



「超幾何関数」

大島 利雄（数理科学研究科 教授）

岩波全書の数学公式Ⅲ－特殊関数－は、その3分の2以上がガウスの超幾何関数とその特殊化であるベッセル関数や古典直交多項式で占められている。

この関数が2階の超幾何微分方程式

$$x(1-x)y'' + (c - (a+b+1)x)y' - aby = 0$$

の原点での収束ベキ級数解

$$1 + \frac{ab}{c!}x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{c(c+1)2!}x^2 + \dots$$

として特徴づけられることはオイラーが研究していた。 $x=1$ での値はガウスの和公式として知られ、この関数の大域的振舞はそれから得られる。

この関数は特異点0, 1, ∞ を除いた複素数平面内の任意の道に沿って原点の近くから解として接続されて、局所的には収束ベキ級数で表せる。特異点の近く

で解の増大度がベキ関数程度で抑えられるとき、その点を確定特異点といい、そこでの解の局所的振舞を定めるベキの指数が方程式から分かる。複素数平面で ∞ を含む3つの確定特異点を除いて接続できる関数が2次元線型空間をなすなら、それはこの超幾何微分方程式の解空間に対応することをリーマンが示した。

これら古典的結果は、より一般の微分方程式を考えることにより、3つの方向に発展した。特異点での局所的振舞で関数が決まってしまう場合、すなわちrigidなものの研究、そうでない場合に局所的振舞で決まらないパラメーターが現われることに起因して大域的振舞を保つ変形を記述するパンルベ方程式の研究、アッペルやゲルファントなどによる多変数超幾何関数である。

これらは今まで例として研究されたが、筆者はこれらの統一を模索し、最初の2つの方向については一般理論が分かってきた。たとえば、和が零行列になる3個以上の対角化可能正方行列で、固有値とその重複度がそれぞれ与えられたものになるものをすべて求めよ、という問題と関係している。

最近の研究から、微分方程式とその解の古典的変換が無次元線型空間の鏡映変換で定義される群の作用と見なせ、とくにrigidな場合は関数の積分表示や大域的振舞などが具体的に書けることが分かった。これは代数方程式の可解性が群の言葉で表せるというガロア理論と似ている。現在は確定とは限らない特異点を含む場合の研究も進展中である。



「グローバルイルミネーション」

西田 友是（新領域創成科学研究科 教授
理学部情報科学科 兼任）

コンピュータグラフィックス（CG）はリアリティのある画像生成を目的に発展してきた。3D物体のCG画像を生成するには、形状モデルのほかに、視点位置、光源、材質が必要で、照明効果や材質をいかに物理則に忠実にモデル化するかが写実性に影響する。照明効果として、グローバルイルミネーション（global illumination, 大域照明）がある。これは光の相互反射、散乱、屈折などを正確に扱う描画法のことで、ある点に入射する直射光の反射光のみ扱う従来のローカルイルミネーションの対義語である。写実性を増すための重要な技法としてレイトラッキング法とラジオシティ法があり、後者がグローバルイルミネーションの代表的な手法である。

物体の表面の輝度は、レンダリング方

程式とよばれる式を解くことにより得られるが、これは、周囲からの光の影響も考える再帰的な積分方程式であり簡単には解けない。それで、解法としては、対象となる物体表面を幾つかの要素に分割し、有限要素法と同様に連立方程式を解く方法（ラジオシティ法とよぶことが多い）と、確率的にモンテカルロ法で解く方法とがある。典型的なラジオシティ法では、場面が完全拡散面で構成されていることを前提としており、光源から放射された光が何度か拡散面によって反射された後で視点に至るという現象を再現できる。この場合、視点を変えても面の輝度は変化しないので、リアルタイムレンダリングに有用である。またラジオシティ法は、間接照明が扱え、境界のぼやけた影、周囲の面の反射による、付近の

面の色の变化などを計算でき、写実性を増すのに効果がある。

歴史的にみるとラジオシティ法は、熱伝導の考え方を拡張したものと、照明工学における相互反射光の計算法に基づくものがあり、前者はコーネル大、後者は筆者が最初に発表（1985年）した。その後これらを発展させ、膨大な数の論文が発表されている。そのひとつとしてフォトンマップ法があり、屈折による集光効果を表現できる。また物質内の多重散乱を扱うサブサーフェススキャタリング（たとえば肌色や雲の色の計算）など多様な光学的効果を表現できる手法も開発されてきた。近年当研究室では多重散乱光の効率的サンプリング法を開発している。



「励起子」

吉岡 孝高（物理学専攻 助教）

光を吸収した半導体中には、伝導電子とその抜け穴である正孔が生成される。電子は負、正孔は正の電荷をもつため、これらはクーロン相互作用により互いに引きつけ合い、水素原子と類似した系となる。すなわち光によって、中性で軽い擬似的な粒子をつくることができると考えて良い。この粒子が励起子とよばれる状態であり、日本人研究者によって発見された、いわゆる光物性分野における主要な概念のひとつである。

励起子は、光に対する物質の応答に大きな影響を与える。これまでに、励起子を使って光を敏感に制御する可能性が探られてきた。いっぽう、光でこの擬粒子の集団を生成すると、それらは量子力学に従う多粒子系として、新しい物質相を示す可能性がある。励起子は上記の

二個のフェルミ粒子の束縛対であって、ボース粒子であると考えられる。したがって励起子の集団を、量子統計性（ボソンかフェルミオンか）が顕著となる低温かつ高い密度で生成できれば、それらの並進運動エネルギーの分布は、ボース粒子を特徴づける、ボース・アインシュタイン分布に従うはずである。さらに、ある限度を越えて高い密度の励起子を生成すると、量子力学的な相転移であるボース・アインシュタイン凝縮（BEC；理学部ニュース 2009 年 5 月号「物理学のキーワード第 19 回」参照）が起きると期待される。そこで、BEC の徴候が見られないか、そして励起子の BEC が示す物性とはいかなるものか、50 年も前から探求が続いてきた。

励起子は多くの場合、光で生成された

直後は高い並進の運動エネルギーをもっている。しかし半導体結晶が低温であれば、励起子は結晶の格子振動（フォノン）との相互作用を通じて次第に冷却されてゆく。寿命がとくに長い励起子系であれば、励起子の集団を、結晶とほぼ同じ低温にまで冷却することが可能である。この点で、亜酸化銅とよばれる半導体に形成される、例外的に寿命の長い励起子が注目されている。五神研究室では、先端的なレーザー分光技術と低温技術を駆使して、高い密度で冷却された励起子をつくりだすことに成功し、励起子 BEC の傍証を得ることができている（理学部ニュース 2011 年 9 月号「研究ニュース」参照）。



「クエーサー」

峰崎 岳夫（天文学教育研究センター 助教）

クエーサーとは銀河の中心の非常に狭い領域が明るく輝いている天体である。X線から紫外線・可視光、赤外線や電波まであらゆる波長で明るく輝き、放射エネルギーが太陽の明るさの 1 兆倍以上にも達する、全宇宙でもっとも明るい天体のひとつである。その中心部には太陽の 1 億倍以上の質量をもつ巨大なブラックホールが存在し、そこにガスが落下するのに伴って解放される重力エネルギーが莫大な放射の源となっていると考えられている。実は銀河のうち約 1－10％ではその中心部において、クエーサーほど極端でないにせよ特徴的な放射がみられることから、同じく巨大ブラックホールへのガス落下を起源とする現象が起きていると理解される。これらはまとめて活動銀河核とよばれる。

しかしクエーサーは見かけでは星と区

別がつかないため、それが遠方のきわめて明るい天体であると「発見」されたのはわずか 50 年ほど前のことで、宇宙膨張の発見よりも新しい。以来、莫大なエネルギーを放射する特異な天体として、また明るいがゆえ遠方の宇宙を探索する有力なツールとして注目された「新天体」の研究は急速に進展した。全波長的な観測や理論的な考察によって基本的な放射機構や内部構造が明らかになった。また精力的な探索によりこれまでに知られているのは約 14 万個、宇宙誕生からわずか 8 億年後の宇宙にもクエーサーが発見された。さらに最近では近傍の普通の銀河の中心部にも普遍的に巨大ブラックホールが存在すること明らかになり、さらにその質量と母銀河の星質量とが相関していることが発見された。このためクエーサーと銀河が互いに影響し合いなが

ら進化すると考えられるようになり、現代天文学における新しい重要課題となっている。

天文学教育研究センターではクエーサーに関連してさまざまな研究が行われている。クエーサーの明るさが時間変化するという性質を用いて、吉井讓教授、筆者のグループは放射機構・内部構造の解明とその応用について、土居守教授、諸隈智貴助教のグループは暗い活動銀河核の探索と巨大ブラックホールの成長について研究を進めている。川良公明准教授のグループはクエーサー放射の輝線から遠方・初期宇宙の銀河の、小林尚人准教授のグループはスペクトル中の吸収線からクエーサーを遮る銀河間ガスの、元素組成比と星形成史について研究を進めている。



「GPS」

加藤 照之（地震研究所 教授，地球惑星科学専攻 兼務）

GPS（Global Positioning System）は人工衛星を用いた位置決めの技術である。カーナビや携帯にも使われていてすでに日常不可欠の技術となっている。GPSは地上高約2万kmを周回する24個以上の衛星から構成され、衛星信号を受信機で受信して3次元位置と受信機時計の誤差を正確に推定する。衛星からの信号は電離層や大気を通過してくるので、地上の位置を決めるさいにはこれらの伝搬媒質による影響が雑音源となるが、地上の位置を決めてしまえば、電離層（電子総数）や大気（水蒸気量）の状態を推定することも可能となり、固体地球科学だけでなく、地球電磁気学や気象学など、応用範囲は広い。このため、地球科学においてもっとも基本的な観

測技術のひとつになりつつある。

GPSは1970年代より米国によって開発がすすめられた。当初は軍事的な応用が主体であったが、さまざまな民生用途が盛んになり、ロシアや欧州などでも類似のシステムが計画・整備されるようになって、今では軍民間問わず人間社会の基礎的なインフラになっている。

1980年代頃より、精度が数m程度の簡単な位置決めに加え、衛星信号の搬送波を処理することにより1cm級の高精度測位が可能となった。1990年代にはプレート運動や地殻変動が詳細にかつ高精度に明らかにされるようになり、固体地球科学に革命的な進歩をもたらすようになった。日本では、1995年の兵庫県南部地震を契機として全国GPS観測網

（GEONET）が整備され、今では1200点を超える固定連続観測点が日本列島全体に整備されて地殻変動の監視に役立てられている。

この観測網によって、世界に先駆けて沈み込むプレート境界がゆっくりすべる現象“スロースリップ”が発見された。東海地方直下では5年という長期にわたってスロースリップが観測されて注目を集めた。地震研究所の地殻変動研究グループでは、このようなスローイベントを精度よく追跡するための新しい解析手法を開発してきたほか、GPS受信機を海面に浮かべたブイに搭載し、津波を沿岸到達前に検知して津波防災に役立てるシステムやGPSを地震計として活用する研究を行っている。



「グリーンケミストリー」

宮村 浩之（化学専攻 特任助教）

グリーンケミストリーとは「環境に優しい合成化学」とも言われ、物質を設計し、合成し応用するときに有害物質をなるべく使わない、出さない化学を意味する。

化学は物質の性質を研究し理解し、新しい物質を作り出す学問であり、19世紀以来その発展により人類は多大な恩恵を受けてきた。中でも新しい物質を作り出す合成化学の役割は大きく、医薬品、合成繊維、プラスチック、食品添加物、農薬や肥料、殺虫剤、洗剤、液晶など、日常生活での必需品の多くは合成化学によって作られている。20世紀半ばまで、合成化学者はいかに製品を簡単に、大量に、安く作れるかを重視しており、それに伴う環境への影響を軽視しているところがあった。ところが環境破壊、生態系の攪乱、公害、資源やエネルギーの枯渇といった問題が1960～80年にかけ浮上し、一部の人々に「化学＝有害、危

険」と認識されるようになる。1990年代になり合成化学者の意識が環境に向けられ、1998年にアメリカの化学者であるポール・アナスタス（Paul T. Anastas）とジョン・ワーナー（John C. Warner）によって「グリーンケミストリーの12箇条」が提唱された。この12箇条は合成化学者が、「環境への優しさ」を主眼に置いて物質や反応を設計するに当たっての道標である。たとえば、廃棄物を出さない、エネルギーや資源の消費を極力抑え、触媒反応を使う、人体と環境に害のない原料、中間体、生成物にする、原料は再生可能な資源を用い、使用後に環境中で分解できる製品にする、などである。

近年の研究例として、バイオマスを原料とした合成、回収・再利用可能な触媒の開発、水やイオン性液体、フッ素溶媒中での反応開発、エネルギー効率や資源効率のよい天然物や医薬品の合成な

どが挙げられる。有機合成化学研究室（小林修教授）においてわれわれは、金とコバルトのナノ粒子を高分子に固定化した触媒を用い、天然から入手可能な物質であるアルコールとアミンから、ナイロンをはじめとする素材、生体物質、医薬品などに見いだされる重要な化学結合であるアミド結合を直接生成させる方法を開発した。従来法では、有害な酸化剤と縮合剤が必要で大量に廃棄物が生じ、中間体を多くの試剤やエネルギーを用いて単離精製する必要があった。いっぽう、本手法は中間体の精製の必要もなく、空気中の酸素のみを消費し水のみが副生成物であり、触媒は再利用が可能であるという、グリーンケミストリーの理念に合致した革新的な手法である。