

連載 理学のキーワード 第14回



「フォン・ノイマン環」

河東 泰之（数理科学研究科 教授）

フォン・ノイマン (J. von Neumann) の名前を聞いたことがない人はいないであろう。コンピュータのフォン・ノイマン・アーキテクチャーや、ゲーム理論の創始、著書「量子力学の数学的基礎」、原爆開発への参加など、きわめて多方面で活躍した20世紀最高の科学者の一人である。純粋に数学的な方面においても多数の偉大な業績があるが、その中の主要なひとつが、彼の名前を冠するフォン・ノイマン環の理論である。

フォン・ノイマン環とは作用素環とよばれるものの一種で、だいたいのところは、足し算や掛け算のできるような作用素の集合である。作用素は物理学では演算子と訳されており、無限次元行列と言ってもよい。物理量は数ではなく、作用素で表されるとい

うのが量子力学の教えるところである。数と同じように、作用素も足したり掛けたりすることができる。このとき、行列で知っているように $AB=BA$ とは限らないということが重要なポイントになる。

フォン・ノイマンは、純粋に数学的な理由と、量子力学からの要請の両方に基づき、この理論を創始した。量子力学、さらには量子場の理論への応用は当初は急速には進展しなかったが、長い年月をかけた進歩があり、とくに近年、量子場の理論のひとつである共形場理論のもとらす多くの数学的問題の研究に関連して、めざましい成果が得られている。共形場理論はきわめて多くの分野の数学と関係しているため、数学的な立場からも重要であるが、

私自身もこの分野の数学的研究を行っている。

いっぽう、純粋に数学的側面からは、群、およびそのエルゴード作用からフォン・ノイマン環を構成する、フォン・ノイマン自身による方法が重要である。このようにして得られるフォン・ノイマン環を互いに区別するための分類理論はきわめて困難であり、長い間、進展が少なかった。現在は非可換幾何で有名な A. コンヌ (Alain Connes) のフィールズ賞の対象となった業績は、この種の分類理論であるが、最近、S. ポパ (Sorin Popa) の革命的な一連の業績により、さらに進展がもたらされた。本研究科の小沢登高准教授はこの進展の中心的研究者の一人であり、これからの発展が一段と期待されている。



「走性」

飯野 雄一（生物化学専攻 教授）

走る性質である。さて、何に向かって走るのだろうか。答えは光、化学物質（匂いなど）、温度、磁気、湿度などさまざまである。つまり、外界の刺激にตอบสนองして移動する生命現象を指す。光に向かって移動するのであれば走光性（そうこうせい）あるいは光走性（ひかりそうせい）、化学物質なら走化性（化学走性）、以下、走温性（温度走性）、走磁性（磁気走性）などよばれる。さらに、たとえば光の例では、明るい方が好きとは限らず、暗い方に向かうこともある。明るい方に向かうのであれば正の走光性、暗い方に向かえば負の走光性である。

では何が走るのか。ご想像の通り、動物の定位行動によく見られる現象であるが、実は動物以外にも単細胞生物のべん毛虫や細菌、細胞性粘菌、さらには

体内のリンパ球などの細胞も、刺激に応じた移動を行い、どれも「走性」とよばれる。こうしてみると移動の方法はさまざまである。動物は足やヒレなどそれぞれ特有の器官を動かすし、べん毛虫や細菌の一部、動物の精子の多くはべん毛を動かし、リンパ球などはアメーバ運動で移動する。刺激の受容方法も当然かわってくる。そして、動物の走性は神経系の働きにより達成されているだろうし、細胞では細胞膜や細胞骨格系の働きが大事である。

刺激に対して近寄っていく（あるいは遠ざかる）ことがどのような動きによって達成されているかをみると、実はいろいろな方法があり、いくつか分類されている。たとえば、オルソキネシスとよばれる方法では、動物が刺激の強さにより移動する速度を変える。たとえば

走湿性の場合、湿度が高いほどゆっくり進むと、個体密度は刺激湿度が高いところほど高くなる。クリノキネシスでは刺激が減少すると方向転換の頻度が上昇する。ただし方向転換の角度はランダムであってよい。大腸菌などの細菌の走化性はこの原理である。そしてもちろん、刺激が来る方向を感知してそちらに向かって進む機構（タクシス）をもつものもある。光などでは受容器（目など）の構造により刺激が来る方向がすぐわかるが（トロポタクシス）、匂いなどは方向性がないので、移動しながら方向を探る動作が必要になる（クリノタクシス）。

理学系研究科ではこのような多彩な生命機能の発現として、線虫の走化性、べん毛虫の走光性、精子や細胞性粘菌の走化性などの分子機構、生理機構の研究が進められている。



「宇宙の元素合成」

久保野 茂 (附属原子核科学研究センター 教授)

生命体を含む地球・太陽系は、約 100 種類の元素からできていて、そのすべてが宇宙の進化に伴い生成されてきたと考えられている。元素合成の歴史は宇宙の進化に深く関わり、元素の分布は宇宙の進化の痕跡を明瞭に残しているので、元素を手掛かりとして宇宙現象や進化を研究することが宇宙研究の重要な分野となっている。宇宙では日常茶飯事、原子核同士が相互作用し、つまり原子核反応することにより、新しい元素が生成されている。わたしたちの太陽がまさにそうである。また、原子核反応により、莫大なエネルギーが生成され、星、宇宙の進化を進めている。しかし、元素の生成過程(原子核反応)そのものの多くがいまだ実験室で研究されていない。

ビッグバン直後の原始宇宙では、

せいぜい水素、ヘリウム、わずかのリチウムといったひじょうに軽い元素のみが作られたものと考えられている。その後、星の進化に伴い、ビスマスまでの多様な元素が作られた。

いっぽう、私たちの地球には、さらに重いウランやトリウム(水素の約 230 倍)といった元素が存在する。これらの重い元素を含む多くの元素は、超新星などの爆発的過程で作られたと考えられている。しかし、超新星の理論と同時にそのもととなる元素合成の素過程もよくわかっていない。これらの元素は、極端に高温・高密度条件下において、寿命のひじょうに短い原子核の連鎖反応によって作られたと考えられる。関連する不安定核の核反応についての本格的な実験研究はこれまでなく、理化学研究所が世界に先駆けて最近完成

した RI ビームファクトリではじめて可能となる。実験から得られる新しい核データを取り込んだ超新星理論と元素の観測との比較から超新星のメカニズム解明が格段に進むものと期待されている。

天文学の観測も従来の元素から同位元素(=核種)の観測へと展開しつつある。つまり、宇宙現象にかかわる原子核反応を特定することを可能としている。また、ウラン、トリウムのなどの長寿命核種の生成過程の研究とその太陽系での存在量から、宇宙年代を研究することが可能である。原子核という極微の世界の性質が宇宙現象や進化に密接にかかわっていて、宇宙の研究において天文学と原子核物理が急接近しつつある。本研究科でも、原子核科学研究センターや天文学専攻で、活発な研究が行われている。



「プログラム検証」

前田 俊行 (情報理工学系研究科コンピュータ科学専攻 助教)

プログラム検証とは、プログラムが何らかの性質を満たすことを証明することである。

近年、コンピュータは社会基盤として広く普及しており、その上で動作するプログラムに問題が生じると、たとえば自動改札機が開かなくなったり、株の売買が停止したり、ロケットが爆発したり、書きかけの論文が跡形もなく消えてしまったりと、われわれの生活に深刻な影響を及ぼす。

このようなプログラムの問題に対する従来の対策は、プログラムのテストを行ってプログラムに問題がないかを確認することである。しかしテストは、プログラムの問題を発見できる可能性はあるものの、プログラムに問題がないことの証明はできないため、プログラム検証を扱う者から見れば、ゲタを飛ばして占うのに近いところがある。

これに対しプログラム検証では、数理論理学的手法に基づいてプログラムの性質を証明するため、たとえば「A という問題が生じないこと」という性質を検証すれば、A という問題が絶対に生じないことを保証できる(もちろん、ハードウェアが正常に動作していることなど前提条件はあるが)。

プログラム検証を行う手法は二種類ある。ひとつは手動で行う方法、もうひとつは自動で行う方法である。

手動で検証を行う方法では、プログラムが何らかの性質を満たすことを人間が証明する。もちろん、プログラムに「私が証明しました」という顔写真付きのシールを貼っただけでは誰も信用しないので、定理証明支援系プログラムなど、証明の正しさを検証できるプログラムに入力として与えられる形式で証明を行うのが一般的である。

自動で検証を行う方法では、ある特定の性質に関して、もしくは入力として与えられた性質に関して、検証を行うプログラムを用いて証明する。たとえば Java や OCaml のような静的に強く型付けされたプログラミング言語では、不正なメモリ操作をしないという性質などを、型理論にもとづいた型検査プログラムが自動的に証明する。また、ソフトウェアモデル検査手法では、プログラムが取り得る状態を網羅的に探索し、与えられた性質が満たされていることを自動的に証明する。

なお、自動的に証明できない性質が少なからずあることは 70 年以上前にすでに証明されているが、自動的に証明できる性質にはどんなものがあるのか、さらにその内に実用的な性質がどれだけあるのか、検証にどれだけの計算量が必要となるのかなど、理論的・実践的・商業的側面から盛んに研究が行われ続けている。



「磁性流体」

武田 啓司 (化学専攻 特任助教)

磁性流体というと、墨汁のような黒い液体が、磁石を近づけると、引き寄せられたり、スパイク状の突起をもつ奇妙な形状に変化するというデモンストレーションが紹介される。この液体の正体は、直径 10 nm 程のマグネタイト (Fe_3O_4) などの磁性微粒子を厚さ 2~3 nm の界面活性剤でコーティングし、油や水などの媒質に分散させたコロイド溶液である。この流体では、磁場や遠心力がかかっても、粒子が凝集したり、媒質から分離したりすることなく、均一に分散している。まず、凝集の要因となる磁氣的引力(磁気双極子相互作用)や電氣的引力(ファン・デル・ワールス力)は、粒子の微小さゆえに極度に接近しない限りひじょうに小さい。そして表面の界面活性剤層の影響で、粒子同士はある距離以上接近できないために、凝集は起こらない。

また、分離の原因となるのは粒子や媒質に働く重力である。これについても、粒子の終端速度(粒子が媒質中を沈降・浮上するときに重力と流体抵抗が釣り合って等速運動になるときの速度)が粒子の微小化に伴って小さくなるために、これにもとづく運動エネルギーは媒質の熱運動(ブラウン運動)に完全にかき消されてしまう。その結果、粒子は沈降も浮上もせず媒質内を漂う。

さて、磁性流体の磁性であるが、前記のとおり粒子間に磁氣的相互作用がないために、個々の粒子の磁場応答を反映する。磁石(強磁性体)として馴染みのマグネタイトも 10 nm まで小さくすると、もはや磁石でなくなり、超常磁性を示すようになる。超常磁性とは、磁場をかけると粒子の磁化が磁場方向に揃うが、零磁場では熱擾乱

により磁化が粒子内で固定されずランダムに回転するために、集団平均の磁化がゼロになる性質である。他にも、磁場中では磁化を磁場方向に揃えようと粒子自体が回転するのに対して、零磁場ではブラウン運動でランダム回転して、平均磁化をゼロにする寄与がある。以上のような、粒子磁化の超常磁性と粒子の回転運動によって、磁性流体は、磁石を近づけると、すなわち磁場をかけると、磁化が生じて磁石に引き寄せられるが、磁石を遠ざけると磁化が消滅して元の単なる液体に戻る。この磁場への応答性と液体特有の機密性、流動性を利用して、回転軸のシール、スピーカーのボイスコイルのダンピング兼放熱剤、また医療分野ではがん診断の造影剤などにすでに応用されている。



「粉体」

佐野 雅己 (物理学専攻 教授)

砂粒から宇宙空間を漂う塵まで、離散的な粒子の集団を粉体とよぶ。砂粒をすくい上げるとさらさらと流れ落ちる。このように粒子間の付着力がほとんどなく、熱による運動が無視できる程度に大きい粒子が粉体の定義である。食品、製薬、土木、鉱業、冶金、材料科学など多くの分野で粉体の挙動と操作方法を理解することは重要である。

粉体は、押し固めれば固体のように形を保つことができるが、地震による液状化のように流れたり、なだれを起こすなど、流体のように振舞うこともある。粉体は、粒子の空間密度や外部からのエネルギーの注入条件によって、固体や液体、気体のように振舞う性質もっている。いっぽう、通常の固体や液体とは異なった振る舞いをするのも粉体の特徴である。大きさが異なる

2種類の粒子を混ぜて容器に入れ、振ったり回転させたり、混ぜようとすればするほど2種類の粒子が分離してくる現象がある。たとえば、グラニュー糖と砂粒をまぜて斜面を流すと2種類の粒子は筋状に分かれて縞模様を形成する。このように粒子の大きさや密度、摩擦係数の違いなど様々の原因で、混ぜようとしてもひとりでに分かれることが知られている。とくに、大きさの異なる2種の粒子を混ぜて振ると、大きな粒子が上に集まる現象はブラジルナッツ効果とよばれている。これらの自発的な分離現象は、粒子を大きさや密度で分離するのに利用されることもある。

粉体のパターン形成も顕著な現象であり、山地の形成や浸食、砂丘や風紋の形成、惑星や月表面でのクレータ形成などの例をあげるまでもなく、地形を理解する上

でも重要な課題となっている。たとえば、粉体を容器に入れて上下に振動させると粉体の表面では液体を振動させた場合のようにさざなみが立ち、正方格子や六角格子のような表面波が生じる。また、粒子の層が厚くなると振動により、対流のような循環運動が生じ、斜面がひとりでに形成される。この現象は、マイケル・ファラデイによって発見された。

このような粉体の不思議な振る舞いは、粒子間の非弾性衝突や摩擦のため、エネルギーが保存しないという性質に起因している。これらの効果を考慮した離散粒子系の数値計算は、実験結果をよく再現するが、実験の予測に耐える粉体の物理理論はいまだ完成していない。ここ約20年の間、粉体は統計力学のホットなトピックとなっている。