

混合モードき裂の破壊基準に関する研究

宇都宮登雄

①

1

『混合モードき裂の破壊基準
に関する研究』

新居浜工業高等専門学校
機械工学科

宇都宮 登雄

『混合モードき裂の破壊基準に関する研究』

目 次

第1章 序論	7
1.1 本研究の背景	8
1.2 本研究の目的	13
1.3 本論文の構成	15
1章の参考文献	21
第2章 本論文に関連する基礎事項と問題点	24
2.1 緒言	25
2.2 混合モードき裂の特別な場合としてのモードIき裂 の破壊クライテリオンと破壊パラメータ	27
2.2.1 K_I クライテリオン (応力拡大係数)	27
2.2.2 G_c クライテリオン (エネルギー解放率)	31
2.2.3 J_c クライテリオン (J積分)	34
2.3 これまで提案された混合モードき裂の破壊クライテリオン	40
2.3.1 脆性・擬脆性破壊に対するクライテリオン	40
(1) σ_{Bmax} クライテリオン	40
(2) S_{min} クライテリオン	42
(3) G_{max} クライテリオン	43
2.3.2 弾塑性破壊に対するクライテリオン	46
(1) $J_I + J_{II} = (J_I)_I$ クライテリオン	46
(2) $J_I + cJ_{II} = (J_I)_I$ クライテリオン	49
(3) T-クライテリオン	50
(4) S-クライテリオン	51
2.4 従来の混合モード破壊実験と混合モード破壊 クライテリオンにおける問題点	55
2.4.1 脆性・擬脆性破壊実験	55
2.4.2 弾塑性破壊実験	59
2.4.3 従来の混合モード破壊クライテリオンの問題点	66
2.5 本研究で用いるき裂エネルギー密度 (CED) に関する基礎事項 (モードIき裂に対するもの)	68
2.5.1 CEDの定義	68
2.5.2 従来の破壊パラメータとの関係	70
(1) J積分との関係	70
(2) 応力拡大係数との関係	71
(3) エネルギー解放率との関係	71
2.5.3 CEDに基づく破壊クライテリオン (モードIき裂に対するもの)	72

2.5.4	CEDの評価法	72
(1)	径路独立積分 (\mathcal{E} 積分)	72
(2)	荷重-変位曲線との関係に基づく方法	75
(3)	応力拡大係数に基づく方法	78
2.6	結言	80
	2章の参考文献	81
第3章	任意方向CEDとそれに関わる基本的関係の導出	86
3.1	緒言	87
3.2	混合モードき裂に対する任意方向に拡張定義されたCED概念	89
3.2.1	任意方向CEDの定義	89
3.2.2	任意方向CEDの各変形モード寄与分への分離	94
3.2.3	任意方向CEDと他の破壊パラメータとの関係	100
(1)	J積分との関係	100
(2)	エネルギー解放率との関係	105
(3)	応力拡大係数との関係	109
3.3	任意方向CEDの評価に関わる基本的関係の導出	120
3.3.1	径路独立積分に基づく評価	120
3.3.2	荷重-変位曲線に基づく評価	125
3.4	任意方向CEDの定義における切欠き形状不依存性	133
3.5	結言	137
	3章の参考文献	139
第4章	混合モード条件下の任意方向CEDの評価に関する基礎的検討	141
4.1	緒言	142
4.2	有限要素解析に基づく任意方向CEDの評価	145
4.2.1	任意方向CEDの各変形モード寄与分への分離計算方法	145
4.2.2	径路独立積分に基づく評価	150
(1)	解析対象および方法	150
(2)	径路独立積分表示の各項の実際的评价	158
(3)	弾性範囲での解析結果および考察	168
(1)	径路独立積分による評価における 切欠きの曲率半径の影響	168
①	径路独立積分値と曲率半径の関係	168
②	曲率半径の大きさの検討	173
(II)	径路独立積分値による評価傾向の検討	174
(4)	弾塑性領域での解析結果および考察 (比較的降伏領域が小さい場合)	179
4.2.3	荷重-変位曲線に基づく評価	185
(1)	解析対象および解析方法	185
(2)	屈折部の長さの検討	188

(3) 解析結果および考察	197
4.3 実験による任意方向CEDの評価	
(荷重-変位曲線による評価)	200
4.3.1 実験対象および実験方法	200
4.3.2 実験結果および考察	204
4.4 任意方向CEDの精度良い評価のための各評価の方法の役割	211
4.5 結言	216
4章の参考文献	218
第5章 任意方向CEDに基づく混合モードき裂のモードI型	
破壊クライテリオンの提案	
(引張型荷重下での破壊実験に基づく検討)	220
5.1 緒言	221
5.2 任意方向CEDを用いたモードI型破壊クライテリオン	
($\mathcal{E}_{\varphi_{max}}^I$ クライテリオン)の提案	223
5.3 混合モード脆性・擬脆性破壊における有効性	225
5.3.1 他のクライテリオンとの比較	225
5.3.2 脆性破壊実験との比較	227
5.3.3 $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}^I$ クライテリオンの有効性	230
5.4 大きい降伏領域を伴う混合モード弾塑性破壊での検討	
(アルミニウム合金を用いた実験に基づく検討)	231
5.4.1 混合モード破壊実験	231
5.4.2 弾塑性領域での任意方向CEDの評価	
(大きな降伏領域を伴う場合)	240
(1) 解析方法	240
(2) 塑性域での \mathcal{E}_{φ} , \mathcal{E}_{φ}^I と φ の関係	242
(3) 塑性域での径路独立積分による $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}^I$ の変化	245
(4) 塑性域での $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}^I$ 値および $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}^I$ となる φ 方向の推定	248
5.4.3 実験結果および $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}^I$ クライテリオンの有効性の検討	249
(1) 破断面の観察	249
(2) き裂進展開始時の $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}^I$	257
(3) き裂進展方向の検討	259
5.5 比較的が小さい降伏領域を伴う混合モード弾塑性破壊での検討	
(高松らの実験に基づく検討)	263
5.5.1 解析対象および方法	263
5.5.2 解析結果と実験結果との比較	
($\mathcal{E}_{\varphi_{max}}^I$ クライテリオンの有効性)	265
(1) 降伏領域の比較	265
(2) き裂進展時の限界応力の検討	265
(3) き裂進展方向の検討	269

5.6	混合モードき裂のモードⅠ型破壊クライテリオン ($\mathcal{E}_{\phi_{max}}^I$ クライテリオン)の有効性	271
5.7	結言	273
	5章の参考文献	274
第6章	実験からの荷重-変位曲線のみに基づく混合モード下 モードⅠ型破壊抵抗値評価の可能性 (弾塑性領域での検討)	276
6.1	緒言	277
6.2	屈折き裂試験片	279
6.3	実験方法	288
6.4	実験結果および荷重-変位曲線に基づく 実験的評価法に関する検討	297
6.4.1	荷重-荷重点変位曲線	297
6.4.2	有限要素弾塑性解析に基づく \mathcal{E}_{ϕ}^I の評価 (高靱性材料SM50Aの場合)	297
	(1) 解析方法	301
	(2) 塑性域での \mathcal{E}_{ϕ}^I の評価	303
6.4.3	き裂進展開始時の変位における \mathcal{E}_{ϕ}	307
6.4.4	塑性域での \mathcal{E}_{ϕ} の変化と実験的評価の有効性	312
6.5	荷重-変位曲線のみに基づく モードⅠ型破壊抵抗値評価の有効性	317
6.6	結言	320
	6章の参考文献	322
第7章	せん断型荷重下の混合モードき裂の破壊クライテリオンの検討	323
7.1	緒言	324
7.2	任意方向CEDに基づくモードⅡ型破壊クライテリオン ($\mathcal{E}_{\phi_{max}}^II$ クライテリオン)の提案	327
7.3	せん断型荷重下の混合モード破壊実験	329
7.3.1	実験に用いた試験片	329
7.3.2	実験方法	331
7.3.3	破面の状態およびき裂近傍の変形状態	338
7.4	有限要素解析に基づくせん断型荷重下の任意方向CEDの評価	350
7.4.1	解析対象および方法	350
7.4.2	弾性領域での \mathcal{E}_{ϕ} , \mathcal{E}_{ϕ}^II 評価の基礎的検討	351
	(1) 径路独立積分に基づく評価	361
	(2) 荷重-変位曲線に基づく評価	368
7.4.3	弾塑性領域での \mathcal{E}_{ϕ} , \mathcal{E}_{ϕ}^II 評価 ($\mathcal{E}_{\phi_{max}}^II$ および $\mathcal{E}_{\phi_{max}}^II$ となる ϕ の推定)	371

7.5	せん断型荷重下の傾斜き裂の破壊における 任意方向CEDに基づく破壊クライテリオンの有効性	380
7.5.1	き裂進展開始時の ε_{\max}^p および ε_{\max}^t	380
7.5.2	き裂進展方向の検討	384
7.6	破壊の様式を定める条件の検討	387
7.7	結言	392
	7章の参考文献	387
第8章	結論	395
8.1	混合モードき裂の破壊基準	396
8.2	本論文の主たる内容と結果	400
8.3	今後の展開	403
付録1	荷重-変位曲線に基づく任意方向CEDの各変形モード寄与と への分離とその評価に関する検討	406
付1.1	はじめに	407
付1.2	荷重-変位曲線の各変形モード寄与とへの分離方法	408
付1.3	有限要素解析に基づく任意方向CEDの 各変形モード寄与の評価	417
付1.3.1	解析対象	417
付1.3.2	解析結果および考察	422
付1.4	まとめ	426
	付録1の参考文献	427
付録2	両端屈折き裂の屈折角に対する任意方向CEDの変化	428
付2.1	はじめに	429
付2.2	有限要素解析	430
付2.3	解析結果および考察	438
付2.4	まとめ	446
	付録2の参考文献	447
	発表論文一覧	448
	謝辞	450

第 1 章

序 論

1.1 本研究の背景

実在の構造機器には、各種の欠陥（例えば材料中の介在物、溶接欠陥、加工きず、疲労き裂など）が内在していると考えられ、多くの事故例において、破壊はこのような欠陥から生じたき裂が関与して発生していることが示されている⁽¹⁾⁽²⁾。構造物中にき裂が発見された場合、そのき裂が構造物の健全性にどの程度影響し、補修が必要かどうかなどを判断することは重要な問題となる。したがって、構造物の健全性の適切な評価を与える方法として、き裂を有する材料（構造物）の破壊現象を解明する学問である「破壊力学」の果たす役割は大きいと考えられる。

き裂の存在が想定される構造物の破壊力学的手法を用いた強度評価の概要を図1. 1に示す。(1)は非破壊検査や過去の経験によって得られる構造物中に存在するき裂の最大寸法などである。(2)はそのき裂に作用する応力である。この(1)と(2)から、(3)の破壊パラメータが算定される。(4)はあらかじめ実験によって求められる材料の破壊限界値であり、(3)と(4)に基づいて破壊クライテリオンにより(5)構造物中のき裂がどの程度危険か定量的に判定される⁽¹⁾⁻⁽³⁾。ここで、実際の構造物に存在するき裂がき裂を含む面に関して必ずしも対称な荷重を受けるわけではないことを考えると、図1. 1(1),(2)で表されるき裂はき裂面を含む面内においてモードⅠのみならず、モードⅡやモードⅢの変形も生じるいわゆる混合モードき裂であるものも多いと思われる。したがって、図1. 1において(3),(4)→(5)と進むき裂のより正確な安全性評価（構造物の健全性評価）のためには、混合モードき裂に対して算定すべき破壊パラメータの確立、さらにはそれに基づくき裂の安全性評価のための混合モードき裂の破壊クライテリオンを明確にすることが必要

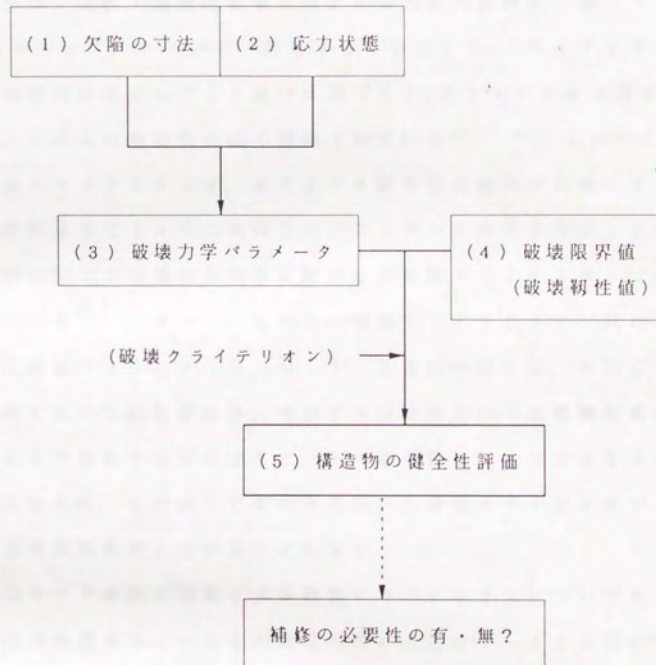


図 1. 1 破壊力学による強度評価概要

であると考えられる。

ところで、従来の破壊力学の研究では、き裂を含む面内においてはモードⅠ変形のみが生じるいわゆるモードⅠき裂を対象にしたものが主に行われてきた。このモードⅠき裂の破壊クライテリオンについては、脆性・擬脆性破壊に対する応力拡大係数 K に基づく K 。クライテリオン、エネルギー解放率 G に基づく G 。クライテリオンおよび弾塑性破壊に対する J 積分に基づく J 。クライテリオン等が提案され、これらの有効性は広く認識されている⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾。しかしこれらの破壊クライテリオンは、あくまでき裂を含む面内ではモードⅠのみの変形を生じるような負荷を受けるき裂が直進する方向にモードⅠ（開口）型で破壊する場合に限定した破壊クライテリオンと位置づけられる^{注1)}。さらに、これらの破壊クライテリオンに用いられている破壊パラメータ（ K 、 G 、 J ）自身についても、それらはその定義において線形弾性体、全ひずみ塑性体といった特殊な構成条件のもとで存在するものであり、その取り扱うことのできる破壊現象が限定され、したがってそれらを用いた破壊クライテリオンも同様の適用限界を有していることになる。

混合モードき裂を対象とする破壊クライテリオンについて見るとき、従来提案されているものは基本的に上述のモードⅠき裂に対する破壊クライテリオンを混合モード（き裂が直進しない）状態に拡張することによって与えられている⁽⁷⁾⁻⁽¹⁵⁾。したがって、モードⅠき裂の破壊クライテリオンに用いられている破壊パラメータにおける適用限界などの問題点はそのまま残った形となっている。これらの破壊クライテリオンのうち脆性・擬脆性破壊に対して提案されているもの⁽⁷⁾⁻⁽¹¹⁾は、各クライテリオンによる評価結果に大きな差はなく、いずれも脆性・擬脆性破壊実験結果にも比較的合ったものとなっている。しかし、モードⅠき裂に対する破壊クライテリ

オンとの関係を見るとき、 K_{IC} クライテリオンに対応する最大円周応力に基づくクライテリオン ($\sigma_{\theta \max}$ クライテリオン)⁽⁷⁾を除いてそれらの自然な拡張となっているとは言い難い。一方、弾塑性破壊に対して提案されたクライテリオン^{(12)~(15)}については、いずれにおいても用いられているパラメータ自体の物理的意味があいまいであり、その適用面から見るとき裂を含む面内でのモードII変形の割合が大きくなるとそのクライテリオンに従わなくなる、き裂進展方向を求めることができないなどの問題点があり⁽¹²⁾⁽¹³⁾、さらにはモードIき裂に対するクライテリオン、脆性・擬脆性破壊を対象とするクライテリオンとの関係を見るとき、それらの自然な拡張となっていないということがある。すなわち、弾塑性破壊クライテリオンについては種々の提案、試みがなされているが、いずれも満足できるものではなく、未だ模索中と言うのが実情である。

混合モードき裂の破壊におけるいま一つの問題点としては、破壊様式をモードIき裂の場合のように限定できないということがある。すなわち、混合モードき裂の破壊クライテリオンとしては、はじめに破壊の様式を定める破壊クライテリオンがあり、続いてその破壊様式のもとでの破壊条件を与えるというものになってはじめて完全なものと見える。しかし、従来提案されている混合モードき裂の破壊クライテリオンでは、脆性・擬脆性破壊に対するもの^{(7)~(11)}、弾塑性破壊に対するもの^{(12)~(15)}いずれの場合も、主に混合モードき裂状態でモードI（開口）型で破壊が起こると考えられる場合を対象として研究され、実験的結果との比較が行われており、破壊様式の変化を判断できるものとはなっていない。混合モードき裂の破壊においてははじめにモードI（開口）型破壊に対する検討が行われていることは、現実のき裂においてモードI（開口）型の破壊が現れる場合が多いと考えられることから理解できるが、常にモードI

(開口)型で破壊が起こるわけではなく、ある条件下ではモードⅡ(面内せん断)型破壊も起こることが考えられ^(16) 注1)、混合モードき裂の破壊のよりの確な把握のためには、破壊様式の変化を考慮した検討も必要と思われる。

以上述べてきたように、混合モードき裂の破壊クライテリオンについては、従来種々の提案が行われ研究が進められてきているが、それらはいずれも何らかの限界、問題点を有しており、十分な一般性、汎用性を持った破壊クライテリオンは、その重要性にも関わらず、未だ確立されていないのが現状といえる。

注1)

モードⅠ(開口)型破壊および、モードⅡ(面内せん断)型破壊という用語の定義は、本研究の結果を通じて、「第8章 結論」においてより明確に与えられることとなるが、それまでは多少抽象的ではあるが、き裂が直進するか、屈折して進展するかに関係なく以下のような破壊を表すものとして用いる。

モードⅠ(開口)型破壊:

破壊面において引裂きによってき裂が進展を開始したと判断される破壊

モードⅡ(面内せん断)型破壊:

破壊面において面内せん断によるすべりによってき裂が進展を開始したと判断される破壊

1.2 本研究の目的

前節において述べたように、弾塑性問題に対する混合モードき裂の破壊クライテリオンについては種々の試みはなされてきているものの⁽¹²⁾⁻⁽¹⁵⁾、評価パラメータとして何を用いるかも含め未だ研究段階であり、一方脆性・擬脆性破壊に対するものは⁽⁷⁾⁻⁽¹²⁾、ほぼ現象を説明できるものとはなっているが、使用パラメータが特殊な構成条件下でのみ定義されるものであるといった制約があり、それらを弾塑性破壊問題に自然な形で拡張して行くことができないものとなっている。すなわち、脆性・擬脆性破壊と弾塑性破壊はあたかも別問題であるかのような取り扱いが必要となっており、さらには混合モードき裂の場合、負荷の種類によってはモードⅠ（開口）型破壊のみならずモードⅡ（面内せん断）型破壊が起こる可能性もあるが、従来のクライテリオンはこの様式の変化を判断できるものとはなっていない。

ところで、き裂エネルギー密度（Crack Energy Density, 以下CEDと呼ぶ）は、従来のき裂パラメータにおける限界を乗り越え、構成条件になんら制約なく、弾性、弾塑性問題さらにはクリープ問題である等を問わず一貫してひずみエネルギー面密度としての物理的意味を持つき裂パラメータとして提案されている⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾。このCEDの破壊問題への適用性は、これまで主としてモードⅠき裂、すなわちき裂が直進する場合を対象に検討され、従来のき裂パラメータが定義される条件下ではそれらとの間には一対一対応が成立ち、それらパラメータの果たし得る役割を含み、さらにはそれらパラメータの適用限界を越えてき裂の関与する広範囲の破壊現象を統一的に記述するパラメータとなり得ることが示されつつある⁽¹⁹⁾⁻⁽²⁷⁾。

本研究は、このようなCEDのモードⅠき裂に対する事実を踏

まえ、混合モードき裂に対しても現象を統一的に記述し得るパラメータとなり得るのではないかとの見通しのもとに行うものであり、CEDに基づく、前記の従来の混合モードき裂の破壊クライテリオンにおける問題点を克服する、脆性・擬脆性破壊から弾塑性破壊といった区別なく統一的に現象を記述するクライテリオンを提案し、その有効性を実証しようとするものである。具体的には以下の手順により研究を進める。

(1) 混合モードき裂を取り扱うためのCEDの概念の拡張、拡張されたCEDに関する基本的性質の検討、実際のCED評価に関連して重要となる基本的関係の導出等、混合モード下CEDに関わる基本的知識の獲得、確立を行う。

(2) (1)の成果に基づき、数値解析的、実験解析的手法による所要のCEDの実際的评价法を確立する。

(3) CEDに基づく、モードI型破壊、モードII型破壊に対するクライテリオンを提案し、実際の破壊実験結果への適用を通じてそれらの完全脆性破壊から大きな降伏領域を伴った破壊までの一貫した有効性を実証する。さらにそれらの有効性に基づいて、破壊様式の変化をも判断できる、混合モードき裂に対する最も一般的な形の破壊クライテリオンを提案、確立する。

1.3 本論文の構成

本論文は第1章序論から第8章結論まで全8章で構成されている。前節に示した目的にしたがって、第2章から第7章まで混合モードき裂の破壊クライテリオンに関する具体的な検討を行い、第8章で本研究で明らかになった事項をまとめている。図1.2は本論文の構成を示しているが、この図にしたがって各章の概要を以下に示す。

第1章「序論」は、本研究において取り上げる混合モードき裂の破壊に関する研究の現状とそれが必要となる背景、また本研究によって明らかにすべき目的、さらに本論文の構成について述べる。

第2章「本論文に関連する基礎事項と問題点」では、混合モードき裂の破壊を取り扱う上での基礎として位置づけられるモードIき裂の破壊に対して、これまでに提案されている破壊クライテリオンについて述べ、それらに用いられている破壊パラメータの定義における構成条件上の制約などによるクライテリオンの適用上の種々の制約についてまとめる。次に、モードIき裂に対する破壊クライテリオンの拡張として、これまでに提案されている混合モードき裂の破壊クライテリオンについて述べる。また、これらの破壊クライテリオンに対して行われている混合モードき裂の破壊における実験的検討をまとめ、混合モード破壊クライテリオンに関する問題点を明確にしておく。最後に、本研究において用いるパラメータであるCEDに関する基礎事項として、モードIき裂に対する定義、従来の破壊パラメータとの関係、その評価法についてまとめる。

第3章「任意方向CEDとそれに関わる基本的関係の導出」では、2章で示されたモードIき裂に対するCEDをき裂のなめら

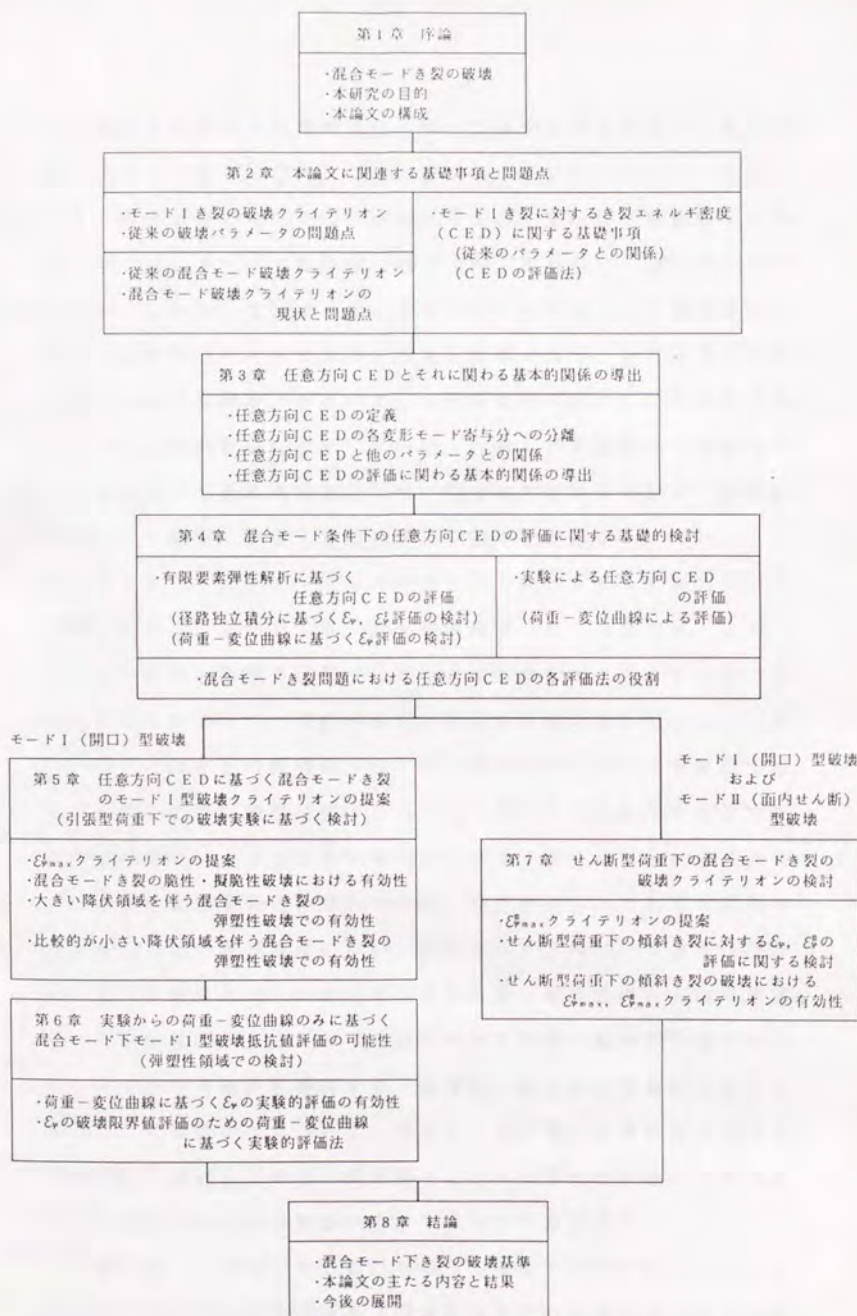


図1. 2 本論文概要

かな延長方向以外の任意の方向に対して構成条件に制約なく拡張定義できることを示し⁽²⁷⁾、この任意方向 $CED \mathcal{E}_p$ について、やはり任意の構成条件のもとで、考えている方向、面内での各変形モード寄与分 (\mathcal{E}_p : モード I 寄与分, \mathcal{E}_s : モード II 寄与分, \mathcal{E}_t : モード III 寄与分) に分離、定義できることを示す。この \mathcal{E}_p および各変形モード寄与分が本研究において用いられる破壊パラメータとなる。またこの \mathcal{E}_p と従来の破壊パラメータとの関係を明らかにし、それらパラメータの物理的意味を示す。さらに、 \mathcal{E}_p および各変形モード寄与分の評価に関する基本的関係として、応力拡大係数との関係、径路独立積分との関係、荷重-変位曲線との関係を導出する。

第4章 「混合モード条件下の任意方向 CED の評価に関する基礎的検討」 においては、線形弾性範囲では、3章で示した \mathcal{E}_p と応力拡大係数との関係に基づいて \mathcal{E}_p および各変形モード寄与分の理論値が得られるので、弾塑性領域での \mathcal{E}_p の評価の前段階として、弾性範囲での \mathcal{E}_p などの評価について理論値を基準とした基礎検討を行う。はじめに、引張型荷重下での二次元傾斜き裂試験片の有限要素弾性解析を行い、その結果に基づいて前章で導いた径路独立積分および荷重-変位曲線との関係から \mathcal{E}_p , \mathcal{E}_s を評価し、それらを理論値と比較してその評価精度について検討を行う。次に、荷重-変位曲線に基づく評価では、実験で得られた荷重-変位曲線から \mathcal{E}_p の評価できる可能性があり、エポキシ樹脂を用いた弾性範囲の引張実験に基づいてその可能性を検討する。最後に、以上の弾性範囲における \mathcal{E}_p , \mathcal{E}_s の評価検討に基づいて、混合モードき裂の破壊クライテリオンにおいて重要である \mathcal{E}_p の最大値およびその最大値を取る方向のより正確な評価のための実際的方法について検討を行う。

第5章 「任意方向 CED に基づく混合モードき裂のモード I 型破壊クライテリオンの提案(引張型荷重での破壊実験に基づく検

討)」では、破壊がモードⅠ（開口）型で起こる場合の、破壊クライテリオンとして \mathcal{E}_p のモードⅠ寄与分 \mathcal{E}_p^I に基づく破壊クライテリオンを提案し、その有効性を引張型荷重下の二次元傾斜き裂を対象として検討する^{注2)}。脆性・擬脆性破壊の場合は、これまで提案された破壊クライテリオンとの比較および擬脆性破壊実験結果との比較からその有効性を示す。弾塑性破壊に関しては、二次元傾斜き裂試験片を用いた破壊実験を行い、その実験結果および高松らによって行われた同種の実験結果⁽¹²⁾に基づいてその有効性を示す。なお、高松らの実験では比較的小さい降伏領域を伴う破壊となっており、ここで行った破壊実験では大きな降伏領域を伴う破壊となっている。いずれにせよ、これらの結果を通じて、一様なモードⅠ（開口）型破壊様式が起こる限り、 \mathcal{E}_p に基づく破壊クライテリオンは、完全脆性破壊から大きな降伏領域を伴う弾塑性破壊まで一貫して有効であることが示される。

第6章 「実験からの荷重－変位曲線のみに基づく混合モードⅠ下モードⅠ型破壊抵抗値評価の可能性（弾塑性領域での検討）」では、4章において、弾性範囲の実験からの荷重－変位曲線に基づいて \mathcal{E}_p の評価が可能であることを示したが、ここでは、引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の弾塑性破壊実験を行い、弾塑性領域においても同様に実験から得られる荷重－変位曲線により \mathcal{E}_p は評価可能となることを示す。そして、この \mathcal{E}_p の実験的評価方法は、材料固有の破壊抵抗値を実験のみにより評価することを可能とし、実用上大きな意味を持つこととなることを、5章で行われた実験結果との比較を通して示す。

第7章 「せん断型荷重下の混合モードき裂の破壊クライテリオンの検討」では、第5章の引張型荷重下の試験ではモードⅡ（面内せん断）型破壊は生じなかったので、混合モードき裂におけ

るモードⅡ（面内せん断）型破壊の可能性を探るため、せん断型負荷条件下の二次元傾斜き裂試験片の弾塑性破壊実験を行い^{注2)}、き裂傾斜角に依存してモードⅠ（開口）型破壊、モードⅡ（面内せん断）型破壊、いずれも現れることを確認する。そして、5章で提案したモードⅠ（開口）型破壊の破壊クライテリオンに加え、モードⅡ型破壊に対する破壊クライテリオンとして ϵ_p のモードⅡ寄与分 ϵ_p^2 に基づく破壊クライテリオンを提案し、モードⅠ型破壊、モードⅡ型破壊が起こるそれぞれの場合に対して、モードⅠ寄与分、モードⅡ寄与分に基づく破壊クライテリオンの有効性が示される。さらに、この ϵ_p および ϵ_p^2 に基づく破壊クライテリオンの有効性と5章で示した ϵ_p に基づく破壊クライテリオンの有効性から、混合モードき裂において各破壊様式の起こる条件についての検討を行う。

第8章「結論」では、本論文の成果をまとめる。主に5章、7章の検討結果に基づき、混合モードき裂の破壊をどのように整理、認識するのがよいかについて検討し、発生する破壊の様式をも判断できる形での汎用性クライテリオンとしてまとめる。

注2)

本研究では二次元傾斜き裂試験片の破壊実験を図1. 3に示す二つの荷重方式により行うが、本論文ではき裂端で実際に実現される状況とは関係なく、試験片に対する荷重方式という意味で、①の場合を引張型荷重（引張型負荷）、②の場合をせん断型荷重（せん断型負荷）と呼ぶものとする。

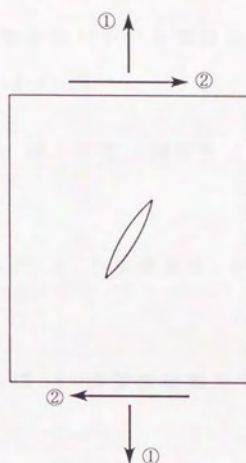


図 1. 3 引張型荷重とせん断型荷重

1 章の参考文献

- (1) 岡村弘之, 破壊力学と材料強度講座 - 1 線形破壊力学入門, 培風館.
- (2) 矢川元基編, 破壊力学(理論解析から工学的応用まで), 培風館.
- (3) 大路清嗣, 1. 破壊力学とは何か - き裂材の強度評価体系 -, 「材料」, 32-359(昭58-8).
- (4) 国尾 武・中沢 一・林 邦彦・岡村弘之, 破壊力学実験法, 朝倉書店.
- (5) 小倉敬二, 破壊力学入門 3. 小規模降伏, 「材料」, 32-361(昭58-10).
- (6) 久保司郎, 破壊力学入門 4. 弾塑性破壊力学とJ積分, 「材料」, 32-360(昭58-9).
- (7) F. ERDOGAN and G. C. SIH, Trans. ASME, Ser. D, 85-4(1963), p. 519.
- (8) G. C. SIH, Eng. Frac. Mech., Vol. 5(1973), p. 365.
- (9) Hussain, M. A., Pu, S. L. and Underwood, J., ASTM STP 560, P. 2.
- (10) 影山和郎・岡村弘之, 日本機械学会論文集(A編), 48-430(1982, 昭57-6), p. 783.
- (11) NUISMER, R. J., Int. Jour. Fract., Vol. 11-2 (1975-4), p. 245.

- (12) 高松 徹・市川昌弘, 日本機械学会論文集(A編), 53-486
(1987, 昭62), p. 246.
- (13) 坂田 勝・青木 繁・岸本喜久雄・滝沢正和・筑後 浩,
日本機械学会論文集(A編), 51-469(1985, 昭60-9), p. 2129.
- (14) P.S.Theocaris and N.P.Andrianopoulos, Int. Jour. Fract.,
20 (1982), R125.
- (15) B.COTTERELL, E.LEE and Y.W.MAI, Int. Jour. Frac., 20
(1982), p. 243.
- (16) 市川昌弘・高松 徹, 日本機械学会論文集(A編), 50-453
(1984, 昭59-5), p. 959.
- (17) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 47-416(1981, 昭56-4),
p. 406.
- (18) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 48-433(1982, 昭57-9),
p. 1226.
- (19) 渡辺勝彦・倉繁 裕, 日本機械学会論文集(A編), 50-460
(1984, 昭59), p. 1983.
- (20) 渡辺勝彦・番 政広, 日本機械学会論文集(A編), 51-464
(1985, 昭60), p. 1122.
- (21) 渡辺勝彦・畔上秀幸, 日本機械学会論文集(A編), 52-475
(1986, 昭61-3), p. 736.
- (22) 渡辺勝彦・伊藤 真, 日本機械学会論文集(A編), 52-478

(1986, 昭 61-6), p. 1484.

(23) 渡辺勝彦・佐藤 裕・吉川暢宏, 日本機械学会論文集(A編),
54-506(1988, 昭 63-10), p. 1879.

(24) 渡辺勝彦・佐藤 裕・吉川暢宏, 日本機械学会論文集(A編),
54-506(1988, 昭 63-10), p. 1887.

(25) 権 五恵・渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 57-534
(1991-2), p. 285.

(26) 吉川暢宏・渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 57-536
(1991-4), p. 766.

(27) 渡辺勝彦・塩見 肇, 日本機械学会論文集(A編), 49-446
(1983, 昭 58-10), p. 1277.

第 2 章

本論文に関連する基礎事項と
問題点

2.1 緒 言

1章においても述べたように、これまでの破壊力学では主にモードⅠき裂を対象とした破壊に関する研究が行われており、これら多くの破壊力学的研究で使用されている破壊パラメータは、線形弾性領域で定義される応力拡大係数、エネルギー解放率であり、弾塑性領域で用いられるJ積分などである⁽¹⁾⁻⁽⁷⁾。混合モードき裂の破壊を対象とする場合、これらの破壊パラメータを用いモードⅠき裂において導かれた破壊基準を混合モード状態へ拡張する方法によって混合モード条件下の破壊基準に関する検討を行っている⁽⁸⁾⁻⁽¹⁵⁾。

本章では、前半部で、これまで提案されている混合モード破壊クライテリオンに関する基礎事項とその問題点を示す。すなわち、混合モードき裂の破壊の特別な場合としてモードⅠき裂の破壊クライテリオンおよびこれらの破壊クライテリオンに用いられている(従来の)破壊パラメータ(応力拡大係数、J積分など)について説明し、その破壊パラメータ自身の構成条件上での制約などに基づく破壊クライテリオンの適用限界について簡単にふれる。次に、これらの破壊パラメータを用いてこれまでに提案されている混合モード破壊クライテリオンについて、脆性破壊に対するものと弾塑性破壊(延性)破壊に対するものとに分けて簡単に説明する。さらに、これまでに行われた混合モードき裂の破壊実験をまとめ、実験において達成された混合モード状態(モードⅠ変形とモードⅡ変形の割合)に基づく従来の混合モード破壊クライテリオンの適用性、実験で実際に観察された破壊の様式と混合モード破壊クライテリオンの関連性などに基づいて、現状における混合モード破壊クライテリオンにおける問題点を示す。

後半部では、モードⅠき裂に対して定義されているき裂エネル

ギ密度 (CED) 概念を混合モードき裂に適用する前段階として、CED 概念のモード I き裂に対する定義および基本的性質を確認しておく。本論文では、この CED の概念を混合モードき裂に適用できるように、き裂のなめらかな延長方向以外の任意の方向に対して拡張定義し、混合モードき裂に対する破壊パラメータとして用いている。ここでは、はじめにこの CED 概念の定義について述べ、次に CED 概念とさきに示した従来の破壊パラメータとの関係を示し、CED は従来の破壊パラメータを統一的に把握できるパラメータとなることを示す⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。最後に、その CED の評価法として、線形弾性領域に対する応力拡大係数に基づく方法⁽¹⁶⁾、線形弾性、弾塑性領域のいずれの場合にも使用される径路独立積分⁽¹⁸⁾および荷重-荷重点変位曲線に基づく評価法をまとめる⁽¹⁹⁾。これらの評価法の導出法は、次章で示す任意方向に拡張定義した CED の評価法の導出においても一部用いられる。

2.2 混合モードき裂の特別な場合としてのモード I き裂

の破壊クライテリオンと破壊パラメータ

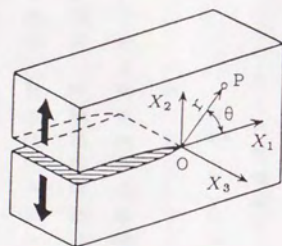
モード I き裂は、混合モードき裂においてモード II 型変形が零の特別な場合と考えられ、次節において示すが混合モードき裂の破壊クライテリオンでは、モード I き裂に対する破壊クライテリオンを混合モード状態に拡張することによって導かれたものも少なくなく (8) (10) - (15)，モード I き裂の破壊クライテリオンは混合モードき裂の破壊クライテリオンの出発点として位置づけることができる。ここでは、はじめに破壊力学においてこれまで広く認識されているモード I き裂に対する破壊クライテリオン、その破壊クライテリオンに用いられている主な破壊パラメータ（応力拡大係数、エネルギー解放率および J 積分）についてまとめると共に、それぞれの破壊パラメータの定義における制約を確認し、さらに、その破壊パラメータの制約に伴うモード I き裂に対する破壊クライテリオンの適用範囲についても確認しておく。

2.2.1 K_I クライテリオン（応力拡大係数） (1) - (3) (5) (20)

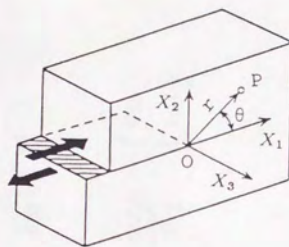
材料の応力とひずみが比例する、すなわち材料を等均質の線形弾性体と見なす。この材料中に存在するき裂近傍の特異応力場の応力 σ_{ij} は、図 2. 1 に示す三つの変形モードに対する応力の重ね合わせによって得られる。図 2. 1 のようにき裂先端を原点に取り、極座標 (r, θ) を用いて表すと、

モード I :

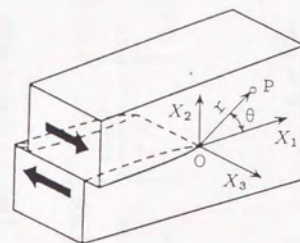
$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3}{2}\theta \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3}{2}\theta \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3}{2}\theta \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$



(a) モード I
(開口型)



(b) モード II
(面内せん断型)



(c) モード III
(面外せん断型)

図 2. 1 き裂先端近傍の三つの変形様式

$$\sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (\text{平面ひずみ状態})$$

$$\sigma_{33} = 0 \quad (\text{平面応力状態})$$

モード II :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{3}{2}\theta) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3}{2}\theta \sin \frac{3}{2}\theta \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3}{2}\theta) \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \quad (\text{平面ひずみ状態})$$

$$\sigma_{33} = 0 \quad (\text{平面応力状態})$$

モード III :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

として,

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) \quad (2.4)$$

の形で表される。ただし、 $i, j = 1, 2, 3$, σ_{ij} は図 2. 1 の (X_1, X_2, X_3) 座標系において定義される応力テンソルであり、また $f_{ij}^I(\theta)$, $f_{ij}^{II}(\theta)$, $f_{ij}^{III}(\theta)$ は上記の書式で示された既知関数、 ν はポアソン比である。式 (2.1) ~ (2.4) における K_I , K_{II} , K_{III} は境界条件が与えられれば定まる未定係数である。この K_I , K_{II} , K_{III} は応力拡大係数と呼ばれ、き裂先端近傍の応力状態を一義的に決定できるパラメータである。応力が上式のように与えられれば、応力-ひずみの関係式によってひずみが、さらにひずみを積分することによって X_1 , X_2 , X_3 方向の変位 u_1 , u_2 , u_3 はやはり次に示すような各変形モードに対する成分の和として得られる。

モード I :

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} (\kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) \\ \sin \frac{\theta}{2} (\kappa + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}) \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

モード II :

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \sin \frac{\theta}{2} (\kappa + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}) \\ -\cos \frac{\theta}{2} (\kappa - 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

モード III :

$$u_3 = \frac{2K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.7)$$

ここで、 G はせん断弾性係数であり、 κ は以下のように示される係数である。

$$\kappa = \begin{cases} 3 - 4\nu & (\text{平面ひずみ状態}) \\ (3 - \nu)/(1 + \nu) & (\text{平面応力状態}) \end{cases} \quad (2.8)$$

この応力拡大係数の概念は、純粋に線形弾性において定義されるものである。しかしながら実際には、き裂先端に塑性域が生じた場合にも、その塑性域の寸法がき裂長さなどに比べて十分小さいときには、き裂先端部の塑性域内部の力学状態はこれを取り囲む上記の K によってほぼ定まる弾性応力場によって支配され、 K をパラメータとして適用することができる。このような状態を小規模降伏と言ひ、応力拡大係数は線形弾性から小規模降伏の条件を満足する範囲で有効な破壊パラメータであることになる。

この応力拡大係数を用いた破壊クライテリオンは、モード I き裂を対象とした場合、応力拡大係数 K_I を用いて、

$$K_I \geq K_c \quad (2.9)$$

で与えられる (K_c クライテリオンと呼ぶ)。ここで、 K_c は破壊靱

性と呼ばれるものであり、特に平面ひずみ状態が満たされるようにしたときの K_{IC} は平面ひずみ破壊靱性 K_{IC} と呼ばれ、材料固有の値となる。 K_{IC} の評価には、規格化された試験法（米国材料試験学会；A S T M E399-81⁽²¹⁾）が確立されており、種々の材料に対する K_{IC} は得られている。ただし、この K_{IC} クライテリオンは、応力拡大係数が有効である小規模降伏までの範囲、すなわちモード I き裂のほぼ脆性・擬脆性破壊に対して有効なものであると言える。

2.2.2 G クライテリオン（エネルギー解放率）⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾

応力拡大係数を定義した場合と同様に、材料の応力とひずみが比例する等均質の線形弾性体を考える。このとき、荷重を受けるき裂が何らかの原因で成長した場合、与えられた境界条件のもとで新たにつりあいの状態に達し、この変化によりき裂材-荷重系全体のポテンシャルエネルギーは必ず減少する。エネルギー解放率 G は、「き裂進展に際して、き裂材-荷重系から失われるポテンシャルエネルギーを、き裂の単位面積当りの進展に対して表したもの」として表される。すなわち、図 2. 2 に示すき裂を有する厚さ B の二次元弾性体中においてき裂が進展し、その長さが da だけ増加するとき、エネルギー解放率 G は、

$$G = \frac{dL}{Bda} - \frac{dU}{Bda} \quad (2.10)$$

で表される。 dL はき裂進展に際して外力のなす仕事、 $-dU$ は弾性体に蓄えられているひずみエネルギーの変化である。

エネルギー解放率 G は、き裂端の応力と変位から、応力拡大係数と関係づけることができる。図 2. 3 (a) のき裂長さ a のモード I き裂を考え、この負荷状態にあるき裂の応力拡大係数を K_I であるとする。この状態で、き裂が x_1 軸正の方向に da だけ成長し、図 2.

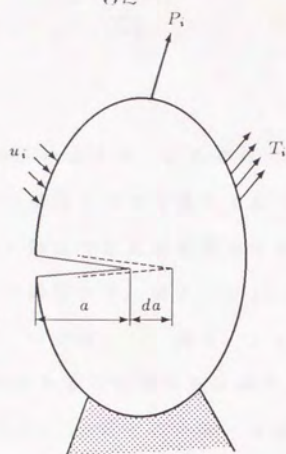


図 2. 2 弾性体中のき裂進展

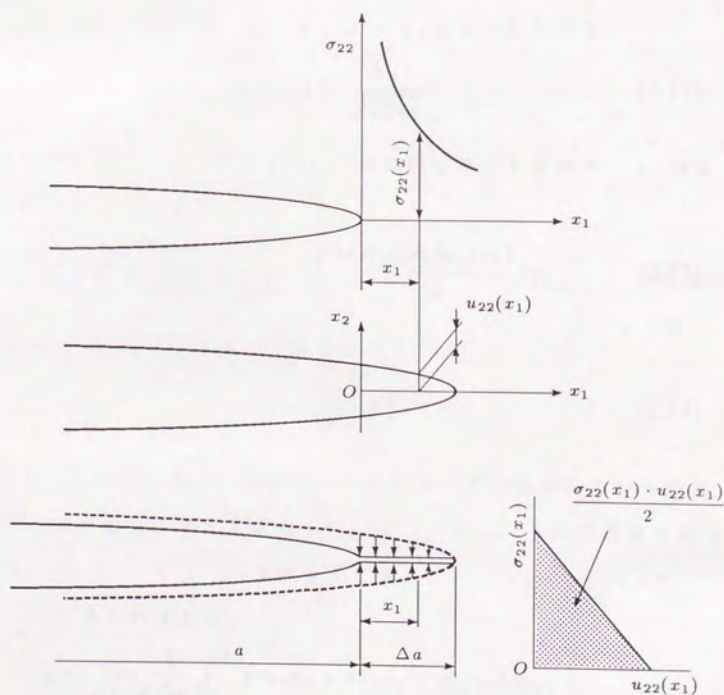


図 2. 3 き裂成長に伴うエネルギー

3 (b)の状態になったものとする。この変化で力学系のポテンシャルエネルギーがどれだけ変化したかを求めるには、図2. 3 (c)に示すようにき裂内面に力を加えてき裂面を閉じさせるのに要する仕事を計算すればよい。この過程では、図2. 3 (b)に示す x_2 方向の変位が $u_2(x_1)$ で応力が0の状態から、図2. 3 (a)に示す変位が0で応力 $\sigma_{22}(x_1)$ の状態に至るまでの仕事を計算すればよい。

図2. 3 (c)のように x_1 をとるとき、 $u_2(x_1)$ は式(2.5)で $\theta = \pm \pi$, $r = \Delta a - x_1$ とおくことにより、

$$u_2(x_1) = \pm \frac{(\kappa+1)K_I}{2G} \sqrt{\frac{\Delta a - x_1}{2\pi}} \quad (2.11)$$

$\sigma_{22}(x_1)$ は、式(2.1)で $\theta = 0$, $r = x_1$ とおいたもので、

$$\sigma_{22}(x_1) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x_1}} \quad (2.12)$$

途中の経過は $u_2(x_1)$ と $\sigma_{22}(x_1)$ が線形に変化するので、 x_3 軸方向の厚さをBとすると、

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} 2 \left(\frac{1}{B\Delta a} \right) \int_0^{\Delta a} \frac{\sigma_{22}(x_1)u_2(x_1)}{2} dx_1 \quad (2.13)$$

式(2.11), (2.12)を代入して計算すると、

$$G = \frac{\kappa+1}{8G} K_I^2 \quad (2.14)$$

となることがわかる。一般に三つの変形モードが混在している場合は、 x_2 面に作用する応力成分 σ_{22} , σ_{12} , σ_{23} , それぞれの方向の変位成分が u_2 , u_1 , u_3 であることから、 $\sigma_{22}u_2 + \sigma_{12}u_1 + \sigma_{23}u_3$ を考えればよく、

$$\begin{aligned} G &= \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta a} \int_0^{\Delta a} (\sigma_{22}u_2 + \sigma_{12}u_1 + \sigma_{23}u_3) dx_1 \\ &= \frac{\kappa+1}{8G} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

が得られる。これを応力拡大係数に対応させて、

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_I + \mathcal{G}_{II} + \mathcal{G}_{III} \quad (2.16)$$

ただし、

$$\mathcal{G}_I = \frac{\kappa+1}{8G} K_I^2, \mathcal{G}_{II} = \frac{\kappa+1}{8G} K_{II}^2, \mathcal{G}_{III} = \frac{1}{2G} K_{III}^2$$

のようにそれぞれの変形モードに対応した形で表示できる。

このエネルギー解放率を用いた破壊クライテリオンは、やはりモード I き裂を対象とした場合、モード I に対応する \mathcal{G}_I を用いて

$$\mathcal{G}_I \geq \mathcal{G}_c \quad (2.17)$$

で与えられる (\mathcal{G}_c クライテリオンと呼ぶ)。ここで、式 (2.15) に示したようにエネルギー解放率 \mathcal{G}_I は応力拡大係数と 1 対 1 対応をしており、したがって \mathcal{G}_c クライテリオンは K_c クライテリオンをエネルギー・バランスの考え方から表したものと見え、同等の条件式を表している。 \mathcal{G}_c も破壊靱性と呼ばれ、特に平面ひずみ状態が満たされるようにしたとき平面ひずみ破壊靱性 \mathcal{G}_{Ic} となる。この \mathcal{G}_c クライテリオンの適用範囲は、 K_c クライテリオンと同様に完全線形弾性から小規模降伏までの範囲、すなわちモード I き裂のほぼ脆性・擬脆性破壊に対して有効なものと考えられている。

2.2.3 J クライテリオン (J 積分) ⁽⁵⁾⁽⁷⁾⁽²²⁾

J 積分は、小規模降伏の範囲を越え、き裂端部の降伏領域が発達した塑性状態におけるき裂端の力学的状態を表すパラメータとして提案されたもので、負荷・除荷にかかわらず応力とひずみの間に一定の関係のある、非線形弾性体あるいは全ひずみ塑性体に対して定義されている。図 2.4 に示すような、静的なつりあい状態にある線形あるいは非線形な弾塑性挙動をする等方性材料中の二次元き

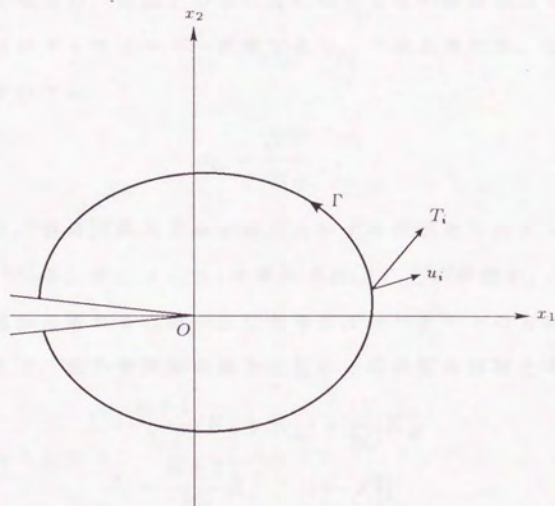


図 2. 4 き裂を囲む積分径路

裂を考えると、J 積分は、き裂を囲む反時計回りの任意の径路を Γ とすると、

$$J = \int_{\Gamma} (W n_i - T_i u_{i,1}) d\Gamma \quad (2.18)$$

によって定義され、径路 Γ の取り方に依存しない径路独立な積分である。W はひずみエネルギー密度であり、非線形弾性体、全ひずみ塑性体においては

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (2.19)$$

が成り立ち、負荷径路によらず最終のひずみ状態のみによって定まる。式(2.18)中、 T_i 、 $u_{i,1}$ 、 n_i はそれぞれ、 Γ 上の表面力、変位およびき裂先端から離れる方向に立てた単位法線ベクトルの方向余弦である。ここで、線形弾性体の場合 J 積分と応力拡大係数との間には

$$J = \frac{\kappa+1}{8G} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \quad (2.20)$$

$$J_I = \frac{\kappa+1}{8G} K_I^2 \quad (\text{モード I})$$

$$J_{II} = \frac{\kappa+1}{8G} K_{II}^2 \quad (\text{モード II})$$

$$J_{III} = \frac{1}{2G} K_{III}^2 \quad (\text{モード III})$$

の関係が存在し、小規模降伏状態の応力拡大係数が有効な範囲では同じ関係が近似的に成り立つ。これらの関係から、J 積分は小規模降伏までの範囲でエネルギー解放率 G と等価であることがわかるが、非線形弾性体に対しては、J 積分は、線形弾性体に対し定義されたエネルギー解放率と同様に「き裂進展に伴うき裂材一荷重系から失われるき裂の単位面積当りのポテンシャルエネルギー」の意味を厳密に有する。

ここで、J 積分がき裂先端近傍の状態を表現できるものであることを示す。き裂端部の塑性領域が大きくなった塑性状態で応力と

ひずみが、次式のいわゆる n 乗硬化則に従うとすると、

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (\varepsilon_0, \sigma_0, n; \text{材料定数}) \quad (2.21)$$

き裂先端の十分近傍での応力 σ_{ij} 、ひずみ ε_{ij} は各変形に対し、

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= K_\sigma r^{-1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) \\ \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_0 \left(\frac{K_\sigma}{\sigma_0} \right)^n r^{-n/(n+1)} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n) \end{aligned} \quad (2.22)$$

で与えられる。ここに、 K_σ は塑性応力拡大係数と呼ばれる量、 $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n)$ 、 $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n)$ はき裂先端十分近傍の θ 方向の分布を与える固有関数であり、変形モード、平面応力、平面ひずみの別に対して定まる。式(2.21)で表される応力、ひずみの特異性は HRR 特異性 (Hutchinson-Rice-Rosengren singularity) と呼ばれ、 $n=1$ のときが線形弾性の場合に相当する。式(2.21)によると、 K_σ が与えられればき裂先端近傍の応力、ひずみが得られることになるが、一般には K_σ はき裂端部の応力、ひずみを表すパラメータとしては用いられず J 積分が用いられる。HRR 特異性は、式(2.20)に従う全ひずみ塑性体に対して存在するので J 積分は存在する。ここで J 積分の径路独立性、式(2.22)を用いることにより

$$J = I_n \varepsilon_0 \frac{K_\sigma^{n+1}}{\sigma_0} \quad (2.23)$$

が得られる。ここに、 I_n は硬化指数 n の関数であり、変形モード、平面応力、平面ひずみの別に対して定まる。式(2.23)を式(2.22)に代入すると、

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_0 \left\{ \frac{J}{I_n \varepsilon_0 \sigma_0 r} \right\}^{1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) \\ \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_0 \left\{ \frac{J}{I_n \varepsilon_0 \sigma_0 r} \right\}^{n/(n+1)} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n) \end{aligned} \quad (2.24)$$

が得られ、 K_{σ} に代わってJ積分がき裂先端近傍の応力、ひずみの特異性を表すパラメータとなり得ることがわかる。

J積分は、さきに述べたように非線形弾性体に対してき裂成長に伴うポテンシャルエネルギーの変化を表し、さらに非線形弾性体に対してはもちろん、単調に負荷される全ひずみ塑性体に対してもき裂先端の特異性を表すパラメータとなる。したがって、応力拡大係数、エネルギー解放率が線形弾性から小規模降伏範囲における破壊クライテリオンを記述するパラメータであるのと同様に、J積分も非線形弾性体さらには全ひずみ塑性体の破壊を表すパラメータとなりえると考えられる。J積分に基づく破壊クライテリオンは、モードIき裂を対象とし、

$$J_I \geq J_c \quad (2.25)$$

で与えられる(J_cクライテリオンと呼ぶ)。ここで、J_cは材料特性値であり弾塑性破壊靱性と呼ばれる。特に平面ひずみ状態が満たされるようにしたとき平面ひずみ弾塑性破壊靱性J_{IC}となる。J_{IC}の評価については、ASTM(米国材料試験学会)およびJSM E(日本機械学会)によりJ_{IC}試験法が確立されており(それぞれE 813⁽²³⁾, S001⁽²⁴⁾)、種々の材料に対するJ_{IC}が得られている。

J_cクライテリオンの適用範囲については、パラメータであるJ積分の適用範囲に基づいて示される。すなわち、J積分は、除荷時の挙動など実際の弾塑性挙動を、よりよく表現する増分塑性体に対しては、全ひずみ塑性体で有していた意味は失われる。しかし、単調荷重に対してはほぼ比例負荷状態となり、増分塑性解と全ひずみ塑性解との差は小さいことから、実際にはJ積分は、増分塑性体の挙動を全ひずみ塑性体のそれで十分近似できる条件下で塑性変形する材料に対して適用されている。このように、J積分を一般の塑性

体に対する破壊クライテリオンを表すパラメータとして適用するには十分な理論的根拠が欠けているにもかかわらず、実験および数値解析による結果を裏付けとして実際の適用を行っているようである。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \theta \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$+ \frac{\sigma_2}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \theta \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \end{pmatrix}$$

2.3 これまでに提案された混合モードき裂の

破壊クライテリオン

ここでは、提案されている代表的な混合モードき裂の破壊クライテリオンを、その適用範囲が脆性・擬脆性（小規模降伏）の領域のものと弾塑性領域のものに分けて説明し、さらに前節で示したモードⅠき裂に対する破壊クライテリオンとの関係についても簡単にふれる。

2.3.1 脆性・擬脆性破壊に対するクライテリオン

(1) $\sigma_{\theta \max}$ クライテリオン⁽⁸⁾

この破壊クライテリオンは、図2.5に示すような混合モード状態にあるき裂の先端を原点とした極座標系でき裂先端近傍の応力を表したとき、その円周方向の応力 σ_{θ} に注目したクライテリオンである。このクライテリオンは、

「き裂は、き裂先端から放射状に進展すると仮定し、き裂先端近傍の円周方向応力 σ_{θ} が最大値 $\sigma_{\theta \max}$ （ $\sigma_{r\theta}$ は零）となる方向に、その方向の $\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{\theta \max} \cdot \sqrt{2\pi r}$ が限界値に達したとき進展開始する。」と表される。線形弾性体における二次元き裂先端近傍の応力を極座標で表すと次式のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_{\theta} \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \frac{5}{4} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \cos \frac{3}{2}\theta \\ \frac{3}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3}{2}\theta \\ \frac{1}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin \frac{3}{2}\theta \end{Bmatrix} \\ &+ \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\frac{5}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3}{2}\theta \\ -\frac{3}{4} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{3}{4} \sin \frac{3}{2}\theta \\ \frac{1}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3}{2}\theta \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.26)$$

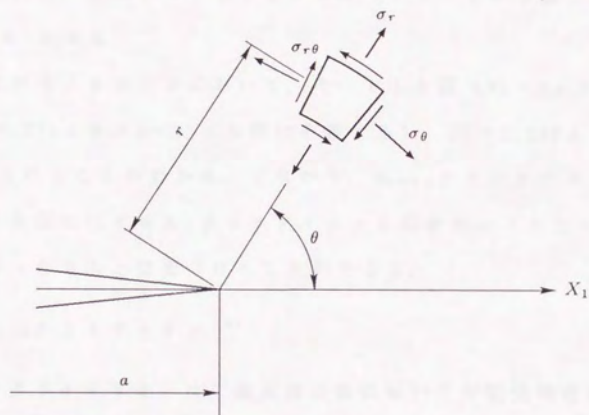


図 2. 5 き裂先端近傍の極座標系での応力成分

したがって、 $\sigma_{\theta \max}$ クライテリオンによるとき、き裂進展方向 θ_0 は、

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (2.27)$$

で与えられ、き裂進展開始条件は、

$$\cos \frac{\theta_0}{2} (K_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta_0) \geq \text{const} \quad (2.28)$$

で与えられる。このクライテリオンに従うとモード II き裂では $\theta_0 = -70.6^\circ$ となる。

このクライテリオンにおいて、モード I き裂 ($K_{II} = 0$) を考えると、式 (2.27) より $\theta_0 = 0^\circ$ (き裂は直進する)、式 (2.28) より $K_I \geq K_c$ が得られることがわかる。すなわち、 $\sigma_{\theta \max}$ クライテリオンは、モード I き裂に対する K_c クライテリオンを混合モードき裂へ自然な拡張を行ったものと位置づけることができる。

(2) S_{\min} クライテリオン⁽⁹⁾

このクライテリオンは、線形弾性体においてき裂先端近傍のひずみエネルギー密度が以下のように与えられることを考慮し、

$$W = \frac{S}{r} + \dots \quad (2.29)$$

r^{-1} の係数 S (Strain energy density factor) に注目したもので、以下のように与えられる。

「き裂は、き裂先端近傍の微小要素 ($dA = r \cdot d\theta \cdot dr$) に蓄えられるひずみエネルギー密度が最小、すなわち S が最小となる方向に、その方向の最小値 S_{\min} がある限界値に達したとき進展開始する。」
微小要素 ($dA = r \cdot d\theta \cdot dr$) に蓄えられるひずみエネルギー密度 W は

$$W = \frac{1}{r} (a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2 + a_{33} K_{III}^2) \quad (2.30)$$

したがって

$$S = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 + a_{33}K_{III}^2 \quad (2.31)$$

ここで

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{16\pi G} \{ (3 - 4\nu - \cos\theta)(1 + \cos\theta) \} \\ a_{12} &= \frac{1}{16\pi G} (2 \sin\theta) \{ \cos\theta - (1 - 2\nu) \} \\ a_{22} &= \frac{1}{16\pi G} \{ 4(1 - \nu)(1 - \cos\theta) + (1 + \cos\theta)(3 \cos\theta - 1) \} \\ a_{33} &= \frac{1}{4\pi G} \end{aligned}$$

き裂進展方向 θ_0 は

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} \geq 0 \quad (2.32)$$

で与えられる。き裂進展開始条件は

$$S(\theta_0) \geq \text{const} \quad (2.33)$$

で与えられる。このクライテリオンでは材料のせん断弾性係数 G 、ポアソン比 ν に依存し、モード II き裂の場合平面応力状態で $\theta_0 = -82.3^\circ$ 、平面ひずみ状態で $\theta_0 = -79.6^\circ$ である。

この S_{\max} クライテリオンは、さきに示したモード I き裂に対する破壊クライテリオンとの対応がつかない新しい概念に基づくものである。ただし、モード I き裂 ($K_{II} = 0$) に対し、 $\theta_0 = 0^\circ$ が得られ、破壊条件が $S(0^\circ) \geq S_0$ とすればモード I き裂にも適用できるものである。

(3) G_{\max} クライテリオン

き裂が直進方向以外への成長に伴うポテンシャルエネルギー変化に注目したものであり、以下のように表される。

「き裂は、き裂進展に際するポテンシャルエネルギーの減少率（エ

エネルギー解放率) G が最大になる方向に, その方向のエネルギー解放率の最大値 G_{max} が限界値に達したとき進展開始する。」

エネルギー解放率は, き裂が直進する場合, 2.2.2 項に示したように応力拡大係数と次式のように関係づけられたが,

$$G = \frac{\kappa+1}{8G} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \quad (2.34)$$

混合モード下のき裂に関しては, き裂が屈折して進展する場合のエネルギー解放率も式(2.34)と同様の形で表されるとし, エネルギー解放率の計算に使用する応力拡大係数の違いにより, モード I, モード II の混在する平面問題に対し, 以下に示す計算方法が提案されている。

(a) 図 2. 6 (a) に示すような初期き裂から無限小き裂が進展した状態の無限小屈折き裂のき裂先端の応力拡大係数 \bar{K}_I , \bar{K}_{II} を用いて

$$G = \frac{\kappa+1}{8G} (\bar{K}_I^2 + \bar{K}_{II}^2) \quad (2.35)$$

により評価する⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。

(b) 図 2. 6 (b) に示す初期き裂に対して,

$$\widetilde{K}_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_\theta \sqrt{2\pi r}, \quad \widetilde{K}_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{r\theta} \sqrt{2\pi r} \quad (2.36)$$

と仮定して, 初期き裂の応力分布から得られた \widetilde{K}_I , \widetilde{K}_{II} を用いて

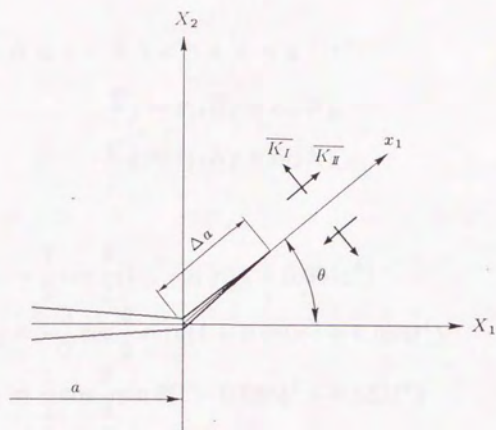
$$G = \frac{\kappa+1}{8G} (\widetilde{K}_I^2 + \widetilde{K}_{II}^2) \quad (2.37)$$

により評価する⁽¹²⁾。

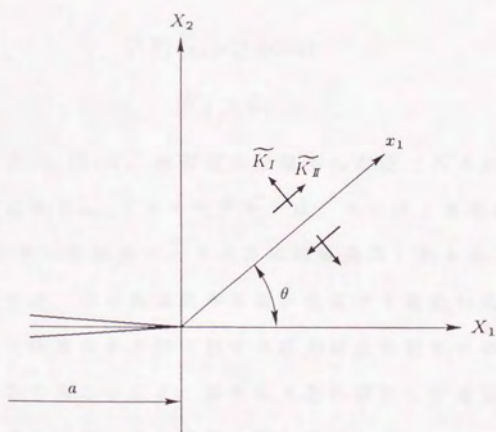
(c) 進展前の \widetilde{K} と進展後の \bar{K} の積として,

$$G = \frac{\kappa+1}{8G} (\bar{K}_I \widetilde{K}_I + \bar{K}_{II} \widetilde{K}_{II}) \quad (2.38)$$

により評価する⁽¹³⁾。ここで \widetilde{K} および \bar{K} は, それぞれ K_I , K_{II} による表示式が導かれている。例えば, 影山らの分布転位法によって求め



(a)



(b)

図 2. 6 任意方向の応力拡大係数の定義

られた \bar{K}_I , \bar{K}_{II} は以下のように与えられる (18) (25).

$$\begin{aligned}\bar{K}_I &= c_{11}K_I + c_{12}K_{II} \\ \bar{K}_{II} &= c_{21}K_I + c_{22}K_{II}\end{aligned}\quad (2.39)$$

において

$$\begin{aligned}c_{11} &= \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \cos \theta) (1 + 0.051\xi^4) \\ c_{12} &= -\frac{3}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta (1 + 0.060\xi^2 + 0.064\xi^4) \\ c_{21} &= \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta (1 - 0.048\xi^2 + 0.033\xi^4) \\ c_{22} &= \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} (3 \cos \theta - 1) + 0.242\xi^2 - 0.085\xi^4 \\ \xi &= \theta/90 \text{ (度)}, \quad -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ\end{aligned}$$

本 G_{max} クライテリオンは, き裂進展方向を θ_0 とすると, き裂進展条件は

$$G(\theta) |_{\theta=0^\circ} \geq \text{const} \quad (2.40)$$

$$\bar{K}_I > 0 \quad (2.41)$$

と表される. 式(2.40)は, き裂面の分離力 σ_θ が正であるための付帯条件である. この G_{max} クライテリオンは, モード I き裂に対する G_c クライテリオンを混合モードき裂に拡張適用したものと位置づけることができるが, G の評価式がき裂が直進する場合の式を用いていること, また任意の θ 方向に対する応力拡大係数をどのように決定するかに依存することなど, 厳密にき裂が屈折して進展する場合の G を定義できていないのが現状と思われる.

2.3.2 弾塑性破壊に対するクライテリオン

$$(1) \quad J_I + J_{II} = (J_I)_I \text{ クライテリオン}$$

J 積分は 2.2.3 項において示したが、モード I き裂の場合は、J 積分はモード I 寄与分のみとなり $J = J_I$ である。混合モードき裂の場合は、モード I 変形以外に他のモードも混在しているため、J 積分の各変形モード寄与分への分離が行われ、その各変形モード寄与分に基づいた混合モード破壊クライテリオンが提案されている。図 2.7 に示すような、J 積分のき裂を囲む径路 Γ として x_1 軸に関して対称な径路をとるものとし、 Γ 上の点 P とその x_1 軸に対する対称点 P' の各点の応力、ひずみ、変位 (P' 点の量は ' をつけて表す) を用いて、

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}^I \\ \sigma_{22}^I \\ \sigma_{12}^I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} + \sigma'_{11} \\ \sigma_{22} + \sigma'_{22} \\ \sigma_{12} - \sigma'_{12} \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}^{\text{II}} \\ \sigma_{22}^{\text{II}} \\ \sigma_{12}^{\text{II}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} - \sigma'_{11} \\ \sigma_{22} - \sigma'_{22} \\ \sigma_{12} + \sigma'_{12} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^I \\ \varepsilon_{22}^I \\ \varepsilon_{12}^I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} + \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon_{22} + \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon_{12} - \varepsilon'_{12} \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^{\text{II}} \\ \varepsilon_{22}^{\text{II}} \\ \varepsilon_{12}^{\text{II}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} - \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon_{22} - \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon_{12} + \varepsilon'_{12} \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

$$\begin{pmatrix} u_1^I \\ u_2^I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 + u'_1 \\ u_2 - u'_2 \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

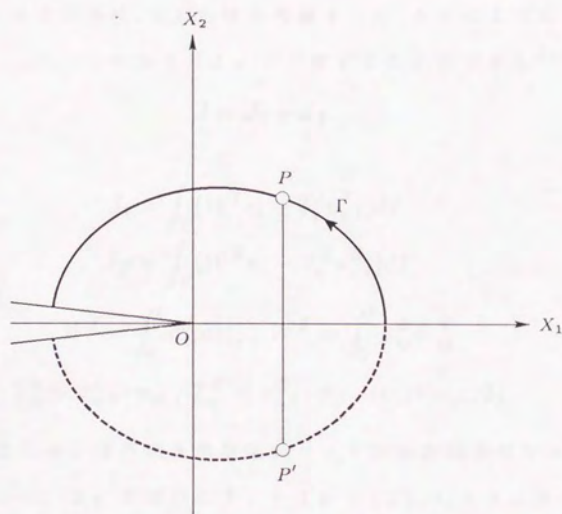


図 2. 7 き裂の直進方向に対称な積分経路

$$\begin{Bmatrix} u_1^{\text{II}} \\ u_2^{\text{II}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 - u_1' \\ u_2 + u_2' \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

なる量を定義する。このとき J 積分は、式(2.42)~(2.47)の諸量の x_1 軸に対する対称性、非対称性を考慮すると、次式のようにモード I 寄与分 J_I 、モード II 寄与分 J_{II} に分離することができる⁽²⁶⁾⁽²⁷⁾。

$$J = J_I + J_{\text{II}} \quad (2.48)$$

ここに

$$J_I = \int_{\Gamma} (W^I n_i - T_i^I u_{i,1}^I) d\Gamma$$

$$J_{\text{II}} = \int_{\Gamma} (W^{\text{II}} n_i - T_i^{\text{II}} u_{i,1}^{\text{II}}) d\Gamma$$

$$W^I = \int_0^t \sigma_{ij}^I d\varepsilon_{ij}^I, \quad W^{\text{II}} = \int_0^t \sigma_{ij}^{\text{II}} d\varepsilon_{ij}^{\text{II}}$$

$$T_{\alpha}^I = \sigma_{\alpha\beta}^I \cdot n_{\beta}, \quad T_{\alpha}^{\text{II}} = \sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}} \cdot n_{\beta} \quad (\alpha, \beta = 1, 2)$$

である。また n_{β} は外向き単位法線ベクトルの方向余弦である。

この J_I 、 J_{II} を用いた $J_I + J_{\text{II}} = (J_I)_I$ クライテリオンは、「き裂は、 $J_I + J_{\text{II}}$ (すなわち全 J) が開口 (モード I) 型破壊の限界値 $(J_I)_I$ に達したとき開口型破壊で進展する」

と表すことができる⁽¹⁵⁾。この破壊クライテリオンは、モード I き裂では $J = J_I$ であるので混合モードにおいても全 J ($= J_I + J_{\text{II}}$) に注目したクライテリオンと言え、モード I き裂に対する J。クライテリオンを混合モードき裂に拡張したものと考えられる。しかし、本クライテリオンでは、き裂進展方向を求めることができない。

(2) $J_I + c J_{\text{II}} = (J_I)_I$ クライテリオン

本クライテリオンは、混合モードき裂は純せん断荷重下では面内せん断 (モード II) 型破壊を起こす事実⁽²⁸⁾、すなわち「き裂は、モード II 寄与分 J_{II} ($J_I = 0$) が、面内せん断型 (モード II) 型

破壊の限界値 $(J_{II})_i$ に達したとき面内せん断型で進展する」にも適用できるように $J_I + J_{II} = (J_I)_i$ クライテリオンを修正したものである。係数 c を、開口型の限界値を $(J_I)_i$ 、面内せん断型の限界値を $(J_{II})_i$ とするとき、 $c = (J_I)_i / (J_{II})_i$ で表され、A# 2024-T3合金で $(J_I)_i = 0.0164 \text{ J/mm}^{2(29)}$ 、 $(J_{II})_i = 0.0105 \text{ J/mm}^{2(28)}$ であり、 $c = 1.56$ と得られている。本クライテリオンは、「き裂は、 $(J_I + c J_{II})$ が開口（モード I）型破壊の限界値 $(J_I)_i$ に達したとき開口型破壊で進展する」として与えられる⁽¹⁴⁾。

本クライテリオンでは、パラメータとなる $J_I + c J_{II}$ の持つ物理的意味が不明確であり、また $J_I + J_{II} = (J_I)_i$ クライテリオンと同様にき裂進展方向を評価できない。

以下に、き裂先端近傍のひずみエネルギー密度に基づいた破壊クライテリオンを示す。これらのクライテリオンは、脆性・擬脆性破壊に対する S_{min} クライテリオンを弾塑性破壊に適用したものと言える。これらのクライテリオンでは、き裂先端近傍の Core region の周囲のひずみエネルギー密度を用いてき裂進展条件を表しており、き裂先端から離れた点における量でき裂先端で起こるき裂の進展開始条件を与えることに基本的なクライテリオンの持つ意味の不明確さを含んでいると思われる。

(3) T-クライテリオン⁽³⁰⁾⁽³¹⁾

き裂先端近傍のひずみエネルギー密度（ここでは T と表す）は、

$$T = \frac{1}{16G} \left\{ \kappa(\sigma_{11} + \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 - 4\sigma_{11}\sigma_{22} + 8\sigma_{12}^2 \right\} \quad (2.49)$$

で得られる。このうち、ミーゼスの降伏条件は

$$T_D = \frac{1}{6G}(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2) \quad (2.50)$$

で与えられる。 T_D は、全ひずみエネルギー密度 T のうち変形に関する部分で distortional part と呼ばれる。 T_V は、体積変化に関する部分で dilatational part と呼ばれ、

$$\begin{aligned} T_V &= T - T_D \\ &= \frac{3\kappa - 5}{48G}(\sigma_{11} + \sigma_{22})^2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

で与えられる。 T -クライテリオンは、これらの量を用いて、

「き裂は、 T_D が一定の弾性-塑性の境界 (core region) 上で T_V が最大となる方向に、 T_V が限界値に達したとき進展する。」

と表される。

(4) S-クライテリオン (ひずみエネルギー密度クライテリオン)

ひずみエネルギー密度 W は、次式で定義される。

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2.52)$$

図 2. 8 には、材料の真応力-真ひずみ曲線とすると、限界ひずみエネルギー密度 (W_c) は、面積 $O A B B'$ で得られ、

$$W_c = \int_0^{\varepsilon_u} \sigma d\varepsilon \quad (2.53)$$

と表される。ここで ε_u は限界ひずみ、 σ 、 ε はそれぞれ真応力、真ひずみである。図中、降伏点 A を越えた点 D において、面積 $O A D E (W)_p$ は、材料の永久変形 (permanent deformation) に寄与する量となり、破壊抵抗の有効エネルギー $(W)_c^*$ は

$$(W)_c^* = (W)_c - (W)_p \quad (2.54)$$

で与えられる。本ひずみエネルギー密度クライテリオンは、

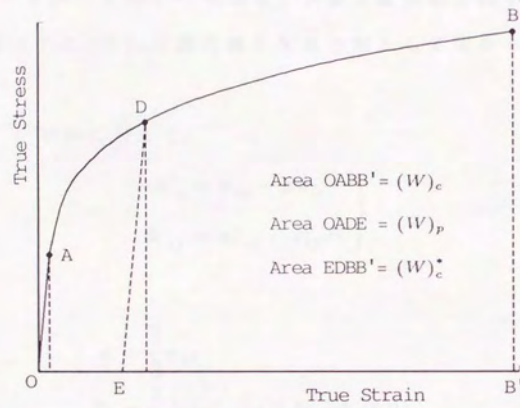


図 2. 8 材料の真応力-真ひずみ曲線

「き裂は、き裂先端から半径 r_0 の円形の Core region 周囲の W の分布で W の極小値のうちの最大値となる方向に、その方向の W が $(W)_c^*$ に達したとき進展する。」
と表される⁽³²⁾⁽³³⁾。

また本クライテリオンにおいては、き裂進展開始の限界値を $(W)_c$ として定めたもの⁽³⁴⁾もあり、き裂進展開始方向 θ_0 を以下のように定義された $(W)_0$ の最大値となる方向として定めるとするものもある⁽³⁵⁾。

応力、ひずみに対して、

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} \\ d\varepsilon'_{ij} &= d\varepsilon_{ij} - \delta_{ij} d\varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (2.55)$$

ここに

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{3} \sigma_{kk} \\ d\varepsilon &= \frac{1}{3} d\varepsilon_{kk} \quad (\ell, k = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (2.56)$$

なる量を定義すると、 W は

$$\begin{aligned} W &= \int \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \int (\sigma'_{ij} + \sigma \delta_{ij}) (d\varepsilon'_{ij} + \delta_{ij} d\varepsilon) \\ &= \int (\sigma'_{ij} \varepsilon'_{ij} + 3\sigma d\varepsilon) = \int (\sigma'_{ij} d\varepsilon'_{ij} + \frac{1}{3} \sigma_{kk} d\varepsilon_{kk}) \\ &= \int \sigma'_{ij} d\varepsilon'_{ij} + \frac{1}{3} \int \sigma_{kk} d\varepsilon_{kk} \end{aligned} \quad (2.57)$$

となり、式(2.57)の第1項は変形に関与する項、第2項は体積変化に関与する項と考えられ、それぞれ dilatational energy, distortional energy と呼ばれ、

$$\begin{aligned} (W)_V &= \frac{1}{3} \int \sigma_{kk} d\varepsilon_{kk} \\ (W)_D &= \int \sigma'_{ij} d\varepsilon'_{ij} \end{aligned} \quad (2.58)$$

である。これらは、それぞれ T-クライテリアンにおける T_U , T_D に一致するものである。

2.4 従来の混合モード破壊実験と混合モード

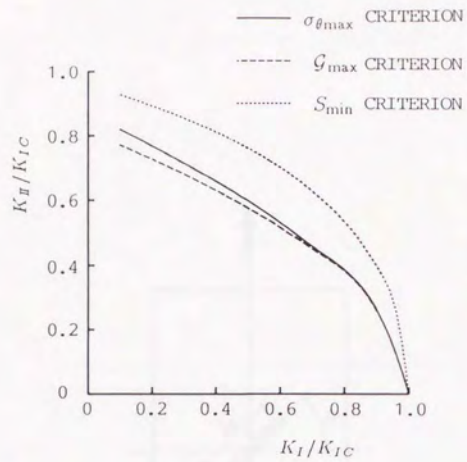
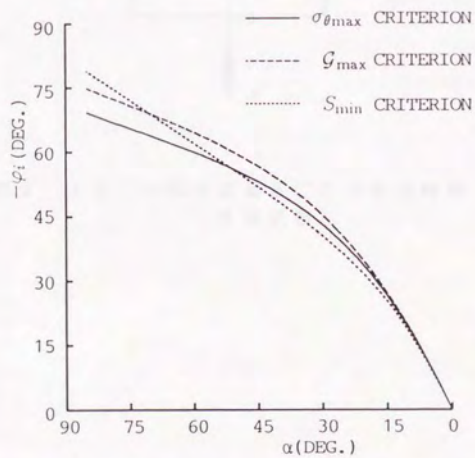
破壊クライテリオンにおける問題点

ここでは、これまで行われた代表的な脆性・擬脆性および弾塑性混合モード破壊実験における、前節に示した混合モード破壊クライテリオンの適応性を簡単にまとめ、混合モード破壊クライテリオンの現状における問題点を示す。

2.4.1 脆性・擬脆性破壊実験

図2.9には、引張型荷重下の無限板中傾斜き裂を対象として、混合モード破壊クライテリオンによって推定された破壊限界曲線とき裂進展方向を示している。 G_{max} クライテリオンとしては、影山らによって求められた微小屈折き裂に対する応力拡大係数を用いている⁽¹⁰⁾。これらの図より、 $\sigma_{\theta max}$ クライテリオンと G_{max} クライテリオンはほぼ近い傾向を示し、 S_{min} はそれらと多少異なった傾向を示すことがわかる。

混合モード破壊実験として最も多く行われている実験は図2.10に示すような、引張型荷重下の二次元中央傾斜き裂試験片の破壊実験 (a/W を小さくして無限板中のき裂と仮定するものも含めて)である⁽⁸⁾⁽¹¹⁾⁽³⁶⁾⁻⁽⁴⁰⁾。図2.11にはTiroshによって定められた $a/W \rightarrow 0$ と見なせるものから $a/W = 0.5$ までの脆性・擬脆性破壊実験結果と各クライテリオンとを比較したものである⁽³⁸⁾。実験結果は多少散らばっているが、 $\sigma_{\theta max}$ クライテリオンと G_{max} クライテリオンとかなりよく一致していることがわかる(5章において、他の実験結果を含め実験結果との比較を行う)。これらの引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の破壊実験では、破壊様式を明確にされているものは少ないが、(モードIき裂の場合を含んで)同

(a) 破壊時の K_I, K_{II} の割合

(b) 予想されるき裂進展方向

図 2. 9 $\sigma_{\theta\max}, G_{\max}, S_{\min}$ クライテリオンの比較
($\nu = 0.3$)

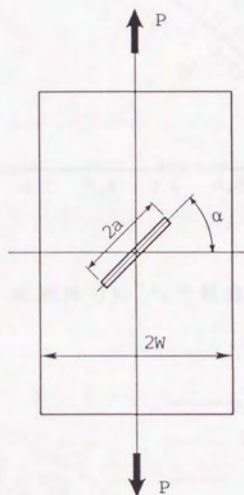
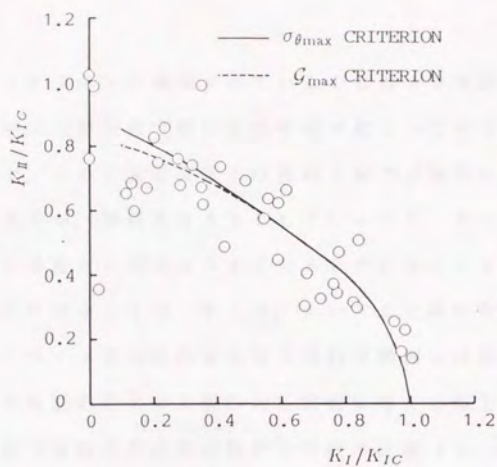
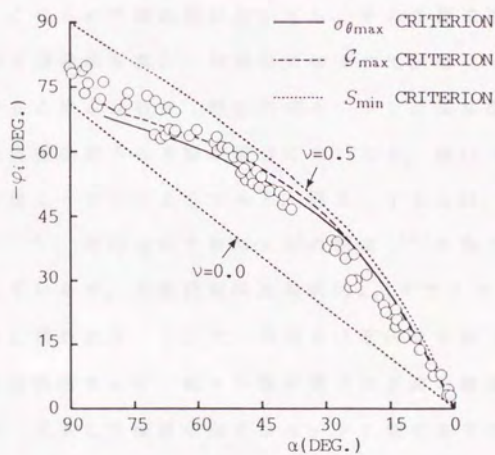
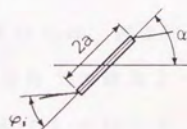


図 2. 10 引張型荷重下二次元中央傾斜
き裂試験片

(a) 破壊時の K_I , K_{II} の割合

(b) き裂進展方向

図 2. 1.1 脆性・擬脆性破壊実験結果との比較 (38)

一の破壊クライテリオンが適用されていることおよび実際のき裂進展方向から、全ての傾斜角で開口型の破壊が起こっていると推定される。ところで、この引張型荷重下の傾斜き裂では純粹のモードⅠ状態は達成できるが、傾斜角を大きくしていても、モードⅠ変形に対するモードⅡ変形の割合は大きくなるもののモードⅡき裂($K_I = 0$)の状態には収束しない、そこで、モードⅡき裂に収束する形でのモードⅠ、モードⅡの組合せを得る目的で横堀らは図2. 12に示すような引張型応力とせん断応力を別個に与える軸方向の中央に垂直き裂を持つ薄肉中空円筒試験片での破壊実験(0.04%低炭素鋼、温度 -196°C)を行っている⁽³⁹⁾⁽⁴⁰⁾。また市川らは、図2. 13に示すようなき裂にせん断型負荷(純せん断)条件下の破壊実験(PMMA材、HT50鋼およびS20C鋼、温度 -196°C)を行っている⁽⁴¹⁾⁽⁴²⁾。これらの実験結果においても、そのき裂進展方向および破断面の電子顕微鏡写真から破壊様式はすべて開口(モードⅠ)型で起こっていると推定される。特にほぼモードⅡき裂状態と考えられる純せん断荷重条件下のき裂の場合においても、開口(モードⅠ)型の破壊が起こっているようである。図2. 14には、横堀らの実験結果⁽³⁹⁾⁽⁴⁰⁾、市川らのPMMA材の結果⁽⁴²⁾を各クライテリオンと比較しているが、実験結果は比較的 σ_{max} クライテリオンと合っているように思われる。ここで、市川らは面内せん断(モードⅡ)型破壊の破壊靱性 K_{IIc} を、純せん断荷重下のき裂の破壊実験から求めているが、発生した破壊の様式がモードⅠ型であるのでその値を K_{IIc} と定義できるものではないと思われる。

2.4.2 弾塑性破壊実験

市川らは、引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の破壊実験によって $J_I + J_{II} = (J_I)_c$ クライテリオンおよび $J_I + c J_{II} =$

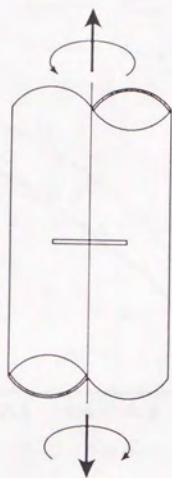


図 2. 1 2 引張・ねじり組合せ
試験 (39) (40)

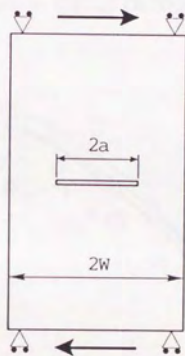
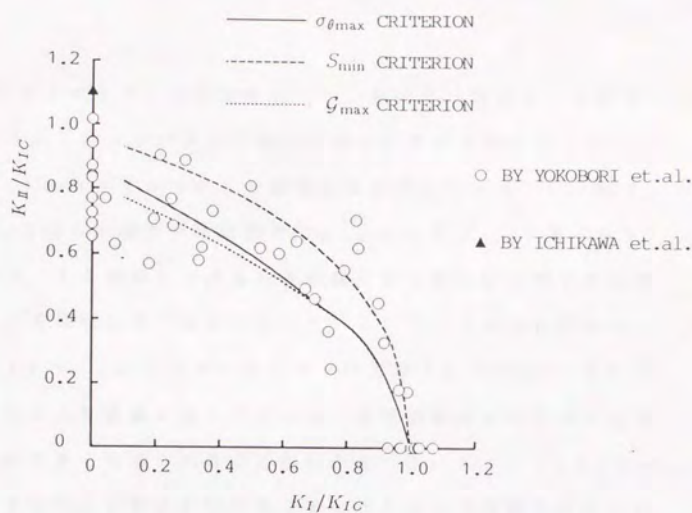
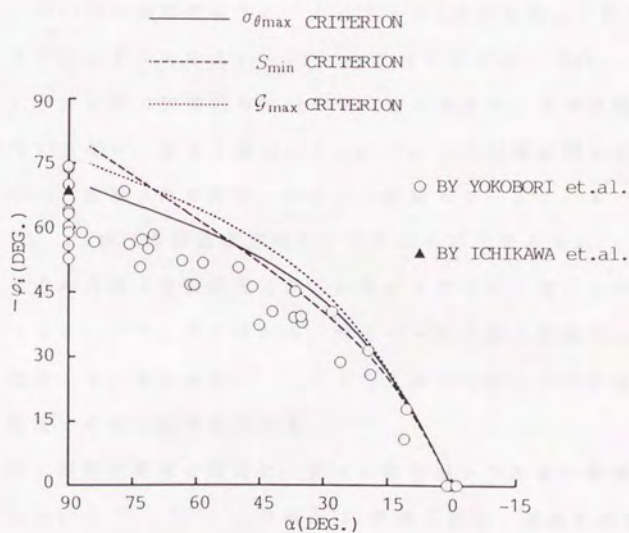


図 2. 1 3 セン断型 (純せん断) 負荷
試験 ($a/W = 0.5$) (41) (42)

(a) 破壊時の K_I, K_{II} の割合

(b) き裂進展開始方向

図 2. 14 脆性・擬脆性破壊実験結果との比較
 (横堀ら, 市川らの実験結果⁽³⁹⁾⁻⁽⁴¹⁾との比較)

$(J_I)_i$ クライテリオンの適用性を⁽¹⁴⁾, 坂田らは混合モードき裂になるようにしたコンパクト試験片を用いた破壊実験によって $J_I + J_{II} = (J)_i$ クライテリオンの適用性を検討している⁽¹⁵⁾. 図2. 15には, 市川らの破壊実験結果で, $(\sigma_{net})_i = P / \{(2W - 2a)B\}$ (図2. 10 参照) で表される試験片最小断面積に対する応力 $(\sigma_{net})_i$ とき裂傾斜角の関係を示している⁽¹⁴⁾. これらの図から, $J_I + c J_{II} = (J)_i$ クライテリオンの方が $J_I + J_{II} = (J)_i$ クライテリオンより実験にあっているが, き裂傾斜角 α が大きいとき実験値より大きく見積られることがわかる. $J_I + J_{II} = (J)_i$ クライテリオンは, α が小さいとき, すなわちモードII変形が小さい範囲でのみ適用できるものであることがわかる⁽¹⁴⁾. このことはコンパクト試験片によって達成された状態が, $J_{II} / J_I \leq 0.2$ であるのに対し, 市川らの実験では $J_{II} / J_I \leq 11.2$ であることからわかる. さらに, $J_I + c J_{II} = (J)_i$ クライテリオンでは, $(J_I + c J_{II})$ の持つ物理的意味は不明のままであり, き裂進展方向の推定はできない. またJ積分の J_I, J_{II} への分離に関して, 式(2.42)~(2.45)定義された応力, ひずみ, 変位のモードI, モードII寄与分は, x_I 軸(き裂直進方向)に対するものと考えられ, J_I, J_{II} もその方向(き裂直進方向)に対する寄与分と考えられる. このような J_I, J_{II} の意味から, 混合モードき裂の破壊のようき裂が直進しない場合に対し, これらのき裂の直進方向で定義された量は適用できないと考えられる.

また脆性・擬脆性破壊と同様に, 純せん断荷重下のき裂の破壊実験も行われている⁽²⁸⁾⁽²⁹⁾. この場合は, 破壊は脆性・擬脆性破壊の実験結果と異なり, 面内せん断(モードII)型破壊が起こっている. 破壊条件は $J_{II} = (J_{II})_i$ と表され, $J_I + J_{II} = (J_I)_i$ クライテリオンはこの条件を表すものになっていないが, $J_I + c J_{II}$

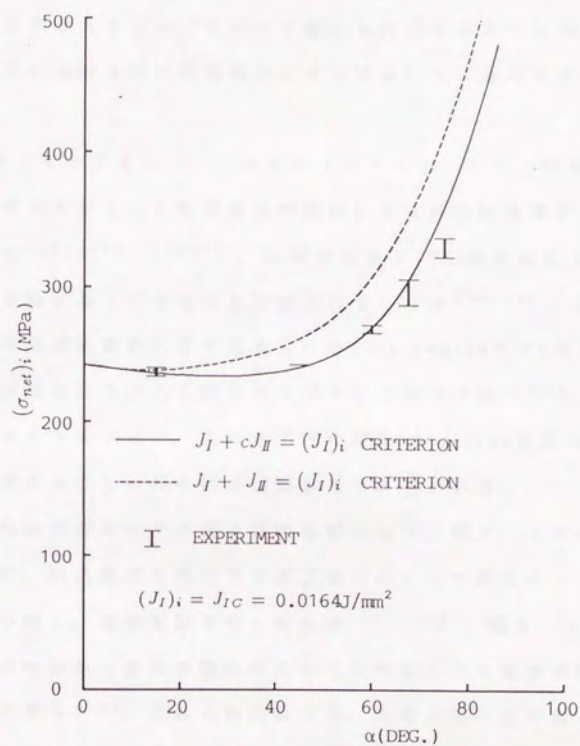


図 2. 1 5 破壊時の $(\sigma_{net})_i$ と α との関係

$= (J_I)$ 、クライテリオンはこの条件を表すものになっている。しかし、 $J_I + c J_{II} = (J_I)$ 、クライテリオンは、さきに示したようにモードII変形が大きいかつモードI変形も存在するような場合（引張型荷重下の傾斜き裂の傾斜角が大きい場合）には適用できないものである。

T-クライテリオン、S-クライテリオンについては、引張応力下の傾斜き裂を対象とした数値解析的検討による基本的性質が主に行われており⁽³³⁾⁻⁽³⁴⁾⁽⁴²⁾⁽⁴⁴⁾、引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の破壊実験に基づく適用性も検討されているが⁽³⁵⁾⁽⁴⁵⁾、実験に対応した有限要素解析により定められたCore regionの r_0 値によってき裂進展開始時の応力に誤差が生じることが示されている。これらのクライテリオンでは、先にも述べたがCore region周囲の量で破壊基準を定めることに基本的な問題があると思われる。

また他の混合モードき裂の破壊実験として、図2. 16のように三点曲げ、四点曲げを受ける片側試験片によって混合モードき裂状態を作り出し、破壊実験を行ったもの⁽⁴⁶⁾⁻⁽⁴⁸⁾、図2. 17のように試験片両側から傾斜き裂を挿入した試験片による破壊実験を行ったものがある⁽⁴⁹⁾。これらの実験では、き裂の開口変位あるいはき裂端部のボイド体積率に基づいて破壊クライテリオンを検討している。本論文で混合モード破壊パラメータとして用いないので詳しくは述べないが、これらのクライテリオンでは、その適用にあたってはき裂先端部の詳細な観察あるいは数値解析が必要であり、またき裂進展方向の推定に関しては触れられていない。三点曲げ、四点曲げ実験については J 、 J_I 、 J_{II} も簡便式が提案され、 J 、 J_I 、 J_{II} は評価されているが⁽⁵⁰⁾、これらはさきに示したようにき裂の直進方向に関して定義されたものであり、 J 積分による破壊条件は示されていないようである。

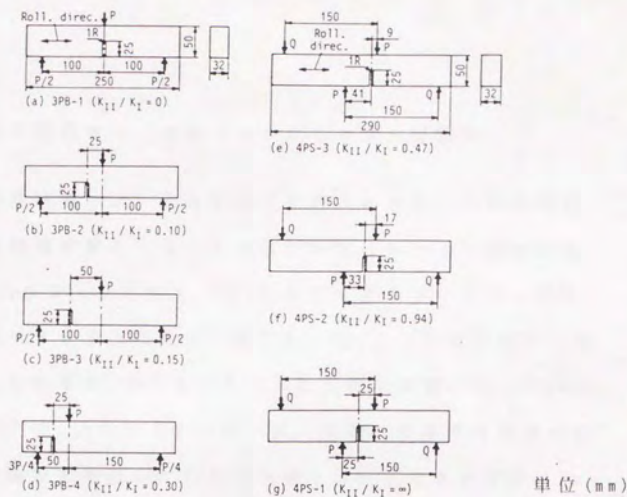


図 2. 16 3 点曲げ, 4 点曲げ混合モード試験⁽⁴⁷⁾

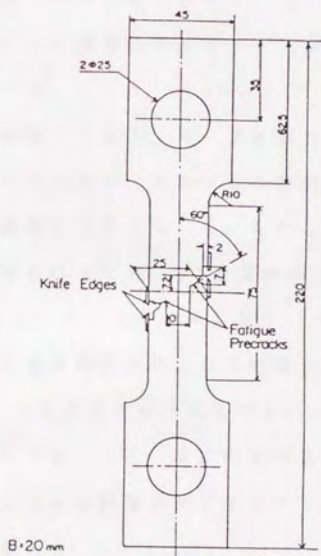


図 2. 17 両端き裂付き試験片 (49)

2.4.3 従来の混合モード破壊クライテリオンの問題点

脆性・擬脆性破壊では、混合モードき裂はほとんどの場合開口（モードⅠ）型破壊が起こっているようであり、それらの破壊様式に対応した $\sigma_{\theta \max}$ クライテリオン、 G_{\max} クライテリオンによって比較的良好的に適用できるようである。ただし、 $\sigma_{\theta \max}$ クライテリオンはモードⅠき裂に対する K_I クライテリオンの自然な拡張となっていると考えられるが、 G_{\max} クライテリオンは、き裂が直進する場合の応力拡大係数との関係式を用いているなど種々の仮定のもとで得られており、また G を如何に決定するか定まっていない状態であり、 G_c クライテリオンの自然な拡張になっているとはいえない。また、 $\sigma_{\theta \max}$ クライテリオンについても、脆性・擬脆性破壊の範囲で適用されるもので、弾塑性破壊に対しては適用できなく、 $\sigma_{\theta \max}$ クライテリオンを弾塑性破壊へ拡張した形の破壊クライテリオンは見られない。

弾塑性破壊では、 $J_I + c J_{II} = (J_I)_I$ クライテリオンは、開口（モードⅠ）型で破壊する場合、モードⅡ変形が大きくなるところを除いて適用できそうであり、モードⅡき裂がモードⅡ型で破壊する場合も適用できる形にはなっている。しかし、そのパラメータの持つ物理的意味は明確になっておらず、き裂進展方向の推定はできない。 $J_I + J_{II} = (J_I)_I$ クライテリオンは $J_I + c J_{II} = (J_I)_I$ クライテリオンよりも適用範囲が限られている。また、これらの $J_I + J_{II} = (J_I)_I$ クライテリオンおよび $J_I + c J_{II} = (J_I)_I$ クライテリオンについても、 J_I 、 J_{II} のもつ意味を考えると、やはりモードⅠき裂に対する破壊クライテリオンの自然な拡張とはなっているとはいえない。

混合モードき裂の破壊クライテリオンとしては、(1)モードⅠき裂に対する破壊クライテリオンの自然な拡張で定義できること、

(2)モードⅡ変形が大きい領域でも適用可能であること、(3)破壊様式の変化を考慮したクライテリオンであること、さらにこれらに加え、破壊クライテリオンは、その適用範囲によらずできる限り連続した考え方に基づき、かつ単一のパラメータで表されることが望ましいという考え方に立つとき、(4)脆性から弾塑性破壊まで有効な破壊パラメータに基づき、同一の考え方に基づいた破壊クライテリオンであること(できれば単一のパラメータで表されること)が望まれるが、現状はこれには程遠いものと思われる。

本論文では、1章において述べたように、弾性から弾塑性領域まで有効であるCED(き裂エネルギー密度)に基づいて、弾性、弾塑性破壊の範囲に関係なく、混合モード状態の広範囲にわたって有効なクライテリオンをの確立を目的としている。

2.5 本研究で用いるき裂エネルギー密度 (CED) 概念 に関する基礎事項 (モード I き裂に対するもの)

ここでは, モード I き裂に対して定義されている CED (き裂エネルギー密度) の概念を示し, さらに従来用いられていた破壊パラメータ (応力拡大係数, エネルギー解放率, J 積分) との関係, CED の評価法など, CED に関連する基礎事項について述べる.

2.5.1 CED の定義

図 2. 18 に示したような長さ a , 切欠き先端の曲率半径 ρ である半円状切欠きを含む二次元連続体を考え, この ρ を零とした極限でき裂を考える. 座標は, X_1 軸をき裂面に一致する (き裂進展方向に一致する) ように取るものとする. このとき, CED は

$$\mathcal{E} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}(\rho)$$

$$\mathcal{E}(\rho) = \int_{\Gamma_0} W dx_2 \quad (2.59)$$

W はひずみエネルギー密度で,

$$W = \int_0^t \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2.60)$$

と定義される⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾ (以下, き裂エネルギー密度は CED あるいは \mathcal{E} と表記する). ここで $d\varepsilon_{ij} = (\partial \varepsilon_{ij} / \partial \tau) d\tau$, τ は現在の時刻である. CED は, 「き裂先端が負荷を受けていない初期状態から現在まで担ってきたエネルギーを, き裂前縁を含む面内の単位面積当りで表したものの, すなわち考えている面内のひずみエネルギー密度」と定義できる.

また CED は, き裂を模すことのできる十分小さい ρ を持つ切欠きを用いて,

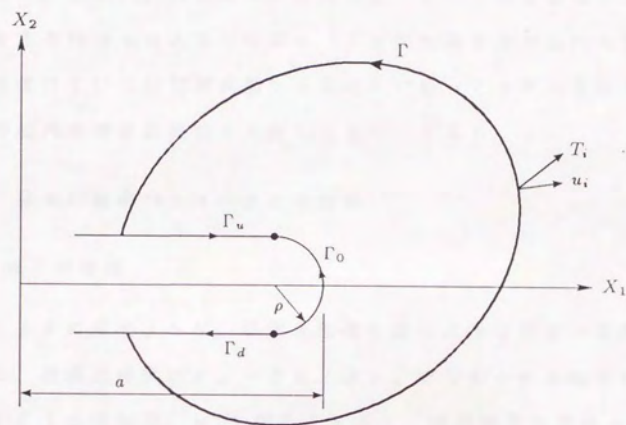


図 2. 18 切欠きを囲む積分径路

$$\mathcal{E}(\rho) = \int_{\Gamma_0} W dx_2 \quad (2.61)$$

$$W = \int_0^t \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$

としても定義されている⁽¹⁷⁾。式(2.59)のように $\rho \rightarrow 0$ の極限で定義する場合は、き裂端のみで C E D の値を有し、き裂前方では零となっているが、式(2.61)の有限な ρ の場合は、C E D はき裂端を含む面内で分布を持つものとなっており、「き裂先端を含む面内の各部分が負荷を受けていない初期状態から現在まで担ってきたエネルギーを、その面内の単位面積当りで表したもの」となる。

2.5.2 従来の破壊パラメータとの関係⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾

(1) J 積分との関係

図2.18に示すような、切欠き先端を囲むような任意の径路を Γ とする。構成方程式が $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \varepsilon_{ij}$ で与えられる場合には、 T_i を Γ 上の表面力、 u_i を変位とすると、径路独立な積分として J 積分、

$$J = \int_{\Gamma} (W n_i - T_i u_{i,1}) d\Gamma \quad (2.62)$$

が存在する。このとき

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0} W dx_2 = \lim_{\rho \rightarrow 0} J^{(n)} \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma} (W n_i - T_i u_{i,1}) d\Gamma \right\}^{(n)} \\ &= \left\{ \int_{\Gamma} (W n_i - T_i u_{i,1}) d\Gamma \right\}^{(c)} \\ &= J^{(c)} \end{aligned} \quad (2.63)$$

の関係が成り立ち、J 積分が定義できる非線形弾性体あるいは全ひずみ塑性体では、 \mathcal{E} は J 積分に等しい値として与えられる。ここで右上付きの (n)、(c) はそれぞれ切欠き、き裂に対するものを表して

いる。

(2) 応力拡大係数との関係

線形弾性体を考える場合の J 積分と応力拡大係数との関係 [式 (2.20)] および式 (2.63) から,

$$\mathcal{E} = \frac{\kappa+1}{8G}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G}K_{III}^2 \quad (2.64)$$

この関係は、小規模降伏状態が成り立つ場合にも近似的に成立すると考えてよく,

$$\mathcal{E} \approx \frac{\kappa+1}{8G}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G}K_{III}^2 \quad (2.65)$$

である。

(3) エネルギー解放率との関係

線形弾性体では、式 (2.15) が成り立つので、これと式 (2.64) から

$$\mathcal{E} = \mathcal{G} \quad (2.66)$$

が言えることになる。ここで、塑性領域が存在する場合を考えてみると、 $\mathcal{E} = \mathcal{E}^e + \mathcal{E}^p$ (\mathcal{E}^e , \mathcal{E}^p はそれぞれ弾性き裂エネルギー密度、塑性き裂エネルギー密度) となり、き裂進展に際して解放されるエネルギーは \mathcal{E}^e であるので、小規模降伏状態において \mathcal{E} については式 (2.65) が成り立つが、き裂が進展する際に解放される単位面積当りの有効なエネルギーとしての \mathcal{G} については

$$\mathcal{G} \approx \frac{\kappa+1}{8G}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G}K_{III}^2 \quad (2.67)$$

は成り立たない。

以上の関係から、CED は従来の破壊パラメータを含んだ形で

定義されたものと言え、さらに構成条件に制限なく定義できるものとして、線形弾性、小規模降伏、弾塑性などの適用範囲に制約なく適用できるパラメータである。

2.5.3 CEDに基づく破壊クライテリオン

(モードⅠき裂に対するもの) (16)(17)

2.5.1, 2.5.2項においてCEDの定義および従来の破壊パラメータとの関係を示した。CEDは構成条件に制約なく定義されており(すなわち弾性、弾塑性破壊の区別なく適用可能)、また従来の破壊パラメータを統一的に把握できるものである。したがって、2.2節において示した従来の破壊パラメータに基づくモードⅠき裂の破壊クライテリオン(K_c , G_c および J_c クライテリオン)において、 G_c クライテリオンおよび J_c クライテリオンは、モードⅠき裂に対する \mathcal{E} を特に \mathcal{E}_I と表すとする、いずれも

$$\mathcal{E}_I \geq \mathcal{E}_c \quad (2.68)$$

として与えられる(\mathcal{E} クライテリオンと呼ぶ)ことがわかる。さらにこの \mathcal{E}_c クライテリオンは、完全脆性破壊から弾塑性破壊までの広範囲に適用でき、特に J 積分が厳密に定義できないひずみ増分塑性体における挙動にも適用できるものである。 K_c クライテリオンは、応力拡大係数と \mathcal{E} の関係が明確になっているので〔式(2.64)参照〕、脆性・擬脆性破壊に \mathcal{E}_c クライテリオンを適用する場合、 \mathcal{E}_c クライテリオンを別の形で表した同等の条件式と言える。

2.5.4 CEDの評価法

(1) 径路独立積分(\mathcal{E}_J 積分) (18)

図2.18に示すような静的つり合い状態にある長さ a のき裂

を考える。厚さ方向には単位厚さを考えるものとする。このとき Γ_u , Γ_d を Γ と Γ_0 の端点を矢印方向に結ぶ径路, A を閉径路 $\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0 + \Gamma_d$ によって囲まれる閉領域とすると, $\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0 + \Gamma_d$ 内の領域における

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= 0, \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji} && \text{in } A \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) && \text{in } A \\ T_i &= \sigma_{ij} n_j && \text{on } \Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0 + \Gamma_d \end{aligned} \right\} \quad (2.69)$$

の関係を用いて, $\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0 + \Gamma_d$ 上の表面力 T_i と x_i 方向の変位勾配 $u_{i,j,1}$ の積を積分, 変形すると

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0 + \Gamma_d} T_i u_{i,1} d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0 + \Gamma_d} \sigma_{ij} n_j u_{i,1} d\Gamma \\ &= \int_A (\sigma_{ij} u_{i,1})_{,j} dA \\ &= \int_A (\sigma_{ij,j} u_{i,1} + \sigma_{ij} u_{i,j,1}) dA \\ &= \int_A \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1} dA \end{aligned} \quad (2.70)$$

となり,

$$\int_A \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1} dA - \int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0 + \Gamma_d} T_i u_{i,1} d\Gamma = 0 \quad (2.71)$$

が成り立つ。ここで, 式(2.60)より

$$\begin{aligned} W_{,1} &= \int_0^t (\sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} + \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij,1}) \\ &= \int_0^t \{ (\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij,1} + d\sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}) \\ &\quad + (\sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} - d\sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}) \} \\ &= \int_0^t \{ d(\sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}) + (\sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} - d\sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}) \} \\ &= \sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1} + \int_0^t (\sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} - d\sigma_{ij} \varepsilon_{ij,1}) \end{aligned} \quad (2.72)$$

である。ここで $d(\quad) = \{\partial(\quad)/\partial\tau\} d\tau$ であり、以下同様である。またガウスの定理から、

$$\begin{aligned}\int_A W_{,1} dA &= \int_{\Gamma+\Gamma_u-\Gamma_0+\Gamma_d} W n_1 d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma+\Gamma_u-\Gamma_0+\Gamma_d} W dx_2\end{aligned}\quad (2.73)$$

であるので、この関係と式(2.72)を式(2.71)に代入して、

$$\begin{aligned}\int_{\Gamma+\Gamma_u-\Gamma_0+\Gamma_d} (W n_1 - T_i u_{i,1}) d\Gamma \\ - \int_A \int_0^t (\sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij,1} d\sigma_{ij}) dA = 0\end{aligned}\quad (2.74)$$

となる。ここで、 Γ_u 、 Γ_d 上で、 $dx_2 = 0$ 、 $T_i = 0$ 、また $\Gamma(a)$ 上で $T_i = 0$ であることを考慮すると、

$$\begin{aligned}\int_{\Gamma_0} W dx_2 &= \int_{\Gamma} (W n_1 - \int_0^t T_i u_{i,1}) d\Gamma \\ &\quad - \int_A \int_0^t (\sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij,1} d\sigma_{ij}) dA\end{aligned}\quad (2.75)$$

と表せる。 Γ は切欠き先端を囲む任意の径路であるので

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_J &= \int_{\Gamma} (W n_1 - T_i u_{i,1}) d\Gamma \\ &\quad - \int_A \int_0^t (\sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij,1} d\sigma_{ij}) dA\end{aligned}\quad (2.76)$$

とするとき、この \mathcal{E}_J 積分は、径路 Γ の取り方に依存しない径路独立積分となる。また、

$$\int_{\Gamma} \int_0^t T_i du_{i,1} d\Gamma$$

なる積分を同様の手順を行うことにより

$$\mathcal{E}_J = \int_{\Gamma} (W n_1 - \int_0^t T_i du_{i,1}) d\Gamma$$

$$-\int_A \int_0^t \sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} dA \quad (2.77)$$

なる形でも \mathcal{E} 積分は表すことができる。き裂エネルギー密度は、この \mathcal{E} 積分により

$$\mathcal{E}(\rho) = \mathcal{E}_J \quad (2.78)$$

として評価できる。この \mathcal{E} 積分は、有限要素解析に基づいて \mathcal{E} を評価するときの有力な評価法となるものである。

ここで、特に $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \varepsilon_{ij}$ の構成方程式が成り立つときには、 \mathcal{E} 積分の第二項の面積分の項は零となり、 J 積分に一致する。したがって、 \mathcal{E} 積分は任意の構成条件のもとで C E D を評価するための、 J 積分を拡張した積分となっていることがわかる。

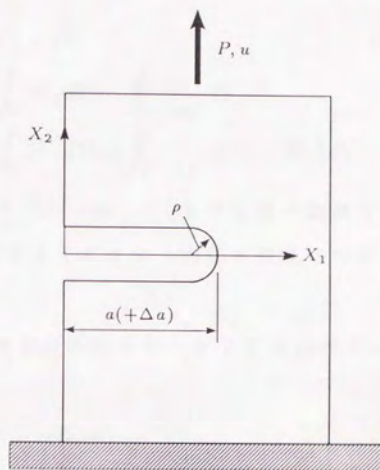
(2) 荷重-変位曲線との関係の基づく方法⁽¹⁹⁾

初期き裂の長さのみが異なり、材料、他の形状が同一である試験片において、荷重点変位が等しくなるように負荷を加えた場合の、き裂が進展を開始するまでの各試験片の全ひずみエネルギーの差から C E D と荷重-変位曲線との間にある関係を求めことができる。

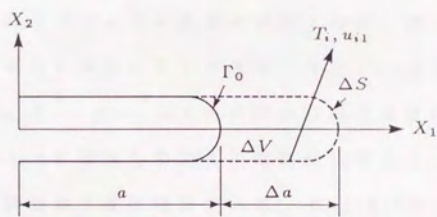
図 2. 19 (b), (c) に示すような、初期切欠き長さが a , $a + \Delta a$ である切欠きのいずれかを有する図 2. 19 (a) 試験片を考える。厚さ方向には単位厚みを考え、以下で下付き 1, 2 は、それぞれ初期切欠き長さが a , $a + \Delta a$ である切欠きの場合の量を示すものとする。この二つの試験片に荷重点変位が等しくなる (すなわち $u_1 = u_2$) ように負荷するとき、それぞれの試験片のひずみエネルギーは

$$\begin{aligned} U_1 &= \int_V W_1 dV = \int_0^{u_1} P_1 du_1 \\ U_2 &= \int_{V-\Delta V} W_2 dV = \int_0^{u_2} P_2 du_2 \end{aligned} \quad (2.79)$$

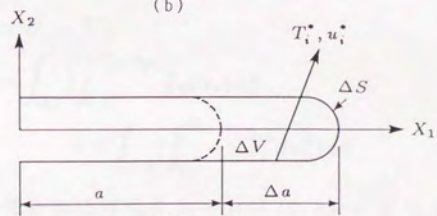
で表されるので、両者のエネルギーの差は



(a)



(b)



(c)

図 2. 19 負荷を受ける切欠き材と
長さの異なる二つの切欠き

$$\begin{aligned}
 -\Delta U &= U_1 - U_2 \\
 &= \int_V W_1 dV - \int_{V-\Delta V} W_2 dV \\
 &= \int_V W_1 dV + \int_{V-\Delta V} (W_1 - W_2) dV
 \end{aligned} \tag{2.80}$$

となる。ここで V , $V - \Delta V$ は、1, 2 の状態の試験片の体積、 ΔV は図 2. 19 (c) に示すように Δa (初期き裂長さの差の部分) に対応する体積である。

一方、1, 2 の状態における $V - \Delta V$ 部分のひずみエネルギーは、

$$\begin{aligned}
 U_1 + \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}, u_{i1}} T_i du_i \right) dS \\
 = U_2 + k \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}, u_i} T_i^* du_i^* \right) dS
 \end{aligned} \tag{2.81}$$

ここで、 k は等号が成り立つように調整された 1 のオーダーの係数である。 ΔS は ΔV が無い場合に生じる表面、 T_i , u_i は ΔS に作用する表面力と変位、 T_i^* , du_i^* は 2 の状態から荷重点変位 u_2 は一定に保った状態で ΔS 上に表面力を加えて最終の状態 T_{i1} となるようにする過程での表面力と変位増分である。式 (2.81) から

$$\begin{aligned}
 -\Delta U &= U_1 - U_2 \\
 &= \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}, u_{i1}} T_i du_i \right) dS \\
 &\quad + k \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}, u_i} T_i^* du_i^* \right) dS
 \end{aligned} \tag{2.82}$$

となり、最右辺第一項と第二項はそれぞれ式 (2.80) のそれらに対応すると考えらる。ここで $\Delta a \rightarrow 0$ とする場合を考えると、 $T_{i1} \rightarrow 0$, $u_i^* \rightarrow 0$ となり、一方、 u_{i1} は外力によって生じた 1 の状態の変位で零とならないので、第二項は 2 次の微小量となり、

$$-\Delta U = - \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}, u_{i1}} T_i du_i \right) dS$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{\Delta V} W_1 dV \\
 &= \Delta a \int_{\Gamma_0} W_1 dx_2
 \end{aligned}$$

から

$$-\frac{\Delta U}{\Delta a} = \int_{\Gamma_0} W_1 dx_2 = \mathcal{E}(\rho) \quad (2.83)$$

が得られる。すなわち式(2.83)の関係は、図2.20に陰影部の面積から \mathcal{E} は評価できることを示しており、この荷重-変位曲線による方法は有限要素解析に基づいても、初期き裂長さが異なる試験片を用意すれば破壊実験によっても評価できる。

(3) 応力拡大係数に基づく方法⁽¹⁶⁾

線形弾性体に限る場合、式(2.64)の関係から \mathcal{E} は評価できる。また小規模降伏状態においても近似的に応力拡大係数との同様の関係〔式(2.65)参照〕が成り立つので、応力拡大係数に基づく評価は小規模降伏までの範囲で使用できる。

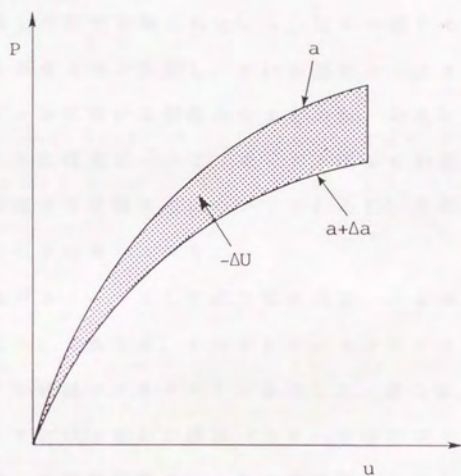


图 2. 2 0 荷重 - 荷重点变位曲线

2.6 結 言

本章においては、はじめに、混合モードき裂の破壊クライテリオンの基礎となっているモードⅠき裂の破壊クライテリオンに関する基本的事項を示した。次に、主にモードⅠき裂に対する破壊クライテリオンを拡張した形で定義されている、従来の混合モードき裂に対する破壊クライテリオンを示し、それら混合モードき裂に対する破壊クライテリオンにおける問題点をまとめた。最後に、本論文で用いられるCEDの概念について、モードⅠき裂を対象として、その定義および関連する基礎事項についてまとめた。本章で示された事項をまとめると以下の通りである。

(1) 従来の破壊パラメータとして応力拡大係数、エネルギー解放率およびJ積分についてまとめ、それぞれのパラメータを用いたモードⅠき裂に対する破壊クライテリオンを示した。さらに、それらの破壊クライテリオンの（用いた破壊パラメータの定義上の制約に基づく）弾性破壊、弾塑性破壊といった破壊現象における適用限界についても述べた。

(2) これまでに提案された混合モードき裂の破壊クライテリオンを脆性・擬脆性破壊と弾塑性破壊に分けて示した。さらに、これまでの混合モード破壊実験について簡単にまとめ、混合モードき裂の破壊クライテリオンの適用性に関する問題点を示した。

(3) 本論文で用いるCEDに関して、モードⅠき裂に対する基本事項をまとめた。これにより、CEDは完全脆性破壊から弾塑性破壊まで一貫して適用できるパラメータであり、しかも従来の破壊パラメータを統一的に把握できるものとなっており、従来提案されたモードⅠき裂に対する破壊クライテリオンは、より一般的な形でCEDによって表すことができるものであることを示した。

2 章の参考文献

- (1) 岡村弘之, 破壊力学と材料強度講座-1 線形破壊力学入門, 培風館.
- (2) 岡村弘之, 「材料」, 32-360 (昭58-9), p.120.
- (3) 矢川元基編, 破壊力学(理論解析から工学的応用まで), 培風館.
- (4) 大路清嗣, 「材料」, 32-359 (昭58-8), p.100.
- (5) 国尾 武・中沢 一・林 邦彦・岡村弘之, 破壊力学実験法, 朝倉書店.
- (6) 小倉敬二, 「材料」, 32-361 (昭58-10), p.126.
- (7) 久保司郎, 「材料」, 32-360 (昭58-9), p.85.
- (8) F.ERDOGAN and G.C. SIH, Trans. ASME, Ser.D, 85-4(1963), p.519.
- (9) G.C. SIH, Eng. Fract. Mech., Vol.5 (1973), p.365.
- (10) 影山和郎・岡村弘之, 日本機械学会論文集(A編), 48-430 (1982,昭57-6), p.783.
- (11) Hussain, M.A., Pu, S.L. and Underwood, J., ASTM STP 560 (1974), P.2.
- (12) NUISMER, R.J., Int. Jour. Fract., Vol.11-2 (1975-4), p.245.
- (13) Wang, T.C. Proc. 4th Int. Conf. Fract., Waterloo, 4

- (1977), p. 135
- (14) 高松 徹・市川昌弘, 日本機械学会論文集(A編), 53-486
(1987, 昭62), p. 246.
- (15) 坂田 勝・青木 繁・岸本喜久雄・滝沢正和・筑後 浩,
日本機械学会論文集(A編), 51-469(1985, 昭60-9), p. 2129.
- (16) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 47-416 (1981, 昭56
-4), p. 406.
- (17) 渡辺勝彦, 生産研究, Vol. 41, No. 8 (1989), p. 640.
- (18) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 50-453 (1984, 昭59
-5), p. 894.
- (19) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 48-433 (1982, 昭57
-9), p. 1226.
- (20) 小林英男, 「材料」, 32-363 (昭58-12), p. 1410.
- (21) ASTM E399-81, Standard Test Method for Plain-Strain
Fracture Toughness of Metallic Materials, Annual Book
of ASTM Standards, Part 10 (1981) ASTM.
- (22) 大塚昭夫・宮田隆司, 「材料」, 33-364 (昭59-1), p. 97.
- (23) ASTM E813-81, Standard Test Method for J_{IC} , A Measure
of Fracture Toughness, (1981).
- (24) 日本機械学会基準, 弾塑性破壊靱性 J_{IC} 試験方法, JSME S001
-1981.

- (25) 影山和郎・岡村弘之, 日本機械学会講演論文集, No.810-10
(1981-10), p.286.
- (26) 石川晴雄, 構造物中の破壊力学パラメータの評価に関する研究,
東京大学学位論文(昭和51年12月).
- (27) 北川英夫・岡村弘之・石川晴雄, 日本機械学会講演論文集,
No.793-1 (1979-3), p.64.
- (28) 市川昌弘・高松 徹, 日本機械学会論文集(A編), 50-453
(1984, 昭59-5), p.959.
- (29) 高松 徹・市川昌弘, 日本機械学会論文集(A編), 51-461
(1985, 昭60-1), p.167.
- (30) P.S.Theocaris and N.P.Andrianopoulos, Int. Jour. Fract.,
20 (1982), R125.
- (31) P.S. THEOCARIS and N.P. ANDRIANOPOULOS, Eng. Fract.
Mech., Vol.16, No.3 (1982), p.425.
- (32) G.C. SIH and E. MADENCI, Eng. Fract. Mech., Vol.18,
No.6 (1983), p.1159.
- (33) K. TING and J.J. SHIE, SMIRT 11 Transactions Vol.G
(1991-8), p.95.
- (34) G.E. Papakaliatakis and E.N. Menounou, Proc. of 1st
Int. Conf. on Computer-Aided Assessment and Control of
Localized Damage, Vol.2, Portsmouth(1990-7), p.3.
- (35) C.L. CHOW and J. XU, Int. Jour. Fract., 28(1985), p.17.

- (36) J.G.WILLIAMS AND P.D. EWING, *Int. Jour. Fract. Mech.*,
Vol. 8, No. 4 (1972), p. 441.
- (37) 堀見 肇, 混合モードき裂の破壊のクライテリオンに関する研
究, 東京大学修士論文, (昭和56年2月).
- (38) J. TIROSH, *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 9 (1977), p. 607.
- (39) 横堀武夫・石崎保博・横堀寿光, 日本機械学会論文集(A編),
46-406 (1980, 昭55-6), p. 590.
- (40) 横堀武夫・横堀寿光・佐藤 清・面谷 信, 日本機械学会論文
集(A編), 48-430 (1982, 昭57-6), p. 707.
- (41) 市川昌弘・高松 徹, 日本機械学会論文集(A編), 51-464
(1985, 昭60-4), p. 246.
- (42) 高松 徹・市川昌弘, 日本機械学会論文集(A編), 54-501
(1988, 昭63-5), p. 1076.
- (43) N.P. ANDRIANOPOULOS and P.S. THEOCARIS, *Eng. Fract.*
Mech., Vol. 30, No. 1 (1988), p. 5.
- (44) N.A.B. Yehia, *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 22, No. 2 (1985),
p. 189.
- (45) P.S. THEOCARIS, G.A. KARDOMATEAS and N.P. ANDRIANOPOULOS,
Eng. Fract. Mech., Vol. 17 (1983), p. 439.
- (46) 東郷敬一郎・大塚昭夫・高 紅維, 「材料」, 37-419
(1988, 昭63-8), p. 885.

- (47) 東郷敬一郎・大塚昭夫・高 紅維, 「材料」, 38-432
(1989-9), p. 1014.
- (48) 坂田 勝・青木 繁・岸本喜久雄・吉田 勉・深野博司, 日本
機械学会論文集 (A 編), 53-485 (1987, 昭 62-1), p. 116.
- (49) 坂 真澄・田中 聡・阿部博之, 日本機械学会論文集 (A 編),
52-475 (1986, 昭 61-3), p. 744.
- (50) 東郷敬一郎・大塚昭夫・高 紅維・野嶋泰資, 日本機械学会論
文集 (A 編), 55-519 (1989-11), p. 2307.

第 3 章

本論文で用いられる混合モード
破壊パラメータ

3.1 緒 言

前章で述べたように、き裂エネルギー密度 (CED, \mathcal{E})⁽¹⁾⁽²⁾ は脆性破壊から大きな降伏領域を伴っての破壊に至るまで一貫してひずみエネルギー面密度の意味を持ち、この \mathcal{E} の概念から見ると、モードⅠき裂に対する、脆性破壊での G_c クライテリオン、大規模降伏を伴う破壊での J_c クライテリオンを統一的に解釈でき、それらは \mathcal{E}_c クライテリオンと呼ぶべきものとなる。また K_{Ic} クライテリオンは \mathcal{E}_c クライテリオンを別の形で表したものと位置づけられた。したがって、この \mathcal{E} の概念を混合モードき裂の破壊に対して用いれば、脆性破壊から大きな降伏領域を伴う破壊まで同一の形で統一的に把握できる破壊クライテリオンを与えることが期待できる。

本章においては、混合モードき裂を扱うために CED の概念をき裂を含む面以外の任意の面、方向に拡張定義し、その任意方向 CED に関わる基本的事実関係を明らかにする。ここでは \mathcal{E} の概念がき裂先端で定義される力学量であることに注目し、はじめに、 \mathcal{E} の概念を二つの切欠き形状を介し、き裂のなめらかな延長方向以外の面に対して自然な形で拡張定義を行い、この任意の方向に拡張定義された \mathcal{E} の概念 \mathcal{E}_φ は任意の構成条件のもとで、考えている方向、面内において各変形モード寄与分 \mathcal{E}_I , \mathcal{E}_{II} , \mathcal{E}_{III} (それぞれモードⅠ, モードⅡおよびモードⅢ寄与分であり、 $\mathcal{E}_\varphi = \mathcal{E}_I + \mathcal{E}_{II} + \mathcal{E}_{III}$ である) に分離可能であることを示す。混合モード破壊では、各変形モードの割合により破壊様式が変化する場合があることが示されており⁽³⁾⁻⁽⁶⁾, \mathcal{E}_φ の各変形モード寄与分が対応する変形様式で破壊するときの破壊クライテリオンを与えるパラメータとして期待される (例えばモードⅠ型の破壊を起こす場合は \mathcal{E}_I に注目し破壊条件を与える)。次にこれら \mathcal{E}_φ , \mathcal{E}_I などの評価にあたって有効となると考えられる、線形

弾性体に対する応力拡大係数によるこれらの諸量の表示式⁽⁷⁾を示し、さらに弾性体、弾塑性体の区別なく、構成条件になんら制約なく成り立つ経路独立積分との関係、 \mathcal{E}_p と直線き裂あるいはき裂のなめらかな延長方向以外の任意の方向に屈折部を有する屈折き裂を持つそれぞれの試験片の荷重-変位曲線との間の関係を導出する。また最後に、 \mathcal{E}_p はその定義において二つの切欠き形状を介して定義したので、経路独立積分表示式を用いて \mathcal{E}_p の定義における一意性すなわち用いられる切欠き形状への不依存性について示す。

混合モードき裂の破壊に対して有効となることが期待される破壊パラメータは、モードIき裂に対する \mathcal{K} をき裂が直進しない場合に拡張した、本章であらたに定義される \mathcal{E}_p の各変形モード寄与分であり、本論文においてはそれらに基づいてき裂進展開始条件、進展開始方向等を論じることになる。

3.2 混合モードき裂に対する任意方向に拡張されたCED概念

ここではモードIき裂で定義されたCEDの概念を、2種類の切欠き形状を介し、任意の構成条件のもとでき裂のなめらかな延長方向以外の面に対して定義し、さらにこの任意方向CEDは一般に各変形モード寄与分に分離できることを示す。

3.2.1 任意方向CEDの定義

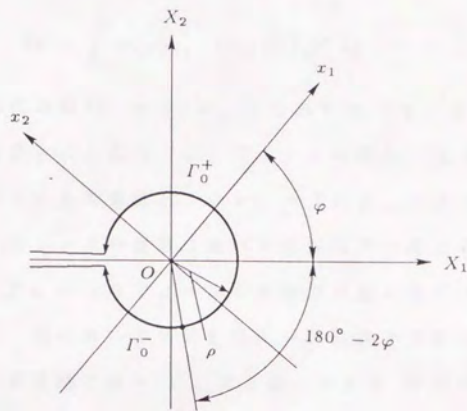
図3. 1 (a), (b)の円状切欠きおよび半円状切欠きの先端の曲率半径 ρ を零にもっていった時の極限としてき裂を考える。半円状切欠きは、モードIき裂の解析などによく用いられる切欠き先端が半円状となっている切欠きであり、円状切欠きは切欠き端に円形の部分を取り付けた切欠きであり、 \mathcal{E} の概念を任意の方向に拡張定義するとき任意の方向に対する切欠き端の径路の対称性を保たせようとするとき有効で、これら二つを代表的な形状としてここで取り上げている。このような切欠きを有する二次元連続体において、 X_1X_2 平面内において面内力によって平面ひずみあるいは平面応力状態が生じ、さらに X_3 方向の力によって面外せん断が生じているものとする。 (X_1, X_2, X_3) 座標系は固定座標系、 (x_1, x_2, x_3) 座標系は X_3 軸を軸として φ だけ回転させた座標系である。このとき x_1 軸正の部分と x_3 軸とでなす半無限面（以後 φ 面と呼ぶ）におけるCED \mathcal{E}_φ は、

$$\mathcal{E}_\varphi = \lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}_\varphi(\rho) \quad (3.1)$$

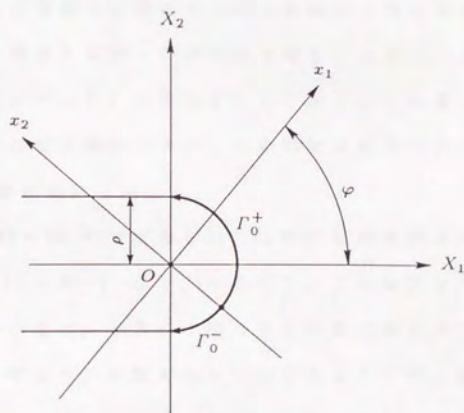
ただし、

$$\mathcal{E}_\varphi(\rho) = \int_{\Gamma_0^+} W dx_2 \quad (3.2)$$

で定義される⁽⁷⁾。ここで W はひずみエネルギー密度で、



(a)



(b)

図 3. 1 円状切欠きと半円状切欠き

$$W = \int_0^t \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (3.3)$$

であり、 t は現在の時刻、 σ_{ij} 、 ε_{ij} はそれぞれ (x_1, x_2, x_3) 座標系において定義される応力、ひずみテンソル成分、積分は実際の履歴にそって行うことを意味し、 $d\varepsilon_{ij} = (\partial \varepsilon_{ij} / \partial t) dt$ である。また Γ_0^+ は $\rho \rightarrow 0$ の極限においてき裂端の一点となる切欠き端の径路 $\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-$ のうちで $\rho \rightarrow 0$ の極限で φ 面に含まれる部分となる径路であり、図において切欠き端と一点鎖線との交点より左回りに始まる切欠き径路であり、 Γ_0^- は φ 面と 180° 反対の面 [$(\varphi - 180^\circ)$ 面] への寄与分となる径路であり、切欠き端と一点鎖線との交点から右回りの径路である。なお φ 面への寄与分として、特に円状切欠きの場合、 Γ_0^+ の選び方が問題となるが、 $\varphi = 90^\circ$ のとき Γ_0^+ と Γ_0^- はき裂端の径路の半分づつを取るようになること、また Γ_0^+ の終点は明かに φ 面への寄与分となることから、これと x_1 軸に関して対称な点から Γ_0^+ は始まるとしており、この妥当性および \mathcal{E}_φ のその定義における媒体とする二つの切欠き形状への不依存性については 3.3 節において論じる。

この式 (3.1) ~ (3.3) で定義された \mathcal{E}_φ の物理的意味を考えると、 $W dx_2$ は $W dx_2 = W \cdot 1 \cdot dx_2 \cdot 1$ となり、これは図 3.2 (a) の半円状切欠きにおいては、 φ 方向に関与する実線で囲んだ (四角形部分の単位厚みを考えた) 体積あたりのひずみエネルギーを表すので、 $\int_{\Gamma_0^+} W dx_2$ は破線で囲んだ体積あたりの切欠き端の φ 面に関与する Γ_0^+ の部分を φ 方向に移動させるのに寄与する径路 Γ_0^+ 上のひずみエネルギーとなる。図 3.2 (b) の円状切欠きでは、径路 Γ_0^+ の x_1 軸負の部分で $W dx_2$ の値 [図 3.2 (b) で ② の体積のひずみエネルギー] は負であり、 Γ_0^+ を φ 方向に進ませる抵抗分とでも言うべき働きをするものである。したがって Γ_0^+ にわたっての積分 $\int_{\Gamma_0^+} W dx_2$ の

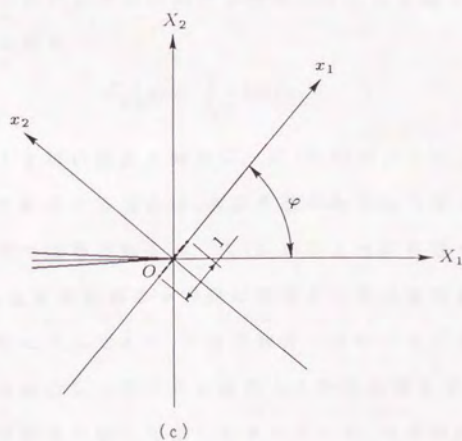
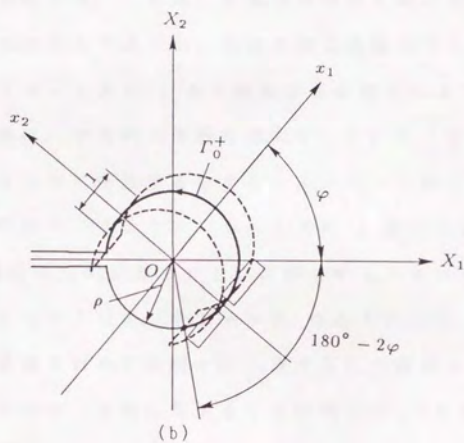
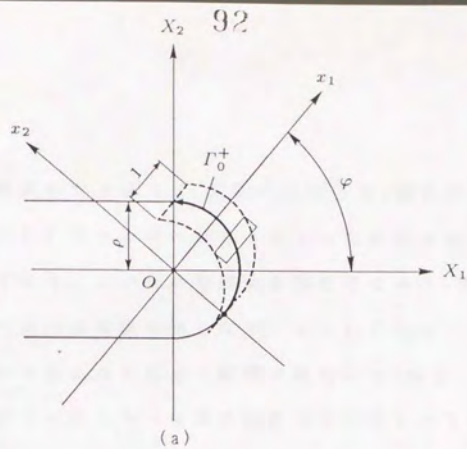


図 3. 2 任意方向 C E D の物理的意味

値は、点線で囲まれた体積 (x_1 軸正の方向と x_1 軸負の方向の体積の和) あたりの Γ_0 を φ 方向に移動させるのに寄与するひずみエネルギーとなっている。 $\rho \rightarrow 0$ の極限のき裂を考えると、図 3. 2 (c) に示すような φ 方向の破線の面となり、すなわち \mathcal{E}_φ は「き裂端の一点のうち任意の φ 面に含まれるき裂端の部分を x_1 軸正方向に進ませるのに寄与するエネルギーを単位面積当りで表したもの」という意味を持つことになる。これは C E D のき裂発生時の定義に他ならない。またさきに示したように、切欠き端の径路のうち Γ_0 を除いた径路 Γ_0^- は ($\varphi - 180^\circ$) 面に関与する径路となる。 $\mathcal{E}_{\varphi-180^\circ} = \int_{\Gamma_0^-} W dx_2$ の値は、 φ 方向と同様に考えて、 Γ_0 を ($\varphi - 180^\circ$) 方向に移動させるのに寄与するひずみエネルギーであり、 $\rho \rightarrow 0$ の極限では、き裂端の一点のうち ($\varphi - 180^\circ$) 面に含まれるき裂端の部分を x_1 軸負の方向に進ませるのに寄与するエネルギーを単位面積当りで表したものとなる。なお $\varphi = 0^\circ$ のときの \mathcal{E}_φ は、モード I 切欠きにおいて定義された \mathcal{E} に明かに一致することが分かる。

ところでモード I き裂に対する \mathcal{E} と同様に⁽¹⁸⁾、き裂を模すことのできる十分小さい ρ を持つ切欠きを用いて \mathcal{E}_φ を定義することも考えられる。すなわち

$$\mathcal{E}_\varphi(\rho) = \int_{\Gamma_0^+} W dx_2 \quad (3.4)$$

ここでモード I き裂の場合と同様に、式 (3.1) のように $\rho \rightarrow 0$ の極限のき裂において定義する場合は、き裂先端のみで \mathcal{E}_φ の値を有し、き裂の φ 方向の前方では零となるが、式 (3.4) のように有限な ρ で定義された場合は、 \mathcal{E}_φ はき裂先端の φ 方向に関与する部分を含む φ 面の面内で分布を持つ形になっており、「き裂端の一点のうち任意の φ 面に含まれるき裂端の部分から前方の φ 面内の各部が負荷を受けていない初期状態から現在まで担ってきたエネルギーを、その面内の単位面積

当りで表したものの」の意味を持つ。ただし、このように有限の切欠きを用いた場合も、き裂先端の φ 面に関与する部分を φ 方向に進ませる寄与するひずみエネルギーという意味は失わず、また本論文で以下に行う議論は、 $\rho \rightarrow 0$ のき裂で定義された \mathcal{E}_φ と同様に何ら制限なく行うことができる。

3.2.2 任意方向CEDの各変形モード寄与分への分離

一般に \mathcal{E}_φ は各変形モード寄与分の和($\mathcal{E}_\varphi = \mathcal{E}_\varphi^I + \mathcal{E}_\varphi^{II} + \mathcal{E}_\varphi^{III}$)となっているはずであり、その各変形モード寄与分への分離は次のように行われる。すなわち \mathcal{E}_φ に関する諸量のうちモードIに寄与するものは $\rho \rightarrow 0$ とするとき切欠き近傍で x_1 - x_3 面をはさんで対称となる成分、モードII, IIIに寄与するのは $\rho \rightarrow 0$ とするときそれぞれ x_1 - x_2 面をはさんで逆対称となる x_1 および x_3 方向の成分と考えられる。これらよりただちにモードIIIについては、 \mathcal{E}_φ の定義において想定した条件よりモードI, IIと別個に取り扱えられるので、 σ_{33} , ε_{33} の対称性、さらに $\sigma_{33} d\varepsilon_{33} = 0$ であることを考慮すると、

$$W^{III} = 2 \int_0^t \sigma_{3\alpha} d\varepsilon_{3\alpha} \quad (\alpha = 1, 2)$$

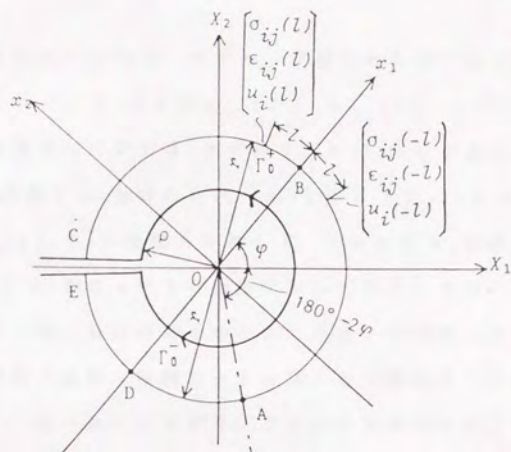
$$\mathcal{E}_\varphi^{III}(\rho) = \int_{\Gamma_0^+} W^{III} dx_2 \quad (3.5)$$

として

$$\mathcal{E}_\varphi^{III} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}_\varphi^{III}(\rho) \quad (3.6)$$

により \mathcal{E}_φ のモードIII寄与分は定義されることがわかる。

モードI, IIの分離については次のように考える。まず円状切欠きについては図3.3(a)に示すように一点鎖線(この線を以後境界線と呼ぶ)より上側の領域で点Oを中心とし半径 r の円弧状の径路A-B-Cを考え、点Bより径路B-AおよびB-Cに沿って長



(a)

さ ℓ となる点における応力, ひずみ, 変位をそれぞれ $\sigma_{ij}(-\ell)$, $\varepsilon_{ij}(-\ell)$, $u_i(-\ell)$ および $\sigma_{ij}(\ell)$, $\varepsilon_{ij}(\ell)$, $u_i(\ell)$ と表す. 次に半円状切欠きについては, まず図 3. 3 (b) に示すような (x_1, x_2, x_3) 座標系を x_2 軸負の方向へ $\rho \cdot \sin(\varphi/2)$ だけ平行移動した (x_1', x_2', x_3') 座標系を考える. このとき x_1' 軸正の方向と x_2' 軸とでなす φ' 面は $\rho \rightarrow 0$ の極限において明かに φ 面に一致する. ここで径路 B - C - D は点 O を中心とし半径 r の円弧, 径路 B - A は境界線に平行な直線, 径路 D - E は切欠き上端に平行な直線である. 径路 A - B - C - D - E を考え, 点 C より径路 C - B - A および C - D - E に沿って ℓ の長さをとった点における応力, ひずみ, 変位をそれぞれ $\sigma_{ij}(-\ell)$, $\varepsilon_{ij}(-\ell)$, $u_i(-\ell)$ および $\sigma_{ij}(\ell)$, $\varepsilon_{ij}(\ell)$, $u_i(\ell)$ と表す. さてこのようにしておいて二つの切欠きに対し,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}^I(\ell) &= \{\sigma_{11}(\ell) + \sigma_{11}(-\ell)\}/2 \\ \sigma_{22}^I(\ell) &= \{\sigma_{22}(\ell) + \sigma_{22}(-\ell)\}/2 \\ \sigma_{12}^I(\ell) &= \{\sigma_{12}(\ell) - \sigma_{12}(-\ell)\}/2 \\ \varepsilon_{11}^I(\ell) &= \{\varepsilon_{11}(\ell) + \varepsilon_{11}(-\ell)\}/2 \\ \varepsilon_{22}^I(\ell) &= \{\varepsilon_{22}(\ell) + \varepsilon_{22}(-\ell)\}/2 \\ \varepsilon_{12}^I(\ell) &= \{\varepsilon_{12}(\ell) - \varepsilon_{12}(-\ell)\}/2 \\ u_1^I(\ell) &= \{u_1(\ell) + u_1(-\ell)\}/2 \\ u_2^I(\ell) &= \{u_2(\ell) - u_2(-\ell)\}/2 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}^{II}(\ell) &= \{\sigma_{11}(\ell) - \sigma_{11}(-\ell)\}/2 \\ \sigma_{22}^{II}(\ell) &= \{\sigma_{22}(\ell) - \sigma_{22}(-\ell)\}/2 \\ \sigma_{12}^{II}(\ell) &= \{\sigma_{12}(\ell) + \sigma_{12}(-\ell)\}/2 \\ \varepsilon_{11}^{II}(\ell) &= \{\varepsilon_{11}(\ell) - \varepsilon_{11}(-\ell)\}/2 \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \varepsilon_{22}^{\text{II}}(\ell) &= \{\varepsilon_{22}(\ell) - \varepsilon_{22}(-\ell)\}/2 \\
 \varepsilon_{12}^{\text{II}}(\ell) &= \{\varepsilon_{12}(\ell) + \varepsilon_{12}(-\ell)\}/2 \\
 u_1^{\text{II}}(\ell) &= \{u_1(\ell) - u_1(-\ell)\}/2 \\
 u_2^{\text{II}}(\ell) &= \{u_2(\ell) + u_2(-\ell)\}/2
 \end{aligned} \right\}$$

$$T_{\alpha}^{\text{I}}(\ell) = \sigma_{\alpha\beta}^{\text{I}} \cdot n_{\beta}, \quad T_{\alpha}^{\text{II}}(\ell) = \sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}} \cdot n_{\beta}$$

$$(\alpha, \beta = 1, 2)$$
(3.9)

なる量を定義する。このときこれらの量は r および θ を任意にとる
 ことにより境界線上側のすべての領域で定義することができ、 $\rho \rightarrow$
 0 において（円状切欠きでは ρ が有限であっても）式 (3.7), (3.8),
 (3.9) はそれぞれ φ 面に対する対称成分、逆対称成分となり、したが
 ってそれぞれモード I, II に寄与する量である。ここで T_{α} , n_{β}
 はそれぞれ考える径路上の表面力、切欠き端から離れる領域に向か
 って立てた単位放線ベクトルの方向余弦である。

このようにモード I, II に寄与する諸量を定義しておいて、次
 に、

$$\begin{aligned}
 W^{\text{I+II}} &= W - W^{\text{III}} = \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{\text{I+II}} d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{I+II}} \\
 &= \int_0^t (\sigma_{\alpha\beta}^{\text{I}} + \sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}}) (d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{I}} + d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{II}}) \\
 &= \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{\text{I}} d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{I}} + \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}} d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{II}} + \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{\text{I}} d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{II}} \\
 &\quad + \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}} d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{I}}
 \end{aligned}$$
(3.10)

なる量を定義すると、径路 Γ_0 上では式 (3.7), (3.8) より、

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{\alpha\beta}^{\text{I}}(\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{I}}(\ell) &= \sigma_{\alpha\beta}^{\text{I}}(-\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{I}}(-\ell) \\
 \sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}}(\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{II}}(\ell) &= \sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}}(-\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{II}}(-\ell) \\
 \sigma_{\alpha\beta}^{\text{I}}(\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{II}}(\ell) &= -\sigma_{\alpha\beta}^{\text{I}}(-\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{II}}(-\ell)
 \end{aligned} \right\}$$
(3.11)

$$\sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}}(\ell)d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{I}}(\ell) = -\sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}}(-\ell)d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{I}}(-\ell) \Big]$$

であるので、経路 Γ_0^+ 上で、

$$\begin{aligned} W^{I+\text{II}}(\ell) + W^{I+\text{II}}(-\ell) &= \{W^I(\ell) + W^{\text{II}}(\ell)\} \\ &+ \{W^I(-\ell) + W^{\text{II}}(-\ell)\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

ただし

$$W^I = \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{\text{I}} \varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{I}} \quad , \quad W^{\text{II}} = \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}} \varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{II}}$$

が成り立つ。したがって式(3.12)の関係より、

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\varphi}^{I+\text{II}}(\rho) &= \int_{\Gamma_0^+} W^{I+\text{II}} dx_2 = \int_{\Gamma_0^+} (W^I + W^{\text{II}}) dx_2 \\ &= \mathcal{E}_{\varphi}^I(\rho) + \mathcal{E}_{\varphi}^{\text{II}}(\rho) \end{aligned} \quad (3.13)$$

ただし

$$\mathcal{E}_{\varphi}^I(\rho) = \int_{\Gamma_0^+} W^I dx_2$$

$$\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{II}}(\rho) = \int_{\Gamma_0^+} W^{\text{II}} dx_2$$

となり、 \mathcal{E}_{φ} のモード I, II 寄与分は

$$\mathcal{E}_{\varphi}^I = \lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}_{\varphi}^I(\rho) \quad (3.14)$$

$$\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{II}} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}_{\varphi}^{\text{II}}(\rho) \quad (3.15)$$

により定義されたことになる。

($\varphi = 180^\circ$) 方向の任意方向 C E D の $\mathcal{E}_{\varphi=180^\circ}$ も上記と同様の考え方で各変形モード寄与分に分離できる。モード III 寄与分は φ 方向の場合と同様に式(3.5), (3.6)で定義できる。モード I, II 寄与分に関しては、円状切欠きについては、図 3. 3 (a) の境界線下側の領域で点 O を中心とし半径 r の円弧状の経路 A - D - E を考え、

点Dより径路D-AおよびD-Eに沿って長さ ℓ となる点における応力, ひずみ, 変位をそれぞれ $\sigma_{ij}(-\ell)$, $\varepsilon_{ij}(-\ell)$, $u_i(-\ell)$ および $\sigma_{ij}(\ell)$, $\varepsilon_{ij}(\ell)$, $u_i(\ell)$ と表すこととする. 半円状切欠きについては, 図3. 3(b)に示すような (x_1, x_2, x_3) 座標系を x_2 軸負の方向へ $\rho \cdot \cos(\varphi/2)$ だけ平行移動した (x_1', x_2', x_3') 座標系(やはり x_1' 軸正の方向と x_2' 軸とでなす φ' 面は $\rho \rightarrow 0$ の極限において明かに φ 面に一致する)をとり, 径路I-H-Gは点Oを中心とし半径 r の円弧, 径路G-Fは境界線に平行な直線, 径路I-Jは切欠き下端に平行な直線である径路F-G-H-I-Jを考え, 点Hより径路H-G-FおよびH-I-Jに沿って ℓ の長さをとった点における応力, ひずみ, 変位をそれぞれ $\sigma_{ij}(-\ell)$, $\varepsilon_{ij}(-\ell)$, $u_i(-\ell)$ および $\sigma_{ij}(\ell)$, $\varepsilon_{ij}(\ell)$, $u_i(\ell)$ と表すこととし, φ 面に対する対称成分, 逆対称成分を式(3.7)~(3.9)と同様の形で定義すればよい. それらの諸量を用いて $\mathcal{E}_{\varphi-180^\circ}$ は φ 方向と同じ方法でモードI, II寄与分に分離できる. 特に, $\varphi=0^\circ$ のときの応力, ひずみ, 変位各変形モードへの分離を考えてみると, 石川らによって行われたJ積分をモードI, モードII寄与分(J_I, J_{II})へ分離するための方法⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾と同じであり, 石川らのJ積分の分離はき裂の直進方向に対して行われていることがわかる.

ここで, 前節で述べた円状切欠きにおける径路 Γ_0 の選び方であるが, ここでの結果は, φ 面に対する対称成分, 逆対称成分は境界線上側の領域で定義され, 一方, 反対方向の $(\varphi-180^\circ)$ 面に関するそれらは残りの領域で定義されることを示しており, このことから Γ_0 として前節のように考えねばならないと思われる. なお, 式(3.7)~(3.9)によって切欠きまわりの全領域で定義されるモードI, II寄与分に関係する諸量は次節において示す径路独立積分によ

る \mathcal{E}_φ^I , $\mathcal{E}_\varphi^{\text{II}}$ の評価において使用される。

なお, \mathcal{E}_φ の各変形モード寄与分について, 例えばモード I (直進) き裂の場合, き裂進展方向で $\mathcal{E}_{\varphi=a^+} = \mathcal{E}_{\varphi=a^-} = \mathcal{E} = \mathcal{E}^I$ ($\mathcal{E}_\varphi^{\text{II}} = 0$, \mathcal{E}^I : \mathcal{E} のモード I 寄与分) であり, すなわち直進き裂ではき裂進展方向の \mathcal{E}_φ のモード I 寄与分がその限界値に達したときき裂進展が開始すると考えられる。このことから混合モード状態下のき裂の破壊の場合においては, モード I で破壊が起こる場合はき裂進展方向の \mathcal{E}_φ のモード I 寄与分 \mathcal{E}_φ^I がその限界値に達しており, モード II で破壊が起こる場合はき裂進展方向の \mathcal{E}_φ のモード II 寄与分 $\mathcal{E}_\varphi^{\text{II}}$ がその限界値に達していると考えられる。このように, 混合モード下のき裂では, \mathcal{E}_φ の破壊の起こる変形モードの寄与分に注目して破壊条件 (破壊クライテリオン) が与えられることが考えられ, 次章以降において \mathcal{E}_φ に基づく混合モード破壊クライテリオンの検討を行う。

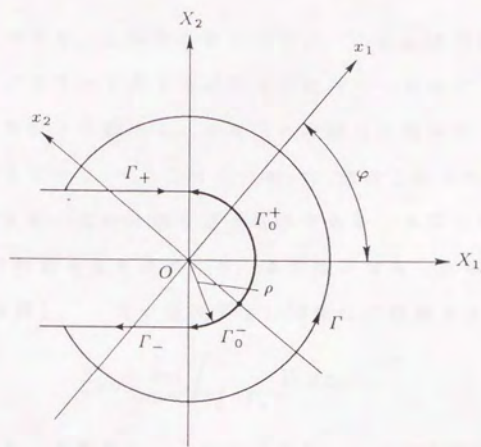
3.2.3 任意方向 CED と他の破壊パラメータとの関係

モード I き裂における \mathcal{E} と他の破壊パラメータとの関係はすでに述べたが, 任意方向に拡張定義された \mathcal{E}_φ と他の破壊パラメータとの関係は, モード I き裂の場合と異なる面があるのでここで述べておく。またこれにより \mathcal{E}_φ の混合モードき裂パラメータとしての位置づけも明確になる。

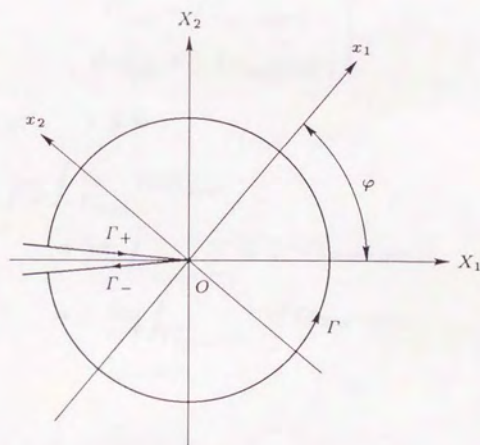
(1) J 積分との関係⁽⁷⁾

応力-ひずみの関係が $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \varepsilon_{ij}$ で与えられる場合は J 積分が存在する。 Γ_+ , Γ , Γ_- を図 3.4 (a) に示すような径路とすると,

$$J_\varphi = \int_{\Gamma_- + \Gamma + \Gamma_+} (W dx_2 - T_i u_{i,1} ds) \quad (3.16)$$



(a)



(b)

図 3. 4 J_ν 積分の積分径路

によって定義できる。これを J_p 積分と呼ぶ。この J_p 積分を混合モードき裂の破壊パラメータとする試みも行われているので⁽¹¹⁾、この J_p と \mathcal{E}_p との関係を以下に調べる。なおこの J_p 積分は通常の J 積分と異なり Γ_+ 、 Γ_- 上で $dx_2 = 0$ ではないので、始点と終点が切欠き端に一致する条件においてのみ成り立つものである。き裂に対する Γ_+ 、 Γ_- は切欠きに対応するものであり、き裂端となる一点は含まない〔図3. 4 (b)参照〕。ここで構成条件に関係なく定義できる量として、

$$\mathcal{E}_\varphi^* = \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} W dx_2 \quad (3.17)$$

を考える〔図3. 4参照〕。下付の (φ) 、 $(\varphi - 180^\circ)$ をそれぞれ座標軸の傾き角が φ 、 $\varphi - 180^\circ$ のときものを表すとする

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{0(\varphi)}^- &= \Gamma_{0(\varphi-180^\circ)}^+ \\ dx_{2(\varphi)} &= -dx_{2(\varphi-180^\circ)} \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

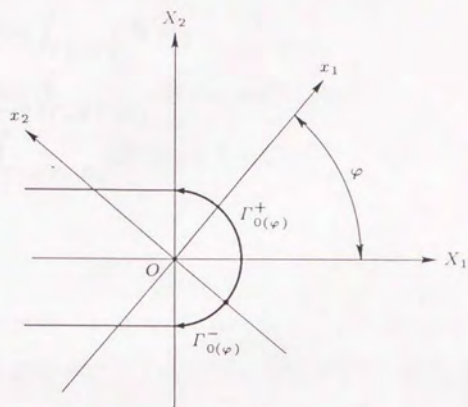
であるから (図3. 5参照) ,

$$\begin{aligned} & \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{-\Gamma_{0(\varphi)}^-} W dx_{2(\varphi)} \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_{0(\varphi-180^\circ)}^+} W \{-dx_{2(\varphi-180^\circ)}\} \\ &= - \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_{0(\varphi-180^\circ)}^+} W dx_{2(\varphi-180^\circ)} \\ &= -\mathcal{E}_{\varphi-180^\circ} \end{aligned} \quad (3.19)$$

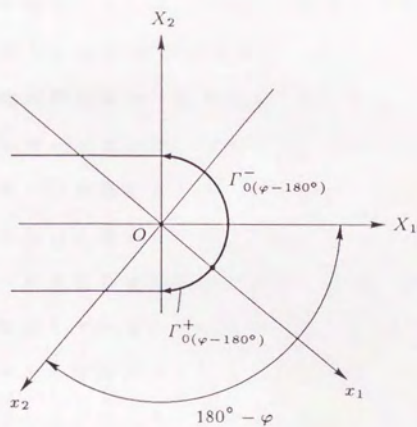
となり、

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\varphi^* &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} W dx_2 \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+} W dx_2 + \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^-} W dx_2 \\ &= \mathcal{E}_\varphi - \mathcal{E}_{\varphi-180^\circ} \end{aligned} \quad (3.20)$$

の関係が得られる。ここで



(a)



(b)

図 3. 5 \mathcal{E}_φ^* , \mathcal{E}_φ , $\mathcal{E}_{\varphi-180^\circ}$ の関係

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}_\varphi^* &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} W dx_2 \\
 &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_- + \Gamma + \Gamma_+} (W dx_2 - T_i u_{i,1} ds)^{(n)} \\
 &= \int_{\Gamma_- + \Gamma + \Gamma_+} (W dx_2 - T_i u_{i,1} ds)^{(c)} = J_\varphi^{(c)}
 \end{aligned} \quad (3.21)$$

であり,

$$J_\varphi^{(c)} = \mathcal{E}_\varphi - \mathcal{E}_{\varphi-180^\circ} \quad (3.22)$$

なる関係が成り立つ。ここで上付き添字 (n), (c) は切欠きおよびき裂に対するものを意味する。したがって \mathcal{E}_φ^* は φ 面上におけるひずみエネルギー面密度と $\varphi - 180^\circ$ 方向 (φ 方向) におけるひずみエネルギー面密度の差となっていることが分かる。このように \mathcal{E}_φ^* すなわち J 積分を任意の方向に拡張した J_φ 積分の場合、純粋に φ 方向のみの量とはならずその方向と 180° 反対のものとの差になっていることがわかる。この J_φ の物理的な意味、さらに J_φ を破壊パラメータとするときモード I に対しモード II の割合が大きくなると実験結果と合わなくなるという事実⁽¹⁰⁾ を考えるとき、 J_φ を破壊パラメータとして用いるのは妥当ではないと考えられる。これに対し \mathcal{E}_φ は、切欠き端のひずみエネルギーに注目し φ 方向のみの量 (き裂を φ 方向に進ませるエネルギー) を表していることになり、このことから混合モード破壊パラメータとして期待できることがわかる。

また \mathcal{E}_φ^* には次のようなベクトル的な性質もある。座標変換公式より、

$$dx_2 = dX_2 \cos \varphi - dX_1 \sin \varphi \quad (3.23)$$

であり、 $\varphi = 0^\circ$ のとき $dX_2 = dx_2$ 、 $\varphi = 90^\circ$ のとき $dX_2 = -dX_1$ となって (図 3. 6 参照) 、

$$\mathcal{E}_{\varphi=0^\circ} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} (W dx_2)_{\varphi=0^\circ} \Bigg|$$

$$\left. \begin{aligned} &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} W dX_2 \\ \mathcal{E}_{\varphi=90^\circ} &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} (W dx_2)_{\varphi=90^\circ} \\ &= - \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} W dX_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

となる。したがって \mathcal{E}_φ^* は、

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\varphi^* &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} W dx_2 \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} W (dX_2 \cos \varphi - dX_1 \sin \varphi) \\ &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} W dX_2 \cos \varphi \\ &\quad - \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+ - \Gamma_0^-} W dX_1 \sin \varphi \\ &= \mathcal{E}_{\varphi=0^\circ} \cos \varphi + \mathcal{E}_{\varphi=90^\circ} \sin \varphi \end{aligned} \quad (3.25)$$

と表すことができる。この関係より \mathcal{E}_φ^* は、図 3. 7 に示すように二つのベクトル $\mathcal{E}_{0^\circ}^*$ と $\mathcal{E}_{90^\circ}^*$ の和すなわち $\mathcal{E}_{\varphi=90^\circ}^*$ の φ 方向成分と考えることができる。ただし、 \mathcal{E}_φ には定義からも分かるように明かにこのような性質はない。

(2) エネルギー解放率との関係⁽⁷⁾⁽¹²⁾

ここでは線形弾性体において任意方向に進展するき裂のエネルギー解放率を求め、任意方向 C E D \mathcal{E}_φ との関係を示すこととする。

図 3. 8 (a) に示すような直線切欠きから体積 ΔV が取り去られ、図 3. 8 (b) に示すような屈折切欠きとなるときエネルギー変化を考える。このとき、この変化によって解放されるエネルギーを $-\Delta E$ とするとき、 $-\Delta E$ は直進する切欠きを考える場合と同様に図 3. 8 (a) の直線切欠きで ΔV 内のひずみエネルギーと周囲の ΔS 上に生じていた表面力を解放したときのエネルギーの和となり、

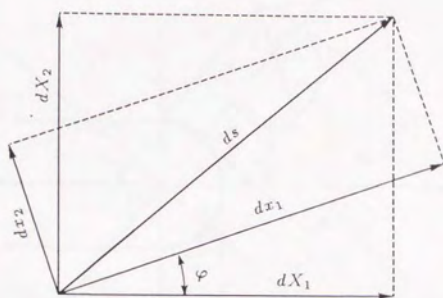
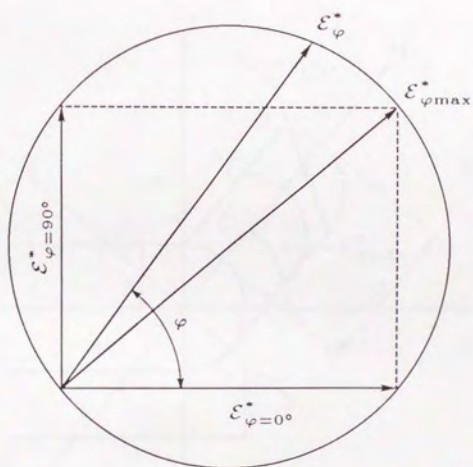
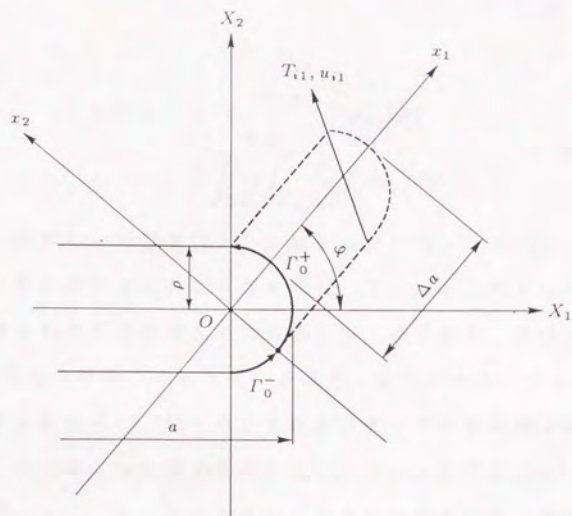
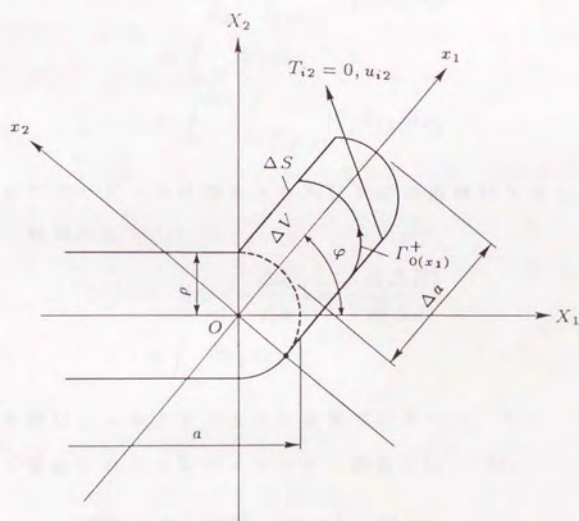


図 3. 6 座標変換

図 3. 7 E_{φ}^* のベクトルの性質



(a)



(b)

図 3. 8 屈折前の直線切欠きと屈折切欠き

$$\begin{aligned}
 -\Delta E = & - \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}, u_{i1}} T_i du_i \right) dS \\
 & - \int_{\Delta S} \left(\int_{T_{i1}, u_{i1}}^{0, u_{i2}} T_i du_i \right) dS
 \end{aligned} \quad (3.26)$$

と表せる。ただし、下付きの 1, 2 はそれぞれ図 3. 8 (a), (b) の直線および屈折切欠きにおける量を表し、 T_{i1}, u_{i1} は 1 の状態での点線で囲まれた仮想領域 ΔV の周囲 ΔS 上の表面力、変位であり、 T_{i2}, u_{i2} は 2 の状態での ΔS 上の表面力、変位である。ここで $\Delta a \rightarrow 0$ とするときの式 (3.26) における各項のオーダーを比較することを考える。 T_{i1} は二つの項で共通であり、 $\Delta a \rightarrow 0$ のとき u_{i1} は有限であるが、 $u_{i1} - u_{i2}$ は零に近づくと考えられるので、第 2 項は第 1 項に比較して高次の項となり (第 2 項を省略でき)、

$$\begin{aligned}
 -\Delta E = & - \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}, u_{i1}} T_i du_i \right) dS \\
 = & \int_{\Delta V} W_1 dV \\
 = & \int_0^{\Delta a} \left(\int_{\Gamma_0^+(x_1)} W_1 dx_2 \right) dx_1
 \end{aligned} \quad (3.27)$$

となる。したがって 1 の状態すなわち屈折前の直線切欠きにおけるエネルギー解放率 $\mathcal{G}_\varphi^{(n)}$ は、

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}_\varphi^{(n)} = & \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \left(- \frac{\Delta E}{\Delta a} \right) = - \frac{d(\Delta E)}{d(\Delta a)} \\
 = & \int_{\Gamma_0^+} W_1 dx_2
 \end{aligned} \quad (3.28)$$

となり、き裂は $\rho \rightarrow 0$ とするときの極限であるので、 $\Delta a = 0$ の状態に対して定義されるき裂のエネルギー解放率 $\mathcal{G}_\varphi^{(c)}$ は、

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}_\varphi^{(c)} = & \lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{G}_\varphi^{(n)} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0^+} W_1 dx_1 \\
 = & \mathcal{E}_{\varphi 1}
 \end{aligned} \quad (3.29)$$

で与えられる。すなわち、直線切欠きで定義される任意方向 φ に対

するき裂エネルギー密度 \mathcal{E}_p に等しいという直進き裂の場合⁽¹²⁾と同じ結果が得られる。

(3) 応力拡大係数との関係

線形弾性を考える場合には \mathcal{E}_p は応力拡大係数によって表示できるはずであり、本節ではそれを説明する。この関係は渡辺、塩見によって \mathcal{E}_p^* ($= J_p$) の表示式から直接的に導出されているが⁽⁷⁾、ここでは(2)において示したように、線形弾性領域では \mathcal{E}_p はエネルギー解放率 G_p に等しいので、モード I き裂に対するエネルギー解放率 G を求める手法⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾と同様の方法で求めてみる。

図3. 9には任意方向に拡張した座標系として、き裂端を原点とした (X_1, X_2, X_3) の固定座標系、この固定座標系を X_3 軸を軸として φ だけ回転した (x_1, x_2, x_3) の回転座標系を示している。ここで座標系内の任意の点を極座標 (r, θ) (r : 原点 O からの距離 r , θ : X_1 軸正の部分を基準線としての角度) で表すとき、 K_I , K_{II} を各変形モードに対応する応力拡大係数として、この点における回転座標系 (x_1, x_2, x_3) で定義される応力、変位のき裂端近傍の状態を表す解は表3. 1のように求められる⁽¹⁰⁾。このき裂近傍状態を与える解は、 θ が $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ で意味を持つが、ここで θ が $\varphi - 180^\circ \leq \theta \leq \varphi + 180^\circ$ ($\varphi \geq 0$) で意味を持つものとする。このとき $\varphi - 180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ では通常の状態であるが、 $180^\circ \leq \theta \leq \varphi + 180^\circ$ では、応力、変位の状態は現実の $-180^\circ \leq \theta \leq \varphi - 180^\circ$ 状態の符号が逆になったものになっている。よって x_1 軸負の方向の応力、変位の状態は $\theta = \varphi + 180^\circ$, $\theta = \varphi - 180^\circ$ と取ったときでは不連続になっており、図3. 10に鎖線で示したように仮想的なき裂を考えることができる。またこのときは、現実存在するき裂の上下面では応

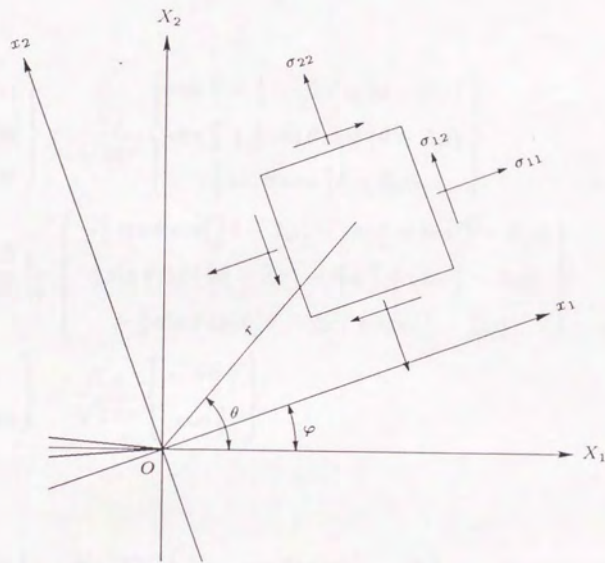


図 3. 9 任意方向に拡張した座標系

表 3. 1 任意方向に拡張された座標系での応力および変位

応力:

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \theta \sin(\frac{3}{2}\theta - 2\varphi) \\ \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \sin \theta \sin(\frac{3}{2}\theta - 2\varphi) \\ \frac{1}{2} \sin \theta \sin(\frac{3}{2}\theta - 2\varphi) \end{Bmatrix} \\
 + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} &\begin{Bmatrix} -\frac{1}{2} \sin \theta \cos(\frac{3}{2}\theta - 2\varphi) - \sin \frac{\theta}{2} - \sin(\frac{\theta}{2} - 2\varphi) \\ \frac{1}{2} \sin \theta \cos(\frac{3}{2}\theta - 2\varphi) - \sin \frac{\theta}{2} + \sin(\frac{\theta}{2} - 2\varphi) \\ -\frac{1}{2} \sin \theta \cos(\frac{3}{2}\theta - 2\varphi) + \cos(\frac{\theta}{2} - 2\varphi) \end{Bmatrix} \\
 \begin{Bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix}
 \end{aligned}$$

変位:

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} &= \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (\kappa - \cos \theta) \cos(\frac{\theta}{2} - \varphi) \\ (\kappa - \cos \theta) \sin(\frac{\theta}{2} - \varphi) \end{Bmatrix} \\
 + \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} &\begin{Bmatrix} (\kappa + \cos \theta) \sin(\frac{\theta}{2} - \varphi) + 2 \sin(\frac{\theta}{2} + \varphi) \\ -(\kappa + \cos \theta) \cos(\frac{\theta}{2} - \varphi) + 2 \cos(\frac{\theta}{2} + \varphi) \end{Bmatrix} \\
 u_3 &= \frac{K_{III}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2}
 \end{aligned}$$

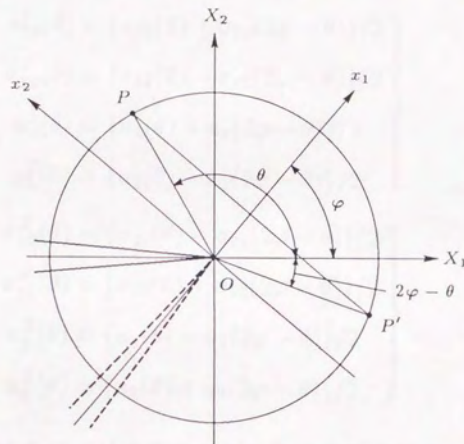


図 3. 10 $x_1 - x_2$ 面に対する対称点
および仮想き裂

力, ひずみ, 変位は連続に変化していることになっている.

このような $\varphi - 180^\circ \leq \theta \leq \varphi + 180^\circ$ で意味を持つものと仮定した (仮想き裂の) き裂先端近傍の応力, 変位の状態で,

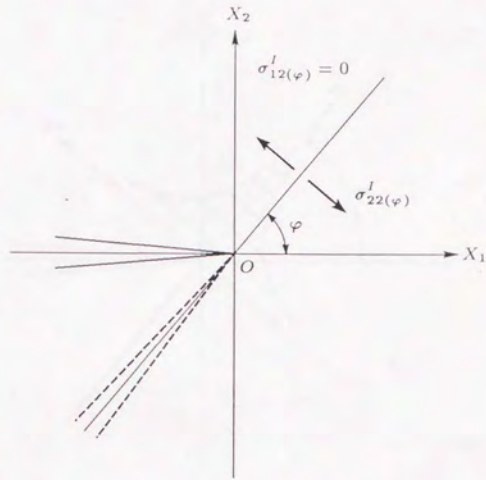
図 3. 10 に示す P, P' 点の x_1-x_2 面に対して対称な点の量を用いて, 下記のような量を定義することを考える.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{22}^I(\theta) &= \{\sigma_{22}(\theta) + \sigma_{22}(2\varphi - \theta)\}/2 \\ \sigma_{12}^I(\theta) &= \{\sigma_{12}(\theta) - \sigma_{12}(2\varphi - \theta)\}/2 \\ u_1^I(\theta) &= \{u_1(\theta) + u_1(2\varphi - \theta)\}/2 \\ u_2^I(\theta) &= \{u_2(\theta) - u_2(2\varphi - \theta)\}/2 \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

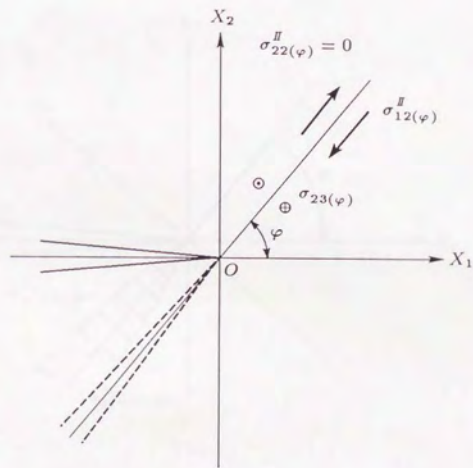
$$\left. \begin{aligned} \sigma_{22}^{II}(\theta) &= \{\sigma_{22}(\theta) - \sigma_{22}(2\varphi - \theta)\}/2 \\ \sigma_{12}^{II}(\theta) &= \{\sigma_{12}(\theta) + \sigma_{12}(2\varphi - \theta)\}/2 \\ u_1^{II}(\theta) &= \{u_1(\theta) - u_1(2\varphi - \theta)\}/2 \\ u_2^{II}(\theta) &= \{u_2(\theta) + u_2(2\varphi - \theta)\}/2 \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

式 (3.30) および式 (3.31) で定義された量はそれぞれ x_1-x_2 面に対するモード I, モード II 寄与分であり, 表 3. 1 に示した図 3. 10 の仮想き裂に対する応力, 変位の式をそれぞれの式に代入することにより実際の表示式が得られる. 図 3. 11, 3. 12 に x_1-x_2 面において実現される応力, 変位の各変形モード寄与分の状態が示してある. ここで σ_{22}, u_2 がモード III 変形の寄与する量である. この状態は, 直進き裂の直進 ($\varphi = 0^\circ$) 方向で考えられる状態と同じであり, 直進方向のエネルギー解放率を求めた方法と同様の方法を用いて φ 方向のそれらを求めることができる.

この仮想き裂が図 3. 13 に示すように Δa だけ進展したとき (すなわち現実のき裂では φ 方向に屈折進展したことに相当する), この進展した部分を閉じさせ図 3. 10 の状態にもどすために必要

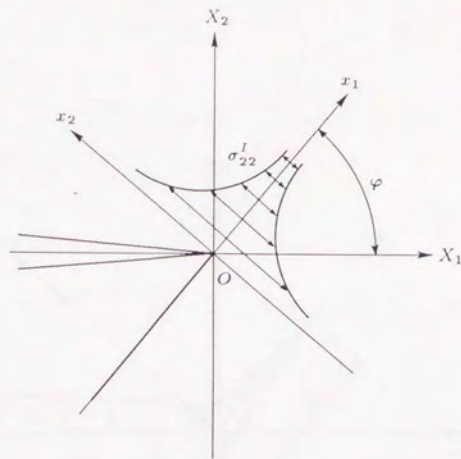


(a)

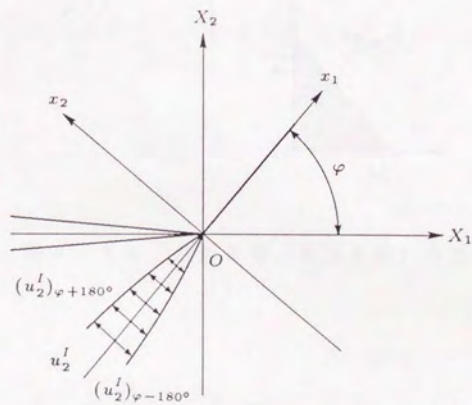


(b)

図 3. 1 1 $x_1 - x_2$ 面の正方向で実現される
応力状態



(a)



(b)

図 3. 1 2 $x_1 - x_2$ 面で実現される応力と変位の
モード I 寄与分の状態

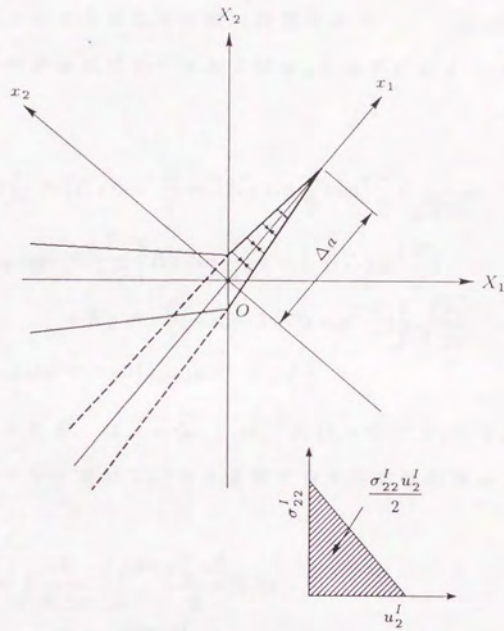


図 3. 1 3 屈折き裂（仮想き裂）の進展

な仕事を求めることによって、 φ 面に対するのエネルギー解放率 G_φ (すなわち \mathcal{E}_φ) は計算できることになる。 \mathcal{E}_φ のモード I 寄与分 \mathcal{E}_φ^I (すなわち G_φ^I) は、式 (3.30) で定義される応力、変位 (σ_{22}^I, u_2^I) を用いて以下のようにして実際に計算できる。 $\chi_1 - \chi_2$ 面上の σ_{22}^I 、 u_2^I は、 σ_{22}^I の表示式に $\theta = \varphi$ および u_2^I の表示式に $\theta = \varphi \pm 180^\circ$ を代入し、

$$\sigma_{22}^I = (K_I \cos^3 \frac{\varphi}{2} - 3K_{II} \sin \frac{\varphi}{2} \cos^2 \frac{\varphi}{2}) \frac{1}{\sqrt{2\pi x_1}} \quad (3.32)$$

$$(u_2^I)_{\varphi+180^\circ} = \frac{1}{2G} \left\{ K_I \cos \frac{\varphi}{2} (\kappa - 1 + 2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}) + K_{II} \sin \frac{\varphi}{2} (-\kappa + 1 - 6 \cos^2 \frac{\varphi}{2}) \right\} \sqrt{\frac{x_1}{2\pi}} \quad (3.33)$$

$$(u_2^I)_{\varphi-180^\circ} = -(u_2^I)_{\varphi+180^\circ}$$

のように得られる。 $\mathcal{E}_\varphi^I (= G_\varphi^I)$ は、式 (3.32) で $\chi_1 = \chi$ 、式 (3.33) で $\chi_1 = \Delta a - \chi$ とおいて、 B をき裂を有する試験片厚みとすれば、

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\varphi^I &= G_\varphi^I \\ &= \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \left(\frac{1}{B\Delta a} \right) \int_0^{\Delta a} \frac{\sigma_{22}^I u_2^I}{2} B dx \\ &= \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \left(\frac{1}{B\Delta a} \right) \int_0^{\Delta a} \frac{\sigma_{22}^I}{2} \left\{ (u_2^I)_{\varphi+180^\circ} - (u_2^I)_{\varphi-180^\circ} \right\} B dx \end{aligned} \quad (3.34)$$

として求めることができる [図 3. 12, 3. 13 参照]。 $\mathcal{E}_\varphi^{\text{II}} (= G_\varphi^{\text{II}})$ に関しては式 (3.31) のモード II 寄与分の定義式から、モード III 寄与分 $\mathcal{E}_\varphi^{\text{III}}$ に関しては表 3. 1 の σ_{23} 、 u_3 を用いて、やはり同様の方法により求めることができる。その結果求められた \mathcal{E}_φ^I 、 $\mathcal{E}_\varphi^{\text{II}}$ 、 $\mathcal{E}_\varphi^{\text{III}}$ および \mathcal{E}_φ は、

$$\mathcal{E}_\varphi^I = G_\varphi^I = \frac{K_I^2}{8G} \cos^4 \frac{\varphi}{2} (\kappa + \cos \varphi)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{K_{II}^2}{8G} 3 \sin^2 \frac{\varphi}{2} (\kappa + 2 + 3 \cos \varphi) \\
& + \frac{K_I K_{II}}{8G} 2 \sin \frac{\varphi}{2} \cos^3 \frac{\varphi}{2} (-2\kappa - 1 - 3 \cos \varphi)
\end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{\varphi}^{\parallel} = \mathcal{G}_{\varphi}^{\parallel} &= \frac{K_I^2}{8G} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \cos^2 \frac{\varphi}{2} (\kappa + \cos \varphi) \\
& + \frac{K_{II}^2}{8G} \sin^2 \frac{\varphi}{2} (3 \cos^2 \frac{\varphi}{2} - 2) (\kappa - 2 + 3 \cos \varphi) \\
& + \frac{K_I K_{II}}{8G} \sin \frac{\varphi}{2} (\kappa \cos \varphi + 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \varphi)
\end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{III}} = \mathcal{G}_{\varphi}^{\text{III}} = \frac{K_{\text{III}}^2}{2G} \cos^2 \frac{\varphi}{2} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{\varphi} = \mathcal{G}_{\varphi} &= \mathcal{E}_{\varphi}^I + \mathcal{E}_{\varphi}^{\parallel} + \mathcal{E}_{\varphi}^{\text{III}} (= \mathcal{G}_{\varphi}^I + \mathcal{G}_{\varphi}^{\parallel} + \mathcal{G}_{\varphi}^{\text{III}}) \\
&= \frac{K_I^2}{8G} \sin^2 \frac{\varphi}{2} (\kappa + \cos \varphi) + \frac{K_{II}^2}{8G} \cos^2 \frac{\varphi}{2} (\kappa - 3 \cos \varphi + 4) \\
&+ \frac{K_I K_{II}}{8G} \sin \varphi (-\kappa - 2 \cos \varphi - 1) + \frac{K_{\text{III}}^2}{2G} \cos^2 \frac{\varphi}{2}
\end{aligned} \quad (3.38)$$

ここで G はせん断弾性係数、 ν はポアソン比として平面ひずみ状態のとき $\kappa = 3 - 4\nu$ 、平面応力状態のとき $\kappa = (3 - \nu) / (1 + \nu)$ 、 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} は各モードに対応する応力拡大係数であり、通常のき裂先端近傍を表す解を用いる。 $\mathcal{E}_{\varphi=180^\circ}$ および各変形モード寄与分などは、ここで示した方法を $\varphi = 180^\circ$ 方向の場合に適用すれば求められるが、式 (3.35) ~ (3.38) において φ に $\varphi \pm 180^\circ$ を代入して求まるものと当然同じ形となる。

ここで \mathcal{E}_{φ} の応力拡大係数による表示が得られたので、 \mathcal{E}_{φ}^* など他のパラメータの表示式をまとめておく。 \mathcal{G}_{φ} は $\mathcal{E}_{\varphi} = \mathcal{G}_{\varphi}$ であるので、式 (3.38) により表示でき、特に $\varphi = 0^\circ$ の場合は、2章において示したように、 $\mathcal{E}_{\varphi=0^\circ} = \mathcal{E} = \mathcal{G}$ となり、

$$\mathcal{E} = \mathcal{G} = \frac{1}{8G} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{\text{III}}^2 \quad (3.39)$$

となる。これまでに示された任意方向のエネルギー解放率に基づく

混合モード破壊クライテリオン⁽¹⁵⁾⁻⁽¹⁸⁾では、式(3.39)の直進する場合($\varphi = 0^\circ$ 方向)の關係式に、き裂進展前の任意方向の応力拡大係数あるいは無限小屈折き裂の応力拡大係数を適用したものととしてき裂が直進しない場合のエネルギー解放率を定義しているが、ここで導出した任意方向のエネルギー解放率 G_φ とは異なったものであることがわかる。また(1)で示した \mathcal{E}_φ^* は、 $\mathcal{E}_\varphi^* = J_\varphi = \mathcal{E}_\varphi - \mathcal{E}_{\varphi-180^\circ}$ であり、さらに $\mathcal{E}_\varphi = G_\varphi$ であるので、 $\mathcal{E}_\varphi^* = J_\varphi = \mathcal{E}_\varphi - \mathcal{E}_{\varphi-180^\circ} = G_\varphi - G_{\varphi-180^\circ}$ すなわち φ 方向と($\varphi - 180^\circ$)方向のエネルギー解放率の差の意味を有することになる。したがって式(3.38)より

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_\varphi^* &= J_\varphi = \mathcal{E}_\varphi - \mathcal{E}_{\varphi-180^\circ} = G_\varphi - G_{\varphi-180^\circ} \\ &= \frac{1}{8G}(K_I^2 + K_{II}^2) \cos \varphi - \frac{\kappa+1}{4G} K_I K_{II} \sin \varphi \\ &\quad + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \cos^2 \varphi\end{aligned}\quad (3.40)$$

となり、さきのエネルギー解放率に基づく混合モード破壊クライテリオンに用いられているエネルギー解放率は、この \mathcal{E}_φ^* ($=G_\varphi - G_{\varphi-180^\circ}$)とも異なったものとなっているのがわかる。

3.3 任意方向 CED の評価に関わる基本的関係の導出

本節では任意方向 CED \mathcal{E}_φ および各変形モード寄与分の評価の際に用いられる基本的関係を導出する。前節においては線形弾性領域における \mathcal{E}_φ , \mathcal{E}_φ^0 などと応力拡大係数との関係を示したが、ここでは線形弾性領域のみならず一般の弾塑性領域においても使用できる関係として、 \mathcal{E}_φ および各変形モード寄与分と径路独立積分との関係、 \mathcal{E}_φ と荷重-変位曲線との関係を導出する。

3.3.1 径路独立積分との関係

さきにモード I き裂に対し、エネルギー保存則、仮想仕事の立場から径路独立積分の基礎となる保存則を導き、径路独立な J 積分が得られている⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾ (2章においては、静的な場合に対して J 積分がみちびかれている)。ここでは、このモード I き裂に対する J 積分の導出を基礎として、3.2.2 項において定義された応力、ひずみ、変位の各変形モード寄与分を適用することによって任意方向 CED \mathcal{E}_φ および各変形モード寄与分の径路独立積分表示を求める。図 3.14 (a), (b) に示す円状、半円状切欠きにおいて Γ_0^* を囲む径路を $\Gamma + \Gamma_u$ を考え、閉領域 $\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^*$ の面積を A とする。このとき

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + B_i - \gamma \ddot{u}_i &= 0, \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji}, \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad \text{in } A \\ \sigma_{ij} n_j &= T_i \quad \text{on } \Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^+ \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

であることから得られる閉領域に対するエネルギー保存則⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾より、ただちに全き裂エネルギー密度に対応する $\mathcal{E}_\varphi(\rho)$ は構成条件に関係なく、

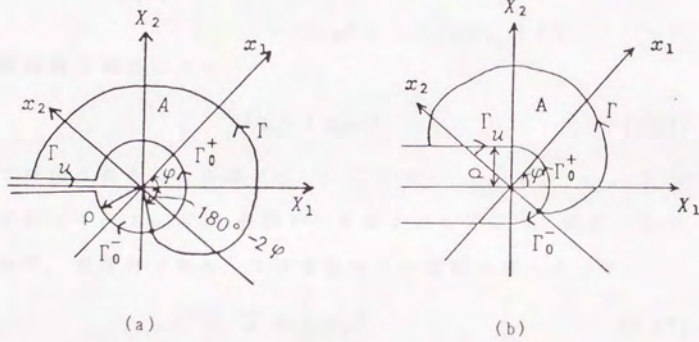


図 3. 1 4 任意方向 CED 評価のための積分経路

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{J\varphi}(\rho) &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} \left\{ (W+T - \int_0^t B_i du_i) n_1 - \int_0^t T_i du_{i,1} \right\} d\Gamma \\
&\quad - \int_A \int_0^t (\sigma_{ij,1} du_i)_{,j} dA \\
&= \int_{\Gamma+\Gamma_u} \left\{ (W+T - \int_0^t B_i du_i) n_1 - T_i u_{i,1} \right\} d\Gamma \\
&\quad - \int_A \int_0^t \{ (\sigma_{ij,j} du_i - u_{i,1} d\sigma_{ij}) \\
&\quad \quad + (\sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij,1} d\sigma_{ij}) \} dA
\end{aligned} \tag{3.42}$$

なる径路独立積分により、

$$\mathcal{E}_\varphi = \mathcal{E}_{J\varphi}(\rho) \tag{3.43}$$

として評価されることが導ける。ここで B_i , γ , u_i , n_1 , T_i はそれぞれ (x_1, x_2, x_3) 座標系で定義された体積力, 密度, 変位, 方向余弦, 表面力であり, T は単位当りの運動エネルギーで,

$$T = \frac{1}{2} \gamma \dot{u}_i \dot{u}_i \tag{3.44}$$

また $(\cdot)_{,i} = \partial(\cdot) / \partial x_i$, $(\dot{\cdot}) = \partial(\cdot) / \partial t$, $(\ddot{\cdot}) = \partial^2(\cdot) / \partial^2 t$ である。

各変形モード寄与分についても、式(3.7), (3.8), (3.9)で定義されたモード I, II に関する諸量も式(3.41)の釣合い方程式, 変位とひずみの関係, コーシーの式を満たすので, $\mathcal{E}_{J\varphi}(\rho)$ 積分を導いたのと同様にして, $(M = I, II)$ は径路独立積分

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{J\varphi}^M(\rho) &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} \left\{ (W^M + T^M - \int_0^t B_\alpha^M du_\alpha^M) n_1 - \int_0^t T_\alpha^M du_{\alpha,1}^M \right\} d\Gamma \\
&\quad - \int_A \int_0^t (\sigma_{\alpha\beta,1}^M du_\alpha^M)_{,\beta} dA \\
&= \int_{\Gamma+\Gamma_u} \left\{ (W^M + T^M - \int_0^t B_\alpha^M du_\alpha^M) n_1 - T_\alpha^M u_{\alpha,1}^M \right\} d\Gamma \\
&\quad - \int_A \int_0^t \{ (\sigma_{\alpha\beta,\beta}^M du_\alpha^M - u_{\alpha,1}^M d\sigma_{\alpha\beta}^M)
\end{aligned}$$

$$+(\sigma_{\alpha\beta,1}^M d\varepsilon_{\alpha\beta}^M - \varepsilon_{\alpha\beta,1}^M d\sigma_{\alpha\beta}^M) \Big\} dA$$

$$(\alpha, \beta = 1, 2) \quad (3.45)$$

により,

$$\mathcal{E}_{\varphi}^M = \mathcal{E}_{J\varphi}^M(\rho) \quad (3.46)$$

として評価される. ここで B_{α} は

$$B_{\alpha}(\ell)^I = \{B_{\alpha}(\ell) + B_{\alpha}(-\ell)\}/2 \Big\}$$

$$B_{\alpha}(\ell)^{II} = \{B_{\alpha}(\ell) - B_{\alpha}(-\ell)\}/2 \Big\} \quad (3.47)$$

であり,

$$T_{\alpha}^M = \frac{1}{2} \gamma \dot{u}_{\alpha}^M \dot{u}_{\alpha}^M \quad (3.48)$$

である. また \mathcal{E}_{φ}^M も, 同様に,

$$\mathcal{E}_{J\varphi}^{III}(\rho) = \int_{\Gamma+\Gamma_u} \left\{ (W^{III} + T^{III} - \int_0^t B_3 du_3) n_1 - \int_0^t T_3 du_{3,1} \right\} d\Gamma$$

$$- 2 \int_A \int_0^t (\sigma_{3\alpha,1} du_3)_{,\alpha} dA$$

$$= \int_{\Gamma+\Gamma_u} \left\{ (W^{III} + T^{III} - \int_0^t B_3 du_3) n_1 - T_3 u_{3,1} \right\} d\Gamma$$

$$- 2 \int_A \int_0^t \{ (\sigma_{3\alpha,\alpha} du_3 - u_{3,1} d\sigma_{3\alpha,\alpha})$$

$$+ (\sigma_{3\alpha,1} d\varepsilon_{3\alpha} - \varepsilon_{3\alpha,1} d\sigma_{3\alpha}) \} dA \quad (3.49)$$

により,

$$\mathcal{E}_{\varphi}^{III} = \mathcal{E}_{J\varphi}^{III}(\rho) \quad (3.50)$$

として評価される. ここで,

$$T_{\alpha}^{III} = \frac{1}{2} \gamma \dot{u}_3^2 \quad (3.51)$$

である. 以上では最も一般的な場合を考えているが, 慣性力, 体積力が存在しない静的な場合には, これらの式は,

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{J\varphi}(\rho) &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W n_1 - \int_0^t T_i du_{i,1}) d\Gamma \\
&\quad - \int_A \int_0^t \sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} dA \\
&= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W n_1 - T_i u_{i,1}) d\Gamma \\
&\quad - \int_A \int_0^t (\sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij,1} d\sigma_{ij}) dA
\end{aligned} \tag{3.52}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{J\varphi}^M(\rho) &= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W^M n_1 - \int_0^t T_\alpha^M du_{\alpha,1}^M) d\Gamma \\
&\quad - \int_A \int_0^t \sigma_{\alpha\beta,1}^M d\varepsilon_{\alpha\beta}^M dA \\
&= \int_{\Gamma+\Gamma_u} (W^M n_1 - T_i^M u_{\alpha,1}^M) d\Gamma \\
&\quad - \int_A \int_0^t (\sigma_{\alpha\beta,1}^M d\varepsilon_{\alpha\beta}^M - \varepsilon_{\alpha\beta,1}^M d\sigma_{\alpha\beta}^M) dA
\end{aligned} \tag{3.53}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{J\varphi}^{\text{III}}(\rho) &= \int_{\Gamma+\Gamma} (W^{\text{III}} n_1 - \int_0^t T_3 du_{3,1}) d\Gamma \\
&\quad - 2 \int_A \int_0^t \sigma_{3\alpha} d\varepsilon_{3\alpha} dA \\
&= \int_{\Gamma+\Gamma} (W^{\text{III}} n_1 - T_3 u_{3,1}) d\Gamma \\
&\quad - 2 \int_A \int_0^t (\sigma_{3\alpha} d\varepsilon_{3\alpha} - \varepsilon_{3\alpha,1} d\sigma_{3\alpha}) dA
\end{aligned} \tag{3.54}$$

のように簡単になる。ここで $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \varepsilon_{ij}$ が成り立つときには \mathcal{E}_φ に対する式 (3.52) の最右辺の第 2 項も消え J 積分と等しくなる。しかし \mathcal{E}_φ^I , $\mathcal{E}_\varphi^{\text{II}}$, $\mathcal{E}_\varphi^{\text{III}}$ に対する表示式では $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \varepsilon_{ij}$ であっても線形弾性の場合を除き式 (3.45), (3.49) の最右辺の第 2 項は零としないことに注意すべきである。このことは

$$\begin{aligned}
W &= W^{I+II} + W^{\text{III}} \\
&= W^I + W^{\text{II}} + \int_0^t (\sigma_{\alpha\beta}^I d\varepsilon_{\alpha\beta}^{\text{II}} + \sigma_{\alpha\beta}^{\text{II}} d\varepsilon_{\alpha\beta}^I) \\
&\quad + W^{\text{III}}
\end{aligned} \tag{3.55}$$

であることから、 $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \varepsilon_{ij}$ であっても、 W が ε_{ij} の最終値のみで定まるとしても線形弾性の場合を除いて、 W^I , W^{II} , W^{III} は

それぞれ $\varepsilon_{\alpha\beta}^I$, $\varepsilon_{\alpha\beta}^{II}$, ε_{i3} の最終値のみでは一意に定まらない, すなわち

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta}^I &= \partial W^I / \partial \varepsilon_{\alpha\beta}^I \\ \sigma_{\alpha\beta}^{II} &= \partial W^{II} / \partial \varepsilon_{\alpha\beta}^{II} \\ \sigma_{i3} &= \partial W^{III} / \partial \varepsilon_{i3} \end{aligned} \right\} \quad (3.56)$$

とならないことから分かる.

3.3.2 荷重-変位曲線との関係

ここでは, \mathcal{E}_p と荷重-変位曲線との間に直進する場合と同様の関係⁽²⁾が存在することを示し, その関係に基づく \mathcal{E}_p の評価法について説明する. 試験片として例えば図3.15に示すような引張型荷重を受ける中央き裂試験片を考えるものとし, この試験片が有する切欠きの切欠き端が図3.16(a)に示すような直線切欠きであるものと, 切欠きの先端部が図3.16(b)に示すような Δa の屈折部を有する屈折切欠きである点だけが異なる二つの試験片を考える. この二つの試験片では材料および切欠き部以外の形状は全く同一であるものとする. それぞれの試験片における切欠きを囲み, その形状が等しい任意の径路を考え(これに対応する面を S とする), この径路と切欠き面によって囲まれる部分の体積を V および $V - \Delta V$ とする (ΔV は屈折部に相当する体積). いまこの二つの試験片の S 上の変位が単調に増加し, かつその値が等しくなるように S 上に荷重を加えることを考えると, 材料にクリープのような時間依存性はないものとする, これらの試験片におけるひずみエネルギーは,

$$U_1 = \int_V W_1 dV = \int_S \int_{0,0}^{T_{11}, u_{11}} T_i du_i \quad (3.57)$$

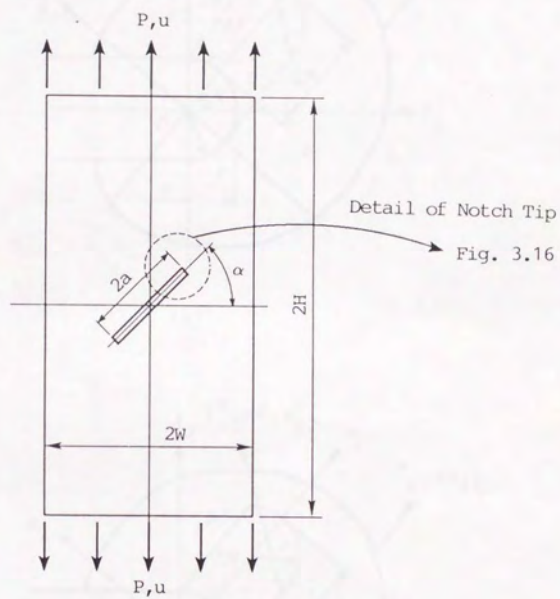
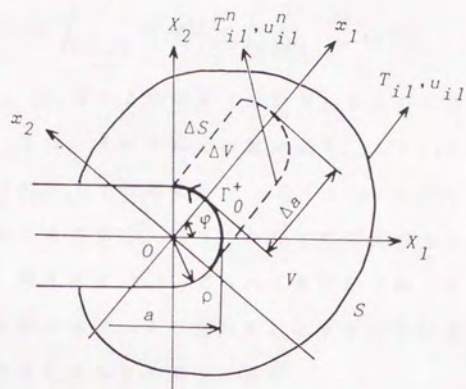
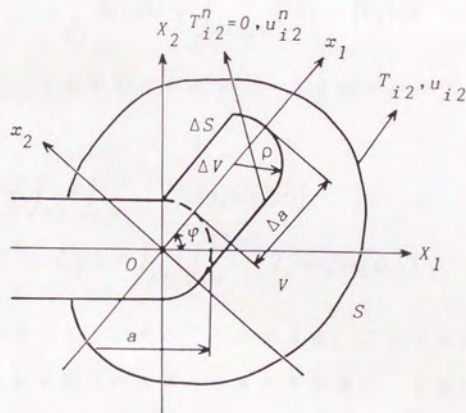


図 3. 1 5 中央傾斜き裂試験片



(a)



(b)

図 3. 16 直線切欠きと屈折切欠き

$$U_2 = \int_{V-\Delta V} W_2 dV = \int_S \int_{0,0}^{T_{i2}, u_{i2}} T_i du_i \quad (3.58)$$

で表せる。 T_i , u_i は S 上の荷重（表面力）および変位であり、下付きの数字 1, 2 は、それぞれその量が図 3.16 (a), (b) の切欠きを有する試験片に S 上で強制変位 u_{i1} ($= u_{i2}$) を加えた状態におけるものであることを示し、以下においても同様である。また積分範囲の表示は、例えば式 (3.57) であれば変位が 0 から u_{i1} まで変わる間に表面力は零から T_{i1} まで変わることを表している。ここで二つの状態のひずみエネルギーの差をとると、

$$\begin{aligned} -\Delta U &= U_1 - U_2 \\ &= \int_V W_1 dV - \int_{V-\Delta V} W_2 dV \\ &= \int_V W_1 dV + \int_{V-\Delta V} (W_1 - W_2) dV \end{aligned} \quad (3.59)$$

となる。また 1, 2 の状態における $V - \Delta V$ 部分のひずみエネルギーに注目すると、

$$\begin{aligned} U_1 + \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}^n, u_{i1}^n} T_i du_i \right) d(\Delta S) \\ = U_2 + k \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}^n, u_{i1}^n} T_i^* du_i^* \right) d(\Delta S) \end{aligned} \quad (3.60)$$

なる関係が成り立つようにすることができる。ここで左辺は 1 の状態における $V - \Delta V$ 部分のひずみエネルギーを表し、右辺はひずみエネルギー U_2 の 2 の状態から、 S 上の変位 u_{i2} は一定に保った状態で、新たに ΔS 上に表面力を 1 の状態で ΔS 上に生じている T_{i1}^n に等しくなるまで加え、それによる仕事を k 倍したものを加えることを意味している。ただし、 ΔS は ΔV がいない場合に生じる表面部分であり、上付きの n は屈折部に相当する部分の表面における量であることを示している。また k は等号が成り立つように定められる 1 のオ

は履歴が関与し 1 とはならない。 T_{i1}^* , du_i^* は 2 の状態から ΔS 上に表面力を加えて T_{i1}^{η} となるようにする過程での表面力とそれに対応する変位増分, u_i^{η} はこの結果として ΔS 上に生じる変位である。式 (3.60) より,

$$\begin{aligned} -\Delta U &= U_1 - U_2 \\ &= \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}^{\eta}, u_i^{\eta}} T_i du_i \right) d(\Delta S) \\ &\quad + k \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}^{\eta}, u_i^{\eta}} T_i^* du_i^* \right) d(\Delta S) \end{aligned} \quad (3.61)$$

となり, 最右辺第 1 項, 第 2 項はそれぞれ式 (3.59) のそれらに対応すると考えられる。ここで $\Delta a \rightarrow 0$ とすることを考える。このとき ΔS は自由表面 Γ_0^* に近づくので $T_{i1}^{\eta} \rightarrow 0$, また u_i^{η} は T_{i1}^{η} を作用させることによって生じる変位であるので $u_i^{\eta} \rightarrow 0$, 一方 u_{i1}^{η} は外力によって生じた 1 の状態における変位で有限の値をもつ。したがって Δa を 1 次の微小量としたとき式 (3.61) 最右辺第 1 項は 1 次の微小量, 第 2 項は 2 次の微小量となり, 式 (3.59), (3.61) および Δa が 1 次の微小量であることより,

$$\begin{aligned} -\Delta U &= \int_{\Delta S} \left(\int_{0,0}^{T_{i1}^{\eta}, u_i^{\eta}} T_i du_i \right) d(\Delta S) \\ &= \int_{\Delta V} W_1 dV = \Delta a \int_{\Gamma_0^+} W_1 dx_2 \end{aligned} \quad (3.62)$$

となる。さらに屈折き裂の長さに対するひずみエネルギーの変化率を考えると,

$$-\frac{d(\Delta U)}{d(\Delta a)} = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{-\Delta U}{\Delta a} = \int_{\Gamma_0^+} W_1 dx_2 \quad (3.63)$$

となり, 式 (3.2) より,

$$\mathcal{E}_{\varphi}(\rho) = -\frac{d(\Delta U)}{d(\Delta a)} \quad (3.64)$$

なる関係が、さらに式(3.1)より

$$\mathcal{E}_\varphi = \lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}_\varphi(\rho) = - \lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \frac{d(\Delta U)}{d(\Delta a)} \right\} \quad (3.65)$$

なる関係が得られることになる。

式(3.64)の関係は、本来 $\mathcal{E}_\varphi(\rho)$ を評価したい試験片の他に φ 方向に屈折部を有する試験片を用いれば、二つの試験片に対するひずみエネルギーの差より $\mathcal{E}_\varphi(\rho)$ が評価できることを示している。さらに式(3.57)、(3.58)の最右辺のように、試験片のひずみエネルギーは荷重-変位曲線により与えられるので、き裂先端近傍の諸量の評価が必要でなく、その評価が比較的容易な荷重-変位曲線から $\mathcal{E}_\varphi(\rho)$ さらには \mathcal{E}_φ を評価できる可能性があることがわかる。特に切欠きを囲む任意の領域として試験片全体を取ると、例えば図3.16の試験片においては $\mathcal{E}_\varphi(\rho)$ は荷重-荷重点変位(P, u)曲線に関係づけられ、図3.17に示しているように直線切欠きあるいは屈折切欠きを有する二つの試験片の荷重-荷重点変位曲線の差〔斜線部に相当する $\mathcal{E}_\varphi(\rho) \cdot B \cdot \Delta a$, B :試験片厚さ〕を屈折部の長さ Δa で割ったものとして $\mathcal{E}_\varphi(\rho)$ は得られることがわかる。荷重-荷重点変位曲線は、数値計算あるいは実験により比較的簡単にとりだすことができ、このことがこの荷重-変位曲線に基づく \mathcal{E}_φ の評価法を実際的なものに行っていると言え、またモードIき裂に対するJ値の荷重-荷重点変位曲線に基づく評価の有効性⁽²¹⁾を考えると、混合モードき裂においても同様にJ値評価に対し重要な役割を果たすことが期待される。

ところで切欠きを囲む領域として φ 面に対して対称な領域を取るものとすれば、3.2.2項に示した \mathcal{E}_φ を各変形モード寄与分に分離する方法と同様の方法を用いて領域周囲S上の荷重(表面力)をモードI, IIに分離できる可能性がある。したがって \mathcal{E}_I , \mathcal{E}_{II} もモー

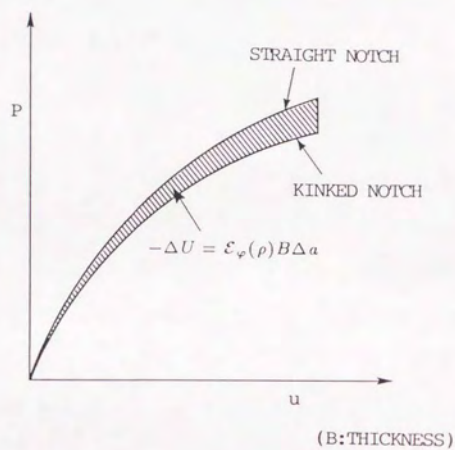


图 3. 1 7 荷重—荷重点变位曲线

ド I, モード II に対応する荷重-変位曲線によって評価できることが考えられるが, この評価法および評価の可能性については付録 I において述べる.

3.4 任意方向CEDの定義における切欠き形状不依存性

ここでは先に示した \mathcal{E}_φ の径路独立積分表示を用いて、 \mathcal{E}_φ の定義における切欠き形状不依存性について検討を加える。ここでは簡単のため慣性力、体積力は考慮しないものとし、円状切欠きと半円状切欠きで考える量等を区別する必要がある場合には、それらをそれぞれ $()_c$, $()_{sc}$ のように表す。また径路 $\Gamma + \Gamma_u$ としては、図3.18に示すように Γ のはじめの部分がそれぞれの切欠きの境界線に一致するようにとるものとし(Γ の境界線の部分を特に Γ_0 と表す)、はじめに線形弾性状態について考える。このとき式(3.42)最右辺は第1項の線積分のみとなり、 $\rho \rightarrow 0$ とするときを考えるといずれの切欠きを考える場合でも、 $\Gamma + \Gamma_u$ 上の関係諸量ははその速さは異なるにせよ $\rho = 0$ のき裂に対して与えられるそれらの値に限りなく近づいて行く[$\Gamma + \Gamma_u$ の始点、終点が Γ_0 のそれらに一致しないとき、例えば図3.18において円状切欠きに対する $\Gamma + \Gamma_u$ として半円状切欠きに対して定まる径路 $(\Gamma + \Gamma_u)_{sc}$ を用いることを考えると、この径路の始点、終点近傍における諸量は ρ をいくら小さくしていってもその値が有限である限り $\rho = 0$ のき裂に対する値には近づかない]。したがって $\lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}_{J\varphi}(\rho)$ は切欠き形状に依存しないことになり、 \mathcal{E}_φ の切欠き形状不依存性が言えることになる。

次に一般の弾塑性状態において考える。式(3.42)中辺の面積分 $\int_A \int_0^t \sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} dA$ について考えるとき、これは釣合い方程式、ガウスの定理、コーシーの公式より

$$\begin{aligned}
 \int_A \int_0^t \sigma_{ij,1} d\varepsilon_{ij} dA &= \int_A \int_0^t (\sigma_{ij,1} du_i)_{,j} dA \\
 &= \int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^+} \int_0^t (\sigma_{ij,1} du_i) n_j dS \quad (3.66) \\
 &= \int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^+} \int_0^t T_{i,1} du_i dS
 \end{aligned}$$

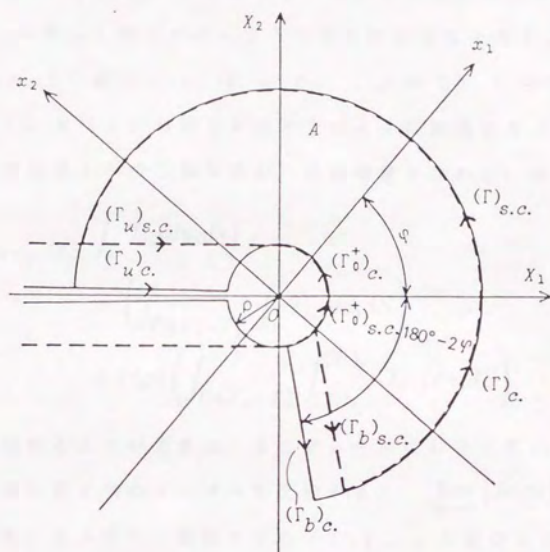


図 3. 18 円状切欠きおよび半円状切欠き
における積分径路

のように変形される。ここで図 3. 15 の円状切欠きと半円状切欠きでは Γ 上の $(T_i)_{c.}$, $(T_i)_{s.c.}$ は異なるが、半円状切欠きにおいて現在の状態から Γ 上で表面力を作用させ [ただし, $\Gamma_u - \Gamma_0$ 上では $(T_i)_{c.} = (T_i)_{s.c.} = 0$] 円状切欠きにおける Γ 上の $(T_i)_{c.}$ に等しく持つて行くような仮想的な変化を考えると [$(\Gamma_0)_{s.c.}$ 上の値については, $(\Gamma_0)_{c.}$ 上の $(T_i)_{c.}$ に等しく持つていく], $k(\rho)$ は等号が成り立つように調整する (切欠き形状によって径路 Γ が少し異なるが、その調整も含めて) 係数とし、

$$\begin{aligned} & \left(\int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^+} \int_0^t T_{i,1} du_i ds \right)_{c.} \\ &= \left(\int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^+} \int_0^t T_{i,1} du_i dS \right)_{s.c.} \\ &+ k(\rho) \left(\int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^+} \int_{(T_i)_{s.c.}}^{(T_i)_{c.}} T_{i,1} du_i dS \right) \end{aligned} \quad (3.67)$$

なる関係を得ることができる。そこで $\rho \rightarrow 0$ における式 (3.67) の右辺の第 1 項と第 2 項のオーダーを比較すると、 $\lim_{\rho \rightarrow 0} |k(\rho)| = \text{有限}$ であれば、第 1 項は零から現在までの $(T_i)_{s.c.}$ の変化に対する量であるのに対し、第 2 項は $(T_i)_{s.c.}$ から $(T_i)_{c.}$ への変化に対応する量であり、また Γ 上で $\lim_{\rho \rightarrow 0} |(T_i)_{c.} - (T_i)_{s.c.}| = 0$ であるので第 1 項に比較して微小量となり

$$\begin{aligned} & \lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \left(\int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^+} \int_0^t T_{i,1} du_i ds \right)_{c.} \right. \\ & \quad \left. = \left(\int_{\Gamma + \Gamma_u - \Gamma_0^+} \int_0^t T_{i,1} du_i dS \right)_{s.c.} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.68)$$

が成り立つことになる。すなわち式 (3.42) 中辺の面積分は切欠き形状に依存しないことになり、同式中の線積分についてはいずれの切欠き形状においても、 $\rho \rightarrow 0$ において $\Gamma + \Gamma_u$ 上の径路独立積分表示の関係諸量は、線形弾性の場合と同様に考えることにより $\rho = 0$ の

き裂に対する値に限りなく近づき切欠き形状に依存しないことがいえるので、 $\lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}_{J\varphi}(\rho)$ すなわち \mathcal{E}_ρ の切欠き形状不依存性がいえることになる。ここで $\lim_{\rho \rightarrow 0} |k(\rho)| = \text{有限}$ であることがいえるかどうかの問題となるが、線形弾性の場合はすでに切欠き不依存性が言っているので当然式 (3.68) が成り立たねばならず、したがって $\lim_{\rho \rightarrow 0} |k(\rho)| = \text{有限}$ であり、弾塑性状態は無限小の ρ の状態 ($\rho = 0$ ではない) を考えるとき弾性状態に続いて生じるものであるので、弾塑性状態になったとたんに $\lim_{\rho \rightarrow 0} |k(\rho)| = \infty$ になるとは考えがたいので一般に $\lim_{\rho \rightarrow 0} |k(\rho)| = \text{有限}$ と考えてよいであろう。したがって一般の弾塑性状態においても \mathcal{E}_ρ は切欠き形状に依存性せず定まるものと考えられる。

ここでは全き裂エネルギー密度 \mathcal{E}_ρ の切欠き形状不依存性について検討したが、各変形モード寄与分についても同様の方法でその切欠き形状不依存性が示される。

3.5 結 言

本章では、モードⅠ切欠き（き裂）で定義されたき裂エネルギー密度（CED）の概念を、混合モード条件下の切欠きに適用することによって定義された混合モードき裂の破壊パラメータについて以下の事項を示した。

（１） 直進切欠きに対し定義されたCEDを切欠きのなめらかな延長方向以外の方向に対して拡張定義を行った。このパラメータを任意方向CEDと呼ぶ。

（２） 任意方向CED \mathcal{E}_φ は任意の構成条件のもとで各変形モード寄与分（ \mathcal{E}_φ^I ：モードⅠ寄与分， \mathcal{E}_φ^II ：モードⅡ寄与分， \mathcal{E}_φ^III ：モードⅢ寄与分）に分離できる。また $\mathcal{E}_\varphi = \mathcal{E}_\varphi^I + \mathcal{E}_\varphi^II + \mathcal{E}_\varphi^III$ である。

（３） \mathcal{E}_φ ， \mathcal{E}_φ^I ， \mathcal{E}_φ^II ， \mathcal{E}_φ^III の評価法として、線形弾性領域での応力拡大係数に基づく評価法、一般の弾塑性領域まで適用できる径路独立積分による評価法、 \mathcal{E}_φ のみの評価法であるが荷重-変位曲線に基づく評価法を示した。

これら \mathcal{E}_φ^I ， \mathcal{E}_φ^II ， \mathcal{E}_φ^III を混合モード条件下のき裂の破壊パラメータと考えており、 \mathcal{E}_φ^I ， \mathcal{E}_φ^II ， \mathcal{E}_φ^III はき裂進展開始条件、進展方向の検討のためのパラメータと考えている。これらのパラメータの評価精度の検討およびこれらを用いた破壊クライテリオンの検討を次章以降行っていく。

（４） 本章では \mathcal{E}_φ に関わる事項として、 \mathcal{E}_φ はその定義において用いられる切欠き形状に依存せず定まるものであることを径路独立積分を用いて示した。

（５） \mathcal{E}_φ と他の破壊パラメータ（応力拡大係数、J 積分、エネルギー解放率）との関係を明かにし、 \mathcal{E}_φ は純粋にき裂を延長方向以外の任意の方向に進展させるのに寄与するエネルギーを表したもの

になっており、またこれまでの混合モード破壊クライテリオンで用いられているパラメータはそのようなものになっていないことを示した。

3 章の参考文献

- (1) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 47-416 (1981, 昭56-4), p.406.
- (2) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 48-433 (1982, 昭57-9), p.1226.
- (3) THEOCARIS, P. S., KARDOMATEAS, G. A. and ANDRIANOPOULOS, N. P., Eng. Frac. Mech., Vol. 17 (1983), p. 439.
- (4) 高松 徹・市川昌弘, 日本機械学会論文集(A編), 53-486 (1987, 昭62), p. 246.
- (5) 高松 徹・市川昌弘, 日本機械学会論文集(A編), 51-461 (1985, 昭60-1), p. 167.
- (6) 市川昌弘・高松 徹, 日本機械学会論文集(A編), 50-453 (1984, 昭59-5), p. 959.
- (7) 渡辺勝彦・塩見 肇, 日本機械学会論文集(A編), 49-446 (1983, 昭58-10), p. 1277.
- (8) 渡辺勝彦, 生産研究, Vol. 41, No. 9 (1989), p. 640.
- (9) 石川晴雄, 日本機械学会論文集(A編), 46-401 (1980, 昭55-1), p. 67.
- (10) 北川英夫・岡村弘之・石川晴雄, 日本機械学会講演論文集, No. 793-1 (1979, 昭54-3), p. 64.
- (11) Carlsson, A. J., Prospect of Frac. Mech., (1974), p. 134.

- (12) 塩見 肇, 混合モードき裂の破壊のクライテリオンに関する研究, 東京大学修士論文, (昭和56年2月).
- (13) 岡村弘之, 破壊力学と材料強度講座-1 線形破壊力学入門, 培風館.
- (14) 岡村弘之, 「材料」, 32-360 (昭58-9), p.1062.
- (15) 影山和郎・岡村弘之, 日本機械学会論文集(A編), 48-430 (1982,昭57-6), p.783.
- (16) NUISMER, R. J., Int. Jour. Fract., Vol.11-2 (1975-4), p.245.
- (17) Hussain, M. A., Pu, S. L. and Underwood, J., ASTM STP 560, P. 2.
- (18) Wang, T. C., Proc. 4th Int. Conf. Fract., Waterloo, 4 (1977), p.135.
- (19) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 50-453 (1984,昭59-5), p.894.
- (20) 畔上秀幸, 延性き裂の安定成長を支配する力学量と安定性評価に関する研究, 東京大学学位論文, (昭和60年).
- (21) Begley, J. A. and Landes, J. D., ASTM STP, 514(1972), p.1.