

# 連載 理学のキーワード 第15回



## 「高温超伝導」

小形 正男 (物理学専攻 教授)

高温超伝導体とは高温で超伝導状態になる物質のことである。ただし高温といっても絶対温度で100 K程度(−170°C程度)のことである。高温超伝導体をこの温度以下に下げると電気抵抗が完全に0になる。

以前は超伝導というと10 K程度以下の現象だったので、超低温の実験でしか行うことができなかった。しかし1986年に突如高温超伝導体が発見され、液体窒素(−196°C)に試料をつければ超伝導になるので机の上でも超伝導状態をつくることできるようになった。物質は3から4種類の元素を含む酸化物であり、基本的な構造は $\text{CuO}_2$ という組成をもつ平面的な原子配置である。 $\text{CuO}_2$ 面以外の元素の組み合わせはほぼ無限に可能なので、いろいろな構造が試されている。その後、銅の代わりにRuやCoを含む酸化物も見出されたが、いずれも銅酸化物の転移温度には及ばない。つい最近銅の代わりに鉄を含んだ超伝導体が発見された。

見つかると、新たな高温超伝導体としてひじょうに話題を呼んでいる(P.14参照)。

そもそも金属状態は、物質中の電子がほぼ自由に動いているとして理解できる。その場合、不純物や格子振動などのために電気抵抗が生じる。これに対し、超伝導状態では電気抵抗が消失し、閉回路に流れる超伝導電流はいつまでも流れ続けることができる。また同時に、超伝導体の内部に磁場が侵入できないという特徴をもつ。超伝導状態への相転移は量子力学と結びついた特異なものであり通常の摂動論では理解できない。金属の温度を下げていくと、それまでバラバラに運動していた電子が、ある温度(超伝導転移温度)を境に急に全体として1つの集団の状態に陥る。これは電子の波動関数の位相が一斉に揃うためであると考えられている。このように電子の集団全体が1つのカタマリとなって運動するために、不純物などで1つの電子を散乱しようとしても全体の超伝導電流を止めること

ができないのである(実際の理論では、数学的にひじょうに美しいBCS理論としてまとめられている)。

高温超伝導体も基本的にはこのBCS理論で理解できると考えられているが、なぜ高い転移温度になるかは難問である。高温超伝導理解の難しさ、あるいはおもしろさは、絶縁体に少しだけ動けるキャリアを導入したときに高温超伝導が発現するという点である。このことは高温超伝導を真に解明するためには、電子同士の強いクーロン相互作用を的確に理論に組み込まなければならぬことを意味している。このような問題は固体物理学における昔からの難問であり、物理学専攻の青木研究室やわれわれの研究室では新たな理論の模索を続けている。また、実験的に絶縁体に導入されたキャリアの運動を明らかにし、高温超伝導の本質に迫るべく内田研究室や藤森研究室で世界的な成果が次々と上がっている。



## 「逆問題」

山本 昌宏 (数理科学研究科 准教授)

逆問題とは、ある現象に着目して観測データから、その原因や現象を支配しているパラメータなどを決定する問題を広く指す。原因やパラメータなどは直接的に決定することが不可能であり、利用できる間接的な観測データから推定することしかできないのが普通である。数多くの問題が逆問題としてとらえることができるが、典型的な問題としては、固有振動のデータから物質内部の弾性波の速度を決定する問題やコンピュータ断層撮影法(Computed Tomography)などをあげることができる。前者は、弾性体の方程式の係数を対応する作用素の固有値から決定する逆スペクトル問題の1つとして、後者はラドン変換とよばれる積分変換の

逆を求める問題である。

このように逆問題の背後には多様な数学が深く関連している。逆問題は特定の問題を指すというよりも、問題の立て方を特徴付けるものであり、逆問題的な研究の歴史はたいへん古い。エラトステネス(紀元前276-195年頃)は、離れた2つの都市での塔などの影を夏至の日の正午に測って、都市の間の距離を用いて地球の半径を推定したといわれている。これは数学的には相似形の性質を使ったものであるが、人々が必要に応じて色々な性質を用いて未知のものを決定してきたという逆問題の歴史の一端を表している。逆問題の研究の歴史は古いが、偏微分方程式論の発展とともにその数学的な研究が

深化してきた。指定された観測データが逆問題の解である未知量を一意的に決定するののかという一意性や、データの変動が解にどのような影響を与えるののかという条件付き安定性ならびに再構成が、数学的な見地からは主要な課題となる。楕円型方程式、放物型方程式や双曲型方程式などの偏微分方程式の空間変数に依存する係数を境界近くの解のデータで決定する逆問題において、それらの課題の研究が、カーレマン評価による方法やディリクレ・ノイマン(Dirichlet-to-Neumann)写像に基づいて発展している。

数理科学研究科でもそのような数学解析や数値解法の開発が山本昌宏准教授によるグループで進められている。



## 「生体鉱物」

小暮 敏博（地球惑星科学専攻 准教授）

「生体鉱物」とは、生物が関与して形成される固体無機物質に対してつけられる呼称である。鉱物とは、自然界で非生物的なプロセスにより形成される均質な固体無機物質として定義されるため、これからすれば生体鉱物は鉱物ではなく、ここでの「鉱物」という言葉は無機物質を意味すると考えた方がよい。

またここで“生物の関与”ということも、自然界ではさまざまな場合がある。たとえばバクテリアの代謝により、溶液のpHなどが変化して水酸化鉄などが析出したり、その細胞膜表面が触媒として機能し、そこに無機物質が沈着した場合など、これらの無機物質を生体鉱物とよぶことができる。いっぽう生物が、その生命活動を維持するために、積極的

に生体の器官またはその構成要素として無機物質を生成する場合がある。前者の場合、形成された生体鉱物は、無機的に形成された鉱物と構造的な区別がつきにくい。後者の場合生体鉱物は、器官としての機能を持たせるため、一般的な鉱物にはない構造や組織を有する場合が多い。この後者の例としてたとえば歯、骨、貝殻、耳石などを挙げることができる。

ここで歯や骨は酸アパタイトなどのリン酸カルシウム、貝殻や耳石は炭酸カルシウムの結晶で構成されている。これ以外にも酸化鉄や非晶質シリカなど、さまざまな物質の生体鉱物が報告されている。歯や骨については、医学的な見地から長い研究の歴史がある。いっぽうそのほかの生体鉱物に関する研究は、

物質科学的な視点からは最近緒についたという段階であり、またそれなりに研究の盛り上がりを見せている。それは生体鉱物が、化学や物質科学の分野における最近の流行である“自己組織化”プロセスの、自然界での手本として見なされるためであろう。

生体鉱物のこのような構造・組織的な特徴は、タンパク質や多糖など生体高分子の関与により発現していると考えられるが、詳細は明らかでなく、その解明のためには生化学や無機化学・物質科学などさまざまな分野を横断した学際的研究が望まれる。現在筆者らも、学内の農学部、工学部などの研究室と共同で、貝殻などに見られる複雑な組織の形成機構を解明しようと研究を進めている。



## 「不完全性定理」

角谷 良彦（情報理工学系研究科コンピュータ科学専攻 助教）

不完全性定理は、1930年頃にクルト・ゲーデル（Kurt Gödel）によって発表された定理であり、今日でもなお、この定理に魅せられて数学や哲学の道を歩む者は少なくない。数学とは公理から推論を積み重ねていくものであるというのが、近代数学の基本的な考え方であるが、そのような数学のあり方に大きく貢献したのがダフィット・ヒルベルト（David Hilbert）である。ヒルベルトはこの考えを押し進め、最終的に、数学を完全に公理化することや、数学が矛盾していないことを有限の立場から証明することを目指したが、不完全性定理の登場によってその夢は否定されることとなった。

第一不完全性定理の内容は、「数学を矛盾なくどのように形式化しても、

証明も反証もできない命題が存在する」というものである。言い換えれば、数学に必要なすべての公理を書き出すことは不可能であるということになる。この定理がわざわざ第一と冠されているからには、第二不完全性定理なるものも存在する。第二不完全性定理は、「どのような形式的体系も、その体系自身が矛盾していないことを証明できない」というものである。こちらは、ある形式的体系が矛盾していないことを示すには、メタ論理として、その体系よりも強力な体系が必要であるということの意味している。

ところで、第一不完全性定理のいう命題とは、自分自身が証明不可能であることを意味するような命題のことである。これは、「この文は正しくない」という嘘つきのパラドックスに出てくる文と

ひじょうによく似た構造をしている。自己言及はしばしばパラドックスを引き起こす反面、不完全性定理で利用されているように興味深い性質を示すことも多い。情報科学は、自己言及を避けることなく、積極的に活用している分野のひとつである。

情報科学の研究対象であるプログラミング言語の多くは、再帰的プログラムとよばれる自己を参照するプログラムを構文的に許している。勿論、プログラミング言語が実装されている以上、再帰的プログラムも挙動は定まっているのだが、その抽象的意味は自明ではない。著者の所属する理学部情報科学科および、情報理工学系研究科コンピュータ科学専攻では、再帰も含めて計算というものの本質をとらえ抽象化する研究を行っている。



## 「水メーザー」

河野 孝太郎 (天文学教育研究センター 准教授)

誘導放射により増幅されたコヒーレントな光をレーザーとよぶ。メーザーとはその電波版である (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation)。

宇宙の星間空間には多種多様な分子が存在するが、一酸化珪素や水酸基、メタノールなどの分子は、ある種の星の周辺で、反転分布 (エネルギーの高い準位に、より多くの粒子が滞在する状態。ボルツマン分布との違いに注目) を実現し、「天然のメーザー発生源」となる。水分子もメーザーを放射するが (これが水メーザー)、星の周辺のみならず活動的な銀河の中心核付近でも検出され、かつ、きわめて強力なため (1本の輝線で太陽光度の数100倍に相当するエネルギーを担うこともある)、

水メーザーの高空間分解能観測を通して超巨大ブラックホールの存在を暴き出し、その質量を精密に計測することが可能となる。

その先駆けとなる歴史的な発見は、半ば偶然の産物であった。活動的銀河 Mシエ 106 の中心核方向で、銀河の後退速度とはかけ離れた異常な速度成分の水メーザーが、野辺山宇宙電波観測所 45 m 電波望遠鏡の誇る超広帯域分光計の中に検出されていたのである。その後の詳細観測から、この水メーザーは、銀河核からわずか 0.1 パーセクという位置にあり、速度 900 km/s という超高速で回転する分子ガス円盤からの放射であると判明した。その内側に閉じ込められた物質の質量は、単純な力学法則でただちに太陽質量の 3600

万倍とわかる。問題はその正体だが、密度を勘定すると 1 立方パーセクあたり  $5 \times 10^9$  太陽質量にもおよび、星の集団では到底説明できない。これこそ活動銀河核における超巨大ブラックホールの存在を示すもっとも確度の高い観測的証拠である。

水メーザーは、その名の由来通りマイクロ波 (22 GHz 帯) の放射がよく知られているが、より波長の短いサブミリ波帯にもある。この波長帯では、近い将来、次世代の観測装置「ALMA」での観測が可能となり、新展開が期待される。本研究科附属天文学教育研究センターでも、南米アタカマ砂漠の高地に設置したサブミリ波望遠鏡「ASTE」を使いサブミリ波 (320 GHz 帯) 水メーザーの観測に着手している。



## 「サイクリックボルタンメトリー」

久米 晶子 (化学専攻 助教)

電池などの化学エネルギーを電気エネルギーに変えるシステムだけではなく、光合成や生体内での ATP 合成など自然界のエネルギー変換も、電子移動反応が基本となっている。このような系では、飛び石のように分子のパーツが配置され、エネルギーの勾配、ダイナミクスなどがうまくアレンジされることで、電子はあらかじめ決められた経路を効率よく通っていく。こうした電子移動にかかわる「ポテンシャル」「ダイナミクス」「空間配置」を追跡するのに、対象とする分子と電極との間の電子移動を電流として直接観測するのがサイクリックボルタンメトリー (CV) に代表される電気化学測定である。

2つの電極をもつ反応器に、電圧をかけて水を酸素と水素に分解したり、

金属イオン溶液から、金属が析出するめっきなどは多くの人が中学・高校で実験したことがあるだろう。基本的にはこの反応システムで、それぞれの分子特有の電子移動についてかなりの情報が得られるのである。また、低分子やイオンの挙動だけではなく、ポリマー、ナノ粒子、酸化還元酵素なども、それぞれの構造に特徴的な応答を示す。

CVでは、対象分子を含む電解質溶液中で、電極電位をくりかえしスキャンする。分子と電極とでやりとりされる電子の量が、それに必要なエネルギーに対応する電極電位で、酸化と還元電流ピークの対として観測され、電子移動の起こりやすさがわかる。

さらに、電位スキャンは時間情報を含むため、スキャン (掃引) スピードを

速くしたり、電流波形を解析すればサブマイクロ秒までの電子のやり取りの過程を追跡できる。これらは電子移動に伴う分子構造変化や、分子に注入される電子の経路の手がかりとなる。

また、電極上には、表面修飾法によって分子を空間的に固定でき、とくにデバイスを模して分子を配列する技術が注目を集めている。電気化学測定はこうした配列分子の電子移動特性を、組み立てた回路のスイッチを入れるように直接観測できるのである。

化学専攻無機化学研究室では、さまざまな分子の基本構造 (パーツ) を直線、枝分かれなど化学的に順次配置し、構造体中で電子移動の経路や効率について、電気化学測定を駆使して評価している。