

光子数の量子非破壊測定に関する研究

井元信之

①

光子数の量子非破壊測定に関する研究

井元信之

目次

第1章	序論	1
1.1節	本研究の位置づけ	1
1.2節	関連分野の研究状況	6
1.3節	本研究の目的と概要	18
第2章	量子非破壊測定 (QND 測定) の一般論	23
2.1節	序	23
2.2節	QND 測定の定義	24
2.3節	QND 変数の条件	25
2.3.1	自由粒子の例	25
2.3.2	QND 変数の一般条件	26
2.3.3	光 (振動電磁場) における QND 変数	28
2.4節	QND 相互作用の条件	29
2.5節	まとめ	32
第3章	光カー効果を用いた光子数の QND 測定の理論	33
3.1節	序	33
3.2節	光カー効果を用いた光子数の QND 測定系	34
3.3節	光ビームの伝搬と量子雑音について	36
3.4節	QND 測定の証明	42
3.4.1	光カー効果の量子力学的ハミルトニアン	42
3.4.2	QND 条件	43

3.5節	測定誤差の解析	44
3.5.1	非線形光学干渉計の解析	44
3.5.2	光源強度に制限がある場合	49
3.5.3	理想的ホモダイン検波の場合	53
3.5.4	ディテクターの量子効率の影響	53
3.6節	数値的検討	55
3.6.1	光子数の測定	55
3.6.2	光子数雑音の測定	56
3.7節	自己位相変調効果の除去	57
3.8節	QND測定と観測問題	60
3.9節	まとめ	64
第4章	損失を伴う光子数のQND測定の理論	66
4.1節	序	66
4.2節	損失を伴う光子数のQND測定の一般論	67
4.2.1	損失を伴う光子数のQND測定のクライテリオン	67
4.2.2	クライテリオンの別解釈	70
4.3節	損失を持つ光カー媒質のQND測定誤差	74
4.3.1	損失が一点に集中する場合の測定誤差	74
4.3.2	損失が媒質中に分布する場合の測定誤差	77
4.4節	光カー媒質のQND測定条件	79
4.4.1	損失の上限值	79
4.4.2	損失性光カー媒質に要求される条件	80
4.4.3	非線形光学材料の性能指数	86
4.4.4	非線形吸収係数の影響	87
4.5節	光子数のQND測定の実験的な基準	89
4.6節	まとめ	91
第5章	QND測定系の実験的検討	94
5.1節	序	94

5.2節	光カー効果の相互位相変調効果の確認	95
5.2.1	光ファイバーマッハツェンダー干渉計	95
5.2.2	干渉計の不安定性	98
5.2.3	相互位相変調効果の観測	103
5.3節	リング型干渉計による系の安定化	103
5.3.1	動作点の安定化	103
5.3.2	ファイバーの光カー定数とその偏光特性	111
5.3.3	干渉計のS/N比	112
5.4節	導波性音響ブリルアン散乱	116
5.4.1	偏光特性による二種類のモード	116
5.4.2	パルス光のブリルアン散乱	117
5.5節	まとめ	122
第6章	空間的に発展する光ビームの量子力学的取扱い	124
6.1節	序	124
6.2節	問題意識	126
6.3節	従来の方法	133
6.4節	基礎理論	135
6.4.1	空間発展生成演算子	137
6.4.2	雑音パワースペクトルの表式	141
6.5節	相互作用の例	142
6.5.1	方向性結合器	142
6.5.2	パラメトリック増幅	143
6.5.3	吸収と増幅	146
6.5.4	周期構造	149
6.6節	光カー効果を用いた光ビーム強度のQND測定の記事	154
6.6.1	光カー効果の相互位相変調効果	154
6.6.2	QND測定系	158
6.7節	まとめ	161

第7章	結論	165
	謝辞	171
	本研究に関する発表論文等	173
	参考文献	181

第1章

序論

1.1 節 本研究の位置づけ

近年、量子光学における研究のひとつの傾向として、光の量子状態の制御や検出に関する研究が盛んになってきている。キーワードを拾ってみると、光のスライジング、光子数の sub-Poisson 分布、光子のアンチバンチング、量子非破壊測定などがある。このうちはじめの三つは新しい光の量子状態の発生の研究である。すなわち、振幅と位相が確定した古典的光に最も近く、基本的な量子状態と考えられていた「コヒーレント状態」に対して、それとは異なる光子数と位相の不確定関係を有する光の状態が存在することが分かってきた。この新しい光の状態としては「スクイズド状態」や「光子数状態」などがある。これらはコヒーレント状態の持たないいろいろな性質を持つ。たとえば光のスライジング(ショット雑音以下への雑音低減)、光子数の sub-Poisson 分布、光子のアンチバンチングである。また、前出のキーワードのうち最後の量子非破壊測定 (Quantum nondemolition measurement : QND measurement ; 以下本論文では QND 測定と呼ぶ) は初め重力波検出用振動子の極限的測定のために提案された。しかし QND 測定は重力波検出にとどまらず一般的な重要概念であるため、QND 測定そのものが研究の対象となってきた。QND 測定が熱雑音によって覆い隠されないためには、量子力学的不確定さが熱雑音によって打ち消されないような状況が要求される。重力波検出用の機械的振動子は、極低温でない限り熱雑音が大きい。光は室温でも熱雑音ははるかに小さい。このため光で QND 測定を行なおうという研究がなされるよ

うになって来た。スクイズド状態も本来は光に限らず一般に電磁波、さらに一般のボゾン系で成り立つ話であるが、熱雑音が量子雑音よりはるかに小さいという要請から、光の分野で研究が進められている。

これらの量子光学の新しい分野の成長にともない、IQEC(国際量子エレクトロニクス会議)では1984年からスクイズド状態のセッションを設けている。1986年にはそのセッション数は二つになり、以後論文数は増加の一途をたどっている。またJOSA(アメリカ光学会の論文誌)では1987年10月号でスクイズド状態の特集に1冊を費やしている。この分野の特徴として、携わっている研究者の分野が多岐にわたっていることが挙げられる。たとえば光子統計、分光学、非線形光学、レーザー物理、光エレクトロニクス、光通信、電気工学、情報理論、量子通信理論、量子力学理論、重力波検出など、きわめて多様な分野にまたがっている。これは近年の科学の一般の傾向であるが、量子光学においてもその進展が単に狭い分野にとどまらず、他の分野との結びつきが非常に強いことを示している。

歴史的には光子の概念の明確化(第2量子化あるいは電磁場の量子化)[1][2]と量子電磁力学[3][4][5]の完成を見、量子光学の理論の基本は早い段階に完成したと言ってもよい。実験的には電磁場の量子化を真に必要なとする現象として原子の自然放出や水素原子のラムシフト[6]などがあるが、これらもすでに確立された話である。また光子相関に関するHanbury BrownとTwissの有名な実験[7]をはじめ、光子のアンチ・バンチング[8]など、すでに1960～1970代に興味深い実験が行われている。

それにもかかわらず、近年量子光学の研究が再び活発になって来たのは、一つには前述のように他の分野との相互作用による有機的進展が見られるからである。また技術的にもキーとなる非線形光学の材料や実験技術が進展してきたことも一つの要因である。これにより、量子力学の正しさを受け身的に確認するのではなく積極的に制御するための技術的基盤が固まって来つつある。またこれらの分野は、理論的にも量子力学のより深い理解を促すものである。ショット雑音限界の克服とかある物理量に影響を与えずに測定する(QND測定)などの一見直観に反するような概念が、実は量子力学の掃蕩の一つであることが分かってきたということは、理論上の理解の進歩であるといえる。これらの分野は量子力学そのものを書き換えるものではないが、自然界には無かった新しい光の状態や測定法を実現するという意味で、またそのために必要

な「光と物質の相互作用」は何かを解明するという意味で興味深い分野であるといえよう。

また、工学系の研究者がこの分野に取り組んでいることも目立つ。これは上記の現象がテクノロジーからかけ離れた場面にあるのではなく、いずれ技術上の課題になるという意識があるからである。例えば、光通信ではショット雑音と呼ばれる量子力学的雑音が通信の最終的な能力を決めるが、さらに通信の性能を上げるためには、Heisenbergの不確定性原理に抵触せずに量子雑音の影響を制御する必要がある。それを可能にするのがスクイズド状態やQND測定の研究である。

量子効果が明確に見えるためには、量子雑音が熱雑音によってマスクされないことが要求される。図 1.1に熱雑音と量子雑音のエネルギーを比較した。これは電磁波の一自由度(一つのモード)が持つ熱エネルギーと真空場のエネルギーを周波数の関数として示したものである。周波数約 4.3 THz(テラヘルツ)以下のラジオ波やミリ波では室温での熱雑音が大きい、周波数の高い赤外、可視光では量子雑音に比べ熱雑音は無視できる。このことは、スクイズングやQND測定などの量子効果は電波領域では熱雑音により覆い隠されるが、光領域では隠されないことを示している。室温で熱雑音が無視できるボゾン系で、歴史的にも実験の伝統があるもの、ということで、光の分野でスクイズングやQND測定が研究されるようになってきた。¹

光のQND測定の研究は1980年頃に始まる。[9][10]しかし、当時の議論はQND測定を可能とするハミルトニアン²の形は何かというものであったため、具体的なQND測定系の提案されたわけではなかった。著者らは1985年に光カー効果を用いる具体的なQND測定系を提案した。[11]また、光カー媒質として光ファイバーを用いた系で実験的検討も始めた。[12]これをうけ1986年IBMでも光ファイバーを用いた実験が進み、量子相関を観測するところまで進んだが[13]、媒質の損失が大きいためQND測定と見なせる実験ではない。実際の光カー媒質には必ず光損失があるので、QND測定としてどの程度の損失が許されるかが問題となる。

ところがそれまでのQND測定理論では損失のない場合しか扱われてこなかったので、損失がある場合のQND測定の理論を確立する必要があった。1988年著者らは

¹ここで言う熱雑音とは測定器系の熱雑音(たとえば電気回路の熱雑音)ではなく、被測定系の振動モードに分配される熱雑音を意味する。

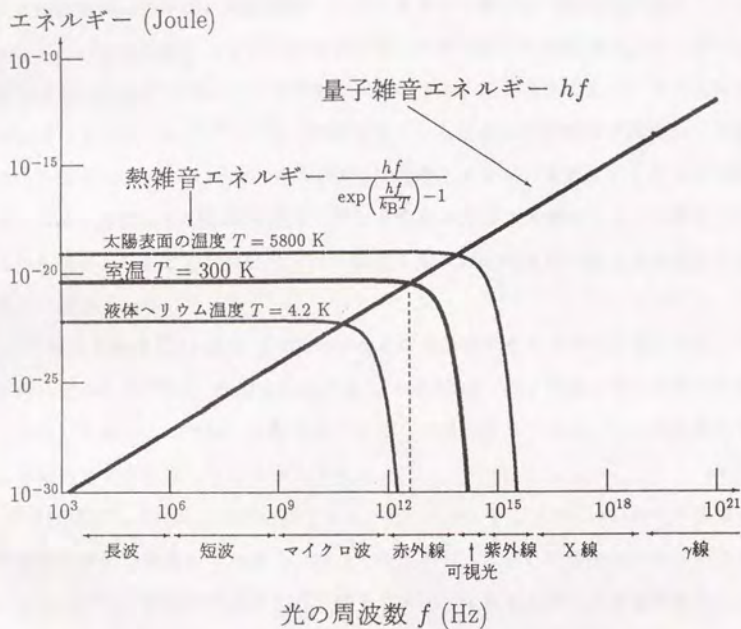


図 1.1: 電磁波の熱雑音と量子雑音の比較。横軸は電磁波の周波数 ν 、縦軸は電磁波の一自由度(一つのモード)が持つ熱エネルギー($=k_B T$)または真空場のエネルギー($=h\nu$)である。ただし k_B はボルツマン定数、 T は温度、 h はプランク定数である。周波数約 4.3 THz 以下のラジオ波やミリ波では室温での熱雑音が大いだが、周波数の高い赤外、可視光では量子雑音に比べ熱雑音は無視できる。

損失のある光カー媒質を用いた QND 測定 の理論を提唱した。[14] この結果、損失のある QND 測定 の条件を求め、かつ現実の光カー媒質がその条件を満足することが分かった。

また実験的検討として著者らは光ファイバーを含む干渉計を構成した。そこでは上記の理論的結論とは別に、現実問題としてさまざまな解決すべき課題があることが分かってきた。おもな問題点は干渉計の安定化、光検出器の飽和の問題、光ファイバーの導波性 Brillouin 散乱雑音の三つである。このうち干渉計の安定化は、リング型干渉計の開発により解決に向けて大きく前進した。また光検出器の飽和の問題は、干渉計の構成の工夫により避けることが理論的には可能であるが、依然として大きな問題である。最後の導波性 Brillouin 散乱は干渉計の雑音の周波数特性をショット雑音限界にするのを阻む。そしてこれはファイバー構造を変えない限り避けることはできないと実験的に結論される。

本研究は上記の QND 測定 の分野における著者の研究をまとめたものである。従って主題は光の QND 測定 の理論と実験である。しかしさらに、非線形光学実験系に量子力学を適用するとき一般的な問題点がある。この点についての一つの考察を行なった。本研究ではこれについても言及する。

その問題点とは次のようなものである。光のスクイジングや QND 測定 の理論的検討と実験的検討を対比してみると、そこに概念上の、あるいは描像の不統一が見られることに気づく。理論では光子数の「量子力学的不確定さ」という言葉を使う。これに対し実験では「量子力学的雑音」を観測する。前者は統計的アンサンブルに関する概念であるが、後者は時間的信号の概念である。不確定性と雑音の関係は何かということが疑問として生ずる。また、通常の量子力学の理論では、ある体積中での光の状態、あるいは不確定量の「時間的変化」を解析する。しかし実験では状態の時間的変化を観測するのではなく、ファイバーを伝搬する光の状態の「伝搬方向への空間的変化」が観測される。このような理論と実験の概念上のギャップは、基本的に通常の量子力学が「時間的発展」の方程式で書かれているのに対し、光の実験では多くの場合媒質中での光ビームの空間的発展を問題にすることに起因している。このギャップを埋めるためには理論の方から実験を適切に記述すべく歩み寄る必要がある。本研究では光の量子化法を根本から検討しなおし、この問題に対する一つの回答として、状態の空

間発展を記述する量子力学の手法を提案する。この手法のいくつかの応用例や新しく生じた概念上の話題についても触れる。また、提案した QND 測定系をこの手法で解析し、厳密かつ描像の明確な記述を行った。

以上、本研究の位置付けをまとめると、本研究は最近盛んになってきた光のスライジングの研究に近いところに位置する量子光学の中の一研究である。スライジングを新しい光の状態の発生の研究とすれば、本研究は新しい測定法の研究である。本研究の意義は、これまで提唱されていなかった光の QND 測定 of 具体的な系を提案したこと、損失を考慮した QND 測定の理論を展開したこと、実験的な問題点を洗い出したこと、および理論と実験のギャップを埋める新しい量子化法を提案したこと of 4 つである。光のスライジングの研究より若干進展が遅れている QND 測定の研究分野において、おもに理論上の完成度を高めるのに貢献し、実験的には問題がどこにあるかという一歩を踏み出したものである。

1.2 節 関連分野の研究状況

QND 測定とスライジングの研究は現在は近いところに位置しているが、出発点は異なる。ここで QND 測定の研究状況をレビューする前に、スライジングを含む量子光学の一般的状況をレビューすることも無駄ではないと思われる。

光のスライジングは Glauber のコヒーレント状態 [15] に対する一つの拡張である。コヒーレント状態とは「振幅と位相の確定した古典的光に最も近い量子状態」である。コヒーレント状態の光を直接検波、ホモダイン検波、あるいはヘテロダイン検波した場合、その光検波電流はショット雑音限界にある。コヒーレント状態の理論とともに、1967 年に Mollow と Glauber はより詳しい理論を展開した。この中ではすでにコヒーレント状態を一般化した状態の一つとして、今日の言葉でいえばスライズド状態とその性質について触れられている。[16][17] それと前後して 1965 年には高橋秀俊が、[18] 1970 年には Stoler が [19][20] それぞれ別の視点からスライズド状態が存在することを理論的に示した。高橋はパラメトリック増幅の量子雑音の理論的検討という物理からのアプローチ、Stoler はコヒーレント状態からある種のユニタリー変換で生成される状態の属という数学的アプローチをとった。ただし当時はスライズド状態な

る述語は使われていなかった。また、彼らの研究は単発で終わるかに見えた。スクイズド状態の研究が本格的に一分野となる端緒となったのは、1976年に Yuen が詳しい理論およびスクイズド状態発生に必要なハミルトニアンを具体的に検討した論文を発表してからである。[21] 彼もまだスクイズド状態という述語は用いておらず、TCS 状態 (Two photon coherent state) と呼んでいた。Yuen はもともと通信理論の研究者であるが、Shannon の古典的通信路 [22] でなく量子状態を用いた通信路で相互情報量 (チャンネル容量: 送信し得る最大の情報量) の理論的研究をしていた。その結果 TCS 状態を用いることによりチャンネル容量が飛躍的に増大できることを見いだした。高橋秀俊も同様な理論を展開しており、特にパラメトリック増幅器を解析していた。

その後スクイズド状態の実験的発生を目指した理論が Walls らのグループを中心に出来るようになり [23]、スクイズド状態という述語が定着してきた。1980 年頃からは QND 測定 of 分野と合流し、研究者もオーバーラップするようになった。1985 年にはベル研究所で非線形媒質として Na 蒸気を用い、4 光波混合により最初のスクイズド状態発生に成功した。[24] テキサス大学 [25] では LiNbO_3 を用いて光パラメトリック増幅により最大のスクイズングを観測した。以後世界の数カ所で発生に成功している。[26][27][28] また、当初は電磁場の振動の cosine と sine 成分の不確定量を不平等にした状態をスクイズド状態と呼んでいたが、近年もっと一般に光子数と位相の不確定量をアンバランスにした状態も含めることが多い。そのような状態は光子数-位相最小不確定状態あるいは sub-Poisson 状態などと呼ばれ、その発生法提案および実験が NTT [29]、ロチェスター大学 [30]、コロンビア大学 [31] などで行われている。

このような新しい光の量子状態は総括的に非古典的量子状態と呼ばれる。それはこれらの光が非古典的量子効果を持つからである。非古典的効果とは「古典的」量子効果に対する特異な現象である。まず古典論 (電磁場を量子化せず光電子が確率的に生起するという半古典論) でも説明し得る 3 つの効果、すなわちショット雑音、光電子統計の Poisson 分布、光電子のバンチングについて述べる。

図 1.2 と 1.3 にショット雑音の古典論的解釈と量子論的解釈を比較する。通常のレーザー光を光検出器で受けて電気信号に変え、その電流雑音の周波数成分をスペクトルアナライザで観測すると、光検出器の帯域内でショット雑音が生ずる。古典論では以下のように解釈する。光は振幅と位相を持った電磁場の振動であり、その振動状態は

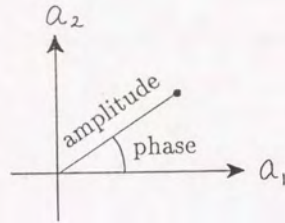
図 1.2(a) に示すように振幅と位相を精密に指定することにより定められる。従って光ビームそのものには図 1.2(b) に示すように雑音はない。しかし光検出器において光が電子に変換されるときに確率的にランダムに変換されるため、光電子電流にショット雑音を生ずる。

一方量子光学的にはショット雑音は次のように説明される。光の振幅と位相の間には Heisenberg の不確定性原理が存在するために、両者を精密に指定することはできない。従って、光ビーム自身にはじめから振幅雑音と位相雑音が存在する。その雑音の大きさは図 1.3(a) に示すように、cosine 成分と sine 成分の平面上の不確定領域で示される。通常のレーザーから出る理想的な光は図 1.3(a) に示すように cosine 成分と sine 成分の不確定量が等しいコヒーレント状態であり、図のように円形の不確定領域となる。光ビームを図 1.3(b) に示すように直接検波した場合、古典論と異なり、ディテクターは雑音を発生しないとす。すなわち、電流の担体である電子の粒子性と電子の集合が生む電流の連続性は別であり、考えている帯域内でディテクターは光の強度雑音を忠実に再現するとみなす。光がコヒーレント状態にあるとき、この電流雑音はショット雑音となることが示される。実際の実験系ではレーザーや電気回路の熱雑音や回路雑音などが余計に存在するが、実験室レベルではこれらを抑えて、少なくとも MHz 以上の周波数範囲ではショット雑音が見えるに至っている。

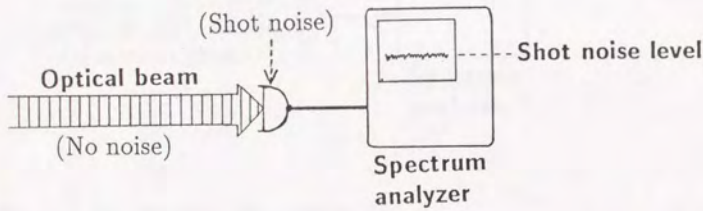
光を直接検波しスペクトルアナライザで雑音を観測するかわりに、理想的フォトマルチプライヤー (光電子増倍管) を用いて時間 τ 毎にカウントされる光電子数を記録すれば、カウントされた光電子数のヒストグラムは Poisson 分布となる。図 1.4(a) に Poisson 分布を示す。図では平均値を 2 とした。

古典論では光電子増倍管で光が電子に変換されるときにランダムに変換されるためと説明される。

光源がレーザー光でなく黒体輻射の場合、光ビームを十分コリメートし分光器で単色光とし、かつ測定時間を光源のコヒーレンス時間に一致させると、量子論によれば光子数の確率分布は Boltzmann 分布となる。理想的光電子増倍管では光電子数分布は光子数分布に一致する。図 1.4(b) に平均値 2 の Boltzmann 分布を示す。この分布は、光子がゼロ個カウントされる確率が一番大きい、また多数の光子がカウントされる

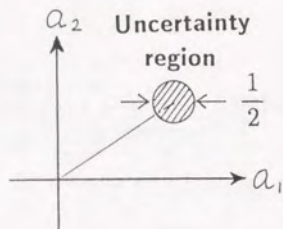


(a)

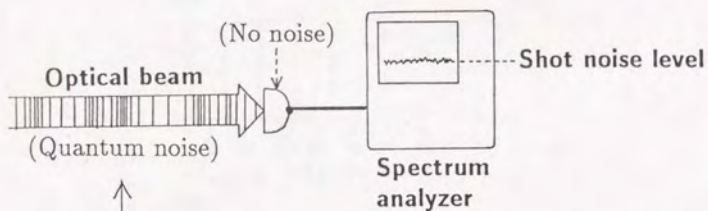


(b)

図 1.2: ショット雑音の古典論的解釈。(a)電磁場の振幅と位相を指定する cosine 成分と sine 成分の平面。古典論では光自身に雑音はなく振幅と位相が精密に指定できると考える。(b)光ビームの直接検波。ディテクター上で光子が光電子に変わるとき確率的にランダムに変わるためショット雑音が生ずる。



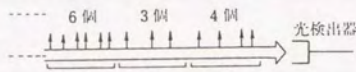
(a)



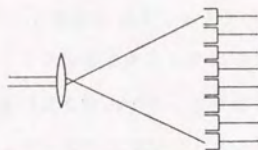
Poisson distribution of photons

(b)

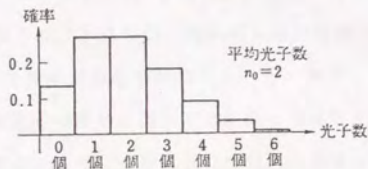
図 1.3: ショット雑音の量子論的解釈。(a)電磁場の振幅と位相を指定する cosine 成分と sine 成分の平面。量子論では振幅と位相の間に不確定関係があり、両者を精密に指定できない。従って光ビーム自身ははじめから振幅雑音と位相雑音を持つ。(b)光ビームの直接検波。ディテクターは光の強度雑音を忠実に再現する。光がコヒーレント状態にあるときその雑音はショット雑音となる。



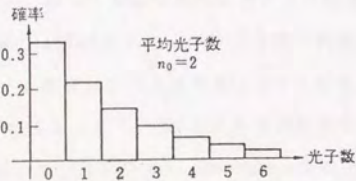
(a) 時間的サンプリング



(b) 空間的サンプリング



(c) ヒストグラム(ポアソン分布)



(d) ヒストグラム(ボルツマン分布)

図 1.4: 光子数分布の例。(a) 時間的サンプリング。(b) 空間的サンプリング。(c) Poisson 分布。(d) Boltzmann 分布。いずれも平均光子数を 2 とした。

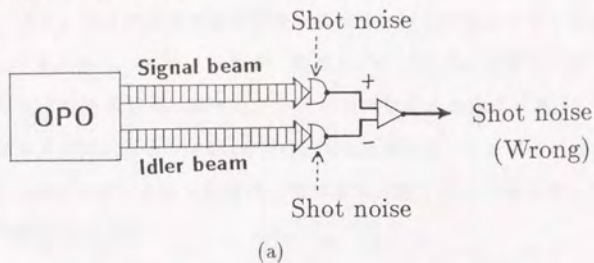
確率も大きい。平均値が2の場合、7個カウントされる確率は Poisson 分布では 0.0034 であるが、Boltzmann 分布では 0.0039 である。すなわち Poisson 分布より粗密の差が一層大きくなり、光子はより塊って (パンチして) カウントされる傾向にある。これはパンチング効果である。

以上の「古典的」効果は古典論でも量子論でも説明可能である [32] ので、それだけならば量子論を使う必要はない。しかし古典論では説明できない場合がある。例として図 1.5 に光パラメトリック発振によるフォトンペアの発生を示す。(a) は古典的描像である。光パラメトリック発振で発生した信号光とアイドラー光は独立に強度を検出され、二つの検波電流の差を検出する。信号光とアイドラー光には雑音はないとするが、二つのディテクターにおいて独立のショット雑音が発生する。独立な白色雑音の差はパワーが足された白色雑音であるので、検出される電流はショット雑音の二倍のパワーの白色雑音となる。ところが、他に何も余分な雑音がないと仮定すれば、これは誤りである。(b) は量子力学的描像である。光パラメトリック発振では信号光の光子とアイドラー光の光子が同時に発生する。従って信号光もアイドラー光もはじめから強度雑音を持ってはいるが、その雑音には完全な相関がある。ディテクターでは新たに雑音は発生しない。従って検波電流の差をとると雑音は打ち消し合う。

これ以外にも、古典論では説明できないが量子力学で初めて説明できる事項がある。たとえば (1) ホモダイン検波における雑音をショット雑音より下げることがスクイズド状態の光を用いてできる。また、(2) スクイズド状態や光子数状態では光子数の分布が Poisson 分布よりバラツキが小さい sub-Poisson 分布となる。これらはすべて古典論では説明できない量子効果であるので、「非古典的」量子効果と呼ばれる。特にスクイズド状態は、Heisenberg の不確定関係を満たしたまま電磁場の振動の cosine 成分と sine 成分の不確定性をアンバランスにするものである。したがって cosine 成分のみを用いて sine 成分を捨てれば、通信や計測においてショット雑音限界を克服することができるため注目されている。

しかし、cosine と sine のいずれかの成分を捨ててスクイズド状態を用いることは、両方を用いてコヒーレント状態の光で通信するより本当に有利か、また最も有利な光の状態は何かなどの疑問が生ずる。量子状態を用いて情報の伝送や処理を行うとき、ただ一つの量子状態を用いてはできない。「0」と「1」で作られるバイナリー信号 (2

CLASSICAL PICTURE :



QM PICTURE :

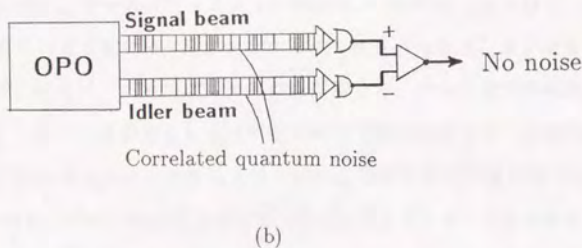


図 1.5: 光パラメトリック発振によるフォトンペアの発生。(a) 古典的描像。二つのディテクターにおいて独立のショット雑音が発生する。検出される電流はショット雑音の二倍となる。(b) 量子力学的描像。信号光の光子とアイドラー光の光子が同時に発生するので、雑音には完全な相関がある。ディテクターでは新たに雑音は発生しない。従って検波電流の差をとると雑音は打ち消し合う。

進数信号)を考えれば明らかのように、最低二つは必要である。二つの状態を等確率で用いるとき伝送可能な情報量はよく知られているように1パルスにつき平均 $\log 2$ である。通常の光強度変調方式では、光がある状態と無い状態の二つを用い、位相変調では位相が0と π の二つの状態を用いている。そのような光の状態としては現在発生可能な状態であるコヒーレント状態の光を使っている。しかしコヒーレント状態は互いに直交していない。その非直交部分に相当する確率で誤りを発生する。このため平均情報量は $\log 2$ より少し小さい。これを一般化し、用いる光の強度を一定とすれば、送り得る最大の平均情報量が計算される。その値は送信光の量子状態(コヒーレント状態、スクイズド状態、光子数状態)と受信方法(直接検波、ホモダイン検波、ヘテロダイン検波)に依存する。これらの通信の情報量を考察するのが量子通信理論である。[33][34][35][36][37][38][39]

以上は光の「状態」が初めから持つ不確定量を制御しようとするものであるが、量子力学的不確定量は光の測定、吸収、分岐などによってもつけ加わる。例として図1.6にビームスプリッターによる光子流の分岐を示す。入射する光は光子数が9個に確定した光子数状態とする。ビームスプリッターの分岐比が50%ずつとすれば、透過光も反射光も古典的には光子数は4.5個ずつとなる。これは不可能で、光子数は整数値をとる。量子力学的にはビームスプリッターの反射率とは、一つの光子が反射する確率を意味する。したがって透過光もしくは反射光の光子数は確定せず、二項分布の確率分布を示す。これが光ビームの分岐によりつけ加わる光子数の不確定量である。

媒質の光損失がもたらす不確定量の増加も、ビームスプリッターの反射率を光損失と考えれば、全く同じである。光通信では伝送路として用いる石英系光ファイバーはきわめて低損失であるが、それでも究極的低損失は0.2 dB/kmといわれているので、たとえば15 kmの長さで50%の損失を持つ。この損失に伴う不確定量の増加を回避する方法は、伝送路の光損失を下げる以外にない。一方「分岐」による光子数の不確定量の増加は避ける方法がある。それは光子数のQND測定である。光子数のQND測定とは、測定に伴う光の位相に混入する不確定量を許すかわりに光子数の不確定量を増加させないものである。

QND測定はもともと光の分野で発したのではなく、重力波検出の研究者であった

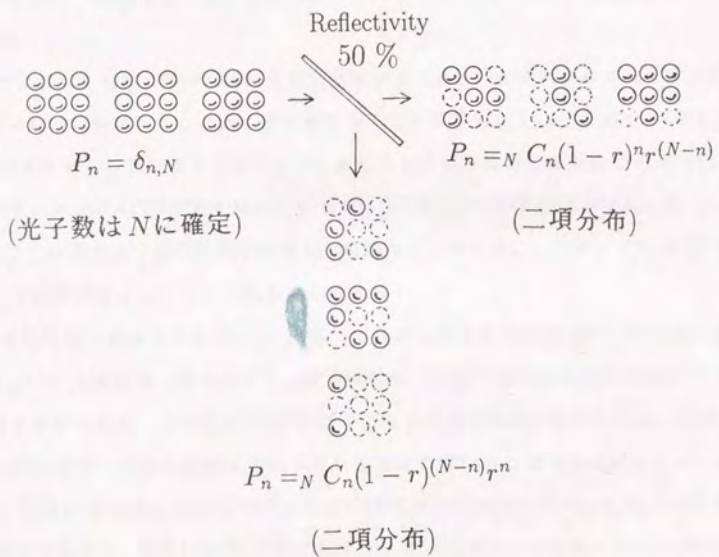


図 1.6: 光ビームの分岐によりつけ加わる光子数の不確定性。はじめ確定していた光子数は二項分布にしたがう確率分布となる。

モスクワ大学の Braginsky により 1974年に提案された。[40] 重力波検出においては重力波を検出する機械的振動子の位置測定精度として 10^{-19} cm という精度が要求される。[41] この精度は振動子の量子力学的ゆらぎより小さいため単純な測定では重力波検出は不可能である。Braginsky はそこで同じ物理量を壊さずに何回も測定する QND 測定を提案した。何回も測定し平均することにより各測定に無相関に現われるゆらぎを打ち消し、信号のみ積算して高い S/N 比で測定することが可能となる。Braginsky は機械的振動子、電気回路、光の組合せなどでいくつかの QND 測定原理を提案している。[42]

カリフォルニア工科大学の Caves も重力波検出のために、測定に課せられる真の量子限界を理論的に検討していたが、重力波検出に光干渉系を使うことを考え、1980年頃 QND 測定を光の分野に持ちこんだ。[41] またスクイズド状態の研究者である Walls も同じ頃から光での QND 測定を検討し始めた。[10] 彼らは QND 測定を可能とするハミルトニアン形式の議論を行っていた。したがって光で QND 測定を行う具体的な系については明かではなかった。

このような中で本論文の著者らは 1985年に光カー効果を用いる QND 測定系を提案した。[11] これは光カー効果により、光を吸収せずにその強度を屈折率の変化として読み出すものである。この系が QND 測定であることも理論的に証明された。また、光子数の測定誤差、および位相にもたらされる測定の反作用の量も理論的に求めた。

また、実験的な問題点を探るため、光カー媒質として光ファイバーを用いた系で実験的検討も始めた。[12] 1986年 IBM でも光ファイバーを用いた実験が行なわれた。彼らは光のスクイズングの実験で培った技術により量子相関を観測するところまで進んだ。[13] しかし、媒質である光ファイバーの損失が大きいと、その系は QND 測定とは見なせない。IBM のグループは光ファイバーに導波性 Brillouin 散乱 (GAWBS : Guided acoustic-wave Brillouin scattering) が存在し、これが実験上の問題点になることを発見した。[43] この GAWBS 雑音は著者らの実験でも観測された。QND 測定というためには光の量子力学的雑音を測定する必要があるが、GAWBS 雑音はそれを阻む。実験的に GAWBS 雑音の偏光特性や周波数特性などが分かってきたが、結論的には GAWBS 雑音のない高い周波数領域を使うかファイバー構造を変えない限り、GAWBS 雑音を避けることはできないことが分かった。また、最近レーザーをパルス動作させ

て光のスライジングや QND測定を行う試みが検討されているが、[44][45]これに関連し、パルス動作のレーザー光を用いた場合の GAWBS雑音の現れ方についても著者らの実験により知見が得られた。[45]

ところで QND測定とスライジングには共通点と相違点がある。共通点は両者とも「二つの物理量に量子力学的相関を持たせる」という基本的操作があることである。QND測定では測定する物理量とプローブ物理量との間に量子相関を形成し、プローブ系の測定(破壊測定でよい)を通じて元の対象を非破壊測定する。スライズド状態では消滅演算子 \hat{a} とそのエルミート共役量 \hat{a}^\dagger の間に相関を形成し、振幅の cosine成分 $\hat{a}_1(\equiv \frac{\hat{a}+\hat{a}^\dagger}{2})$ と sine成分 $\hat{a}_2(\equiv \frac{\hat{a}-\hat{a}^\dagger}{2i})$ の不確定性を非対称にする。²

量子力学的相関を持たせるために必要な光の相互作用は非線形光学である。従って実験的に非線形光学実験の手法が必要となること、および理論的には非線形光学に電磁場の量子化を持ちこむ必要があることも共通している。また光損失が障害となる点も同じである。光損失のある系すなわち散逸のある系では純粋な量子相関以外に制御不可能な不確定性(雑音)が混入するからである。

相違点は光損失の影響の現れ方にある。光のスライジングは、出射光の光子数と位相の不確定性のどちらかがコヒーレント状態より以下でさえあれば、その発生装置が光損失を持っているか否かは問われない。損失の存在は量子力学的相関を損ないスライジングの効果を弱めるのみである。しかし QND測定は「光子数を破壊せずに測定する」ことであるので、損失の存在は単に量子力学的相関を損なうのみならず、測定しようとする光子を吸収してしまう。現在スライズド状態が実現されているにもかかわらず QND測定が実現されていない理由はここにある。

スライジングの場合、光損失によるスライジングの劣化は理論的に分かっていたが、QND測定の場合、光損失を取り入れた QND測定の理論はなかった。そこで著者らは光損失を取り入れた QND測定の理論を展開した。[14]そこでは三つのことを扱っている。すなわち、(1)一般に損失のある場合の QND測定をどう定義すればよいか、(2)またその定義に照らして、光カー媒質を用いた QND測定のために要求される媒質の光損失に対する条件は何か、(3)損失があるとき QND測定であることの実験的な

²本論文では変数にハット「 $\hat{\quad}$ 」をつけて量子力学的演算子(q-number)を表わす。ハットのついていないものは演算子でない普通の変数(c-number)を表わす。

検証はどうすればよいか、の三つである。この三点を理論的に検討した結果、まず既存の光カー媒質が(1)の定義による QND 測定 の条件を満足することが分かった。また、通常行なわれている相関測定実験で QND 測定を間接的に証明しようとする場合、QND 測定であることをいうために実験的に達成しなければならない相関の大きさも明らかとなった。以上説明した光の QND 測定の研究の歴史的背景を図 1.7 に示す。

以上のように、光の QND 測定は理論的にはかなり進展してきたが、実現には未だに困難がある。実現のためには大きな非線形光学定数を持つ物質を用いること、ハイパワーの光源を用い、それを直接受光できるディテクターを開発することが必要である。しかし量子非破壊測定が真にその意義を発揮するのはむしろハイパワーでない光の検出においてであろうから、研究はハイパワー化の方向よりは、大きな非線形光学定数を持つ媒質の開発の方に向けられるべきであろう。この方向の研究は、QND 測定とは別にもっと一般的見地から、最近活発に行われている。

QND 測定自体の研究としては、最近報告される研究には理論的なものが多い。QND 測定における相補性原理の理論[46]や、光カー効果以外、たとえば $\chi^{(2)}$ を用いる QND 測定 の提案[47]などである。これからの進展について予測するのは難しいが、QND 測定 の原理実証だけならそう遠くない将来に行なわれるであろう。QND 測定の本格的応用にはさらに時間がかかるであろう。光計測における測定精度の向上の鍵となるのは非線形定数が大きく損失の少ない媒質の開発であろう。QND 測定は原理的にも応用上も重要な概念であり、今後の研究の進展に期待されるものは大きい。

1.3 節 本研究の目的と概要

本研究の目的は光子数の QND 測定を実現する具体的な系を提案すること、散逸のある場合の光子数 QND 測定 の概念を提示すること、その場合の QND 測定条件を理論的に明らかにすることにある。そのために付随する理論的基礎付けとして空間的に発展する光ビームの量子化法、および実験的検討として光ファイバーを用いた実験系の検討もあわせて行う。主な内容を列挙すると以下ようになる。

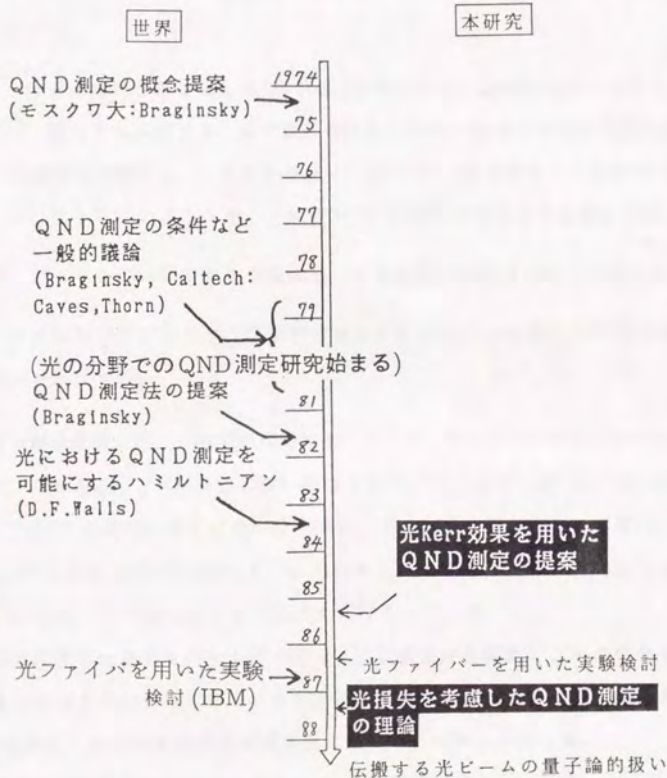


図 1.7: 光の QND 測定の研究の歴史的背景。

1. QND測定装置として光カー媒質を含む干渉計を提案し、その動作の解析を行う。
これをQND測定の一般条件に照らしあわせ、提案した系がQND測定であることを証明し、さらに光カー定数などの物質パラメーターの関数として測定精度を解析する。
2. 光カー媒質に損失がある場合のQND測定を解析する。まず損失をともなうQND測定の一般条件を提議する。次に損失を有する光カー媒質を用いたQND測定装置の測定精度を解析し、一般条件に照らしあわせ、QND測定となる条件を求めらる。これによりどのような光カー媒質がQND測定に有利かが予測される。
3. 光ファイバーを用いた実験系を構成し、その特性と問題点を明らかにする。
4. 以上の解析を行うにあたり、空間的に発展する光ビームの量子力学的取扱いを厳密に定式化する。

本論文の章構成は、以上の内容の順番に沿っている。図 1.8に本論文の構成を示す。

第2章では準備としてQND測定の一般論を説明する。これは図 1.7の歴史的背景に示した「QND測定の条件などの一般的議論」を本論文に適した形に再構成したものである。そこではQND測定のいくつかの定義とその意味、QND測定可能な物理量の条件とQND測定を可能にする相互作用の条件について述べる。

第3章では光カー効果を用いた光子数のQND測定法を提案し、その原理およびQND測定となることの証明を行う。また、達成し得る測定精度と、光子数を非破壊測定する代償として加わる位相の不確定量などについて詳しく論じる。

第4章では光損失がある場合の光子数のQND測定を理論的に扱う。まず損失(散逸)がある場合の光子数のQND測定について一つの定義を与え、その一般的成立条件を求める。つぎに、第3章で提案した光カー効果を用いる系において、光損失がある場合の測定誤差を解析する。これを一般的成立条件に代入することにより、光カー定数、損失値、光源強度に対する条件を導く。以上は光カー媒質に要求される性能であるが、次に、実験上QND測定を示すために測定すべき量を考察する。例として相関測定実験における実験目標を明らかにする。

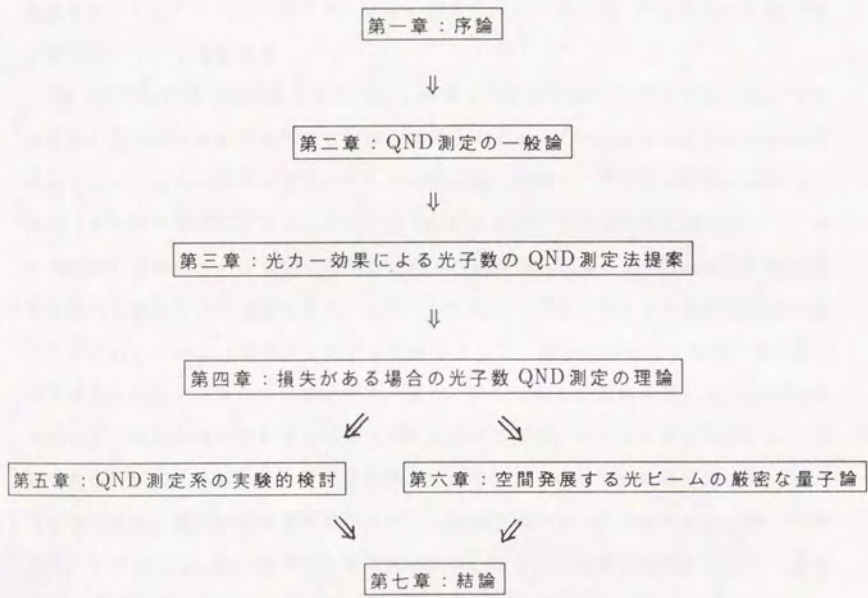


図 1.8: 本論文の構成。

第5章では光カー媒質として光ファイバーを用いた実験系を構成し、その特性を実験的に調べた結果について述べる。光ファイバーを含む干渉計の一つの問題点である不安定な動作の解決のために経たマッハツェンダー型干渉計、リング型干渉計、変形リング型干渉計の三つの干渉計による光カー効果の確認実験を述べる。また、全系の雑音特性を述べ、QND測定を目的とした場合の問題点を明らかにする。またこの装置を用いて光ファイバーの光カー定数の測定について述べる。特に光カー定数の偏光依存性についても触れる。

第6章では空間的に発展する光ビームの量子力学的取扱いについて述べる。その目的は、量子光学における理論と実験の描像上のギャップを埋めることにある。従来の量子化法では光共振器の空間的モードで電磁場を展開し、その展開係数を演算子とみなして時間発展を記述する。このような記述で非線形光学効果を記述すると、二つの(複数の)共振器モードの間の時間的結合方程式が得られる。この方法は、非線形光学媒質内を変化しながら進む光ビームの空間的結合方程式で表される現象の記述に適していない。このような問題に対する取扱いとして、通常の量子化で時間 t と空間 z の立場を入れかえた方法を定式化する。また、いくつかの応用例を通して、この方法の使い方が相互作用に関わらず統一性のあることを見る。すなわち相互作用による摂動分極を古典的に求め、それを空間発展の生成作用素とみなして波動伝搬を解くという手順である。線形媒質や非線形媒質などを伝搬する光ビームの解析など、種々の応用について述べる。特に第3章と第4章で展開した光カー効果についてはもう一度この章の方法を用いて記述し、実験系に即した雑音のパワースペクトルを求める。

第7章では結論として本研究の内容、意義を総括し、また、この分野の将来展望についても触れる。

第2章

量子非破壊測定 (QND測定) の一般論

2.1 節 序

QND測定はもともと重力波検出における検出振動子のショット雑音測定限界を克服する目的で、モスクワ大学の Braginsky により提案された概念である。すなわち、元来技術的問題の解決法として提案されたのであるが、QND測定はそれだけで量子力学のより深い理解としての興味がある。従って QND測定の実現はそれだけで重要なテーマとなり得る。最近では量子光学の分野でスクイズド状態などの量子力学的効果が観測され始めるなど、光の分野で量子論的実験を行う傾向が強まって来ている。

本研究の主題すなわち光子数の QND測定の理論を第3章で述べる前に、本章では QND測定の一般論について述べる。特に次章で提案する QND測定法の理論的根拠となる QND測定の四条件について説明する。これらの一般論は Braginsky、[40][48][42] Unruh、[49][50] Thorne、[51] Caves [41] 等の議論に負うところが大きいですが、この章では本研究で用いるのに適した形に一般論を再編成し、解説する。

2.2節では多種ある QND測定の定義とそれらの意味、関係を解説する。そして本章と次章で議論する QND測定が散逸がない場合の QND測定であることを、言い換えれば測定誤差はあるが測定対象への影響は皆無の QND測定であることを述べる。2.3節では、QND測定可能な物理量に課される条件、すなわち QND測定が可能な物理量とそうでない物理量が存在することと QND測定可能な物理量の条件について述べる。2.4節では QND測定装置に課される条件、すなわち QND測定を可能にする相互作用

ハミルトニアンを述べる。

2.2 節 QND 測定の定義

QND 測定の基本的アイデアは、対象とする物理量に攪乱を与えずに測定することである。しかし量子力学における観測の理論によれば、第一種の測定を行った場合「得られた測定値を固有値とする固有状態」に落ち込む。すなわち波束の収縮が起こる。[52][53] これは、少なくとも第 1 回目の測定においては測定対象とする物理量に波束の収縮という作用をもたらすことを意味する。そこで、収縮した波束の状態を 2 回目以降同じ QND 測定装置で測定した場合、その状態は攪乱されてはならないものとするれば、QND 測定の定義は「その測定を 2 回以上行なったとき、2 回目以降の測定値が 1 回目の測定値に一致する測定」となる。[40] この定義は最も狭い意味での定義であり、対象への影響も測定誤差も完全に 0 という理想的 QND 測定である。これを第一の定義とする。

上記の定義を緩和した第二のものとして、「その測定を 2 回以上行なったとき、2 回目以降の測定値が 1 回目の測定値から完全に予測できる測定」[41] とする定義もある。これは、測定が対象に影響を与えてもよいが、その影響は完全に予測できるものならば QND 測定とする定義である。これも予測不可能な影響は皆無であることを意味するので、前記の定義に比べそれほど緩和された定義ではない。現実にはいかなる装置を用意したとしても、対象への影響も測定誤差も完全に 0 にすることは不可能である。従って QND 測定を現実結び付けて考えるならば、さらに何らかの意味で緩和された定義を与える必要がある。

本研究ではさらに 2 つの緩和された定義を採用することとする。このうち最初のもは「ある物理量に測定器からの影響を与えず測定を行うこと」である。この定義による QND 測定の基礎は Unruh により議論された。[50] この定義の物理的意味は、「対象への影響は 0、測定誤差は存在するような測定」である。すなわち非破壊に重点が置かれた定義である。これを第三の定義としよう。本章と第 3 章ではこの定義にもとづいた QND 測定の条件を採用する。

上記第三の定義まで緩和しても、QND 測定はまだ原理上でしか存在しない。現実

には予測不能な攪乱が全くない測定はない。光の QND 測定でいえば、どんな光媒質を使おうとも現実には必ず光損失があり、光子数に予測不能な攪乱を与える。第 4 章では光損失の存在を考慮し、さらに緩和した第四の定義を与えるであろう。この場合、光損失があるときの QND 測定に定義を与えること自体が一つの主張点となる。第四の定義によりはじめて現実の問題として QND 測定を考えることができる。

さて、第三の定義を別の言葉でいうと、「物理量 \hat{A}_s の自由運動に影響を与えずに \hat{A}_s の量子力学的測定を行うこと」である。 \hat{A}_s の添字 s は被測定系 (signal 系) を表わし、後で出て来るプローブ系と区別するためにつける。量子力学的測定と表現しているのは、古典的巨視状態の測定でなく、量子力学的に識別されるレベルでの測定を意味する。必ずしも無限に正確な測定である必要はなく、考えている量子力学的不確定性より高い精度の測定を意味する。

原理上の議論に限定したとしても、ある量に攪乱を与えずにそれを測定することは、直観に反するように思われる。測定対象の「状態」に痕跡を残さず測定することは原理的に不可能と思えるからである。これに対しては次のような説明ができる。測定の対象すなわち被測定系の「状態」には物理量 \hat{A}_s のみが関与しているわけではなく、その正準共役な物理量 \hat{B}_s も関与している。従って、「 \hat{B}_s を破壊するが \hat{A}_s を破壊しないような \hat{A}_s の測定」の存在は考えられる。 \hat{A}_s の QND 測定とはまさにこのような測定である。第 3 章で述べる光子数の QND 測定においては被測定光の位相が共役な物理量となっており、光子数の QND 測定においては位相が破壊されている。

2.3 節 QND 変数の条件

2.3.1 自由粒子の例

どんな物理量も QND 測定が可能なわけではない。QND 測定され得る物理量は QND オブザーバブルと呼ばれる。例として質量 m の自由粒子を考える。一次元 (x 方向) のみを動く自由粒子のハミルトニアン

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} \quad (2.1)$$

から導かれる \hat{x} と \hat{p}_x の Heisenberg の運動方程式の解は

$$\hat{p}_x(t) = \hat{p}_x(0) \quad (\text{定数}) \quad (2.2)$$

$$\hat{x}(t) = \hat{x}(0) + \frac{\hat{p}_x}{m} t \quad (2.3)$$

となる。位置 \hat{x} と運動量 \hat{p}_x を同時に正確に測ることは不確定性原理により禁じられているので、まず位置の測定を考える。測定方法の条件は次節で論ずるので、この節では方法は問わず、適当な測定法があると仮定する。今、時刻 $t=0$ の瞬間にこの粒子の位置を壊さずに正確に測ることができたとする。このとき不確定性原理により、図 2.1(a) に示すように粒子の運動量 \hat{p}_x は不確定となる。従って測定後 τ だけ時間が経った粒子の状態は (2.3) 式により、図 2.1(b) に示すように、位置自身が不確定となる。すなわち時刻 t_0 での \hat{x} の測定が、以後の \hat{x} の運動を予測不可能な方向と大ききで蹴ってしまう。このように、自由粒子の位置はどんな方法で測定しても測定すること自体がその後の位置に予測不可能な攪乱を与える。

次に運動量の測定を考える。測定方法はともかく、時刻 t_0 で自由粒子の運動量を非破壊で正確に測ったとする。不確定性原理により、図 2.1(a) に、位置 \hat{x} は不確定となる。ところが運動量 \hat{p}_x は (2.2) 式により定数となり、図 2.2(b) に示すように \hat{x} には依存しない。従って以後何回測定しても、最初の測定値と同じ値が得られる。すなわち、 \hat{p}_x は以後何回も非破壊測定が可能である。

自由粒子の運動量 \hat{p}_x のように QND 測定可能な物理量を QND 変数という。位置 \hat{x} は QND 変数ではない。それではなぜこのように位置と運動量が対等でなくなるのであろうか。その鍵は、自由粒子のハミルトニアンが運動量しか含まないことにある。

2.3.2 QND 変数の一般条件

QND 測定が成立するためには、測定法の如何にかかわらず、まず測りたい物理量 \hat{A}_s が QND 変数であるか否かが重要となる。この条件は \hat{A}_s の自由運動 (測定に関係していない時の運動) を規定するハミルトニアンのもとで

$$[\hat{A}_s(t_0), \hat{A}_s(t_0 + \tau)] = 0 \quad (2.4)$$

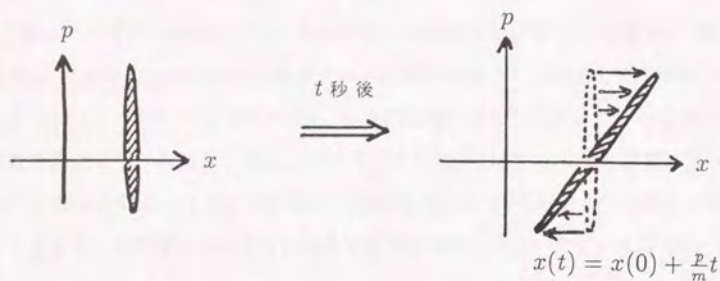


図 2.1: 自由粒子の位置の測定とその後の運動。(a)時刻 $t = t_0$ における測定の直後。位置を測定した直後は運動量が不確定となる。(b)時刻 $t = t_0 + \tau$ における不確定領域。それぞれの運動量にしたがって位置が移動するので時間 τ 後の位置は不確定となる。

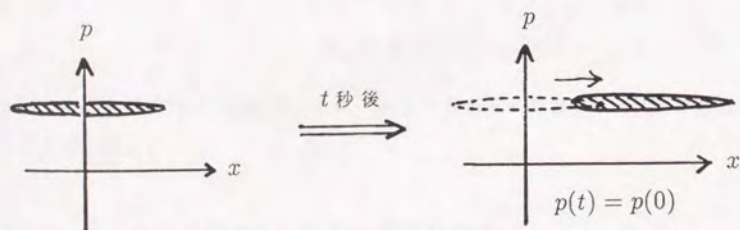


図 2.2: 自由粒子の運動量の測定とその後の運動。(a)時刻 $t = t_0$ における測定の直後。運動量の測定直後は位置が不確定となる。(b)時刻 $t = t_0 + \tau$ における不確定領域。しかし運動量は一定であるので時間 τ 後の運動量の値は変わらない。

となることで表わされる。[51][50][41] ここで $[,]$ は量子力学的交換子である。これを QND 測定条件 1 とする。この式は、時刻 t_0 での \hat{A}_s の測定が τ 秒後の \hat{A}_s に影響を与えないことを意味する。以下にこの条件の意味をもう少し説明する。

時刻 t_0 における測定により、系は $\hat{A}_s(t_0)$ のある固有状態 $|\psi_n\rangle$ になる。測定値は固有値 α_n である。Heisenberg の描像では系の固有状態はその後の自由運動により変化しないので、 τ 秒後の \hat{A}_s の測定が α_n から確定的に分かるためには、 $|\psi_n\rangle$ は $\hat{A}_s(t_0 + \tau)$ の固有状態でなければならない。そうでなければ $\hat{A}_s(t_0 + \tau)$ の固有状態は二つ以上の $|\psi_n\rangle$ の重ね合わせとなり、測定値が不確定となる。QND 測定として第二の定義を採用した場合、固有値は一致していなくても予測できればよいので、それを β_n とすると

$$\hat{A}_s(t_0) = \sum_n \alpha_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n| \quad (2.5)$$

$$\hat{A}_s(t_0 + \tau) = \sum_n \beta_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n| \quad (2.6)$$

である。これから直ちに (2.4) 式が導かれる。逆に (2.4) 式が成立するとき、定理「二つのエルミート演算子が交換するとき、両者を同時に対角化する固有ベクトルの基底が存在する」を用いれば、上の議論を逆にたどり、 \hat{A}_s が QND 変数になることが分かる。

従って、(2.4) 式は第二の定義による QND 変数の必要十分条件である。これを厳しくし、 t_0 の測定値と $t_0 + \tau$ の測定値が一致する条件を求めると、 $\hat{A}_s(t) = \text{const.}$ 、あるいは

$$[\hat{A}_s(t), \hat{H}_s(t)] = 0 \quad (2.7)$$

となる。この条件は 2.2 節に述べた第一あるいは第三の定義による QND 変数の必要十分条件である。

2.3.3 光 (振動電磁場) における QND 変数

光 (振動電磁場) は量子力学的には調和振動子である。そのハミルトニアンは

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2} + \frac{m\omega^2 \hat{x}^2}{2} \quad (2.8)$$

ここで ω は振動数である。 \hat{x} と \hat{p}_x は一般化された位置と運動量であり、共振器モードの瞬時実振幅とその時間微分である。[54] (2.8) 式のハミルトニアンは \hat{x} も \hat{p}_x も含むた

め、両者とも QND 変数ではない。実際 (2.4) 式を調べてみると、

$$[\hat{x}(t_0), \hat{x}(t_0 + \tau)] = \frac{i\hbar}{m} \sin(\omega\tau) \quad (2.9)$$

$$[\hat{p}_x(t_0), \hat{p}_x(t_0 + \tau)] = i\hbar m \sin(\omega\tau) \quad (2.10)$$

となり、 τ が 2π の整数倍でない限り (2.4) 式を満足しない。ここで \hbar は Planck 定数を 2π で割ったものである。しかし τ が 2π の整数倍となる時刻では零となる。このように特定の時刻に (2.4) 式を満たす物理量をストロボスコピックな QND 変数という。光の場合 ω は 10^{14} Hz という極めて高い周波数である。したがって、その一周毎に \hat{x} や \hat{p}_x を瞬間的に測定を行うことはできないので、 \hat{x} や \hat{p}_x のストロボスコピックな QND 測定は現実的でない。それでは何が QND 変数になり得るか？ たとえば運動の恒量である主量子数 (光子数) $\hat{n} \equiv \hat{a}^\dagger \hat{a}$ は QND 変数である。ただし、 \hat{a} は消滅演算子であり、

$$\hat{a} \equiv \sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega}} (m\omega\hat{x} + i\hat{p}) \quad (2.11)$$

で定義される。また、次に定義される複素振幅の実部と虚部 \hat{X}_1 と \hat{X}_2 も QND 変数である。

$$\hat{X}_1 \equiv \hat{x}(t) \cos(\omega t) - \frac{\hat{p}_x(t)}{m\omega} \sin(\omega t) = \sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega}} \cdot \frac{\hat{a}e^{i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{-i\omega t}}{2} \quad (2.12)$$

$$\hat{X}_2 \equiv \hat{x}(t) \sin(\omega t) + \frac{\hat{p}_x(t)}{m\omega} \cos(\omega t) = \sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega}} \cdot \frac{\hat{a}e^{i\omega t} - \hat{a}^\dagger e^{-i\omega t}}{2i} \quad (2.13)$$

この X_1 と X_2 はホモダイン検波で検出される cosine 成分と sine 成分である。¹ (3.5 節参照。)

2.4 節 QND 相互作用の条件

以上は QND 変数の条件を述べたが、次に測定法そのものに要求される条件を考える。いま、図 2.3 に示すように被測定系のハミルトニアンを \hat{H}_s 、測定しようとする物理量を \hat{A}_s とし、測定を行うプローブ系のハミルトニアンを \hat{H}_p 、読みだしに用いる物

¹ 振幅の cosine 成分と sine 成分を $\hat{a}_1 \left(\equiv \frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{2} \right)$ と $\hat{a}_2 \left(\equiv \frac{\hat{a} - \hat{a}^\dagger}{2i} \right)$ とすることがあるが、Heisenberg 表示ではこれらは ω で振動する量である。ホモダイン検波されるのは時間的に振動しない初期値あるいは参照光との相対位相の意味を持つ \hat{X}_1 と \hat{X}_2 である。混乱の恐れがないので本論文では以後 \hat{a}_1 と \hat{a}_2 をもって \hat{X}_1 と \hat{X}_2 を指すものとする。

理量を \hat{A}_p とする。測定を行うためには被測定系とプローブ系間に相互作用を起こさせる必要がある。この相互作用ハミルトニアンを \hat{H}_{int} とすると、全ハミルトニアンは

$$\hat{H} = \hat{H}_s + \hat{H}_p + \hat{H}_{int} \quad (2.14)$$

となる。 \hat{A}_s と \hat{A}_p について Heisenberg の運動方程式を書きかすと、

$$-i\hbar \frac{d\hat{A}_s}{dt} = [\hat{H}_s, \hat{A}_s] + [\hat{H}_{int}, \hat{A}_s] \quad (2.15)$$

$$-i\hbar \frac{d\hat{A}_p}{dt} = [\hat{H}_p, \hat{A}_p] + [\hat{H}_{int}, \hat{A}_p] \quad (2.16)$$

となる。

いま、相互作用ハミルトニアン \hat{H}_{int} をスイッチオンしてからオフするまでの間、すなわち測定のための相互作用をかけている間、 \hat{A}_s の自由運動を妨げてはならないので、

$$[\hat{H}_{int}, \hat{A}_s] = 0 \quad (2.17)$$

でなければならない。これを QND 測定条件 2 とする。この条件を満たす測定は Back action evading measurement とも呼ばれている。

さらに QND 測定に限らず、測定を行うために最小限必要となる条件が二つある。一つは、相互作用 \hat{H}_{int} を介して \hat{A}_s を測定するのであるから、 \hat{H}_{int} は \hat{A}_s を含んでいる必要がある。これを QND 測定条件 3 とする。もう一つは、読みだしオペレーター \hat{A}_p を用いて測定するのであるから、 \hat{A}_p の運動は相互作用 \hat{H}_{int} により変えられなければならない。すなわち、

$$[\hat{H}_{int}, \hat{A}_p] \neq 0 \quad (2.18)$$

である必要がある。これを QND 測定条件 4 とする。条件 3 と 4 は実は QND 測定であるか否か以前の問題で、プローブ系を被測定系に結合させて測定する量子力学的測定においてその相互作用が満たすべき一般条件である。この二つと (2.17) 式 (条件 2) を加えた三つが、QND 測定の相互作用に課される条件である。この三つと (2.4) 式 (条件 1) を加えた四つが、QND 測定条件である。

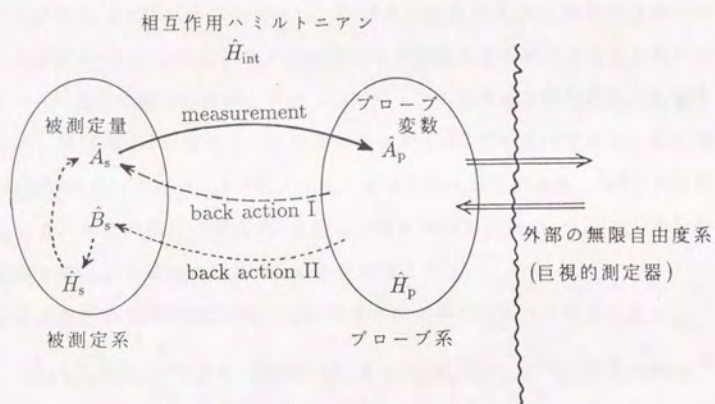


図 2.3: QND測定における被測定系とプローブ系と相互作用。測定の反作用は被測定物理量 \hat{A}_s には及ばないが、その共役量には及ぶ。

2.5節 まとめ

QND測定には種々の定義がある。最も狭い定義は、測定対象に与える影響も測定誤差も0であることを要求する。また、測定誤差の存在を許容した定義として、「ある物理量の自由運動に影響を与えずに量子力学的測定を行うこと」という定義がある。これはよく用いられる定義で、非破壊に重点を置いた定義である。実際はこれすらも理想的な定義で、実際の系には必ず光損失など対象の情報を散逸する機構がある。この場合のQND測定については第4章で述べる。本章と次章では「ある物理量の自由運動に影響を与えずに量子力学的測定を行うこと」を採用する。

図2.3に示す被測定系とプローブ系の結合の図において、量子力学的測定がもたらす測定の反作用は2通りある。一つは(1) \hat{A}_s 自身の測定が \hat{A}_s と共役な物理量を不確定にし、それが \hat{H}_s を介して \hat{A}_s のその後の運動を不確定にする場合である。もう一つは(2) プローブ系との相互作用 \hat{H}_{int} を介してプローブ系の状態が被測定系に影響する場合である。反作用(1)が存在しないための条件がQND変数条件であり、反作用(2)が存在しないための条件がQND相互作用に課せられる条件である。QND条件が満足されるとき、測定の反作用はQND変数に共役な物理量に及ぶ。しかしQND変数のみに着目すると、非破壊で測定することが可能となる。

QND変数の条件とQND相互作用の条件をまとめると次の四つの条件となる。

条件1: $[\hat{A}_s(t_0), \hat{A}_s(t_0 + \tau)] = 0$ (for all τ), または $[\hat{H}_s, \hat{A}_s] = 0$ (QND変数条件)

条件2: $[\hat{H}_{int}, \hat{A}_s] = 0$

条件3: \hat{H}_{int} は \hat{A}_s の関数である。

条件4: $[\hat{H}_{int}, \hat{A}_p] \neq 0$

(2. から 4. の三つは QND 相互作用の条件)

条件2を満たす測定は Back action evading measurement と呼ばれることもある。光(振動電磁場)の場合、光子数 \hat{n} 、振動の cosine 成分 \hat{X}_1 、sine 成分 \hat{X}_2 などが QND 変数である。QND 相互作用の条件については、個々の QND 測定系によって与えられる相互作用ハミルトニアンがこの条件を満たすか否かを吟味する必要がある。次章で提案する光カー効果を用いる系についても、上記四条件がテストされる。

第3章

光カー効果を用いた光子数の QND 測定 の理論

3.1 節 序

この章では光カー (Kerr) 効果を用いた光強度の QND 測定法を提案し、その動作と特性を理論的に解析する。その主な内容は文献 [11] に発表したものであるが、この章ではさらに詳しく説明し、かつ検波器の量子効率の影響や自己位相変調効果の除去など広い題材を取り扱う。3.2 節では提案する系の概略とその動作原理を述べる。提案する系では光カー媒質中を光ビームが空間的に伝搬しながら相互作用する。これを定在波の時間発展に基づく通常の量子力学で扱う簡略的な方法について 3.3 節で述べ、以後の準備とする。その方法の理論的根拠は十分とは言い難いので、厳密な取扱い法の一つを第 6 章で提案し、完全な記述を行う。しかしそれまでは、この簡略な方法で記述する。3.4 節では光カー効果の相互作用ハミルトニアンを第 2 量子化した形で求める。それを用い、系のハミルトニアン、被測定量、プローブ系が前章で述べた QND 測定の実条件を満足することを証明する。3.5 節では測定誤差の理論限界と位相に及ぶ測定の反作用を計算する。解析はまずプローブ光強度が一定という条件のもとに行う。これは現実には即した条件である。次に理論上興味のある理想的ホモダイン検波を用いる場合を解析する。またディテクターの量子効率が 1 でない場合を解析する。3.6 節では光子数 (光強度) そのものの測定と光子数雑音の測定に要求される条件の違いを

述べる。前者への要求はきわめて厳しいが後者への要求は現実的であることを示す。実際に実験で想定するのは後者である。3.7節では自己位相変調効果を扱う。提案する系では光カー効果の相互位相変調効果のみを用いているが、光カー効果には自己位相変調効果もある。その影響および除去法について述べる。3.8節では QND 測定と量子力学の観測問題との関係について述べる。QND 測定は現在の量子力学の枠内にあるので、観測問題に答を出すものではないが、理解を深めるための思考実験の具体的材料を提供する。

3.2節 光カー効果を用いた光強度の QND 測定系

光の分野では屈折率や複屈折率を変化させる種々の効果が知られている。ポッケルス (Pockels) 効果は静電場に比例する屈折率の変化を媒質にもたらす。カー (Kerr) 効果は静電場の 2 乗に比例する屈折率の変化をもたらす。光カー効果は ACカー効果と呼ぶべきものであり、振動電磁場の強度に比例する屈折率の変化をもたらす。屈折率の変化は、新たにプローブとなる光を媒質に通し、干渉計によってその位相変化を読むことによって測定できる。もしプローブ光の存在がもとの静電場や振動電磁場の強度に影響を与えない場合、非破壊測定となる。

ポッケルス効果やカー効果を通常の QND 測定の理論に沿って記述するのは困難である。なぜなら静電磁場を量子力学的に取り扱うのは困難だからである。第二量子化した静電場とか、測定の反作用が及ぶべき「静電場の共役量」は通常のやり方では議論できない。

ところが振動電磁場は第二量子化できるので、次節以降に見るように光カー効果を用いる QND 測定の理論を展開することが可能である。本研究で提案する光強度の QND 測定は、この光カー効果を用いるものである。一口に言えば、被測定光の光強度によって変化を受けた光カー媒質の屈折率変化を、波長の異なるプローブ光の位相検出によって読み出すものである。

図 3.1 にその原理と構成を示す。被測定光は二波長ミラー DM1、光カー媒質、そして二波長ミラー DM2 を通過する。DM1 と DM2 は多層蒸着膜ミラーであり、被測定光の波長に対しては透過率 100% に設計されている。この波長に対して光カー媒

提案する方法の原理

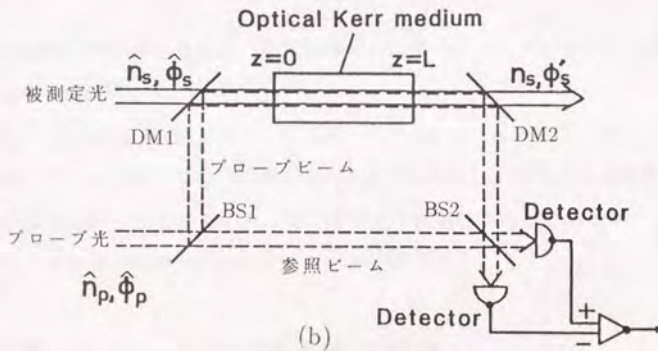
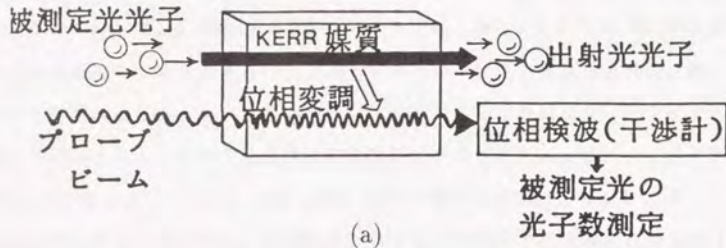


図 3.1: 光カー効果を用いた QND 測定の原理と構成。(a) 原理: 被測定光の光子は透明な光カー媒質中を無損失で通過しながら媒質の屈折率を変化させる (光カー効果)。従って被測定光子数に比例してプローブビームの光位相が変化する。プローブビームの位相を検知することにより、被測定光子数を変化させることなく読み出す。(b) マッハツェンダー干渉計による位相検波器の構成。被測定光は損失を受けることなく二波長ミラー DM1、光カー媒質、そして二波長ミラー DM2 を通過する。プローブ光に対してマッハツェンダー干渉計を構成し、プローブビームの位相変化を参照ビームを基準として読み出し、電流値 I として出力する。

質は透明なものとすれば、被測定光は吸収されることなく通過する。すなわち被測定光の光強度は全く破壊されずに全系を通過する。次にプローブ光に着目すると、まずビームスプリッター1で光路1と光路2に分けられる。光路1をプローブビーム、光路2を参照ビームとする。DM1とDM2がプローブ光の波長に対しては100%反射となるように設計されているとすれば、プローブビームは光カー媒質を通過した後、参照ビームと再び合流する。すなわち、プローブ光に対しては全系はマッハツェンダーの干渉計になっており、光路1と光路2の位相差がバランスミキサードテクター[55][56]により電流値 I として出力される。光カー媒質は入射光の強度に比例してその屈折率が変化する。すなわち、被測定光の光強度に比例した屈折率変化が光路1のプローブ光にもたらされる。従って、被測定光の光強度に比例した出力電流 I が観測される。以上により、被測定光の光強度には影響を与えずそれを測定することが可能である。

光子数の QND 測定の実用としては情報の無損失タッピング (分岐) が考えられる。図 3.2 にその構成を示す。

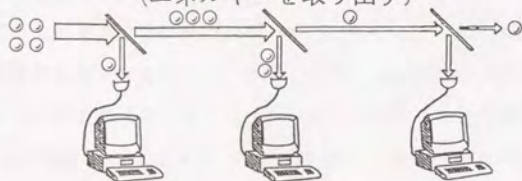
光カー効果による QND 測定の原理を一言で言えば、光カー効果により被測定光の光強度とプローブ光位相の間に量子力学的相関を形成し、後者の破壊測定を通じて前者を非破壊測定することである。以上は原理の直観的な説明であるが、QND 測定であるか否かは量子力学的記述による証明が必要である。

3.3 節 光ビームの伝搬と量子雑音について

図 3.1 の系では、被測定光とプローブ光は光カー媒質を伝搬しながら相互に位相変調を行う。光ビームが空間的に伝搬しながら相互作用するのは図 3.1 の系に限らず、光のスクイジングや非線形光学実験など、一般に光を扱う実験では多くみられる実験配置である。¹特に光源として cw 光 (連続的定常光ビーム) を用いる場合、光ビーム全体は時間的に定常であるので、空間的な変化を記述せざるを得ない。もちろんパルス光の伝搬も共振器内全体が時間的に変化するとして記述するより、空間伝搬するとし

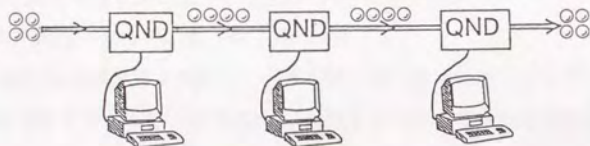
¹最近、Q 値の高い (従ってよい近似で閉じた) 光共振器中の電磁場と原子の相互作用を扱う理論および実験的研究が行われている。この場合は定在波モードと原子の時間的发展を見るので、従来の量子力学が直接適用できる。

ビームスプリッター(半透鏡)による分岐(タッピング)
(エネルギーを取り出す)



(a)

量子非破壊(QND)測定による分岐(タッピング)
(エネルギーを取り出さない)



(b)

図 3.2: 光子数の QND 測定による情報の無損失タッピング(分岐)。(a) 通常のエネルギ-の部分抽出によるタッピング。(b) QND 測定によるタッピング。

て記述する方が自然である。

しかし現在の量子力学は系の時間発展を記述する形しか存在しない。光ビームの空間伝搬を時間発展として記述するために、従来種々の方法が提案されているが、一般的には次に述べる考え方で空間発展の解析が行われている。定常的光ビームを準単色光パルスが連続的に繋がったものとみなし、光子の消滅演算子や光子数演算子などを各パルス毎に分けて定義する。各パルスの内部的な位置情報は考慮せず、演算子はパルスそのものの位置(中心位置など)の関数とする。Schrödinger描像の場合は各パルスの密度演算子 $\hat{\rho}$ を定義する。すなわち演算子(Schrödinger描像では密度演算子)は時間の関数ではなく、パルスの位置すなわち空間の関数となる。パルスは群速度 v_g で伝搬するので、伝搬にともなうパルスの空間的变化は時間的变化で置き換えることができる。光カー効果など相互作用がある場合は、まず閉じた共振器モードに対する通常の時間発展描像で運動方程式(Heisenberg方程式またはSchrödinger方程式)を作る。光ビームの進行方向を z とすれば、得られた方程式の左辺の $\frac{d}{dt}$ を $-v_g \cdot \frac{d}{dz}$ で置き換えることにより、量子状態の空間的發展方程式が得られる。進行方向を $-z$ とすれば、得られた方程式の左辺の $\frac{d}{dt}$ を $v_g \cdot \frac{d}{dz}$ で置き換える。

実際に観測される物理量と演算子の不確定性との対応は次のように考える。定常光ビームを直接検波する場合、図 1.3(p. 10)に示すように、光検波電流雑音による電力雑音パワースペクトルを電気的スペクトラムアナライザーで観測する。コヒーレント状態の光を直接検波した場合、雑音パワースペクトルはショット雑音レベル P_{shot} となる。このレベルが、ディテクターにおけるパルスの光子数の不確定さ $\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle$ に比例すると考える。光ビームがコヒーレント状態でない場合も、この比例関係は変わらないとし、一般的光ビームの直接検波雑音パワースペクトル P は

$$P = P_{\text{shot}} \cdot \frac{\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle}{\langle\hat{n}\rangle} \quad (3.1)$$

となる。 $\frac{\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle}{\langle\hat{n}\rangle}$ はファノ・ファクター(Fano factor)と呼ばれる。

光子数の不確定さと雑音パワースペクトルが比例すること、およびコヒーレント状態の光を直接検波した場合雑音パワースペクトルがショット雑音レベルとなることを本節の描像の中で導くことは、一般にあまり詳しく議論されないので、ここで導出

しておく。² 図 3.3(a) に示すように、連続的光ビームをパルス列とみなし、各パルスに含まれる光子数の統計的分布が量子力学的な光子数の分布に従い、各パルスでランダムに揺らぐとする。異なるパルスの光子数分布に相関がある場合パワースペクトルに構造を生ずるので、パルス幅は光のコヒーレンス長 τ に選び、パルス間の相関はないものとする。(ただしコヒーレント状態の場合はパルス幅の選択に依存しないのでこの限りではない。)これを直接検波するとき、ディテクターの検波電流 $I(t)$ は図 3.3(b) のモデルのように各パルス内では一定値をとり、その値は各パルスに含まれる光子数に等しい数の電子の電荷を e で割ったものとする。電流 $I(t)$ は平均値を持つ非周期的関数であるので、その電力パワースペクトル密度は

$$P(\Omega) \equiv R \cdot \left\langle \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T}{2\pi} \left| \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} I(t) e^{-i\Omega t} dt \right|^2 \right\rangle \quad (3.2)$$

で定義される。ただし R はスペクトラムアナライザの負荷抵抗値である。(3.2)式は単位角周波数あたりの両サイド ($-\infty < \Omega < \infty$) パワースペクトルである。パワースペクトル密度は Wiener-Khinchin の定理により、自己相関関数 $A(t)$ を用いて

$$P(\Omega) = \frac{R}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(t) e^{-i\Omega t} dt \quad (3.3)$$

と計算される。ただし自己相関関数は

$$A(t) \equiv \left\langle \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} I(t') I(t' - t) dt' \right\rangle \quad (3.4)$$

で定義される。図 3.3(b) に示す $I(t)$ の自己相関関数は

$$A(t) = \begin{cases} I_0^2 & \text{for } t \leq -\tau, \quad t \geq \tau, \\ I_0^2 \left[1 + \frac{(\Delta n)^2}{\langle n \rangle} \left(1 + \frac{t}{\tau} \right) \right] & \text{for } -\tau \leq t \leq 0, \\ I_0^2 \left[1 + \frac{(\Delta n)^2}{\langle n \rangle} \left(1 - \frac{t}{\tau} \right) \right] & \text{for } 0 \leq t \leq \tau \end{cases} \quad (3.5)$$

ただし I_0 は dc 電流である。図 3.3(c) に自己相関関数を示す。これより単位周波数あたりの片サイドパワースペクトル $P(f)$ は

$$P(f) = I_0^2 R \cdot \delta(f) + 2e I_0 R \cdot \frac{\langle (\Delta n)^2 \rangle}{\langle n \rangle} \cdot \left[\frac{\sin(\pi f \tau)}{\pi f \tau} \right]^2 \quad (3.6)$$

²第6章では空間的に発展する光ビームをより厳密に扱う。そこでもパワースペクトルの表式を求め、考え方は異なる。この節では定常光ビームをパルス列のつながりとみなす方法で導く。

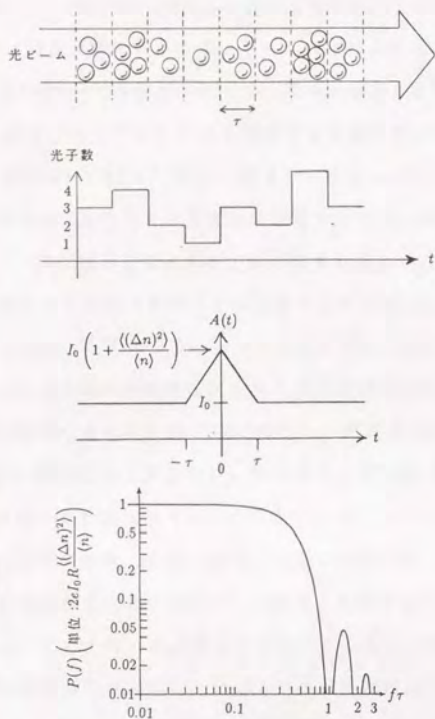


図 3.3: パルスの連続的つながりによる直接検波雑音スペクトルの解釈。(a) 連続的の光ビームをパルス列とみなし、各パルスに含まれる光子数が統計的光子数分布に従ってランダムに揺らぐとする。ただしパルス幅は一般に光のコヒーレンス長 τ に一致させておく。すなわちパルス間の相関はないものとする。(b) デテクターの検波電流。モデルとして、各パルス内では一定値をとり、その値は各パルスに含まれる光子数に等しい数の電子の電荷を τ で割ったものとする。(c) $I(t)$ の自己相関関数。(d) パワースペクトル密度。

と計算される。ただし $f \equiv \frac{\Omega}{2\pi}$ は周波数である。図 3.3(d) にパワースペクトルを示す。図は両対数目盛りでプロットした。図から分かるように、 $f < \frac{1}{T}$ (パルス幅より高周波成分を見ない) では白色雑音と見なせる。その大きさは $2eI_0R \cdot \frac{\langle(\Delta n)^2\rangle}{\langle n \rangle}$ である。コヒーレント状態では $\langle(\Delta n)^2\rangle = \langle n \rangle$ であるので $2eI_0R$ のショット雑音となる。

以上により、雑音パワースペクトルを測定する実験を想定する場合、理論では光子数の不確定さ(統計的分散)を計算すればよいことが示された。そして媒質中で光ビームを走らせながら相互作用させる実験を想定する場合、理論では通常的时间発展運動方程式をたてて時間微分を空間微分で置き換えればよいことが示された。この方法がいろいろな意味で不完全であることは注意する必要がある。問題点は、

- (1) 実際の光ビームは図 3.3(a) のようにパルスに区切られているわけではないので、波束の可干渉領域とか光子数等の概念は区切りとは無関係である。従って、区切りが気にならない程度の粗視化された時間(空間)変化しか記述できない。
- (2) 厳密な意味での量子状態は扱えない。なぜなら、第二量子化を厳密に行うには、その前に第一量子化するわち光のモードの定義が与えられていなければならないからである。特に単一光子状態等、少数の確定した光子数状態は、それがまさに区切られたパルスのモードで定義されているのでない限り、意味がない。しかしモードの定義が曖昧でよい場合、たとえば、光子数もその揺らぎも大きい場合(しかしコヒーレント状態に比べての非古典性を議論したい場合や量子相関が存在する場合)である。
- (3) 非常に薄い媒質の場合、コヒーレント長の仮想的パルスは媒質より長くなるので、この場合媒質の中をパルスが移動するという描像が成り立たない。従って、媒質中の空間発展を時間発展と同一視することには無理がある。同じことは媒質に入射したり媒質から出射する瞬間についても当てはまり、これらが重要な役割をする場合は使えない方法である。
- (4) 分散性媒質の場合分散自体がパルス間相互作用となるが、通常そこまで考慮されない。³
- (5) パルスの局所ハミルトニアンや演算子の定義が明確でない。

第 6 章ではこれらの不完全さの払拭をめざした理論を展開する。しかし上記問題

³分散によるパルス間相互作用を積極的に取り入れ、光ソリトンの伝搬を量子力学的に解析した例はある。[57]

点が気にならない場合も数多くあり、直観的な描像も描きやすいので、次節以降第4章までの解析ではこの考え方で議論を進める。

3.4節 QND 測定の証明

3.4.1 光カー効果の量子力学的ハミルトニアン

光カー効果は光ビームの強度が屈折率を変化させるので、光ビーム自身の位相を変調する自己位相変調効果と他の波長の光ビームによって変調を受ける相互位相変調効果がある。QND測定で用いるのは相互位相変調効果である。自己位相変調効果の除去が除去できることは3.7節で述べるので、相互位相変調効果のみを考慮する。被測定光とプローブ光の古典的無摂動ハミルトニアンはそれぞれ

$$H_s = \frac{1}{2} \iiint_V (\epsilon |\vec{E}_s|^2 + \mu |\vec{H}_s|^2) dV \quad (3.7)$$

および

$$H_p = \frac{1}{2} \iiint_V (\epsilon |\vec{E}_p|^2 + \mu |\vec{H}_p|^2) dV \quad (3.8)$$

である。ただし \vec{E}_s と \vec{H}_s はそれぞれ被測定光の電場および磁場ベクトル、 \vec{E}_p と \vec{H}_p はそれぞれプローブ光の電場および磁場ベクトルである。光カー効果の古典的摂動ハミルトニアンは

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{2} \iiint_V \chi^{(3)} |\vec{E}_s|^2 |\vec{E}_p|^2 dV \quad (3.9)$$

である。ただし $\chi^{(3)}$ は

$$\Delta \epsilon_{\text{probe}} = \chi^{(3)} |\vec{E}_s|^2 \quad (3.10)$$

で定義される3次の非線形電気感受率である。この式は被測定光とプローブビーム⁴の相互作用を表わす。本来は被測定光と物質の相互作用ハミルトニアンおよび物質とプローブビームの相互作用ハミルトニアンがあるが、物質の状態変数を消去すると被測定光とプローブビームの相互作用のみが残り、物質の性質は数値として $\chi^{(3)}$ で表される。

⁴本研究では一貫して、光カー媒質に入るプローブ光を「プローブビーム」、プローブビームのホモダイン検波用参照光を「参照ビーム」、ビームスプリッターでプローブビームと参照ビームに分けられる前のおおもとの光を「プローブ光」と呼ぶ。図3.1参照。

光カー効果の量子力学的ハミルトニアンは (3.9) 式の古典的ハミルトニアンに第二量子化した電磁場を代入して得る。 z 方向に伝搬する断面積 A の光ビームを考える。簡単のため y 方向に偏光している TE 波を考えれば、電場は y 成分、磁場は x 成分のみ持つ。長さ L の領域を考え、光は $z=0$ でわきだし、 $z=L$ で消えるとする。領域の体積は $V=LA$ となる。周期的境界条件によりモードを定めると、波数 k の光の量子化された電場と磁場は

$$\hat{E}_y = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon V}} [\hat{a}(t) \exp(ikz) + \text{H.c.}] \quad (3.11)$$

$$\hat{H}_x = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\mu V}} [\hat{a}(t) \exp(ikz) + \text{H.c.}] \quad (3.12)$$

となる。ただし ω_s は角振動数で、媒質により $\omega_s = \omega(k_s)$ の分散関係で決まる。また \hat{a}_s は波数 k_s の電磁場の振幅を表わす。 \hat{a}_s は古典的には複素振幅に相当する。電磁場の量子化は \hat{a}_s を被測定光の光子の消滅演算子とみなすことにより行なわれる。H.c. はエルミート共役を示す。これを無振動の古典的ハミルトニアンに代入すれば、被測定光とプローブビームに対し量子力学的無振動ハミルトニアンは次のようになる。

$$\hat{H}_s = \hbar\omega_s \left(\hat{a}_s^\dagger \hat{a}_s + \frac{1}{2} \right) \quad (3.13)$$

$$\hat{H}_p = \hbar\omega_p \left(\hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p + \frac{1}{2} \right) \quad (3.14)$$

光カー効果のハミルトニアンの量子力学的表現は

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{\hbar\omega_p\omega_s\chi^{(3)}}{2\epsilon V} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_s = \frac{\hbar\omega_p\omega_s\chi^{(3)}}{2\epsilon V} \hat{n}_p \hat{n}_s \quad (3.15)$$

となる。ただし交換関係から出てくる重要でない項の省略を適宜行った。

3.4.2 QND 条件

測定される量 \hat{A}_s は被測定光の光強度であるから、

$$\hat{A}_s = n_s \equiv \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_s \quad (3.16)$$

である。測定に用いるプローブ物理量は図 3.1 のバランストミキサーディテクターでホモダイン検波される量、すなわちプローブビームの sine 成分で

$$\hat{A}_p = \sqrt{\frac{m\omega_p}{2\hbar}} \hat{X}_{2(\text{probe})} = \frac{\hat{a}_p e^{i\omega_p t} - \hat{a}_p^\dagger e^{-i\omega_p t}}{2i} \quad (3.17)$$

である。ホモダイン検波で読み出す量がこのようになることの説明は次節 (p. 47) で行なう。

以上の結果を前章で述べた QND 測定の実条件 (p. 32) に照らし合わせてみる。まず、無摂動ハミルトニアンのもとで

$$[\hat{n}_s, \hat{H}_0] = 0. \quad (3.18)$$

であるから \hat{n}_s は運動の恒量となり、条件 1 はすでに満足されている。次に (3.15) 式から

$$[\hat{H}_{\text{int}}, \hat{n}_s] = 0 \quad (3.19)$$

となって条件 2 が満足される。条件 3 が満足されているのは自明である。最後に

$$[\hat{H}_{\text{int}}, \hat{A}_p] = \frac{\hbar\omega_p\omega_s\chi^{(3)}}{2\varepsilon V} \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_s \hat{a}_p \neq 0 \quad (3.20)$$

となって条件 4 が満足される。これにより提案した系が QND 測定になることが理論的に示された。

3.5 節 測定誤差の解析

前節では光カー効果を用いた QND 測定の原理を説明したが、本節ではこの系の動作をより詳しく解析し、光子数測定誤差および測定の反作用 (位相につけ加わる不確定量) を求める。

3.5.1 非線形光学干渉計の解析

解析に先立ち、ここでビームスプリッターの演算子関係を述べる。図 3.4 にビームスプリッターの入射光演算子と出射光演算子を示す。ビームスプリッターの反射率を r 、透過にともなう光の位相の跳びはないとすれば、これらの演算子の間には、

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_{\text{out}} &= \sqrt{1-r} \hat{a}_{\text{in}} + \sqrt{r} \hat{b}_{\text{in}} \\ \hat{b}_{\text{out}} &= \sqrt{1-r} \hat{b}_{\text{in}} - \sqrt{r} \hat{a}_{\text{in}} \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

の関係がある。両式の第二項の符号が反対であるのは反射および透過における位相の跳びの間には 180 度の差があるからである。ただし位相の値には任意性があるので、

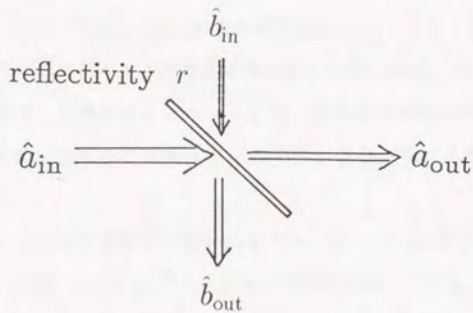


図 3.4: ビームスプリッターの入射光演算子と出射光演算子。

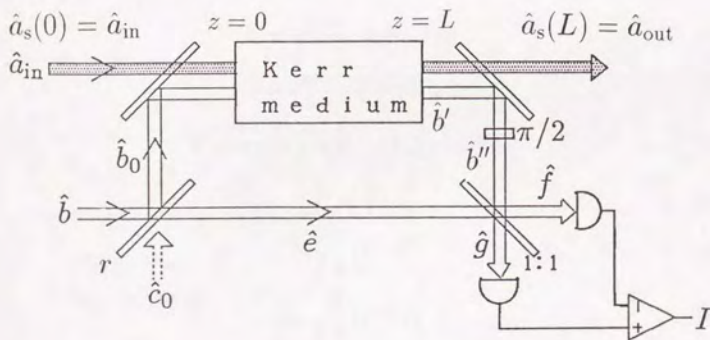


図 3.5: 光カー効果を用いた QND 測定系の各部の演算子。

右辺第二項にそれぞれ i をつける場合があるが、本質的な違いはない。この位相の任意性を別にすれば、(3.21)式は 2入力 2出力の線形関数でエネルギーの保存 (入射光子数の和が射出光子数の和に等しい) と交換関係の保存を満たす唯一のものである。散乱行列の形式で書けば、行列はユニタリーになる。第 6 章ではビームスプリッターのモデルにもなる方向性結合器や多層膜ミラーを扱い、運動方程式の結果として (3.21) 式を導出する。

光カー効果を用いた QND 測定系の解析にもどり、図 3.5 に QND 測定系の各部における演算子を示す。いま、ビームスプリッター 1 の反射率を r とする。ビームスプリッター 2 から差動増幅器までの部分をバランストミキサーディテクターと呼ぶ。ビームスプリッター 2 の反射率は 0.5 とする。その理由は第一に反射率が 0.5 であるときに干渉計の感度が最良となるからである。これについては実際に反射率を変数として計算し、感度の最良点を求めれば証明できるが、ここではそれを省略する。第二に、反射率が 0.5 であってもはじめてプローブ光自身の強度の揺らぎが差動増幅器によりキャンセルできるバランストミキサーディテクターのメリットが生かせるからである。

ビームスプリッターの入出力関係 (3.21) を用いれば、各部分の演算子の関係は以下のようになる。

$$\hat{b}_0 = \sqrt{1-r} \hat{c}_0 + \sqrt{r} \hat{b} \quad (3.22)$$

$$\hat{e} = \sqrt{1-r} \hat{b} - \sqrt{r} \hat{c}_0 \quad (3.23)$$

$$\hat{b}' = \exp(i\sqrt{F}\hat{n}_s)\hat{b}_0 \quad (\text{光カー効果}) \quad (3.24)$$

$$\hat{b}'' = i\hat{b}' \quad (3.25)$$

$$\hat{f} = \sqrt{\frac{1}{2}} (\hat{e} + \hat{b}'') \quad (3.26)$$

$$\hat{g} = \sqrt{\frac{1}{2}} (\hat{b}'' - \hat{e}) \quad (3.27)$$

となる。 F は光カー効果の大きさを表すパラメーターで、次の式で定義される。

$$\sqrt{F} \equiv \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} \cdot \frac{\hbar\omega_s\omega_p\lambda^{(3)}L}{2cV\epsilon^2} \quad (3.28)$$

ただし L は光カー媒質の長さ、 $V \equiv A_{\text{eff}} \cdot l$ は量子化体積、 A_{eff} はビームの実効的断面積、 $l \equiv c\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon}} \tau$ は量子化のため区切ったパルスの長さである。光ビームの実効的断面

積 A_{eff} は被測定光とプローブビームの横モード関数をそれぞれ $\psi_s(x, y)$ 、 $\psi_p(x, y)$ とするとき、

$$\frac{\iint |\psi_s|^2 dx dy \iint |\psi_p|^2 dx dy}{\iint |\psi_s|^2 |\psi_p|^2 dx dy} \quad (3.29)$$

で定義される。[58]

光カー効果を用いた QND 測定系の解析を進める前に、ここで前節の宿題、すなわちホモダイン検波で測定される量が (3.17) 式で与えられることを示しておく。いま図 3.5 のバランストミキサードテクターで測定される電流は $\hat{g}^\dagger \hat{g} - \hat{f}^\dagger \hat{f}$ に比例する。これを \hat{b}'' と \hat{e} で表すと、

$$\hat{g}^\dagger \hat{g} - \hat{f}^\dagger \hat{f} = -\hat{b}'' \hat{e} - \hat{e}^\dagger \hat{b}'' \quad (3.30)$$

となる。いま \hat{e} をホモダイン検波の局発光とし、従って強度の大きい古典的な光と仮定すれば、演算子 \hat{e} の代わりに c -number で $\alpha e^{-i\omega t}$ とおく。ただし α は時間に依存しない複素振幅である。いま \hat{b}'' の sine 成分をホモダイン検波するために局発光の位相を 90 度とし、 $\alpha = -i|\alpha|$ とすれば、(3.30) 式は

$$\hat{g}^\dagger \hat{g} - \hat{f}^\dagger \hat{f} = 2|\alpha| \frac{\hat{b}'' e^{i\omega t} - \hat{b}'' e^{-i\omega t}}{2i} \quad (3.31)$$

となる。これによりホモダイン検波で測定される量が (3.17) 式で与えられることが示された。

図 3.5 において独立な入射光は被測定光 \hat{a}_s 、入射プローブ光 \hat{b} 、および入射真空場 \hat{c}_0 である。(3.22) ~ (3.27) 式により演算子 \hat{f} と \hat{g} を \hat{a}_s 、 \hat{b} 、 \hat{c}_0 で表すことができる。バランストミキサードテクターは二つのディテクターに入る光子数の差を検出するので、電流 I は $\hat{g}^\dagger \hat{g} - \hat{f}^\dagger \hat{f}$ に比例する。以下に示すように、これは入射被測定光の光子数に比例する成分を持つ。このことを先取りしてその比例係数で規格化し、実際に測定する量 \hat{n}_{meas} を次のように定義する。

$$\hat{n}_{\text{meas}} \equiv \frac{\hat{g}^\dagger \hat{g} - \hat{f}^\dagger \hat{f}}{2\sqrt{r(1-r)}\sqrt{F}\langle \hat{n}_p \rangle} \quad (3.32)$$

ただし

$$\hat{n}_p \equiv \hat{b}^\dagger \hat{b} \quad (3.33)$$

である。この分母は理論的に計算できるだけでなく、実験的にあらかじめ較正しておくことができる。従って \hat{n}_{meas} は実験によって得られる量である。これと真の量との

差が測定誤差となる。すなわち測定誤差を $\langle(\Delta n)^2\rangle_{(\text{error})}$ とすれば、

$$\langle(\Delta n)^2\rangle_{(\text{error})} \equiv \langle(\hat{n}_{\text{meas}} - \hat{n}_s)^2\rangle \quad (3.34)$$

(3.22)~(3.27)式を用い、 \hat{n}_{meas} を独立な入射光 \hat{a}_s 、 \hat{b} 、 \hat{c}_0 で表すと

$$\hat{n}_{\text{meas}} = \frac{(\hat{n}_p - \hat{c}^\dagger \hat{c})\hat{n}_s}{\langle\hat{b}^\dagger \hat{b}\rangle} + \frac{(-ie^{i\hat{\theta}} - 2r \sin \hat{\theta})\hat{b}^\dagger \hat{c} + (ie^{-i\hat{\theta}} - 2r \sin \hat{\theta})\hat{c}^\dagger \hat{b}}{2\sqrt{r(1-r)}\sqrt{F}\langle\hat{b}^\dagger \hat{b}\rangle} \quad (3.35)$$

となる。ただし

$$\hat{\theta} \equiv \sqrt{F}\hat{n}_s \quad (3.36)$$

であり、(3.35)式の第一項で $\hat{\theta} \ll 1$ とし、 $\sin \hat{\theta} \simeq \hat{\theta}$ とした。⁵ これはプローブビームの位相変化が被測定光に対しリニアと見なせる領域に干渉計の動作領域を限定することを意味する。この限定は後述するように干渉計の感度とダイナミックレンジの両立を制限するが、その制限はプローブビームの強度を増すことにより無くすることができる。なお、もし光子数の絶対値を測定する必要がなくその量子雑音成分のみ測定したい場合、この条件は大幅に緩和される。このときは $\hat{\theta} \equiv \sqrt{F}\Delta\hat{n}_s$ と定義する。詳細は3.6節で述べる。 \hat{n}_{meas} の期待値は(3.35)式より

$$\langle\hat{n}_{\text{meas}}\rangle = \langle\hat{n}_s\rangle \quad (3.37)$$

となる。(3.37)式はこの測定が期待値に対して正しい測定になっていることを意味する。もともとそうなるように(3.32)式で \hat{n}_{meas} を定義したのであった。

(3.35)式を(3.34)式に代入し \hat{c} を真空場をして少し計算すると、測定誤差は

$$\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle_{(\text{error})} = \frac{1}{4r(1-r)F\langle\hat{n}_p\rangle} \quad (3.38)$$

となる。

この式は、被測定光の光子数測定誤差はプローブ光の光子数に反比例することを示す。その物理的解釈は次の通りである。プローブビーム \hat{b} と参照ビーム \hat{e} の位相差で測定するので、測定誤差は位相差の不確定量に依存し、具体的にはそれに光カー効

⁵厳密には $\hat{\theta} (= \sqrt{F}\hat{n}_s)$ は演算子であるので数値1とは比較できない。この近似の意味は、テイラー展開して3次以上の項の期待値をとったとき無視できないほど大きくなるような異常な量子状態は考えないということである。コヒーレント状態や極端にスクイジングしていないスクイズド状態などは問題ない。

果の大きさ \sqrt{F} を乗じたものであるはずである。不確定性原理により位相差の不確定量はプローブ光の光子数の不確定量に反比例する。プローブ光をコヒーレント状態に近いとしたので、光子数の不確定量は光子数の期待値と同じオーダーである。このため(3.38)式のような結果となる。

測定誤差は光カー効果の大きさ F を大きくすることにより小さくできる。もしくはプローブ光の強度を増すことにより小さくできる。これは、位相の不確定量は強度に反比例するためである。

3.5.2 光源強度に制限がある場合

図 3.5 において \hat{b} の強度が一定という場合を想定する。これはビームスプリッターで分岐される前のプローブ光の強度を一定にするという、現実に即した条件である。この条件のもとに測定誤差(3.38)式の最小値を求めると、それはビームスプリッター1の反射率 r が0.5のときに

$$\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle_{(\text{error})} = \frac{1}{F\langle\hat{n}_p\rangle} \quad (3.39)$$

であることが分かる。規格化した測定誤差 Δ を

$$\Delta \equiv \frac{\langle(\hat{n}_{\text{meas}} - \hat{n}_s)^2\rangle}{\langle\hat{n}_s\rangle} \quad (3.40)$$

で定義すると、

$$\Delta = \frac{1}{F\langle\hat{n}_s\rangle\langle r_p\rangle} \quad (3.41)$$

で与えられる。規格化した測定誤差を考える理由は、式の対称性をよくすること以上に、第4章で損失を含む光子数のQND測定を扱うときに、記述が容易になるからである。

測定誤差はどの程度小さくしなければならないであろうか。詳しくは次章の損失と測定誤差の解析を待たねばならないが、いま仮に被測定光がコヒーレント状態であったとして、その光子数不確定性より精度の高い測定を期待する。(これより精度が悪ければ古典的強度の測定になるであろうから。)このとき(3.40)式より、規格化した測定誤差 Δ は1より小さいことが要求される。ところが $\sqrt{F}\langle\hat{n}_s\rangle \ll 1$ という条件があ

るので、これは (3.41) 式により $\sqrt{F}(\hat{n}_p) \gg 1$ を要求する。すなわち被測定光の光子数を読み出すために干渉計はリニアな領域になければならない (光カー効果は強すぎてもならない) が、一方精度を上げるためにはプローブ光を極めて大きくしなければならぬ。被測定光の光子数 ($\gg 1$) そのものを光子数不確定性より高精度で読み出すという広いダイナミックレンジを要求すると、どうしてもこのような厳しい条件となる。光子数そのものでなくその揺らぎを測定する場合については 3.6 節で述べる。

次に被測定光の位相に誘起される測定の反作用を求める。被測定光の演算子 \hat{a} に対する運動方程式を解くと、(3.24) 式において被測定光とプローブビームを入れ換えた次式を得る。

$$\hat{a}_{\text{out}} = \exp(i\hat{\theta}_p)\hat{a}_{\text{in}} \quad (3.42)$$

ただし

$$\hat{\theta}_p = \sqrt{F}\hat{b}_0^\dagger\hat{b}_0 \quad (3.43)$$

である。この $\hat{\theta}_p$ を、被測定光に新たに付け加った位相と見なす。

よく知られているように、量子力学的には「位相演算子」なるエルミート演算子を厳密に定めることはできない。[59] しかし図 3.6 に示すように、光子数が大きくかつ不確定領域が角度方向にあまり広がっていない光の状態に対しては、近似的に位相の期待値と不確定量が定義できる。この場合、入射光の位相が 0 であるように位相の原点を選べば、位相演算子 $\hat{\phi}$ はサイン演算子 \hat{S} で近似でき、

$$\hat{\phi} \simeq \hat{S} \equiv \frac{1}{2i} \left(\sqrt{\frac{1}{\hat{n}+1}} \hat{a} - \hat{a}^\dagger \sqrt{\frac{1}{\hat{n}+1}} \right) \quad (3.44)$$

となる。

光カー効果を受けたことによる被測定光位相の不確定量の増加は、(3.44)、(3.42) 式を用いると

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{\text{out}} - \hat{\phi}_{\text{in}} &= \frac{1}{2i} \left(\sqrt{\frac{1}{\hat{n}_{\text{in}}+1}} \hat{a}_{\text{in}} [1 - \exp(i\hat{\theta}_p)] - [1 - \exp(-i\hat{\theta}_p)] \hat{a}_{\text{in}}^\dagger \sqrt{\frac{1}{\hat{n}_{\text{in}}+1}} \right) \\ &\simeq \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{\hat{n}_{\text{in}}+1}} \hat{a}_{\text{in}} \hat{\theta}_p + \hat{\theta}_p \hat{a}_{\text{in}}^\dagger \sqrt{\frac{1}{\hat{n}_{\text{in}}+1}} \right) \\ &= \hat{C}_{\text{in}} \hat{\theta}_p \end{aligned} \quad (3.45)$$

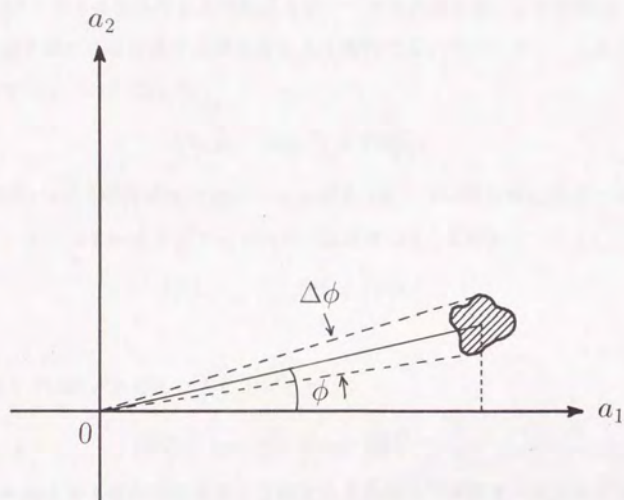


図 3.6: 位相およびその不確定性が近似的に定められる状態。

となる。ただし \hat{C} はコサイン演算子で

$$\hat{C} \equiv \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{\hat{n}+1}} \hat{a} + \hat{a}^\dagger \sqrt{\frac{1}{\hat{n}+1}} \right) \quad (3.46)$$

である。[59] 入射被測定光の相対位相を 0 としておいたので、 $\hat{C}_{in} \simeq 1$ である。従って (3.45) 式と (3.43) 式より

$$\langle [\Delta(\hat{\phi}_{out} - \hat{\phi}_{in})]^2 \rangle = F(\langle \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0 - \langle \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0 \rangle \rangle^2) \quad (3.47)$$

この式は、QND 測定 of 反作用として被測定光につけ加わる位相の不確定量は、プローブビームの光子数の不確定量に比例することを意味する。プローブビームをコヒーレント状態とすれば (3.47) 式は

$$\langle [\Delta(\hat{\phi}_{out} - \hat{\phi}_{in})]^2 \rangle = F(\hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0) \quad (3.48)$$

となる。(3.42) から (3.48) 式まではビームスプリッター 1 の反射率の設定とは無関係に成立する。ここでビームスプリッター 1 の反射率を 0.5 とおき、

$$\langle [\Delta(\hat{\phi}_{out} - \hat{\phi}_{in})]^2 \rangle = \frac{1}{2} F(\hat{n}_p) \quad (3.49)$$

を得る。

(3.49) 式と (3.39) 式の積を作ることにより、

$$\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle_{(error)} \cdot \langle [\Delta(\hat{\phi}_{out} - \hat{\phi}_{in})]^2 \rangle = \frac{1}{2} \quad (3.50)$$

を得る。この式は光子数の測定誤差と誘起される位相の不確定量の間には不確定関係があることを意味する。すなわち光子数を正確に測ろうとすればするほど、被測定光位相には不確定量が付加される。しかしこの関係は最小不確定関係ではない。一般に光子数と位相の不確定関係は

$$\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle \cdot \langle (\Delta \hat{\phi})^2 \rangle = \frac{1}{4} \quad (3.51)$$

である。従って (3.50) 式は、測定により余分の不確定さがつけ加わっていることを意味する。余分の不確定さの原因は外部から系に入り込む真空場 (図 3.5 の \hat{c}_0) にある。プローブビームと参照ビームに分ける以前の光 \hat{b} の強度が一定という条件のとき最適の r は 0.5 となり、この余分の不確定性は避けられない。しかし次の理想的ホモダイン検波ではこれが除去され、(3.50) 式に相当する式の右辺は $\frac{1}{2}$ でなく $\frac{1}{4}$ となることが示される。

3.5.3 理想的ホモダイン検波の場合

図 3.5 において \hat{b}_0 の光の強度を一定という条件を考える。これは光カー媒質に入るプローブビームの強度を一定にする条件であり、理想的ホモダイン検波の条件である。(3.22)式から得られる

$$\langle \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0 \rangle = r \langle \hat{n}_p \rangle \quad (3.52)$$

を用いて (3.38) 式を \hat{b}_0 で表わすと、

$$\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle_{(\text{error})} = \frac{1}{4(1-r)F\langle \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0 \rangle} \quad (3.53)$$

を得る。これを最小にするのは $r \rightarrow 0$ のときであり、そのときの測定誤差は

$$\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle_{(\text{error})} = \frac{1}{4F\langle \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0 \rangle} \quad (3.54)$$

となる。これはビームスプリッター 1 の反射率を非常に小さくすると同時におおもとのプローブ光 \hat{b} を非常に大きくし、光カー媒質に入射するプローブビーム \hat{b}_0 の強度を一定にすることに相当する。これは参照光 \hat{e} (ホモダイン検波の用語では局発光) を非常に強くすることにより真空場 \hat{c}_0 の影響をなくす理想的ホモダイン検波の条件である。

次に被測定光の位相に誘起される測定の反作用を求める。(3.54)、(3.48)から、理想的ホモダイン検波の場合

$$\langle (\hat{n}_{\text{meas}} - \hat{n}_s)^2 \rangle \cdot \langle (\phi_{\text{out}} - \phi_{\text{in}})^2 \rangle = \frac{1}{4} \quad (3.55)$$

を得る。この式は、理想的ホモダインにおいては光子数の測定誤差と誘起される位相の不確定量の間には最小不確定関係があることを意味する。

3.5.4 ディテクターの量子効率の影響

これまでではディテクターの量子効率は暗黙のうちに 1 であるとした。現実の光ディテクターは、半導体 PIN または APD で 0.9 を越えるものではなく、典型的には 0.7 である。光電子増倍管ではさらに小さく、通常 0.1 以下、大きくても 0.3 以下である。ディテクターの量子効率は入射光子数のうち光電子に変換される光子数の割合であるか

ら、量子効率が η_{det} のディテクターは量子効率 1 のディテクターの前に透過率 η_{det} の光アッテネーターを置いたものに相当する。図 3.5 において透過率 η_{det} のアッテネーターをディテクターの前に置くと、測定の反作用は変わらないが、測定誤差は当然大きくなる。これまでと同様な解析により測定誤差の計算を行った。結果のみ記すと、プローブ光をコヒーレント状態とし、ビームスプリッター 1 の反射率を r とする場合:

$$\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle_{(\text{error})} = \frac{1}{4r(1-r)F\langle\hat{n}_p\rangle} + \frac{1-\eta_{\text{det}}}{\eta_{\text{det}}}\langle\hat{n}_p\rangle \quad (3.56)$$

プローブ光源の強度を一定とする場合:

$$\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle_{(\text{error})} = \frac{1}{F\langle\hat{n}_p\rangle} + \frac{1-\eta_{\text{det}}}{\eta_{\text{det}}}\langle\hat{n}_p\rangle \quad (3.57)$$

理想的ホモダインの場合:

$$\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle_{(\text{error})} = \frac{1}{4(1-r)F\langle\hat{b}_0^\dagger\hat{b}_0\rangle} + \frac{1-\eta_{\text{det}}}{\eta_{\text{det}}r}\langle\hat{b}_0^\dagger\hat{b}_0\rangle \quad (3.58)$$

となる。上の三つの式で右辺第二項がディテクターの量子効率によりつけ加わった項である。これがもとの測定誤差すなわち第一項を越えないための条件を求めると、プローブ光をコヒーレント状態とし、ビームスプリッター 1 の反射率を r とする場合:

$$\eta_{\text{det}} > \frac{4r(1-r)F\langle\hat{n}_p\rangle^2}{1+4r(1-r)F\langle\hat{n}_p\rangle^2} \quad (3.59)$$

プローブ光源の強度を一定とする場合:

$$\eta_{\text{det}} > \frac{F\langle\hat{n}_p\rangle^2}{1+F\langle\hat{n}_p\rangle^2} \quad (3.60)$$

理想的ホモダインの場合:

$$\eta_{\text{det}} > \frac{4(1-r)F\langle\hat{b}_0^\dagger\hat{b}_0\rangle^2}{r+4(1-r)F\langle\hat{b}_0^\dagger\hat{b}_0\rangle^2} \quad \text{ただし } r \rightarrow 0 \quad (3.61)$$

となる。(3.61)式は η_{det} が限りなく 1 に近くなければならないことを示している。すなわち理想的ホモダインにおいては、量子効率が 1 より少し小さいだけでも測定誤差劣化の主要因になってしまう。それではもっと現実的な (3.60)式はどうであろうか。49 ページで述べたように光子数そのものの測定においては $\sqrt{F\langle\hat{n}_p\rangle} \gg 1$ が要求される。この場合 (3.60) は、やはり η_{det} が 1 に近くなければならないことを示している。この

ことから、光子数そのものの測定は、現存のディテクターを用いる限り現実的でないといえる。しかし実験でスペクトラムアナライザーで雑音パワースペクトルを観測する場合、光子数の絶対値を見ているのではなく変動分を観測しているのである。この場合の QND 測定誤差の要求条件は次に述べるように大幅に緩和される。

3.6 節 数値的検討

再三触れてきたように光子数そのものを測定する場合、干渉計の線形応答近似などの仮定が要求される。また、測定が「量子力学的」といえるためには、適当な精度が要求される。具体的な数値例を挙げるため、用いた仮定および要求される測定精度から来る光パワーへの要求条件を以下に整理する。

3.6.1 光子数の測定

干渉計がリニアな領域になければならないことから、 $\sqrt{F}\langle n_s \rangle \ll 1$ である。この条件を光パワーで書くため F の定義を書き換える。(3.28)式より

$$\sqrt{F} \equiv \frac{2\hbar\pi^2}{\varepsilon_0^2} \cdot \frac{\chi^{(3)}L}{n^2\lambda_p\lambda_s A_{\text{eff}}} \cdot \frac{1}{\tau} \quad (3.62)$$

である。ただし L は光カー媒質の長さ、 A_{eff} はビームの実効的断面積、 τ は量子化のため区切ったパルスの時間的長さ、 n は屈折率である。一方光子数の期待値と光パワー P の間には

$$P = \frac{\langle \hat{n} \rangle \hbar \omega}{\tau} \quad (3.63)$$

の関係があるから、

$$\sqrt{F}\langle \hat{n}_s \rangle = \frac{\pi}{\varepsilon_0^2 c} \cdot \frac{\chi^{(3)}L}{n^2 A_{\text{eff}} \lambda_p} \cdot P_s \quad (3.64)$$

$$\sqrt{F}\langle \hat{n}_p \rangle = \frac{\pi}{\varepsilon_0^2 c} \cdot \frac{\chi^{(3)}L}{n^2 A_{\text{eff}} \lambda_s} \cdot P_p \quad (3.65)$$

$$\sqrt{F}\langle \hat{n}_p \rangle \langle \hat{n}_s \rangle = \left(\frac{\pi}{\varepsilon_0^2 c} \right)^2 \cdot \frac{1}{\lambda_p \lambda_s} \left(\frac{\chi^{(3)}L}{n^2 A_{\text{eff}}} \right)^2 \cdot P_p P_s \quad (3.66)$$

である。右辺は (基本定数) \times (媒質定数) \times (光源のパラメーター) の三つの因子に分けた。ビームの断面積 A_{eff} は媒質定数の方に分類したのは、次章で損失を考慮したと

きに最適ビーム断面積が媒質で決まると、媒質として光ファイバーを想定したとき断面積は媒質パラメーターであるからである。(3.64)式～(3.66)式には量子化のためのパルス幅 τ が入っておらず、媒質と光源強度だけで決まる。

いま、媒質として単一モード石英光ファイバー、波長として約 $1.0\ \mu\text{m}$ を仮定する。 $n = 1.45$ 、 $A_{\text{eff}} = 70\ \mu\text{m}^2$ 、 $\chi^{(3)} = 3 \times 10^{-33}$ MKS、 $L = 10$ kmを仮定すると、条件 $\sqrt{F\langle n_s \rangle} \ll 1$ は $P_s \ll 40$ mWとなる。これは現実的に問題ない。また、量子的揺らぎを測定するための条件 $\Delta < 1$ を要求する。ディテクターの量子効率をほぼ1と仮定して(3.60)式右辺第二項を無視すれば、この条件は $P_p \gg 40$ mWを意味する。しかもディテクターの量子効率は1に近くなければならない。これらの条件は現実性を考慮したとききわめて厳しい条件である。結論的に言えば、コヒーレント状態に近い光の光子数そのものを測定する場合、光子数不確定量より高い精度でQND測定を行うことは、現段階では現実性に乏しいと言わねばならない。しかし次に述べるように、光子数の揺らぎのQND測定はより現実的である。

3.6.2 光子数雑音の測定

雑音パワースペクトルを測定する実際の系は、光強度の絶対値(dc値)でなく、平均値からの変動成分を観測している。被測定光としてコヒーレント状態を仮定すれば $\langle (\Delta \hat{n}_s)^2 \rangle = \langle \hat{n}_s \rangle$ であるので、干渉計のリニア領域条件は前と異なり $\sqrt{F\langle n_s \rangle} \ll 1$ となる。これを光パワーで書くと

$$P_s \ll \frac{\epsilon_0^4 c}{h\pi^2} \cdot \lambda_s \left(\frac{n^2 \lambda_p A_{\text{eff}}}{\chi^{(3)} L} \right)^2 \cdot \tau \quad (3.67)$$

となる。今度は τ の選択が関係する。いま、雑音スペクトルとして1 GHzまで観測したいとすれば、 $\tau = 1$ nsとなるので、(3.67)式は $P_s \ll 10^7$ Wとなる。これは現在のレーザーでは常に満たされているので、考慮する必要はない。

そこで次に $P_s = P_p \equiv P$ として条件 $\Delta < 1$ を検討する。この条件は(3.60)式を用いて、

$$P^2 \gg \frac{\eta_{\text{det}}}{2\eta_{\text{det}} - 1} \left[\left(\frac{\pi}{\epsilon_0^2 c} \right)^2 \cdot \frac{1}{\lambda_p \lambda_s} \left(\frac{\chi^{(3)} L}{n^2 A_{\text{eff}}} \right)^2 \right]^{-1} \quad (3.68)$$

と書ける。この式は量子効率 η_{det} が50%以上でなければならないことを示している。いま量子効率 η_{det} をたとえば60%～70%に選ぶと、この式は $P >$ 約100 mWを意

味する。この程度のパワーを持つレーザーは数多く存在するので、材料とレーザーおよびディテクターの量子効率に関する限り、光子数雑音の QND 測定は現実的であると結論される。

3.7 節 自己位相変調効果の除去

光カー効果には相互位相変調効果以外に自己位相変調効果がある。これまでは自己位相変調効果がないものとしてきた。物理的にそのような状況は、相互位相変調効果のみに共鳴する準位を有する媒質によって実現される。しかし、所望の波長でちょうど共鳴する物質がない場合も考えられる。また、共鳴するということは光損失も大きいということであるので、QND 測定に適しないであろう。一般に非共鳴の媒質の方が損失が小さい。極低損失で知られる石英光ファイバーも非共鳴の媒質である。

このような場合、相互位相変調効果のちょうど半分の大きさの自己位相変調効果が存在することが知られている。すなわち

$$\hat{a}_s(L) = \hat{a}_s(0) \exp \left[i \left(\frac{\sqrt{F}}{2} \hat{n}_s + \sqrt{F} \hat{n}_p \right) \right] \quad (3.69)$$

$$\hat{a}_p(L) = \hat{a}_p(0) \exp \left[i \left(\frac{\sqrt{F}}{2} \hat{n}_p + \sqrt{F} \hat{n}_s \right) \right] \quad (3.70)$$

となる。しかし干渉計の位相差を適当にオフセットさせると自己位相変調効果は除去できる。[26] この節ではそれを理論的に明らかにする。

自己位相変調効果によりコヒーレント状態は一種のスクイズド状態となる。[60] 図 3.7 にその様子を示す。まず (a) は自己位相変調効果がない場合で、プローブビームはその不確定領域の形が円形のまま、被測定光の強度に (あるいは雑音成分を見るときは強度の変化分に) 比例した位相のシフトを受ける。ただし位相の変化が小さいので、円周に沿う動きは図のように垂直に上昇する動きとなる。この上昇分を検知するために、位相が $\frac{\pi}{2}$ 異なる参照ビームでホモダイン検波するのであった。ところが自己位相変調効果が存在する場合、上昇するのみでなく不確定領域の形が図 3.7(b) のようにスクイジングされる。被測定光がない場合も自己位相変調効果は存在するので、全く同じようにスクイジングされる。[61] そこで図 3.7(b) のように参照ビームの位相

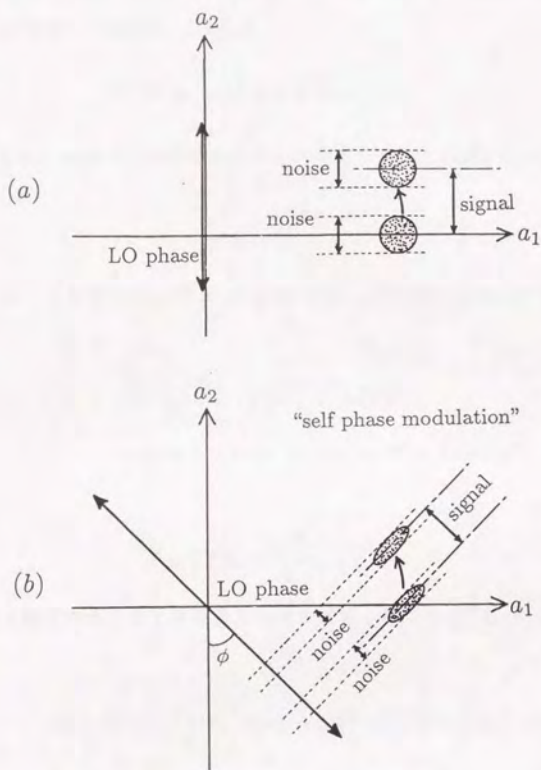


図 3.7: 自己位相変調効果によるプローブビームの状態変化。(a) 自己位相変調効果がない場合。プローブビームはその不確定領域の形が円形のまま、被測定光の強度に比例した位相のシフトを受ける。(b) 自己位相変調効果がある場合。不確定領域の形がスキューイングされ、それが被測定光の有無に従ってシフトする。

をスクイジングの度合いに応じて ϕ だけ回転させれば、図 3.7(a)と同じ S/N 比で位相変化が読み取れることが期待できる。

ϕ をどのような値に選ぶべきかを計算する。今、図 3.5(p. 45)において自己位相変調効果も考慮するので、(3.24)式 (p. 46)は

$$\hat{b}' = \exp\left(i\sqrt{F}\hat{n}_s + i\frac{\sqrt{F}}{2}\hat{n}_p\right)\hat{b}_0 \quad (3.71)$$

に変更される。また、同図で $\frac{\pi}{2}$ の位相板の代わりに $\frac{\pi}{2} + \phi$ の位相板を置くので、(3.25)式は

$$\hat{b}'' = ie^{i\phi}\hat{b}' \quad (3.72)$$

に変更される。以上の変更を行って p. 46 ~ 48 で行った計算と同様に $\hat{g}^\dagger\hat{g} - \hat{f}^\dagger\hat{f}$ を計算すると、

$$\begin{aligned} \hat{g}^\dagger\hat{g} - \hat{f}^\dagger\hat{f} &= \frac{(\hat{n}_p - \hat{c}^\dagger\hat{c})\hat{n}_s}{\langle\hat{b}^\dagger\hat{b}\rangle} \cdot 2\sqrt{r(1-r)}\sqrt{F}\hat{\theta}' \\ &+ (-ie^{i\hat{\theta}'} - 2\sin\hat{\theta}')\hat{b}^\dagger\hat{c} + (-e^{-i\hat{\theta}'} - 2\sin\hat{\theta}')\hat{c}^\dagger\hat{b} \end{aligned} \quad (3.73)$$

を得る。ただし

$$\hat{\theta}' \equiv \sqrt{F}\hat{n}_s + \frac{\sqrt{F}}{2}\hat{n}_p + \phi \quad (3.74)$$

である。いま光子数ではなく光子数雑音の測定を考え、従って $\sqrt{F}\hat{n}_p \ll 1$ の近似が使えたとすれば、

$$\begin{aligned} \sin\hat{\theta}' &= \sin\left(\sqrt{F}\hat{n}_s + \frac{\sqrt{F}}{2}\hat{n}_p\right)\cos\phi + \cos\left(\sqrt{F}\hat{n}_s + \frac{\sqrt{F}}{2}\hat{n}_p\right)\sin\phi \\ &\simeq \left(\sqrt{F}\hat{n}_s + \frac{\sqrt{F}}{2}\hat{n}_p\right)\cos\phi + \sin\phi \end{aligned} \quad (3.75)$$

となる。これを(3.73)式に代入し、

$$\langle\hat{g}^\dagger\hat{g} - \hat{f}^\dagger\hat{f}\rangle = 2\sqrt{r(1-r)}\sqrt{F}\langle\hat{n}_p\rangle\cos\phi\left[\langle\hat{n}_s\rangle + \frac{\langle\hat{n}_p\rangle}{2} + \frac{\langle(\Delta\hat{n}_p)^2\rangle}{2\langle\hat{n}_p\rangle} + \frac{\sin\phi}{\sqrt{F}\cos\phi}\right] \quad (3.76)$$

を得る。そこで、その期待値が $\langle\hat{n}_s\rangle$ に等しくなるように測定される量 \hat{n}'_{meas} を

$$\hat{n}'_{\text{meas}} \equiv \frac{\hat{g}^\dagger\hat{g} - \hat{f}^\dagger\hat{f}}{2\sqrt{r(1-r)}\sqrt{F}\langle\hat{n}_p\rangle\cos\phi} - \frac{\langle\hat{n}_p\rangle}{2} - \frac{\langle(\Delta\hat{n}_p)^2\rangle}{2\langle\hat{n}_p\rangle} - \frac{\sin\phi}{\sqrt{F}\cos\phi} \quad (3.77)$$

で定義する。これは実験によって得られる量で定義されている。(3.73)を式(3.77)式に代入し、

$$\begin{aligned} \hat{n}_{\text{meas}} = & \frac{\hat{n}_p - \hat{c}_0^\dagger \hat{c}_0}{\langle \hat{n}_p \rangle} \hat{n}_s + \frac{(-ie^{i\theta'} - 2 \sin \theta') \hat{b}^\dagger \hat{c} + (-e^{-i\theta'} - 2 \sin \theta') \hat{c}^\dagger \hat{b}}{2\sqrt{r(1-r)}\sqrt{F}\langle \hat{n}_p \rangle \cos \phi} \\ & - \frac{\hat{n}_p \hat{c}_0^\dagger \hat{c}_0 + ((\Delta \hat{n}_p)^2)}{2\langle \hat{n}_p \rangle} + \frac{\hat{n}_p^2 - \langle \hat{n}_p \rangle^2}{2\langle \hat{n}_p \rangle} + \frac{(\hat{n}_p - \langle \hat{n}_p \rangle) \sin \phi}{\sqrt{F}\langle \hat{n}_p \rangle \cos \phi} \end{aligned} \quad (3.78)$$

を得る。右辺第一項と第二項は $\cos \phi$ の項を除き、自己位相変調効果がないとした場合の(3.35)式と同じである。第三項から第五項が自己位相変調効果によって新たに生じた雑音演算子である。このうち第三項は測定誤差を計算するとき寄与しない。従って第四項と第五項が自己位相変調効果により付加される雑音の主たる項である。ところが第四項と第五項が打ち消すように ϕ を選ぶことができる。第四項を書きかえると

$$\frac{\hat{n}_p^2 - \langle \hat{n}_p \rangle^2}{2\langle \hat{n}_p \rangle} \simeq \frac{(\hat{n}_p + \langle \hat{n}_p \rangle)(\hat{n}_p - \langle \hat{n}_p \rangle)}{2\langle \hat{n}_p \rangle} = \frac{(2\langle \hat{n}_p \rangle + \Delta \hat{n}_p)\Delta \hat{n}_p}{2\langle \hat{n}_p \rangle} \simeq \Delta \hat{n}_p \quad (3.79)$$

となる。これと第五項を比べることにより、

$$\tan \phi = -\sqrt{F}\langle \hat{n}_p \rangle \quad (3.80)$$

のときに第四項と第五項が打ち消すことが分かる。この両辺とも1よりずっと小さいので(小さいと仮定しているので)、(3.80)は

$$\phi = -\sqrt{F}\langle \hat{n}_p \rangle \quad (3.81)$$

と書ける。このとき $\cos \phi \simeq 1$ である。これを用いると \hat{n}'_{meas} から求めた測定誤差は、自己位相変調効果がない場合の \hat{n}_{meas} から求めた測定誤差(3.38)式(p.48)に一致する。以上により、プローブ光強度が余り大きくない場合は、自己位相変調効果は干渉計の位相オフセットを適当に設定することにより除去できることが示された。

3.8節 QND測定と観測問題

QND測定とパウリの第一種測定[52]との間には概念上の類似点はあるが、実際は異なる。パウリの第一種測定とは「測定直後の量子状態がその測定値の固有状態にあるような測定」である。これは一見、測定誤差のないQND測定と同義語のように見え

る。しかしパウリの第一種測定が言及しているのは「測定直後」の状態であって「測定後の自由運動」ではない。従っての第一種測定はあらゆる物理量に適用でき、QND変数条件を要請しない。この点がQND測定と異なる。事実、図 2.1 (p. 27) に示した位置の測定はパウリの第一種測定であるが、QND測定ではない。またパウリの第一種測定は測定誤差が0であることが要請される。測定される量の運動を妨害しないことのみをQND測定に要請すれば、QND測定には測定誤差0は要請されない。

QND測定の理論そのものは現在の量子力学(コペンハーゲン解釈)の枠内の理論である。QND測定が要求するのは、ある量が第一種測定され波束の収縮を起こしたとして、それが次の測定に影響を及ぼさないことと、測定に用いる相互作用がその量に影響を与えないことだけである。従ってQND測定は(プローブの読み出しによる被測定系の)波束の収縮をすでに仮定しているのであって、波束の収縮を説明するものではない。本研究も従って観測問題を説明するものではなく、通常の量子力学の枠内で波束の収縮を仮定しているのである。

しかしQND測定は波束の収縮に関して理解を深めるための思考実験の材料を提供する。例として図 3.8(a) に示すヤングの干渉実験を考える。量子力学における粒子と波動の二重性の説明によく引き合いに出されるこの有名な実験では、光子が slit 1 と slit 2 のどちらを通ったか知り得ないときに初めて干渉縞が現われる。すなわち図 3.8(b) のように一方の slit 直後にディテクターを置き、どちらを通ったかを確認すると、干渉縞は現われないのである。それならば、図 3.8(c) のように一方に通常の吸収性ディテクターでなくQND測定装置、たとえば透明な光カー媒質を置いたときどうなるであろうか。答えは、単に光カー媒質を置いた場合干渉縞はなんの劣化もなく出現するが、光子がどちらを通ったか確認しようとしてプローブビームを光カー媒質に通したときに、干渉縞は弱まる。なぜならばQND測定の反作用により光の位相に予測不可能な揺らぎが付加されるため、全く干渉を起こさなくなるからである。プローブビームの強度を上げるほど完全なQND測定に近くなるので、(d) のように干渉縞は消滅する。この例から二つのことが指摘できる。それは特に本論文のオリジナルではないが、学会などでしばしば混乱が見られるので、この具体例を通して指摘しておく価値があると思われる。

一つは、被測定系のみ密度行列の対角化を論じて測定過程を記述したことに

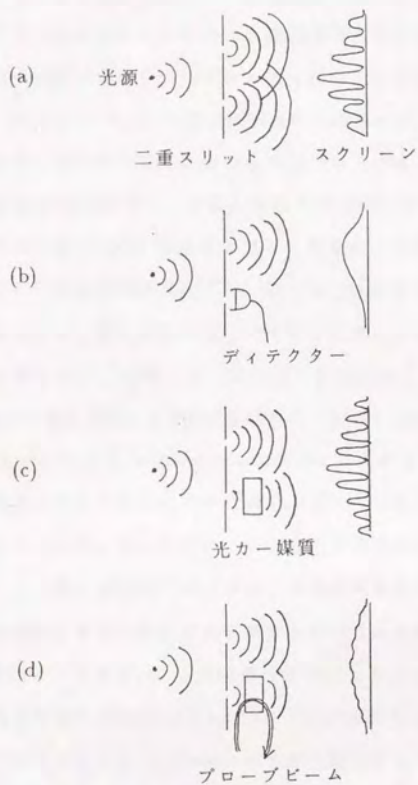


図 3.8: QND 測定とヤングの干渉実験。(a) ヤングの干渉実験。(b) 一方の slit にディテクターを置くと干渉縞は消失する。(c) 一方の slit に理想的 QND 測定装置を置いた場合。(d) 測定誤差のある QND 測定装置を置いた場合。

ならないということである。図 3.8(d)プローブビームの測定をその後行うか否かにかかわらず、プローブビームを通しただけで干渉縞が消える。すなわち測定の反作用はプローブをその後読み出すか否かにかかわらず被測定系に及ぼされ、被測定系の密度行列の非対角成分は 0 に近づく。しかしプローブの読み出しを行わない限り相互作用は可逆 (ユニタリー) であるので、非可逆な観測過程にはなっていない。これは、測定過程を被測定系の密度行列の対角化であるとしたのではいけないことを意味する。測定過程とは正しくは被測定系とプローブ系の合成密度行列の非可逆な対角化である。プローブ系を読み出す以前の QND 測定系は光カー効果による単なる量子力学的散乱問題である。それでも干渉縞の消失は起こる。従って干渉縞の消失 = 観測過程としてはいけない。重要なことは、観測過程とはプローブと被測定系の密度行列の非対角成分間の相関を完全に消し去り、回復しないということである。

もう一つは、光カー効果を用いる QND 測定系は、von Neumann の射影公理では説明できないとされることがある unsharp measurement の例になっていることである。プローブ光強度も光カー効果も有限とすれば測定誤差は 0 でなく、かつ、つけ加わる位相の揺らぎも無限ではない。これはプローブと被測定系の散乱による情報交換が不十分の場合である。この場合図 3.8(d) のように、干渉縞はある程度消失するが、完全に無くなるわけではない。そのかわりに測定精度も有限であるので、光子がどちらを通ったかの確認も確実にはできない。これは最近話題になる「unsharp measurement」である。しばしば観測理論の帰結として unsharp measurement が説明されることがある。例えば「自由度無限の系との coupling が波束の収縮の原因であり、無限でない場合に不完全な波束の収縮が起こる」という説明である。しかし上に述べたように、単に二体の散乱における相互作用が有限であることを仮定するだけで、現在の量子力学の範囲でも unsharp measurement は十分説明できるのである。特に本章でみたように、波束の収縮を直接論じなくとも、有限の相互作用を Heisenberg 描像で扱うだけで、測定誤差その他の理論解析は可能である。

本研究では専ら Heisenberg 描像による記述を行っている。QND 測定における波束の収縮を論じようと思えば schrödinger 描像による QND 測定系の記述が必要となる。これは [62] にある程度論じられている。また、微小な相互作用による unsharp measurement を多段接続し、それぞれのステップの相互作用および時間幅を無限小にした極限とし

て、最近連続的量子測定理論が最近展開されている。特に文献[63][64]では位置の連続測定を想定している。連続測定においては密度行列の連続的対角化が見られることが期待される。光の分野ではフォトン・カウンティングが連続測定の代表例であり、[65][66]場の密度行列の非ユニタリー時間発展が詳しく調べられている。しかし波束の収縮という観点からは、フォトン・カウンティングは破壊測定であるために、波束は最終的には必ず真空場へ向かう。従っていわゆる密度行列の対角化は見られない。文献[63][64]でも粒子の位置の測定はQND測定でない。筆者等は光での連続測定の一般論[67]にQND測定のHamiltonianを適用した例を二つ提唱した。一つはQND測定的フォトン・カウンティングで、[68]もう一つは本章で述べた光カー効果を用いるQND測定を多段接続し、それぞれのカー媒質を適当な条件のもとに無限小に持って行ったものである。[69]いずれの連続的QND測定系においても密度行列の連続的対角化が、少なくとも理論上実現されるが、本研究では詳しく触れない。

以上のように、波束の中途半端な収縮を表す unsharp measurement や、連続的収縮をもたらす連続的量子測定理論においてはQND測定が重要な役割を果たすことが明らかとなってきており、この方面での研究の進展も期待される。

3.9節 まとめ

この章では光カー効果を用いた光強度のQND測定系を提案し、それがQND測定であることを証明し、測定誤差の理論限界について述べた。提案した系を解析するにあたり、まず従来時間発展を記述する量子力学で光ビームを扱う簡略な方法を紹介した。これに基づけば、実験的に光強度雑音を測定するQND測定は光子数のQND測定として解析すればよい。光カー効果の量子力学的ハミルトニアンを求め、提案した系がQND条件を満たすことが証明された。また、光カー効果による量子力学的相関の形成が有限であることに起因する測定誤差の理論限界を求めた。測定誤差は光カー定数またはプローブ光強度を増すことにより、原理的には任意に小さくできる。また、測定の反作用すなわち被測定光の位相雑音の増加を計算し、測定誤差との間に不確定関係があることが示された。理想的ホモダインを用いる場合、これは最小不確定関係になっている。より現実的に、プローブとして用いる光強度に制限がある場合および

さらにディテクターの量子効率が1でない場合の測定誤差も解析した。その結果、光強度そのものの QND 測定は現段階では現実性に乏しいが、より実験系に即した光強度雑音の QND 測定は現在得られるレーザー強度と光カー媒質(たとえば石英光ファイバー)で実現性があることが分かった。また、自己位相変調効果は干渉計の位相基準設定により除去できることも示された。最後に QND 測定と量子力学の観測問題との関係について触れた。QND 測定は現在の量子力学の枠内にあるので観測問題に対し何らかの答を与えるものではない。しかしこの章で提案したような具体的な系を考えることにより、問題点の鮮明化には役立つ。特に測定誤差と反作用の不確定関係が実際に光カー効果という可逆な相互作用のみから導かれることは、「unsharp measurement」の過度の神秘化が不必要なことを示す。観測問題とは相互作用後の総合系に対する波束の収縮を論じるものでなければならない。

第4章

損失を伴う光子数の QND 測定の理論

4.1 節 序

前章では光カー媒質には光損失が無いと仮定し、光子数(光強度)の QND 測定の理論を述べた。しかし実際にはどんな媒質にも 0 でない損失があり、これは被測定光子数を破壊する。また、本章で述べるように損失は測定誤差も増加させる。本章では損失がある場合の QND 測定の一般論および光カー効果を用いる系の理論を展開する。その主な内容は文献[14]などに発表したものである。

直観的には、損失や測定誤差が 0 でなくとも極めて小さければ QND 測定と言ってよさそうであり、大きければ QND 測定ではないと言えそうである。すなわち破壊の程度と測定の不確実性が十分小さければ実質的に QND 測定といってよいであろう。それではどの程度十分小さければよいか? 定量的に損失と測定誤差に要求されるクライテリオンは何か? これは次の二段階に分けて考える必要がある。すなわち (1) 一般に(光カー効果に限らず)挿入損失がある不完全な光子数の QND 測定の基準は何か? (2) その基準に基づき、前章で提案した系で光カー媒質が損失を持つ場合の条件は何か?

本章ではこの問題に答えるため、4.2 節で一般に挿入損失がある場合の QND 測定の概念とそのクライテリオン(基準)を提案する。このクライテリオンは測定誤差と挿入損失の関係を用いて表される。以後、測定誤差と挿入損失の関係を損失-誤差特性と呼ぶ。次に 4.3 節では前章で提案した QND 測定系において光カー媒質が損失を持

つ場合の損失-誤差特性を解析する。得られた損失-誤差特性を 4.2 節の一般的クライテリオンに代入することにより、QND 測定のための光カー媒質に対する条件が求められる。それを 4.4 節で述べる。この条件から光カー媒質の一つの性能指数が導かれる。その性能指数に基づき、種々の非線形光学材料の可能性を概観する。以上は材料に要求される必要条件であるが、4.5 節では実験上何を測定しなければならないかを論ずる。一般に損失-誤差特性は実験的に直接得られる量ではなく、実際に実験で得られるのは測定値と出射光強度の相関である。従って相関測定により QND 測定装置を評価する場合、どの程度の相関を得る必要があるかを論ずる。[14]

4.2 節 損失を伴う光子数の QND 測定的一般論

4.2.1 損失を伴う光子数の QND 測定のカリテリオン

損失を伴う QND 測定とは何か? これを考察するため、まず QND 測定でない通常の測定を考える。ある光ビームに含まれる単位時間あたりの光子数を極力破壊せずに推定しようとしたとき最初に考えつくのは、図 4.1 に示すようにビームスプリッターによりビームから一部光子を抽出してその個数を数え、もとのビームの光子数を推定することであろう。ビームスプリッターの反射率 η は光子を抽出する割合を示す。正確に推定するためには抽出する割合を大きくする必要があるが、そのとき光子数の破壊の程度も大きくなる。抽出する割合を小さくすれば破壊の程度は小さくなるが、今度は推定が不正確となる。すなわち測定誤差が大きくなる。従って、光子数の破壊の程度と測定精度の間にはトレード・オフの関係があるように見える。破壊の程度は光子の抽出の割合すなわち損失値で決まるので、このトレード・オフ関係は「損失値に対する光子数測定誤差」すなわち損失-誤差特性で定量化されるであろう。

前章で規格化した測定誤差 Δ を定義したが、本章でもこの規格化した測定誤差を用いる。ただしこの章では光損失を考慮した上での Δ を用いる。また、前章では光カー効果を用いた QND 測定法に限定されていたが、この章ではまず一般に与えられた光子数の測定法が QND 測定となるための条件を論ずるため、 Δ は一般に与えられた測定法に対して定義された規格化測定誤差である。その定義は前章と同じで、入射

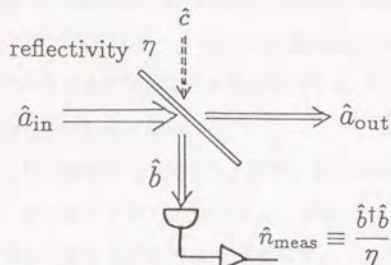


図 4.1: ビームスプリッターによる光子数の抽出測定。抽出する割合 η を大きくすれば測定は正確になるが、光子数の破壊の程度も大きくなる。 η を小さくすれば破壊の程度は小さくなるが、測定誤差が大きくなる。

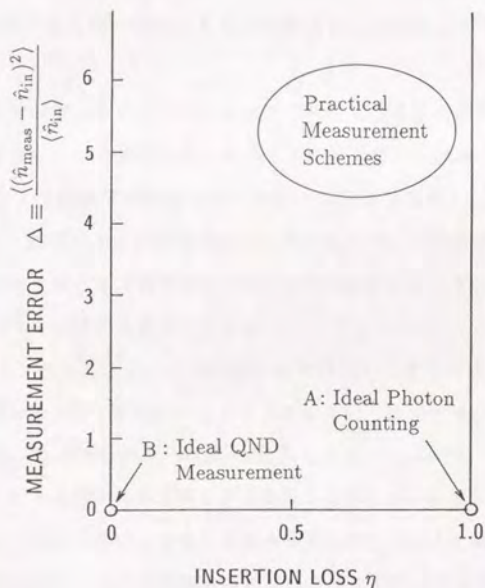


図 4.2: 損失-誤差平面の図。一般に光子数測定器の損失-誤差特性はこの平面の一点で表わされる。点 A は量子効率 1 の理想的フォトン・カウンティングを表わす。点 B は損失も測定誤差も 0 の理想的な QND 測定を表わす。点 B は現実には達成できないので、点 B を含む QND 測定の領域を定義する必要がある。

光の光子数演算子を \hat{n}_{in} とし、測定器が \hat{n}_{in} を推定するために実際に測る量を \hat{n}_{meas} とすれば、 $\Delta \equiv \langle (\hat{n}_{meas} - \hat{n}_{in})^2 \rangle / \langle \hat{n}_{in} \rangle$ で与えられる。後述するように、一般に \hat{n}_{meas} は測定系の光挿入損失値 η に依存する雑音演算子を含むので、 Δ は η の関数となる。すなわち損失-誤差特性とは $\Delta(\eta)$ に他ならない。

図 4.2 に η を横軸に、 Δ を縦軸にとった平面を示す。あらゆる光子数測定器の損失-誤差特性はこの平面の一点で表わされる。(ただし、一般に Δ は $\langle \hat{n}_{in} \rangle$ の関数でもあるから、入射光の平均光子数が変わればその点の位置も変わり得ることに注意。) 点 A は入射光子を全部吸収するが測定誤差は 0、すなわち量子効率 1 の理想的フォトン・カウンティングを表わす。点 B は損失も測定誤差も 0 の理想的な QND 測定を表わす。点 B は QND 測定の究極の目標であるが、現実には損失も測定誤差も完全に 0 ということは達成できない。従ってこれから議論するのは、どの程度点 B に近づけば(何らかの意味で) QND 測定と呼べるか、その境界領域をこの平面上で明らかにすることである。

ある QND 測定装置の達成すべきクライテリオンは一般に使用目的に依存する。重力波検出が目的ならばその要求を満たすべくきわめて厳しい基準となろう。図 3.2(b) (p. 37) に示したように通信や情報処理において情報の無損失タッピングに使う場合は、そのシステムが要求する具体的基準となるであろう。この節で考察するのはこのような個々の目的に依存する基準ではなく、QND 測定という名の装置が最低限満たさなければならない一般的な条件である。

本研究では「ビームスプリッターの損失-誤差特性より優れた誤差-損失特性を持つ光子数測定装置」を QND 測定のクライテリオンとして提案する。このクライテリオンは工学的には、図 3.2(a) あるいは図 4.1 に示したビームスプリッターを用いたタッピングより優れたタッピングを可能とする装置を意味する。すなわち、系の S/N 比を一定とした場合には図 3.2(a) より多くの端末を挿入できること、端末数を一定とした場合は S/N が優れていることを意味する。このような工学的意味だけではなく、このクライテリオンには次のような原理上の意味がある。測定誤差を「揺動」、損失を「散逸」とみなせば、ビームスプリッターの損失-誤差特性はビームスプリッターの揺動-散逸関係である。ビームスプリッターは線形応答素子であるので、これは交換関係を保存する線形応答素子の揺動-散逸関係といえる。従ってここで提案する QND 測定と

は、この線形素子の揺動-散逸関係を凌駕する装置であることを意味する。これは光カー効果などの非線形素子の使用により可能となる。もちろん光子数で揺動-散逸関係を凌駕すれば、位相での揺動-散逸関係は損なわれている。

ビームスプリッターの規格化測定誤差は容易に求められる。図 4.1 に示したビームスプリッターによる光子数の抽出測定では損失値はビームスプリッターの反射率に他ならない。従って、

$$\hat{b}^\dagger \hat{b} = \eta \hat{a}_{in}^\dagger \hat{a}_{in} + (1-\eta) \hat{b}_{in}^\dagger \hat{b}_{in} + \sqrt{\eta(1-\eta)} (\hat{a}_{in}^\dagger \hat{b}_{in} + \hat{b}_{in}^\dagger \hat{a}_{in}) \quad (4.1)$$

より、 \hat{b}_{in} を真空場とすれば、 $\langle \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle = \eta \langle \hat{n}_{in} \rangle$ を得る。そこで \hat{n}_{meas} を

$$\hat{n}_{meas} \equiv \frac{\hat{b}^\dagger \hat{b}}{\eta} \quad (4.2)$$

で定義すれば、

$$\hat{n}_{meas} - \hat{n}_{in} = \frac{1-\eta}{\eta} \hat{b}_{in}^\dagger \hat{b}_{in} - i \sqrt{\frac{1-\eta}{\eta}} (\hat{a}_{in}^\dagger \hat{b}_{in} - \hat{b}_{in}^\dagger \hat{a}_{in}) \quad (4.3)$$

であるので、

$$\Delta \equiv \frac{\langle (\hat{n}_{meas} - \hat{n}_{in})^2 \rangle}{\langle \hat{n}_{in} \rangle} = \frac{1-\eta}{\eta} \quad (4.4)$$

を得る。

図 4.2 の損失-誤差平面上に $\Delta(\eta)$ をプロットしたものを図 4.3 に示す。図の斜線領域が散逸 (損失) がある場合の QND 測定の領域となる。或る光子数測定装置が QND 測定であるためには、その装置の誤差-損失関数 $\Delta(\eta)$ が図 4.3 の QND 領域に入っている必要がある。ただし $\Delta(\eta)$ は入射光子数にも依存し得るので、装置のみでは条件が決まらず一般には使用する光の強度などのパラメーターにも依存する。

以上により散逸 (損失) があるときの QND 測定の一般的条件は

$$\Delta(\eta) < \frac{1-\eta}{\eta} \quad (4.5)$$

与えられる。

4.2.2 クライテリオンの別解釈

クライテリオン (4.5) 式は損失-誤差特性から導かれた。これは不完全な QND 測定における二つのパラメーター、すなわち被測定系に対する破壊の程度と測定誤差、の

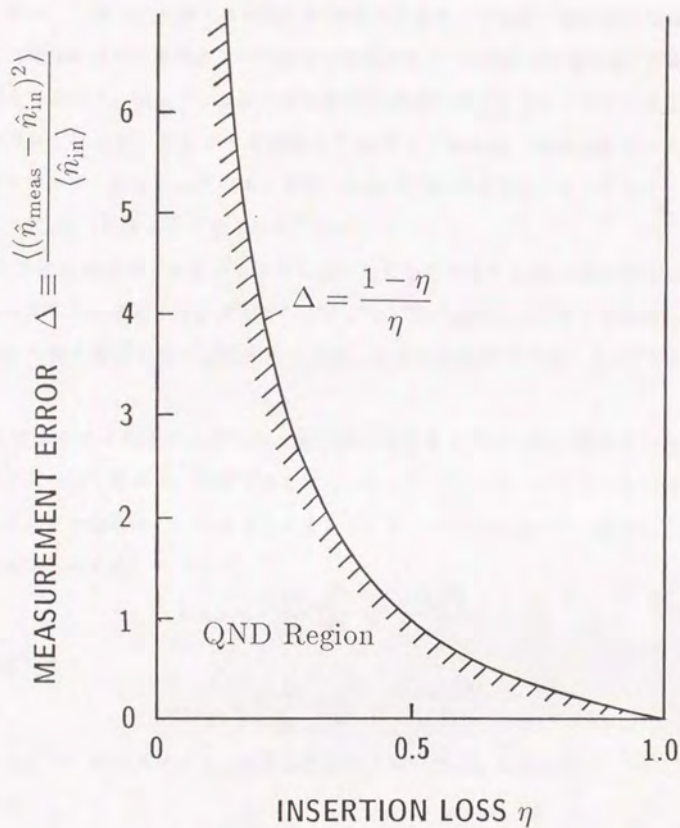


図 4.3: QND 測定の一 般 的 クラ イ テ リ オ ン。実 線 は ビ ーム ス プ リ ッ タ ー の 損 失 - 誤 差 特 性 を 示 す。斜 線 領 域 が 散 逸 (損 失) が あ る 場 合 の QND 測 定 の 領 域 で あ る。

うち、破壊の程度を損失値で代表させたことに相当する。しかし一般には被測定系に対する破壊は損失値で表されるとは限らない。たとえばビームスプリッターの後に光増幅器を置き、反射により無くなった分の光強度を回復した場合、総合損失値は0である。この場合は損失と増幅によりつけ加わる量子雑音(光子数の不確定性)が破壊の程度を示すであろう。従って、損失と測定誤差の関係に着目するのではなく、測定により系および測定値に付け加わる不確定性とかS/N比の劣化量の関係に着目する方法もあるはずである。ここではそのような二つの別の方法を検討し、それがクライテリオン(4.5)式と同じ結論に達することを示す。

最初の方法は測定器を通過する信号に付け加わる不確定性と測定値に付け加わる不確定性の関係式に着目する。まずビームスプリッターにおける不確定性の関係式を求め、次に一般の装置における関係式を求め、両者を比較することにより(4.5)式を導く。

図4.1でもとの入射光に付け加わる光子数不確定量の増加分を、通過する光と反射される光について求める。不確定量の増加分を比較するため、光子数分布の標準偏差を平均光子数で規格化した不確定量を考える。すなわち規格化した不確定量の増加分を、通過光に対して

$$\Delta V_{\text{out}} = \frac{\langle (\Delta \hat{n}_{\text{out}})^2 \rangle}{\langle \hat{n}_{\text{out}} \rangle^2} - \frac{\langle (\Delta \hat{n}_{\text{in}})^2 \rangle}{\langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle^2} \quad (4.6)$$

反射光に対して

$$\Delta V_{\text{meas}} = \frac{\langle (\Delta \hat{n}_{\text{meas}})^2 \rangle}{\langle \hat{n}_{\text{meas}} \rangle^2} - \frac{\langle (\Delta \hat{n}_{\text{in}})^2 \rangle}{\langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle^2} \quad (4.7)$$

で定義する。ビームスプリッターの入出力関係を用いれば、これらは

$$\Delta V_{\text{out}} = \frac{\eta}{1-\eta} \cdot \frac{1}{\langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle} \quad (4.8)$$

$$\Delta V_{\text{meas}} = \frac{1-\eta}{\eta} \cdot \frac{1}{\langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle} \quad (4.9)$$

と計算される。従って、両者の間には

$$\Delta V_{\text{meas}} \cdot \Delta V_{\text{out}} = \frac{1}{\langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle^2} \quad (4.10)$$

の関係があることが分かる。

一方、一般の光子数測定装置に対しては次のようになる。通過する光に対しては損失もビームスプリッターも同じように働くので、(4.8)式と同じである。測定値に対しては一般に

$$\hat{n}_{\text{meas}} = \hat{n}_{\text{in}} + \Delta\hat{n} \quad (4.11)$$

とおける。ここで $\Delta\hat{n}$ は装置によってもたらされた雑音演算子で、入射光 \hat{n}_{in} とは相関がないと仮定できる。なぜならば、もし相関が少しでもあれば、それを雑音とせず \hat{n}_{in} の情報を抽出するのに使えるので、 \hat{n}_{meas} に繰り込むことができ、残った部分は真に \hat{n}_{in} と相関がない雑音となるからである。そうすれば

$$\Delta V_{\text{meas}} \equiv \frac{\langle (\Delta\hat{n}_{\text{meas}})^2 \rangle - \langle (\Delta\hat{n}_{\text{in}})^2 \rangle}{\langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle^2} = \frac{\langle (\hat{n}_{\text{meas}} - \hat{n}_{\text{in}})^2 \rangle}{\langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle^2} = \frac{\Delta}{\langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle} \quad (4.12)$$

を得る。ただし Δ は規格化した測定誤差である。(4.12)式と(4.8)の積を作ることにより、

$$\Delta V_{\text{meas}} \cdot \Delta V_{\text{out}} = \frac{1}{\langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle^2} \cdot \frac{\eta_s}{1 - \eta_s} \Delta \quad (4.13)$$

を得る。これが一般の光子数測定装置における不確定量の増加分の関係式である。これと(4.10)式を比較することにより、「ある光子数測定装置において不確定量の増加分の積がビームスプリッターのそれより小さくなるための条件」が求められる。その結果が(4.5)となることはすぐに分かる。

二番目の考え方は入射光をコヒーレント状態の光に限るので一般性に欠けるが、S/N比の劣化という観点である。筋道のみ記すと、ある光子数分布のS/N比を $\langle \hat{n} \rangle^2 / \langle (\Delta\hat{n})^2 \rangle$ で定義すれば、コヒーレント状態に対しては $\langle (\Delta\hat{n})^2 \rangle = \langle \hat{n} \rangle$ であるので $S/N = \langle \hat{n} \rangle$ となる。一方、ビームスプリッターに対して $\langle \hat{n} \rangle_{\text{reflected}} + \langle \hat{n} \rangle_{\text{transmitted}} = \langle \hat{n} \rangle_{\text{incident}}$ であるので

$$(S/N)_{\text{meas}} + (S/N)_{\text{out}} = (S/N)_{\text{in}} \quad (4.14)$$

である。すなわちビームスプリッターではS/N比は保たれずに分割される。理想的QND測定では通過光に対しても測定値に対しても元と同じS/N比である。そこで(4.14)式の左辺が右辺より大きくなることをQND測定の条件とする。この条件を一般の光子数測定装置に適用すると、再び(4.5)式を得る。

以上により、損失-誤差特性に着目しても、付け加わる不確定性に着目しても、S/N比の劣化に着目しても、(ビームスプリッターと比較する限り)同じクライテリオンを得ることが明かとなった。

4.3節 損失を持つ光カー媒質のQND測定誤差

前節で損失を伴う光子数のQND測定の一般的条件が求められたので、次は具体的QND測定系での条件を検討する。第3章で提案した光子数測定装置において、挿入損失 η がある場合について測定誤差を計算する。図4.4に示すように次の3つの場合を検討した。すなわち

Case (a): 光カー媒質の入口に集中した挿入損失、

Case (b): 媒質の出口に集中した挿入損失、

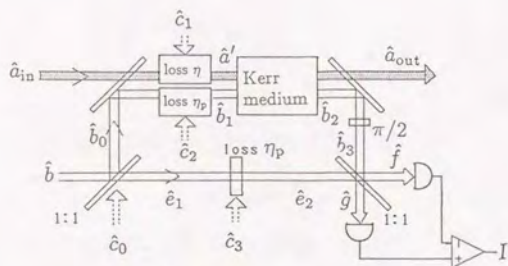
Case (c): 光カー媒質中に一様分布した損失

である。Case (a)は光カー媒質として光ファイバーや半導体導波路などを用いたとき入口に集中する挿入損失を考えれば現実的な場合といえる。しかしCase (a)はまた最も不利な場合である。なぜならば既に損失により情報を失った後測定するので、損失は入射光状態の破壊と測定誤差のいずれにも影響を及ぼすからである。Case (b)は損失を受ける前に測定するので、少なくとも測定誤差は損失の影響を受けない。これは最も有利な場合であるが、現実には出射端に損失が集中することは希である。Case (c)は理論的にも実際的にも最も重要と考えられる。なぜならば、実際の見地からは、入出射端での損失を技術的に除去できたとしても媒質そのものがもたらす損失であるので、媒質を選んだ後は除去できない損失だからである。理論の見地からは、媒質の非線形光学定数と吸収係数という基本的なパラメーターが関わるので、媒質の光物性と深く関係する場合であるからである。

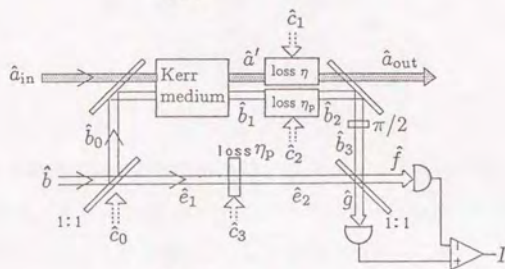
4.3.1 損失が一点に集中する場合の測定誤差

まずCase (a)について述べる。図4.4(a)での演算子関係は

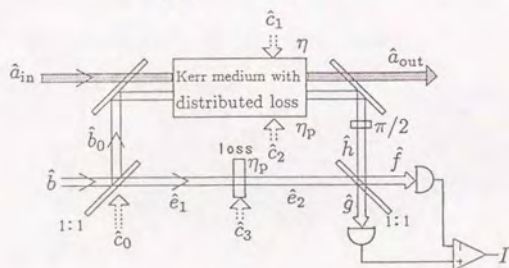
$$\hat{a}' = \sqrt{1-\eta} \hat{a} + \sqrt{\eta} \hat{c}_1 \quad (4.15)$$



(a)



(b)



(c)

図 4.4: 損失を伴う光カー効果を用いる QND 測定の三通りの場合。Case (a): 損失が光カー媒質の入射端に集中する場合。Case (b): 損失が光カー媒質の出射端に集中する場合。Case (c): 損失が光カー媒質に一樣に分布する場合。

$$\hat{e}_1 = \sqrt{\frac{1}{2}} \hat{b} + \hat{c}_0 \quad (4.16)$$

$$\hat{b}_0 = \sqrt{\frac{1}{2}} \hat{b} - \hat{c}_0 \quad (4.17)$$

$$\hat{b}_1 = \sqrt{1 - \eta_p} \hat{b}_0 + \sqrt{\eta_p} \hat{c}_2 \quad (4.18)$$

$$\hat{b}_2 = \hat{b}_1 e^{i\theta} \quad (4.19)$$

$$\hat{\theta} = \sqrt{F} \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad (\text{the Kerr effect}) \quad (4.20)$$

$$\hat{b}_3 = i\hat{b}_2, \quad (\pi/2 \text{ phase shift}) \quad (4.21)$$

$$\hat{f} = \sqrt{\frac{1}{2}} \hat{b}_3 + \hat{e}_2 \quad (4.22)$$

$$\hat{g} = \sqrt{\frac{1}{2}} \hat{b}_3 - \hat{e}_2 \quad (4.23)$$

となる。ただし η は被測定光に対する損失値、 η_p はプローブビーム及び参照ビームに対する損失値である。また $\hat{c}_0 \sim \hat{c}_3$ はビームスプリッターの空きポートから入り込む真空場である。プローブビームと参照ビームで損失値を等しく置いたのは、実験上参照ビームもプローブビームと同等の媒質を通すことが多いからである。また、この章では元のプローブ光強度が一定という現実的な状況に限定し、ビームスプリッター1の反射率は0.5とした。¹また前章と同様

$$\hat{\theta} \equiv \sqrt{F} \hat{n}_s \quad (4.24)$$

$$\sqrt{F} \equiv \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \cdot \frac{\hbar \omega_s \omega_p \chi^{(3)} L}{2cV\varepsilon^2} \quad (4.25)$$

である。

実際に測定する量 \hat{n}_{meas} を

$$\hat{n}_{\text{meas}} \equiv \frac{1}{(1-\eta)(1-\eta_p)} \cdot \frac{\hat{g}^\dagger \hat{g} - \hat{f}^\dagger \hat{f}}{\sqrt{F} \langle \hat{n}_p \rangle} \quad (4.26)$$

で定義すると、(4.15)式から(4.23)式を用いて

$$\hat{n}_{\text{meas}} \cong \frac{1}{\sqrt{F} \langle \hat{n}_p \rangle (1-\eta)} \left[(\hat{b}^\dagger \hat{b} - \hat{c}_0^\dagger \hat{c}_0) \sin \hat{\theta} - i(\hat{b}^\dagger \hat{c}_0 - \hat{c}_0^\dagger \hat{b}) \cos \hat{\theta} \right]$$

¹ここでもビームスプリッター1の反射率を変数としておいて感度最大の条件を求めることにより最適反射率が0.5となることが示される。ただし前章と異なるのは、これはプローブビームと参照ビームに対する損失値が等しい場合のみである。損失値が異なる場合は、最適反射率は0.5でなく二つの損失値の関数として求められるが、本質的でないので掲載しない。

$$-i\sqrt{\frac{\eta_p}{2(1-\eta_p)}}(\hat{b}^\dagger\hat{c}_2 - \hat{c}_2^\dagger\hat{b} - \hat{b}^\dagger\hat{c}_3 + \hat{c}_3^\dagger\hat{b}) \quad (4.27)$$

を得る。これより、前章と同様に干渉計のリニア動作などを仮定することにより、

$$\Delta = \frac{1}{F\langle\hat{n}_{in}\rangle\langle\hat{n}_p\rangle} \cdot \frac{1}{(1-\eta)^2(1-\eta_p)} + \frac{\eta}{(1-\eta)} \quad (4.28)$$

を得る。この式で右辺第二項は被測定光の損失にともなう不可避の測定誤差である。なぜならば、仮に光カー効果またはプローブ光強度を無限大とした場合、第一項の測定誤差は0となるが第二項は残るからである。従ってこれはどんな QND 測定法をもってしても、先に損失がある場合につけ加わる測定誤差である。

以上と全く同様にして、Case (b) に対しては

$$\Delta = \frac{1}{F\langle\hat{n}_{in}\rangle\langle\hat{n}_p\rangle} \cdot \frac{1}{(1-\eta_p)} \quad (4.29)$$

を得る。この式には被測定光に対する損失値 η が入っていない。これは、図 4.4 (b) から分かる通り、プローブビームが被測定光の測定を終えた後に被測定光の損失があるからである。プローブビームの損失 η_p はもちろん測定誤差の要因になっている。

4.3.2 損失が媒質中に分布する場合の測定誤差

Case (c) の分布損失の場合の計算は Case (a) や 2 はど簡単ではないが、最終的には測定誤差の厳密な解析的式が得られる。ここで (c) の分布損失の計算は二通り行った。一つは、図 4.5 に示すように M 個の有限個の Kerr 媒質と損失が交互に繰り返す場合の測定誤差を計算し、最後に $M \rightarrow \infty$ の極限をとる方法である。もう一つは、第 6 章で述べる光ビームの空間発展を扱う方法で、損失と光カー効果を含む空間発展方程式を $z=0$ から $z=L$ まで積分して求める方法である。答はいずれの方法でも等しい。後者の方法については省略し、 $M \rightarrow \infty$ とする前者について説明する。被測定光およびプローブビームに対する M 個の損失値をそれぞれ l_s と l_p とすると、トータルな透過率がそれぞれ $1-\eta$ および $1-\eta_p$ に等しくなければならないので、

$$(1-l_s)^M = 1-\eta \quad (4.30)$$

$$(1-l_p)^M = 1-\eta_p \quad (4.31)$$

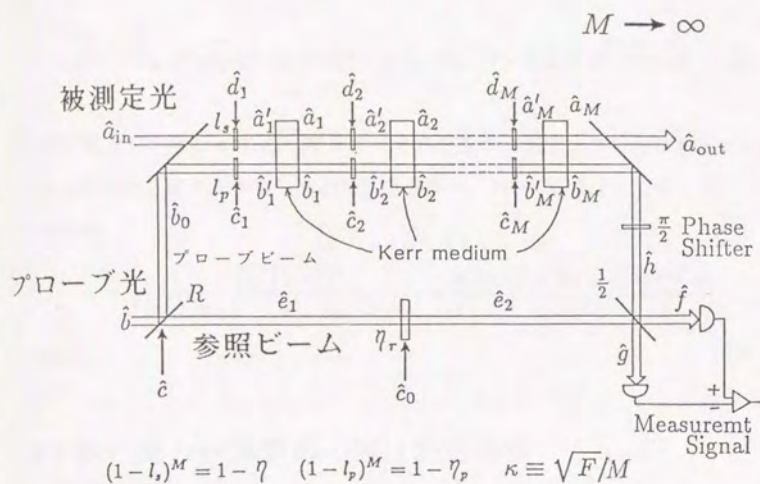


図 4.5: 光カー媒質に分布損失がある場合の計算上のモデル。M個の有限個の Kerr 媒質と損失が交互に繰り返すとし、その測定誤差を計算する。最後に $M \rightarrow \infty$ の極限をとる。

である。光カー効果と損失を一回ずつ受けて次のステップに移行するので、ここで次の漸化式の組:

$$\hat{a}_n = (\sqrt{1-l_s}\hat{a}_{n-1} + \sqrt{l_s}\hat{d}_n) \exp \left\{ i\kappa[(1-l_p)\hat{b}_{n-1}^\dagger\hat{b}_{n-1} + l_p\hat{c}_n^\dagger\hat{c}_n + \sqrt{l_p(1-l_p)}(\hat{b}_{n-1}^\dagger\hat{c}_n + \hat{c}_n^\dagger\hat{b}_{n-1})] \right\} \quad (4.32)$$

$$\hat{b}_n = (\sqrt{1-l_p}\hat{b}_{n-1} + \sqrt{l_p}\hat{c}_n) \exp \left\{ i\kappa[(1-l_s)\hat{a}_{n-1}^\dagger\hat{a}_{n-1} + l_s\hat{d}_n^\dagger\hat{d}_n + \sqrt{l_s(1-l_s)}(\hat{a}_{n-1}^\dagger\hat{d}_n + \hat{d}_n^\dagger\hat{a}_{n-1})] \right\} \quad (4.33)$$

が成立する。ただし $\kappa \equiv \sqrt{F}/M$ はそれぞれの光カー媒質小片における光カー効果の大きさである。漸化式を解いて測定誤差を求め、 $M \rightarrow \infty$ とすることにより、多少の計算の後

$$\Delta = \frac{1}{F\langle\hat{n}_s\rangle\langle\hat{n}_p\rangle} \left[\frac{\ln(1-\eta)^2}{\eta} \right]^2 \frac{1}{(1-\eta_p)} + \frac{\eta(2-\eta) + 2(1-\eta)\ln(1-\eta)}{\eta^2} \quad (4.34)$$

を得る。

4.4 節 光カー媒質の QND 測定条件

4.4.1 損失の上限值

前節で得られた (4.28)、(4.29)、(4.34) 式を比較すると、誤差の増加の割合は Case (a) の入射端集中損失の場合が最も大きく、Case (b) の出射端集中損失の場合は最も小さい。Case (c) はその中間にある。これらの式を QND 測定の一時的クライテリオン (4.5) 式に代入することにより、光カー定数の大きさと損失値に要求される条件が導かれる。

Case (a) では

$$F\langle\hat{n}_s\rangle\langle\hat{n}_p\rangle > \frac{\eta}{(1-\eta_p)(1-\eta)(1-2\eta)} \quad (4.35)$$

Case (b) では

$$F\langle\hat{n}_s\rangle\langle\hat{n}_p\rangle > \frac{\eta}{(1-\eta_p)(1-\eta)} \quad (4.36)$$

Case (c) では

$$F\langle\hat{n}_s\rangle\langle\hat{n}_p\rangle > \frac{[\ln(1-\eta)]^2}{(1-\eta_p)[-2(1-\eta)\ln(1-\eta) - \eta]} \quad (4.37)$$

となる。左辺を (3.67) 式により光パワーで書き直すと、Case (a) では

$$\left(\frac{\pi}{\varepsilon_0^2 c}\right)^2 \cdot \frac{1}{\lambda_p \lambda_s} \left(\frac{\chi^{(3)} L}{n^2 A}\right)^2 \cdot P_p P_s > \frac{\eta}{(1-\eta_p)(1-\eta)(1-2\eta)} \quad (4.38)$$

Case (b) では

$$\left(\frac{\pi}{\varepsilon_0^2 c}\right)^2 \cdot \frac{1}{\lambda_p \lambda_s} \left(\frac{\chi^{(3)} L}{n^2 A}\right)^2 \cdot P_p P_s > \frac{\eta}{(1-\eta_p)(1-\eta)} \quad (4.39)$$

Case (c) では

$$\left(\frac{\pi}{\varepsilon_0^2 c}\right)^2 \cdot \frac{1}{\lambda_p \lambda_s} \left(\frac{\chi^{(3)} L}{n^2 A}\right)^2 \cdot P_p P_s > \frac{[\ln(1-\eta)]^2}{(1-\eta_p)[-2(1-\eta)\ln(1-\eta)-\eta]} \quad (4.40)$$

となる。

図 4.6 に以上の条件を図示する。図では $\eta_p = \eta$ とした場合のクライテリオンを示した。Case (a) から Case (c) までのそれぞれにおいて、実線より大きな $F(\hat{n}_s)\langle\hat{n}_p\rangle$ でなければならないことを示している。Case (a) では損失値が 0.5 以下で無ければならないことが分かる。これは直観的に次のように理解できる。もし光カー媒質に入射する前に半分以上損失で失ってしまうと、残りの半分以下の部分でもとの光子数を推定しなければならない。その損失と同じ反射率を持つビームスプリッターの場合、半分以上反射した光で推定するので、ビームスプリッターの方が常に有利となるからである。一方 Case (b) では損失値が 1 に近くとも、光カー定数やプローブビームの強度が十分大きければ QND 測定となる領域があることが分かる。これは、損失を受ける前に光カー効果でもとの光子数そのものを測定できるので、十分相互作用を強くすればいくらかでも正確な推定ができ、従ってビームスプリッターを越える領域が必ず存在するからである。Case (c) の分布損失は Case (a) と Case (b) の中間に位置している。この場合約 0.7 の付近に許される損失の上限値がある。この上限値は (4.39) 式の右辺が発散する η すなわち

$$\eta + 2(1-\eta)\ln(1-\eta) = 0 \quad (4.41)$$

の根 (0.715...) である。

4.4.2 損失性光カー媒質に要求される条件

Case (a) および 2 では媒質の入射端および出射端に集中する損失を考慮している。これは媒質そのものの物性ではなく、個々の場合で異なるパラメーターである。しか

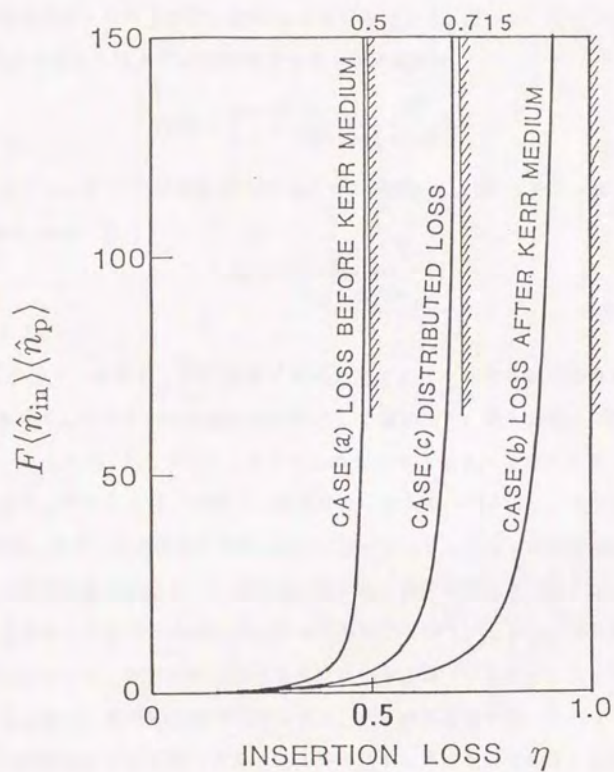


図 4.6: 損失を伴う光カー効果を用いる場合の QND 条件。Case (a): 損失が光カー媒質の入射端に集中する場合。Case (b): 損失が光カー媒質の出射端に集中する場合。Case (c): 損失が光カー媒質に一樣に分布する場合。

し Case (c) の分布損失の場合は、上記の QND 条件を媒質固有の物性パラメーターに対する条件に読みかえることができる。図 4.6 の縦軸は被測定光とプローブ光の強度積 $P_p P_s$ に媒質の長さ L を乗じたものである。一方、媒質の単位長さあたりの損失値すなわち吸収係数 α を与えれば、横軸も L の関数である。従って、要求される最小の $P_p P_s$ は L の関数となる。これを計算すると QND 測定は

$$P_p P_s > \left(\frac{\epsilon_0 c}{\pi}\right)^2 \frac{1}{M_0^2} \cdot \frac{e^{2\alpha L}}{2\alpha L - e^{\alpha L} + 1} \quad (4.42)$$

となる。ただし α は $e^{-\alpha L}$ が透過率となるように定義する。 M_0 は光カー媒質の性能指数 (Figure of merit) で、

$$M_0 \equiv \frac{\chi^{(3)}}{n^2 \alpha \sqrt{\lambda_s \lambda_p} A_{\text{eff}}} \quad (4.43)$$

で定義される。

図 4.7 に光カー媒質として石英単一モード光ファイバーを用いた場合に必要な光源強度の条件を、ファイバーの長さの関数として図示した。損失係数 α (dB/km) をパラメーターとして 0.2 から 0.5 まで振った。他のパラメーターとして石英の三次の非線形光学定数 $\chi^{(3)} = 3 \times 10^{-33}$ MKS、被測定光の波長 $\lambda_s = 1.55 \mu\text{m}$ 、プローブ光波長 $\lambda_p = 1.32 \mu\text{m}$ 、光ビームの実効断面積 $A_{\text{eff}} = 50 \mu\text{m}^2$ とした。なお、被測定光とプローブ光に対する損失係数は等しいとした。図から、媒質の長さを小さくするほど必要な光強度が大きくなるのが分かる。これは当然であろう。しかし、逆に媒質の長さを大きくして行くと、はじめに必要な光強度が小さくなって行くが、ある程度長さを大きくすると逆に必要な光強度が大きくなり、ある媒質長で発散してしまうことが分かる。これは次のように解釈できる。媒質長を長くし過ぎると全損失による被測定光の破壊が顕著となり、これを測定誤差で補うために必要な光強度がかえって増える。特に図 4.6 の Case (c) では許される全損失の上限値が 0.715 であった。従って、全損失が 0.715 となる媒質長を越えると、どんなに光強度を増しても QND 測定になり得ない。

図 4.7 では QND 測定条件を表すグラフは損失値毎に異なるように見えるが、これを両対数でプロットするとすべての損失値についてグラフが合同となる。図 4.8 に QND 測定に必要な光源強度の条件を両対数で図示する。図 4.8 (a) は図 4.7 の石英単

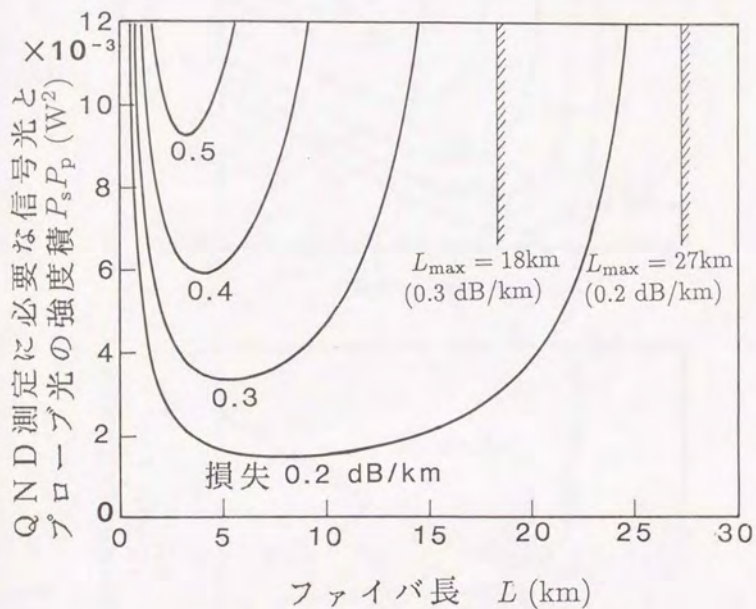


図 4.7: QND測定に必要な光源強度の条件(リニア目盛り)。石英単一モード光ファイバーを光カー媒質とする場合。

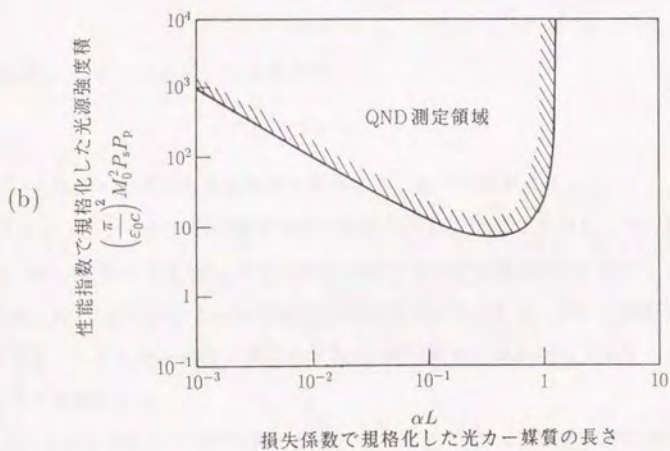
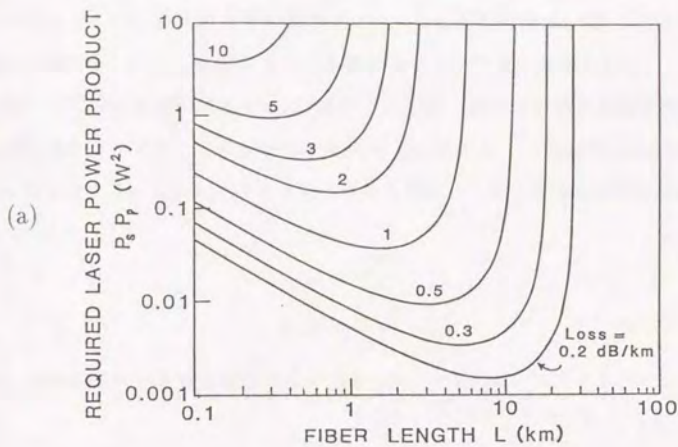


図 4.8: QND測定に必要な光源強度の条件 (両対数)。(a) 石英単一モード光ファイバーを光カー媒質とする場合。(b) 規格化した座標での QND測定条件。

一モード光ファイバーの場合を両対数でプロットしたものである。図 4.8 (b) では縦軸を M_0 で規格化した。この図はあらゆる損失性光カー媒質に適用できる。

全損失が 0.715 となる媒質長を L_{\max} とする。また、図から必要な光強度積を最小とする媒質長が存在することが分かる。それを L_{opt} とすると、 L_{\max} も L_{opt} も損失係数 α のみから決まる。光ファイバーで用いられる単位として L を km、 α を dB/km で表すと

$$L_{\text{opt}} = \frac{1.550}{\alpha} \quad (4.44)$$

$$L_{\max} = \frac{5.457}{\alpha} \quad (4.45)$$

となる。光物性で用いられる単位として L を cm、 α を cm^{-1} で表すと

$$L_{\text{opt}} = \frac{0.357}{\alpha} \quad (4.46)$$

$$L_{\max} = \frac{1.257}{\alpha} \quad (4.47)$$

となる。 L_{opt} における必要な光強度積は

$$P_s P_p = 7.17 \times \left(\frac{\epsilon_0^2 c}{\pi} \right)^2 \frac{1}{M_0^2} \quad (4.48)$$

となる。すなわち必要な光強度積は性能指数の二乗に反比例する。

石英光ファイバーの究極の最低損失と言われる 0.2 dB/km に対しては、長さの上限は 27 km、最適長は 8 km、そのときの必要な光強度は被測定光とプローブ光それぞれに対し約 50 mW である。これは十分現実的範囲内にある。従って媒質の光損失の影響に限って言えば、損失を伴う光子数の QND 測定は既存の材料とレーザーで実現条件を十分満足する。

なお、この章で求めた QND 測定のクライテリオンは、QND 測定の実現ために必要な条件すなわちニーズから要求されるクライテリオンである。従ってこの中には物性に関する議論は入っていない。材料が与えられたとき、その物性的性質で規定される光カー定数、損失値、および許容入力光強度の関係から、QND 測定のクライテリオンが原理的に満たされないということも有り得る。これは個々の材料に依存する各論になり、それは本研究の範囲外である。ここでは少なくとも一つ原理的にクライテリオンを満たす材料、すなわち単一モード石英光ファイバー、が存在することを指摘しておくにとどめる。

表 4.1: 種々の $\chi^{(3)}$ 材料の比較

Medium	λ (μm)	$\chi^{(3)}$ (MKS)	α (cm^{-1})	L_{opt}	A_{eff} (cm^2)	M_0 (MKS)	τ	文献
SiO ₂ Fiber	1.55	3×10^{-33}	4.6×10^{-7} (0.2 dB/km)	8 km	5×10^{-7}	$\sim 10^{-12}$	ps~fs	[70][12]
Si	1.06	10^{-26}	10	0.4 mm	1.2×10^{-6}	$\sim 10^{-14}$	10 ns	[71]
CdS(77 K)	0.487	10^{-22}	2×10^3	2 μm	3.9×10^{-9}	$\sim 10^{-9}$	ns	[72]
CdSSe	0.532	10^{-27}	3	1.2 mm	4.2×10^{-6}	$\sim 10^{-12}$	20 ps	[73]
GaAs	0.82	10^{-20}	2×10^5	$1.7 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	4.1×10^{-11}	$\sim 10^{-8}$	10 ns	[74]
MQW GaAs	0.84	10^{-21}	$\times 10^4$	0.4 μm	9.9×10^{-10}	$\sim 10^{-9}$	20 ns	[75]
InSb (5K)	5.3	10^{-20}	1	4 mm	5.7×10^{-5}	$\sim 10^{-10}$	300 ns	[76]
HgCdTe(180 K)	10.6	10^{-21}	35	0.1 mm	3.3×10^{-6}	$\sim 10^{-11}$	1 μs	[77]
Polydi-acetylen	1.89	10^{-28}	0.1	3.6 cm	3.6×10^{-4}	$\sim 10^{-17}$	ps~fs	[78]

4.4.3 非線形光学材料の性能指数

前節で導入した性能指数 M_0 は $\frac{\chi^{(3)}}{\alpha}$ の形をしており、非線形光学定数が大きいほど、また損失係数が小さいほど良いことを示す。性能指数は一般に目的に依存する。非線形光学材料の性能指数としてはこの他に $\frac{\chi^{(3)}}{\alpha \tau}$ の形のもが使われる。ただし τ は非線形性の応答速度である。この形の性能指数は、非線形光学を演算処理に用いることを想定し、素子の応答速度と動作エネルギーの観点から用いられる。本研究の性能指数に τ が関係しないのは、光カー効果の応答速度範囲内での測定を仮定しているからである。

表 4.1 に種々の $\chi^{(3)}$ 材料について性能指数を比較した。ただし各数値は次のようにして求めた。波長、 $\chi^{(3)}$ 、 α 、 τ は実験上得られている値 (推定値を含む) を文献より引用した。 L_{opt} は (4.44) 式または (4.46) 式に従って α から求めた。実効断面積は光ファイバーについてはその横モードの実効断面積を採用した。導波路構造でない他の材料については波長 λ のガウスビームを仮定し、長さ L_{opt} に渡って最大ビーム径が最小となるガウスビームを計算し、その最大ビーム径から求められる断面積を A_{eff} とした。

表によれば石英光ファイバーより優れた物質もある。たとえば MQW 構造 GaAs、

CdS微粒子ドーブガラス等である。しかしここで注意しなければならないことがある。表に挙げた多くの材料の $\chi^{(3)}$ の大きさは4光波混合で測定されている。この方法では $\chi^{(3)}$ の実数部と虚数部を分離することはできない。実際共鳴準位を有する材料は多く $\chi^{(3)}$ の虚数部が大きいと推測される。光カー効果を用いたQND測定に必要なのは $\chi^{(3)}$ の実数部である。従ってQND測定を目的とする場合は通常の4光波混合で測定するのではなく、光カー定数そのものを測定しなければならない。また、表4.1に挙げた新しい材料の実用性はこれからの検討課題である。なお表4.1では実験的に実現されたものに限ったので、それぞれの材料の可能性はまだ追求され尽くした訳ではない。たとえば石英光ファイバーについては限界に近い性能が実現しているが、そのほかの材料については今後相当な進歩があると考えられる。半導体の量子井戸構造による非線形性の増強は理論面[79]でも実験面でも[75]でも研究が進んでおり、また表に挙げた材料以外にも非線形効果を増強した媒質の提案がなされている。たとえば半導体微粒子などの低次元光物性も理論面[80][81]および実験面[82]でも最近注目を集めている。これらの研究の進展によっては今後の量子光学に重要な影響を与えると思われる。

4.4.4 非線形吸収係数の影響

三次の非線形光学定数に実数部と虚数部があることを述べた。これらはKramers-Kronigの関係で結ばれている。従って実数部だけ存在し都合の悪い虚数部は存在しないような材料はない。しかしKramers-Kronigの関係は光の振動数 ω に関する積分変換の形をとっている。従って、 ω を決めたときの実数部と虚数部の間には直接的に互いに他を規定する関係はない。ここでは実数部と虚数部が定数として与えられたときのQND測定のクライテリオンについて、簡単な近似を導入して議論する。

表4.2に示すように、対象となるのは $\chi^{(1)}$ および $\chi^{(3)}$ の実数部および虚数部である。屈折率 n は単に波数を変化させる。QND測定では $\text{Re}\{\chi^{(3)}\}$ の働きを用いており、前章ではそのみを扱った。本章では $\text{Im}\{\chi^{(1)}\}$ も考慮してきたが、ここでは $\text{Im}\{\chi^{(3)}\}$ を考察する。 $\text{Im}\{\chi^{(3)}\}$ を厳密に扱うには、QND測定系で $\{\chi^{(3)}\}$ を複素数として運動方程式をたてて解く必要がある。しかしここでは、光強度を決めたとき非線形損失は損失に変わり無いとする。すなわちこれまでの線形吸収の議論をそのまま借りて来る。

表 4.2: 電気感受率の実数部と虚数部

	実数部	虚数部
$\chi^{(1)}$	n (屈折率)	α (吸収係数)
$\chi^{(3)}$	n_2 (非線形屈折率: 光カー効果)	α_2 (非線形吸収係数)

いま線形損失 α は無いとする。あればその方が非線形損失より影響が大きいので、それは既に解析済みであるからからである。すなわち

$$\alpha_{\text{total}} = \alpha_{\text{linear}} + \alpha_2 I \quad (4.49)$$

において α_{linear} を0とおく。ただし I は光ビームの強度(単位面積あたりのパワー)である。ここで α_2 は $\text{Im}\{\chi^{(3)}\}$ によって

$$\alpha_2 = \frac{2\pi}{\lambda c \epsilon_0^2} \text{Im}\{\chi^{(3)}\} \quad (4.50)$$

と表される。いま共鳴二光子吸収のような相互的な吸収を考える。すなわち被測定光とプローブビームに対する損失係数は

$$\alpha_s = \alpha_2 I_p \quad (4.51)$$

$$\alpha_p = \alpha_2 I_s \quad (4.52)$$

で表されるとする。全損失は

$$\eta = 1 - e^{-\alpha_2 I_p L} \quad (4.53)$$

$$\eta_p = 1 - e^{-\alpha_2 I_s L} \quad (4.54)$$

となる。(4.53)式と(4.54)式を(4.40)式に代入することにより

$$\text{Im}\{\chi^{(3)}\} < \frac{2\pi L}{cn^2 \lambda \epsilon_0^2} \{\text{Re}\{\chi^{(3)}\}\}^2 \quad (4.55)$$

を得る。ただし簡単のため $\alpha_2 I_s L$ 、 $\alpha_2 I_p L \ll 1$ 、 $\lambda_s \cong \lambda_p \equiv \lambda$ とした。(4.55)式は線形損失がなくかつ非線形損失による全損失もあまり大きくない場合の実数部と虚数部の条件式である。

4.5 節 光子数の QND 測定の実験的な基準

前節までは損失-誤差特性が QND 測定条件を満たすために必要な光カー定数、損失値、光強度に対する要求条件を述べた。これは実験系の設計指針を与える。この節では実験で何を観測すれば QND 測定の証明になるかについて考察する。

系の挿入損失は実験的に得られる量である。従って測定誤差が実験的に得られれば直接 (4.5) 式を実験的に確かめることができる。しかし測定誤差を実験的に得るには、あらかじめ光子数の分かっている光子数状態 (number state) を入射するか、もしくはテストしようとする QND 測定装置の前に理想的 QND 測定装置を置いて入射光子数を確定させるかしなければならない。これは実験的に不可能である。(実験的に可能であるならば、既に理想的 QND 測定が達成されていることになる。) 通常実験的に観測が試みられているのは測定値と出射光光子数との間の相関である。すなわち図 4.9 に示すように、測定誤差は入射光子数と測定値の間の誤差であるが、これを出射光子数と測定値の間の誤差で推定するのである。そこで、QND 測定のクライテリオンを「出射光との誤差」で書き直す必要がある。

通過光に対する光子数の推定を

$$\hat{n}'_{\text{meas}} \equiv (1-\eta)\hat{n}_{\text{meas}} \quad (4.56)$$

で行うこととすれば、出射光との誤差 Δ_{out} は

$$\Delta_{\text{out}} \equiv \frac{\langle (\hat{n}'_{\text{meas}} - \hat{n}_{\text{out}})^2 \rangle}{\langle \hat{n}_{\text{out}} \rangle} \quad (4.57)$$

で定義される。Case (c) の分布損失の場合に Δ を計算したときと同様な手法 (p. 78、図 4.5 参照) により、 Δ_{out} は

$$\Delta_{\text{out}} = \frac{1}{F \langle \hat{n}_{\text{in}} \rangle \langle \hat{n}_{\text{p}} \rangle} \left[\frac{\ln(1-\eta)}{\eta} \right]^2 + \frac{\eta(2-\eta) + 2(1-\eta)\ln(1-\eta)}{\eta^2} \quad (4.58)$$

と計算される。ただし簡単のため $\eta_{\text{p}} = \eta$ とした。これと QND 条件の不等式 (4.37) を組み合わせることにより、 Δ_{out} に対する QND 測定のクライテリオンは

$$\Delta_{\text{out}} < \frac{1 + 2(1-\eta)\ln(1-\eta)}{\eta} \quad (4.59)$$

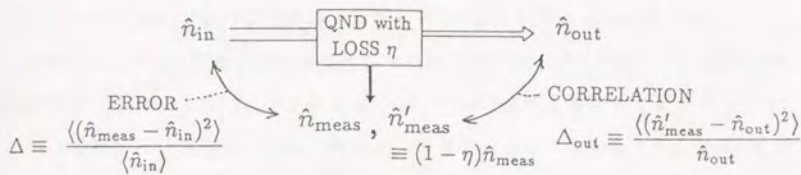


図 4.9: 出射光との相関測定実験による入射光に対する測定誤差の推定。測定誤差 $\langle (\hat{n}_{\text{meas}} - \hat{n}_s)^2 \rangle$ を直接実験で見ることができない。実験的に観測できるのは出射光との誤差 $\langle (\hat{n}'_{\text{meas}} - \hat{n}_{\text{out}})^2 \rangle$ である。

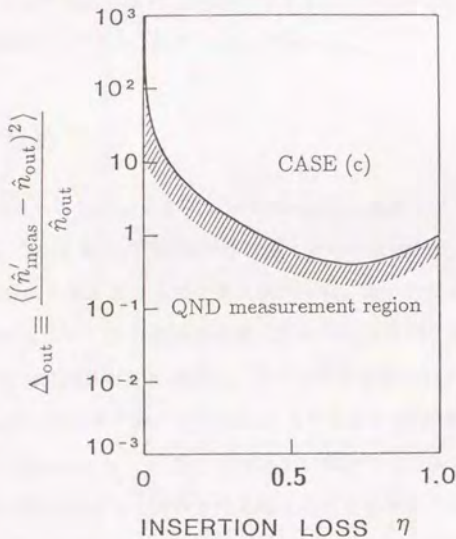


図 4.10: 出射光との相関に対する QND 測定のクライテリオン。出射光と測定値との間の誤差が満たすべき領域を損失値の関数として表した。実験的に求められる出射光との相関がこの範囲にあれば、入射光に対する測定誤差が QND 条件を満たしている。

となる。図 4.10 にそのクライテリオンを示した。実験的に求められる出射光との相関がこの範囲にあれば、入射光に対する測定誤差が QND 条件を満たしていることになる。

図 4.10 では 4.4.1 で述べた損失値の上限 0.715 が図上ではあらわに見えない。これは、実験的に図の QND 測定領域を達成しさえすれば、損失が 0.715 以上の QND 測定装置が実現できてしまうことを意味するので、4.4.1 の結果と矛盾するように見える。しかしこの疑問は、実験的に達成し得る Δ_{out} を考慮ことにより氷解する。(4.58) 式において光カー効果またはプローブ光パワーを無限大とすれば、実験的に得られる Δ_{out} の最大値が求められる。それは明らかに (4.58) 式右辺第二項であるので、図 4.10 上に重ねて描くと 0.715 で交点を持つことが分かる。図 4.11 に Case (c) のみならず Case (a) と (b) についても重ねて描いた図を示す。実際の QND 測定領域は、QND 測定に要求される最大の Δ_{out} と実験的に達成し得る最小の Δ_{out} で挟まれた部分である。(ただし Case (a) ではいくらかでも小さな Δ_{out} が達成できる。) Case (a) では損失値 0.5 以上で、Case (c) では 0.715 以上で QND 測定領域は消失する。

4.6 節 まとめ

本章では光損失がある場合の光子数の QND 測定の概念とそのクライテリオン(基準)を提議した。これまでの QND 測定の理論においては理想化された測定が扱われ、散逸機構の影響をまともに取り上げた例は無かった。従ってまた実験的研究においても媒質の損失がもたらす「非破壊性の毀損」については不問であった。すなわち現実に損失がある場合の QND 測定とは何か、という問が放置されたまま実験的検討がなされてきた。しかしこの章で述べた理論によって初めて QND 測定実験の設計指針および実験目標が(少なくとも一つ)明かとなった。本研究で提議した概念は、光ビームのエネルギーの一部を抽出して情報を得る場合にもたらされる光子数情報の劣化より少ない劣化しかもたらさない光子数測定装置である。この定義の意味については(1)損失-誤差特性、(2)測定により付加される不確定性、(3)測定による S/N 比の劣化という三つの観点から検討し、同じクライテリオンを与えることが分かった。一般的クライテリオンの表式を損失-誤差特性で表した。

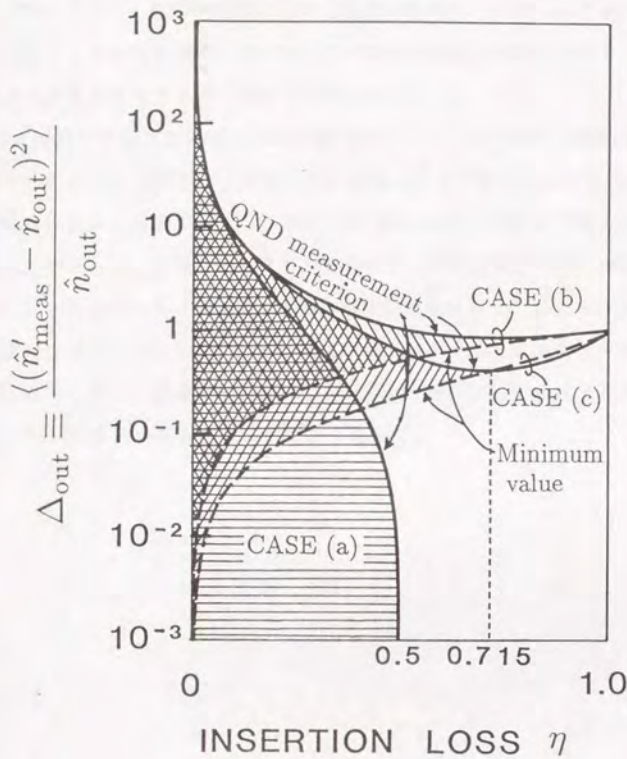


図 4.11: QND 測定に要求される相関と実験的に達成し得る相関。QND 測定に要求される最大の Δ_{out} と実験的に達成し得る最小の Δ_{out} を Case (a)、Case (b)、Case (c) について示した。ただし Case (a) ではいくらかでも小さな Δ_{out} が達成できる。QND 測定の領域を Case (a) では横線で、Case (b) は右下がりの斜線で、Case (c) は右上がりの斜線で示した。

次に具体的例として前章で提案した光カー効果を用いる QND 測定系において、光カー媒質が損失を持つ場合の測定誤差を計算した。これにより、光子数の QND 測定のために必要な光カー媒質の損失値、非線形光学定数、使用する光源の強度に対する条件が求められた。数値的検討の結果、現存の材料、レーザーでこの条件を満たすことが可能であることが明かとなった。この結果は実験上の設計指針を与え、また種々の光カー媒質を比較する際の指針ともなる。

測定誤差は実験で直接得られない量である。このため通常は測定誤差でなく、測定値と出射光との相関を測ることが行われる。従って出射光との相関に対する QND 測定条件の表式が必要となる。この章では QND 測定に必要な出射光との相関の程度をも明らかにした。これにより現実の実験として何を目標とすればよいか、その目標の一つが明かとなった。得られた QND 測定領域を見ると、たとえば分布損失の場合全損失の上限は 0.715 であること、および損失値が 0.3 では達成しなければならない相関と達成し得る相関のダイナミックレンジは 10 倍 (10 dB) 程度であること、損失値が 0.1 では約 25 倍であることなどが読み取れる。