電動機のディジタル制御系の高性能化に関する研究

近藤正示

『電動機のディジタル制御系の高性能化に関する研究』　正誤表　1991．4．28

頁	行	誤	正
目次 1	5	§1－2　本研究の課題と意義	§1－2　本研究の課題と方法
10	19	対してロバスト性であること	対してロバストであること
12	10	[5]… Elemination …	[5]… Elimination …
23	2	文献[3] をもとに	文献[3, 4] をもとに
28	下 3	式(3.19)　lim θe(s)	lim θe(s)·s
74	29	of Microprocesor	of Microprocessor
75	9	…"Resposne …	…"Response …
129	11	§§3－8－2　位置検出・・・・ ・ディジタルシミュレーション・・	§§3－8－2　位置検出・・・・ ・ディジタルシミュレーション・・
134	26	[15]… Algarithm …	[15]… Algorithm …
192	23	[54]… Rnadomized …	[54]… Randomized …
217	10	1次側電源各周波数	1次側電源角周波数
222	下 5	磁束が Φ_2 のd軸となす	磁束 Φ_2 がd軸となす
246	下 3	（注意）・・・、式(5.24) により	（注意）・・・、式(3.17) により
301	下 3	[LW-5]… Symoposium …	[LW-5]… Symposium …
305	下 3	[ZA-2]… Speed-Contrlled …	[ZA-2]… Speed-Controlled …
306	下 1	PerformanceInduction MOtor	Performance Induction Motor
307	5	[ZC-7]… Conseption …	[ZC-7]… Conception …
344	16 22	[A-6]… Obsever … [A-7]… Induction Motro …	[A-6]… Observer … [A-7]… Induction Motor …
345	3 6 下13	[B-1]… of Micorporcessor … [B-2]… Microporcessor … [B-10]… Quick Resposne …	[B-1]… of Microprocessor … [B-2]… Microprocessor … [B-10]… Quick Response …
346	10	[B-17]… Blushless Motor …	[B-17]… Brushless Motor …

1

電動機のディジタル制御系の高性能化に関する研究

1991年1月

近藤 正示

『電動機のディジタル制御系の高性能化に関する研究』

第１章　序論　1
§１－１　本研究の背景と展開　2
§１－２　本研究の課題と意義　5
§１－３　本論文の構成　7
§１－４　本研究の各部分における実験装置の仕様　10
§１－５　本章の参考文献　12

第２章　速度精度を向上させるディジタルＰＬＬ速度制御系の実現と解析　17
§２－１　本章の課題と構成　18
§２－２　研究の動向　19
§２－３　電動機のＰＬＬ速度制御の基本　21
２－３－１　ＰＬＬ速度制御の原理　21
２－３－２　ＰＬＬ速度制御系の基本特性　23
§２－４　実験装置の構成　30
２－４－１　ハードウェア構成　30
２－４－２　位相差検出方法とモデル化　31
２－４－３　制御動作の概要　36
§２－５　安定性および動特性の解析と実験結果　38
２－５－１　制御系のモデリングとシミュレーション手法　38
２－５－２　安定性解析と実験結果　40
２－５－３　動特性解析と実験結果　43
２－５－４　近似モデルよる動特性解析　43
§２－６　リミットサイクルによる速度誤差の解析と実験結果　47
２－６－１　ディジタル制御系の量子化誤差とリミットサイクル　47
２－６－２　非対称リミットサイクルの解析　52
２－６－３　正負対称リミットサイクルの解析　61
２－６－４　実験結果との比較　67
２－６－５　ＰＬＬ制御と積分制御の比較　69
§２－７　本章のまとめ　72
§２－８　本章の参考文献　73

第３章　速度応答を高速化するデッドビート制御の実現　97
§３－１　本章の課題と構成　98
§３－２　研究の動向　100
§３－３　有限時間整定制御系の設計手順　102
§３－４　応答波形を考慮した制御系構造の決定　105
３－４－１　検討のための仮定と電動機の離散時間モデル　106
３－４－２　ＰＩ制御とＩ－Ｐ制御の比較　107
§３－５　無駄時間の補償方法Ｉ
（線形外挿と制御入力フィードバックを組合せた補償法）　112
３－５－１　補償すべき無駄時間　112
３－５－２　線形外挿による瞬時速度推定　114
３－５－３　制御入力フィードバックによる演算無駄時間の補償　115
§３－６　無駄時間の補償方法Ⅱ
（予測型オブザーバによる無駄時間の補償）　117
３－６－１　オブザーバによる電動機瞬時速度の推定　117
３－６－２　予測型オブザーバによるマイクロプロセッサの
演算時間の補償　121
３－６－３　制御ゲインの計算　122
§３－７　実験による検証　123
３－７－１　実験装置の構成　123
３－７－２　サンプリング周期の決定　124
３－７－３　制御応答の実験結果　126
§３－８　量子化誤差の検討　127
３－８－１　内部演算でのデータのけた落ちを考慮した
無駄時間補償方法の比較　128
３－８－２　位置検出の量子化誤差を考慮したディジタル
シミュレーション手法　129
３－８－３　可変ゲインオブザーバによる速度制御誤差の低減　130
§３－９　本章のまとめ　132
§３－１０　本章の参考文献　133

第４章　パラメータ感度低減を目的としたサンプリング周期短縮効果の評価
153
§４－１　本章の課題と構成　154
§４－２　研究の動向　155
４－２－１　制御対象の曖昧さとフィードバック　155
４－２－２　制御系の感度　157
４－２－３　サンプリング周期　160
４－２－４　量子化誤差　161
§４－３　パラメータ感度とその評価方法　164
４－３－１　パラメータ変動に対する伝達関数の感度　164
４－３－２　パラメータ感度と外乱および検出ノイズ抑制効果　167
４－３－３　パラメータ感度の数値計算法　168
§４－４　量子化誤差の影響の評価方法　172
４－４－１　量子化器を含むディジタル系のモデリング　172
４－４－２　最悪ケースの誤差振幅の評価方法　173
４－４－３　白色ノイズモデルに基づく誤差の評価方法　176
§４－５　デッドビート制御系のパラメータ感度と速度誤差の評価　177
４－５－１　予測型オブザーバを用いたデッドビート制御系　177
４－５－２　パラメータ感度の評価　178
４－５－３　量子化誤差による速度制御誤差の評価　180
§４－６　応答時間を合わせた制御系のパラメータ感度と
速度誤差の評価　181
４－６－１　応答時間を合わせるための制御ゲインの計算方法　181
４－６－２　パラメータ感度の評価　186
４－６－３　量子化誤差による速度制御誤差の評価　187
４－６－４　制御応答の実験結果による比較　187
§４－７　本章のまとめ　188
§４－８　本章の参考文献　189

第５章　誘導機の２次抵抗値変動に強い高速トルク制御系の実現　211
§５－１　本章の課題と構成　212
§５－２　研究の動向　213
§５－３　誘導機の２軸モデル　215
§５－４　電流制御型すべり周波数ベクトル制御
（電流型ベクトル制御）　220
§５－５　２次抵抗値変動に対する電流型および
電圧型ベクトル制御の制御特性の比較評価　232
５－５－１　本節の課題と構成　232
５－５－２　状態検出フィードバック型の電圧型ベクトル制御　233
５－５－３　電圧型ベクトル制御のフィードフォワード制御則　243
５－５－４　実験システムの構成　250
５－５－５　速度制御を行う場合の電流型と
電圧型ベクトル制御の比較　251
５－５－６　トルク制御系としての電流型と
電圧型ベクトル制御の比較　254
５－５－７　本節のまとめ　258

§５－６　同期ワットトルクフィードバック制御による
　　ベクトル制御系のトルク制御特性のロバスト化　260
　５－６－１　本節の課題と構成　260
　５－６－２　同期ワットトルクと実発生トルクの差の検討　261
　５－６－３　トルクフィードバック制御系の
　　シミュレーション結果　265
　５－６－４　実験による検証　267
　５－６－５　本節のまとめ　268
§５－７　オブザーバを用いたトルク・磁束フィードバック制御　270
　５－７－１　本節の課題と構成　270
　５－７－２　ａｂ座標系での離散時間オブザーバ導入の背景　270
　５－７－３　誘導電動機の離散時間モデルに基づく
　　オブザーバの設計　275
　５－７－４　オブザーバによる２次巻線鎖交磁束推定の
　　予備実験結果　289
　５－７－５　フィードバック制御系の構成　290
　５－７－６　シミュレーションによる制御特性の評価　292
　５－７－７　実験によるトルク制御特性の検証　292
　５－７－８　本節のまとめ　294
§５－８　本章のまとめ　295
§５－９　本章の参考文献　298

第６章　本論文のまとめ　335
§６－１　本研究の成果　336
§６－２　今後の方向　339

著者の発表文献　343

第１章　序論

第１章　序論

本論文は、東京大学生産技術研究所において原島文雄教授の指導のもとに、1979年から1990年の間に著者が行った、直流電動機の速度、および、誘導電動機のトルクのディジタル制御系において高精度性・高速応答性・ロバスト性のそれぞれを高性能化するに際して、それを限定する要因を明かにするとともにその対策を示すという一連の研究をまとめたものである。

本論文は、一貫して上記３つの制御性能の向上を論ずるが、電動機の種類と問題の扱い方の違いにより前半と後半に分けられる。前半（第２～４章）では、直流電動機の速度制御系においてディジタル制御系固有のサンプリング周期および量子化誤差が制御性能に与える影響と対策について論じ、電動機のディジタル制御系の解析・設計の基礎を固める。後半（第５章）では、誘導電動機の高速トルク制御系の性能を向上させるためには、制御系をどの様に構成すればよいか、さらに、必要な制御情報を高度な演算処理機能を活用してどの様に検出すればよいかについて論じる。

§１－１　本研究の背景と展開

著者が本研究に着手した１９７０年代終わり頃には、マイクロプロセッサの導入により電動機制御系のディジタル化が急速に展開しつつあった。 それまでの電動機制御系の中心はアナログ制御系であったが、次のような欠点があった。

（１）検出器の特性の高精度の線形性が確保できない。

（２）アナログ信号の正確な伝達が難しい。

（３）環境の温度変化、機器の経年変化、および、電源電圧の変動により誤差が生じやすい。

これらのアナログ制御系の欠点を改善するため、電動機制御系のディジタル化が積極的に進められた[1]。また、マイクロプロセッサは、小型・低価格でありながら、複雑で高度な論理・数値演算処理をソフトウェアにより指定できるというディジタル計算機本来の特長を備えている。このため、その応用は、電動機制御系のみならず、家電製品・車両・情報機器・通信、および、産業分野へと幅広く展開しつつあった[2]。電動機制御系にマイクロプロセッサが導入された理由は、低価格であることに加えて、次のような利点を期待してのことであったとみられる。

（１）高度の情報処理機能が集積化されているため、部品点数を減少し

システムの信頼性が向上する。

（２）ソフトウェア処理のため機能の変更・追加が容易で、ハードウェア回路の共通化が可能である。

（３）産業プラントでは、プロセス制御用の上位計算機との接続が容易になる。

（４）コンピュータとしての能力を利用して、制御系の機能・性能の高度化が期待できる。

電動機制御系の高性能化を図るためは、それを構成する各要素の性能のバランスが大切である。図1.1-1 に示すようにマイクロプロセッサを使用した電動機制御系の主要な構成要素は、制御器（制御用コンピュータ）・電力変換器・電動機・センサの４つである。この時期には、制御器のコンピュータ化と電力変換器の高周波化により、制御系の高性能化が図られた。

１９８０年前後の時点で比較的容易に利用できた汎用マイクロプロセッサは、８ビットのもので演算が遅いという制約があった。演算語長を長くしたり、複雑な処理をしようとすると、演算処理時間が許容以上になりがちであった。当時よく使用されていたサイリスタレオナード装置で必要な処理速度は、点弧角制御で5～100μs、電流ループで 1～3ms、また、速度制御ループで 5～10ms 程度とされていた。従って、短い演算語長、および、簡単な処理ですむようにする努力がされていた。たとえば、電力変換器の ON/OFF制御に適用し出力波形整形する研究[3-5]では、マイクロプロセッサの遅さをタイマなどの周辺 LSI でカバーしており、非常に早い時期に発表された。電力変換器の制御では、ON/OFF のディジタル信号を出力すればよいので、ディジタル制御方式が馴染みやすかった。

一方、直流電動機の速度制御系への応用例としては、従来のアナログ系ＰＩ制御をディジタル化したもの[6,7]が多く、さらに、ＰＬＬ制御（研究動向と文献は第２章§２－２参照）などがある。これらにおいて、サンプリング周期の問題は応答時間を長くすることで回避していた。このため、制御ゲインを大きくして高速化しようとすると過渡応答のダンピングが悪くなり安定性に問題が生じることがあった。

従って、ディジタル制御の特長を活かし、応答を向上するアルゴリズムの開

発、高性能センシング技術の開発などが必要とされていた。しかし、ディジタル制御系ではデータを量子化により量的に離散化し、サンプリングにより時間的に離散化するため、アナログ系の制御アルゴリズムをそのままディジタル化したのでは精度および過渡応答などの性能が劣化することがある。特に、ディジタル化の目的のひとつは高精度化であるから、量子化誤差による制御精度の限界を評価しておくことは重要であった。

これらを背景として１９７９年に著者は、直流電動機速度のディジタルＰＬＬ制御系において量子化誤差およびサンプリング周期が速度制御精度に与える影響を評価する研究に着手した。その結果、位相差検出器の無駄時間を考慮することにより実システムを正確にモデリングできることが分かった（第２章）。しかし、ＰＬＬ制御は電動機速度に関する積分制御であるから、制御ゲインを大きくすると応答のダンピングが悪化し、過渡的な応答を高速化できない。このため、さらに、高速応答を実現するアルゴリズムの研究を行った。その結果、サンプリング無駄時間を補償したデッドビート制御系により高速応答を実現した（第３章）。しかし、この制御系はパラメータの僅かな変動に対しても応答波形が乱れ易いことが実験的な経験から分かった。このため、サンプリング周期を短縮しパラメータ感度を低減する方法を検討した。その結果、応答時間を一定に保ったままサンプリング周期を短くすれば、パラメータ感度を低減できるだけでなく、速度制御誤差も劣化しにくいことが分かった（第４章）。

以上が本研究の前半部分であり、１９８３年頃には主要な研究成果を得た。これにより、電動機のディジタル制御系の解析・設計の基礎固めができた。

ところが、この時期において、電動機制御系の研究に２つの大きな変化が起りつつあった。第一に、直流機制御系は速度制御系から位置サーボ系へ研究の主流が移りつつあった。すなわち、電動機駆動系をロボットアームあるいは工作機などに組み込まれたものとみなし、負荷の特性まで考慮に入れた位置サーボ系の高性能化が課題となりつつあった。第二に、可変速駆動系の研究の主流が直流機から交流機に変化しつつあった。ここにおいて、著者は、後者の研究に取り組むことにした。

１９８０年代には、電力変換器の性能向上とベクトル制御法の整備により可変

速駆動装置のＡＣ化が急速に展開した。それには次のような背景がある。１９７０年代後半には、大容量パワートランジスタおよびＧＴＯなどの自己消弧形素子の実用化され、これを契機として１９８０年代にかけて、パワーＭＯＳＦＥＴ、静電誘導トランジスタ、ＩＧＢＴ、静電誘導サイリスタなどの高速スイッチング電力用半導体が次々に実用化された。これらとディジタル制御技術を組み合わせることにより、電力変換器の性能が格段に向上し、出力電流／電圧を自在に制御できるようになった。一方、１９７０年頃にドイツで発案された誘導機の高速トルク制御法は、その後日本でも研究が続けられ、１９８０年頃には、いわゆる、すべり周波数形ベクトル制御の基礎研究が完了していた。このような技術的状況に加えて、１９７０年代のオイルショックによる省エネルギー化の必要性が可変速駆動装置の需要を喚起し、さらに、産業界における省保守・高信頼化のニーズがＤＣからＡＣへの展開に拍車をかけた。

誘導機のすべり周波数形ベクトル制御では、温度変化により２次巻線抵抗値が変動すると制御特性が劣化するという問題が指摘されていた。また、当初のすべり周波数形ベクトル制御は誘導機を制御電流源で駆動することを前提としていた。１９８１年頃には、電流制御の不完全さを考慮して制御電圧源で駆動する方法も提案され、両方式の比較検討が必要とされていた。

そこで、１９８３年に著者は、本研究の後半部に着手した。まず上記の２種類のすべり周波数型ベクトル制御系の比較実験を行い、誘導機制御系に関する理解を深めることにした。その結果、２次巻線抵抗値変動により２次巻線鎖交磁束および発生トルクがどの様に変化するかを明らかにした。引き続いて、２次巻線抵抗値変動の問題を解決するため、同期ワットによりトルク検出を行いフィードバック制御する方法、および、磁束オブザーバを用いてトルク・磁束をフィードバック制御する方法に関してシミュレーションおよび実験を行い、それぞれの方法の有効性を検証した。その詳細は、第５章に示す。

§１－２　本研究の課題と方法

一般に制御の目的は、安定性、定常的な高精度性、過渡的な高速応答性を実現することとされている。　なお、実用的な制御系では、安定であることは当然の

こととされ、むしろ、パラメータが変動しても性能が劣化しにくいというロバスト性が要求される。従って、本研究の課題は、電動機制御系において次の３つの基本的な制御性能の向上を図ることである。

制御性能

(S1) 高精度性：制御すべき出力をその設定値に定常的に精度よく一致させること。

(S2) 高速応答性：設定値あるいは外乱などの変化に対して速やかに応答すること。

(S3) ロバスト性：パラメータ変動などがあっても上の２つの性能が変化しないこと。

これに対して、電動機制御系はすでに示した図1.1-1 の様に構成される。この制御系を装置化するために設計・決定しなければならない項目を設計要項と呼ぶことにすると、それには、

設計要項

(D1) サンプリング周期

(D2) ディジタル化の量子化幅

(D3) フィードバックデータの検出方法および前処理の方法

(D4) 制御ループの構造

(D5) 各制御ゲインの大きさ

などがある。制御性能と設計要項の関係を図1.2-1 に示す。制御系の解析とは、設計要項がなんらかの方法で決められたとき、制御性能を評価することである。設計要項の良否が、制御性能の良否を決定する。一方、制御系の設計・実現とは、設計仕様として与えられた制御性能を実現するように設計要項を決めることである。その過程では、設計と解析を交互に繰り返す必要がある。試行錯誤を少なくし設計を合理的に進めるためには、様々な情報が必要である。図中の経験則とは、設計要項をこうすれば制御性能がこうなるという経験による知識を意味し、たとえば、制御性能と設計要項を関係付ける地図の様なものを考えている。

ここで、一般的な制御系に対して制御性能と設計要項を関係付けることは、困

難であると考えた。このため、本研究の方法は、具体的な各種制御系ごとに高性能化する性能を定め、それを限定する設計要項の影響を定量的に評価することにした。更に、可能ならばその対策を提案し、その妥当性を実験により検証する。本研究では、次の制御系を取り上げる。

第２章：直流電動機速度のディジタルＰＬＬ制御系

第３章：直流電動機速度のデッドビート制御系

第４章：パラメータ感度低減のためサンプリング周期を短くした速度制御系

第５章：誘導電動機の高速トルク制御系

§５－５　電流および電圧源駆動型のすべり周波数ベクトル制御系の比較

§５－６　同期ワット・トルクのフィードバック制御系

§５－７　磁束オブザーバを用いたトルク・磁束フィードバック制御系

以上に示したように、本研究は、具体的な各種制御系の高性能化の実績を積み上げることにより、電動機のディジタル制御系の高性能化とその実現手順の合理化に寄与しようとするものである。

§１－３　本論文の構成

本論文は、６つの章、および、著者の発表論文のリストから成る。なお、参考文献は、各章の最後の節に付ける。各章の相互の関連を、図1.3-1 に示す。 同図には、参考として各章の研究を行った時期、実験装置の主な仕様（使用プロセッサの型番、bit数、クロック周波数； 制御サンプリング周期； 電力変換器の PWM 周波数）、および、主要成果の著者発表文献の番号を [A-2] などの様に示す。

各章の概要を以下に述べる。

第１章　序論

本研究の背景と課題を述べるとともに、本論文の各章の概要と相互の関連を示す。

第２章　速度精度を向上させるディジタルＰＬＬ速度制御系の実現と解析

ディジタルＰＬＬ速度制御系の安定性・動特性および速度誤差を、無駄時間および量子化誤差を考慮に入れて定量的に解析し、それらの妥当性を実験により検証する。ディジタルＰＬＬ速度制御系は、高精度な速度制御を目的としているから、達成可能な精度の限界を明らかにする必要がある。

§２－４では、本研究に用いた位相差検出器の動作を検討し、位相差検出に遅れ時間を伴うことを明らかにする。従来の研究では、この遅れ時間が考慮されていなかった。§２－５では、この遅れ時間を考慮してＰＬＬ制御系の動特性および安定性を解析し、実験結果に一致することを示す。§２－６では、遅れ時間のほか、位相差のディジタル検出の量子化誤差を考慮にいれて、量子化誤差により発生する電動機速度のリミットサイクルを解析し、簡便な評価手順を導出する。その妥当性を実験により検証する。そのほか、ＰＬＬ制御と速度に関する積分制御との比較についても述べる。

しかし、ＰＬＬ制御は本質的に電動機速度に関する積分制御であるから、制御ゲインを大きくすると応答のダンピングが悪化し、過渡的な応答を高速化できない。これに対して、第３章では、制御アルゴリズムを変更し応答の高速化を図る。

第３章　速度応答を高速化するデッドビート制御系の実現

電動機速度の過渡応答の高速化を目的として、設定速度および負荷外乱のステップ状の変化に対して電動機速度をデッドビート応答させるための制御系の構造および無駄時間の補償法について述べる。さらに、提案した制御方法によりデッドビート応答できることを実験により確認する。

§３－４では、ＰＩ制御よりもＩ－Ｐ制御の方が優れていることを示す。§３－５では、この制御系には検出無駄時間と演算無駄時間の２つの無駄時間があることを示し、これらを補償しデッドビート制御を実現する方法として、線形外挿と出力フィードバックを組み合わせた制御を提案する。一方、§３－６では予測型オブザーバを用いた無駄時間補償方法を提案する。§３－７では、これらの２種類の方法でデッドビート制御が実現できることを、実験により確認する。その結果によると、予測型オブザーバを用いる方が電動機速度の振動が少ない。この理由は、§３－５の方法では不安定ブロックを含むためである。さらに、§§３－８－３では、量子化誤差による電動機速度の誤差振幅を低減するため予測型オブザーバのゲインを可変にする方法

を提案し、その有効性をシミュレーションにより確認する。

第３章に述べた制御系は実験的な経験によると、制御系のパラメータの小さな変動に対しても応答波形が乱れ易い。これを改善するため、次章ではパラメータ感度を低減する方法を検討する。

第４章　パラメータ感度低減を目的としたサンプリング周期短縮効果の評価

本章では、前章に示した電動機速度制御系のサンプリング周期を短くすることにより、パラメータ感度を小さく抑えられるかどうかを検討する。サンプリング周期を短くする理由は、それにより制御誤差のフィードバック修正を頻繁にし制御系の特性を変化しにくく出来ると考えたからである。ただし、制御精度あるいは応答速度が劣化したのでは意味がないから、パラメータ感度、制御誤差、応答性を総合的に解析する。このように、３つの制御性能を総合的に解析した研究は、著者の知る限りでは、これまでにはない。

§４－３では、状態方程式からパラメータ感度を数値計算する方法を準備する。§４－４では、状態方程式から量子化誤差による出力誤差を数値計算する方法を準備する。これらを利用して２つの条件下での制御特性を解析し比較評価する。第１は、§４－５に示すデッドビート応答をする系のサンプリング周期を短くする場合である。このときは、サンプリング周期を短縮するほど応答が速くなる反面、パラメータ感度と量子化による速度誤差が増加する。第２は、§４－６に示す応答時間を一定に保ったままサンプリング周期を短くする場合である。このときは、パラメータ感度および速度誤差を小さく抑えることが出来ることを明らかにする。

以上が本論文の前半であり、直流電動機のディジタル制御系において量子化誤差およびサンプリング周期が定常精度、過渡応答、パラメータ感度などの制御性能に与える影響を論じた。これにより、電動機のディジタル制御系の解析・設計の基礎固めが出来た。

なお、パラメータ感度の改善は、制御系ループの構造を工夫することによっても可能である。ただし、制御対象を直流電動機に限っていたのでは、制御系の構造を工夫する余地が少ない。また、この時期には可変速駆動系は直流機から交流機に移行しつつあった。そこで、制御対象を誘導電動機に変更し、その高速トルク制御系のロバスト性向上を行ったものが次の章である。

第５章　誘導機の２次抵抗値変動に対して強い高速トルク制御系の実現

誘導電動機の高速トルク制御方法としては、いわゆるすべり周波数型ベクトル制御があるが、２次巻線抵抗値が変動すると制御特性が劣化するという問題があった。ここでは、誘導機の２次抵抗値変動に対して強い高速トルク制御系として、次の３種類の制御法を取り上げ、各々の有効性を実験により検証する。

A. 電圧駆動型のすべり周波数ベクトル制御系

B. 同期ワット・トルクのフィードバック制御系

C. 磁束オブザーバを用いたトルク・磁束フィードバック制御系

これらのうち、A. は、本研究以前に提案されていたが、従来の電流駆動型のすべり周波数ベクトル制御と比較が十分でなかった。§５－５では、実験結果およびシミュレーション結果により電圧駆動型が有利であることを示す。 B. は、著者らが提案した全く新しい方法である。§５－６に示すようにこの方法は、従来のベクトル制御系と併用する場合に有効で、２次巻線抵抗値の変動がトルク制御特性に与える影響を抑制でき、簡単な回路で実現できる。 C. は、トルク制御のために磁束オブザーバを DSP を用いて実現したものとしては日本で２番目である。§５－７では、磁束オブザーバの設計方法を述べ、さらに、これを利用したフィードバック制御系が２次巻線抵抗値の変動に対してロバスト性であることをシミュレーション結果および実験結果により示す。

第６章　本論文のまとめ

本論文で得られた成果をまとめ、今後の方向示す。

§１－４　本研究の各部分における実験装置の仕様

ここでは、図1.3-1 に示した実験装置の仕様について述べる。なお、それぞれの実験装置の詳細は各章に示してある。以下には、主に制御サンプリング周期 T_S の決定要因について説明する。

（１）第２章のサンプリング周期（50ms）

ＰＬＬの実験装置のマイクロプロセッサの演算時間は、0.6ms であった（§§２－５－１参照）。これに対して、サンプリング周期 T_S を 50ms とした理由は、ロックインレンジ(a)を大きくし、設定速度のきざみ幅(b)を小さくするためである。

(a)ロックインレンジは、第２章の式(3.26) で与えられ、右辺の K_d は位相差比較器のゲインで第２章の式(4.12b) で与えられる。よって、ロックインレンジは、T_S に比例し、実験装置では 273rpm である。

(b) 設定速度のきざみ幅は、第２章の式(4.7) で与えられ、T_S と N_p（ロータリエンコーダのパルス数）に逆比例し、実験装置では 2rpm である。

（２）第３章と第４章のサンプリング周期（25ms, 10ms）

オブザーバを用いた場合の演算時間は、10ms弱であり、これがサンプリング周期の下限である。デッドビート制御系（第３章）の場合にそれより長い理由は、制御入力のピーク値を抑えるためと、速度検出誤差を小さくするためである。（§§３－７－２に詳細に説明してある。）

（３）第５章　電圧型ベクトル制御系のサンプリング周期（2.2ms）

電圧型ベクトル制御系では、３つのプロセッサを使った。２つのワンチップマイコン（8031）により座標変換を 1ms ごとに行い、i8086 によりベクトル制御演算を 2.2ms ごとに行うとともに、10ms ごとに速度制御演算を行う。このようにマルチプロセッサ化することにより、メインの i8086 の負担を軽減した。

（４）第５章の同期ワットトルク計算をアナログ回路とした理由

誘導機の発生トルクの応答時間は数ms であり、これを汎用のマイクロプロセッサで実時間計算することは困難と考えて、回路をアナログＩＣ（乗算 5、除算 1、OP-Amp 数個）で構成した。さらに、この方式は商用のベクトル制御システムへの適用を目指したので、同期ワットトルクの計算のためだけにプロセッサを追加することはコスト的に得策ではないと考えた。

（５）第５章　磁束オブザーバを用いた系のサンプリング周期（0.2ms）

これは、使用したプロセッサ（ＤＳＰ）の演算時間により限定されたものである。

§1－5　本章の参考文献

[1] 原島：「電動機の可変速駆動におけるマイコン応用の将来動向」、電気学会雑誌、Vol.99, No.12, pp.1167-1170, 1979.12

[2] 正田ほか：「小特集：マイクロコンピュータの応用技術」、電気学会雑誌、Vol.98, No.10, pp.919-946, 1978.10

[3] B.S.Buja, G.B.Indri: "Optimal Pulse-Width Moudulation for Feeding AC Motors", IEEE Trans., Vol.IA-13, No.1, pp.38-44, 1977.1

[4] J.B.Casteel, R.G.Hoft: "Optimum PWM Waveforms of a Microprocessor Controlled Inverter", IEEE PESC'78 Records, pp.243-250, 1978

[5] S.Sone, Y.Hori: "Harmonic Elemination of Microprocessor Controlled PWM Inverter for Electric Truction", IEEE IECI'79 Proceedings, pp.278-283, 1979

[6] K.Kamiyama, etal.: "Microprocessor-Controlled Fast-Response Speed Regulator for Thyristorized Reversible Regenerative DCM Drives", IEEE IECI'78 Proceedings, pp.216-222, 1978.3

[7] T.Izumi, Y.Yamazone, T.Nakano: "A Microprocessor-Based Control System of Thyristor Converter Fed DC Motor Drives", IEEE IECI'79 Proceedings, pp.284-288, 1979.3

第1章の図・表のリスト

§1－1

図1.1-1　マイクロプロセッサを用いた電動機制御系

§1－2

図1.2-1　制御性能と設計要項

§1－3

図1.3-1　本論文の構成

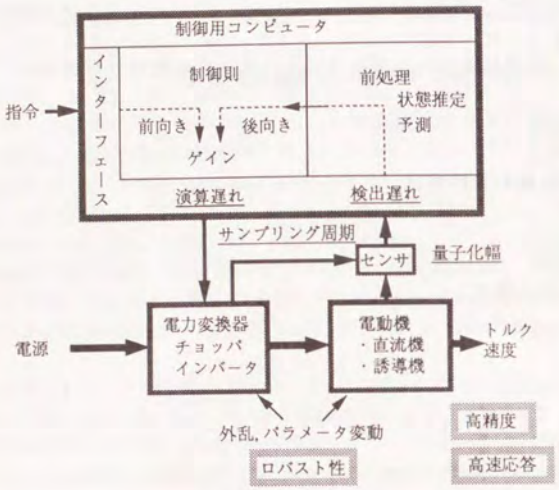


図1.1-1 マイクロプロセッサを用いた電動機制御系

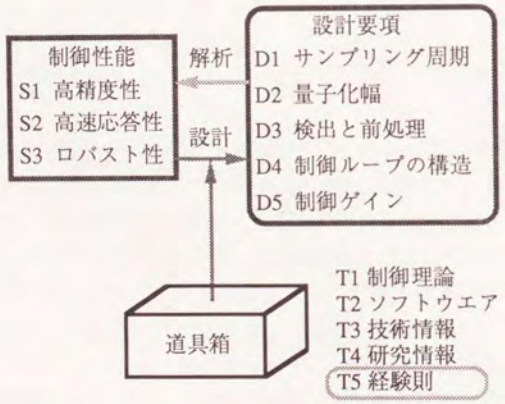


図1.2-1 制御性能と設計要項

電動機のディジタル制御系の高性能化に関する研究

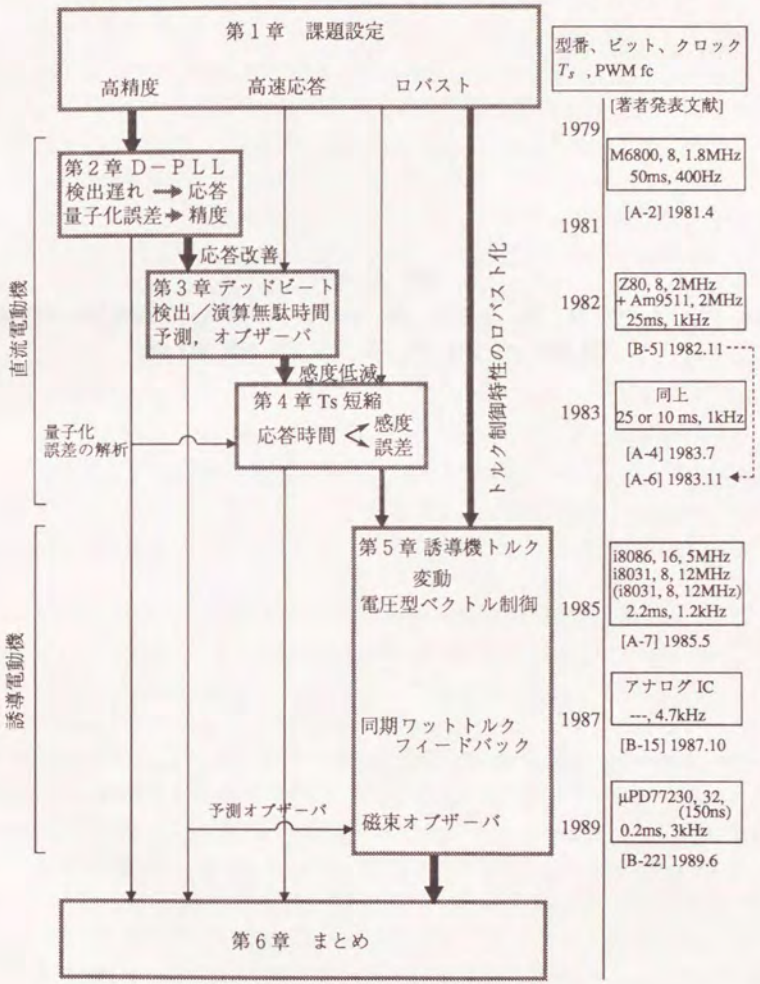


図 1.3-1 本論文の構成

第２章
速度精度を向上させるディジタルＰＬＬ速度制御系の実現と解析

第２章　速度精度を向上させるディジタルＰＬＬ速度制御系の実現と解析

§２－１　本章の課題と構成

本章では、高精度速度制御を目的としたディジタルＰＬＬ速度制御系を実現し、その特性解析を行うとともに、妥当性を実験により検証する。

ＰＬＬとは、入力（基準）位相に出力の位相を同期させるようにした閉ループ回路構成のことである[1-5]。入出力の位相差が時間的に一定となれば、その時間微分が０となり、周波数的な誤差がなくなる。電動機速度のＰＬＬ制御の目的は、この特長を生かして、高精度な速度制御を行うことである[6-17]。しかし、位相差の検出をディジタル的に行うと無駄時間および量子化誤差が発生し、これにより安定性および速度制御精度が制限される[18-23]。従って、無駄時間による安定性の劣化、および、量子化誤差による速度制御精度の劣化を定量的に評価する必要がある。

本章の課題は、ディジタルＰＬＬ速度制御系の無駄時間および量子化誤差を考慮にいれて安定性・動特性および速度誤差を定量的に解析し、さらにそれらの妥当性を実験により検証することである。

これらを示すため、本章は次のような構成になっている。

§２－２では、ＰＬＬの電動機制御への応用に関するこれまでの研究動向について述べる。その結果、これまでの研究では、無駄時間が考慮されておらず、また、安定性限界および量子化による速度誤差については実験的に検証されていないことを明らかにする。

§２－３では、電動機速度のＰＬＬ制御の原理を示す。また、ＰＬＬ制御系の基本的な特性や用語についても説明する。この部分は、従来から知られている事項を整理したものである。

このあと§２－４から§２－６に述べる事項は、著者らの研究により新しく明きらかにされたものである。

§２－４では、本研究に用いた実験装置の構成及び制御動作の概要について述べる。このシステムの位相差検出器の動作を検討することにより、位相差検出に遅れ時間を伴うことを明らかにする。従来の研究では、この遅れ時間は、考慮されていなかった。

§２－５では、上記の遅れ時間を考慮したＰＬＬ制御系のブロック図を示し、これに基づいて制御系の動特性および安定性を解析し、さらに、実験結果による

検証を行う。その結果、遅れ時間を考慮に入れることにより、初めて実験的に検証し得る解析が可能となることを明らかにする。

§２－６では、上記の遅れ時間のほか、位相差のディジタル検出に伴う量子化誤差を考慮にいれた制御系の解析を行う。すなわち、量子化誤差により発生する電動機速度のリミットサイクルを解析し、これによる速度制御精度の劣化を定量的に評価する。さらに、実験による検証も行う。また、ＰＬＬ制御と、速度に関する積分制御との比較についても述べる。

§２－７は、本章のまとめである。

§２－８には、本章の参考文献を示す。

§２－２　研究の動向

１９７０年頃までのＰＬＬの応用は、回路が複雑となるため一部の通信機および測定器に限られていた[1-3]。しかし、１９６９年にシグネティクス社が、モノリシック形式の PLL IC を発表してからは、ＰＬＬの応用範囲が各種の民生機器にまで幅広く広がった[4]。たとえば、データ通信用ＦＳＫモデム復調器・ＦＭステレオＭＵＸ復調器・ＴＶ受像機の水平掃引同期回路などの通信分野のほか、レコードプレーヤのターンテーブル駆動用モータの回転数制御にも使われるようになった[5]。

ＰＬＬの電動機制御への応用に関しては、Millar[7] が、比較的初期に報告している。それによれば、ディジタル方式の特長は、アナログ方式に比べ、ドリフトおよび部品の経年変化がなく優っており、特に、広い速度範囲にわたって 0.1% 以下の速度精度が必要な場合に有利であるとしている。なお、ＰＬＬの主要部分である位相・周波数比較器は、ロジックＩＣを用いて構成された。このＰＬＬをファクシミリ記録器に応用したところ、2000 パルス／回転のロータリエンコーダを使用して 0.003% の位置精度が得られたとしている。

PLL IC の出現以降は、回路が簡単に構成できるようになり、サーボ系や速度制御系への応用方法が紹介された[5, 6, 8]。回路の簡単化の例としては、Moore[6]によれば、従来方式のサーボアンプでは部品数１００、価格＄４０に対して、PLL IC を使用した場合は部品数１５、価格＄１５に低減できるとされている。なお、この論文には、ＰＬＬ制御により従来の１００倍の速度精度、すな

わち、0.002% が実現可能であると述べているが、その数値的根拠については触れられていない。

Smithgall[9] は、位相差検出器の非線形モデルを導出し、これを用いた動特性の解析結果が実験結果とよく合うと報告している。また、Tal[10] は、ＰＬＬサーボ系の線形化離散値モデルを導出し、設定速度が低速になると位相差検出器のゲインが大きくなり、系が不安定になることがあると指摘している。

以上は比較的小容量の電動機が制御対象であったが、これに対して、Bose[11] は、大容量機にも応用可能なサイリスタブリッジ整流器で駆動される直流他励電動機（実験は、0.75HP ）のＰＬＬ制御を行った。この制御系には、次の二種類のＰＬＬを使っている。すなわち、第一のＰＬＬは、交流電源に同期した高周波信号（30.72kHz）を発生し、サイリスタの点弧角制御に使用される。第二のＰＬＬは、速度制御用であり、位相・周波数検出用ＩＣ（MC4344/4044）とロータリエンコーダ（２８パルス／回転）を使用している。

他方、ＰＬＬの交流機制御への応用に関しては、ヒステリシス電動機の安定化に応用したもの[12]、誘導電動機の速度制御に応用したもの[13-16]、あるいは、無整流子電動機の速度制御に応用したもの[17]などがある。特に、Sen[14] は、ＰＬＬ制御系の離散時間モデルを導出し、系を安定化するフィルタについて比較検討している。その結果、位相差だけでなく位相差の時間微分（すなわち、電動機速度）も制御に使うと安定化の効果が大きいとしている。

さらに、原島ら[16, 17]は、マイクロプロセッサを用いたＰＬＬ制御を、誘導機、および、無整流子電動機に応用した。マイクロプロセッサを導入したことにより、制御モードをソフト的に切り替えられるようになり、広い設定速度範囲に対してＰＬＬ運転が可能となる。とくに、文献[16]では、ＰＬＬモードに入った時の初期位相差を０にすると円滑に同期引き込みができることを明らかにし、文献[17]では、ディジタル位相差検出器の量子化誤差に伴うリミットサイクルを解析しディジタルＰＬＬで達成しうる速度精度の限界を明らかにしている。これらについては、田岡が[18]にまとめている。これと並行して、ディジタルＰＬＬ制御をＧＴＯチョッパ駆動直流電動機に応用し、時間離散値系としての安定性解析を示したものが、原島と著者ら[19]の報告である。

しかし、さらに詳細な実験を行ってみると上記の論文に示した解析値と実験値にずれがあることがわかった。そこで、原島と著者らは、別の報告で[20]で、位

相差の検出遅れ考慮に入れることにより実験値と解析値が非常によく一致することを明らかにした。これらに関しては、本章に詳細に述べてある。

上記以外の電動機のＰＬＬ制御の研究としては、次のものがある。まづ、原島・小山・著者ら[21-23]は、ＰＬＬ制御電動機の負荷耐量を増加させる方法を検討した。また、松井ら[24]は、ローパスフィルタの時定数を切り替えて応答の高速化する方法を検討した。さらに、[25, 26]のように、二相正弦波を検出し、これに三角関数の加法公式を応用して連続的に位相差を検出する方式も研究されている。また、電動機制御に関係のある論文[27-29]、電動機制御に直接関係はないがディジタルＰＬＬに関する論文[30, 31]、および、最短時間ＰＬＬに関する論文[32]なども本研究を進めるにあたり参考にしたのでここに上げておく。

以上、電動機のＰＬＬ制御系を中心に研究の動向をサーベイした。これまでの研究の多くは、ＰＬＬ制御系をどのように構成するかに力点がおかれ、動特性および安定性の解析が中心であることが分った。

これらは、応用上もちろん重要である。しかし、電動機のＰＬＬ制御の第一の制御目標が速度の高精度制御であるから、実現し得る速度精度の上限を明らかにしておくことは、更に、重要である。速度精度の上限を抑えるこれまでの研究としては、わずかに、[17, 18] があるのみである。しかし、これらの研究においても実験的な確認はされていない。著者らが、直流電動機のディジタルＰＬＬ制御装置を使用して行った実験結果によれば、上記の論文に示された解析手法による解析値では、実験値に比べて小さいことが明らかになった[20]。

そこで、本章に示す研究の目的は、[18]の解析手法を更に精密なものに修正して、実験結果ともよく一致する解析手法を導出することである。

§２－３　電動機のＰＬＬ速度制御の基本

§§２－３－１　ＰＬＬ速度制御の原理

ここでは、まず、ＰＬＬ制御の原理を示し、ＰＬＬを電動機速度制御系に適用する場合の基本構成を示す。

ＰＬＬ（Phase-Locked Loop）制御とは、一言でいえば、出力信号の位相が入力信号の位相に同期するように、両者の位相誤差を検出しフィードバック制御を

行う閉ループ回路構成のことである [1-5]。

ＰＬＬは、主に通信回路などで使用されており、図2.3-1 に示すような基本構成となっている。その主な構成要素は、位相比較器・電圧制御発振器（以下では、ＶＣＯと略す）・ループフィルタの三つである。同図において、位相比較器により検出された入出力信号の位相誤差信号 v_e のうち制御に不必要な高周波雑音を、高域遮断特性をもつループフィルタで除去・平滑化する。平滑化された信号 v_d がＶＣＯに加えられ、ＶＣＯの出力信号の位相が入力信号の位相に同期するようにＶＣＯの発振周波数の制御が行われる。ＰＬＬでは、このようにして、入力信号の位相に同期した出力信号が得られるから、周波数的な誤差が発生しないことが特長である。

電動機速度のＰＬＬ制御の目的は、周波数的誤差が発生しないというＰＬＬの特長を生かして高精度な速度制御を行うことである。図2.3-2 に電動機速度のＰＬＬ制御系の基本的なハードウェア構成[6]を示す。 図2.3-1 と 図2.3-2 の違いは、ＶＣＯが電動機とロータリエンコーダに置き換えられていることである。また、 図2.3-2 では、電動機自身が高域遮断特性を持つフィルタとして機能するから、図中のローパスフィルタは必ずしも入れなくてよい。同図において、電動機の回転子位置は、ロータリエンコーダにより検出される。ロータリエンコーダは、電動機軸に直結された回転円板に設けられたスリットをＬＥＤとフォトトランジスタにより検出するものであり、その出力は図中に示したようにパルス列である。このＰＬＬ制御系では、ロータリエンコーダの出力パルス列の位相と基準周波数信号（これもパルス列）との位相差が一定になるように電動機の速度が制御される。ここで、位相差が時間的に一定となれば、その時間微分は０であり、これは、ロータリエンコーダのパルス列と基準信号とが周波数的に完全に一致することを意味する。従って、電動機の回転速度が、基準信号の周波数によって定まる一定速度に制御されることになる。

ＰＬＬ速度制御方式によれば、従来のタコジェネレータにより速度を検出してフィードバックする制御方式に比べ、以下の理由により、格段に安定した速度制御性能が得られる[7]。まず、ロータリエンコーダを採用したことにより、従来のタコジェネレータで問題となったオフセット、ドリフトなどがなくなり、検出器が高安定・高信頼度化される。次に、従来の速度フィードバック制御では、基準速度を電圧レベルで与えるために基準電圧の温度補償などの安定化対策が必要であった。これに対して、ＰＬＬでは、水晶発信器を基準信号の発生に使用でき、比較的容易に高精度・高安定な基準信号が得られる。

§§２－３－２　ＰＬＬ速度制御系の基本特性

ここでは、文献[3] をもとにしてＰＬＬの基本的な特性や用語を説明し、文献[23] をもとにして図2.3-2 に示した電動機のＰＬＬ速度制御系のロックインレンジの計算法を紹介する。

まず、ＰＬＬの基本構成図 図2.3-1 に基づいて、ＰＬＬの基本伝達関数を導出し、定常特性、同期引き込み過程、ロックレンジについて説明する。[3, 4, 23]

〔基本伝達関数 式(3.7), (3.8)の導出〕[3]

図2.3-1 において、入力信号 v_i とＶＣＯの出力信号 v_o が次式で与えられるとする。

$$v_i(t) = V_i \sin\left(\omega_{VCO} t + \theta_i(t)\right) \tag{3.1}$$

$$v_o(t) = V_o \sin\left(\omega_{VCO} t + \theta_o(t)\right) \tag{3.2}$$

ただし、ω_{VCO} はＶＣＯの自走発振周波数である。さらに、位相比較器の特性が、 図2.3-3 に示すようにのこぎり波状であり、ゲインを K_d とすれば、位相比較器の出力信号 v_e は

$$v_e(t) = K_d \theta_e(t) \tag{3.3}$$

$$\theta_e(t) = \theta_i(t) - \theta_o(t) \tag{3.4}$$

ループフィルタの伝達関数を $F(s)$ とすれば、v_e がループフィルタを通ったあとの誤差信号 $v_d(s)$ は

$$v_d(s) = K_d F(s) \theta_e(s) \tag{3.5}$$

誤差信号 $v_d(s)$ によるＶＣＯの発振周波数の変化分 $\Delta\omega_o$ は、ＶＣＯの変換ゲインを K_0 として、

$$\Delta\omega_o(t) = \frac{d\theta_o(t)}{dt} = K_0 v_d(t) \tag{3.6}$$

基本伝達関数を導出するため、$\theta_o(t)$ の初期値は 0 と仮定して式(3.4)，(3.6) をラプラス変換すれば

$$\theta_e(s) = \theta_i(s) - \theta_o(s) \tag{3.4'}$$

$$s\theta_o(s) = K_0 v_d(s) \tag{3.6'}$$

式(3.5)，(3.4')を式(3.6')に代入して $v_d(s)$ と $\theta_e(s)$ を消去すれば

$$\frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{K_0 K_d F(s)}{s + K_0 K_d F(s)} \tag{3.7}$$

式(3.4')，(3.7) から

$$\frac{\theta_e(s)}{\theta_i(s)} = \frac{s}{s + K_0 K_d F(s)} \tag{3.8}$$

以上に求めた式(3.7)，(3.8) がＰＬＬの基本伝達関数である。

〔定常特性〕[3]

ＰＬＬ系の定常状態では、入力位相の変化に対して出力位相が追随し位相誤差が生じないこと、および、入力周波数が ω_{VCO} から $\Delta\omega$ だけ変化した場合には周波数の変化分 $\Delta\omega$ に比例した位相誤差が生じることを示す。

まず、入出力周波数がともに ω_{VCO} であるときは、ＶＣＯへの制御入力電圧 v_d は 0 である。この時、図2.3-1 から $v_e = 0$ であり、式(3.3)から位相誤差 $\theta_e = 0$ である。これを初期状態として、入力信号の位相 θ_i がステップ状に $\Delta\theta_i$ だけ変化した場合は

$$\theta_i(s) = \frac{\Delta\theta_i}{s} \tag{3.9}$$

よって、位相誤差 θ_e の最終値は、式(3.8)，(3.9) とラプラス変換の最終値定理から、（ただし、式(3.8)は安定であるとして）

$$\lim_{t\to\infty} \theta_e(t) = \lim_{s\to 0}\left[\frac{s}{s + K_0 K_d F(s)} \cdot s \cdot \frac{\Delta\theta_i}{s}\right] = 0 \tag{3.10}$$

ゆえに、位相誤差 θ_e が 0 となり、出力位相 θ_o は入力位相 θ_i の変化に追随する。すなわち、ＰＬＬ系の定常状態では、入力位相の変化に対して出力位相が追随し位相誤差が生じないことが示された。

次に、入出力周波数の初期値がともに ω_{VCO} であるとき（この時、位相誤差 $\theta_e = 0$ ）に、入力信号の周波数が ω_{VCO} から $\omega_{VCO} + \Delta\omega$ にステップ状に変化した場合の入力位相の変化 $\theta_i(s)$ は、

$$\theta_i(s) = \frac{\Delta\omega}{s^2} \tag{3.11}$$

位相誤差 θ_e の最終値は、式(3.8)，(3.11)と最終値定理から、

$$\lim_{t\to\infty} \theta_e(t) = \lim_{s\to 0}\left[\frac{s}{s + K_0 K_d F(s)} \cdot s \cdot \frac{\Delta\omega}{s^2}\right] = \frac{\Delta\omega}{K_0 K_d F(0)} \tag{3.12}$$

ただし、$F(0)$ は次式で定義されるループフィルタの直流ゲインである。

$$F(0) \equiv \lim_{s \to 0} F(s) \tag{3.13}$$

ゆえに、式(3.12)から、入力周波数が ω_{VCO} から変化した量 $\Delta\omega$ に比例した位相誤差 θ_e が生じる。

〔同期引き込み過程〕[4]

ＰＬＬ系が非同期状態から同期状態に移行する同期引き込み過程を考える。同期引き込み過程は、 図2.3-4 に示すようにプルイン（Pull-in；周波数引き込み）過程とロックイン（Lock-in；位相同期）過程の二つに分けて考えられる。

プルイン過程：ＰＬＬ系が非同期な状態で、入力信号の周波数を変えていった場合に、入力周波数の ω_{VCO} からのづれが $\Delta\omega_p$ 以下となると、位相誤差 θ_e がビートを打ちながら出力信号 v_o の周波数が入力周波数に近づくようになる。このような周波数引き込み過程を、プルイン過程といい、$\Delta\omega_p$ をプルインレンジという。これとは逆に、入力周波数の ω_{VCO} からのづれがプルインレイジ $\Delta\omega_p$ より大きいと、プルイン過程は発生せずに、出力周波数が入力周波数に近づかない。このプルイン過程の解析は、位相比較器の非線形特性を考慮に入れなければならないために複雑となるが、位相面解析、近似モデル解析、あるいは、計算機シミュレーションなどの手法が知られている。[4]

ロックイン過程：プルイン過程の最後で、出力周波数と ω_{VCO} の差が $\Delta\omega_{li}$ 以下となると、それ以後、位相誤差がビートを打たずに（すなわち、位相誤差が検出可能範囲 $\pm\pi$ を超えないで）入出力の位相が同期するようになる。この位相同期過程をロックイン過程といい、$\Delta\omega_{li}$ をロックインレンジという。ロックインレンジを別な表現でいいえば、位相誤差 θ_e の初期値が θ_s であるとき、入力周波数をステップ状に $\Delta\omega$ だけ変化させた場合に、位相誤差の最大値 θ_{max} が $\pm\pi$ を超えないような $\Delta\omega$ がロックインレンジ $\Delta\omega_{li}$ である。よって、ループフィルタの伝達関数 $F(s)$ が与えられれば、式(3.8), (3.11)から θ_{max} が求められ、 $|\theta_{max}|<\pi$ からロックインレンジ $\Delta\omega_{li}$ が計算できる。[23]

〔ロックレンジ〕[3]

ロックレンジは、ＰＬＬ系が同期状態からはずれそうになる周波数の範囲である。すなわち、ＰＬＬが同期している状態から、入力周波数を十分ゆっくり変えていった場合に、位相誤差 θ_e が $\pm\pi$ を超えることなく入出力の同期状態を保持できる最大の入力周波数の範囲（$|$入力周波数 $-\omega_{VCO}|$）をロックレンジ $\Delta\omega_{lc}$ という。

ロックレンジ $\Delta\omega_{lc}$ は、次のように計算できる。簡単のため、入力周波数がＶＣＯの自走周波数 ω_{VCO} に等しい場合を考える。この場合、ＶＣＯへの制御入力電圧は 0 でよく、入出力信号の位相誤差 θ_e も 0 である。この状態から、十分ゆっくり入力周波数を変化させて行き、入力周波数が $\omega_{VCO}+\Delta\omega_{lc}$ となった時の、定常位相誤差 θ_e は、式(3.12)から

$$\theta_e(\infty) = \frac{\Delta\omega}{K_0 K_d F(0)} \tag{3.12'}$$

ここで、位相比較器の特性が 図2.3-3 のようにのこぎり波状であるとすれば、

$$|\theta_e(\infty)| < \pi \tag{3.14}$$

のように制限される。ロックレンジ $\Delta\omega_{lc}$ は、位相誤差 θ_e が $\pm\pi$ を超えない（同期はずれをしない）最大の周波数変化幅であるから、式(3.12'), (3.14)から

$$|\Delta\omega_{lc}| = \pi K_0 K_d F(0) \tag{3.15}$$

で与えられる。以上が、主に通信システムなどで用いられるＰＬＬの基本特性である。

次に、電動機速度のＰＬＬ制御系（図2.3-2 参照）のロックインレンジ $\Delta\omega_{li}$ とロックレンジ $\Delta\omega_{lc}$ の計算法を文献[23] をもとに紹介する。

まず、電動機速度のＰＬＬ制御系のハード構成図 図2.3-2 から、解析用基本ブ

ロック図を導出する。すなわち、回転位置信号は、回転速度信号の時間積分であるという事実に着目すれば、 図2.3-2 に対するブロック図として 図2.3-5 を得る。同図において、 $G_m(s)$ は電動機の伝達関数であり、 $G_c(s)$ はローパスフィルタ・電力変換器を含む制御器の伝達関数である。この 図2.3-5 が電動機速度のＰＬＬ制御系の簡略化した基本ブロック図である。（簡略化したという理由は、同図において、位相比較器の非線形な特性や、位相誤差 θ_e の検出がディジタル的に行われれることなどを無視しているからである。これらを考慮に入れた場合については、後述の§２－４以降で厳密に論じる。） 図2.3-5 において、電動機が直流機であるとすればその伝達関数 $G_m(s)$ は一次遅れで表わされ、また、制御器の伝達関数 $G_c(s)$ が単なる比例ゲイン K_p であるとすれば、 図2.3-5 から 図2.3-6 を得る。さらに、電動機速度 ω_m と位相誤差 θ_e の初期値をそれぞれ、 ω_{mo} 、 θ_{eo} とすれば、 図2.3-6 から、

$$\omega_m(s) = \frac{\omega_{m0}s+\{K_m(V_0+K_p\theta_{e0})/T_m\}+(\omega_n^2/s)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \tag{3.16}$$

$$\theta_e(s) = \frac{\theta_{e0}s+(\theta_{e0}/T_m)+K_d(\omega_r-\omega_{m0})+\{K_d(\omega_r-K_mV_0)/sT_m\}}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \tag{3.17}$$

$$\zeta = 1/2\sqrt{T_mK_l}, \quad \omega_n = \sqrt{K_l/T_m}, \quad K_l = K_mK_pK_d \tag{3.18}$$

式(3.17)から、位相誤差 θ_e の最終値は

$$\lim_{t\to\infty}\theta_e(t) = \lim_{s\to 0}\theta_e(s) = \frac{K_d(\omega_r-K_mV_0)}{T_m\omega_n^2} = \frac{\omega_r-K_mV_0}{K_mK_p} \tag{3.19}$$

ここで、ロックレンジを求めるために位相誤差 θ_e の定常値を 0 にしておく。そのためには、式(3.19)から

$$V_0 = \frac{\omega_r}{K_m} \tag{3.20}$$

であればよい。以後、この V_o をバイアス電圧と呼ぶ。このバイアス電圧は、位相差の定常値を 0 にしておき負荷変動に対する制御余裕を大きくしておく為のものである。式(3.19)、(3.20)、および、(3.14)からロックレンジ $\Delta\omega_{lc}$ は

$$|\Delta\omega_{lc}| = \pi K_mK_p \tag{3.21}$$

で与えられる。

次にロックインレンジ $\Delta\omega_{li}$ を求める。このために、 V_o は式(3.20)を満たし、かつ、位相誤差 θ_e の初期値位相誤差 θ_{eo} は 0 であると仮定する。この仮定と式(3.17)から

$$\theta_e(s) = \frac{K_d(\omega_r-\omega_{m0})}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \tag{3.22}$$

式(3.22)を逆変換して

$$\theta_e(s) = \frac{K_d(\omega_r-\omega_{m0})}{\omega_0}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\omega_0 t \tag{3.23}$$

ただし

$$\omega_0 = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \tag{3.24}$$

式(3.23)から位相誤差 θ_e の最大値 θ_{max} は

$$\theta_{max} = \frac{K_d(\omega_r - \omega_{m0})}{\omega_n} e^{(-\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\arccos\zeta} \tag{3.25}$$

式(3.25)と $|\theta_{max}| < \pi$ から、ロックインレインジ $\Delta\omega_{li}$ は

$$|\Delta\omega_{li}| = \frac{\pi\omega_n}{K_d} e^{(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\arccos\zeta} \tag{3.26}$$

で与えられる。

§2－4　実験装置の構成

本節では、実験に使用した他励直流電動機のディジタルＰＬＬ速度制御装置のハード構成について述べる。特に、ディジタルＰＬＬ速度制御で最も重要な位相差検出方法とそのモデルを示す。時間遅れを考慮したモデルにしたことが従来に比べて新しい点である。さらに、ＰＬＬモードへの同期引き込み過程を含む制御動作の概要についても述べる。なお、本制御系の定数を表2.4-1 にまとめておく。

§§2－4－1　ハードウェア構成

図2.4-1 に実験システムのハードウェア構成を示す。電動機は、他励直流電動機（山洋電気：定格出力 2.2kW、定格電圧 110V、最高速度 3000rpm）である。これと回転軸を連結して、負荷用直流発電機（定格 0.5kW、100V、750rpm ）、ロータリエンコーダ（小野測定器：PP-6 型、600 パルス／回転、二相）、および、タコジェネレータ（直流機電動機内蔵）が接続されている。制御用の電動機位置・速度信号の検出には、ロータリエンコーダの出力パルスを使用する。一方、タコジェネレータは実験データの収集のみに利用しフィードバック制御には利用しない。ロータリエンコーダの出力パルスは、TTL-IC により構成された速度検出器・位相差検出器を介して、速度・位相差のデータとしてマイクロコンピュータ（日立： H68/TR、CPU：HD46800）に入力される。マイクロコンピュータは、この入力データと別途設けられた速度設定スイッチから入力される設定速度データをもとに、制御プログラムに従い電動機駆動用チョッパの通流率を計算し、ゲートパルスジェネレータに出力する。ゲートパルスジェネレータは、この指令に従いＧＴＯのゲート・オン、ゲート・オフ、補助ゲートの各パルスを出力し、ＧＴＯの通流率制御により直流電動機の電機子電圧を制御する。

図2.4-2 に、製作したＧＴＯチョッパの回路図を示す。使用したＧＴＯ（日本インターナショナル整流器：53PGA120　定格電圧 1200V、可制御アノード電流 500A、平均オン電流 50A ）のゲート駆動には、ゲートオンパルス、ゲートオフパルス、補助ゲートパルスが必要である。このため、ゲートパルスジェネレータにより発生された各ゲートパルスは、フォトカップラにより絶縁されて、三つの独立した電源をもつゲート駆動回路を通り、ＧＴＯの主ゲートおよび補助ゲートへ加えられる。ＧＴＯチョッパのチョッパ周波数は 400Hzである。ＧＴＯからのチョッパ電流は、平滑リアクトルＤＣＬ（10.2mH）とフリーホイルダイオードで平滑され、直流電動機の電機子へと流れる。制御系の定数を表2.4-1 にまとめておく。

§§2－4－2　位相差検出方法とモデル化 [20]

図2.4-3 に、実験に使用した位相差検出器の動作原理図を示す。図(a)において、ロータリエンコーダからのパルス列を分周して、電動機位相差信号 M を得る。この分周比は、電動機速度が設定速度に一致したときに M の周期が基準位相信号 R の周期と同じになるようにマイクロコンピュータにより決定される。また、この分周比を変えることにより設定速度を変えることができる。（後述の式(4.6)参照。）ただし、信号 R の周期はサンプリング周期 T_s （50ms）に等しくなるようにしてある。ここで、図2.4-3 (b)に示す信号 M と R の時間差信号 E のパルス幅は、電動機位相と基準位相の位相差に比例する。（後述の式(4.10)参照。）このパルス幅を計数用クロックパルスを使ってカウンタで計数すれば位相差データ $\Delta\theta_e$ を得ることができる。位相差データ $\Delta\theta_e$ を示すカウンタの値は、パルス D_1 の立ち上がりでラッチに保持されたあとパルス D_2 によりクリヤされる。そして、マイクロコンピュータへの位相差データの取り込みは、図2.4-3(b) に示す通り、サンプリング信号の立ち上がり時点で行われる。このように、位相差信号は、周期 T_s 毎に検出されるが、位相差信号の検出からマイクロ

コンピュータのデータ読み込みまでに時間遅れがある。この遅れ時間 τ は、電動機位相には進みと遅れがあるために $1.5T_s$〜$0.5T_s$ の間を変化するが、確率平均的にサンプリング周期 T_s に等しいと考えられる。この遅れ時間を考慮した点が、田岡[18]のモデルと異なるところである。また、図2.4-3(a) で、信号 S は、位相差の符号を示すものであり、電動機位相が遅れの場合 1 で、進みの場合 0 となる。

以下には、図2.4-3 に示した位相差検出機器の動作をもう少し詳しく検討しておく。検討にあたり、次のように記号を決める。

ω_r：設定角速度[rad/s]

ω_m：電動機角速度[rad/s]

N_p：ロータリエンコーダ1回転当たりのパルス数〔パルス／回転〕

N_d：可変分周器の分周数〔パルス〕

T_s：サンプリング周期[s]

f_c：位相差計数用クロックパルスの周波数[Hz]

b：カウンタのビット数

位相差のディジタル検出は、図2.4-3 に示したように、$\Delta\theta_e$ 期間中のクロックパルスの個数を計数して行うから、位相差検出の分解能は、クロックパルス周波数の逆数であり、

$$\text{位相差検出の分解能} = 1/f_c \quad [\text{sec}] \tag{4.1}$$

また、位相差計数用カウンタは周波数 f_c のクロックパルスを最大 T_s 間カウントするから、カウンタのビット数 b は、次式を満たす必要がある。

$$2^b \geqq f_c T_s \tag{4.2}$$

一方、ロータが ω_m で回転するときのロータリエンコーダの出力パルスの周波数は、

$$N_p \omega_m / 2\pi \quad [\text{Hz}] \tag{4.3}$$

これを、N_d で分周したあとの周期は

$$2\pi N_d / \omega_m N_p \quad [\text{sec}] \tag{4.4}$$

分周比 N_d は、$\omega_m = \omega_r$ の時、上記の周期が T_s に等しくなるように決定される。従って、

$$\frac{2\pi N_d}{\omega_r N_p} = T_s \tag{4.5}$$

$$\therefore \ \omega_r = \frac{2\pi N_d}{T_s N_p} \quad [\text{rad/sec}] \tag{4.6}$$

分周数 N_d は整数でなければならないから、そうなるような設定速度のきざみ幅 $\Delta\omega_r$ は、式(4.6)で $N_d = 1$ とおいて、

$$\Delta\omega_r = 2\pi / T_s N_p \quad [\text{rad/sec}] \tag{4.7}$$

$$= 60 / T_s N_p \quad [\text{rpm}] \tag{4.8}$$

たとえば、実験装置では、$T_s = 50$ [ms]、$N_p = 600$〔パルス／回転〕であるから、

$$\Delta\omega_r = 2 \qquad [\mathrm{rpm}] \tag{4.9}$$

すなわち、実験装置では、2 [rpm] 毎の角速度を設定できる。これをもっと細かくするためには、式(4.8)から、T_s または N_p を大きくすればよい。

次に、位相差検出器のブロック図表現を導出する。まず、図2.4-3(b) においては、信号 E の時間幅を位相差 $\Delta\theta_e$ としたが、これと、電動機の回転角度の関係を明らかにする。それには、図2.4-4 に示すように、設定角速度 ω_r で回転する基準円盤を仮に考えて、この円盤上の一点を基準位置とすれば分かりやすい。この基準円盤は、角速度 ω_m で回転する電動機回転子と同一中心とする。同図の $\Delta\theta_e$ と $\Delta\theta$ の関係式は、次のようにして導かれる。$\Delta\theta_e$ は、基準円盤および回転子からのパルスの時間差 Δt を次式により、T_s を 1周期 2π として位相差に換算したものである。

$$\Delta\theta_e = \frac{2\pi}{T_s}\Delta t \tag{4.10}$$

一方、$\Delta\theta$ は基準円盤と回転子の回転角度のずれであり、ω_r がサンプリング周期の間では変わらないことから、

$$\Delta\theta = \omega_r \Delta t \tag{4.11}$$

式(4.10), (4.11) から Δt を消去すれば、$\Delta\theta_e$ と $\Delta\theta$ を換算する次式を得る。

$$\Delta\theta_e = K_d \Delta\theta \tag{4.12a}$$

$$K_d = \frac{2\pi}{\omega_r T_s} \tag{4.12b}$$

さて、位相差検出器の離散時間系としてのブロック図を得るためには、サンプリング時刻でのデータが必要である。たとえば、サンプリング時刻の回転角度のずれは、図2.4-4 中の $\Delta\theta'$ であるが、次のように近似する。ＰＬＬ系では位相が同期していれば、図2.4-4 に示した角度の時間応答の線は平行になる。これを考慮して、$\Delta\theta'$ の近似として $\Delta\theta$ を使うことにする。このようにして、位相差検出器のブロック図として図2.4-5(a) が得られる。同図(a) は (b) のように変換できる。

位相差 $\Delta\theta_e$ に比べて機械的な角度のずれ $\Delta\theta$ の方が、物理的なイメージがはっきりしているから、以下の解析には $\Delta\theta_e$ の代わりに $\Delta\theta$ を用いることにする。

その準備として、位相差の検出可能範囲と検出分解能を機械的角度に換算しておく。まず、図2.4-4 中の Δt と $\Delta\theta_e$ の検出可能範囲は、位相の進み／遅れの両方を考慮に入れるため、

$$|\Delta t| \leqq T_s/2 \tag{4.13a}$$

$$|\Delta\theta_e| \leqq \pi \tag{4.13b}$$

これから機械的角度の検出可能範囲は、式(4.12)を使って、

$$|\Delta\theta| \leqq |\omega_r T_s/2| \tag{4.14}$$

すなわち、機械的な角度のずれ $\Delta\theta$ の検出可能範囲は、仮想基準円盤が 1 サンプリング周期の間に動く角度 $\omega_r T_s$ の半分に制限される。その理由は、$\Delta\theta$ がそれより大きくなると位相が進みであるのか遅れであるのかを弁別できなくなるからである。

一方、位相差 $\Delta\theta_e$ の検出分解能は、式(4.1)で与えられ、時間の次元をもつ。これを、式(4.10), (4.12) を使って、機械的角度の検出分解能力 $\Delta\theta_q$ に換算す

れば、（ただし、最後の等式の変形には式(4.2)を使う）

$$\Delta\theta_q = \frac{\omega_r}{f_c} = \frac{\omega_r T_s}{2^b} \tag{4.15}$$

となる。すなわち、機械的角度の検出分解能力 $\Delta\theta_q$ [rad] は、計数用クロックパルス周波数を f_c を大きくすることにより、ロータリエンコーダ１回転当たりのパルス数に無関係に、小さくできることになる。これに対して、 $\Delta\theta_q$ は、設定速度 ω_r に比例して大きくなる。これは、 ω_r が大きくなると計数用クロックパルスの周期 $1/f_c$ [s]の間に回転する角度が大きくなるからである。

上記のようにディジタルＰＬＬ制御系では、機械的角度誤差 $\Delta\theta$ をディジタル的に検出するために量子化幅 $\Delta\theta_q$ で量子化する。この時の量子化誤差が原因となって、定常状態でも電動機速度のリミットサイクルが発生する。このリミットサイクルについては、§２－６で詳細に解析する。

§§２－４－３　制御動作の概要 [19]

電動機のディジタルＰＬＬ速度制御系に於ける制御モードは、前段モード、ＰＬＬモード、および、停止モードの三つに大別される。これらの制御モードは、電動機の起動・加速、定速運転、停止のそれぞれに対応する。本実験システムでは、制御装置にマイクロプロセッサを用いたことにより、以下に述べる前段モードからＰＬＬモードへの切り換えに必要な手続きをプログラムによりソフト的に行うことができる。

前段モードとＰＬＬモードについて、以下に、詳しく述べる。

前段モードは、起動時などのように電動機速度が設定速度に比べてある決められた値よりも離れている場合に動作して、電動機速度を設定速度付近まで加減速する。これは、速度差が大きいと、ＰＬＬ制御だけではロックインできないためである。（図2.3-4 参照。）前段モードでは、電動機速度をフィードバックし、これと設定速度との誤差を積分制御（以下、Ｉ制御と呼ぶ）、あるいは、比例積

分制御（以下、ＰＩ制御と呼ぶ）により電動機速度の制御を行う。積分ループを入れてあるのは、負荷トルクが電動機に加えられている場合でも、電動機速度を設定速度付近まで加減速するためである。ここで、電動機速度の検出は、ロータリエンコーダの出力パルス数をサンプリング周期の間カウントして検出する。このため、Ｉ制御、あるいは、ＰＩ制御では、速度制御の精度を速度検出の分解能以下にできない。ゆえに、速度誤差が、ロックインレンジより小さなある値以下になったらＰＬＬモードへ切り換える。その際、切り替え直前の電動機印加電圧を記憶しておき、§§２－３－２で述べたバイアス電圧とする。これにより、ＰＬＬモードにおける位相差の定常値が検出可能な位相差の中央近くにあることになり、負荷変動に対する制御余裕を大きくできる。

ＰＬＬモードでは、まず、電動機位相を基準位相に同期させるロックイン過程を経て、定常的なＰＬＬ制御運転に入る。ここで、なめらかにロックインさせるために重要なことは、ＰＬＬモードへ切り替わった時の初期位相差を零にしておくことである[16, 18, 20]。ＰＬＬ速度制御の場合には、位相差データを一定値だけ変えても、その時間微分値である速度には影響がない。そこで、ＰＬＬモード切り換わった時点での位相差の大きさを記憶しておき、以後検出された位相差データから記憶しておいた位相差を引き、それを制御用位相差とする。こうすれば、制御用位相差の初期値を零にすることができる。この操作を、初期位相差の零リセットと呼ぶことにする。初期位相差を零にリセットすることによりロックイン過程がなめらかになることを実験的に確認したものが、図2.4-6 である。同図は、ロックイン過程における位相差 $\Delta\theta_e$ 、と電動機速度 ω_m の応答の実験結果を示す。同図において、ＰＬＬモードで運転中に時刻＃１で電動機の負荷トルクを大きく変えたために、制御モードが、一旦、前段モードに換わったあとで、時刻＃２で再びＰＬＬモードに戻っている。同図(a)が、初期位相差を零にリッセトしない場合であり、時刻＃２以後の応答が大きく振動しながら定常値に近づいてゆく。これに対して、同図(b)が、初期位相差を零にリッセトした場合であり、時刻＃２以後のロックイン過程での振動が同図(a)に比べて小さくなっており、電動機速度を設定速度に速やか、かつ、なめらかに整定めるさせられることを確認できる。

なお、実験システムで１回の制御演算をマイクロプロセッサが行うのに要する時間は、実測したところ 0.6msec 以下であった。

§2－5　安定性および動特性の解析と実験結果 [20]

本節では、§2－4に示した電動機のＰＬＬ速度制御装置の安定性および動特性を解析し、実験結果により検証する。

§§2－5－1　制御系のモデリングとシミュレーション手法

ディジタルＰＬＬ速度制御系のブロック図は、図2.5-1 のようになる。これは、チョッパ駆動直流電動機のブロック図とすでに示した 位相差検出器のブロック図（§§2－4－2の図2.4-5(b)）を組み合わせたもので、ＰＬＬ制御ゲインを K_p としている。ただし、図2.4－5(b) の位相差検出器のゲイン K_d は、図2.5-1 の制御ゲイン K_p に含めている。また、同図において、位相差検出器の遅れ時間 τ は考慮に入れてあるが、次の二つの動作遅れ時間は無視してある。まず、マイクロプロセッサがデータを読み込んでから結果を出力するまでの時間は、実測したところ 0.6ms であり、τ （50ms）に比べて小さいから無視した。次に、ＧＴＯチョッパがマイクロプロセッサからの指令を受け取ってから出力電圧が変化するまでの時間も動作おくれの原因である。しかし、チョッパのキャリアヤ周波数が 400 Hz であるから、この動作おくれ時間は最大でも 2.5ms であり、これも τ に比べて小さいから無視した。

図2.5-1 に示した系は、時間連続系である電動機を時間離散系であるディジタル制御器で制御するハイブリッドシステムである。このようなシステムを厳密に扱うには、状態方程式による表現が適している。すなわち、図2.5-1 を参照して、状態方程式による表現は、以下のようになる。

状態微分方程式（サンプリング時刻の間の系の動作を表わす。）：

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = A\boldsymbol{x}(t)+B\boldsymbol{u}(t) \tag{5.1}$$

ただし、

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix}\Delta\theta(t) & I_a(t) & \omega_m(t)\end{bmatrix}^t \tag{5.2a}$$

$$\boldsymbol{u}(t) = \begin{bmatrix}\omega_r & \Delta\theta^* & V_0 & I_{TL}\end{bmatrix}^t \tag{5.2b}$$

$$A = \begin{bmatrix}0 & 0 & -1 \\ 0 & -R_0/L_0 & -K_A/L_0 \\ 0 & -K_M/T_M & -1/T_M\end{bmatrix} \tag{5.2c}$$

$$B = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_p/L_0 & 1/L_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_m/T_M\end{bmatrix} \tag{5.2d}$$

状態推移方程式（サンプリング時刻 kT_s^- からその直後 kT_s^+ におけるデータの更新を表わす。）：

$$\boldsymbol{x}(kT_s^+) = \boldsymbol{x}(kT_s^-) \tag{5.3}$$

これを陽に書けば、

$$\begin{bmatrix}\omega_r(kT_s^+) \\ \Delta\theta^*(kT_s^+) \\ V_0(kT_s^+) \\ I_{TL}(kT_s^+)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}h_1\omega_r(kT_s^-) \\ \mathrm{int}\left[\Delta\theta(\overline{k-1}T_s)\right] \\ h_2V_0(kT_s^-) \\ h_3I_{TL}(kT_s^-)\end{bmatrix} \tag{5.4}$$

ただし、式(5.4)で int[•] は量子化幅 $\Delta\theta_q$ による量子化演算を表わし、h_1、h_2、h_3 は、それぞれ ω_r、V_0、I_{TL} の変更の大きさを表わす係数であり、データの変更がない場合は１である。（ここで、ω_r、V_0、I_{TL} の変更は、サンプリング時刻のみで行うことを仮定している。）また、式(5.4)の第２行目で、１サンプリング周期の無駄時間と量子化誤差が考慮されている。

以上の表現は、サンプリング・量子化・無駄時間を考慮に入れて、系の時間領域での応答をシミュレーションするのに適している。シミュレーションは、まず、式(5.3), (5.4)を使用してサンプル時刻での状態量の更新を行い、次に、式(5.2)

の微分方程式をルンゲ・クッタ法などによりサンプリング周期のあいだ数値積分すればよい。このシミュレーション手法は、系の時間応答を厳密に求める方法であり、以下の解析の基本となる。

§§2－5－2　安定性解析と実験結果

ここでは、z変換を用いて、時間離散値系であるディジタルＰＬＬ速度制御系が安定であるためのループゲインを求め、実験値との比較を行う。

まず、図2.5-1 の系に z変換を適用するために、同図中の量子化器を無視できると仮定する。ここで、安定性の解析には、位相差量子化幅 $\Delta\theta_q$ より十分の大きな位相差の振動の減衰・発散を調べればよいから、上の仮定は妥当であると思われる。そこで、図2.5-1 で量子化器を無視した系の開ループパルス伝達関数は

$$G_0(z) = \mathcal{Z}\left[\frac{K_pK_M(1-P)P}{s^2\left\{(L_0s+R_0)(T_Ms+1)+K_AK_M\right\}}\right] \tag{5.5a}$$

ただし、

$$P = \exp(-T_s s) \tag{5.5b}$$

この系の特性方程式は、$1+G_0(z)$ の分子から

$$z_4+\alpha_3z^3+\alpha_2z^2+\alpha_1z+\alpha_0 = 0 \tag{5.6}$$

ただし

$$\alpha_3 = -(1+e_1+e_2) \tag{5.7a}$$

$$\alpha_2 = e_1e_2+e_1+e_2+\frac{K_pK_M}{L_0T_M}\left[\frac{\beta_1+\beta_2}{(\beta_1\beta_2)^2}(e_1+e_2)+\frac{T_s}{\beta_1\beta_2}-\frac{1}{\beta_1^2(\beta_2-\beta_1)}(1+e_2)-\frac{1}{\beta_2^2(\beta_1-\beta_2)}(1+e_1)\right] \tag{5.7b}$$

$$\alpha_1 = -e_1e_2+\frac{K_pK_M}{L_0T_M}\left[\frac{\beta_1+\beta_2}{(\beta_1\beta_2)^2}(e_1e_2e_1+e_2)-\frac{T_s}{\beta_1\beta_2}(e_1+e_2)+\frac{1+2e_2}{\beta_1^2(\beta_2-\beta_1)}+\frac{1+2e_1}{\beta_2^2(\beta_1-\beta_2)}\right] \tag{5.7c}$$

$$\alpha_0 = \frac{K_pK_M}{L_0T_M}\left[\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{(\beta_1\beta_2)^2}+\frac{T_s}{\beta_1\beta_2}\right)e_1e_2-\frac{e_2}{\beta_1^2(\beta_2-\beta_1)}-\frac{e_1}{\beta_2^2(\beta_1-\beta_2)}\right] \tag{5.7d}$$

$$e_1 = \exp(-\beta_1T_s) \tag{5.7e}$$

$$e_2 = \exp(-\beta_2T_s) \tag{5.7f}$$

$$\beta_1 = \frac{T_MR_0+L_0+\sqrt{(T_MR_0+L_0)^2-4L_0T_M(R_0+K_AK_M)}}{2L_0T_M} \tag{5.7g}$$

$$\beta_2 = \frac{T_MR_0+L_0-\sqrt{(T_MR_0+L_0)^2-4L_0T_M(R_0+K_AK_M)}}{2L_0T_M} \tag{5.7h}$$

さて、特性方程式(5.6)の根が単位円の内側にあれば、系は安定である。そのようになる条件を、Jury の方法[33] により求めれば、

$$\frac{K_pK_M}{L_0T_M}\left[-\frac{\beta_1+\beta_2}{(\beta_1\beta_2)^2}-\frac{T_s}{2\beta_1\beta_2}+\frac{2}{\beta_1^2(\beta_2-\beta_1)(1+e_1)}+\frac{2}{\beta_2^2(\beta_1-\beta_2)(1+e_2)}\right]<1 \tag{5.8a}$$

$$|\alpha_0|<1 \tag{5.8b}$$

$$|1-\alpha_0^2|>|\alpha_1-\alpha_0\alpha_3| \tag{5.8c}$$

$$|(1-\alpha_1^2)^2-(\alpha_1-\alpha_0\alpha_3)^2|>|(1-\alpha_0^2)(\alpha_2-\alpha_0\alpha_2)-(\alpha_1-\alpha_0\alpha_3)(\alpha_3-\alpha_0\alpha_1)| \tag{5.8d}$$

式(5.8)に表2.4-1 に示した系のパラメータを代入して計算した、安定であるためのループゲインの上限とサンプリング周期 T_s の関係を図2.5-2 に示す。ただし、K_l はループゲインであり、次式で与えられる。

$$K_l=\frac{K_pK_M}{R_0+K_AK_M} \tag{5.9}$$

同図から以下のことがわかる。

① サンプリング周期が大きくなると、安定限界ゲインが小さくなる。逆に、サンプリング周期が小さくなると安定限界ゲインは大きくなり、時間連続系の安定限界ゲインに漸近する。

② 平滑リアクトルのインダクタンス L_0 が大きくなると、安定限界ゲインは小さくなる。

③ 無駄時間 τ が 0 であれば、安定限界ゲインは大きくなる。ただし、実験装置には無駄時間が存在するから、無駄時間がないとして求めた安定限界ゲイン以下でも実験装置は不安定になる。

次に、上記の解析結果と実験結果を比較する。実験条件は、サンプリング周期と無駄時間をともに 50ms 一定として、平滑リアクトルのインダクタンスの値は、10.2mH と22.8mH の二種類である。実験方法は、駆動用チョッパの直流電源電圧を小さい値から次第に大きくしながら行った。こうするとループゲインが大きくなり、ある電圧を超えると位相差信号が発散的な振動を始めるから、その時のループゲインを実験的な安定限界ゲインとした。その結果を、表2.5-1 に解析結果と比較して示す。この表から、実験値と解析値は非常によく一致しているといえる。

§§2－5－3　動特性解析と実験結果

制御系がＰＬＬモードにある場合の、ステップ応答について、実験結果と§§2－5－1に示したシミュレーションによる結果の比較を行う。

図2.5-3 は、設定速度が 20rpm だけステップ変化した場合の、位相差 $\Delta\theta_e$（位相差検出器によるディジタル検出値）と電動機速度 ω_r（タコジェネによる検出値）の応答を比較したものである。同図において、位相差 $\Delta\theta_e$ はサンプリング周期 50ms 毎に検出される時間離散データであるために階段状波形となっている。実験結果（同図（ａ））とシミュレーション結果（同図（ｂ））とは、振幅および周期ともによく一致している。

図2.5-4 には、負荷トルクがステップ状に変化した場合の応答を比較して示す。この場合も、実験結果とシミュレーション結果がよく合っている。

これら二つの比較結果は、§§2－5－1に示したシミュレーションの妥当性を十分保証している。ゆえに、以下の節で行う近似モデルによる解析の妥当性を検証する方法としてシミュレーションを用いることにする。

§§2－5－4　近似モデルよる動特性解析

図2.5-1 に示したモデルによるシミュレーションは、厳密ではあるが、パラメータが決定されてからでないと実行できず、要求された特性を満たす制御系のおおよその設計を行うためには不向きである。設計手順の効率を考えると、むし

ろ、設計の第一段階ではできるだけ簡単なモデルを使って制御系のパラメータを計算し、第二段階で厳密なモデルを使って細かい修正を加えることが望ましい。そこで、厳密モデル図2.5-1 において、平滑リアクトルのインダクタンス L_0 と無駄時間 τ 、サンプリング周期 T_s を順次無視してゆくと、ディジタルＰＬＬ速度制御系の時間連続系近似モデルを得ることができる。以下では、この近似による誤差を検証しておくとともに、近似モデルに基づく動特性解析を行う。

なお、動特性解析では、量子化幅よりも十分大きな位相差の変化を扱うから、量子化器が無視できるとして解析を行う。（無論、速度の精度を議論する場合は、量子化器を無視することができない。それは、§２－６で扱う。）

図2.5-5 に、設定速度のステップ変化に対する位相差および電動機速度のシミュレーション結果を示す。（ただし、位相差検出の量子化誤差はないものとした。） 同図において、実線が図2.5-1 に示した系の応答であり、これは、実験システムの応答に対応する。これに対して、平滑リアクトルのインダクタンス L_0 がないものとすれば、一点鎖線のようになる。この場合は、応答のダンピングが若干よくなるが、応答がそれほど変わらない。二点鎖線は、更に無駄時間を 0 にした場合であり、応答のダンピングがかなりよくなる。更に、サンプリング周期が 0 、すなわち、連続系の場合の応答が破線であり、この場合は、二点鎖線に対して若干ダンピングがよくなる程度である。

以上から、次のことがわかる。まず、 L_0 を無視しても応答性はほとんど変わらない。インダクタンス L_0 、無駄時間 τ 、サンプリング周期 T_s のうち、系の応答性に最も大きな影響を与えるものは、無駄時間である。ゆえに、系の応答性を改善するには、まず、無駄時間を小さくすることが有効であるといえる。

さて、図2.5-1 に示したブロック図において、量子化器、平滑リアクトルのインダクタンス、無駄時間、サンプラのすべてが無視できるとした場合のブロック図が、図2.5-6 である。ただし、同図において

$$K_m = \frac{K_M}{R_0 + K_A K_M} \tag{5.10}$$

$$T_m = \frac{R_0 T_M}{R_0 + K_A K_M} \tag{5.11}$$

以下では、図2.5-6 を近似モデルと呼ぶ。近似モデルは、厳密モデルに対してステップ応答のダンピングがよくなるという点に注意しておけば、系の動特性を知るのに有用である。とくに、系を簡単な二次系として表現できるから、系の特性とパラメータの関係を解析するのに有利である。以下では、この近似モデルに基づく動特性解析を行う。

図2.5-6 から、設定速度 ω_r のステップ変化に対する電動機速度 ω_m の応答は、初期値を 0 として、

$$\omega_m(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{\omega_r}{s} \tag{5.12}$$

ただし、

$$\zeta = 1/(2\sqrt{T_m K_l}) \tag{5.13}$$

$$\omega_n = \sqrt{K_l / T_m} \tag{5.14}$$

$$K_l = K_m K_p \tag{5.15}$$

式(5.12)は、その応答波形がよく知られている２次系であり、解析および設計に都合がよい。たとえば、オーバシュート O_v は

$$O_v = \exp\left[-\pi\zeta / \sqrt{1-\zeta^2}\right] \tag{5.16}$$

立ち上がり時間 t_r （過渡応答が最終値の１０％から９０％に達するまでの時間）は、ζ が 0.2 ～ 0.7 の範囲では、

$$\omega_n t_r = 0.8+1.84\zeta \tag{5.17}$$

次式が近似的に成り立つ。

ここで、立ち上がり時間 t_r の別な表現式を得るため次のような変形を行う。まず、式(5.13), (5.14)から K_l を消去すれば、

$$\zeta\omega_n = 1/(2T_m) \tag{5.18}$$

式(5.17), (5.18)から ω_n を消去して立ち上がり時間 t_r を示せば、

$$t_r = 2T_m\zeta(0.8+1.84\zeta) \tag{5.19}$$

式(5.19)から、オーバシュートを小さくするために ζ を大きくすれば、立ち上がり時間 t_r が長くなってしまう。すなわち、オーバシュートを抑えてしかも立ち上がり時間も短くするような応答は、ＰＬＬ制御だけでは得られない。その理由は、オーバシュートと立ち上がり時間を任意に設定するためには ζ と ω_n が独立に設定出来なければならない。しかし、ＰＬＬ制御系に於けるループゲインの調整だけでは一方を決めると他方が従属的に決められてしまうからである。もし、任意の応答特性が得たいならば、式(5.18)から明らかなように、K_l のほかに T_m も設計パラメータに出来なければならない。T_m を設計パラメータとする一つの方法は、電動機速度をマイナーループによりフィードバックすることである。しかし、応答性を改善する方法については第３章で扱うから、ここではこれ以上述べないでおくことにする。

§２－６　リミットサイクルによる速度誤差の解析と実験結果

本節では、位相差検出の量子化を考慮に入れたディジタルＰＬＬ速度制御系の定常速度精度を解析し、実験結果により検証する。

ディジタルＰＬＬ速度制御系では、位相差検出の量子化誤差のため、電動機速度が設定速度の近傍で微小振動を繰り返し、速度制御精度が制限される。§２－５では、動特性の解析を簡単にするため、位相差検出の量子化誤差を無視した。しかし、ＰＬＬ速度制御の第一の制御目的は、高精度な速度制御を実現することであるから、どの程度の制御精度が得られるかを定量的に明らかにしておく必要がある。理想的なＰＬＬ速度制御系は、速度に関する積分制御であるから、定常的な速度のオフセット誤差が発生しない。ここで、理想的とは、位相差の検出が無限の精度で行われる、すなわち量子化誤差がない場合をさす。これに対して、実際のディジタルＰＬＬ制御系では、位相差のディジタル検出に量子化誤差を伴い、これが原因となって定常状態でもリミットサイクルが発生する。すなわち、定常状態でも電動機速度が設定速度の近傍で微小振動を繰り返し、速度制御精度が制限される。

本節の構成は次のようになっている。

§§２－６－１～３では、量子化誤差とリミットサイクルの大きさの関係を解析的方法により求める。すなわち、検討する系は量子化器以外の部分では線形であるとして、断片的に線形な系の軌跡をつなぎ合わせてリミットサイクルを求める。これにより、存続可能の安定なリミットサイクルを解析的に求めることができる。この解析の途中では、以下の解析でわかるようにかなり煩雑な数式の計算が必要になる。しかし、その結果は、非常に簡便な速度誤差の評価法として§§２－６－３にまとめられる。（なお、この他の量子化誤差による制御性能の劣化を評価する方法としては、量子化誤差を白色ノイズで近似して出力誤差の分散を求める方法や、リアプノフの方法を応用してリミットサイクル振幅の上限を求める方法がある。これらについては、第４章に示すことにする。）

§§２－６－４では、ディジタルＰＬＬ制御系のリミットサイクルを実験結果により検証する。そして、§§２－６－５では、ＰＬＬ制御と積分制御の比較を行う。

§§２－６－１　ディジタル制御系の量子化誤差とリミットサイクル[34]

ここでは、一般的なディジタル制御系の量子化誤差によるリミットサイクルの解　析手順の概略を示す。ただし、解析手順の紹介を簡単にするため制御対象は

漸近安定（原点に極を持たない）であるとする。なお、ここに示す事項は、§§2－6－2～3で行うディジタルＰＬＬ速度制御系のリミットサイクルの解析の準備である。ディジタルＰＬＬ速度制御系は漸近安定でない（速度差を位相差に変換する積分器が原点に極をもつ）からここに示す解析手順を若干修正する必要がある。

［付記］ディジタル制御系の量子化誤差の大きさは、ビット数によって決まるが、それを最適に割り付ける方法はまだ開発されていない。一般のディジタル制御系において制御データのディジタル化のために量子化誤差が発生する部分は三つあり、それらはフィードバック信号の入力部（Ａ／Ｄ変換器）、制御量の計算部（有限語長演算）、および、操作量の出力部（Ｄ／Ａ変換器）である。各々の量子化幅は、各部分のビット数により決まる。制御装置のコストを抑えるという観点からは、データを効率よく成るべく少ないビット数で扱いたい。しかしながら、ビット数を制限すると、制御精度が劣化する。そこで、ビット数の制限（有限語長）による性能劣化を評価する手法、さらには、適切なビット数を選定する一般的な手法の開発が必要とされている。しかしながら、上記の三つの部分のビット数を最適に割つける方法としては、現在のところ、決定的なものがなく、経験的に決められているようである。ビット数の最適割つけ方法は、マイクロプロセッサを用いた制御装置が急速に普及している現状からみて、今後重要な研究課題であると考えられる。このためには、まず、ビット数の制限（有限語長）による性能劣化を評価する手法を明らかにしておく必要がある。そのような評価法のなかでも、制御装置のパラメータと性能劣化の関係を数式などで簡単に求められる手法があれば、ビット数の割付け、および、パラメータの設定などのディジタル制御系の設計に有用なものとなるであろう。

ここで考える系は、図2.6-1 に示すように、一入出力のアナログの制御対象に量子化器を一つだけ付加したディジタル制御系である。

量子化器を一つだけと限定した理由は、次の通りである。第一に、量子化器が複数個あるとすると、各々の非線形動作が相互干渉し合うようになり、数式による厳密な解析がほとんど不可能になる。このような場合に対しては、ディジタルシミュレーションが唯一の方法とされている。しかし、ディジタルシミュレーションは、制御装置のパラメータと精度劣化の関係を把握するには、見通しが悪いという難点がある。そこで、最終的には、ディジタルシミュレーションにより確認するとしても、その前に、制御装置のパラメータと精度劣化の関係を知るための解析が必要である。第二に、演算部および操作量出力部の量子化幅は、フィードバック信号の量子化幅に比べて十分小さくすることが多い。また、このようにビット数を割つけるのが、センサにより検出された情報を損なうことなく最大限に活用するという意味で、現実的な方法と考える。この場合には、フィードバック信号の入力（センサ）の量子化幅のみを考慮するということは、適切な近似であると考えられる。

図2.6-1 の系で発生するリミットサイクルを解析するため、量子化器の量子化幅は、 M で、量子化器入力の平衡点の近傍では次のように切り換わるものとする。

$$e^* = \begin{cases} +M/2 & (\ 0 \leqq e < M\ ) \\ -M/2 & (\ -M \leqq e < 0\ ) \end{cases} \tag{6.1}$$

この系において、設定入力が 0 の場合の出力 y の挙動を考察する。アナログの制御対象がそれ自身漸近安定であるとすれば、制御入力 u が 0 のとき、出力 y は 0 に落ち着こうとする。しかし、量子化器の存在のために制御入力 u は、正負対称の $\pm M/2$ の値しかとり得ない。従って、出力 y には、図2.6-2 に示すように正負対称なリミットサイクルが発生する。（ただし、影の振動を考察対象から除外するためにアナログの制御対象のモードのうち最小の時定数をもつものよりもサンプリング周期 T_S が短いものと仮定している。）このような系のリミットサイクルの解析方法が、参考文献[35]に示されている。以下には、それを参考にした解析手順を紹介する。まず、図2.6-2 に示したリミットサイクルは、出力 y の正負が対称であるから、状態 x の初期値を x_0 とし、リミットサイクルの半周期を kT_S とすれば、

$$x_0 = x(0) = -x(kT_S) \tag{6.2}$$

が成り立つ。次に、これら x_0 と k の求め方を導出する。それには、図2.6-2 に

示したように、時刻 $(k-1)T_S$ と kT_S の間で y の符号が切り換わるということ、すなわち、式で表わせば、

$$y(\overline{k-1}\cdot T_S)\geqq 0 \quad かつ \quad y(kT_S)<0 \tag{6.3}$$

を使う。その準備として、状態 $x(t)$ を求めておく。アナログの制御対象の状態方程式は、図2.6-1 から、

$$\dot{x}(t) = Ax(t)+bu(t) \tag{6.4}$$

$$y(t) = cx(t) \tag{6.5}$$

で与えられる。式(6.4)の解は、初期値 $x(0) = x_0$ とすれば、

$$x(t) = \Phi(t)x_0 + \Phi(t)\int_0^t \Phi(-\tau)bu(t)d\tau \tag{6.6}$$

ただし、

$$\Phi(t) = \exp(At) \tag{6.7}$$

式(6.6)の右辺の積分は、$t = 0\sim kT_S$ で $u=-M/2$ （一定）であることに注意して求めることができる。ここで、制御対象は漸近安定であると仮定しているから行列 A は正則である。この時、式(6.6)は次のようになる。

$$x(t) = \Phi(t)x_0 + \{\Phi(t)-A\}A^{-1}b\cdot(-\frac{M}{2}) \tag{6.8}$$

（注記： A が正則でない場合には、 $x(t)$ が式(6.8)のように表わせないが、式(6.6)から求めることができる。その場合でも、正負対称のリミットサイクルに限っては、以下において式(6.8)とあるところを式(6.6)と読み変えれば、以下の手続きは同様である。§§2－6－3参照）

式(6.8)に $t = kT_S$ を代入して、式(6.2)を使えば、

$$x_0 = \left[I + \Phi(kT_S)\right]^{-1}\left[I - \Phi(kT_S)\right]A^{-1}b\cdot(-\frac{M}{2}) \tag{6.9}$$

式(6.9)では、まだ k が未知数である。 k を決めるには、式(6.3)を使う。式(6.3)と、式(6.5), (6.8), (6.9) から、

$$\begin{aligned} y(\overline{k-1}\cdot T_S) = c\Big[&\Phi(\overline{k-1}\cdot T_S)\left[I + \Phi(kT_S)\right]^{-1}\left[I - \Phi(kT_S)\right] \\ &+ \left[\Phi(\overline{k-1}\cdot T_S)-I\right]\Big]A^{-1}b\cdot(-\frac{M}{2})\geqq 0 \end{aligned} \tag{6.10a}$$

$$\begin{aligned} y(k\cdot T_S) = c\Big[&\Phi(k\cdot T_S)\left[I + \Phi(kT_S)\right]^{-1}\left[I - \Phi(kT_S)\right] \\ &+ \left[\Phi(k\cdot T_S)-I\right]\Big]A^{-1}b\cdot(-\frac{M}{2})<0 \end{aligned} \tag{6.10b}$$

式(6.10)から、リミットサイクルの半周期 kT_S は量子化幅 M の大小には無関係に定まることが分る。一方、リミットサイクルを決定するもう一つの要素である x_0 は、 k が量子化幅に無関係であることと式(6.9)から、量子化幅 M に比例することがわかる。さらに、 x_0 が M に比例することと式(6.8)から、リミットサイクルの波形を決定する状態 $x(t)$ の振幅も量子化幅 M に比例することが明らかになる。

以上を整理すれば、リミットサイクルを決定する k と x_0 を求める手順は、次のようになる。

リミットサイクルを求める手順

(STEP1) 式(6.10)を満たす整数 k を求める。これで、リミットサイクルの 1周

期 $2kT_S$ が定まる。

(STEP2) 式(6.9)から初期値 x_0 を求める。

(STEP3) 上で求めた初期値 x_0 を式(6.8)に代入すれば、リミットサイクルの半周期分の時間波形が求められる。

(STEP4) リミットサイクルは正負対称であるから、この半周期分の波形を正負反転したものを残りの半周期分としてつなげれば、リミットサイクルの一周期部分の時間波形が定まる。

以上により、リミットサイクルの周期と大きさを求めることができる。しかし、一般の場合には、その計算が複雑になることが多い。その理由は、上記のような時間領域での計算には、式(6.7)で定義される指数関数が解くべき方程式(6.10a)，(6.10b)に出てくるからである。ただし、次に示すディジタルＰＬＬ速度制御系の場合は解くことができて、制御パラメータとリミットサイクルの大きさの関係を解析的に求めることができる。

§§２－６－２　非対称リミットサイクルの解析

本項と次の§§２－６－３では、位相差のディジタル検出に伴う量子化誤差を考慮に入れて、電動機速度のリミットサイクルの周期と速度誤差の振幅を解析的に求める。先のリミットサイクルが正負対称と仮定できる場合の解析手順を示したが、ここでは、より一般的に非対称のリミットサイクルの解析手順を示す。ここで、非対称のリミットサイクルを解析しておく理由は、次の二つである。まず第一に、位相差検出器の検出値は量子化器があるために離散（ディジタル）値であるのに対して、負荷外乱の大きさは連続（アナログ）値である。故に、負荷外乱の大きさによっては、制御系として最終的に落ち着くべき位相差が、位相差検出器の量子化幅の中間、とくに量子化幅を非対称に内分するところになることがある。この場合は、あとで図2.6-3 と図2.6-4 の説明のところで詳しく述べるように、リミットサイクルの正の半周期と負の半周期の長さが異なる。第二の理由は、制御対象が漸近安定でないために、正の半周期と負の半周期の長さが等しい場合でも位相差の平均値が初期値の分だけ不定となり量子化幅のちょうど中央にならないことがある。この場合については、あとで式(6.29)の下の説明のところで詳しく述べるが、位相差の振幅が正負対称ではなくなる。以上が、非対称リミットサイクルを解析しておく理由である。

上記のような非対称のリミットサイクルの解析には、あとで示すように計算機

を利用した数値計算が必要になる。ところが、あとで示すように、非対称のリミットサイクルの解析結果から、リミットサイクルの波形が正負対称に近いところで速度誤差の振幅が大きくなることが明らかになる。このことは、速度誤差の実用的な評価法としては、正負対称のリミットサイクルを解析すればよいことを意味する。すなわち、本項で行う解析は、次項§§２－６－３に示す正負対称のリミットサイクルによる速度誤差の評価手順の妥当性を支持するためのものである。§§２－６－３では、リミットサイクルの対称性を仮定することにより、解析手順が非常に簡便になることを示す。

解析を簡単にするため、次の仮定を設ける。

平滑リアクトルのインダクタンスは無視できるものとする。

§§２－５－４の検討結果によれば、比較的ゆっくりした応答を考える場合は、平滑リアクトルのインダクタンスを無視しても応答性に大きな変化はない。

この仮定により、解析を行う系のブロック図は、図2.6-3 に示すようになる。同図は、先に示した図2.5-1 において平滑リアクトルのインダクタンス L_0 を 0 にしたものである。このため、式(5.10)，(5.11)に示したように、電動機定数が次のように変更される。

$$K_m = \frac{K_M}{R_0 + K_A K_M} \tag{6.11}$$

$$T_m = \frac{R_0 T_M}{R_0 + K_A K_M} \tag{6.12}$$

図2.6-3 に示したように、位相差検出の量子化幅を $\Delta\theta_q$ とする。この量子化器が存在するために、ディジタル制御器が出力可能な電圧 u は、飛び飛びの値しかとりえない離散（ディジタル）値である。一方、電動機の負荷外乱の大きさは連続（アナログ）値である。従って、電動機速度を設定速度に一致させるために必要な電圧が、出力可能な飛び飛びの値をとる u の中間になることがある。この場合に、制御系は、 u を微小振動させてその平均値が必要な電機子電圧に一

致するように動作する。これがリミットサイクルの発生原因である。

図2.6-4 に、非対称リミットサイクル中の各部の波形を示す。すなわち、リミットサイクルの正の半周期と負の半周期の長さが異なる場合を示している。ただし、同図においては平衡点近傍のリミットサイクルを考えるために、各状態量の原点を次のように変更している。すなわち、 ω_m の原点は、電動機速度の時間平均値である。また、 $\Delta\theta$ および $\Delta\theta^*$ の原点は、 $j\Delta\theta_q$ （j：適当な整数）である。すなわち、 $\Delta\theta$ および $\Delta\theta^*$ は、実際の値から、 $j\Delta\theta_q$ を引いたものである。同様に、 u の原点は $k_p j\Delta\theta_q$ である。

以下、式(6.24)の導出までは、リミットサイクル解析のための準備段階である。

図2.6-4 に示すように、制御器出力 u の時間平均値 $\overline{u}$ は、 u の量子化幅 $K_p\Delta\theta_q$ を $m:n$ に内分していると仮定する。この時、u の平均値 $\overline{u}$は、

$$\overline{u} = K_p\left(\frac{1}{2} - \frac{m}{m+n}\right)\Delta\theta_q \tag{6.13}$$

この $\overline{u}$ が負荷外乱を打ち消して、電動機速度が平均的に設定速度に一致する。すなわち、負荷外乱の大きさは、$-\overline{u}$ に等しい。よって、各時刻において電動機を加減速する電圧 V_aは、図2.6-3 に示すように、制御器出力 u と負荷外乱（$-\overline{u}$ ）を加えたものであるから、

$$V_a(t) = \begin{cases} K_p\Delta\theta_q\dfrac{m}{m+n} & \left\{ 0 \leqq t \leqq k_1T_1 \text{ または } (k_1+k_2)T_s \leqq t \leqq 2(k_1+k_2)T_s \right\} \\ -K_p\Delta\theta_q\dfrac{n}{m+n} & \{ k_1 \leqq t \leqq (k_1+k_2)T_1 \} \end{cases} \tag{6.14}$$

ただし、リミットサイクルの各半周期を k_1 および k_2 とする。この時、 $\overline{u}$ は平均値であるから、図2.6-4 の u の波形中斜線で示した面積が等しくなり、次の関係がある、

$$k_1 m = k_2 n \tag{6.15}$$

さらに、 ω_m および $\Delta\theta$ の各初期値を図2.6-4 に示したように決めると、定常的なリミットサイクルでは、一周期毎に同じ波形が繰り返すから、周期性条件として次の式(6.16), (6.17)を得る。

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \omega_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\theta(0) \\ \omega_m(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\theta(\overline{k_1+k_2}\cdot T_s) \\ \omega_m(\overline{k_1+k_2}\cdot T_s) \end{bmatrix} \tag{6.16}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \omega_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\theta(k_1T_s) \\ \omega_m(k_1T_s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\theta(\overline{2k_1+k_2}\cdot T_s) \\ \omega_m(\overline{2k_1+k_2}\cdot T_s) \end{bmatrix} \tag{6.17}$$

また、図2.6-4 に示すように、時刻 $t = k_1T_s$ および $t = (k_1+k_2)T_s$ において、制御入力 u が切り換わる。そこで、位相差検出から制御入力の出力までに１サンプリング周期の無駄時間があることに注意して（§§２－４－２参照）、下記の各時刻においては次の 切り換え条件 を満たさなければならない。

$$\Delta\theta(\overline{k_1-2}\cdot T_s) \geqq 0 \quad \text{かつ} \quad \Delta\theta(\overline{k_1-1}\cdot T_s) < 0 \tag{6.18}$$

$$\Delta\theta(\overline{k_1+k_2-2}\cdot T_s) < 0 \quad \text{かつ} \quad \Delta\theta(\overline{k_1+k_2-1}\cdot T_s) \geqq 0 \tag{6.19}$$

式(6.14)と図2.6-3 から各時刻に於ける状態量は次のようになる。

$0 \leqq t \leqq k_1T_s$ に対して、

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} = A(t)\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \omega_{m1} \end{bmatrix} + b(t)\frac{m}{m+n}\Delta\theta_q \tag{6.20}$$

$k_1T_s \leqq t \leqq \overline{k_1+k_2}\cdot T_s$ に対して、

$$\begin{bmatrix}\Delta\theta(t)\\ \omega_m(t)\end{bmatrix} = A(t-k_1T_s)\begin{bmatrix}\Delta\theta_2\\ \omega_{m2}\end{bmatrix} + b(t-k_1T_s)\frac{-n}{m+n}\Delta\theta_q \tag{6.21}$$

$\overline{k_1+k_2}\cdot T_s \leqq t \leqq \overline{2k_1+k_2}\cdot T_s$ に対して、

$$\begin{bmatrix}\Delta\theta(t)\\ \omega_m(t)\end{bmatrix} = A(t-\overline{k_1+k_2}\cdot T_s)\begin{bmatrix}\Delta\theta_1\\ \omega_{m1}\end{bmatrix} + b(t-\overline{k_1+k_2}\cdot T_s)\frac{m}{m+n}\Delta\theta_q \tag{6.22}$$

ただし、

$$A(t) = \begin{bmatrix}1 & -T_m\{1-\exp(-t/T_m)\}\\ 0 & \exp(-t/T_m)\end{bmatrix} \tag{6.23}$$

$$b(t) = \begin{bmatrix}-K_mK_p\{t-T_m+T_m\exp(-t/T_m)\}\\ K_mK_p\{1-\exp(-t/T_m)\}\end{bmatrix} \tag{6.24}$$

以上で、解析に必要な数式の準備が終わった。以下には、§§2－6－1に示した手順にならってリミットサイクルの解析を行う。ただし、位相差の初期値 $\Delta\theta_1$ および $\Delta\theta_2$ が不定になるから計算上の工夫が必要になる。

まず、各初期値の満たすべき方程式を導出する。式(6.16), (6.21)から、

$$\begin{bmatrix}\Delta\theta_1\\ \omega_{m1}\end{bmatrix} = A(k_2T_s)\begin{bmatrix}\Delta\theta_2\\ \omega_{m2}\end{bmatrix} + b(k_2T_s)\frac{-n}{m+n}\Delta\theta_q \tag{6.25}$$

また、式(6.17)と(6.22)から、

$$\begin{bmatrix}\Delta\theta_2\\ \omega_{m2}\end{bmatrix} = A(k_1T_s)\begin{bmatrix}\Delta\theta_1\\ \omega_{m1}\end{bmatrix} + b(k_1T_s)\frac{m}{m+n}\Delta\theta_q \tag{6.26}$$

ここで、先に§§2－6－1に示した手順によれば、式(6.25), (6.26)を連立方程式として初期値を決定することになる。しかし、上の場合には、以下に示すように、ω_{m1} と ω_{m2} は定まるが、$\Delta\theta_1$ と $\Delta\theta_2$ が不定になる。すなわち、式(6.26)を(6.25)に代入すれば、

$$\begin{bmatrix}\Delta\theta_1\\ \omega_{m1}\end{bmatrix} = A(k_2T_s)\left[A(k_1T_s)\begin{bmatrix}\Delta\theta_1\\ \omega_{m1}\end{bmatrix} + b(k_1T_s)\frac{m}{m+n}\Delta\theta_q\right] + b(k_2T_s)\frac{-n}{m+n}\Delta\theta_q \tag{6.27}$$

変形して、

$$\left[I-A(k_2T_s)A(k_1T_s)\right]\begin{bmatrix}\Delta\theta_1\\ \omega_{m1}\end{bmatrix} = A(k_2T_s)b(k_1T_s)\frac{m}{m+n}\Delta\theta_q + b(k_2T_s)\frac{-n}{m+n}\Delta\theta_q \tag{6.28}$$

ここで、式(6.28)の左辺の係数行列の中身を式(6.23)を使って書き下してみれば、

$$\left[I-A(k_2T_s)A(k_1T_s)\right] = \begin{bmatrix}0 & T_m\{1-\exp(-\frac{\overline{k_1+k_2}\cdot T_s}{T_s})\}\\ 0 & 1-\exp(-\frac{\overline{k_1+k_2}\cdot T_s}{T_s})\end{bmatrix} \tag{6.29}$$

式(6.29)の行列式は、明らかに 0 である。故に、方程式(6.28)の解は不定となる。ただし、式(6.28)は、ω_{m1} に関しては解をもち、それを式(6.26)に代入して、ω_{m1} と ω_{m2} が次の様に定まる。

$$\omega_{m1} = \frac{K_mK_p}{1-\varepsilon_1\varepsilon_2}\frac{\Delta\theta_q}{m+n}\left[-n+(m+n)\varepsilon_2-\varepsilon_1\varepsilon_2\right] \tag{6.30}$$

$$\omega_{m2} = \frac{K_m K_p}{1-\varepsilon_1\varepsilon_2}\frac{\Delta\theta_q}{m+n}\left[+m-(m+n)\varepsilon_1+\varepsilon_1\varepsilon_2\right] \tag{6.31}$$

ただし、

$$\varepsilon_1 = \exp(-k_1 T_s/T_m) \quad , \quad \varepsilon_2 = \exp(-k_2 T_s/T_m)$$

上記において位相差の初期値 $\Delta\theta_1$ が不定となる物理的理由は、次の様に説明される。すなわち、図2.6-4 で、 $\Delta\theta$ の波形は、周期性条件式(6.16)，(6.17)、および、切り換え条件式(6.18)，(6.19)を満たす範囲内では、同図中破線で示す様に上下に平行移動してもよい。これは、ここで検討している図2.6-3 の系において、$\Delta\theta$ を出力する位相差検出器は単なる積分器であるために減衰がなく、その初期値の影響が残るのである。一方、 ω_m を出力する積分器の初期値は、時定数 T_m で減衰するから、定常状態ではその影響が残らない。

さて、以上の検討では、まだ $\Delta\theta_1$ ，$\Delta\theta_2$ ，k_1 ，k_2 が未定である。とくに、 $\Delta\theta_1$ と $\Delta\theta_2$ が未定であるから、§§２－６－１に示した手順のように、切り替え条件を使って k_1 と k_2 を決めることができない。そこで、次のような工夫を行う。もし仮に $\Delta\theta_1$ が定まったとすれば、$\Delta\theta_2$ は式(6.26)の１行目から、式(6.23)を考慮して、

$$\begin{aligned}\Delta\theta_2 = \Delta\theta_1 &- T_m\left(1-\exp(-k_1 T_s/T_m)\right)\omega_{m1} \\ &- K_m K_p\left(k_1 T_s - T_m + T_m \exp(-k_1 T_s/T_m)\right)\frac{m}{\Delta\theta_q}\end{aligned} \tag{6.32}$$

以上に求めた数式を使って、リミットサイクルを求める手順は、次のようになる。

非対称リミットサイクルを求める手順

(STEP1) $m:n$ を決める。

(STEP2) k_1 を仮定すれば、式(6.15)から、

$$k_2 = \frac{m}{n}k_1 \tag{6.33}$$

(STEP3) 上で仮に決めた k_1 と k_2 を式(6.30)，(6.31)に代入して ω_{m1} と ω_{m2} を計算する。

(STEP4) ω_{m1} と ω_{m2} が次の不等式

$$\omega_{m1} < 0 < \omega_{m2} \tag{6.34}$$

を満たすかどうかチェックする（図2.6-4 参照）。満たせば(STEP5)へ、満たさなければ(STEP2)に戻り k_1 を更新する。

(STEP5) 次の不等式

$$0 < \Delta\theta_1 < \Delta\theta_q \tag{6.35}$$

を満たす適当な $\Delta\theta_1$ に対して式(6.32)から $\Delta\theta_2$ を計算する。

(STEP6) 上で求めた $\Delta\theta_2$ が

$$-\Delta\theta_q < \Delta\theta_2 < 0 \tag{6.36}$$

を満たしていれば(STEP7)へ、そうでなければ(STEP5)へ戻って $\Delta\theta_1$ を再設定する。その時、もし式(6.35)を満たすすべての $\Delta\theta_1$ に対して式(6.36)を満たすような $\Delta\theta_2$ が存在しなければ、(STEP2)で仮定した k_1 に対するリミットサイクルが存在しないから、(STEP2)に戻って k_1 を更新する。

(STEP7) 以上で計算された ω_{m1} ，ω_{m2} ，$\Delta\theta_1$ ，$\Delta\theta_2$ ，k_1 ，k_2 を式(6.20)，(6.21)に代入して $\Delta\theta(t)$ が切り換え条件式(6.18)，(6.19)をすべて満たすかをチェックする。もし、満たしていればリミットサイクルが存在するからデータを出力する。もし、満たしていなければ(STEP5)へ

戻り $\Delta\theta_1$ を再設定する。この時、もし、式(6.35)を満たすすべての $\Delta\theta_1$ に対して式(6.18), (6.19)を満たすような初期値 $\Delta\theta$ がない場合は、(STEP2)で仮定した k_1 に対するリミットサイクルが存在しないから、(STEP2)へ戻り k_1 を更新する。

上記の手順を計算機のプログラム化すれば、数値計算により存在可能なリミットサイクルを求めることができる。ここで、速度誤差の振幅は、位相差の初期値には依存しないことを注意しておく。すなわち、存在可能なリミットサイクルの周期を決める k_1, k_2 が定まれば、式(6.31), (6.31)から $\Delta\theta_1$, $\Delta\theta_2$ に関わりなく ω_{m1}, ω_{m2} が一意に決定され、速度誤差の振幅 $\omega_{m1}-\omega_{m2}$ も定まる。ここで、$\Delta\theta_1$, $\Delta\theta_2$ の大きさは、先に示した手順の (STEP5～7) で明らかなように、ある定められた k_1, k_2 に対して、そのようなリミットサイクルが存在するかどうかをチェックするのに使われるだけである。

さて、$m:n$ の比が同じであれば、k_1+k_2 が大きい方が誤差電圧が一方向に加わる時間が長くなるから、$\omega_{m1}-\omega_{m2}$ も大きくなる。故に、速度誤差の最大振幅を評価するには、各 $m:n$ に対して存在し得るリミットサイクル中 k_1+k_2 が最大となるものを評価すればよい。そこで、各 $m:n$ に対して存在するリミットサイクルによる最大速度誤差の振幅をプロットしたグラフが図2.6-5 である。ただし、計算を行った m と n の範囲は 1～10 の整数である。同図は、$m/n=1$ の縦軸に対して左右対称であり、$m/n=1$ の付近（厳密には、$m/n=9/10$および$10/9$ ）で誤差の振幅が最大になる。また同図から、リミットサイクルによる速度誤差の評価として $m/n=1$ における速度誤差を採用すればほぼ最大となり実用的には差し支えないことがわかる。$m/n=1$ の場合は、式(6.15)から $k_1=k_2$ であるから、リミットサイクルのうち前半周期と後半周期が等しいものを選んで速度誤差を評価すればよい。このことは、次の§§2－6－3で $m/n=1$ の場合のリミットサイクルから速度誤差を評価することの妥当性を支持する。

さて、本項の最後として、$m/n=1$ の場合には、

① 位相差の振幅がその時間平均に対して正負対称のリミットサイクルが存在することと、

② 正負対称性を仮定しても、速度誤差の振幅は変わらないこと、

を示しておく。まず、$m/n=1$ の場合には、式(6.14)から

$$V_a(t)=\begin{cases}+K_p\Delta\theta_q/2 & \{\,0\leqq t\leqq k_1T_1\,\}\\ -K_p\Delta\theta_q/2 & \{\,k_1\leqq t\leqq(k_1+k_2)T_1\,\}\end{cases}\tag{6.37}$$

更に、式(6.15)から、

$$k_1=k_2\tag{6.38}$$

式(6.37), (6.38)から、リミットサイクルの各半周期において電動機には大きさが等しく符号が逆の電圧が同じ時間だけ交互に加減速電圧として加えられる。故に、リミットサイクル中には、$\Delta\theta$ を含めて正負対称のものが存在する。（①がいえた。）

一方、速度誤差の振幅は、k_1, k_2 が定まれば、式(6.30), (6.31)により一意に決定され、$\Delta\theta_2$, $\Delta\theta_2$ には依存しない。物理的には、位相差 $\Delta\theta$ を、図2.6-4において、上下に平行移動しても、k_1, k_2 が変わらない範囲では、速度誤差の振幅も変わらない。結局、$k_1=k_2$ であれば、正負対称であるとしても速度誤差の評価には影響がない。（②がいえた。）

以上に示した、$m/n=1$ の付近で速度誤差が最大になることと①および②は、速度誤差の評価を正負対称のリミットサイクルにより行うことが、妥当であることを示している。

§§2－6－3　正負対称リミットサイクルの解析

ここでは、位相差のディジタル検出に伴う量子化誤差を考慮に入れて、電動機速度の正負対称リミットサイクルの周期と速度誤差の振幅を解析的に求める。解析を簡単にするため、次の二つの仮定を設ける。

① 平滑リアクトルのインダクタンスは無視できるものとする。
　§§2－6－2と同じ。

② リミットサイクルは正負対称であるとする。
　正負対称性を仮定することの妥当性は、§§2－6－2で詳細に示した。すなわち、電動機の負荷変化を考慮に入れれば、電動機速度を設定速度に一致させるために必要な電機子電圧は連続（アナログ）値で

ある。一方、位相差検出の量子化を考慮に入れるとディジタル制御器が出力可能な電圧は、飛び飛びの値しかとりえない離散（ディジタル）値である。そこで、必要な電圧が、出力可能な飛び飛びの電圧のちょうど中央にくることがある。この場合のリミットサイクルは、§§２－６－１で解析したものと同様に正負対称となる。もちろん、このようにちょうど中央にならない場合がある。しかし、リミットサイクルによる速度精度の劣化は、中央にならない場合のほうがちょうど中央になる場合に比べて、ほとんどの場合に小さいことを§§２－６－２で確認したすなわち、正負対称のリミットサイクルを評価することが、速度誤差の評価にとって厳しいものになる。

上記の仮定①から、解析の対象となるディジタルＰＬＬ速度制御系のブロック図は、§§２－６－２と同様に、図2.6-3 に示すものとなる。図中、 $\Delta\theta_q$ が位相差検出の量子化幅である。一方、②で仮定した正負対称のリミットサイクルの概略波形は、図2.6-6 に示すようになる。ただし、同図においては平衡点近傍のリミットサイクルを考えるために、各状態量の原点を次のように変更している。すなわち、 ω_m の原点は、電動機速度の時間平均値である。また、 $\Delta\theta$ および $\Delta\theta^*$ の原点は、 $j\Delta\theta_q$ （j：適当な整数）である。すなわち、 $\Delta\theta$ および $\Delta\theta^*$ は、実際の値から、 $j\Delta\theta_q$ を引いたものである。同様に、 u の原点は $k_p j\Delta\theta_q$ である。ここで、リミットサイクルは正負対称であるから、その半周期を kT_s （ k ：整数）とすれば、周期性条件は、次式となる。

$$\begin{bmatrix}\Delta\theta(kT_s)\\ \omega_m(kT_s)\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}\Delta\theta(0)\\ \omega_m(0)\end{bmatrix} \tag{6.39}$$

更に、図2.6-6 に示すように、時刻 $t=kT_s$ において、制御入力 u が切り換わるものとすれば、位相差検出から操作量出力までに１サンプリング周期の無駄時間があることに注意して、時刻 $t=(k-2)T_s$ および $(k-1)T_s$ における位相差 $\Delta\theta(t)$ は、それぞれ、次式で与えられる切り換え条件を満たす。

$$\Delta\theta(\overline{k-2}\cdot T_s) \geqq 0 \tag{6.40}$$

$$\Delta\theta(\overline{k-1}\cdot T_s) < 0 \tag{6.41}$$

リミットサイクルの周期および大きさを決定するためには、§§２－６－１の手順による。（ただし、式(6.4)に相当する次式(6.42)では、式(6.4)の $\boldsymbol{A}$ に当たる行列が正則ではないことに注意する。）

まず、状態方程式を解く。図2.6-3 から、系の状態方程式は、

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta\theta(t)\\ \omega_m(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & -1\\ 0 & -1/T_m\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\theta(t)\\ \omega_m(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ K_m K_p/T_m\end{bmatrix}\Delta\theta^* \tag{6.42}$$

時刻 $t=0$ における状態量の初期値を

$$\begin{bmatrix}\Delta\theta_0\\ \omega_{m0}\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\Delta\theta(0)\\ \omega_m(0)\end{bmatrix} \tag{6.43}$$

とする。 $0 \leqq t \leqq kT_s$ の期間では、位相差検出値 $\Delta\theta$ が変化しないことに注意して式(6.42)を解けば、

$$\begin{bmatrix}\Delta\theta(t)\\ \omega_m(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -T_m(1-\varphi(t))\\ 0 & \varphi(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\theta_0\\ \omega_{m0}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-K_m K_p(t-T_m+T_m\varphi(t))\\ K_m K_p(1-\varphi(t))\end{bmatrix}\frac{\Delta\theta_q}{2} \tag{6.44}$$

ただし、

$$\varphi(t) \equiv e^{-t/T_m} \tag{6.45}$$

式(6.44)と周期性条件式(6.39)から、状態量の初期値が次のように求められる。

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_0 \\ \omega_{m0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} \frac{\Delta\theta_q}{2} \tag{6.46}$$

ただし、

$$\sigma_1 \equiv \frac{1}{2} K_m K_p \left(kT_s - T_m \left(1 - \varphi(kT_s) \right) \right) - \frac{K_m K_p T_m \{1-\varphi(kT_s)\}^2}{2(1+\varphi(kT_s))} \tag{6.47a}$$

$$\sigma_2 \equiv - \frac{K_m K_p \left(1 - \varphi(kT_s) \right)}{1+\varphi(kT_s)} \tag{6.47b}$$

リミットサイクルを正負対称と限定したおかげで、§§2－6－2の式(6.29) に示したような $\Delta\theta$ の不定性が除かれ、$\Delta\theta$ が k の関数として確定するのである。式(6.46)を式(6.44)に代入すれば初期値を含まない形で状態量の時間変化を求めることができる。その結果を、位相差 $\Delta\theta(t)$ について記せば、

$$\Delta\theta(t) = \frac{\Delta\theta_q}{2} K_m K_p \left[\frac{kT_s}{2} - t + T_m \{ 1 - \frac{2\varphi(t)}{1+\varphi(kT_s)} \} \right] \tag{6.48}$$

ただし、式(6.48)において、リミットサイクルの半周期を決める k はまだ未知数である。これを決定するために、式(6.48)を切り換え条件式(6.40)、(6.41)に代入する。その結果は、

$$(k-4)\frac{T_s}{T_m} - 2\left[1 - \frac{2\varphi(\overline{k-2}\cdot T_s)}{1+\varphi(kT_s)} \right] \leqq 0 \tag{6.49}$$

$$(k-2)\frac{T_s}{T_m} - 2\left[1 - \frac{2\varphi(\overline{k-1}\cdot T_s)}{1+\varphi(kT_s)} \right] > 0 \tag{6.50}$$

以上で、リミットサイクルの半周期を決定する整数 k が満たすべき不等式(6.49)、(6.50)が求められた。さて、不等式(6.49)、(6.50)を満たす整数 k が求められれば、速度誤差の振幅を次のようにして、決めることができる。すなわち、図2.6-6 から、速度誤差の最大値は、$\omega_m(0) = \omega_{m0}$ であるから、速度誤差の振幅は、式(6.46)の第2行目から、

$$2\,|\,\omega_{m0}\,| = K_m K_p \Delta\theta_q \frac{1 - e^{-kT_s/T_m}}{1 + e^{-kT_s/T_m}} \tag{6.51}$$

以上を整理して、正負対称のリミットサイクルを求める手順を示す。

正負対称のリミットサイクルを求める手順

(STEP1) $k = 0$ とする。

(STEP2) $k = k+1$ とする。

(STEP3) 不等式(6.49)(6.50)を満たすかどうかをチェックする。（下記の注記を参照。）

(a) 両方満たせば、リミットサイクルが存在するから(STEP4) へ行く。

(b) 式(6.50)が満たされない場合は、k をもっと大きくすることによりリミットサイクルが存在する可能性があるから、(STEP2) へ戻って k を更新する。

(c) 式(6.49)が満たされなければ、これ以上 k を大きくしてもリミットサイクルは見つからないから計算を打ち切る。

(STEP4) 以下の (d)～(f) を順次行う。

(d) 初期値 $\Delta\theta$, ω_m を式(6.46)から求める。

(e) 必要なデータを印字する。

(f) (STEP2)へ戻る。

注記：式(6.49)および(6.50)の各左辺と k の関係は、図2.6-7 に示すように、各左辺は k に対して単調増加であり、すべての正整数 k に対して

〔式(6.49)の左辺〕＜〔式(6.50)の左辺〕

である。このことから、同図中に (a)～(c) で示す各領域は、それぞれ、(STEP3)

の各項目 (a)〜(c) に対応している。

表2.6-2 に、上記の手順で求めた k と T_s/T_m の関係を示す。同表から、同一の T_s/T_m に対して複数の k が存在する。このことは、同一の T_s/T_m に対して複数のリミットサイクルが存在することを意味する。実際このことを確認するために、ディジタルシミュレーションを行なってみれば、図2.6-8 のように、複数のリミットサイクルが存在する。図2.6-8 から、k が大きい程 ω_m の振幅も大きいことがわかる。このことは、この場合に限らず、一般的に成立する。すなわち、リミットサイクルの起こる原因は、図2.6-3 において、量子化器が存在するために $\Delta\theta$ が 0 にならないことである。ここで、正負対称のリミットサイクルでは、$\Delta\theta$ の誤差は $\pm\Delta\theta_q/2$ に限定される。故に、半周期が長い程、電動機に大きさの限定された誤差電圧が一方向に長く加わることになり、リミットサイクルの振幅が大きくなる。

さて以上から、速度誤差の最大にする正負対称のリミットサイクルは、〔正負対称のリミットサイクルを求める手順〕で求められる k のうち最大のものに対応する。以下には、これを手掛かりにして速度誤差を評価する手順の簡略化を検討する。簡略化の目標は、電卓などで簡単に計算ができる程度とする。

まず、存在可能なリミットサイクルのうち、最大の周期を $2k_{max}T_s$ とする。この k_{max}を求める一つの方法は、図2.6-7 を参照にして、$k=1,2\cdots$を順に式(6.49)の左辺に代入して、その値が正になる直前の整数 k を k_{max}とすればよい。しかし、この計算も、電卓などで行うと煩わしい。そこで、近似式を求めてみる。まず、上記の k_{max}を求める方法で、実際に k_{max}を計算してみる。その結果を図2.6-9 に示す。ここで、式(6.49)の左辺から明らかなように、k_{max}は T_s/T_m のみの関数であり、電動機ゲイン定数などに全く依存していないことを注意しておく。図2.6-9 をみれば、k_{max}と T_s/T_m は簡単な近似式で表わせそうなことが分る。実際、同図中に一点鎖線で示した直線の傾きと切片から、次のような近似式を得る。

$$k_{max} = \mathrm{int}(4.8\times\sqrt{T_m/T_s}) \tag{6.52}$$

ただし、式(6.52)で int(・) は四捨五入による整数化を表わす。式(6.52)の精度を確

認するため、上記の下線部に示した方法で求めた正しい k_{max}と式(6.52)で求めたものを比較したものが表2.6-3 である。同表から、$T_s/T_m=1\sim0.01$ の間では式(6.52)が正しい k_{max}を与えることがわかる。一方、正負対称のリミットサイクルによる速度誤差の振幅は式(6.51)に k_{max}を代入すれば

$$2|\omega_{m0}| = K_m K_p \Delta\theta_q \tanh\left(\frac{k_{max}T_s}{2T_m}\right) \tag{6.53}$$

以上を整理して次の評価法を得る。

正負対称のリミットサイクルによる速度誤差の評価法

(STEP1) 式(6.52)から k_{max}を求める。

(STEP2) 式(6.53)から速度誤差の振幅を求める。

この計算は、関数電卓などで簡単に行うことができる。結局、§§2−6−2〜3の解析の結果として、上記のような非常に簡便な速度誤差の評価法が導出できた。

§§2−6−4 実験結果との比較

ここでは、§§2−6−3で導出した速度誤差の評価法の妥当性を実験結果により検証する。

まず、図2.6-10 にリミットサイクルの実験結果とディジタルシミュレーション結果を示す。両者は、非常によく一致している。この実験およびシミュレーションの条件は、下記の通りである。まず、表2.4-1 に示した実験装置の定数から、

$$L_0 = 10.16 \quad [\mathrm{mH}] \tag{6.54}$$

$$R_0 = 0.595 \quad [\Omega] \tag{6.55}$$

$$K_m = 2.746 \quad [\mathrm{rad/(s\cdot V)}] \tag{6.56}$$

$$T_m = 0.15 \quad [s] \tag{6.57}$$

$$T_s = 0.05 \quad [s] \tag{6.58}$$

次に、この実験に於ける設定速度 ω_r と位相差検出にビット数 b は、

$$\omega_r = 94.25 \quad [rad/s] \tag{6.59a}$$

$$= 900 \quad [rpm] \tag{6.59b}$$

$$b = 6 \quad [bit] \tag{6.60}$$

【注記】 実験装置の b は、通常は、8（ビット）であるが、この実験では、b を6とした。その理由は、b が大きいと量子化幅が小さくなるため、リミットサイクルそのものが非常に小さくなり、電源変動や負荷変動の影響と区別してリミットサイクルを観測することができなくなるためである。

この時の位相差検出の量子化幅を機械角に換算すれば

$$\Delta\theta_q = \omega_r T_s / 2^b$$
$$= 94.25 \times 0.05 \div 2^6 = 0.07363 \quad [rad] \tag{6.61}$$

更に、この実験での制御ゲインは次の通りである。

$$K_p = 2.358 \quad [V/rad] \tag{6.62}$$

次に、以上のデータを使って、§§2－6－3に示した方法で速度誤差を評価してみる。まず、リミットサイクルの周期を求めるために、式(6.52) に式(6.57), (6.58) のデータを代入して、

$$k_{max} = \mathrm{int}(4.8 \times \sqrt{0.15/0.05}) = 8 \tag{6.63}$$

よって、リミットサイクルの1周期 T_{lc} は、

$$T_{lc} = 2k_{max}T_s = 0.8 \quad [s] \tag{6.64}$$

次に、速度誤差の振幅を求めるために、式(6.53) に式(6.56), (6.61), (6.62), (6.63) などを代入して、

$$2|\omega_{m0}|_{max} = 2.746 \times 2.358 \times 0.07363 \times \tanh\left(\frac{8 \times 0.05}{2 \times 0.15}\right)$$
$$= 0.4148 \quad [rad/s] \tag{6.65a}$$

$$= 3.961 \quad [rpm] \tag{6.65b}$$

式(6.64)および(6.65)に求められたリミットサイクルの周期と振幅は、図2.6-10に示した実験結果と非常によく一致している。これにより、§§2－6－3で導出したリミットサイクルによる速度誤差の評価法が妥当であることを実験的に確認できた。

§§2－6－5　PLL制御と積分制御の比較

PLL制御は、位相差検出の量子化の影響が無視できるとすれば、速度に関する積分制御に他ならない。ここでは、位相差検出の量子化を考慮した場合のPLL制御と積分制御の比較を行う。すなわち、リミットサイクルの大きさが等しく

なる条件を導出し、これを手掛かりにしてどちらの制御系が速度精度を良くできるかを明らかにする。

まず、比較の対象となる積分制御系のブロック図を図2.6-11 に示す。この系は、サンプリング周期 T_s 間のロータリエンコーダの出力パルス数をカウンタで計数し、それを T_s で割ったものを電動機速度の検出値として、ディジタル積分（厳密には積算）するものである。同図(a)は、(b)のように等価変換できる。一方、図2.6-3 に示したＰＬＬ制御系を、図2.6-11 (b)と比較しやすいように等価変換すれば図2.6-12 となる。図2.6-11(b) と図2.6-12 は、制御ゲインを

$$K_p = K_l / T_s \tag{6.66}$$

とすれば、量子化器の位置を除いて全く等しくなる。しかも、この量子化器の位置の差は、以下に示すように、リミットサイクルには影響を与えない。すなわち、リミットサイクルの考察に当たっては、系の平衡点回りの動作を考えればよいから、$\omega_r = 0$ としてもよい。$\omega_r = 0$ であれば、図2.6-11(b) と図2.6-12 は全く等価である。故に、ＰＬＬ制御系および積分制御系において、それぞれの制御ゲインが式(6.66)を満たし（この時、動特性が等しくなる）、かつ、位置検出の量子化幅が

$$\Delta\theta_{RE} = \Delta\theta_q \tag{6.67}$$

を満たせば、リミットサイクルに関しては全く等しくなる。

以上により、式(6.66), (6.67)を満たせば、ＰＬＬ制御系と積分制御系は、リミットサイクルに関しては、全く等しくなることを明らかにできた。しかしながら、両者は、位置検出の方式が異なるから、式(6.67)が常に満たされるわけではない。その点を以下に検討して、両者の差を明らかにしておく。ＰＬＬ制御の場合、位相差の分解能 $\Delta\theta_q$ は、式（4.15）から、

$$\Delta\theta_q = \omega_r T_s / 2^b \tag{6.68}$$

$$= \omega_r / f_c \tag{6.69}$$

ただし、b は位相差計測用カウンタのビット数であり、f_c は、位相差計数用クロックの周波数である。一方、積分制御の場合に、ロータリエンコーダの１回転当たりのパルス数を N_p とすれば、位置検出の分解能は、

$$\Delta\theta_{RE} = 2\pi / N_p \tag{6.70}$$

式(6.69), (6.70)から、f_c および N_p を一定として、ω_r に対する $\Delta\theta_q$ と $\Delta\theta_{RE}$ の関係を図示すれば、図2.6-13 のようになる。同図で、 $\Delta\theta_q$ と $\Delta\theta$ が一致するときの電動機速度 ω_{r0} は、式(6.69), (6.70)を等しいとおいて、

$$\omega_{r0} = 2\pi f_c / N_p \tag{6.71}$$

すなわち、ω_r が ω_{r0} より小さい領域では、$\Delta\theta_q$ のほうが小さい。このことは、ω_{r0} より小さい領域では、ＰＬＬ制御系のほうがリミットサイクルによる速度誤差の振幅を小さくできることを意味する。そこで、 ω_{r0} を実用的に妥当だと思われる数値を選んで計算してみる。まず、 N_p は、光学式エンコーダを使う場合に数千が限界であるとされている。たとえば、

$$N_p = 6000 \quad [\mathrm{pulse/rev}] \tag{6.72}$$

としてみる。一方、クロック周波数 f_c は、カウンタＩＣの動作周波数により決まり、数MHz までは十分に動作可能である。たとえば、少し控え目に、

$$f_c = 1 \quad [\mathrm{MHz}] \tag{6.73}$$

としてみる。式(6.72), (6.73)を式(6.71)に代入すれば、

$$\omega_{\tau 0} = \frac{2\pi \times 10^6}{6000} \quad [\mathrm{rad/sec}] \tag{6.74a}$$

$$= 1047 \quad [\mathrm{rpm}] \tag{6.74b}$$

すなわち、約1000 rpm 以下では、ＰＬＬ制御系のほうが積分制御系より速度誤差が少ない。

§２－７　本章のまとめ

本章では、高精度速度制御を目的としたディジタルＰＬＬ速度制御系を実現し、 その特性解析を行うとともに、妥当性を実験により検証した。その成果をまとめると以下のようになる。

（１）　ディジタルＰＬＬ制御系の無駄時間を考慮した精密なモデルを導出し、それにより安定性・動特性の解析を行い、妥当性を実験により検証した。すなわち、ディジタルＰＬＬ制御系の解析のためのモデルを導出した（§§２－４－２、図2.5-1 ）。このモデルに位相差検出に伴う無駄時間を考慮に入れたことが、従来にない新しいところである。次に、このモデルを利用して安定性を解析し、実験値とよく一致することを確認した（§§２－５－２）。更に、このモデルに基づくディジタルシミュレーションにより動特性を解析し、実験とよく合うことを検証した（§§２－５－３）。

（２）　位相差をディジタル検出するために量子化誤差が生じるが、それに起因するリミットサイクルを詳細に解析し、速度誤差の大きさを定量的に解析するとともに、その妥当性を実験により検証した。すなわち、量子化誤差に起因するリミットサイクルについて、一般的な非対称リミットサイクルも含めて解析し、ＰＬＬ速度制御系の速度誤差の評価は正負対称のリミットサイクルによって行ってもよいことが分かった。（§§２－６－２）。このことは、これまでに示されていなかった。これをうけて、ＰＬＬ制御系の正負対称なリミットサイクルを解析し、それに基づいて速度誤差を非常に簡単に求めることができる計算手順を示した（§§２－６－３）。この方法による評価値が実験値によく一致することを確認した（§§２－６－４）。また、位置センサとしてロータリエンコーダを使用した場合のＰＬＬ制御と積分制御とを比較して、実用的な速度範囲ではＰＬＬ制御のほうが速度精度をよくできることが分かった。（§§２－６－５）。

なお、§§２－５－４で示したように、ＰＬＬ制御系では、制御ゲインの調整だけでは応答波形を任意に設定できない。このため、応答波形を改善する方法は別に検討する必要がある。それは、次の第３章で扱うことにする。

また、本章で示した方法により解析できるリミットサイクルは、簡単な系に限られる。高次系や複数の量子化器を含む場合にも適用できる量子化誤差の評価方法については、第４章で議論することにする。

§２－８　本章の参考文献

[1] F.M. Gardner: "Phaselock Technique", Jonn Wiley & Sons, 1966

[2] A. Blanchard: "Phase-locked Loops -- Application to Coherent Receiver Design", Jhon Wiley & Sons, 1976

[3] ーー：「ＰＬＬ活用ガイド」、電子展望別冊、1974.8

[4] 畑、古川：「ＰＬＬ－ＩＣの使い方」、産報出版、1976.1

[5] ーー：「ＰＬＬとその応用 -- Semiconductor Application Seminor 」、アルプス・モトローラ・セミコンダクターズ（株）

[6] A.W. Moore: "Phase-Locked Loops for Motor Speed Control", IEEE Spectrum, vol. , no. , pp.61-67, 1973.4

[7] R.A. Millar: "Digital Control of Shaft Speed and Position", IEEE Spectrum, vol. , no. , pp.90-95, 1968.1

[8] R.L. Labinger: "Designing Phase Locked Loop Servo with Digital ICs", Control Engineering, pp.46-48, 1973.2

[9] D.H. Smithgall: "A Phase-Locked Loop Motor Control System", IEEE Trans. on I.E.C.I., vol.IECI-22, no.4, pp.487-490, 1975.11

[10] J. Tal: "Speed Conrol by Phase Locked Servo Systems -- New Possibilities and Limitations", IEEE Trans. on IECI, vol.IECI-24, no.1, pp.118-125, 1977.2

[11] B.K. Bose, K.J. Jentzen: "Digital Speed Control of a dc Motor with Phase-Locked Loop Regulation", IEEE IECI'77 Proceddings, pp.164-167, 1977.3

[12] G.T. Volpe: "A Phase-Locked Loop Control System for a Synchronous Motor", IEEE Trans. on AC, vol.AC-15, no.1, pp.88-95, 1970.2

[13] W.L. Kenly, B.K. Bose: "Triac Speed Control of Three-Phase Induction Motor with Phase-Locked Loop Reguration", IEEE Trans. on IA, vol.IA-12, no.5, pp.492-498, 1976.9

[14] P.C. Sen, M. MacDonald: "Slip-Frequency Controlled Induction Motor Drives Using Digital Phase-Locked-Loop", IEEE IAS'77 Conf. Records, pp.413-419, 1977.3

[15] P.C. Sen, M.L. MacDonald: "Stability Analysis of Induction Motor Drives Using Phase-Locked Loop Control System", IEEE IAS'78 Conf. Records, pp.681-689, 1978.10

[16] F. Harashima, T. Haneyoshi: "A Microprocessor-Based Phase-Locked Loop Control System of Iverter-Fed Induction Motor Drive", IEEE IECI'78 Proceedings, pp.187-193, 1978.3

[17] F. Harashima, H. Taoka, H. Naitoh: "A Microprocessor-Based PLL Speed Control System of Converter-Fed Synchronous Motor", IEEE IECI'79 Proceedings, pp.272-277, 1979.3

[18] 田岡：「マイクロプロセッサによるサイリスタ無整流子電動機のＰＬＬ速度制御」、東京大学大学院修士論文、1979.2

[19] 原島、近藤、風間：「マクロプロセッサによる直流電動機のＰＬＬ速度制御の特性解析」、電気学会　制御変換装置研究会、PCC-79-28, 1979.3

[20] 原島、近藤、小山：「マイクロプロセッサを用いた電動機のディジタル　ＰＬＬ速度制御装置と特性解析」、計測自動制御学会論文集、vol.17, no.2, pp.286-293, 1981.4

[21] F. Harashima, M. Koyama, S. Kondo, H. Naitoh: "Performance Improvement of Microprocesor-Based Digital PLL Speed Control System", IEEE IECI'80 Proceedings, pp.53-58, 1980.3

[22] F. Harashima, H. Naitoh, M. Koyama, S. Kondo: "Performance Improvement in Microprocessor-Based Digital PLL Speed Control System", IEEE Trans. on IECI, vol.IECI-28, no.1, pp.56-61, 1981.2

[23] 小山：「マイクロプロセッサを用いた電動機のＰＬＬ速度制御系の特性改善」　東京大学大学院修士論文、1980.2

[24] 松井、佐藤：「過渡応答を改善したＰＬＬ方式直流他励電動機の精密速度制御」，計測自動制御学会論文集、vol.15, no.7, pp.965-971, 1979.12

[25] 黒沢、広瀬：「位相連続比較ＰＬＬによるディジタル位相検出」、昭５４電気学会全国大会、pp.499-500, 1979.4

[26] 鈴木、坪井、原島：「ホール素子によるＰＬＬ用連続位相差検出」、　第１８回　ＳＩＣＥ学術講演会、pp.705-706, 1979.8

[27] T.J. Maloney, F.L. Alvarado: "A Digital Method for dc Motor Speed Control", IEEE Trans. on IECI, vol.IECI-1, no.1, pp.44-46, 1976.2

[28] J.E. Rathke: "Application of Phase-Locked-Loop in Power Electronics", IEEE IECI'77 Proceedings, pp.65-67, 1977.3

[29] Y. Koren: "Resolver in Digital Control Loop", IEEE Trans. on IECI, vol.IECI-24, no.2, pp.145-149, 1977.5

[30] 村谷、大川、小川：「サンプル値制御位相同期ループの解析」、電子通信学会論文誌、vol.54-B, no.11, pp.738-744, 1971.11

[31] J. Garodnick, J. Greco, D.L. Schilling: "Resposne of an All Digital Phase-Locked Loop", IEEE Trans. on COM, vol.COM-22, no.6, pp.751-763, 1974.6

[32] 小林、坂本、中野：「高速零位法による最短時間ＰＬＬ」、計測自動制御学会論文集、vol.16, no.4, pp.573-578, 1980.8

[33] B.J. Kuo: "Digital Control Systems", Halt-Saunders Japan Ltd., pp.277-280, 1980

[34] 原島、近藤：「電動機駆動系のディジタル制御　ーーサンプリング周期と量子化」、計測と制御、vol.22, no.7, pp.634-639, 1983.7

[35] Y. Takahashi, M.J. Rabins, M.D. Auslander,　（北森訳）：「制御と力学系」、　コロナ社、pp.108-119, 1977.10

第２章の図・表のリスト

§２－１～§２－２　　なし

§２－３－１

図2.3-1 ＰＬＬの基本構成図
図2.3-2 電動機速度のＰＬＬ制御系のハードウェア構成図

§２－３－２

図2.3-3 のこぎり波位相検出特性
図2.3-4 同期引き込み過程の位相誤差信号
図2.3-5 電動機速度のＰＬＬ制御系のブロック図
図2.3-6 直流電動機のＰＬＬ速度制御系のブロック図

§§２－４－１

図2.4-1 実験システムのハードウェア構成図
図2.4-2 ＧＴＯチョッパの回路図
表2.4-1 実験システムのパラメータ

§§２－４－２

図2.4-3 位相差検出器の動作説明図
図2.4-4 位相差検出の回転円盤による説明図
図2.4-5 位相差検出器のブロック図

§§２－４－３

図2.4-6 ロックイン過程の実験結果

§§２－５－１

図2.5-1 ディジタルＰＬＬ速度制御系のブロック図

§§２－５－２

図2.5-2 サンプリング周期と安定ループゲイン限界
表2.5-1 安定限界についての解析値と実験値

§§２－５－３

図2.5-3 設定速度ステップ変化時の電動機速度と位相誤差
図2.5-4 負荷トルクステップ変化時の電動機速度と位相誤差

§§２－５－４

図2.5-5 近似をした時の設定速度ステップ変化時の応答
（シミュレーション結果）

図2.5-6 ディジタルＰＬＬ速度制御系の近似モデル

§§２－６－１

図2.6-1 量子化器をもつディジタル制御系
図2.6-2 正負対称のリミットサイクル

§§２－６－２

図2.6-3 量子化器をもつＰＬＬ速度制御系の近似モデル
図2.6-4 正負非対称のリミットサイクル
図2.6-5 正負非対称のリミットサイクルの計算結果

§§２－６－３

図2.6-6 正負対称のリミットサイクル
図2.6-7 k に対する式(6.49), (6.50) の左辺の値
表2.6-1 k と T_s/T_m の関係
図2.6-8 リミットサイクルの位相面軌跡
図2.6-9 k_{max} と T_s/T_m の関係
表2.6-2 k_{max} と近似式(6.52) の比較

§§２－６－４

図2.6-10 リミットサイクルの実験結果

§§２－６－５

図2.6-11 積分制御系のブロック図
図2.6-12 ＰＬＬ制御系のブロック図
図2.6-13 位置検出分解能の比較

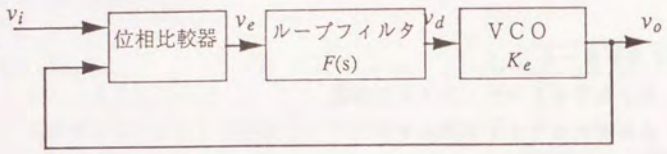


図2.3-1 ＰＬＬの基本構成図

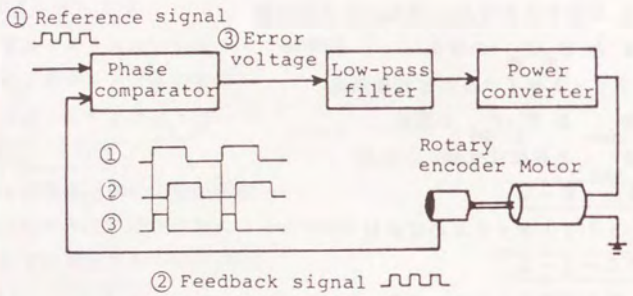


図2.3-2 電動機速度のＰＬＬ制御系のハードウェア構成図

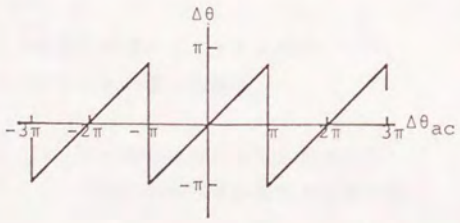


図2.3-3 のこぎり波位相検出特性

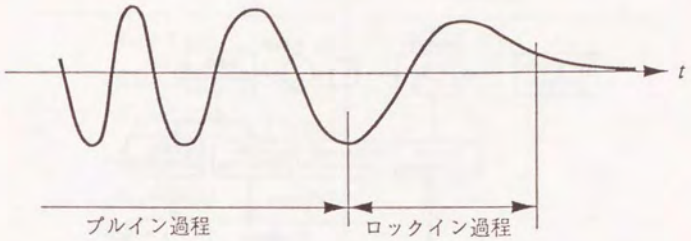


図2.3-4 同期引込過程の位相誤差信号

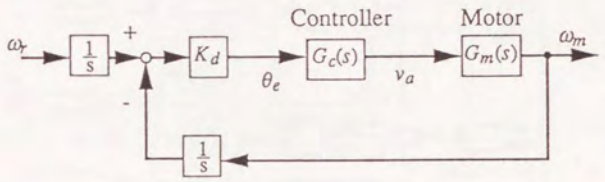


図2.3-5 電動機速度のＰＬＬ制御系のブロック図

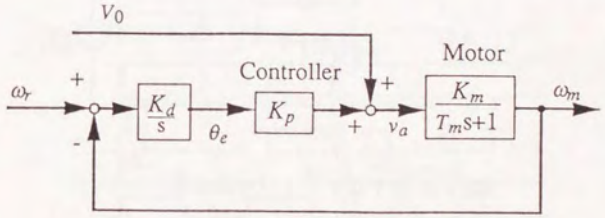


図2.3-6 直流電動機のＰＬＬ速度制御系のブロック図

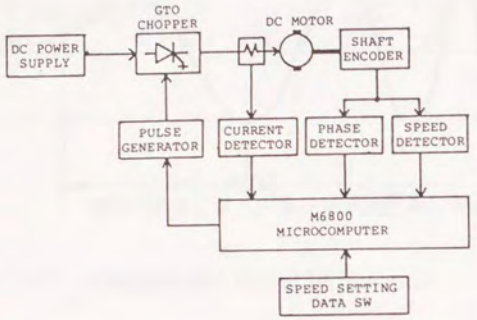


図2.4-1 実験システムのハードウェア構成図

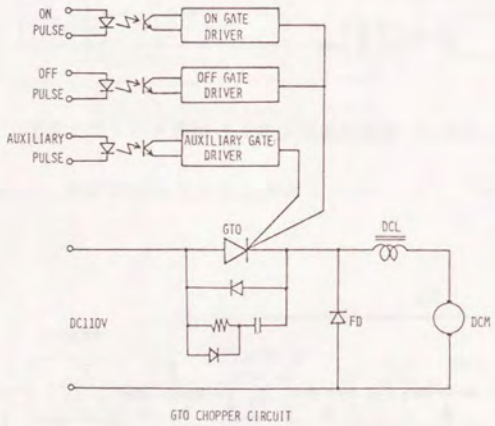


図2.4-2 ＧＴＯチョッパの回路図

表2.4-1 実験システムのパラメータ

Motor		Controller	
$T_M = 1.53$	(s)	$T_s = 0.05$	(s)
$K_M = 159.7$	(rpm/A)	$b = 8$	(bit)
$K_A = 0.0344$	(V/rpm)		
$T_m = 0.15$	(s)		
$K_m = 26.22$	(rpm/V)		
$L_0 = 10.2$	(mH)		
$R_0 = 0.595$	(Ω)		

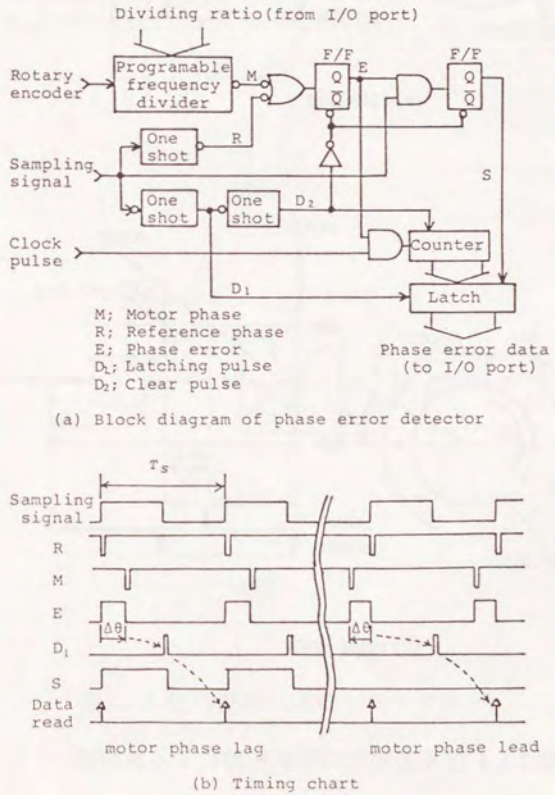
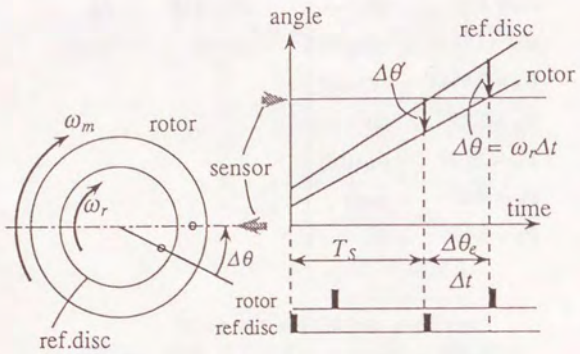
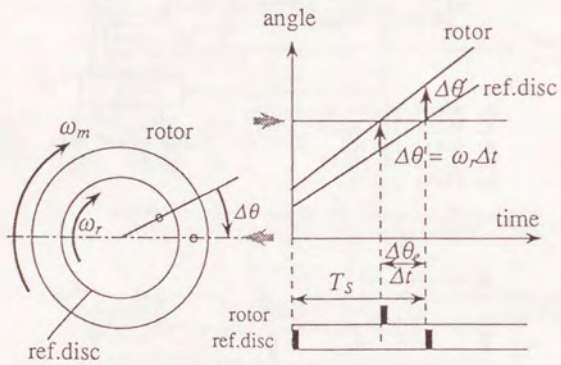


図2.4-3 位相差検出器の動作説明図

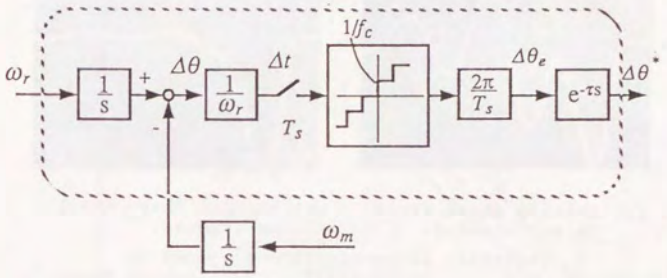


(a) rotor lag

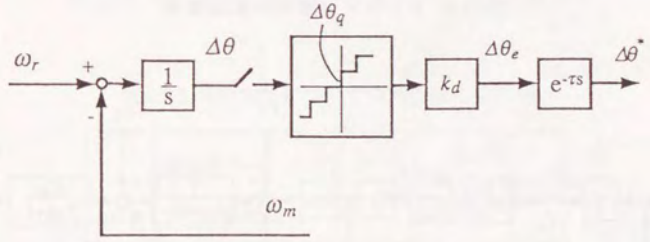


(b) rotor lead

図2.4-4 位相差検出の回転円盤による説明図

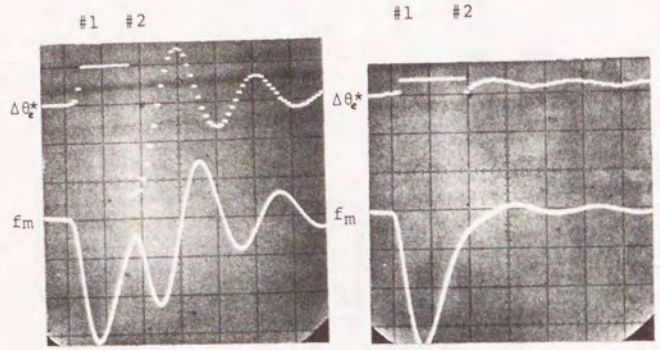


(a)



(b)

図2.4-5 位相差検出器のブロック図



(a) Initial phase error is not reseted.

(b) Initial phase error is reseted.

Vertical: 20deg/div(Δθe*) #1: load in
20rpm/div(fm) #2: lock-in again
Hor.: 0.5sec/div

Responses of motor speed and phase error to large load torque disturbance

(ΔIa=5A, loop gain=6.47)

$\Delta\theta = \Delta\theta_e \times 0.75$

$\Delta\theta$:機械角 $\Delta\theta_e$:位相差角

図2.4-6 ロックイン過程の実験結果

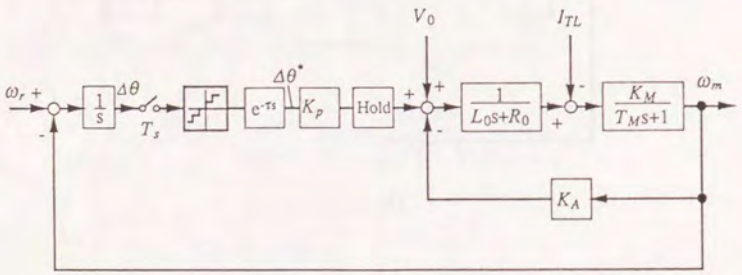


図2.5-1 ディジタルＰＬＬ速度制御系のブロック図

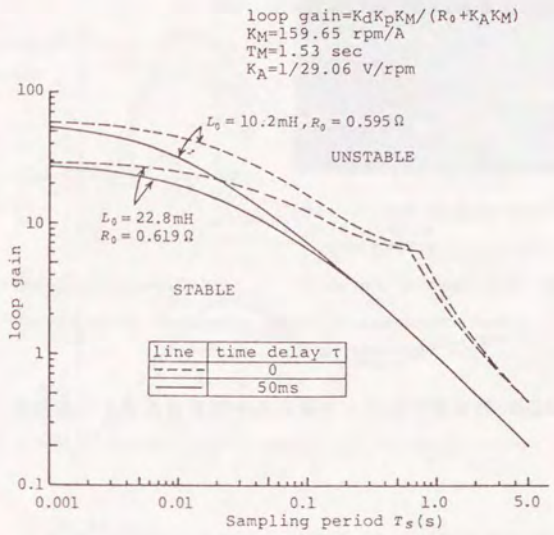
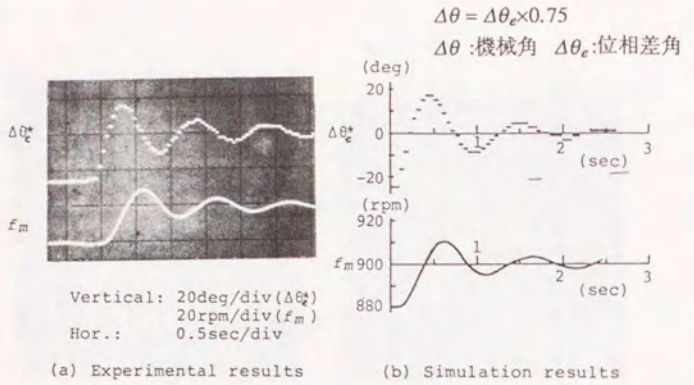


図2.5-2 サンプリング周期と安定ループゲイン限界

表2.5-1 安定限界についての解析値と実験値

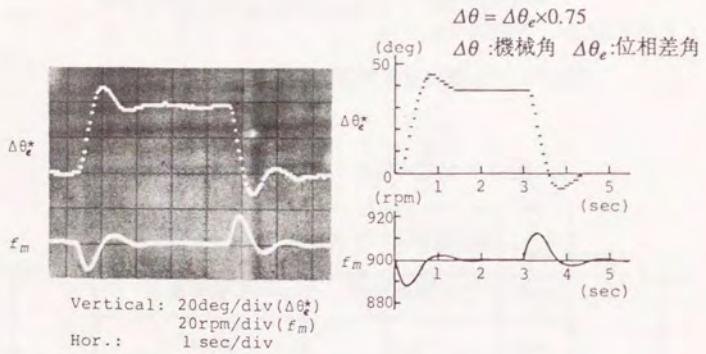
L_0 (mH)	安定限界ループゲイン $K_L = \frac{K_p K_m}{R_0 + K_A K_M}$	
	解析結果	実験結果
10.2	11.91	11.94
22.8	9.84	9.77



(a) Experimental results (b) Simulation results

Step responses of motor speed and phase error
(f_r: 880→900rpm, *loop gain*=6.47)

図2.5-3 設定速度ステップ変化時の電動機速度と位相誤差



(a) Experimental results (b) Simulation results

Respnses of motor speed and phase error
to load torque disturbance
(ΔI_a=1.0A, *loop gain*=3.24)

図2.5-4 負荷トルクステップ変化時の電動機速度と位相誤差

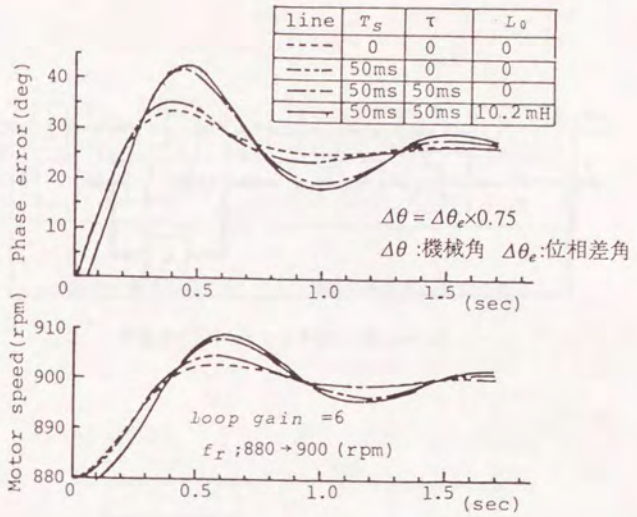


図2.5-5 近似をした時の設定速度ステップ変化時の応答
（シミュレーション結果）

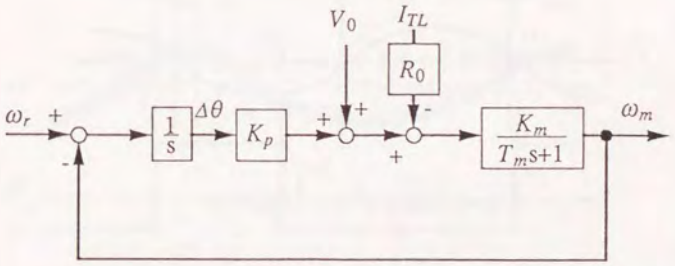


図2.5-6 ディジタルＰＬＬ速度制御系の近似モデル

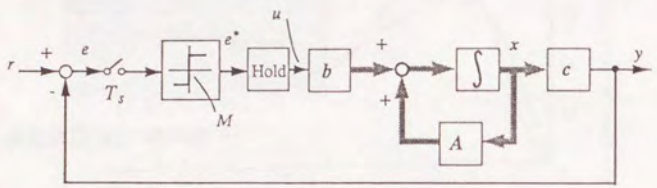


図2.6-1 量子化器をもつディジタル制御系

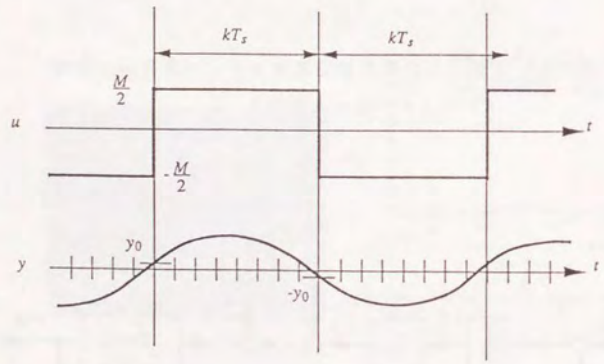


図2.6-2 正負対称のリミットサイクル

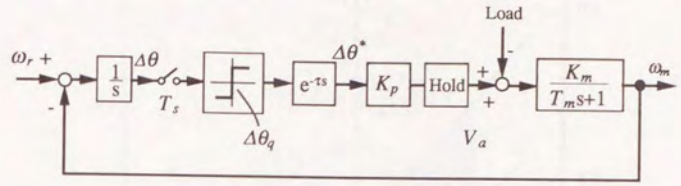


図2.6-3 量子化器をもつＰＬＬ速度制御系の近似モデル

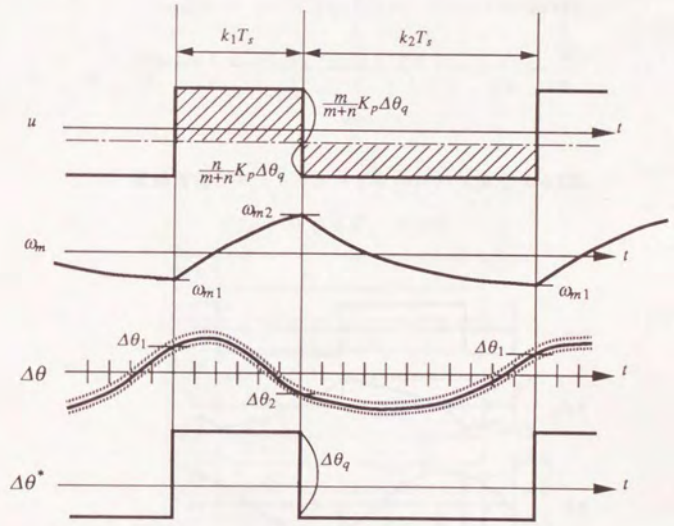


図2.6-4 正負非対称のリミットサイクル

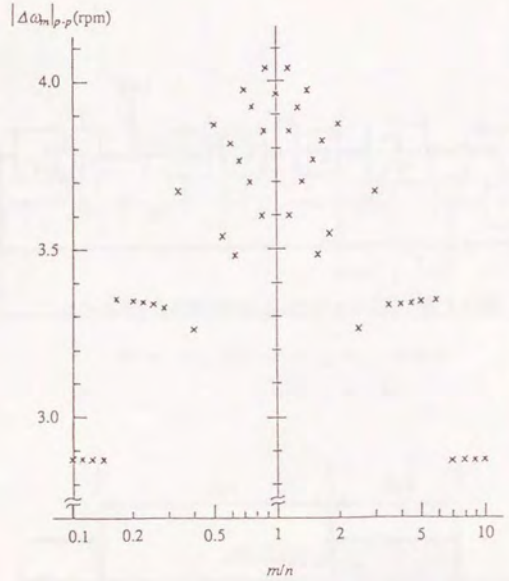


図2.6-5 正負非対称のリミットサイクルの計算結果

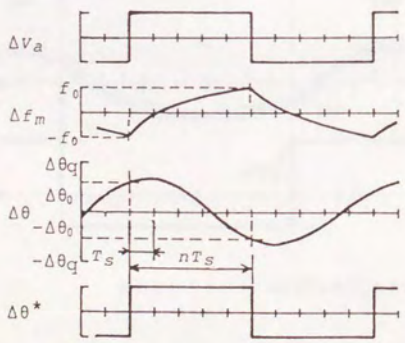


図2.6-6 正負対称のリミットサイクル

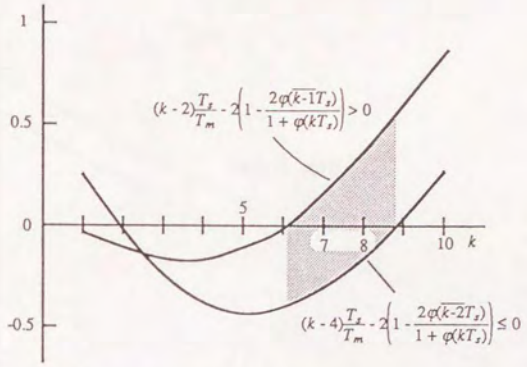


図2.6-7 kに対する式(6.49), (6.50) の左辺の値

表2.6-1 k と T_s/T_m の関係

T_s/T_m	k
1	4 5
0.9	4 5 6
0.8	5 6
0.7	5 6
0.6	5 6 7
0.5	5 6 7
0.4	6 7 8
0.3	7 8 9
0.2	8 9 10 11
0.1	11 12 13 14 15

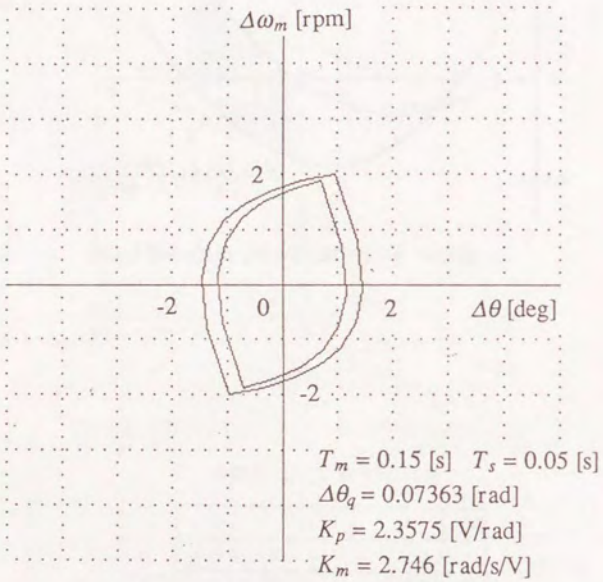


図2.6-8 リミットサイクルの位相面軌跡

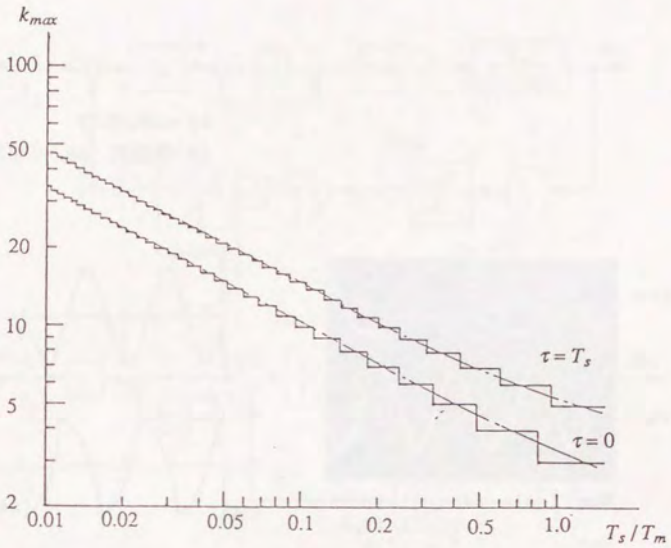


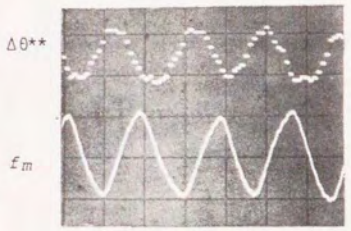
図2.6-9 k_{max} と T_s/T_m の関係

表2.6-2 k_{max} と近似式(6.52) の比較

T_s/T_m	近似式(6.52)		k_{max}
	$4.8\times\sqrt{T_s/T_m}$	四捨五入	
1	4.68	5	5
0.5	6.79	7	7
0.3	8.76	9	9
0.2	10.73	11	11
0.1	15.18	15	15
0.05	21.47	21	21
0.02	33.94	34	34
0.01	48.00	48	48

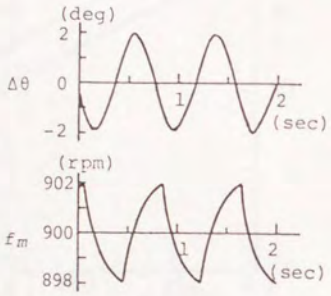
$\Delta\theta = \Delta\theta_e \times 0.75$

$\Delta\theta$:機械角　$\Delta\theta_e$:位相差角



Vertical: 4deg/div(Δθ**)
2rpm/div(f_m)
Hor.: 0.5sec/div
Δθ** : by precise phase error detector

(a) Experimental results

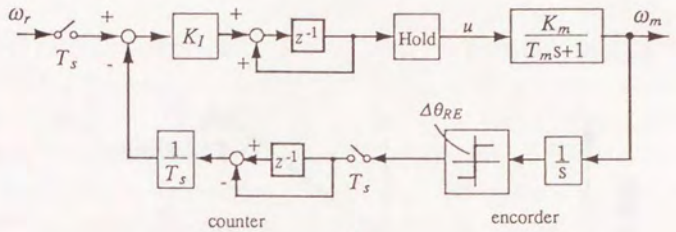


(b) Simulation results

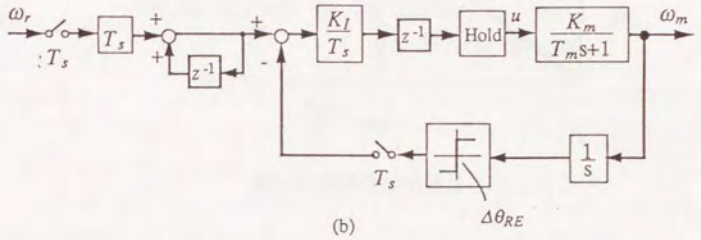
Waveforms of motor speed and phase error in limit-cycle due to quantization

(*loop gain*=6.47)

図2.6-10 リミットサイクルの実験結果



(a)



(b)

図2.6-11 積分制御系のブロック図

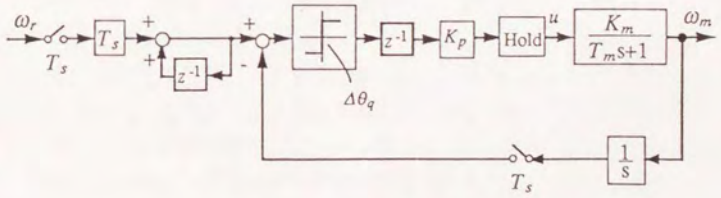


図2.6-12 ＰＬＬ制御系のブロック図