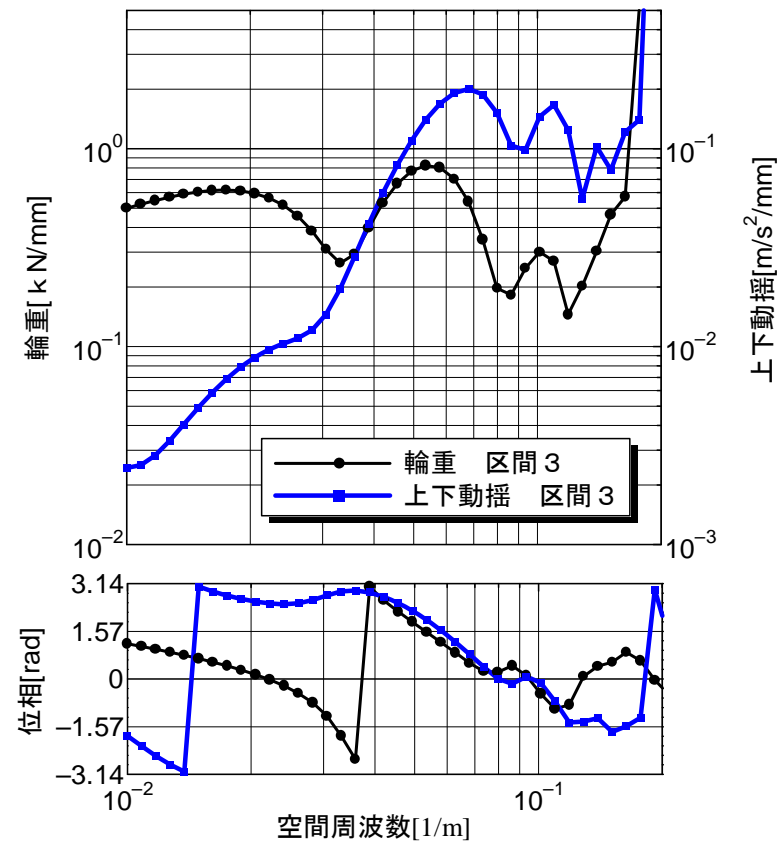


図 6-10 高低変位に対する輪重と上下動揺の周波数応答関数 (70km/h)

6. 2. 3 3入力モデルによる同定結果と考察

本稿では、部分空間法を用いて、水準変位、通り変位、高低変位の3つの信号を入力とした場合の輪重変動予測モデルについて検討する。

部分空間法による、3入力1出力モデルのシステム同定結果を図6-11～図6-13に示す。1入力モデルによる同定結果と比較して、以下のような特徴が見られる。

- ・ 通り変位については、コヒーレンスが高い周波数 ($0.016[1/m]$) が強調された形となっている。
- ・ 水準、高低変位については、1入力による同定結果で得られた結果と、物理的に異なる同定結果となった。特に、水準変位における $0.02 \sim 0.03[1/m]$ 付近のピーク、高低変位における $0.04 \sim 0.06[1/m]$ のピークが、異なる周波数に現れている。

後者の理由は、水準変位と高低変位は互いに相関があるため（水準変位は、高低変位の左右レール差である）、システム同定の過程で必要となる逆行列計算（ARXモデルの場合は式(3.31)）において、行列式が0に近くなる現象が生じているためと考えられる。すなわち、入力信号間の相関が高い場合、重回帰分析における多重共線性と同様な現象が生じていると考えられ、同定結果の解釈にあたって注意が必要である。

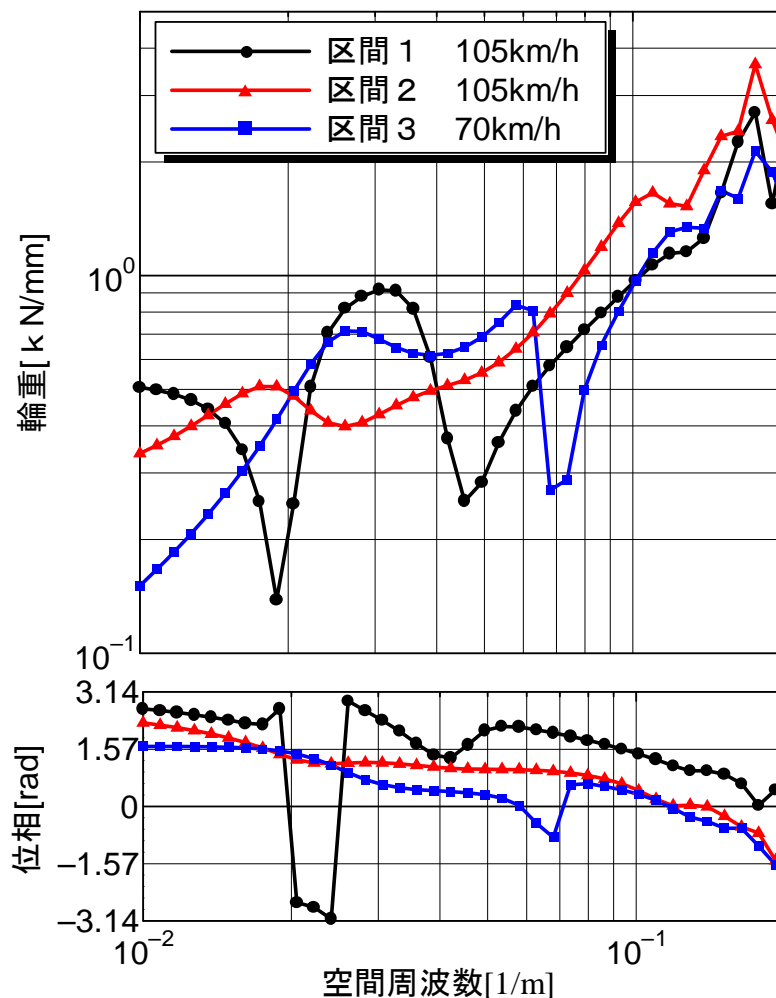


図6-11 3入力モデルによる周波数応答関数（水準変位→輪重）

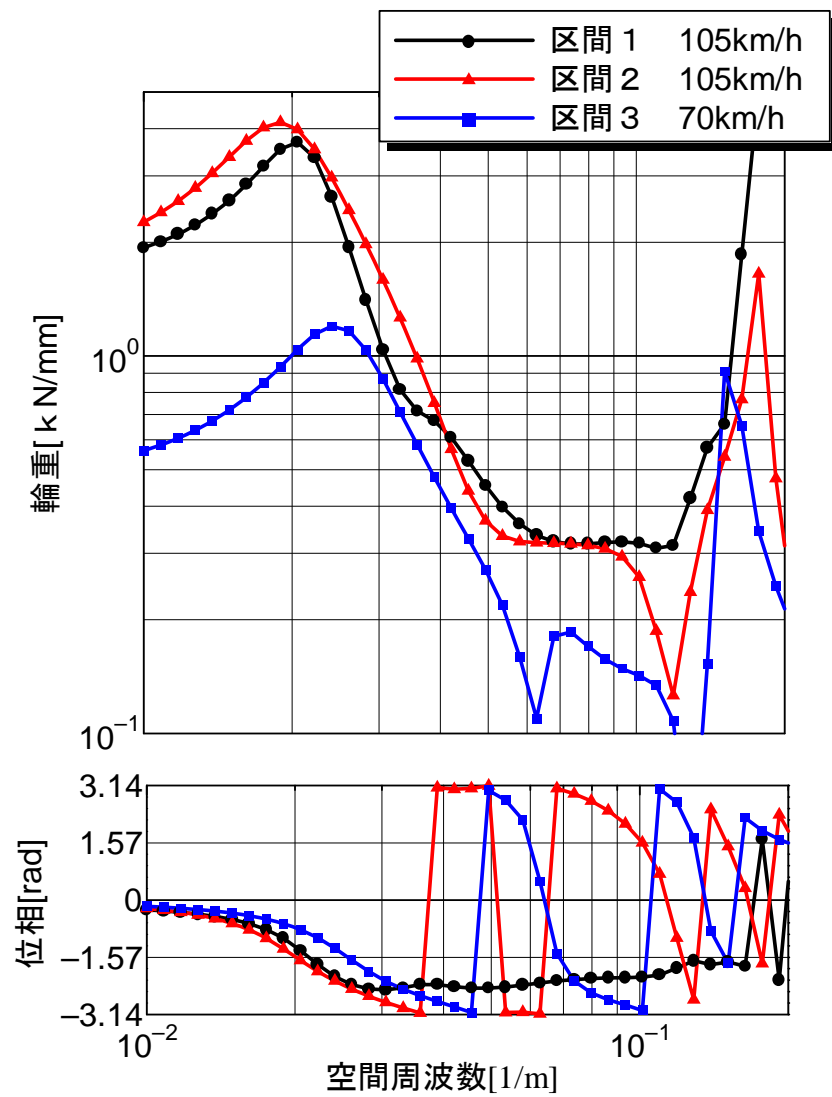


図 6-12 3 入力モデルによる周波数応答関数（通り変位→輪重）

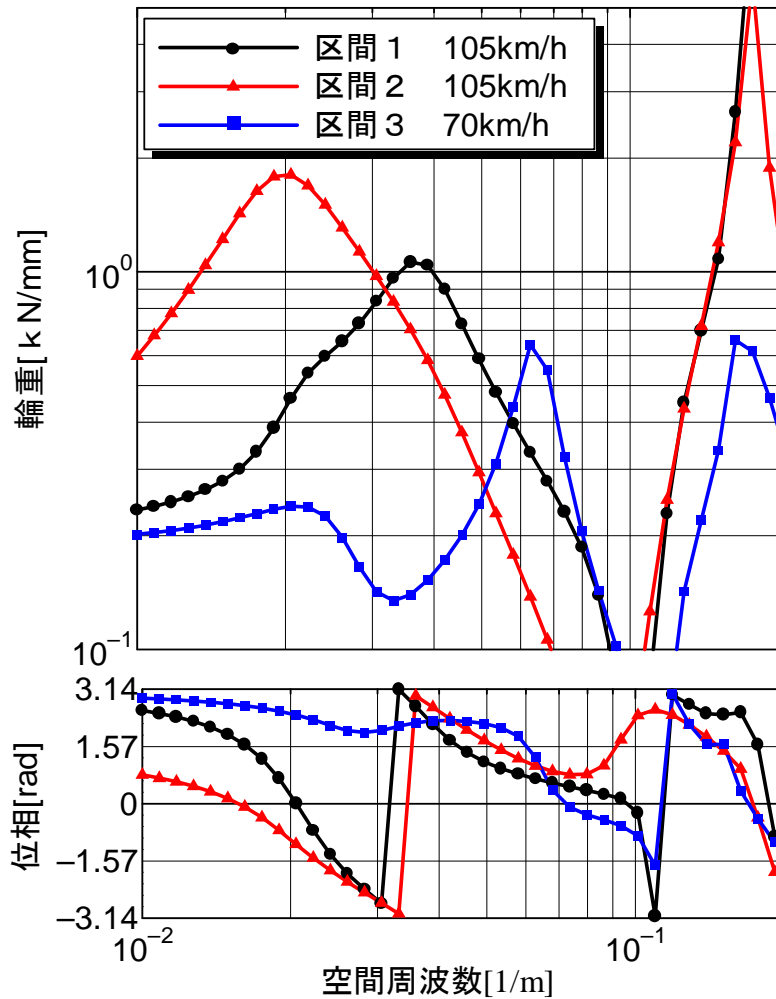


図 6-13 3 入力モデルによる周波数応答関数（高低変位→輪重）

次に、区間 1 および区間 2 で同定したパラメータを用いて予測した、区間 4 の輪重変動を実測値と合わせて図 6-14 に示す。直線区間で同定したパラメータを用いたにも関わらず、曲線中の輪重変動をよく表していることがわかる。図 6-15 に実測値と予測値のコヒーレンスを示す。(1)は、緩和曲線を含む曲線全体におけるコヒーレンスで、(2)は円曲線中みのコヒーレンスである。曲線全体のコヒーレンスでは、 $0.07[1/m]$ 付近でコヒーレンスが急激に低下しているが、これは図 6-3 に示した、水準から $14m$ 間平面性変位への伝達関数の振幅特性が 0 となる周波数であり、予測モデルの移転性の問題ではない。緩和曲線中では、輪重変動に台車間平面性変位による成分の割合が大きくなるが、台車間平面性変位には幾何学的に $0.07[1/m]$ 付近の成分が含まれないため、輪重変動でもこの周波数成分の割合は小さくなる。よって $0.07[1/m]$ 付近における水準変位と輪重変動とのコヒーレンスは小さくなる。

円曲線中では実測値と予測値の相関は高く、特に区間 1 のデータで同定したパラメータを用いた場合は、図 6-1 では軌道変位と輪重との相関が低かった $0.03[1/m]$ 付近を含むほとんどの帯域で、コヒーレンスが 0.8 を上回った。これは、円曲線中では車輪が外軌レールに沿って運動するため、蛇行に伴うローリングが発生しにくいためと考えられる。

以上のことから，3入力モデルによって，直線区間で取得されたデータを用いて同定したパラメータは曲線への移転性があり，当該車両の輪重変動特性を適切に表していることが確認された．

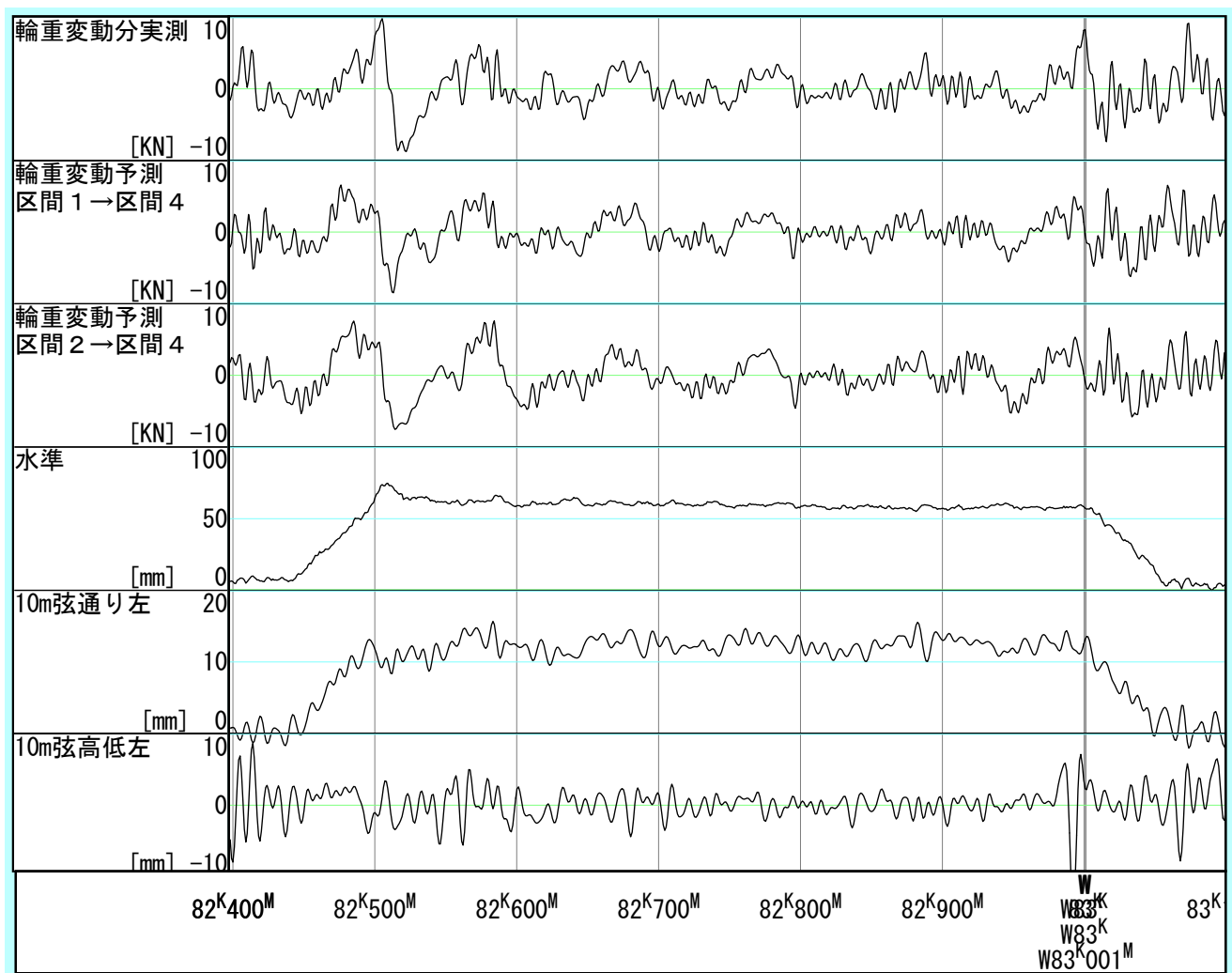
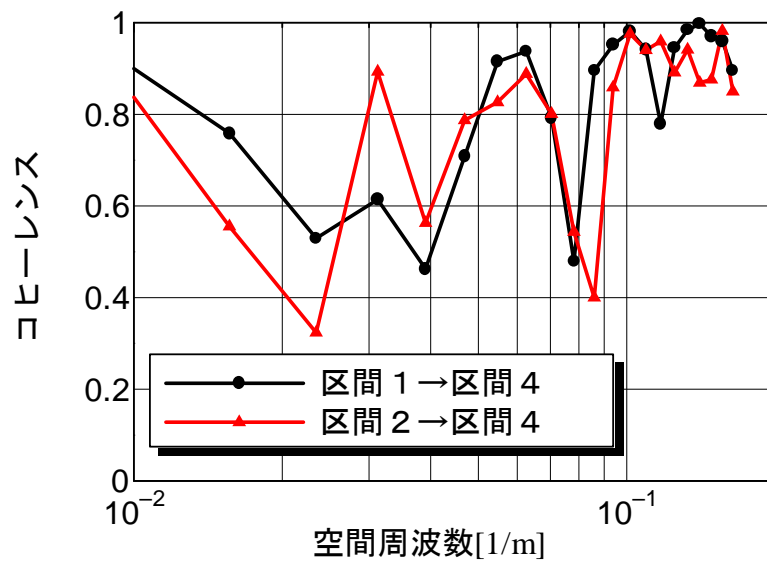
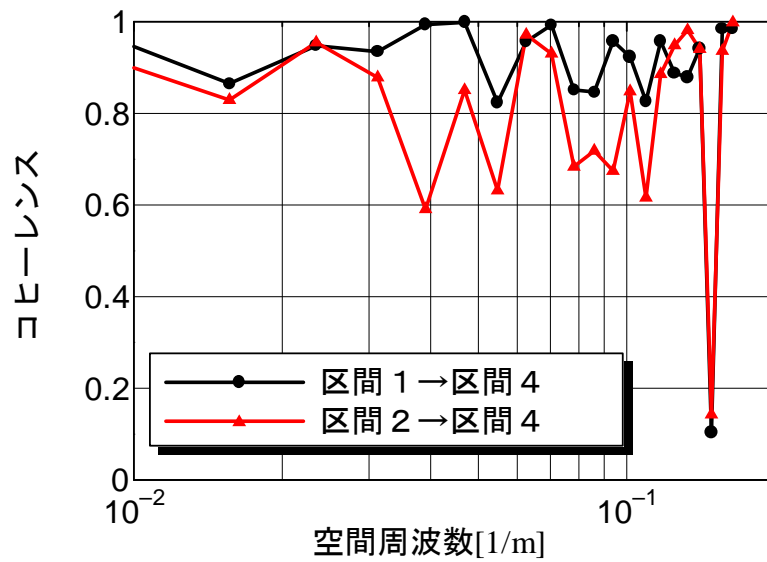


図 6-14 3入力モデルを用いた輪重の予測（区間4）



(1) 曲線全体



(2) 円曲線

図 6-15 輪重予測波形と実測波形のコヒーレンス

6. 3 動揺による輪重の予測

多くの鉄道事業者は、軌道変位検測と合わせて営業車両による列車動揺測定を行っている。これは軌道変位検測の補完とともに、列車動揺を直接測定し、乗り心地管理に利用するためである。列車動揺測定データには、軌道変位との相関が低い蛇行動によるローリング成分が含まれるため、軌道変位を入力とする場合と比較して、より精度の高い輪重変動予測が可能と考えられる。また、中小民鉄には軌道検測車を所有しない事業者が多く、これらの事業者では軌道状態の評価には簡易な動揺測定器に依っている。よって、列車動揺データから簡易な方法で走行安全性を評価できれば、これら中小事業者の保安上好都合である。

上下・左右動揺の限度値は、文献 2-13)で求められた輪重と加速度の関係から、上下方向 0.45g、左右方向 0.35g（いずれも全振幅）と定められている。しかし文献 2-13)で用いている車両の振動モデルは 2 次元モデルであるため、ローリングの影響をモデルの中に取り入れていないなど、輪重と加速度の関係の導出にあたってかなり大胆な仮定を用いており、両者の実際の関係を正しく表現しているとは言い難い。

本章の冒頭で述べたように、輪重変動は走行安全性に直結する項目であり、かつ図 6-2 で示したように、帯域を限定すれば車両動揺と輪重変動の相関は高い。

以上の背景から、ここでは左右動揺、上下動揺を入力とする輪重変動予測モデルを検討し、上下動揺、左右動揺の限度値について検討する。

6. 3. 1 問題の設定

ここでは、以下の条件で上下・左右動揺を入力とする輪重変動のシステム同定を行う。

- ・ 入力信号：上下動揺，左右動揺
- ・ 出力信号：左車輪輪重
- ・ 対象周波数帯域：0.01～0.167[1/m] （波長 6m～100m）
- ・ 車両形式：在来線特急型直流電車（6. 2 節と同形式）
- ・ 走行速度：105km/h ないし 80km/h
- ・ サンプリング間隔：1m

同定のためのデータとして、図 6-4 の区間 1 の上下・左右動揺、輪重を用いた。また検証用として、区間 2，区間 4 および速度が異なる曲線区間（区間 5 と呼ぶ）のデータを用いた。パラメータ同定には部分空間同定法を用いた。

6. 3. 2 システム同定結果と輪重変動予測波形

周波数応答関数の同定結果を図 6-16 に、各区間の列車動揺、輪重変動実測値と予測値とを図 6-17 に、実測波形と予測波形のコヒーレンスを図 6-18 に示す。これらの図に示すように、上下、左右動揺から輪重変動を精度良く予測できること、直線（区間 1）で同定したパラメータを用いて、曲線（区間 4）や、曲線でかつ速度が異なる区間（区間 5）の輪重変動も予測可能であることがわかる。軌道変位を入力とした場合（図 6-18）と比較すると、広い周波数域でコヒーレンスが大きく、より精度が高い輪重変動予測が可能であるといえる。

速度が異なる場合でも予測可能であるのは、例えば図 6-9，図 6-10 に示したように、主として時間周波数に起因する上下動揺、輪重変動の固有モードは、速度の変化に伴って双方とも空間周波数軸上で同じように移動するためと考えられる。

なお区間 5 で、周波数 0.07[1/m]，0.14[1/m]付近でコヒーレンスが低下するのは、図 6-3 に

示したように，これらの帯域で台車間平面性変位が0となり，これに起因する輪重変動が実際には生じないためである．

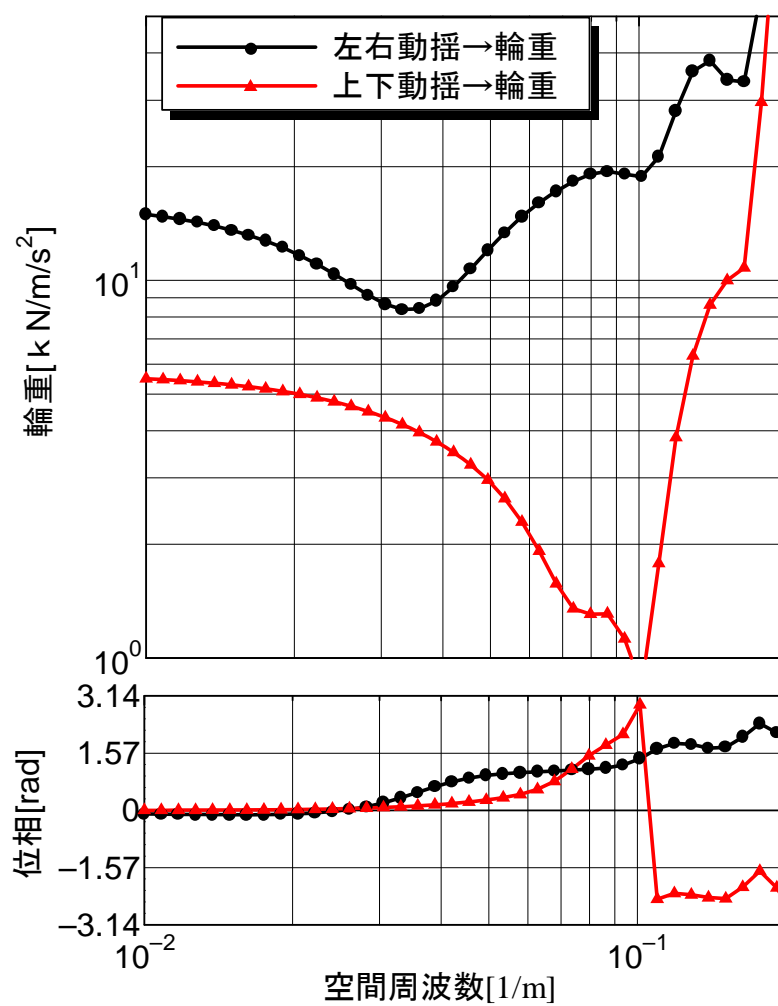
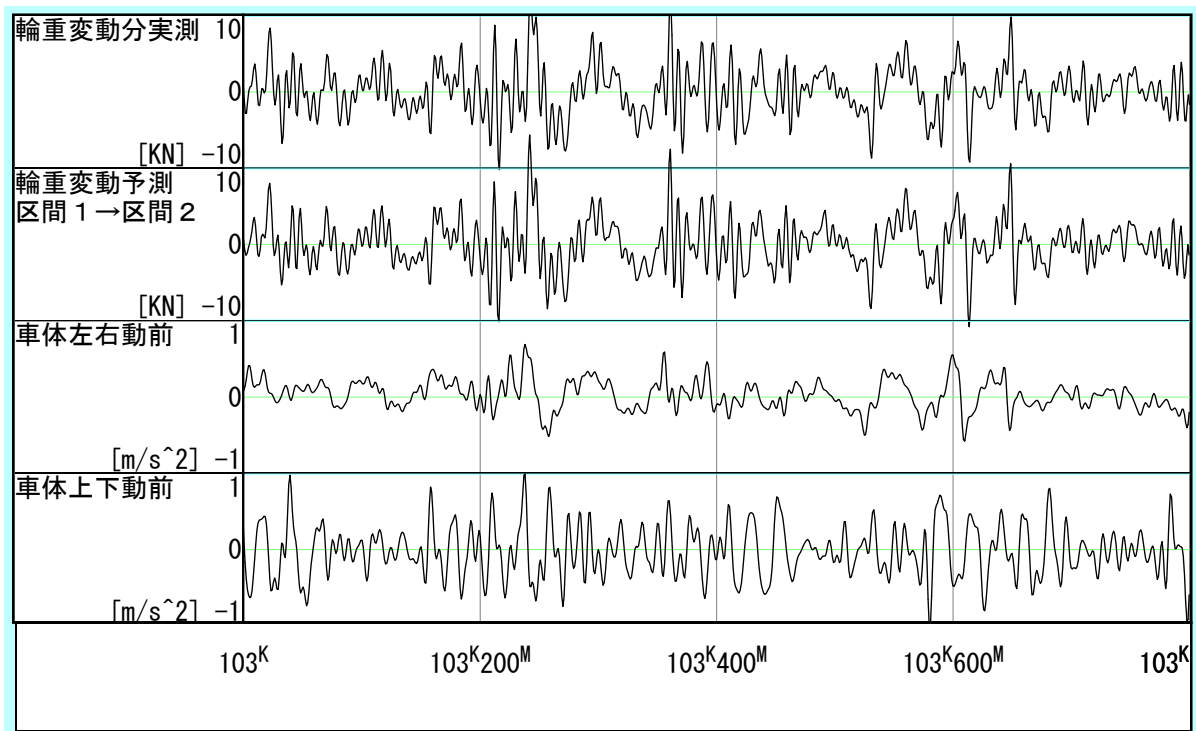
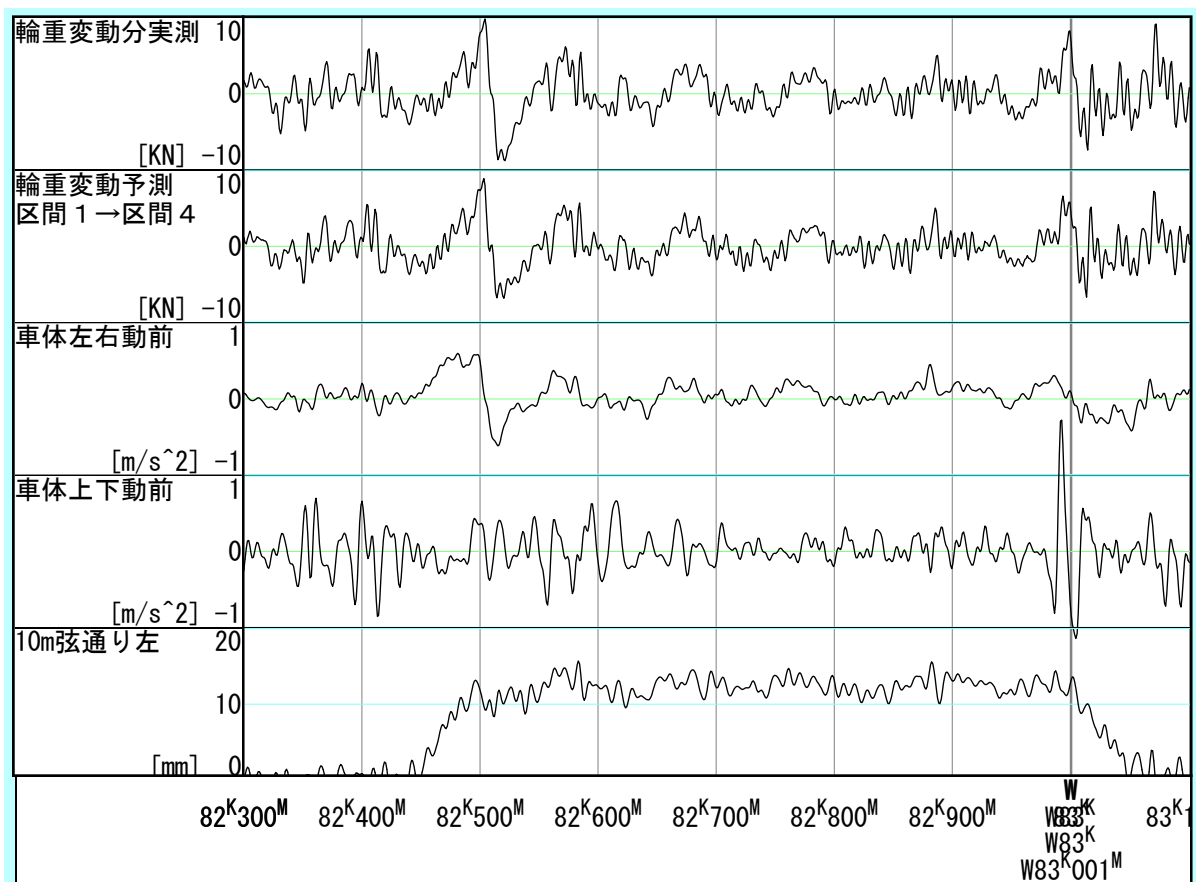


図 6-16 上下，左右動揺から輪重変動への周波数応答関数

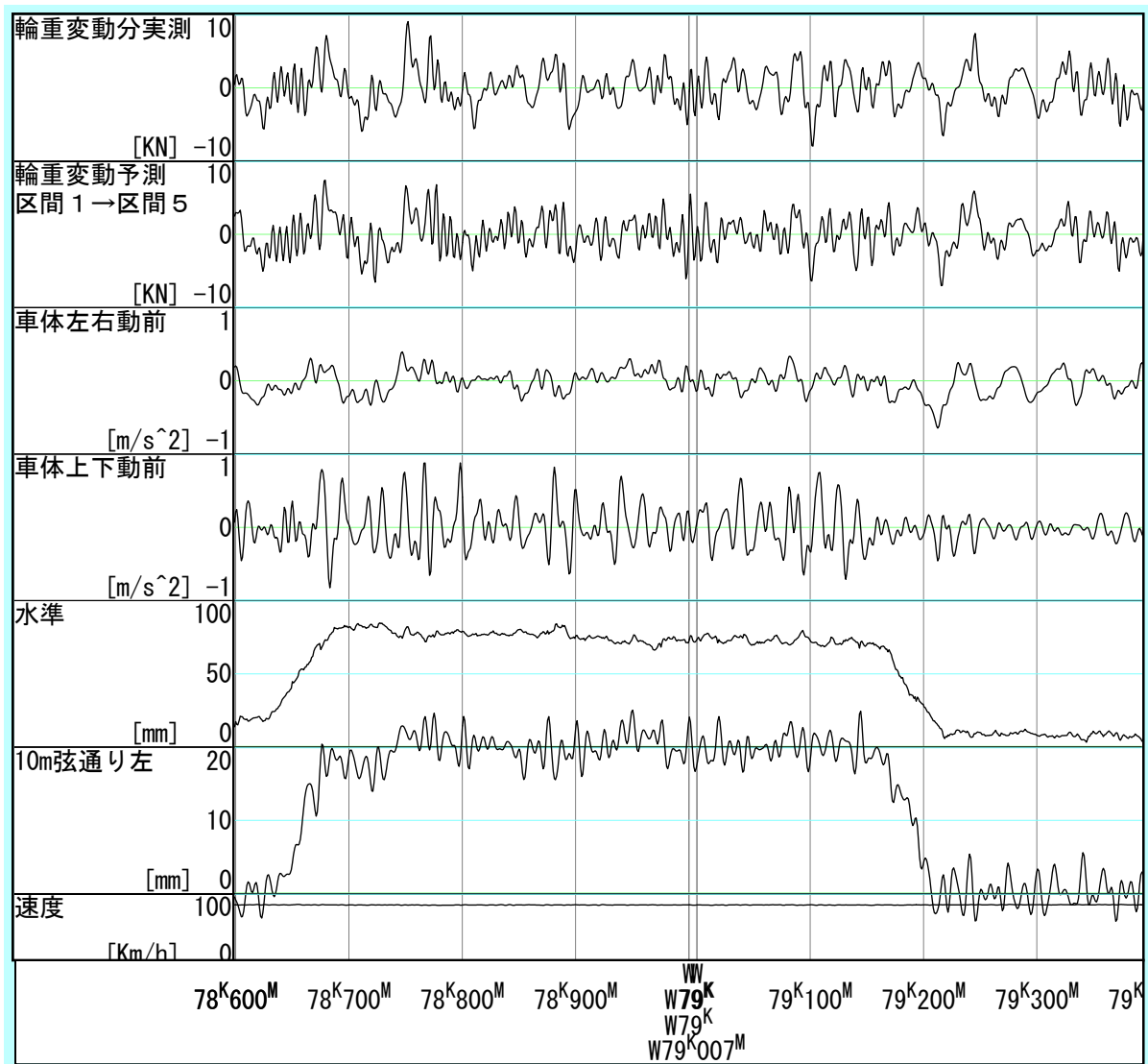


(1) 区間2の予測



(2) 区間4の予測

図 6-17 上下・左右動揺から輪重変動の予測 (その1)



(3) 区間5の予測

図 6-17 上下・左右動揺から輪重変動の予測 (その 2)

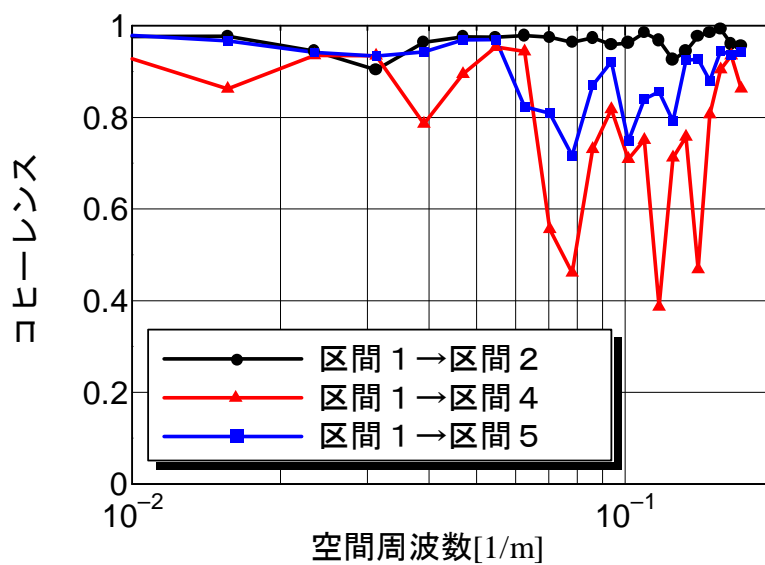


図 6-18 輪重変動予測波形と実測波形のコヒーレンス

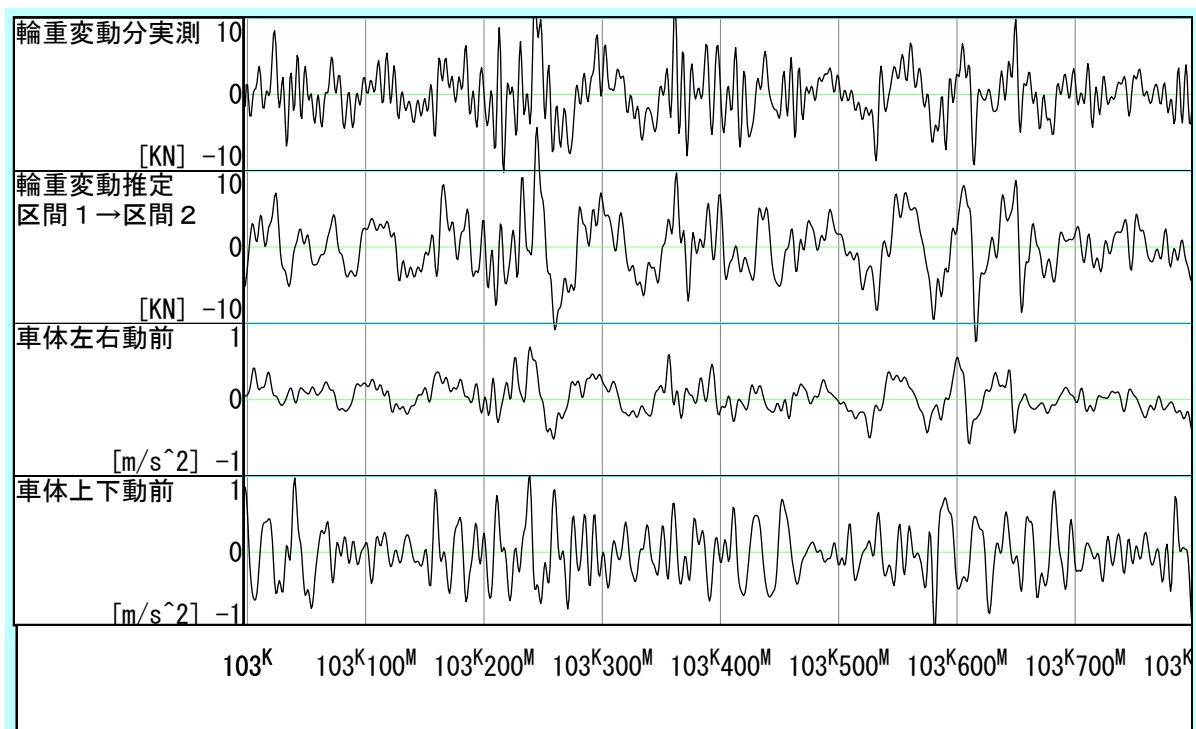
6. 3. 3 輪重変動の簡易推定方法

前項で示したように、上下・左右動揺を入力として、輪重変動を予測できることを示した。本節の冒頭に述べたように、中小の鉄道事業者では簡易な装置で列車動揺を測定しているが、簡易な列車動揺測定装置では測定データに各種信号処理を施すことは困難であり、ほとんどの事業者は、測定された著大値のみを軌道状態の評価指標としている。よって本項では、信号処理を必要としない簡易な輪重変動の推定法を試みる。

ここで、図 6-16 に示した動揺→輪重変動の周波数応答関数には、以下のような特徴がある。

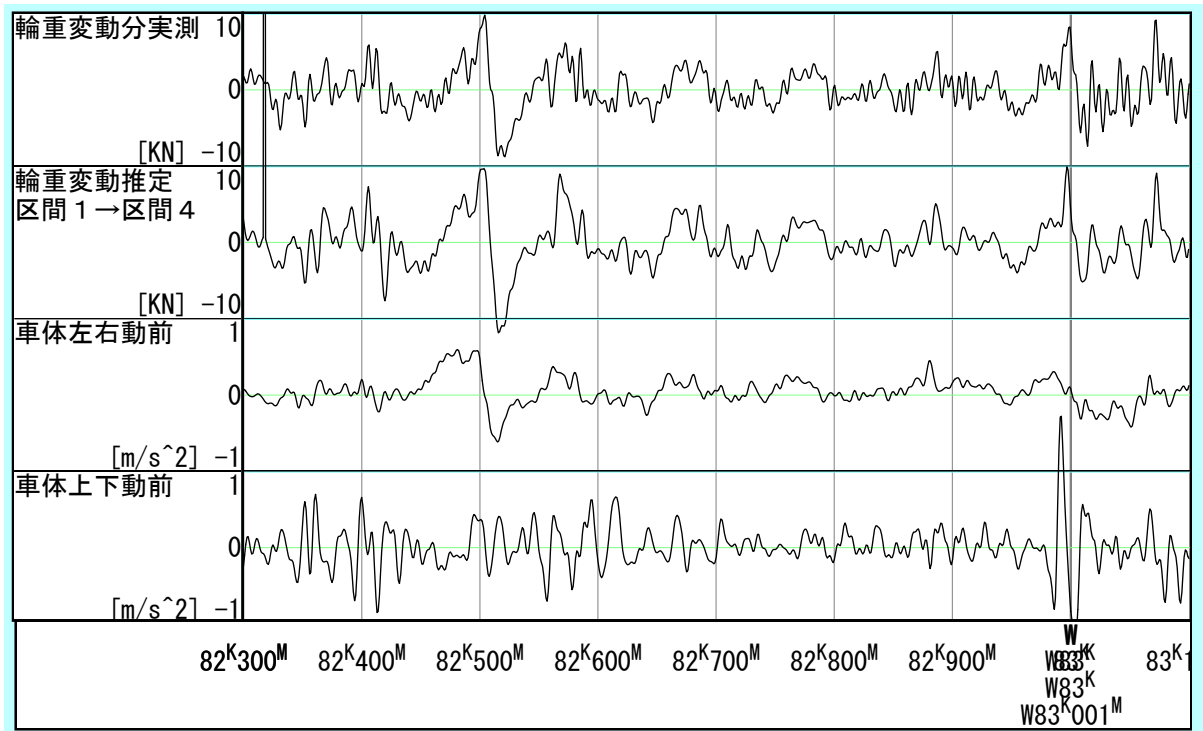
- ・ 位相特性は、特に周波数が低くなるとほとんど 0 [rad] である。
- ・ 左右動揺に対する輪重変動の振幅特性は、0.04～0.05[1/m]付近以外では、15～20[kN/m/s²]となっている。なお、図 6-2 から、0.04～0.05[1/m]付近は左右動揺と輪重変動の相関は低い。
- ・ 上下動揺と輪重変動の相関が高い 0.04～0.05[1/m]付近では、上下動揺に対する輪重変動の振幅特性は約 4 [kN/m/s²]である。

これらの結果をもとに、左右動揺の振幅を 19 倍、上下動揺の振幅を 4 倍してこれらの算術和を求め、輪重実測値と比較した。結果を図 6-19 に示す。細かい変動を把握することはできないが、輪重変動のおおまかな傾向はこのような簡易な方法でも予測できることがわかる。特に、区間 3、区間 5 のように、曲線あるいは速度が異なる場合でも、実測波形と予測波形の傾向は似通っていることがわかる。

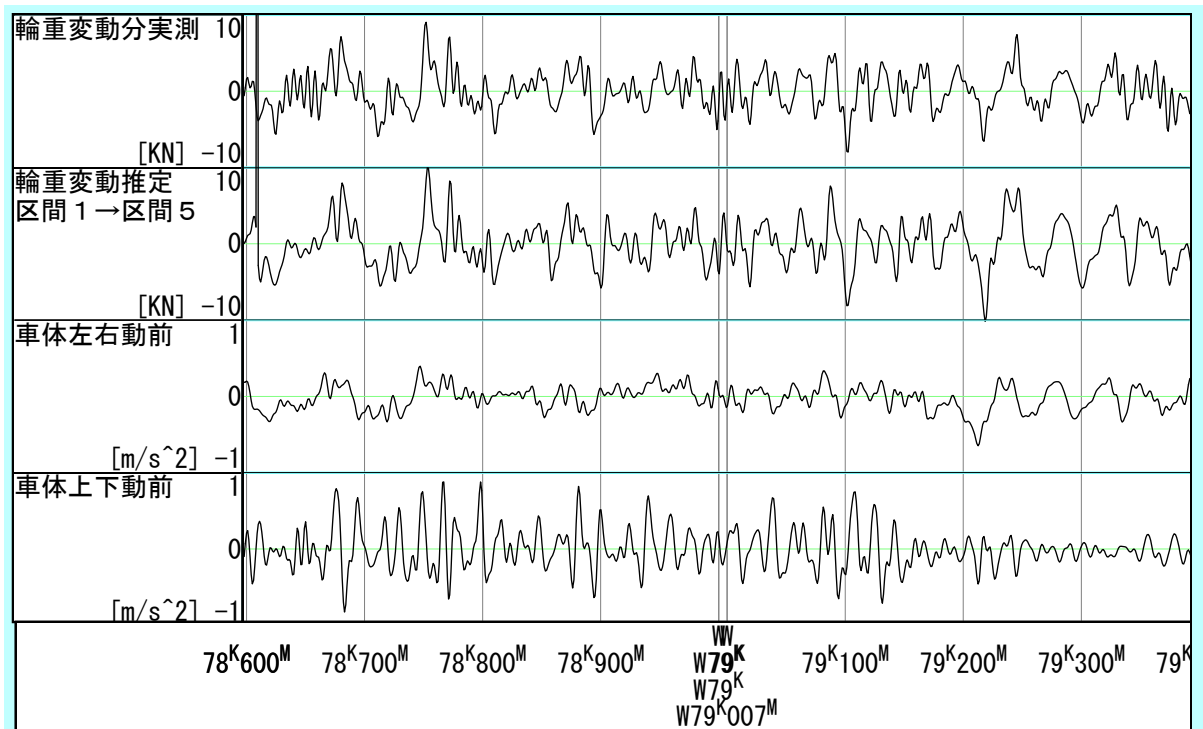


(1) 区間 2 の予測

図 6-19-1 上下・左右動揺の算術和による輪重変動の推定（その 1）



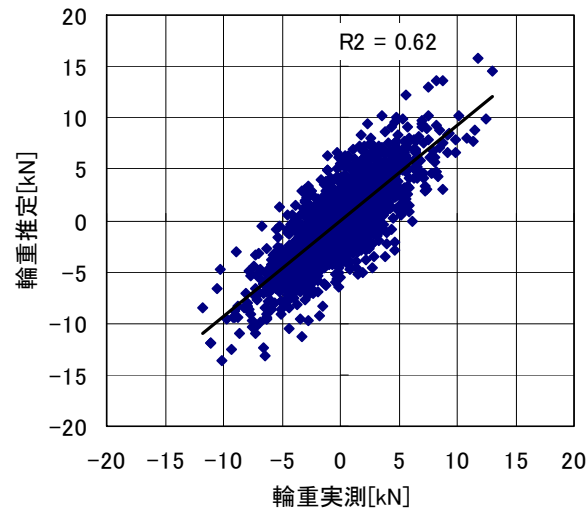
(2) 区間 4 の推定



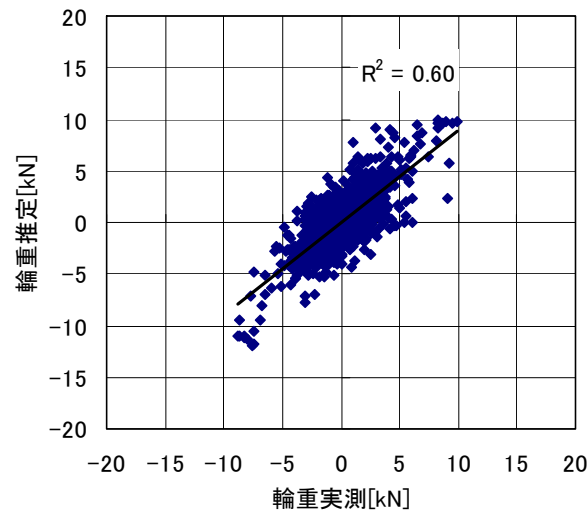
(3) 区間 5 の推定

図 6-19-2 上下・左右動揺の算術和による輪重変動の推定 (その 2)

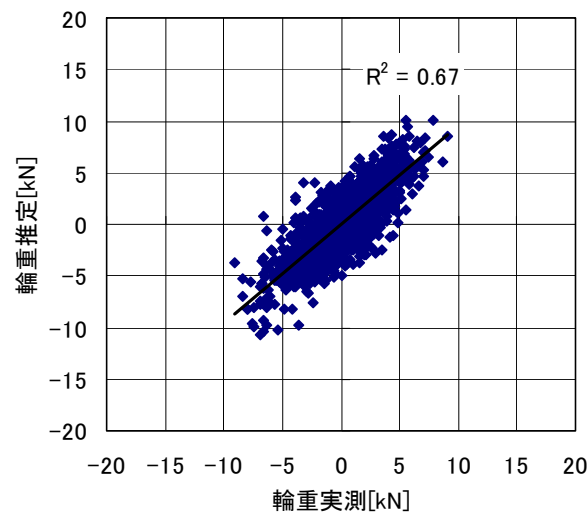
各地点の輪重変動実測値と“ $19 \times$ 左右動揺 + $4 \times$ 上下動揺” (以下「推定値」という) との比較を図 6-20 に示す (推定値は波形を予測したものではないため、コヒーレンスではなく、点データの相関を示す)。



(1) 区間 2



(2) 区間 4



(3) 区間 5

図 6-20 輪重変動の実測値と推定値との相関

図 6-20 に示すいずれの区間においても実測値と推定値との相関は高く，上下動揺，左右動揺の算術和によっても，ある程度の精度では輪重変動を推定可能であることがわかる．

輪重変動（減少）は，静的輪重の 80% が走行安全上の目安とされている⁶⁻¹⁾．同定に用いた車両の静止輪重は 50kN であるため，輪重減少が 40kN（輪重減少率 80%）の場合と 30kN（同 60%）の場合で，上下動揺と左右動揺の限度値を算出した．結果を図 6-21 に示す．

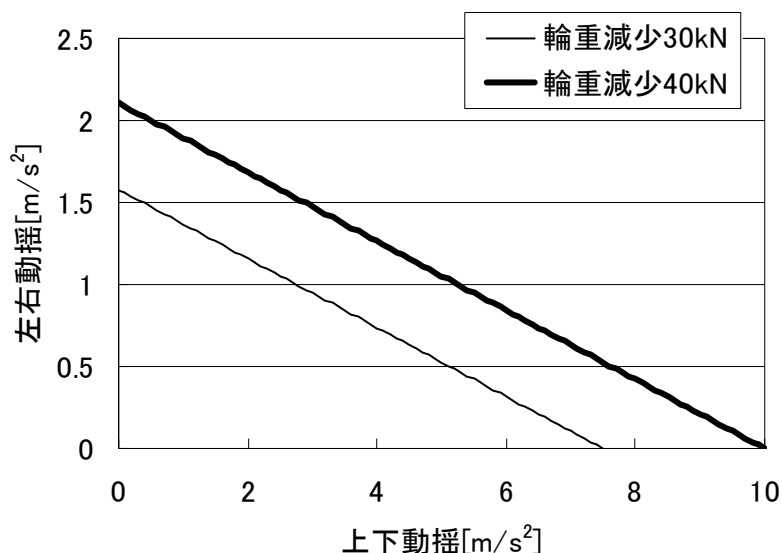


図 6-21 輪重減少限度値と上下動揺，左右動揺の組み合わせ

図 6-21 から，上下動揺と連成しない場合，左右動揺の限度値は 1.6m/s^2 ないし 2.1m/s^2 となる．旧国鉄の動揺管理値を表 1-2 に示したが，推定誤差等を考慮すると，マヤ車または高性能車両の $0.13g$ ($\approx 1.3\text{ m/s}^2$) はやや余裕がある値，一般車両の $0.20g$ ($\approx 2.0\text{ m/s}^2$) はほぼ限度値となり，旧国鉄の管理値は，近年の車両においても概ね妥当なものとなる．

なお，上下動揺，左右動揺の算術和に用いた係数 4, 19 は，本来ここで用いた車両形式にのみ当てはまるものである．JR で用いられている特急用気動車について，同様の試算を行ったところ，係数は同じく 4, 19 となった．特急用気動車における輪重変動推定結果の例を図 6-22 に示す．

上記で用いた直流電車と本気動車は両形式とも振り子車両であり，一般の車両と比較して重心が低くなるよう設計されている．算術和に用いる係数は，まくらばね剛性や車両重心高さによって異なると考えられるため，合理的な動揺管理のためには自社線区の代表的な車両で動揺と合わせて一度は輪重を測定し，これらの係数を求めておくのがよい．その際にここで紹介した手法が参考になるものと考えている．

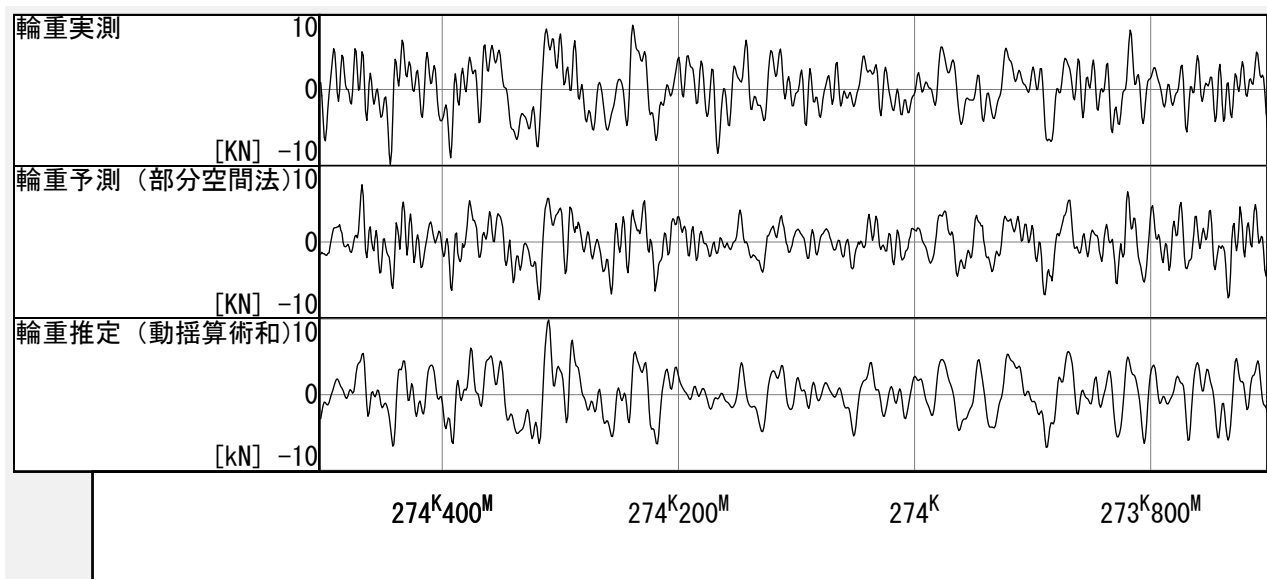


図 6-22 上下・左右動揺の算術和による輪重変動の推定（特急用気動車）

6. 4 本章のまとめ

- (1) 105km/h 直線走行時の在来線車両で測定した輪重変動と軌道変位とのコヒーレンスを求めた。その結果, 0.06[1/m]より高い帯域では平面性変位と輪重との相関が高く, 0.02[1/m]以下の周波数では通り変位と弱い相関があった。また 0.04~0.05[1/m]では高低変位と輪重との相関が高いことがわかった。これらのことから, 水準変位, 通り変位, 高低変位の3種類の軌道変位を入力とする線形予測モデルで, 主たる輪重変動成分を予測できる見通しが得られた。
- (2) 列車動揺と輪重変動とのコヒーレンスを求めた。その結果 0.04~0.05[1/m]の帯域では上下動揺と輪重変動の相関が, それ以外の帯域では左右動揺と輪重変動との相関が高いことがわかった。動揺と輪重変動との関係は, 軌道変位と輪重変動との関係と比較するとより広い周波数帯域で相関が高いことから, 列車動揺を入力とすることによって, 軌道変位を入力とするよりも精度良く輪重変動を予測できる見通しが得られた。
- (3) 水準変位, 通り変位, 高低変位の各々から輪重変動への周波数応答関数を求めた。その結果, 0.02[1/m]以下の低周波域では水準変位, 通り変位によるローリングが, 0.04~0.05[1/m]は高低変位による上下並進運動が, 0.06[1/m]以上の帯域では平面性変位が輪重変動に対し支配的であることがわかった。このうち通り変位と水準変位については, 周波数応答関数の位相差が π [rad]であり, 現在用いられている複合変位と同じ傾向の結果が得られた。平面性変位による輪重変動については, 輪軸は平面性変位に位相差無く運動し, これに伴って輪重が変動していることがわかった。また, そのときの振幅特性は, 車両の軸ばね定数にほぼ等しいことがわかった。
- (4) 水準変位, 通り変位, 高低変位の3種類の軌道変位を入力とする輪重変動予測モデルを構築し, パラメータを同定した。直線区間で推定されたパラメータで曲線中の輪重変動が予測可能であり, パラメータに移転性があることを確認した。
- (5) 左右動揺, 上下動揺を入力とする輪重変動予測モデルを構築し, パラメータを同定した。

直線区間のデータで得られたモデルのパラメータは曲線中の輪重変動予測にも適用可能であり、軌道変位を入力とする場合と比較して、精度が良い予測が可能であることを確認した。また速度が異なる場合の輪重変動も、ある程度の精度で予測可能であった。

- (6) 左右動揺、上下動揺の算術和による、簡易な輪重変動予測モデルについて検討し、実測値との相関が高い予測値が得られることを確認した。またこれを用いて上下・左右加速度の限度値を試算し、旧国鉄の動揺基準値と比較したところ、旧国鉄の基準値は近年の車両においても概ね妥当であるという結果が得られた。

6 章の参考文献

- 6-1) 運輸省鉄道局監修：在来鉄道運転速度向上試験マニュアル・解説，1993.5.
- 6-2) 事故調査検討会：営団地下鉄中目黒駅構内脱線衝突事故調査報告書，2000.10.
- 6-3) 須田義大，黒崎由起夫，小峰久直，佐藤與志，中居拓自，下川嘉之：急曲線通過特性を考慮した空気ばね系の制御に関する研究，鉄道技術連合シンポジウム（J-Rail 2002），2002.11.
- 6-4) 古川敦：軌道狂いによる輪重変動の予測手法，鉄道技術連合シンポジウム（J-Rail 2002），2002.11.

7. 鉄道車両の横圧変動特性の同定と横圧の予測

7. 1 鉄道車両の走行時に発生する横圧

鉄道車両の走行に伴って、車輪／レール間に作用する軌道面に平行な力を横圧と呼ぶ。横圧には大きく分けて以下の4種類がある。

(1) 曲線転向に伴って発生する横圧

ほとんどの鉄道車両は、自動車と異なり舵取り（ステアリング）ができない。よって、曲線走行時には、車両（台車）の旋回に伴う横圧が発生する。これを転向横圧と呼ぶ。転向横圧は曲線半径、車輪踏面形状、レール／車輪間の摩擦係数の関数となる。特に急曲線では、摩擦係数の影響が支配的となることが知られている⁷⁻¹⁾。転向横圧は曲線の内外軌で等しい。

(2) 遠心力による横圧

超過遠心力（図 1-10）に伴い、外軌側のレール／車輪間には横圧が発生する。

(3) 軌道変位による横圧

軌道変位によって車輪に入力される強制変位により発生する横圧。本章の検討対象とする。

車輪フランジとレール頭側部との間には横動遊間があるため、横圧と軌道変位の関係は一般に非線形となる。しかし半径 600m 程度以下の曲線では、車輪フランジは外軌側レールに沿って走行するため、両者の間には線形性が見られる。本報告では、線形性が成立する条件下での変動横圧の予測を試みる。なお、ここでは5章の左右動揺の場合と同じく、周波数 0.04[1/m]～0.167[1/m]の横圧（以下、「変動横圧」という）を対象とする⁵⁻³⁾。

(4) レール継目部・溶接部における衝撃的な横圧

レール継目部や溶接部を走行する際に発生する横圧。軌道保守量には大きな影響を及ぼすが、定量化が困難であり、ここでは検討の対象としない。

以上、鉄道車両の変動横圧に影響する要因を周波数毎にまとめると表 7-1 のとおりとなる。

表 7-1 鉄道車両の変動横圧に影響する要因

	周波数の低い変動横圧	周波数の高い変動横圧	衝撃的な横圧
軌道	曲線半径 カント レール車輪間摩擦係数	通り変位 水準変位 軌間変位	レール継目部形状 レール溶接部形状
車両	軸距 車輪踏面形状 列車速度	軸距 輪軸支持剛性	

7. 2 軌道変位による変動横圧の予測

7. 2. 1 問題の設定

本章では、変動横圧に対するシステム同定を行う。軌道側、車両側の条件は以下のとおりである。

○ 軌道条件

- ・線形：半径 400m ないし 600m，カント 105mm ないし 70mm（4 区間）
- ・区間長：1 区間あたり 200m
- ・軌道変位：外軌通り変位（復元：帯域 0.04～0.167[1/m]），

水準変位（帯域 $0.04 \sim 0.167[1/m]$ ），

軌間変位

- ・ レール種別：50N 定尺レール

○ 車両条件

- ・ 車種：振子式直流特急用電車
- ・ 車体支持方式：空気ばねボルスタレス台車
- ・ 軸箱支持方式：ウィングばね式
- ・ 速度：105km/h

○ 同定条件

- ・ 同定方法：FIR モデル（最小二乗法）または部分空間法
- ・ サンプルング間隔：1m
- ・ モデル次数の決定規範：FPE

軌道変位と変動横圧の波形を図 7-1～7-4 に示す．これらの図に示すように，横圧は直線中ではほとんど 0 であり，緩和曲線の途中で急激に立ち上がる．これが曲線轉向横圧と，遠心力による横圧である．このうち，周波数 $0.04[1/m]$ より低い帯域をカットオフしたものが，下から 2 段目の横圧変動成分である．通り変位と横圧の波形はよく似ていることから，両者の線形性がうかがえる．なお，通り変位は，レールが進行方向左側に張っている場合を正，横圧は軌間外向きに作用する場合を正としているので，左カーブ（右レールが曲線外軌側）の場合，両者の符号は逆である．また，水準変位は左レールが高い場合を正としている．

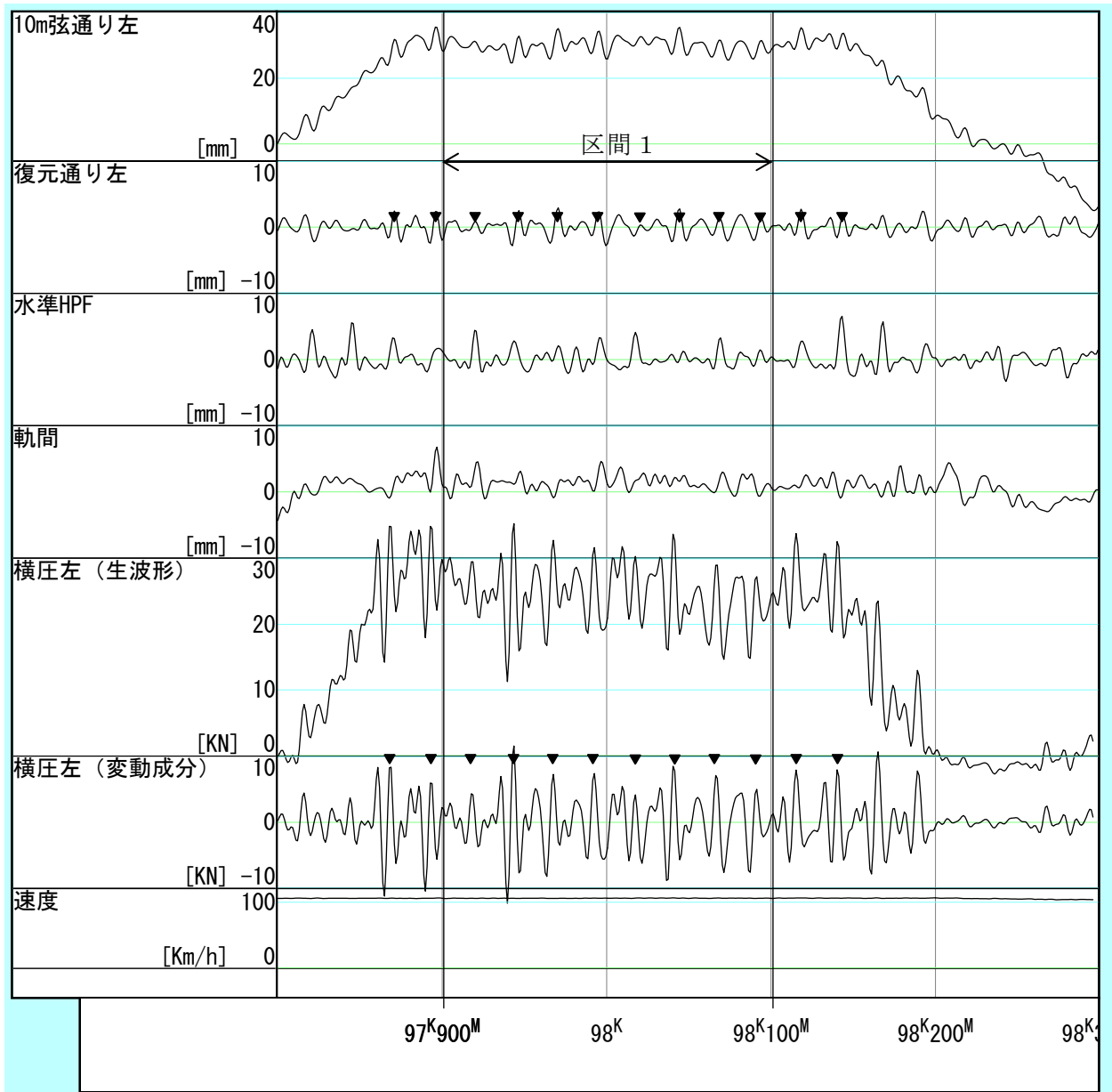


図 7-1 軌道変位と横圧の波形（区間 1：半径 400m，カント 105mm）▼は継目

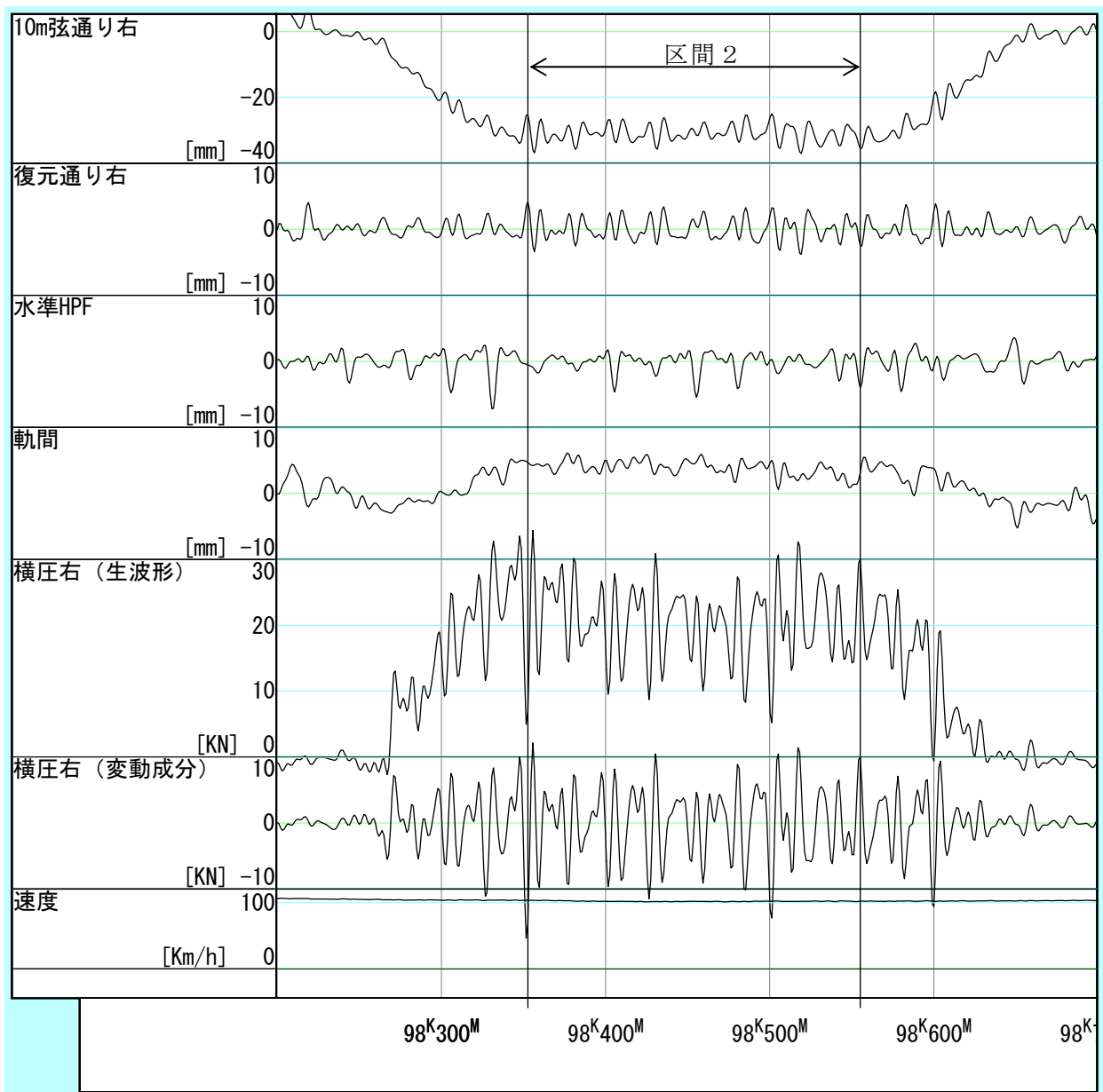


図 7-2 軌道変位と横圧の波形（区間 2：半径 400m，カント 105mm）

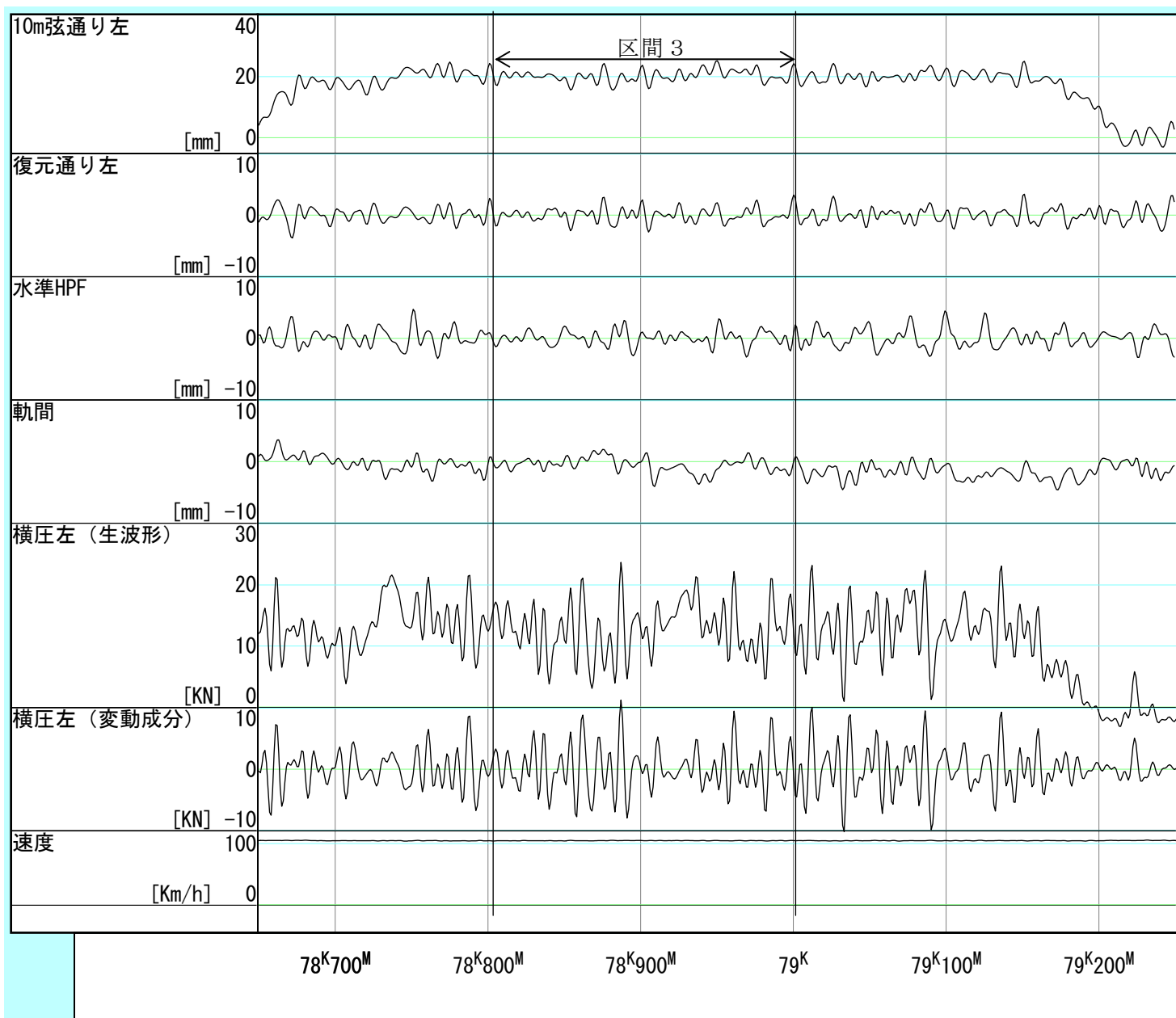


図 7-3 軌道変位と横圧の波形（区間 3：半径 600m，カント 70mm）

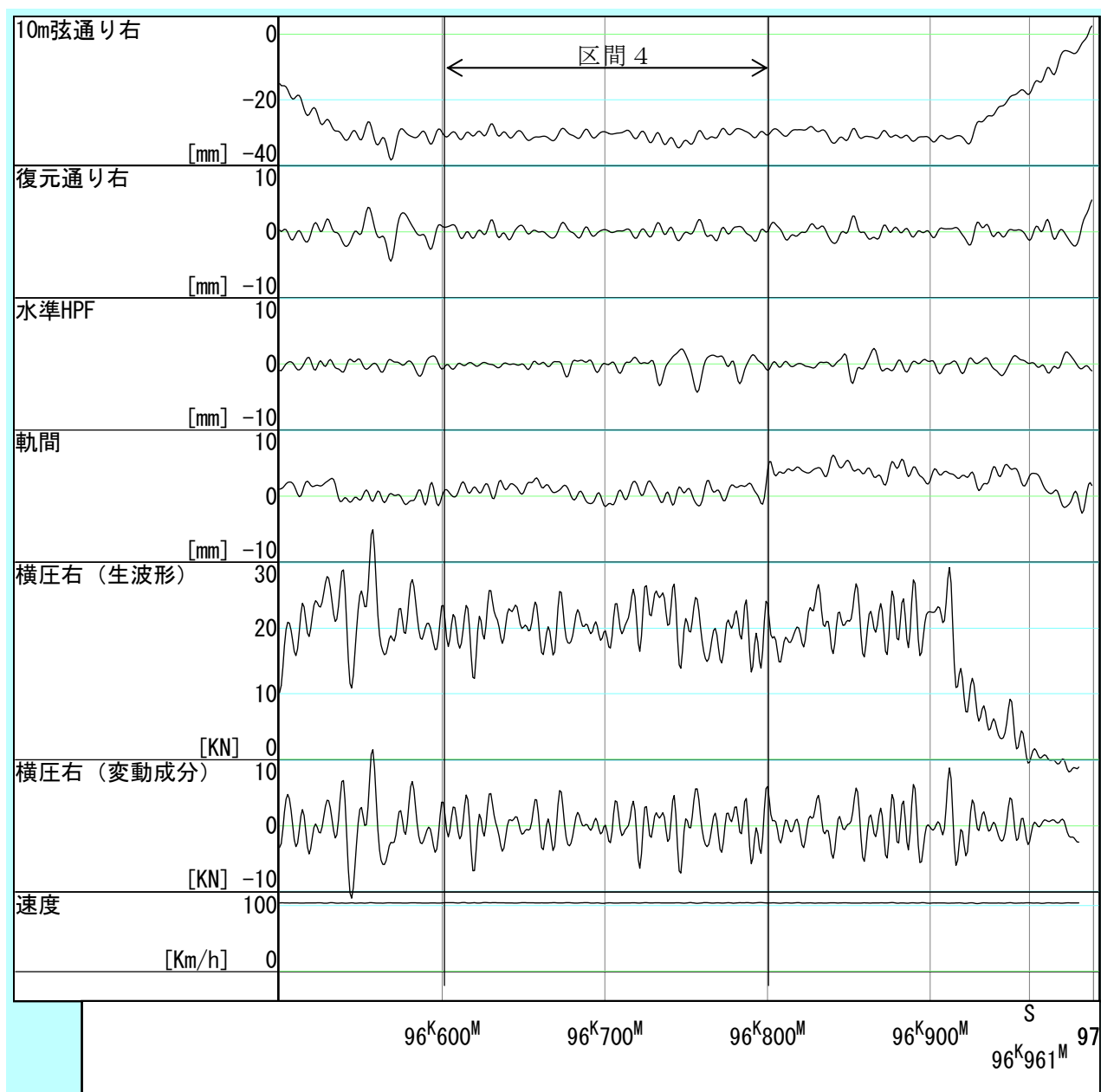


図 7-4 軌道変位と横圧の波形（区間 4：半径 400m，カント 105mm）

各区間の軌道変位，横圧のパワースペクトル密度を図 7-5～図 7-8 に示す．各データとも，レール長に起因する 0.04, 0.08, 0.12, 0.16[1/m]の，4 種類の周波数のパワーが卓越しているのわかる．

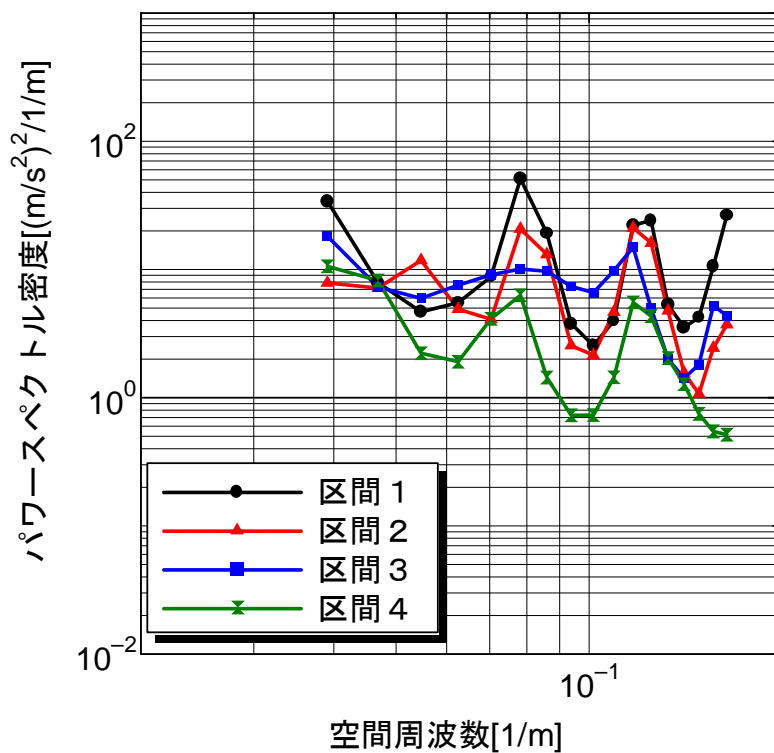


図 7-5 通り変位のパワースペクトル密度

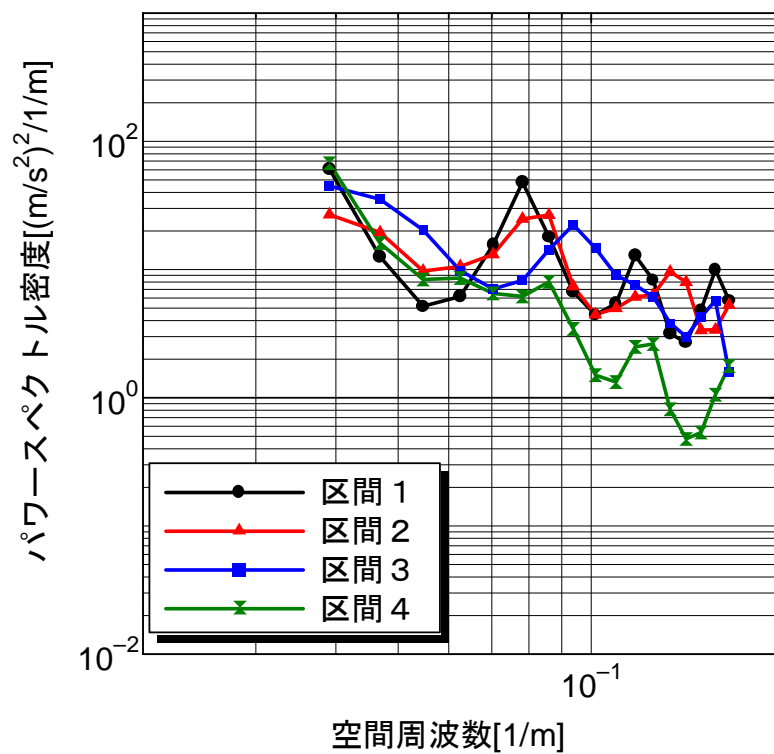


図 7-6 水準変位のパワースペクトル密度

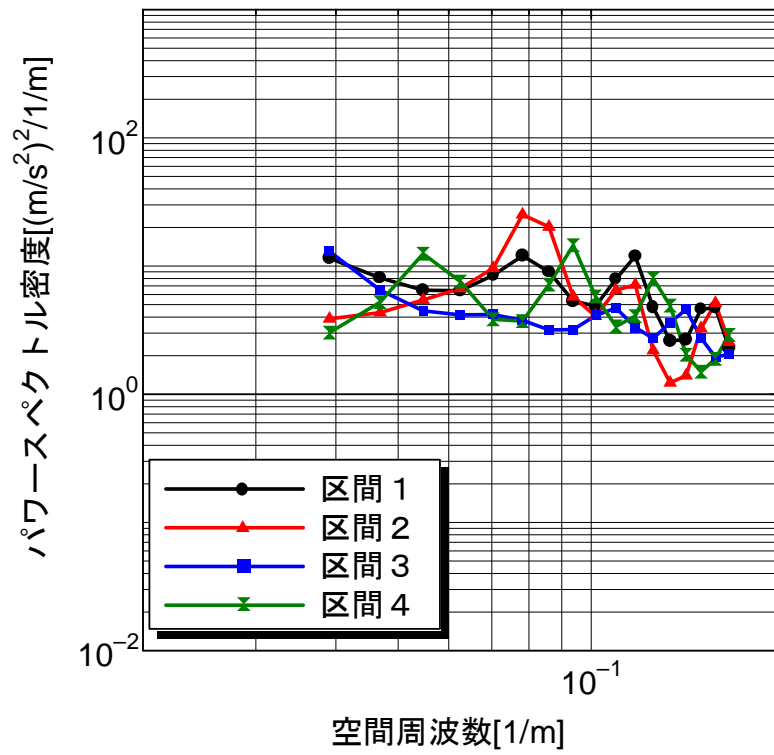


図 7-7 軌間変位のパワースペクトル密度

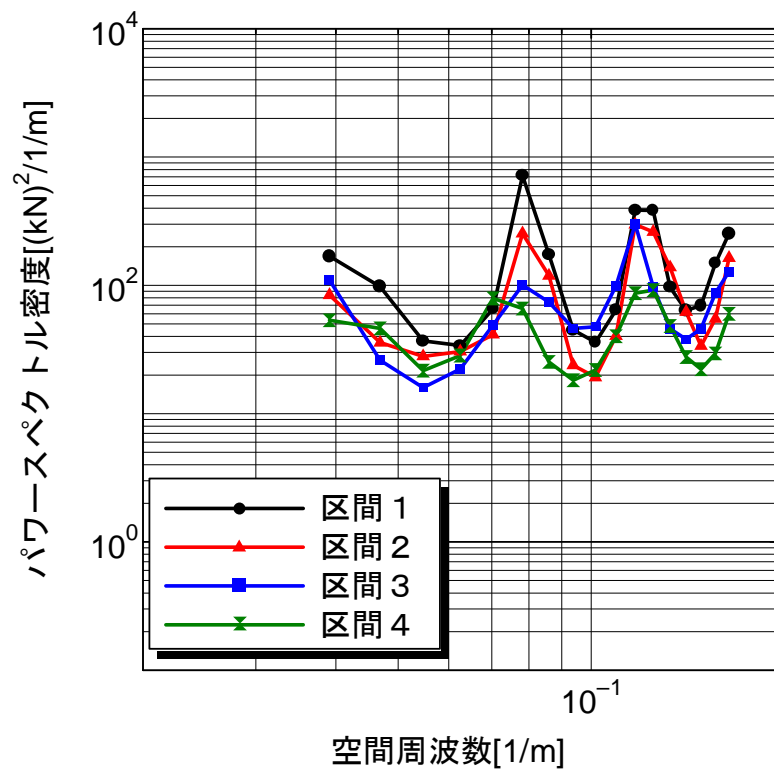


図 7-8 横圧のパワースペクトル密度

7. 2. 2 システム同定結果

(1) システムの次数

区間 1 について，入力信号が通り変位のみ，通り変位と水準変位，通り変位，水準変位と軌間変位の 3 ケースの，FPE と次数との関係を図 7-9 に示す．

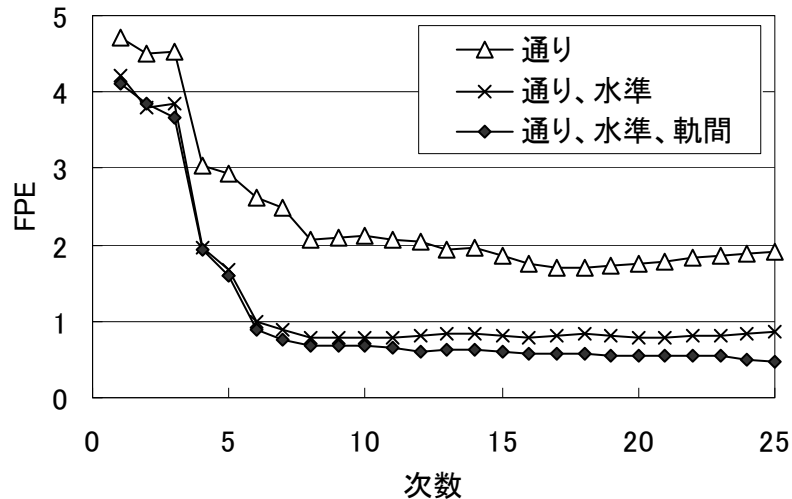


図 7-9 区間 1 における FPE と次数の関係

次数が低い間は，FPE は急激に減少するが，7 次程度からその変動は緩やかになり，その後ほとんど一定である．通り変位 1 入力の場合，および通り，水準，軌間の 3 入力の場合は，25 次まで計算しても明確な極小値を持たず，通り，水準の 2 入力の場合は 8 次が極小値であった．

通り変位 1 入力の場合と比較して，2 入力モデルは FPE が全体的に小さく，水準変位が横圧に与える影響がうかがえる．軌間を入力信号とした場合，FPE は 3 ケースの中で最も小さいものの，2 入力の場合と比較して，その差は小さい．

よってここでは，通り，水準の 2 種類の軌道変位を入力として，軌道変位と変動横圧との関係について考察する．区間 1～4 について，2 入力の場合の FPE と次数との関係を示す．いずれの区間も傾向は同様であり，7～8 次付近で変動の傾向が変化する．これは，図 7-1 や図 7-5 に示したように，25m 定尺レールの区間の軌道変位は，レール長に起因する 4 種類の周波数のパワーが卓越するため，入力信号である軌道変位の PE 性が 8 次であるためと考えられる．すなわち 5. 3. 3 項の左右動揺の場合と同様，最適次数がシステムの持つモード数から定まっているわけではない．同定精度を高めるためには入力信号の PE 性の次数が高い方が望ましいので，左右動揺の場合と同様，各入力信号のパワースペクトル密度を参考にしつつ広い帯域でパワーが大きい信号を用いるのが望ましい．

本節では，図 7-9，7-10 を参考に，システムの次数を 8 として，以下の解析を進めることとする．

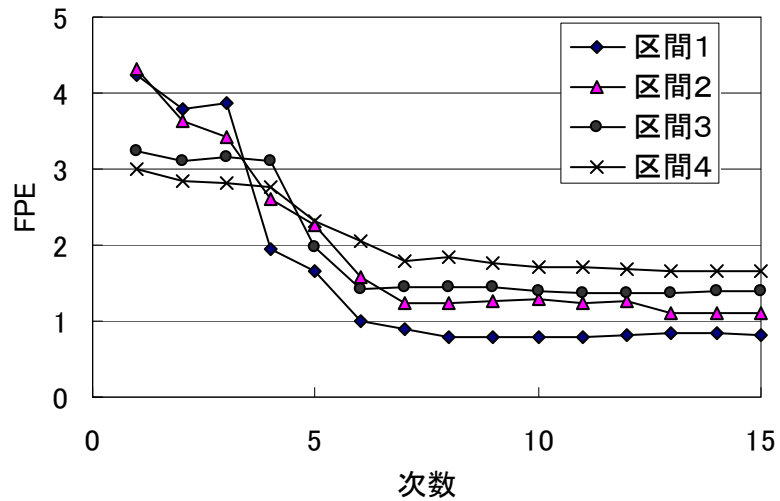


図 7-9 2 入力の場合の FPE と次数の関係

(2) 周波数応答関数

次数を 8 次とした場合の、各区間で同定されたシステムの周波数応答関数を図 7-9, 7-10 に示す.

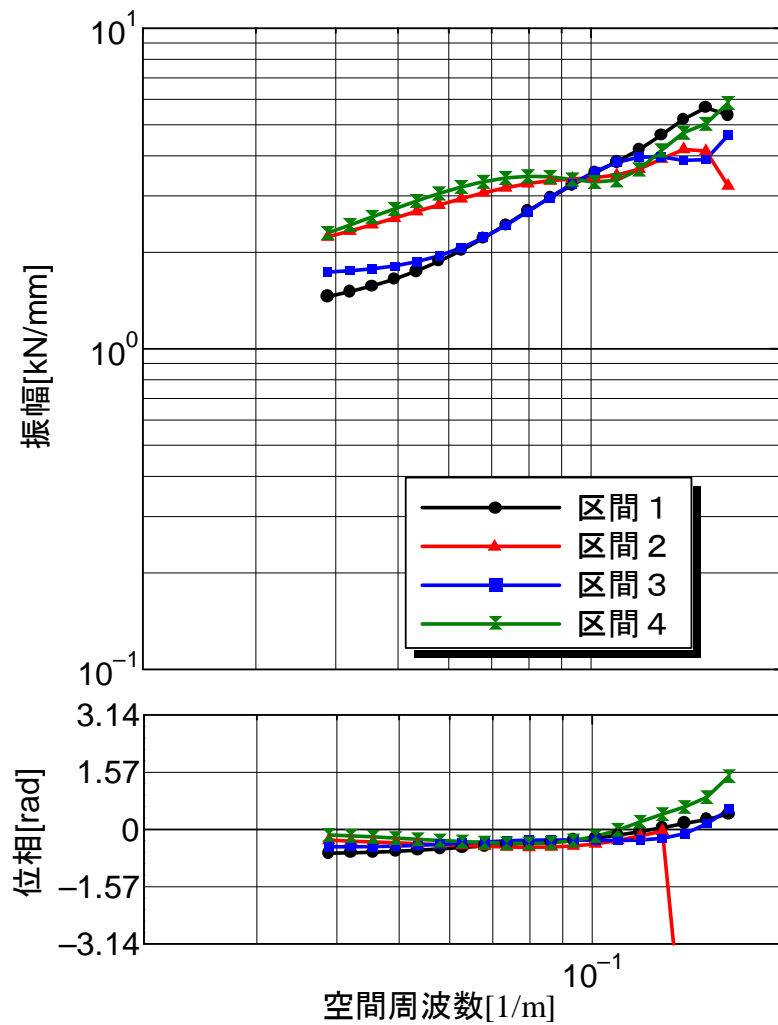


図 7-10 周波数応答関数 (通り変位→横圧)

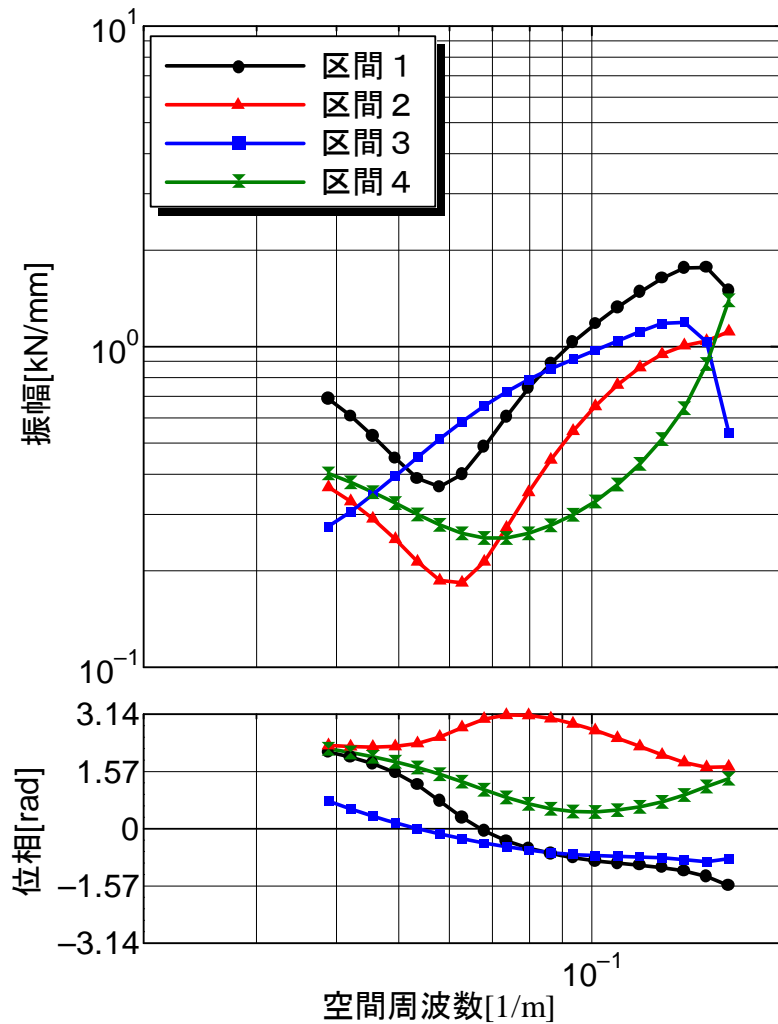


図 7-11 周波数応答関数（水準変位→横圧）

通り変位から横圧への振幅特性は、周波数が高く（波長が短く）なるほど大きくなり、 $0.1[1/m]$ 以下の帯域で振幅の3～4倍となり、両対数軸上で周波数に対しほぼ比例している。一方、位相特性は周波数にかかわらずほぼ $0[\text{rad}]$ である。すなわち横圧は、左右の実波形に沿って変動し、周波数が高くなるほどその大きさは大きくなる。特に $0.1[1/m]$ より高い周波数域でも、周波数が高くなるとともに横圧が大きくなっていることから、図 1-7 に示す 10m 弦正矢法では横圧の変動特性を十分把握できないことが示唆される。

通り変位から横圧への振幅特性を見ると、区間 1，3 と区間 2，4 がそれぞれ似た形となっている。図 7-1～図 7-4 に示したように、これらの区間はそれぞれ左車輪，右車輪が外軌側となっている。よって、区間 1，3 と区間 2，4 で振幅特性が若干異なっているのは、輪軸の右側と左側で支持剛性に差異がある，あるいは左右静止輪重にアンバランスがある，等の原因が考えられる。また、図 1 と 3 は両方とも右カーブであるが、曲線半径が 400m，600m と異なる。しかし双方の振幅特性の差異は、特に $0.1[1/m]$ 以下では小さいことから、通り変位による変動横圧は、半径 600m 以下では、曲線半径による変動横圧の差は小さいといえる。

通り変位から横圧への振幅特性と水準変位から横圧への振幅特性を比較すると、後者は全帯域で通り変位のほぼ $1/3$ 程度であり、変動横圧への影響は通り変位と比較すると小さい。

また、位相特性も区間による差が大きく、誤差が大きい同定結果となった。

速度が異なる場合の周波数応答関数の変化を考える。具体的には、区間 1 を 95km/h で走行した場合、区間 3 を 85km/h で走行した場合の横圧データから周波数応答関数を同定し、区間 1 の 105km/h 走行時（図 7-10、図 7-11 の黒線）と比較する。図 7-12、図 7-13 に同定した周波数応答関数を示す。

通り変位を見ると、周波数 $0.1[1/m]$ 以下では速度による振幅特性の違いは小さく、これらの帯域では速度の違いによる横圧の差はほとんど無いといえる。 $0.1[1/m]$ 以上の帯域は、区間 1 では若干差が生じ、速度が高いほど振幅特性が大きくなっている。区間 3 では速度差が 20km/h あるものの、周波数応答関数の違いはほとんど無い。

これらのことから、通り変位による変動横圧は、速度が高くなると $0.1[1/m]$ より高い周波数では若干大きくなるものの、総じて速度に関わらずほぼ同一の応答特性を持つといえる。

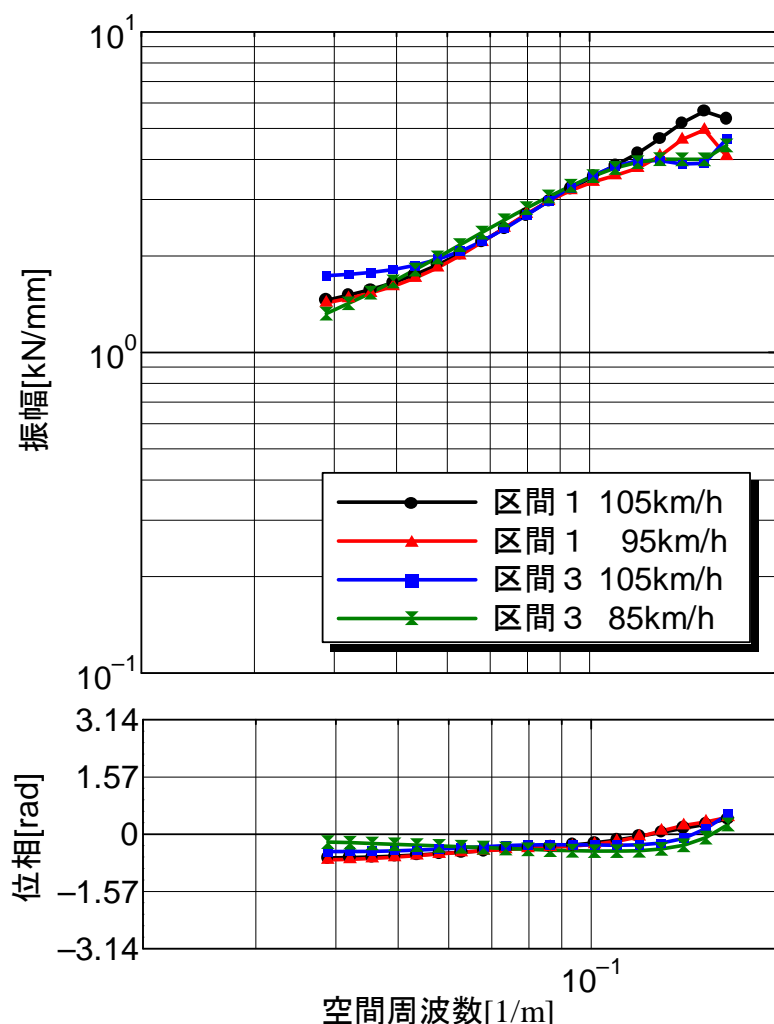


図 7-12 速度が異なる場合の周波数応答関数（通り変位→横圧）

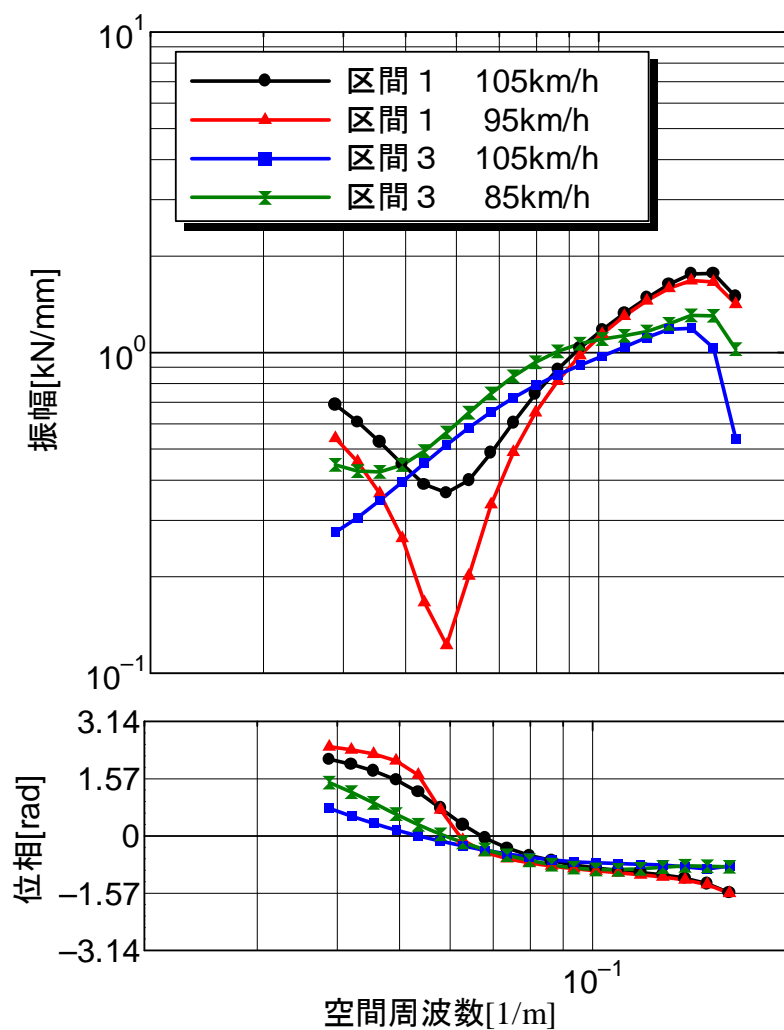


図 7-13 速度が異なる場合の周波数応答関数（水準変位→横圧）

水準変位については、区間 1 の 105km/h 走行時と 95km/h 走行時での差はほとんど無く、区間 1 と区間 3 の違いの方が大きい。すなわち、水準変位から横圧への周波数応答関数の同定結果は、速度の差よりも同定に用いたデータによる違いの方が大きい。これは、前述したように、水準変位から変動横圧への周波数応答関数同定結果は、使用したデータの区間によってばらつきが大きく、精度が低いと考えられる。

7. 2. 3 変動横圧の予測

区間 1 で同定したパラメータを用いて区間 3 の変動横圧を予測した結果を図 7-14 に, 区間 3 のパラメータで区間 1 を予測した結果を図 7-15 に, 区間 2 のパラメータで区間 4 を予測した結果を図 7-16 に, 区間 4 のパラメータで区間 2 を予測した結果を図 7-17 に示す. なお, 予測波形の始点付近で波形が乱れているのは, 予測計算では, 入力信号の始点より手前側の軌道変位を 0 としている影響である.

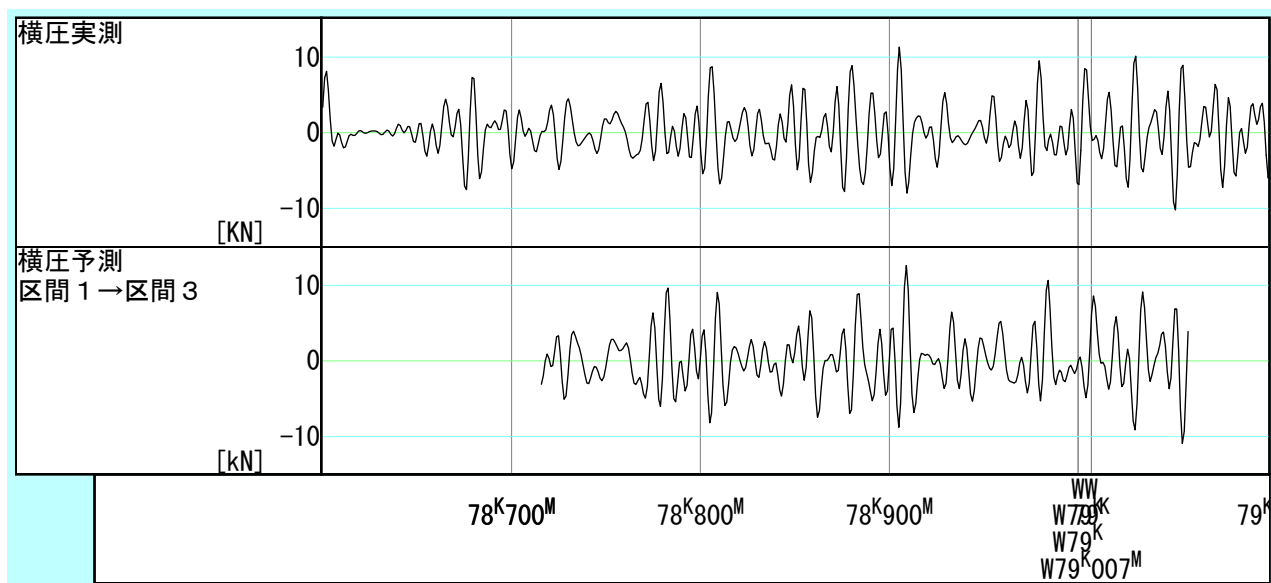


図 7-14 区間 1 で同定したパラメータによる区間 3 の変動横圧の予測波形

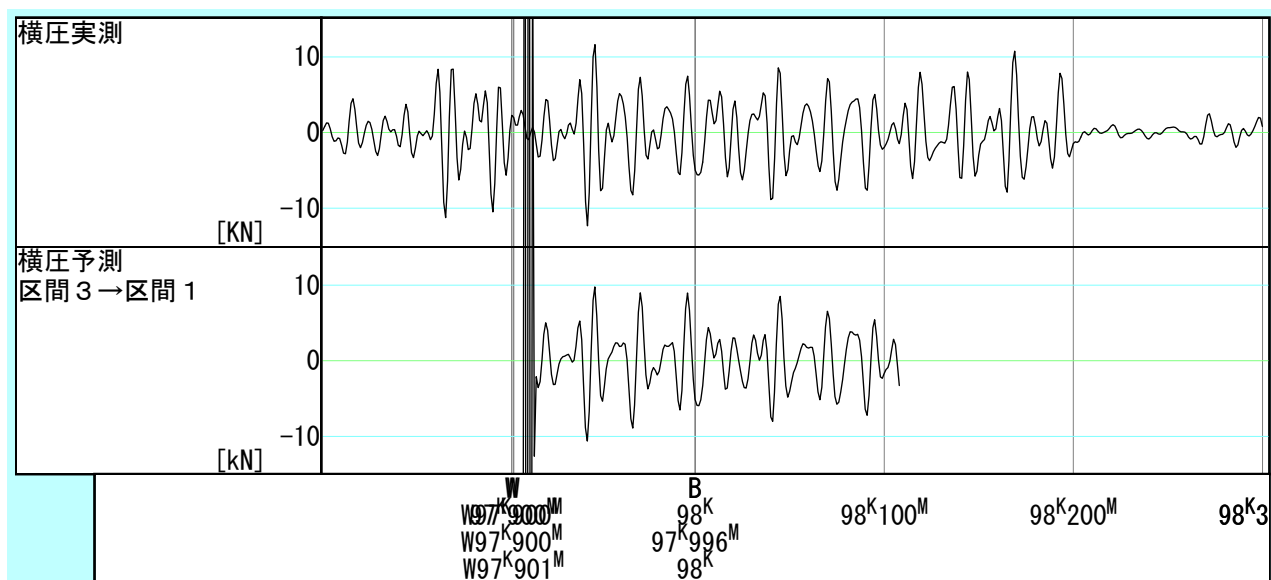


図 7-15 区間 3 で同定したパラメータによる区間 1 の変動横圧の予測波形

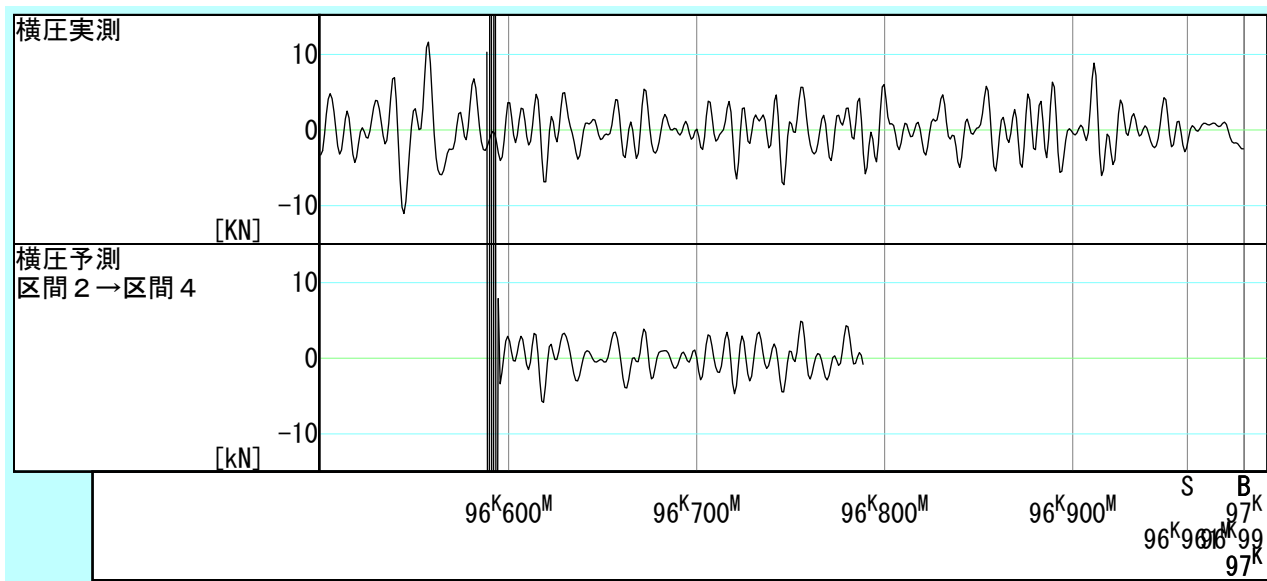


図 7-16 区間 2 で同定したパラメータによる区間 4 の変動横圧の予測波形

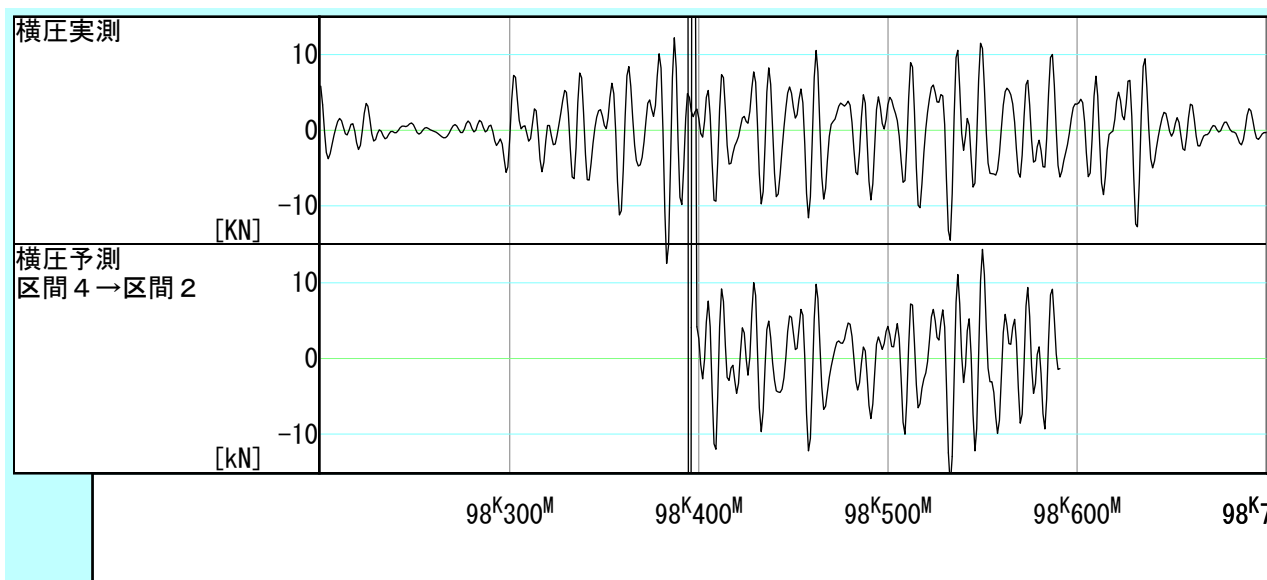


図 7-17 区間 4 で同定したパラメータによる区間 2 の変動横圧の予測波形

区間 2 のパラメータの移転性は若干悪いものの（図 7-16，図 7-17）左車輪については，両予測波形は実測波形と一致し，条件を整えてシステム同定を行えば，移転性の良いパラメータが得られることが示された．なお，ここで言う「条件」とは，左右動揺の場合と同じく，同定に用いる入力信号に，着目する帯域におけるなるべく多くの周波数が高いパワーで存在することをいう（図 7-5 などから，区間 4 は他の区間よりも軌道変位，横圧変動のパワーが小さい）．

図 7-14～図 7-17 の，予測波形と実測波形のコヒーレンスを図 7-18 に示す．区間 3 の $0.06[1/m]$ 以下の低周波域のみはコヒーレンスが下がるが，この帯域は図 7-8 で示したとおり，振幅特性が小さくなる領域である．それ以外の帯域ではコヒーレンスは 0.9 を越えており，予測波形と実測波形の相関は高いといえる．

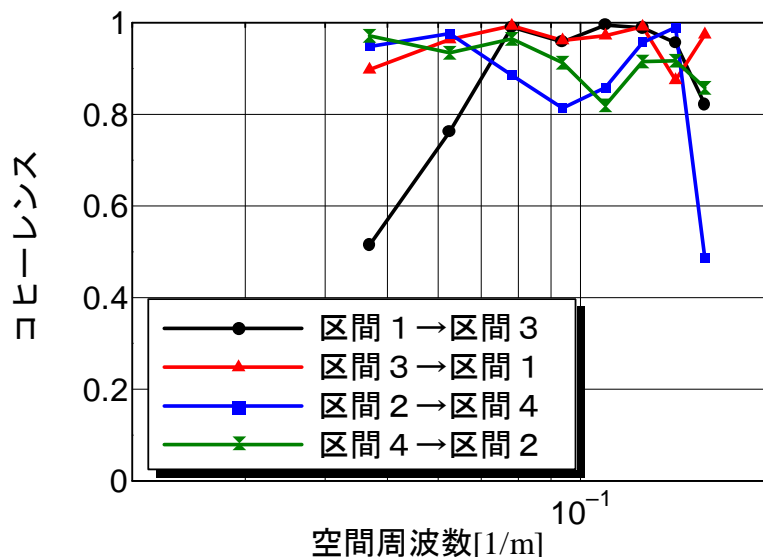


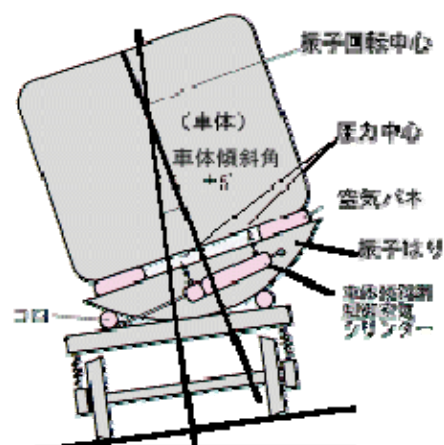
図 7-18 予測波形と実測波形のコヒーレンス

7. 3 動揺による変動横圧の予測

6. 3 節では動揺と輪重変動の関係を考察した．ここでは動揺と横圧の関係について考察する．車体の左右加速度と横圧との関係については，東海道新幹線の開業前に行われた速度向上試験で検討が行われ，両者は概ね一次比例の関係にあるという測定結果が得られている⁷⁻²⁾．これは，軌道変位によって発生する左右動揺の反力が車輪レール間に作用すると考えれば，定性的に理解できることである．一方，6. 3 節に述べた理由により，左右動揺による横圧予測が一般化できれば，軌道管理上の利点は大きい．

ここでは区間 1，3 の横圧と同時に測定した左右動揺加速度を用いて，変動横圧の予測を試みる．両区間の横圧，左右動揺を図 7-19，図 7-20 に示す．上下動揺と比較して左右動揺は小さいが，これは当該車両が振り子式車両であり，周波数が高い通り変位に対しては，振動遮断性能が高いためと考えられる※．

※ 振り子車両は，車体傾斜のために台車枠とまくらばね（付図 7-1 の空気バネ）の間（あるいはまくらばねと車体の間）に台車に対してロール方向に回転する振り子（振り子）が設置されており，輪軸・台車に発生する左右振動が客室へ伝わりにくい。）



付図 7-1 振り子車両の構造（J R 北海道函館支社サイトより）

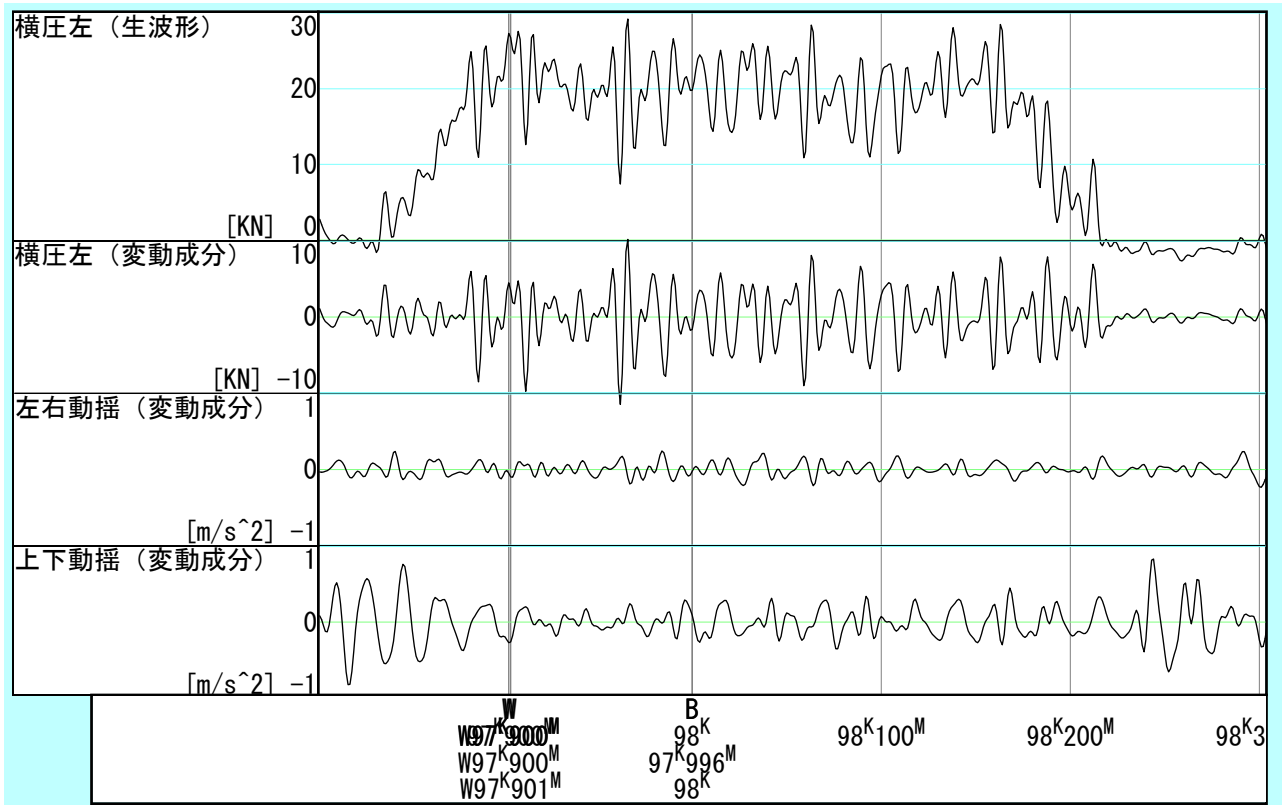


図 7-19 横圧と動揺の波形（区間 1）

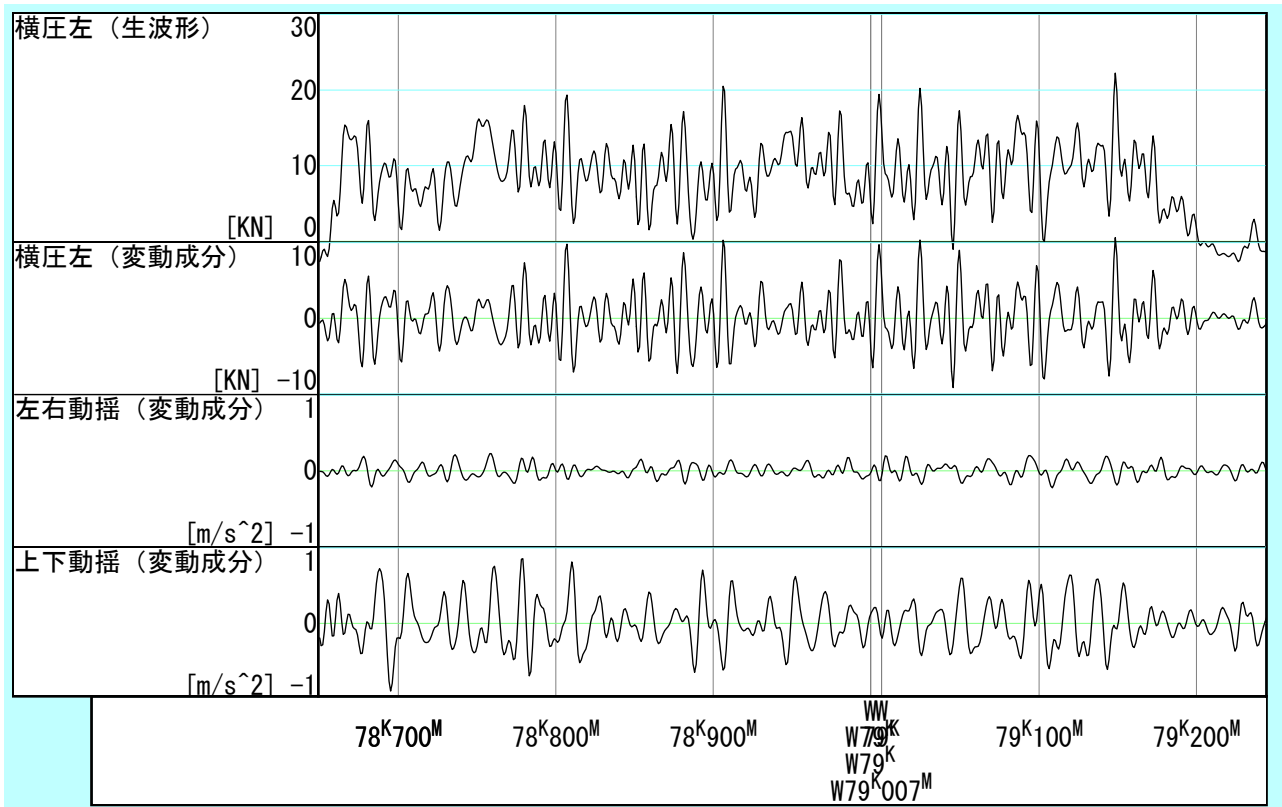


図 7-20 横圧と動揺の波形（区間 3）

次に、左右動揺、上下動揺を入力とし、変動横圧を出力とする2入力1出力モデルを部分空間法で同定し、得られた周波数応答関数を図 7-21、図 7-22 に示す。両者を比較すると、左右動揺に対する振幅特性、位相特性はほぼ等しく、上下動揺に対する特性は大きく異なる。

左右動揺と横圧との関係については、周波数 $0.12[1/m]$ 付近で最も振幅特性が高く、動揺の約 50 倍となっている。また $0.08[1/m]$ 付近にも2つ目のピークがある。これらの周波数は、いずれも図 7-8 で横圧のスペクトルにピークが見られたことから、レール長に起因する横圧、ないし左右動揺が相互に影響しあっていることがわかる。位相特性はほぼ $0[\text{rad}]$ で、車体は $0.04[1/m]$ より高い帯域では横圧とほぼ同位相で振動していることがわかる。このことから、軌道変位によって発生する左右動揺の反力が横圧として作用するという、文献 7-2) の結果と定性的に一致する。

一方、上下動揺の影響については、区間 1 と区間 3 で大きく異なる結果となった。図 7-20 で上下動揺の振幅は左右動揺より大きいにも関わらず、このようにばらつきの大きい同定結果となったことは、元来上下動揺の横圧への影響は小さいと考えられる。

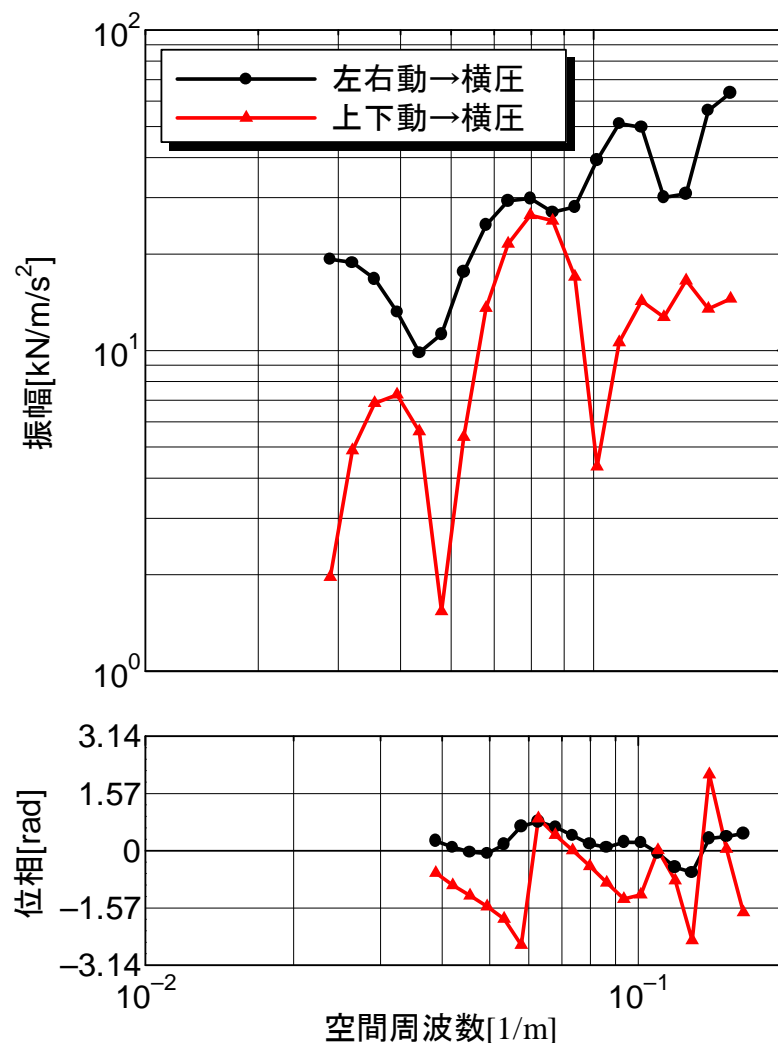


図 7-21 上下、左右動揺から変動横圧への周波数応答関数（区間 1）

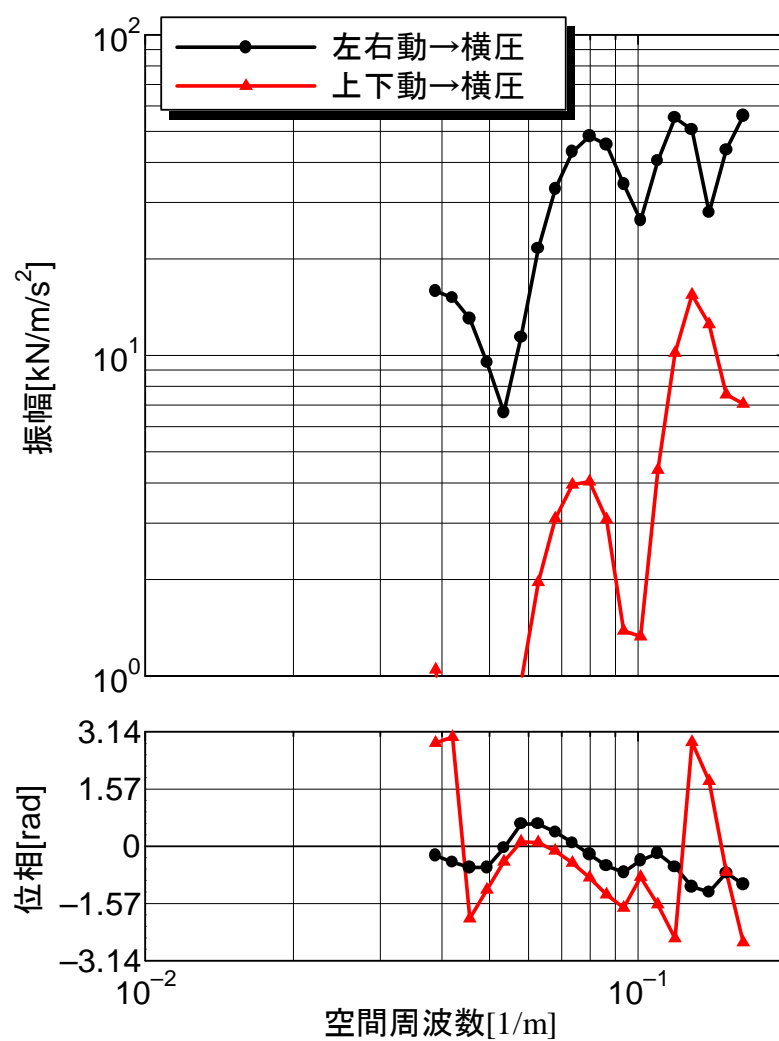


図 7-22 上下，左右動揺から変動横圧への周波数応答関数（区間 3）

以上の結果から，左右動揺を 50 倍して横圧を近似し，横圧実測値と比較した波形をを図 7-23，図 7-24 に示す．実測波形と近似波形は傾向が似た区間はあるが，全般的には両者は一致しているとはいえず，左右動揺から横圧を近似的に求めることは困難であると判断した．これは，前述した振子車両の左右動揺遮断性能に加え，図 6-16 の動揺と輪重変動の場合と比較して，動揺から横圧への影響が大きい周波数域で振幅特性の変動が大きく，単一の値で振幅特性倍率を表すのが困難であるためと考えられる．

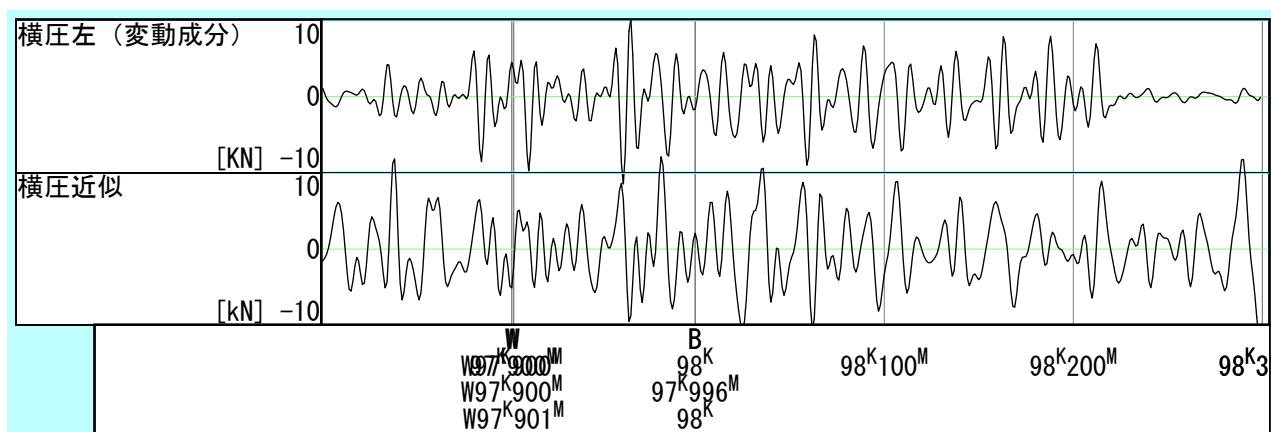


図 7-23 左右動揺の 50 倍による変動横圧の近似（区間 1）

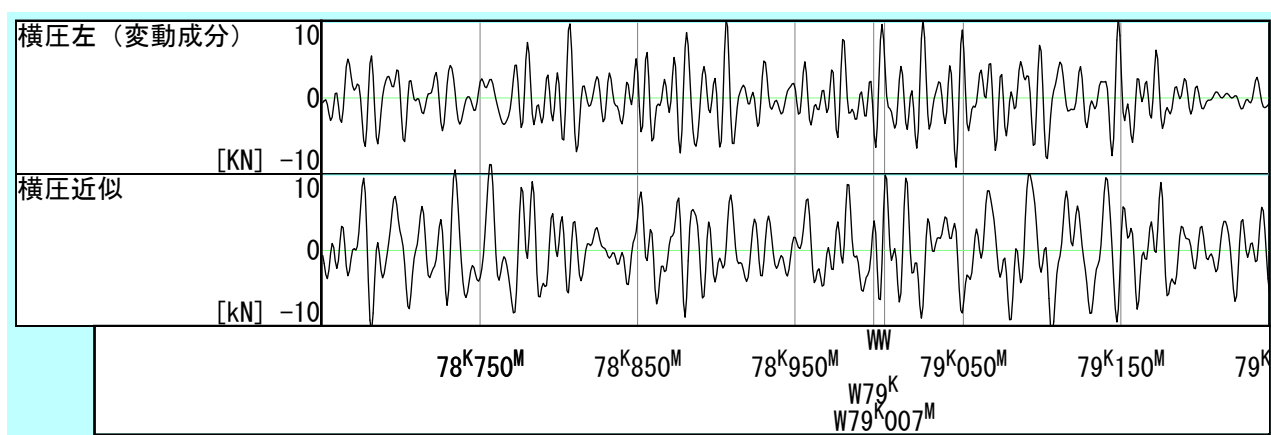


図 7-24 左右動揺の 50 倍による変動横圧の近似（区間 3）

7. 4 本章のまとめ

以上、本章で検討した結果をまとめて以下に記す。

- (1) 変動横圧を予測するための入力信号として、通り変位のみ（1入力）、通り変位＋水準変位（2入力）、通り変位＋水準変位＋軌間変位（3入力）、の3通りについて次数と FPE との関係調べた。その結果、1入力場合とそれ以外の2ケースとでは、FPE の大きさに明らかな差があったが、2入力と3入力ではそれほど差は無かった。よって、ここでは2入力モデルを採用した。
- (2) モデルの次数は8次が妥当である。これには、入力として用いた軌道変位のパワーに、レール長を起因とする4つの周波数の成分が卓越していることが原因と考えられる。
- (3) 変動横圧は、概ね曲率に比例して発生しており、特に10m 弦正矢法では利得が小さい高周波の曲率の影響を大きく受ける。このことから、輪軸は外軌レールに沿って運動し、外軌レールの曲率の局所的な変化が横圧の原因となっていると考えられる。
- (4) 今回用いたデータでは、水準変位による横圧の変動特性について、精度の高い同定はできなかった。しかし上記の FPE による検討から、変動横圧に水準変位が影響を及ぼしていることは確認できた。
- (5) 変動横圧は、曲線半径 600m 以下の範囲では、曲線半径や速度の影響をあまり受けない。
- (6) 同定されたパラメータは移転性が良く、当該車両の一般的な動特性を表していると考えてよい。
- (7) 左右動揺遮断性能が高い振り車両の場合、列車動揺から左右動揺を簡易に推定するのは困難であった。

7 章の参考文献

- 7-1) 事故調査検討会：営団地下鉄日比谷線中目黒駅構内脱線衝突事故調査報告書，2000.10
- 7-2) 松井信夫：東海道新幹線の研究（第4冊），鉄道技術研究所，pp.236-243, 1963.4.

8. 車両動的挙動予測モデルの軌道保守への応用

4～7章で述べた鉄道車両動特性の同定法は、様々な形で軌道保守に適用可能である。本章では鉄道車両のシステム同定の手順と、軌道保守への活用例について述べる。

8. 1 鉄道車両動特性の同定手順

鉄道車両動特性の同定方法については、4章～7章で上下・左右動揺、輪重・横圧に対して個別に検討し、入力データの持つべきPE性等について議論した。本節では鉄道車両動特性の一般的な同定手順と同定にあたっての留意点をまとめておく。同定手順は以下のとおりである。

Step.1 データの前処理

同定にあたって用いるデータは以下の性質を持つよう、あらかじめ処理を行う。

- ① 軌道変位、列車動揺、輪重・横圧等を等間隔のデジタルデータ化する。
 - ・ 列車動揺を時間送りで測定した場合は、等速区間のデータについて、軌道変位のサンプリング間隔と等しい間隔で距離送りのデータに変換する。
 - ・ データの間引きが必要な場合は、適切なアンチエイリアジング処理を施す。
 - ・ 輪重・横圧は、可能な限り新連続法⁸⁻¹⁾によって測定するのがよい。
- ② 符号をそろえる。
 - ・ データの符号が進行方向基準か、線路基準か（起点を背にした左右等）を注意し、データの符号をそろえる。
 - ・ 上下系の場合、高低変位はレールが上向きに変位している場合を正とするが、上下加速度については、重力加速度に対し加速度が大きくなる場合を正としたものと、加速度が小さくなる（重力方向と反対向きの力が作用する）場合を正とする場合がある。
 - ・ 左右系の場合、横圧は左右車輪とも軌間外側向きの力を正とするのが一般であるが、左右動揺は進行方向左向きに加速度が作用する場合を正とするのが一般的である。
- ③ 必要とする帯域のフィルタ処理を行う。
 - ・ 軌道変位は必要により復元処理を行う。
 - ・ 左右系の場合、線形成分と変位成分に分離する（5章参照）

Step.2 同定区間の選定

同定に用いる入出力データの区間を選定する。選定にあたっての注意事項は以下のとおり。

- ・ 可能な限り等速区間とする。変動幅の目安は最大値と最小値の差が5km/h以内。
- ・ 延長は少なくとも200m、可能であれば300m以上とする。ただし速度の変動が大きい場合は、あまり延長を長くとらない。
- ・ 曲線区間については、入口側緩和曲線の中点付近から出口側緩和曲線の中点付近までとする。可能であれば曲線の向きに応じて異なる区間のデータを用いるのがよい。
- ・ 線区の営業速度を想定し、3段階程度の速度段で区間の選定をする。4.5節で述べた方法により、速度が変化した場合の動的挙動の予測は可能であるが、通常軌道保守に適用するには、想定する速度で実際に測定したデータを用いる方が精度は高い。
- ・ 曲線線形の影響を検討する場合（5.2節）は、曲線長の異なる複数の曲線を含む区

間を選定する．曲線間直線長が 0 であれば，なおよい（蛇行動の影響が無くなる）．

- ・ 同一の速度段で少なくとも 2 つ以上の区間を選定する．片方は同定用に，もう片方はヴァリデーション用に用いるが，出来る限り各々のデータでシステム同定を行い，双方のデータでヴァリデーションする．
- ・ PE 性の次数を高くするために，軌道変位，列車動揺等のパワースペクトル密度や自己相関係数を参考に，限り様々な周波数の成分を均等に含んだ区間を用いる．過去において，車両の動的挙動の確認のために軌道変位設定試験等が行われた例もあるが，システム同定にあたっては，特定波長，振幅の軌道変位・車両データを用いるよりも，様々な周波数の軌道変位を含んだ区間のデータを用いるのがよい．

Step.3 システム同定

- ・ 入出力データを用いてパラメータ同定を行う．この場合，同定結果が不安定とならないよう，FIR モデルから同定を始め，FIR モデルでは満足いく同定結果が得られない場合はより一般的な状態空間表現を用いる．

※ FIR モデルは，伝達関数の特性多項式が 1 であるので，常に安定した同定結果が得られる．

- ・ FPE や AIC を参考に，最適なパラメータを定める．
- ・ 同定に必要となる最小二乗法や部分空間法には市販のプログラムがあるので，これを活用するのが効率的である．本研究では Mathwork 社の数値計算ソフトウェア MATLAB® の System Identification Toolbox を用いた⁸⁻²⁾．

Step.4 ヴァリデーション

- ・ 得られたパラメータの移転性を確認するために，同一走行条件の他区間の入出力データを用いてヴァリデーションを行い，入出力のコヒーレンスや，出力の残差を確認する．
- ・ 軌道変位管理への適用を目的とした車両動特性同定においては，出力の実測値と予測値との完全な一致を実現する必要は無い．しかし予測誤差（の期待値）が大きくなると，誤差に対する余裕をもった（＝不経済な）保守が必要となるので，得られた結果の精度と保守の経済性との兼ね合いから，パラメータの移転性を評価する．
- ・ パラメータ移転性確認の目安は，目的とする周波数域のコヒーレンスが 0.7（可能な限り 0.8）を越えていることである．
- ・ 複数の区間でシステム同定を行い，得られた周波数応答関数が同一の形状をしていれば，真のシステムが同定されたと判断してよい．

Step.5 後処理

- ・ 同定結果には，あらかじめフィルタで除去した帯域のデータが悪影響をおよぼすことがある．例えばローパスフィルタで入出力データの高周波域を 10^{-6} 倍したとしても，同定の結果，この帯域の振幅利得が数千倍となり，予測結果に現れることがある．特に高周波域でこのような影響を避けるためにはデータを間引くのが最も良いが，サンプリング間隔を変えない場合は，予測波形に再度フィルタ処理を行う．

一般にシステム同定を行う場合は、インパルス加振やランダム加振実験を行い、対象とする周波数域の応答特性を同定する⁸⁻³⁾。しかし鉄道車両の場合、営業線上でこのような実験を行うことは困難であるので、データ区間の選定にあたっては特に注意が必要である。4章～7章では、データ区間の選定方法等については特に断らなかったが、基本的には上記の方法によって区間選定を行っている。

8. 2 鉄道車両の動特性を考慮した動揺管理

6. 3節で述べたように、ほとんどの旅客鉄道事業者は営業列車の列車動揺を定期的に測定している⁸⁻⁴⁾。これは、乗り心地の管理とともに、動揺を通じて軌道状態を把握・評価するためである。列車動揺は簡易な加速度計と記録器があれば測定できるが、軌道状態の評価のためには、測定データの走行位置を照合しなければならない。走行位置の位置照合は、速度発電機からのパルス波をもとに、車輪の回転数を累積して行う⁸⁻⁵⁾が、これには車両の運転台からパルス波を取り出す必要がある。このような測定は任意の車両で行われるものではなく、特定の車両に専用の加速度計を搭載し、パルス波とともに記録器に収録されている。

通常、この特定の車両として、軌道検測車あるいは当該線区を走行する車両のうち最も速度が高い形式のものが用いられるが、新形式車両の投入等によって動揺を測定する車両が替わると、測定車両の動特性の違いによって測定結果が大きく異なることがある。このような場合、新形式車両投入の前後で軌道状態が大きな差が無いにも関わらず軌道状態の評価が異なることになり、軌道管理上不都合が生じる。ここでは、新形式車両投入前後で動揺測定車両の動特性を同定し、動揺測定結果の評価指標を見直した例を示す。

図 8-1 は、ここで対象とする 2 車種の上下動揺の周波数応答関数同定結果を示したものである。車種 A、B の概要は以下のとおりである。

車種 A：当該線区で新たに動揺測定に用いることとなった車両（気動車）。

車種 B：同区間を走行する営業車両（特急用直流電車）。

両形式とも空間周波数 $0.06 \sim 0.08[1/m]$ 付近（時間周波数では、 $1.3 \sim 1.4\text{Hz}$ ）に 1 次の固有振動数を持ち、その振幅倍率は車種 A が車種 B の約 1.5 倍となっている。また車種 B は $0.1[1/m]$ 付近に図 4-17 で示したピッチング効果に伴うピークを持つが、車種 A ではそれが見られない。

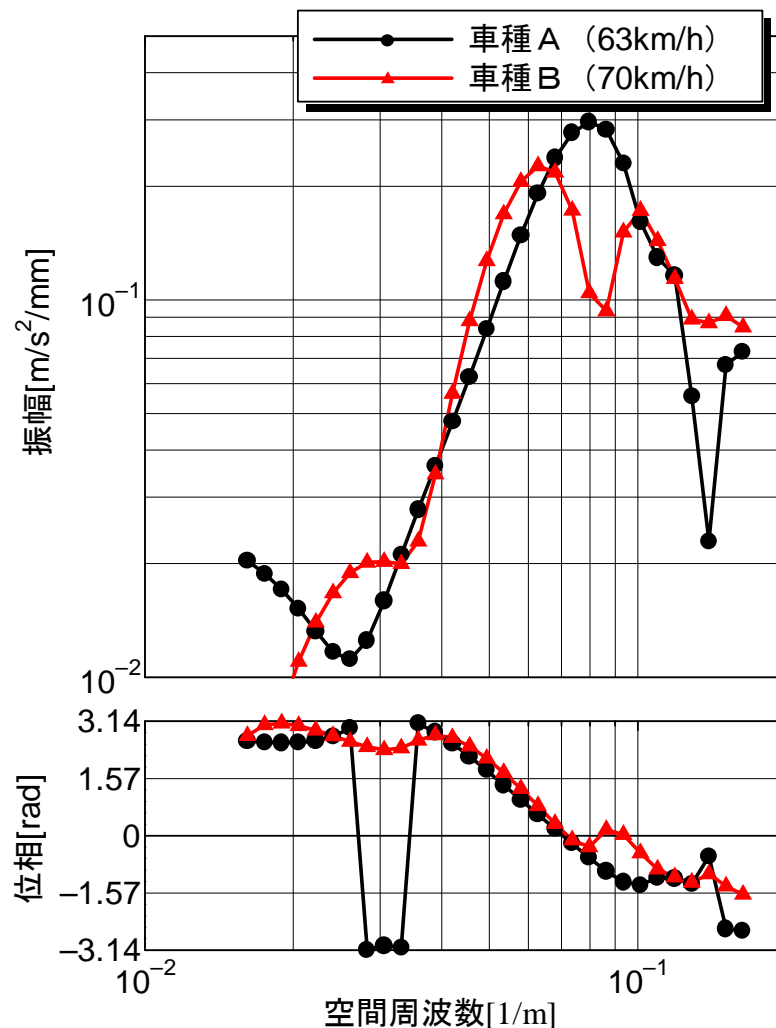


図 8-1 2 種類の車両の周波数応答関数同定結果

次に、速度が変化した場合の車種 A の周波数応答関数を図 8-2 に示す．図 4-14 にも示したように、在来線車両では時間周波数で 1.0～1.5Hz 付近に 1 次固有振動数が、また空間周波数で 0.1[1/m]付近にピッチング効果に伴うピークがある．しかし車種 A の 63km/h 走行時には両者が分かれておらず 0.08[1/m]付近に振幅特性のピークが一つだけある．このピークは速度が高くなるにつれ徐々に分離し、83km/h になると車種 B や図 4-15 に示す在来線車両のように 1 次固有振動数とピッチング効果に伴うピークが明確に分離される．このうち 1 次固有振動数は他の在来線車両とほぼ同じく 1.3Hz 付近にあるが、ピッチング効果に伴うピークは一般の在来線車両と異なり、0.08[1/m]とやや低いことが特徴である．4．5 節で述べたようにピッチング効果に伴うピークの周波数は台車中心間距離で定まるが、車種 A は車体台車間の結合方式が一般の車両と異なるため、ピッチング効果に影響する台車中心間の有効距離が、構造的な寸法と異なっていると考えられる．また気動車であるため、床下に装架されている内燃機関と駆動軸との結合もピッチングに影響すると考えられる．なお、車種 A と車種 B の構造的な台車中心間距離は等しい．

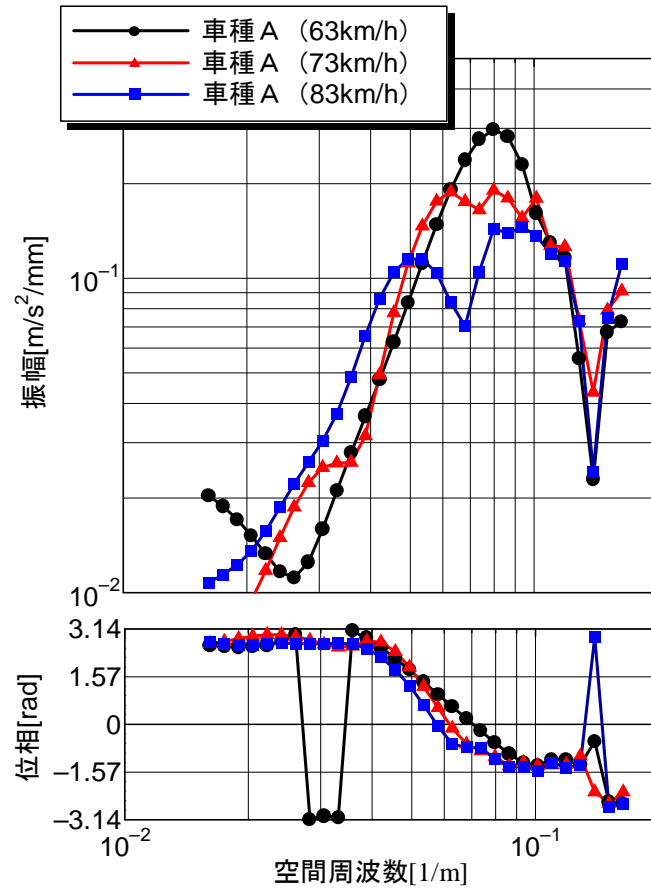


図 8-2 速度が変化した場合の車種 A の周波数応答関数

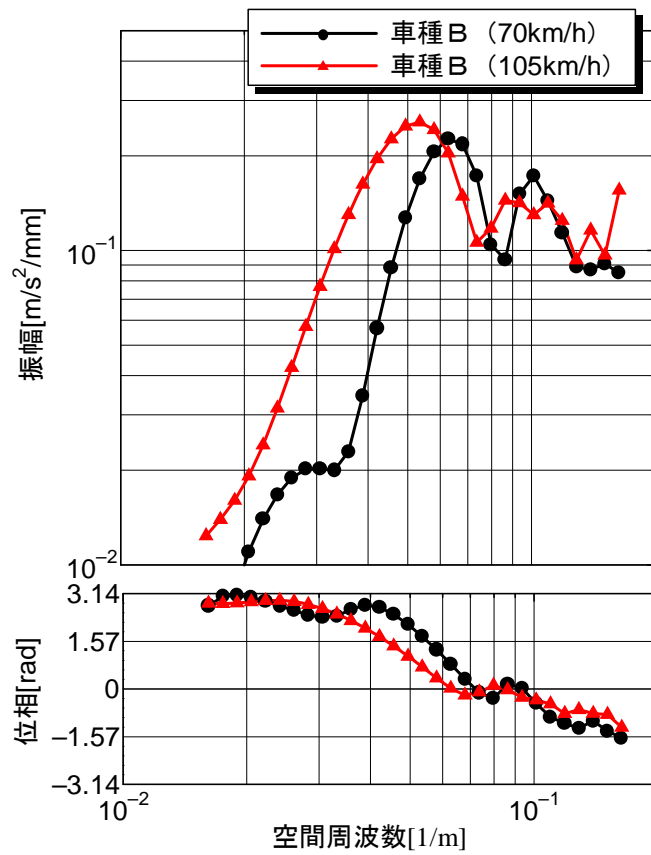


図 8-3 速度が変化した場合の車種 B の周波数応答関数

これらの理由によってピッチング効果に相当する波長が 12.5m と、一般の車両よりも長くなり、特定の速度域で 1 次固有振動数とピッチング効果による周波数が一致し、さらにこの振動数がレール長 25m に起因して高低変位に多く含まれる周波数 0.08[1/m]と一致するため、速度 60km/h 付近で他の速度域より振動が大きくなると考えられる。参考までに車種 B について、105km/h 走行時と 70km/h 走行時の周波数応答関数を図 8-3 に示す。図 8-2 と図 8-3 を比較すると、車種 A と B の上下動特性の差異が理解できる。

この解析結果を受け、車種 A を所有する鉄道事業者では、走行安全性に影響が無いことを確認した上で、車種 A による上下動揺の測定値を、速度 60km/h 台で走行した場合に限って割り引いて評価することとしている。

8. 3 鉄道車両の動的挙動を考慮した軌道状態評価

8. 3. 1 軌道保守計画

軌道保守作業には、マルチプルタイタンパ（以下「マルタイ」という）と呼ばれる重機械が用いられる（図 1-16）。マルタイをいつ、どの区間に投入するかという計画の立案は現在でも軌道保守管理の主要な研究テーマであり、これまでに様々な保守計画策定支援モデルが作成されている。これらのモデルは、保守計画の目的関数として例えば軌道保守コストを用い、これを最小とするようにマルタイの運用を決定する。この場合、軌道状態の評価指標として軌道変位の標準偏差や P 値等の区間統計量が用いられ、これらがある一定の大きさ以下となるように保守投入箇所やマルタイの運用を決定する（8-6）、8-7）、8-8）。

しかし、冒頭から述べているように、今後の保守計画には、前章までに述べた方法によって求められる車両の動的挙動を評価指標に用いる方が望ましいと考えられる。これを実際に検証するため、ここでは在来線の地方高速線区を対象に、軌道状態の評価指標として軌道変位の絶対値あるいはその区間統計量を用いた場合と、軌道変位から予測された車両の動的挙動を用いた場合とで、保守投入必要箇所数がどの程度変化するかを検討する。具体的には、1 保線現業機関が管理する線区を 100m 単位のロットに区切り、各ロットにおける各評価指標の大きさで保守の要否を判定する。さらに、動的挙動の実測値による保守の要否の判定と、各評価指標による判定結果をもとに、

- ア) 実測値では保守が必要で、評価指標上も保守が必要と判断されるロット数
- イ) 実測値では保守が必要であるが、評価指標上は保守が不要と判断されるロット数
- ウ) 実測値では保守が不要であるが、評価指標上は保守が必要と判断されるロット数
- エ) 実測値、評価指標双方とも保守が不要と判断するロット数

を比較する。保守の合理性の観点からは、イ)、ウ) が少ない方がより良い評価指標となる。

なお、4～7 章の考察により車両の動的挙動を波形レベルで予測することが可能となったが、波形そのものの良し悪しを単一の指標で評価するのは困難であるので、ここでは以下の理由により 100m ロットの区間統計量を評価指標とした。

- 1) マルタイによる保守は 1 回の施工あたり数百メートル単位で行われる。よって 100m 単位で保守の要否を判定しておけば、隣接する数個のロットを組み合わせることで、1 回あたりの保守投入箇所を定めることができる。
- 2) 踏切や無道床橋梁等のマルタイ不能箇所を含むロットが、動揺が大きい、あるいは輪重

減少量が大きいと判定されることがある。このような場合、マルチ不能箇所が 100m 以上連続することは稀であるので、100m 単位で保守の要否を判定しておけば、マルチを用いるか、あるいは踏切保守を行うか、等を含めた保守の意志決定が可能である。

8. 3. 2 列車動揺の評価に関する検証

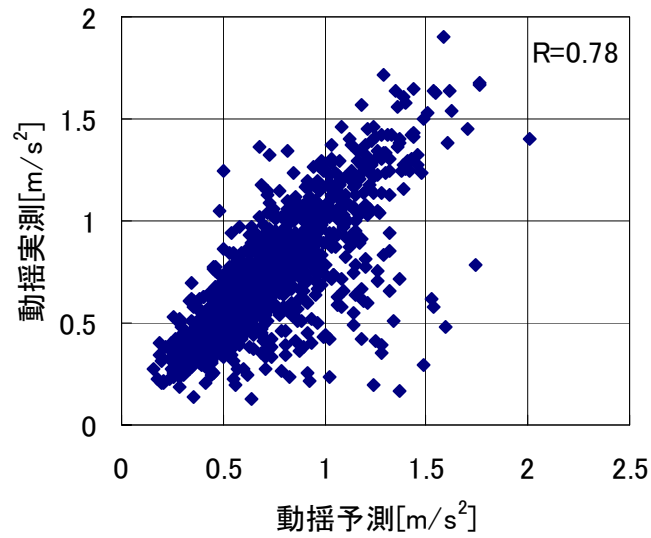
本項では、前項で述べた軌道状態評価方法を、乗り心地（列車動揺）の評価に適用する。計算条件は以下のとおりである。

- ・ 線区：在来線地方高速線区，単線，延長 122km（1 保線区で管理）。
- ・ 走行速度：半径 300m で 85km/h，半径 400m で 100km/h，直線 130km/h。
- ・ 列車本数：振子特急（8 両編成）が 1 時間に 2 本。

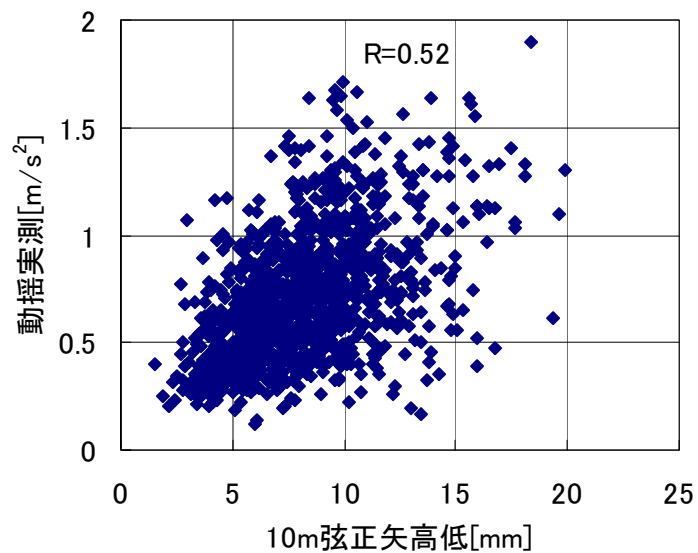
一方，軌道状態評価指標として，まず以下の 3 つを用いる。

- ・ 上下動揺予測値：4 章で述べた方法で算出した上下動揺予測値。4. 7 節で述べたように速度の変化に応じた計算も可能であるが，ここでは上記の曲線通過速度を考慮して，90km/h，100km/h，130km/h の 3 つの速度段用のフィルタを作成し，予測した。
- ・ 10m 弦正矢高低変位：図 1-14 に示した移動平均フィルタによって縦曲線成分を除去した左右レールの高低レールの，100m ロット最大値または最小値のうち，絶対値が最も大きいもの。
- ・ 20m 弦正矢高低変位：データ処理方法は 10m 弦正矢高低変位と同様。

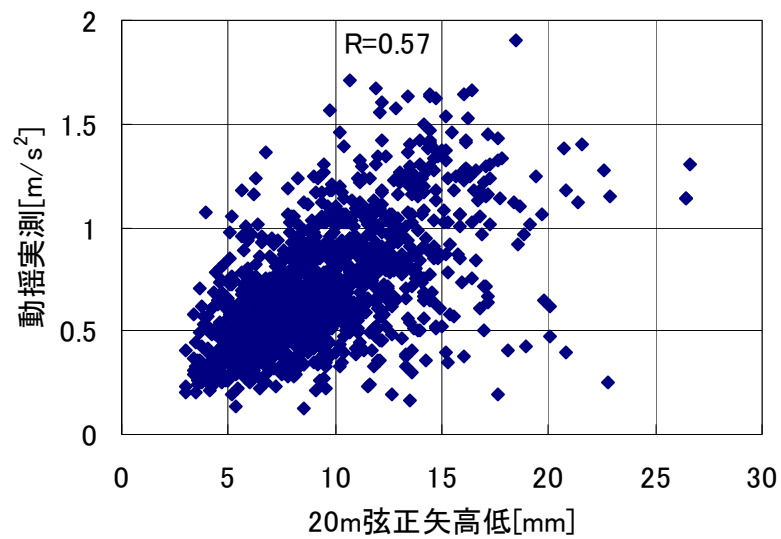
この線区の特急車両の上下動揺実測値の 100 ロット最大値と，上記 3 種類の軌道変位評価指標との関係を図 8-5 に示す。3 つの図を比較すればわかるように，上下動揺の予測値が実測値との相関が最も高い。むしろ相関係数はもっと高くなっても良いが，速度段を上記の 3 段階に限定したので，停車駅の前後のように速度が低下する区間では，予測値はやや過大な評価となっている。



(1) 上下動揺実測値と予測値の 100m ロット最大値



(2) 上下動揺実測値と 10m 弦正矢高低変位の 100m ロット最大値



(3) 上下動揺実測値と 20m 弦正矢高低変位の 100m ロット最大値

図 8-4 上下動揺実測値と各種軌道変位評価指標との関係

ここで表 1-1, 表 1-2 をもとに, 図 8-4 に示す各ロットの保守の要否について検討する. 具体的には, 軌道変位については 10m 弦正矢値の一級線の乙種整備基準値 13mm (表 1-1) を, 上下動揺予測値については 1.3m/s^2 (表 1-2 の $0.13g$) を保守投入の目安値とし, 目安値を超過したロット数と, 実測値のロット最大値が 1.3m/s^2 を超過したロット数 (実際に保守が必要なロット数) との比較を行う. 結果を図 8-5 に示す. 同図のうち,

- ア) 青色のエリアは実測値および評価指標が双方とも保守投入目安値を超過しており, 実際に保守が必要なロット,
 - イ) 緑色のエリアは実際には目安値を越える動揺が発生しているにもかかわらず, 保守が必要ないと評価した (過小評価の) ロット,
 - ウ) 赤色のエリアは実際には目安値を越える動揺が発生していないにもかかわらず, 保守が必要と評価した (過大評価の) ロット,
 - エ) 無色のエリアは保守が必要ないと評価し, 実際に保守が不要なロット,
- である. 経済的かつ効果的な保守のためには, 全てのデータが青色または無色のエリアに存在するのが望ましい.

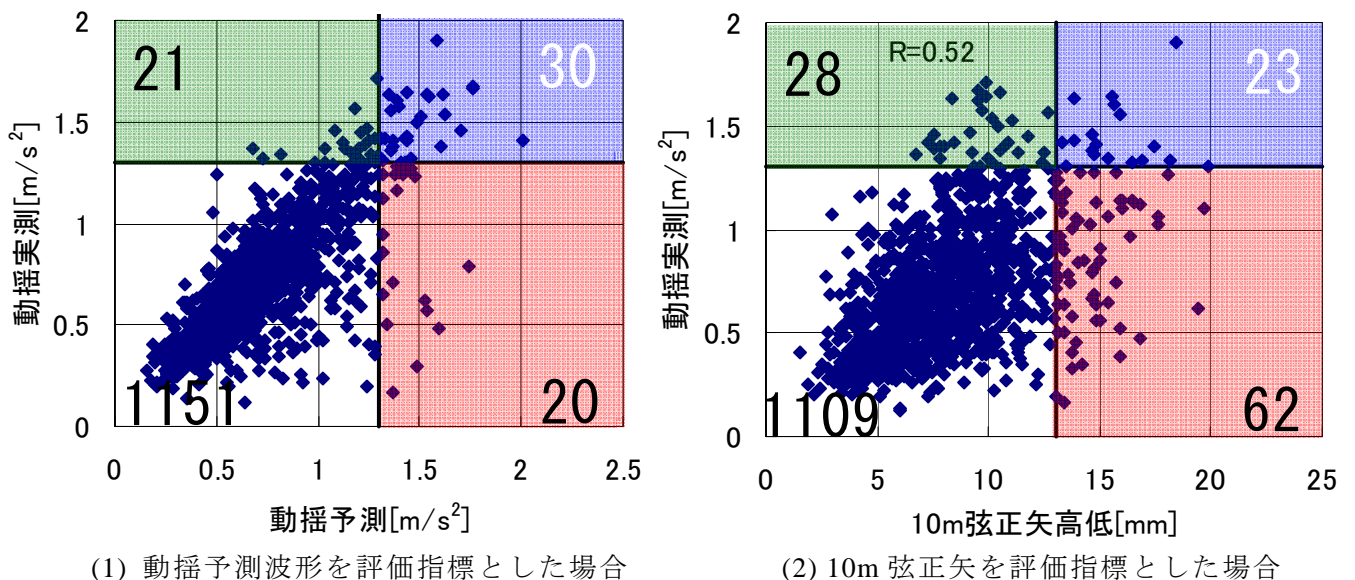


図 8-5 保守が必要なロットと不要なロット

図 8-5 の(1), (2)についてア～エのロット数は, 同図の太字で示したとおりである. 上下動揺の実測値が 1.3m/s^2 を越えた 51 ロットのうち, 動揺予測波形を評価指標とした場合は 21 ロットで過小評価することとなったが, 10m 弦正矢値の場合 28 ロットであった. また, 10m 弦正矢値を評価指標とする場合過大評価のロットが 62 ロットとなり, 動揺予測値を評価指標とした場合の 3 倍におよぶ結果となった.

軌道保守の投入ロットは, 単に軌道変位や動揺の大きさだけではなく, 一回の保守で施工可能な延長や, 軌道変位の経時変化等を考慮して決められるので, 現実の保守投入ロット数は図 8-5 のように単純ではないが, これまでの検討から, 動揺予測値を用いる方が合理的な評価が可能であるのは明らかである. またここで重要なことは, このような動揺の予測と評価が, 40 次程度と低い次数の FIR フィルタ演算で可能なことである. これは 20m 弦正矢値

を求めるために必要な演算量とほぼ等しく、パラメトリックモデルによって動揺を予測する長所となっている。

最近の軌道保守では、軌道変位、列車動揺のロット標準偏差を評価指標とすることも多いので、これを指標とした場合の評価結果を図 8-6 に示す。ここで、軌道変位の標準偏差を指標とする場合、式(8.1)を用いて速度の影響を評価しているので⁸⁻⁶⁾、これを考慮して、“10m 弦高低変位標準偏差×速度”を評価指標とする。また、比較する実測値は図 8-4 と同様、列車動揺のロット最大値とする。これは、文献 8-6)では式(8.1)による標準偏差予測値の 3 倍を動揺の最大値と見積もっているためである。これに基づき、図 8-6 には保守投入の目安値として、 $0.433\text{m/s}^2 (= 1.3\text{m/s}^2 / 3)$ を記した。

$$\sigma_{\alpha} = k_v V \sigma_z \quad (8.1)$$

ここで、 σ_{α} ：列車動揺の標準偏差予測値 (m/s^2)

k_v ：車両動揺係数（空気ばね車両の場合 0.0010）

V ：走行速度 (km/h)

σ_z ：10m 弦正矢値の標準偏差 (mm)

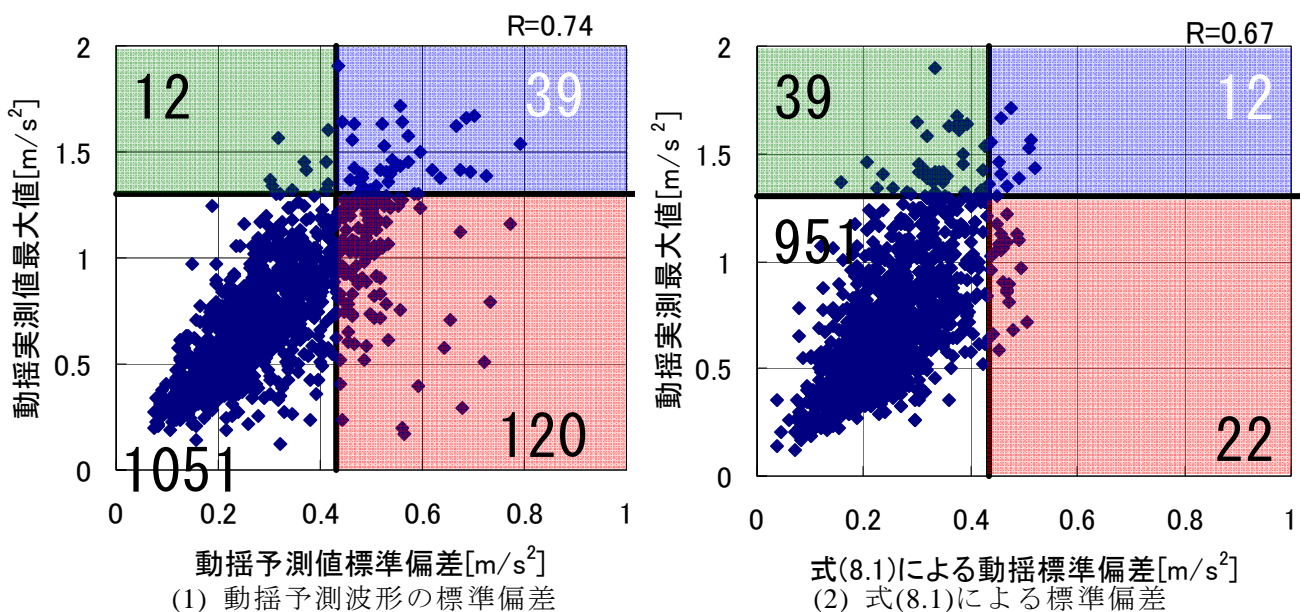


図 8-6 標準偏差の 2 つの予測方法と実測値の最大値との比較

図 8-6 では、動揺予測波形の標準偏差を評価指標とした場合、動揺の実測値が小さいにも関わらず保守必要と評価する（過大評価の）ロット数が 120 と、式(8.1)による標準偏差を評価指標とした場合の 6 倍弱となっており、後者の方が評価指標として合理的に見える。しかしこれは保守投入の目安値を動揺限度値 (1.3m/s^2) の $1/3$ としたことによる錯覚である。すなわち後者では、動揺の実測値が限度値を超過した 51 ロットのうち約 $3/4$ の 39 ロットを見落としている。この見落とし（過小評価）が少なくなるよう、目安値をより適切に設定することにより評価指標としての両者の優劣は逆転する。

試みとして、実測値の最大値が 1.3m/s^2 を越えたロットを見落とさないようにする（すなわち限度値超過確率を 0 とする）ための、保守投入目安値の大小を比較する（図 8-7）。

図 8-7 で実測値が 1.3m/s^2 を越えるロットを 0 とするためには、動揺予測値の標準偏差を評価指標とする場合は 0.30 m/s^2 を保守発動のための目安値とする必要があり、このとき保守が必要なロット数は 595 ロットとなる。一方、式(8.1)による動揺の標準偏差を評価指標とする場合、保守発動のための目安値は 0.16 m/s^2 となり、保守が必要なロット数は 1036 と全ロットのうちの 5/6 となり、非現実的な数となる。このように動揺限度値の超過確率をもとに保守投入目安値を適切に設定すれば、前者の方がより合理的な評価が可能となる。

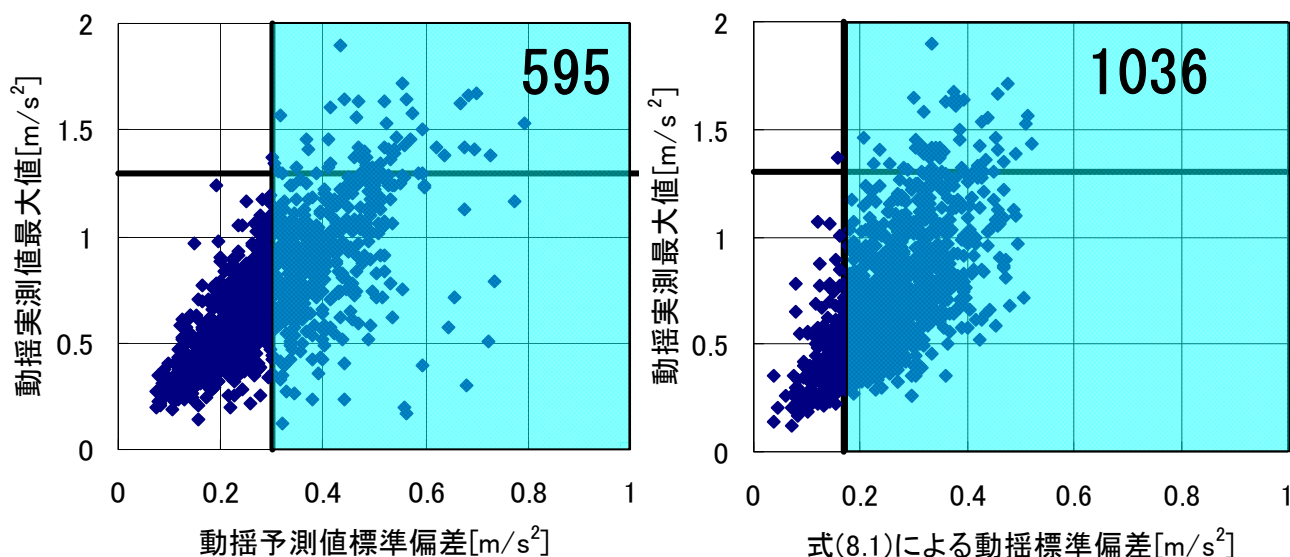


図 8-7 動揺最大値が 1.3m/s^2 を超過するロットを見落とさないための必要ロット数

乗り心地を主体に軌道保守を考えた場合、動揺限度値超過確率をどの程度に設定するかは、鉄道事業者の経営戦略から定められる。しかし動揺超過確率に基づいて目安値を適切に設定した場合、評価指標として動揺予測値を用いるのが合理的な保守のために好ましいことは、以上の考察から明らかである。

8. 3. 3 輪重減少の評価に関する検証

本項では、8. 3. 1 で述べた軌道状態評価方法を、走行安全性（輪重変動）の評価に適用する。具体的には輪重減少量の 100m ロット最小値を各種評価指標と比較し、輪重変動予測値を用いることの優位性を示す。

計算条件は以下のとおりである。

- ・ 線区：在来線地方高速線区，複線，延長 35km（1 保線管理室で管理）。
- ・ 走行速度：半径 300m で 85km/h，半径 400m で 100km/h，直線 110km/h。
- ・ 列車本数：振子特急，非振子特急合わせて 1 時間に 2 本。

軌道状態評価指標として以下の 5 つを用いる。

- ・ 輪重変動予測値：6 章で述べた方法で算出した輪重変動予測値。ここでは上記の曲線通過速度を考慮して、80km/h、105km/h の 2 つの速度段用のフィルタを作成し、速度が 95km/h 以下の場合は前者を、速度が 95km/h を超える区間は後者を用いて輪重変動を予測した。
- ・ 10m 弦正矢高低変位：図 1-14 に示した移動平均フィルタによって縦曲線成分を除去した左右レールの高低レールの、100m ロット最大値または最小値のうち、絶対値が最も大きいもの。目安値は、表 1-1 の乙種軌道整備基準値をもとに 13mm とする。

- ・ 水準変位：図 1-14 に示した移動平均フィルタによってカント成分を除去した水準変位の、100m ロット最大値または最小値のうち、絶対値が最も大きいもの。目安値は、表 1-1 をもとに 11mm とする。
- ・ 平面性変位：100m ロット最大値または最小値のうち、絶対値が最も大きいもの。目安値は、表 1-1 の丙種整備基準値をもとに 23mm とする。
- ・ 複合変位：2. 2. 2 項で紹介した複合変位。目安値は波数によって異なるが、ここでは表 2-1 をもとに 21mm とする。

輪重変動の限度値として一般には輪重減少率 80% が用いられている。しかしここで用いる実測データは営業線で取得されたものであり、輪重減少率が限度値を超過したか、あるいは限度値に近いデータは得られていない。一方本項の目的は、軌道状態評価指標としての輪重変動予測値を他の指標と比較・評価することであるので、ここでは便宜的に輪重減少 -10kN（設計輪重 50kN に対し、輪重減少率 20%）を保守投入目安値とする。

図 8-8 に、各評価指標と輪重変動実測値との比較を図 8-5 と同様に示す。

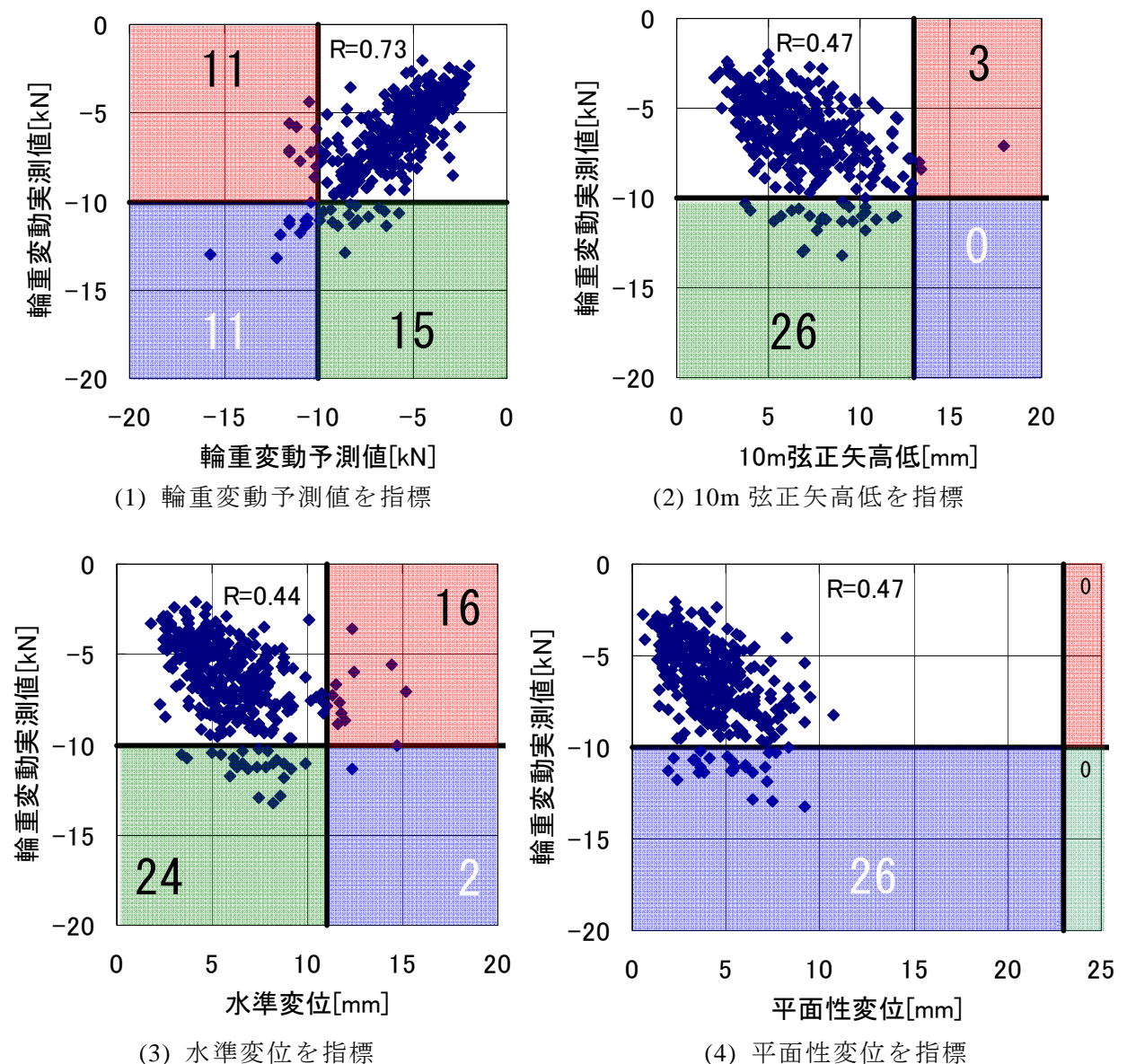
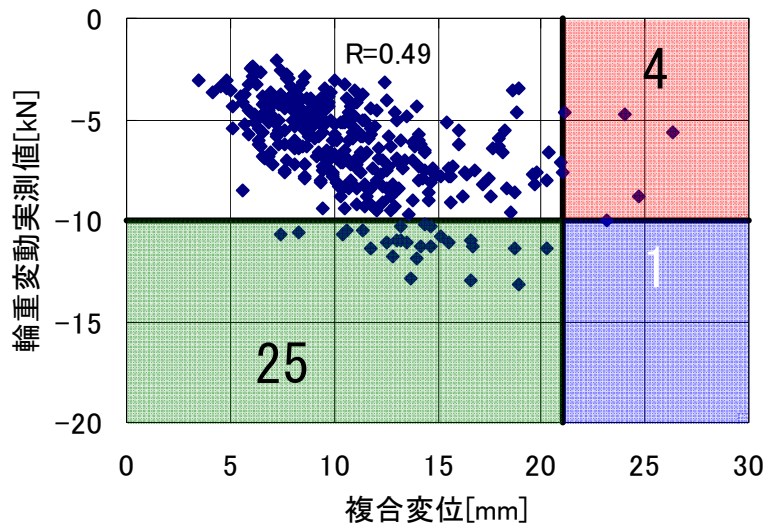


図 8-8 輪重減少量からみた保守が必要なロットと不要なロット（その 1）



(5) 複合変位を指標

図 8-8 輪重減少量からみた保守が必要なロットと不要なロット（その 2）

図 8-8 の各図から、輪重変動予測値を評価指標とした場合の優位性は明らかである。特に、高低、水準、平面性の 3 種類の軌道変位は、単独では輪重変動との相関が低く、走行安全性の評価指標としては不十分である。3 種類の軌道変位のうち、現行の目安値（整備基準値）を超過したロットでかつ輪重減少量が 10kN を越えたロット数は、最も多い水準変位の場合で 2 ロットのみである。これに対し輪重変位予測値の場合は 11 ロットであり、10kN を越えた 26 ロット中約 4 割のロットを目安値超過ロットと評価できる。

通り変位と水準変位の関数である複合変位も、実際の輪重変動実測値との相関は低い。6 章で、通り変位、水準変位、高低変位のいずれも周波数帯域によっては輪重変動と相関があることを示した。このことから、高低変位を変数に含めない複合変位は、輪重変動予測値と比較して実測値との相関が低くなるのは自明である。

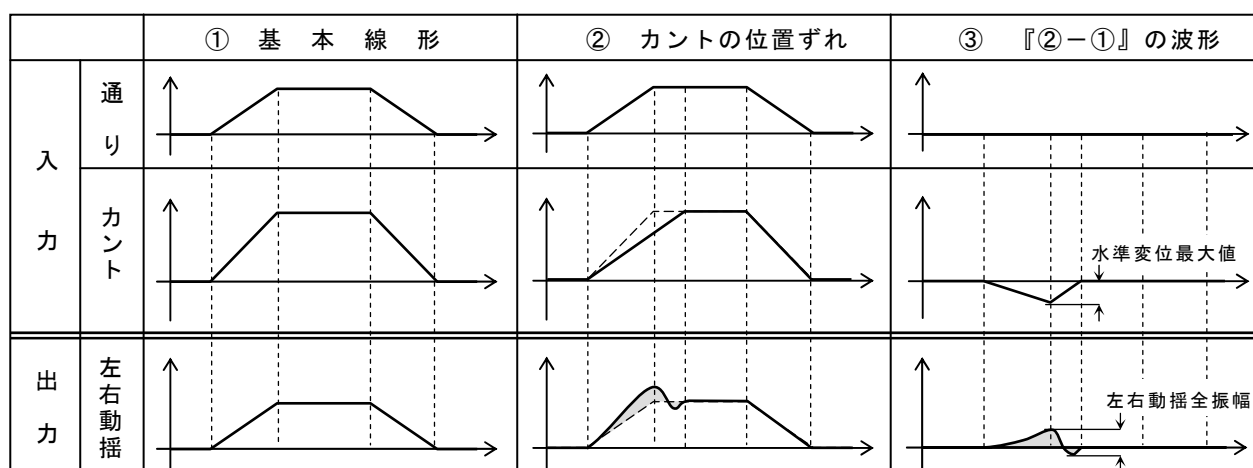
1. 3. 3 項で述べたように、現在用いられている軌道変位の管理値は走行安全性を直接考慮して定めたものではない。よって、上に述べたように軌道変位の大きさと車両の実際の挙動との相関は必ずしも高くない。このことから、軌道変位から車両の動的挙動を予測してこれを軌道状態の評価指標とすることは、保守の効率化のみならず、走行安全性や乗り心地の向上のためにも効果的といえる。

8. 4 曲線の線形管理

8. 4. 1 問題の設定

日本の在来線には急曲線が多く，ここを高速で走行することが到達時間の短縮には重要である．第5章で述べたように曲線中では軌道変位に起因する動揺とは別に，曲線線形（曲線半径，カント）の変位による長波長の左右動揺が発生し，乗り心地管理を困難にしている．ここでは5. 2節で紹介した長波長左右動揺予測法を用い，緩和曲線中における平面線形とカントの不一致による左右動揺について試算した例を示す⁸⁻⁹⁾．

車両諸元として5. 2節で用いた非振子車両を用いる．また速度は 110km/h，曲線半径は 600m，カント 100mm とする．平面緩和曲線長は 60m（カントの 600 倍），100m（同 1000 倍）の2種類とし，各々についてカント逓減延長が図 8-9 の中央のように変化した場合の左右動揺を一定値以下とすることを考える．ここでは平面線形を基準にカントの逓減位置・延長が入口側緩和曲線始点（BTC），入口側緩和曲線終点（BCC）からずれた場合の過渡応答を考える．位置ずれは 1m 刻みとし，最大位置ずれ量は平面緩和曲線長の半分（平面緩和曲線長 60m で 30m，100m で 50m）とする．なお予測モデルの特性上，出口側緩和曲線での考察は，入口側緩和曲線における考察結果と一致するため，ここでは省略する．



（全て横軸は距離）

図 8-9 位置ずれによる左右動揺の考え方

8. 4. 2 計算結果と考察

位置ずれと水準変位最大値の関係を図 8-10 に示す．横軸は位置ずれ量を緩和曲線長で除して正規化しており，カント逓減延長が短くなる側に位置ずれする場合をマイナスとする．位置ずれと水準変位最大値の関係は幾何学的に一意に定まり，カント逓減倍率の違いによる傾向の差は小さい．緩和曲線が短くなる側に位置ずれする場合は，緩和曲線が長くなる側に位置ずれする場合と比較して，ずれ量に対応する水準変位が大きくなる．

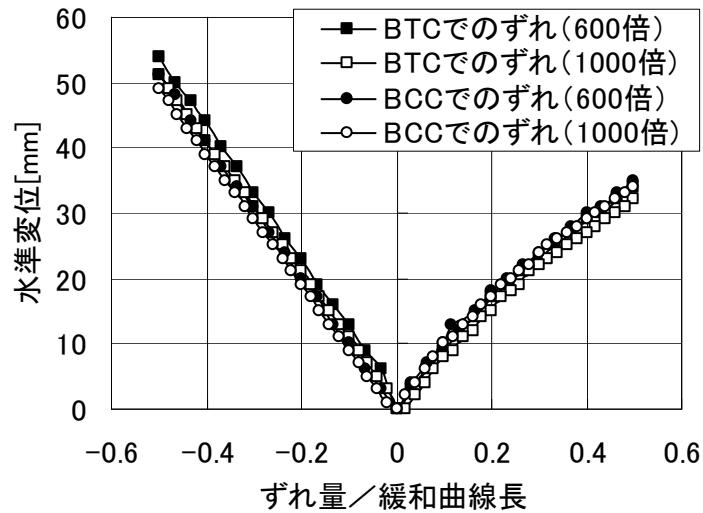


図 8-10 位置ずれと水準変位最大値の関係

位置ずれと左右動揺全振幅の関係を図 8-11 に示す。位置ずれと左右動揺の関係は、位置ずれと水準変位の関係と同じ傾向となる。カント逓減倍率の違いによる差は若干見受けられるが、BTC、BCC の違いによる差は小さい。

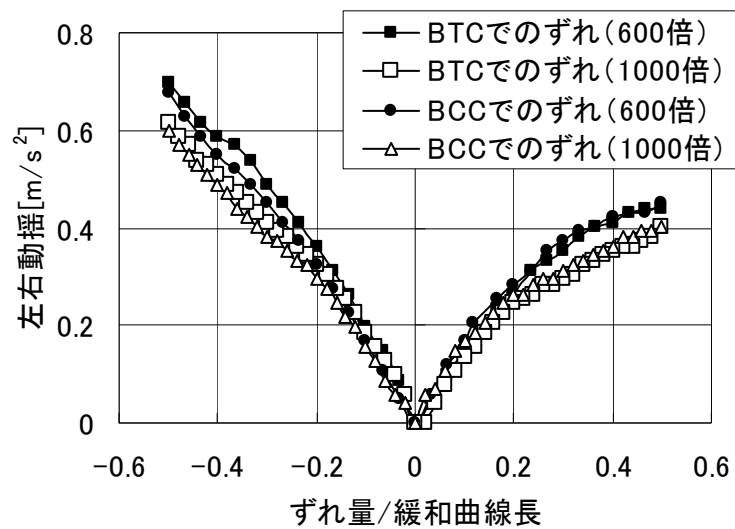


図 8-11 位置ずれと左右動揺全振幅の関係

図 8-10, 図 8-11 の結果から算出した, 水準変位最大値と左右動揺全振幅の関係を図 8-12 に示す. 水準変位が大きくなるのに伴い左右動揺が大きくなることがわかる. 例えばこの車両形式では, 位置ずれによる左右動揺の全振幅を 0.2m/s^2 以下に管理しようとする場合, 位置ずれの許容範囲は緩和曲線長の 0.1 倍以内となる. また, 水準変位 10mm に対して左右動揺は約 0.2m/s^2 となる.

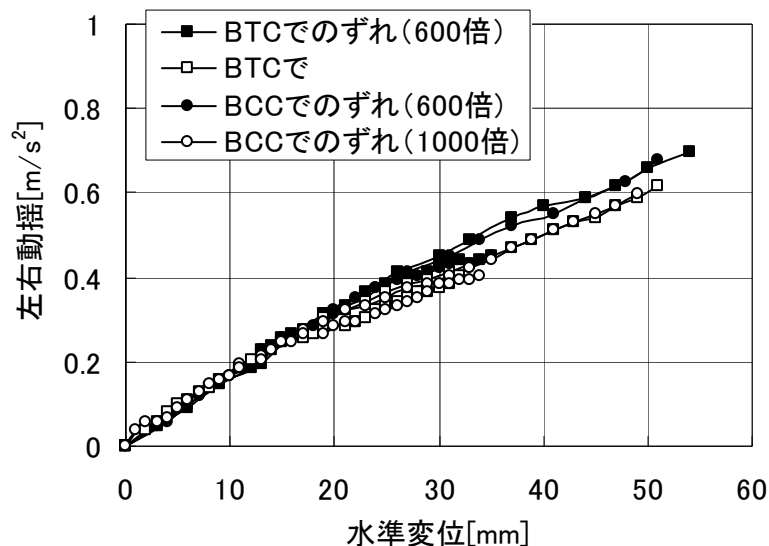


図 8-12 水準変位最大値と左右動揺全振幅の関係

次に, 図 8-13 に示すように左右動揺全振幅を A 値と B 値に区分した考察を行う.

BCC での位置ずれと A, B 値の関係を図 8-14 に示す. 位置ずれにより最初に発生する左右動揺 A 値は, カント逓減倍率の違いによる差が小さい. またその傾向は図 8-11, 図 8-12 とほぼ一致し, 水準変位の大きさによって定まるものと判断できる. 一方, 位置ずれが約 0.2 を超えると B 値はほぼ一定となり, またカント逓減倍率が小さいと位置ずれによる左右動揺が大きくなる. ただし, 位置ずれが緩和曲線長の 1 割程度であれば, カント逓減倍率の違いによる左右動揺に差は無く, A 値, B 値とも約 0.1m/s^2 であった.

なお, BTC においても BCC と同様の傾向となることを確認した.

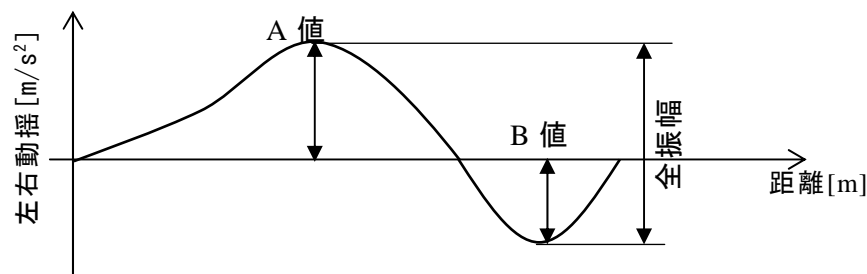


図 8-13 過渡応答の全振幅と A 値, B 値の考え方

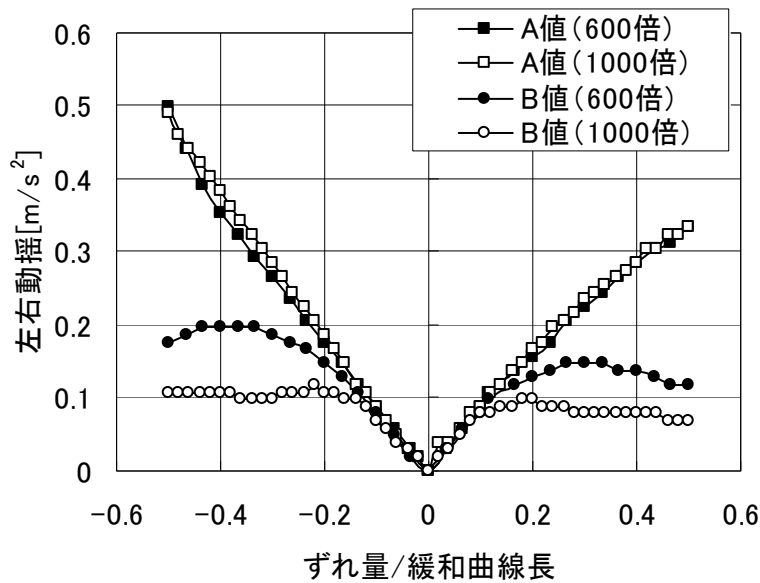


図 8-14 BCC での位置ずれと A, B 値の関係

8. 5 本章のまとめ

本章では，4 章～7 章で紹介した車両の動的挙動予測手法の，軌道保守への具体的な適用について検討した例を示した．本章の検討結果を示す．

- (1) 本論文で示した車両動特性同定手法を軌道保守の実務に適用するための，鉄道車両動特性の同定手順と注意事項を示した．
- (2) 車両の周波数応答は，車種によって大きく異なる．よって列車動揺の管理にあたっては，動揺測定に用いる車両の動特性を把握し，適切な管理指標を定める必要がある．
- (3) 4 章で紹介した方法による上下動揺予測値と，従来の 10m 弦正矢，20m 弦正矢，上下動揺標準偏差予測値による，保守必要ロット数等を比較した．その結果，保守が必要なロットを的確に把握する，という観点からは 4 章で述べた方法による上下動揺予測値を用いることが合理的であることを示した．
- (4) 6 章で紹介した方法による上下動揺予測値と，従来の 10m 弦正矢高低，水準，平面性，複合変位の 100m ロット最大値と，輪重減少量実測値との 100m ロット最小値を求め，輪重減少量 10 kN 以上のロット数ないし各種軌道変位の管理値超過ロット数を比較した．その結果，保守の経済性のみならず走行安全性確保の観点からも 6 章で述べた方法による輪重変動予測値を用いることが合理的であることを示した．
- (5) 5. 2 節で述べた，曲線線形に起因する左右動揺予測手法を用いて，緩和曲線中のカント管理方法を検討した．その結果，ここで対象とした車両で左右動揺の上限値を 0.1m/s^2 とする場合，緩和曲線中における平面線形とカント逡減位置の不一致は，緩和曲線長の一割以下とするべきことを示した．

8 章の参考文献

- 8-1) 石田弘明，植木健司，深沢香敏，手塚和彦，松尾雅樹：輪重,横圧,脱線係数連続測定装置の開発，鉄道総研報告，Vol.7, No.8, 1993.8.

- 8-2) <http://www.mathworks.com/products/sysid/>
- 8-3) 足立修一，永田寛，山口功，木田隆，関口毅：ETS-VI 軌道上同定実験データによる予測誤差法と部分空間法の比較，計測制御学会論文集，Vol33, No.8, pp.805-811, 1997.
- 8-4) 国土交通省鉄道局監修：解説 鉄道に関する技術基準（土木編），2002.3.
- 8-5) 細川岳洋，吉村彰芳：高速車両の動揺と軌道狂いの位置照合問題の解法，鉄道総研報告，Vol.8, No.9, 1994.9.
- 8-6) 三和雅史，石川達也，大山達夫：軌道状態推移予測モデルの構築と最適軌道保守計画作成のための全整数型数理計画モデル分析，土木学会論文集 No.681, IV-52, 2001.7.
- 8-7) 相沢弘道：効果的な軌道整備予測管理手法について，日本鉄道施設協会誌，2000.1.
- 8-8) 土居嘉安：軌道狂い進みを考慮した MTT 整備計画，日本鉄道施設協会誌，2003.2.
- 8-9) 篠脇諭，古川敦，吉田昌史：左右動揺に着目した曲線線形管理，土木学会第 57 回年次学術講演会第IV部門, 2003.9.

9. 結論と今後の課題

9. 1 結論

本研究では、パラメトリックモデルを用いて鉄道軌道上の車両の動特性を同定し、軌道変位に起因する車両の動的挙動を予測するとともに、これを軌道変位の評価へ適用する方法を提案した。本研究で用いた鉄道車両の動的挙動予測法は、車両の構造に関する情報を必要とせず、日常の軌道検査業務で取得される軌道変位と列車動揺データから車両の動的挙動予測モデルの構築が可能であり、かつ時刻歴シミュレーションのような複雑な計算によらずともJRの保線現業機関で用いられている信号処理ソフトウェアによる予測演算が可能であることから、保線の実務に最も適した動的挙動予測ならびに軌道変位評価手法を提示できたと考えている。これによって、従来の軌道変位の振幅管理から列車の走行性に即した性能照査型の管理が可能になり、より合理的な軌道変位管理が可能になるといえる。

本研究では、列車動揺を入力とする輪重予測手法も提示した。この方法は、軌道変位や列車動揺測定データに対する信号処理技術を有しない中小の鉄道事業者であっても、簡易に輪重変動が予測可能であることから、軌道管理上のメリットは高いと考えている。

一般に用いられるパラメトリックモデルでは、時間軸上でシステムの動特性を同定する。しかし鉄道の場合、システムの動特性はばね定数や減衰定数のように時間軸上で定義される成分の他に、台車中心間距離や軸距のように空間軸上で定義される成分が含まれる。よって、ある速度で同定されたパラメータによって、別の速度における車両の動的挙動を予測することができない。これに対し本研究では、鉄道車両のもつ振動特性に着目し、これを時間軸上で定義される成分と空間軸上で定義される成分に分離することによって、ある列車速度（＝離散時間軸）上で同定されたシステムのパラメータを、異なる速度におけるシステムの出力の予測に適用する手法を示し、これによって速度向上時の列車動揺の予測を可能とした。

一般のシステム同定では、白色雑音に近似できるM系列等の入力信号によって同定実験を行うが、入力信号が営業線上における軌道変位に限定される鉄道車両の場合、任意の周波数による加振実験ができないので、得られるシステムの動特性も周波数が限定されたものとなる。このような場合に効率よくシステム同定が行えるよう、本研究の成果として、鉄道車両におけるシステム同定の手順をマニュアル化した。これにより、FFTによる方法と比較して、より手軽にシステム同定が行われることが期待できる。

本研究の目的は、あらかじめ得られた車両の動的挙動データと軌道変位データから、車両の動特性を表す関数を導出し、この関数を用いて軌道変位測定データから軌道上の車両の挙動を予測し、これを軌道状態の評価指標とすることにある。本研究ではこの関数の導出にあたって初めてパラメトリックモデルを用いたわけであるが、この過程で、これまで定性的にのみ把握されていた軌道変位と車両の挙動との関係を、定量的に明らかにしたと考えている。線形モデルで取り扱い可能な範囲の軌道変位と車両の動的挙動との関係は、本研究でほぼ網羅したと考えているが、特に5～7章で取り扱った複数の軌道変位を入力とした場合の車両の挙動については、これまでほとんど取り扱われておらず、本研究によって初めて各種軌道変位と左右動揺、輪重変動、変動横圧との関係が定量的に明らかにされたと考えている。この点は、当初目的であった軌道変位の評価と合わせて、本研究の主要な成果である。

9. 2 本研究のまとめ

本研究のまとめを以下に記す。

1 章では、本研究の目的と位置づけについて説明した。軌道変位の評価には従来 10m 弦正矢法をはじめとする軌道変位測定値がそのまま用いられてきたが、軌道保守本来の目的からは、測定値をそのまま評価指標として用いることの妥当性は小さく、信号処理技術が発達した今日では、軌道変位測定値になんらかの信号処理を施して、軌道上の車両の動的挙動と相関が高い指標によって軌道状態を評価するのが合理的であり、そのためにシステム同定法によって車両の動特性を同定し、これを用いて車両の動的挙動を予測すればよいことを述べた。さらに本研究の最終的な目標である、車両の動的挙動に即した性能照査型の軌道変位管理への道筋を示し、本研究の目的と位置づけを明らかにした。

2 章では、車両の動的挙動の予測手法と軌道状態の評価指標に関する既往の研究をレビューした。

3 章では、システム同定の具体的方法として、パラメトリックモデルの伝達関数表現と状態空間表現、およびこれらのパラメータ同定法について、その概要を紹介した。

4 章から 7 章は本研究の中心である。

4 章では、高低変位を入力とする上下動揺予測手法について検討した。具体的には FIR モデルを用いて車両上下動特性を同定し、少ないパラメータ数および短いデータ長で上下動特性の同定が可能であるなど、FFT による方法と比較したパラメトリックモデルの特長を確認し、従来は軌道変位との線形依存性が明らかにされていなかった左右動揺や輪重変動の予測への、パラメトリックモデルの適用可能性に関する見通しを得た。

次に、部分空間法によって上下動特性を同定し、FIR モデルとほぼ等しい同定結果が得られることを示した。また、入力信号として、ほとんどの軌道検測車で直接得られる 10m 弦正矢高低変位を用いた場合も車両上下動特性が同定できることを示した。

さらに、ある速度において取得されたデータを用いて、空間軸上で同定したパラメータを用いて速度向上時の車両の挙動を予測するため、同一車両形式で速度が異なる場合の車両の上下動特性を同定し、車両の上下動特性には速度と共に振幅・位相特性が変化する周波数域と、速度に関わらず変化しない周波数域があることを示した。これを解析的に検討した結果、車体重心位置が台車間中心位置とずれている場合や加速度測定位置が前台車直上から偏倚している場合は、観測される車両の上下動揺は、台車中心間距離の関数であるピッチング効果の影響を受けることを示した。さらにこれを利用して、車両の周波数応答関数を $0.08[1/m]$ よりも高い帯域と低い帯域に分け、後者について入力信号のサンプリング間隔を適切に変更することによって、速度向上時の上下動揺が予測可能であることを示した。

鉄道軌道の保守管理においては、時間的な振動である車両の挙動を空間軸上で把握する必要がある。一般に空間軸上で同定されたパラメータを速度が異なる（＝サンプリング間隔が空間的に変化する）場合に適用することはできないが、本章で述べた方法によれば、モデルの適用範囲を広げることが可能である。

5 章では、曲線中における軌道変位と左右動揺との関係について定量化した。この中では、主として曲線線形に起因する左右動揺と、軌道変位による車輪への強制変位に起因する左右動揺に分けて検討を行った。

曲線線形に起因する左右動揺については、FIR モデルを用いて、周波数 $0.04[1/m]$ 以下の低周波域における、車体重心に作用する実超過遠心加速度を入力とする車両左右動特性を同定し、予測モデルを策定した。このモデルを8曲線の入出力データに適用したところ、入力データの周波数特性や曲線通過速度によって出力の予測値が変わることがわかった。このため、同定にあたっては、入力データの周波数特性に留意し、より多くの周波数成分を含む入力信号を用いるべきことを示した。また、FIR モデルのパラメータの和は従来から用いられている車体傾斜係数にほぼ一致し、得られたパラメータが物理的にも妥当なものであることを示した。

軌道変位による車輪の強制変位に起因する左右動揺については、周波数 $0.04\sim 0.167[1/m]$ の帯域の通り変位、水準変位を入力とする場合の車両左右動特性を、部分空間法を用いて同定した。その結果、6～8次程度の状態空間表現で、左右動特性を表せることを示した。この場合、FPE の最小次数が4次であったが、鉄道車両の左右運動には並進運動、ヨーイング、ローリングの3つのモードがあることから、最低次数が6次であると考え、6次以上のモデルで、最も FPE が小さいモデルを用いるのが良いことを示した。

入力信号に軌間変位を加えた3入力モデルでのシステム同定を行った場合は、2入力モデルの場合と比較して改善は見られなかった。このことから曲線中を 110km/h 程度の速度で走行する在来線の場合、 $0.04\sim 0.167[1/m]$ の帯域における左右動揺は、軌間の影響は小さいことを示した。

入力信号が白色性を持つ場合、部分空間法の次数選択は特異値の大きさを用いて行われる。しかし鉄道車両の動特性同定の場合、入力信号である軌道変位はほとんどの場合有色性であるので、システム同定にあたっては、パワースペクトル密度や自己相関係数などを参考にし、なるべく多くの種類の周波数を均等に含む区間の軌道変位を入力信号として用いるとともに、車両の持つ振動モードを考慮した上で FPE や AIC などの統計的規範によってモデルを選択するのが、精度の高いシステム同定のためには必要であることを示した。

6章では軌道変位と輪重変動の関係について定量化した。

まず 105km/h 直線走行時の在来線車両で測定した輪重変動と軌道変位とのコヒーレンスを求め、 $0.06[1/m]$ より高い帯域では平面性変位と輪重との相関が高く、 $0.04\sim 0.05[1/m]$ では高低変位と輪重との相関が高いことを、また $0.02\sim 0.03[1/m]$ の帯域では軌道変位と輪重変動との相関は低いことを示した。一方、動揺と輪重変動のコヒーレンスからは、 $0.04\sim 0.05[1/m]$ の帯域では上下動揺と輪重変動の相関が、それ以外の帯域では左右動揺と輪重変動との相関が高いことがわかった。

軌道変位と輪重変動との関係については、水準変位、通り変位、高低変位の各々から輪重変動への周波数応答関数を求め、 $0.02[1/m]$ 以下の低周波域では水準変位、通り変位によるローリングが、 $0.04\sim 0.05[1/m]$ は高低変位による上下並進運動が、 $0.06[1/m]$ 以上の帯域では平面性変位が輪重変動に関連していることがわかった。また水準変位、通り変位、高低変位の3種類の軌道変位を入力とする輪重変動予測モデルを構築し、パラメータを推定した。その結果、直線区間で推定されたパラメータで曲線中の輪重変動が予測可能であり、パラメータに移転性があることを確認した。

列車動揺と輪重変動との関係については、左右動揺、上下動揺を入力とする輪重変動予測

モデルを構築し、パラメータを同定した。直線区間のデータで得られたモデルのパラメータは曲線中の輪重変動予測にも適用可能であり、軌道変位を入力とする場合と比較して、精度が良い予測が可能であることを確認した。また速度が異なる場合の輪重変動も、ある程度の精度で予測可能であった。さらに左右動揺、上下動揺の線形和による簡易な輪重変動予測モデルを構築し、旧国鉄の動揺管理値は近年の車両においても概ね妥当であることを示した。これらのモデルは、中小の鉄道事業者のように、軌道検測車を所有しない線区における軌道状態の評価に有益であることと考えている。

7章では、軌道変位と変動横圧との関係について定量化した。

まず変動横圧を予測するための入力信号として、通り変位のみ（1入力）、通り変位＋水準変位（2入力）、通り変位＋水準変位＋軌間変位（3入力）、の3通りについて次数とFPEとの関係を調べ、1入力の場合とそれ以外の2ケースとでは、FPEの大きさに明らかな差があったが、2入力と3入力ではそれほど差は無く、2入力モデルが適切であることを示した。またモデルの次数について検討し、入力として用いた軌道変位のパワーにレール長を起因とする4つの周波数の成分が卓越していることから、その2倍の8次としておけばよいことを示した。

軌道変位と変動横圧との関係については、変動横圧は概ね曲率に比例して発生しており、特に10m弦正矢法では利得が小さい高周波の曲率の影響が大きいことを示し、変動横圧の原因として、外軌レールの曲率の局所的な変化が考えられることを示した。

水準変位と変動横圧との関係について明確な定量化はできなかったが、FPEによる検討から、変動横圧に水準変位が影響を及ぼしていることは確認できた。

今回検討した範囲では、変動横圧は曲線半径や速度の影響をあまり受けず、半径400mの曲線走行時に取得したデータから同定されたパラメータを用いて、半径600mの曲線走行時の変動横圧が予測できることを示した。

左右動揺遮断性能が高い振子車両の場合、列車動揺から左右動揺を簡易に推定するのは困難であった。

8章では、4章～7章で述べた車両の動的挙動予測手法の軌道管理への具体的な適用例について検討した。

8.1節では、本研究で述べた車両の動特性の同定手順と、同定にあたっての注意事項についてまとめた。

8.2節では、車両の周波数応答は車種によって大きく異なることから、列車動揺の管理にあたっては、動揺測定に用いる車両の動特性を把握し、適切な管理指標を定める必要があることを示した。

8.3節では、4章で紹介した方法による上下動揺予測値と、従来の10m弦正矢、20m弦正矢、上下動揺標準偏差予測値による、保守必要ロット数等を比較し、保守が必要なロットを的確に把握する、という観点からは4章で述べた方法による上下動揺予測値を用いることが合理的であることを示した。

8.4節では、曲線線形に起因する左右動揺予測手法を用いて、緩和曲線中のカント管理方法を検討した。その結果、ここで対象とした車両で左右動揺の上限値を 0.1m/s^2 とする場合、緩和曲線中における平面線形とカント通減位置の不一致は、緩和曲線長の一割以下とするべ

きことを示した。

以上のように、本研究ではパラメトリックモデルによる鉄道車両動特性の同定に関する新しい考え方を提示するとともに、軌道変位と鉄道車両の動的挙動の関係、特にこれまであまり定量的に示されてこなかった軌道変位と輪重・横圧との関係について、かなり踏み込んだ検討がされたものと考えている。

9. 3 今後の課題

9. 3. 1 車両の動的挙動予測手法に関する課題

本研究では、現在の線形システム同定理論に基づいて、軌道変位に起因する鉄道車両の動的挙動予測モデルを同定した。今後、予測精度を向上するためには、非線形システムの同定理論や時変モデルの適用が考えられる。また、本研究では予測誤差に関する考察をほとんど行わなかった。最終的な軌道保守の経済性は、予測誤差によって決まる。例えば構造物の設計の場合、材料、施工、管理等の不確実性に対する余裕は安全係数の形で考慮される。同様な観点から軌道状態を評価し、保守投入のしきい値を決定する場合、予測誤差の大きさによって、乗り心地や走行安全性に対する保守サイドの余裕量が定まる。本研究で示した線形予測モデルを非線形モデルあるいは時変モデルに拡張するにあたっては、保守の経済性を考慮した上で必要とされる予測精度を定めた上でモデルの改良を進めていく必要がある。

9. 3. 2 軌道状態の評価に関する課題

軌道変位保守管理の一般的な流れを図 9-1 に示す。

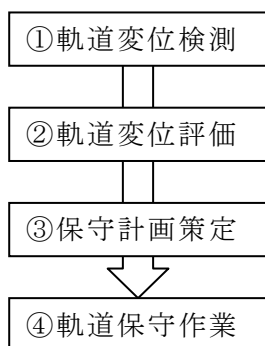


図 9-1 軌道保守管理の流れ（図 1-11 の再掲）

本研究で対象としたのは、②のうち、軌道状態評価指標としての車両動的挙動の予測手法の開発であり、一部 8 章で③についても言及した。軌道変位保守管理に関する今後の研究としてまず必要となるのは、評価指標としての車両動的挙動の善し悪しを軌道変位の振幅で判定する方法である。これは、軌道変位評価の性能規定化を目指す本研究の目的と反するようであるが、十分な技術力を保有しない一方で保守コスト削減のニーズが高い中小民鉄や第 3 セクターでは、本研究で述べた車両の動的挙動の予測手法をそのまま保守業務に適用には難がある。よって、文献 2-21) の複合変位のように、簡易な指標で走行安全性を的確に評価・管理する方法が必要となる。具体的には 6. 3. 3 節で述べた輪重の簡易推定方法、あるいは図 6-21 の上下・左右動揺限度値の簡易な決定方法を進めた、簡易な走行安全性評価指標が必

要と考えている．この場合，軌道保守の評価指標は例えば表 9-1 のようになる．

表 9-1 新たな軌道整備基準値の例

項目（評価値）の例	基準値	評価項目（例）
α 高低変位 + β 通り変位 + γ 水準変位		走行安全性
δ 通り変位 + ε 水準変位		走行安全性
λ 通り変位 + η 水準変位		乗り心地

この場合，本論文は，項目に記した軌道変位の組み合わせおよび各軌道変位に乗ぜられる係数（ α ， β ， \dots ， η ）と，基準値（しきい値）を定めるためのシミュレーション手法を提供する．この方法による軌道状態評価は，保線の現場での取り扱いが容易となる反面，評価値と車両の挙動の実態との相関が必然的に下がるため，基準値設定にあたって持つべき余裕が大きくなり，無駄の多い保守となる．ただし，この場合でも，表 1-1 のように軌道変位の各項目を単独で評価するよりは，合理的な保守が可能になると考えられる．

本研究では，車両側の個体差についてはほとんど触れなかった．乗り心地や走行安全性の評価にあたっては，車両側の要因についても評価する必要がある．本研究で示したシステム同定法では，車両のばね定数等を直接同定することはできないが，同一形式の車両の個体差や，車両の製造時からの経過時間（あるいは累積走行距離）と周波数応答関数との関係等を簡便な方法で求めることが可能となる．鉄道は土木，車両，電気のトータルシステムであるので，乗り心地や走行安全性といった乗客へのサービスレベルも，トータルシステムとしてレベルアップする必要がある．その意味で本研究は，車両サイドにとっても有用な手段を提供したものと考えている．

本研究では，鉄道総研でこれまで携わった速度向上試験におけるデータ等を活用した．このうち列車動揺については，測定が比較的容易であることから，様々な車種について本研究で述べたシステム同定法を適用して動揺の予測を行い，車両の諸元に関わらず予測が可能であることを確認した．しかし輪重・横圧については，限られた車両形式によるデータのみで，システム同定法の妥当性を確認するに留まった．今後は，実データによる検証を積み重ね，本研究で述べた方法の一般性を示すとともに，この結果がより多くの鉄道事業者で保線業務の実務に活用されよう，一般化したいと考えている．

謝 辞

本論文は、東京大学に学位請求論文として提出したものです。

東京大学大学院工学系研究科教授家田仁先生には、論文執筆にあたって終始懇切なるご指導を賜りました。ここに深甚の謝意を表します。家田先生には、筆者の卒業論文執筆当初から15年以上の長きにわたって公私ともども大変お世話いただきました。ここにあらためて御礼申し上げますとともに、今後ともますますのご指導、ご鞭撻をお願いする次第です。

東京大学国際・産学共同センター教授須田義大先生、東京大学大学院新領域創成科学研究科助教授小澤一雅先生、東京大学大学院工学系研究科助教授阿部雅人先生には、お忙しい中論文の詳細に至るまで適切なご助言、ご指導を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

東京工科大学教授吉村彰芳先生には、先生の鉄道総研在職時から、研究の遂行にあたって多大なるご指導を賜りました。本論文は吉村先生の博士論文の一節を発展させたものであり、本論文が軌道変位データの処理技術の進展にいくばくかの貢献を成しえたとすれば、間違いなく吉村先生の長年にわたるご指導の賜物であります。ここにあらためて深甚の謝意を表します。

本研究は、(財)鉄道総合技術研究所の研究開発テーマ「高速走行に対応した曲線線形管理」の一環として実施したものです。鉄道総研総務部長内田雅夫氏（前軌道技術研究部長）、同車両構造技術研究部長手塚和彦氏、同軌道技術研究部長高井秀之氏には、研究の機会を与えてくださったのみならず、実施にあたって終始ご指導いただきましたことを厚く御礼申し上げます。また、鉄道総研軌道管理研究室長須永陽一氏には、研究遂行にあたって終始ご指導、ご鞭撻いただくとともに、論文執筆にあたって格段のご配慮をいただきましたことを、厚く御礼申し上げます。

研究の遂行にあたっては、研究室の同僚の皆様にも多くのご協力をいただきました。鉄道総研軌道管理研究室副主任研究員神山雅子氏には、信号処理手法の細部にわたって適切なご指導をいただきました。本研究に取り入れたいくつかの新しいアイディアは、神山氏との討議の中で生まれたものであります。ここにあらためて御礼申し上げます。同研究室元研究員篠脇諭氏（現九州旅客鉄道(株)施設部保線課）には、共同研究者として一方ならぬご協力をいただきましたことを厚く感謝いたします。また、本論文を構成するにあたっては、同構造力学研究室副主任研究員曾我部正道氏との討議が大きな糧となりました。曾我部氏には、博士取得の先輩として、学位取得の実務の面においても多大なるご協力をいただきました。ここにあらためて御礼申し上げます。

最後になりますが、本論文の執筆にあたりまして、JR各社における軌道・車両の実測データを使用させていただきました。データの使用を快諾していただいた各社の皆様に感謝申し上げます。また、本論文が各社の業務改善にいくばくかの貢献がなしえるとすれば、筆者の望外の喜びであります。今後ともますますのご協力をお願いする次第です。