

## 6.4 実験結果および荷重-変位曲線実験に基づく

## 実験的評価に関する検討

ここでは、直線状傾斜き裂およびその先端部に種々の長さの屈折部を持った屈折き裂試験片の負荷実験より得られた荷重-変位曲線から $\varepsilon_p$ を求める。さらにこの結果と有限要素解析に基いて求めた $\varepsilon_p$ 、 $\varepsilon_p^*$ とを比較し、実験に基づく荷重-変位曲線による $\varepsilon_p$ 評価法に関する検討を行う。

## 6.4.1 荷重-荷重点変位曲線

図6.7に切欠き状直線き裂および屈折切欠き状き裂の荷重-荷重点変位曲線の例としてA72024-T3合金試験片の $\alpha = 30^\circ$ およびSM50A試験片の $\alpha = 0^\circ$ の場合の例が示してある。これらの図より屈折切欠き状き裂の屈折部が長くなるにつれ、荷重は小さくなり、またその下がり方はほぼ同じ割合のようである。このことから求められる $\varepsilon_p$ は $\Delta a$ によらずほぼ同じ値が得られることが予想される。図6.8は、A72024-T3合金およびSM50A試験片の $\alpha = 75^\circ$ の直線切欠き状き裂および屈折切欠き状き裂の荷重-荷重点変位曲線を示している。 $\alpha = 75^\circ$  ( $\varphi = -75^\circ$ )のように傾斜角が大きいときは、切欠き状き裂であっても屈折部を有するものは疲労予き裂試験片 ( $\Delta a / a = 0$ ) のき裂進展開始点の変位より小さい変位でき裂の進展が始まり、荷重は下がり始める。そこで図6.8に破線で示したように、屈折切欠き状き裂に対する曲線を最大荷重点から直線切欠き状き裂の曲線に平行にのばし、このような修正を行った曲線を $\varepsilon_p$ の評価に用いることとした。

6.4.2 有限要素解析に基づく $\varepsilon_p^*$ の評価 (SM50Aの場合)

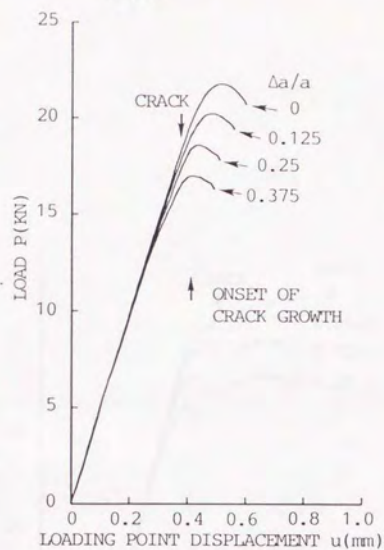
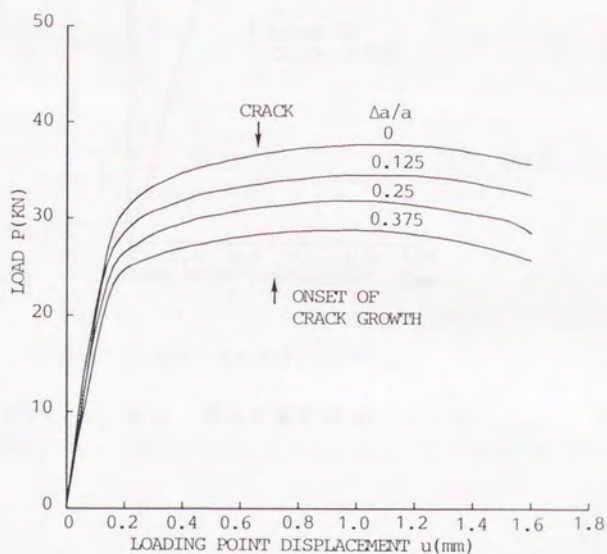
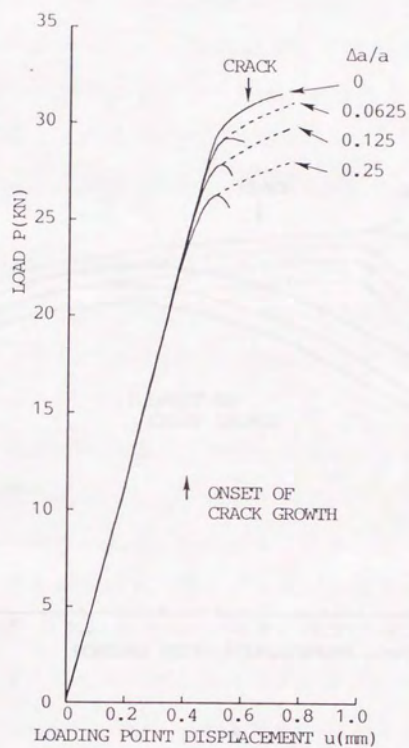
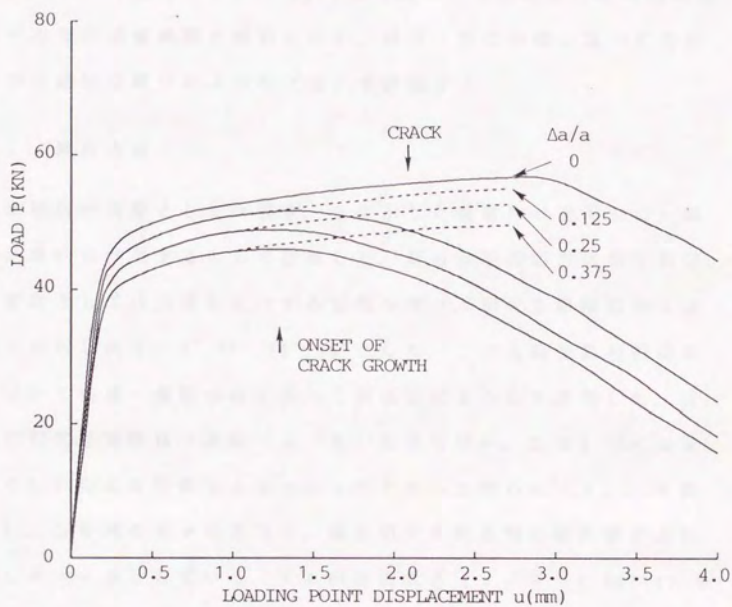
(a) A 2024-T3 ( $\alpha = 60^\circ$ )(b) SM50A ( $\alpha = 0^\circ$ )

图 6. 7 荷重-荷重点变位曲线



(a) A 2024-T3

图 6. 8 荷重-荷重点变位曲线 ( $\alpha = 75^\circ$ )



(b) SM50A



A/2024-T3合金試験片の場合は、5章において有限要素解析結果に基づいて $\mathcal{E}_p^0$ の評価が行われており、実験結果はそれらの値と比較できる。ここでは、SM50A試験片の実験結果と比較するための有限要素解析に基づく値を求めるため、SM50A試験片の実験のき裂成長開始点までの有限要素弾塑性解析を行い、荷重-変位曲線に基づく方法および径路独立積分により $\mathcal{E}_p$  ( $\mathcal{E}_p^0$ ) を評価する。

### (1) 解析方法

本解析の対象としては図6.9に示した試験片の上下面に一様応力が静的に作用するとして計算した。解析は平面応力状態を仮定し、要素としては三角形定ひずみ要素を用い、切欠きの傾斜角 $\alpha$ は実験に対応した $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ とした。この有限要素解析結果に基づいて荷重-変位曲線に基づく評価法により $\mathcal{E}_p$ を評価した。使用した切欠き形状は、き裂( $\rho = 0$ )形状を用い、 $\mathcal{E}_p$ は $0.08 < \Delta a / a < 0.11$ のときの値を $\Delta a \rightarrow 0$ に外そうして求めた(4.2.3節参照)。 $\mathcal{E}_p$ を求める $\varphi$ の方向は、屈折切欠き状き裂の屈折部の方向と同じ $\varphi = -\alpha$ としている。また円状切欠き( $\rho / W = 0.00114$ )を用いた径路独立積分( $\mathcal{E}_{Jp}$ および $\mathcal{E}_{Jp}^0$ 積分)により $\mathcal{E}_p$ ,  $\mathcal{E}_p^0$ を評価し $\mathcal{E}_{p \max}^0$ となる $\varphi$ 方向を推定した。 $\mathcal{E}_p, \mathcal{E}_p^0$ を評価した $\varphi$ 方向は、 $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ のとき $\varphi = 0^\circ, -30^\circ, -60^\circ$ ,  $\alpha = 75^\circ$ のとき $\varphi = 0^\circ, -45^\circ, -75^\circ$ とした。解析は試験片の1/2の部分を対象としており、要素数および節点数は、荷重-変位曲線の場合、1608要素、868節点であり、径路独立積分の場合、1898要素、1034節点であった。それぞれの有限要素解析に用いられた要素分割は、荷重-変位曲線による評価法の場合は図4.22, 径路独立積分の場合は図4.6に示したものを図6.9の解析対象の寸法にあうように外郭を修正したもの

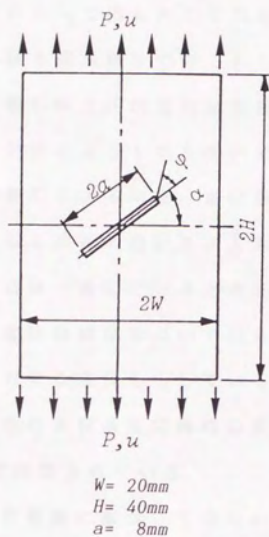


图 6. 9 解析对象

で、き裂部近傍の要素分割については特に変化はない

## (2) 塑性域での $\mathcal{E}_p$ の評価

図6. 10には、各 $\alpha$ に対する実験で得られた荷重-荷重点変位曲線と有限要素解析によって得られたそれとを比較している。実験によるものは切欠き状き裂試験片で得られたものを用い、有限要素解析によるものはき裂形状と円状切欠きを用いたものがあるがほとんど差はなく、き裂形状によるものを用いている。この図より、全ての $\alpha$ で、有限要素解析による荷重-変位曲線は実験のそれに比べ、塑性変形が大きくなる曲線の曲がりが大きいくところ多少の誤差があるものの両者はほぼ一致していると考えてよいと思われる。

図6. 11は、荷重-変位曲線に基づいて得られた $\varphi = -\alpha$ 方向の $\mathcal{E}_p$ の値の荷重点変位に対する変化を示している。図の各 $\alpha$ に対する $\mathcal{E}_p$ は、ほぼ $\alpha = 0^\circ$ の場合のき裂進展開始時の変位における $\mathcal{E}_p$ 値( $\approx 0.24 \text{ J/mm}^2$ )となるまで計算されている。

ここで、荷重-変位曲線に基づいて得られた $\varphi = -\alpha$ 方向の $\mathcal{E}_p$ の値についてであるが、A12023-T3合金の場合は5.4節において示したように、 $\mathcal{E}_{p_{max}}$ となる $\varphi$ 方向(すなわちき裂進展方向)近傍で $\mathcal{E}_{p_{max}} \approx \mathcal{E}_p$ であり、 $\mathcal{E}_{p_{max}}$ となる $\varphi$ 方向は $\varphi = -\alpha$ に近い値を取っているので、 $\varphi = -\alpha$ 方向の $\mathcal{E}_p$ はほぼ $\mathcal{E}_{p_{max}}$ が評価されていると考えてよいと思われる(ただし、 $\mathcal{E}_{p_{max}}$ 値を正確に見積るには、 $\mathcal{E}_{p_{max}}$ となる $\varphi$ 方向に屈折部を有する屈折切欠きを用いた実験により評価すべきである)。図6. 12は、SM50Aの場合の各 $\alpha$ で計算された最終変位において経路独立積分により評価した $\mathcal{E}_{Jp}$ 、 $\mathcal{E}_{Jp}$ 積分の $\varphi$ に対する分布を示している。この図からわかるように、 $\mathcal{E}_{Jp_{max}}$ となる $\varphi$ 方向では $\mathcal{E}_{Jp_{max}} \approx \mathcal{E}_{Jp}$ である。このようにSM50Aの場合においても、荷重-変位曲線により評価された $\mathcal{E}_p$ は近似的に $\mathcal{E}_{p_{max}}$ となっていること



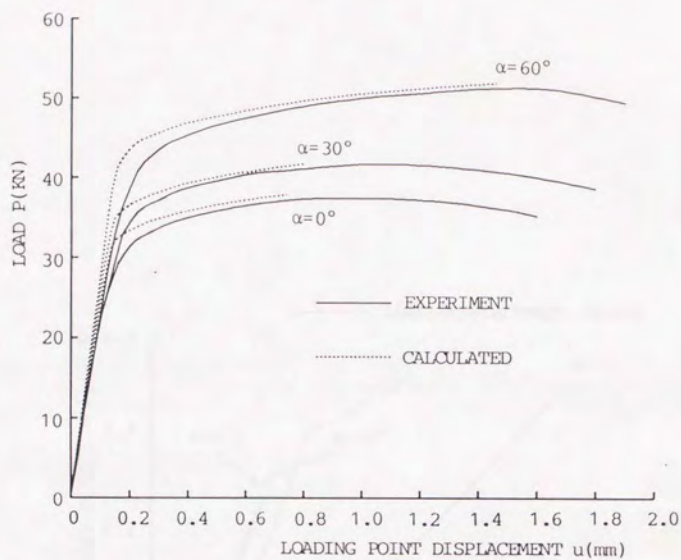
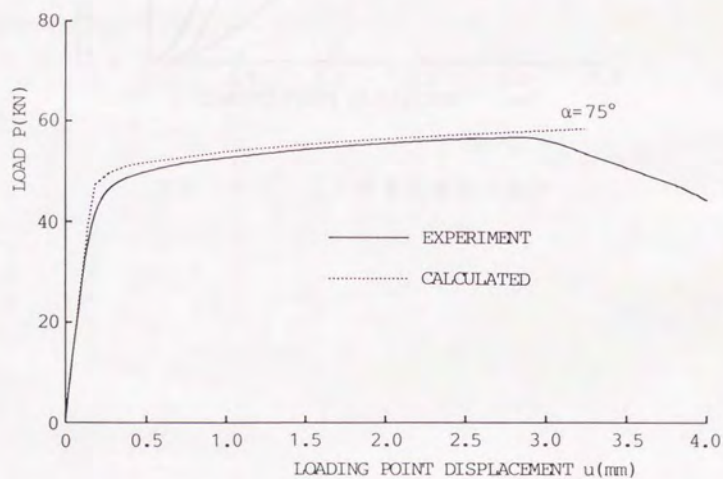
(a)  $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ (b)  $\alpha = 75^\circ$ 

図 6. 10 荷重 - 荷重点変位曲線  
(実験と有限要素解析の比較)



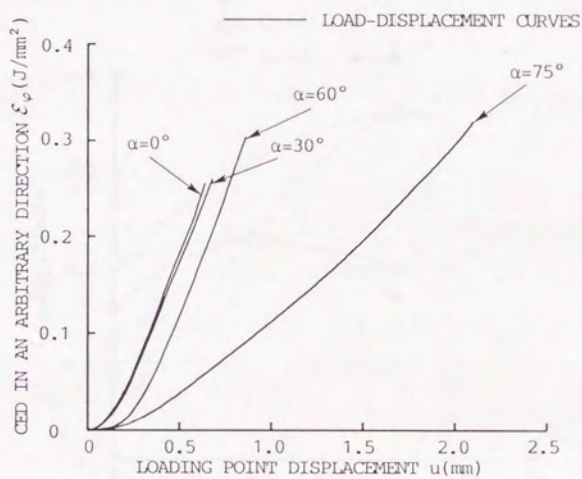


図 6. 1. 1  $\mathcal{E}_\varphi$  と荷重点変位の関係

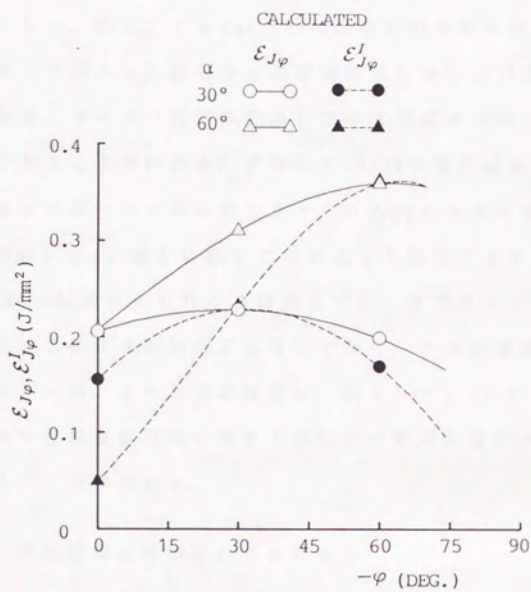


図 6. 1 2  $\mathcal{E}_{J\varphi}, \mathcal{E}_{J\varphi}^I$  積分値と  $\varphi$  の関係

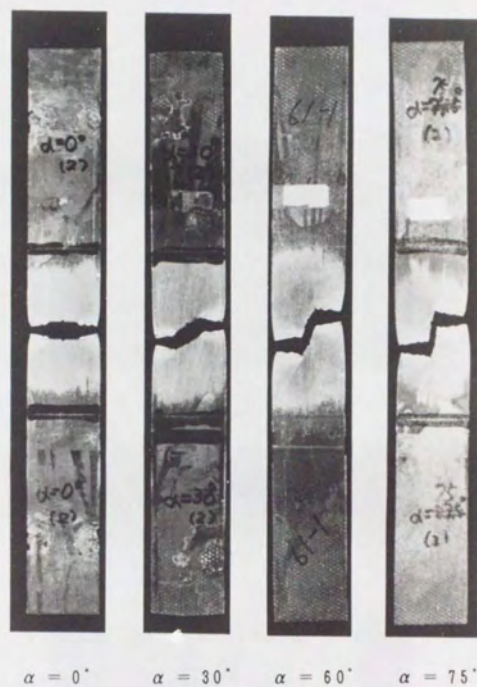
がわかる。また図6. 6に示したように、SM50Aの疲労予き裂試験片のき裂進展開始時のき裂近傍の写真では、き裂はA#2023-T3合金の場合と同様に進展開始後すぐに真のき裂進展方向に対して傾斜した面に移行しており、図6. 13(a), (b)に試験片の破断状態を示しているが、これらの図から、疲労予き裂試験片には多少疲労予き裂の屈折の影響があるものの(付録II参照)真のき裂進展方向はほぼ $\varphi = -\alpha$ 方向であることがわかる。すなわちSM50Aの場合においても、荷重-変位曲線に基づいて得られた $\varphi = -\alpha$ 方向の $\mathcal{E}_\varphi$ は近似的に(き裂進展方向の) $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}$ 値を評価していることが期待できる。

ここでSM50A試験片におけるき裂進展では、全ての $\alpha$ でき裂進展開始から破断まではほぼき裂は安定成長しており、不安定破壊への移行は見られなかった。またき裂進展中に、図6. 13(c)にA点で示したような真のき裂進展方向に対する傾斜面の方向が逆向きに変化するところはいくつか現れた。

#### 6.4.3 き裂進展開始時の変位における $\mathcal{E}_\varphi$

表6. 2, 6. 3は、疲労予き裂からのき裂進展開始点での、各 $\alpha$ の各 $\Delta a$ に対して $-\Delta U / \Delta a$ として求まる $\mathcal{E}_\varphi$ の値および本実験に対応する弾塑性有限要素解析に基づく荷重-変位曲線により評価した $\varphi = -\alpha$ 方向の $\mathcal{E}_\varphi$ の値を示している。図6. 7から予想されたように、両材料とも各 $\alpha$ の $\Delta a$ に対する $\mathcal{E}_\varphi$ は、SM50Aの $\alpha = 75^\circ$ を除いてほぼ一定値を取っており、それらの値は有限要素解析による値とほぼ一致しているのがわかる。弾性範囲の実験では、 $\mathcal{E}_\varphi$ は $\Delta a$ が大きくなるにつれ次第に大きくなる傾向があり、 $\Delta a \rightarrow 0$ の外そう値で $\mathcal{E}_\varphi$ を求めたが、4. 3節に示した弾塑性領域ではそのような傾向はなく、ほぼ一定値となった。SM50Aの $\alpha = 75^\circ$ では、 $\mathcal{E}_\varphi$ は $\Delta a$ が大きくなるにつれ次第に大きくなる傾向にあるが、ほぼ直線的に

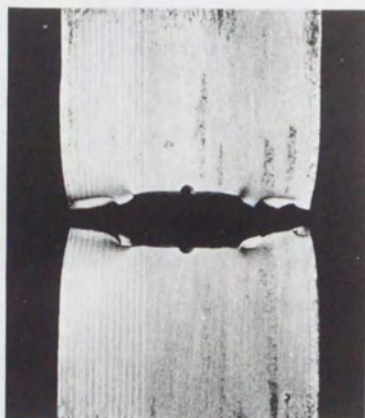
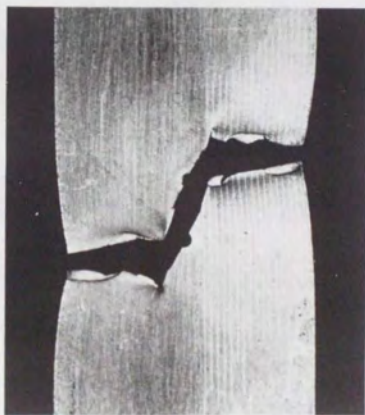




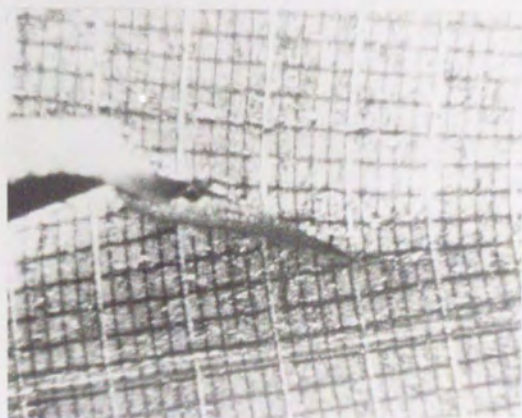
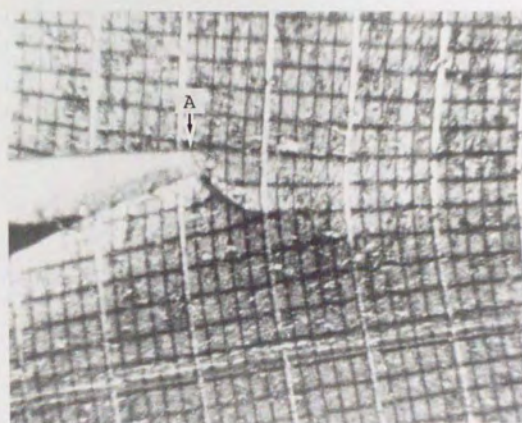
(a) 全体

図 6. 1 3 試験片破断状態 (SM50A)



 $\alpha = 0^\circ$  $\alpha = 60^\circ$ 

(b) 破断部



(c) き裂進展中の破面の傾斜方向の逆転

表 6. 2 実験により評価された  $\mathcal{E}_\varphi$  (A # 2024-T3)

	EXPERIMENT					CALCULATED
$\alpha$	$\mathcal{E}_{\varphi} \text{ (J/mm}^2\text{)}$					$\mathcal{E}_{\varphi} \text{ (J/mm}^2\text{)}$
	$\Delta a/a$					
	0.0625	0.125	0.1875	0.25	0.375	
0°		0.039		0.039	0.045	0.042
30°		0.043		0.041	0.040	0.042
60°		0.038		0.043	0.048	0.045
75°	0.044	0.045	0.049	0.054		0.044


表 6. 3 実験により評価された  $\mathcal{E}_\varphi$  (SM50A)

$\alpha$	EXPERIMENT				CALCULATED
	$\mathcal{E}_{\varphi} \text{ (J/mm}^2\text{)}$				$\mathcal{E}_{\varphi} \text{ (J/mm}^2\text{)}$
	$\Delta a/a$				
	0 ← (Limit)	0.125	0.25	0.375	
0°		0.21	0.22	0.22	0.24
30°		0.24	0.25	0.22	0.24
60°		0.32	0.33	0.33	0.29
75°	0.35	0.45	0.53	0.64	0.30

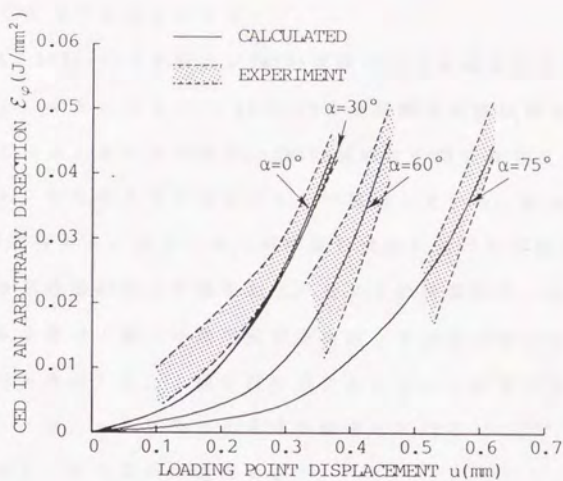


増加しているので  $\Delta a \rightarrow 0$  の外そう値をとると有限要素解析による値とほぼ同じ値が得られた。SM50Aの  $\alpha = 75^\circ$  のこの傾向は、図6. 8に示すようにSM50Aでは切欠き状き裂の傾斜が大きくなると屈折部があることにより、(A# 2024-T3合金に比べて)疲労予き裂のき裂進展開始変位よりかなり早いところでき裂進展が開始するようになり、このため荷重-変位曲線の修正曲線をのばす始点となる最大荷重点が低くあらわれていることが主な原因と考えられる。

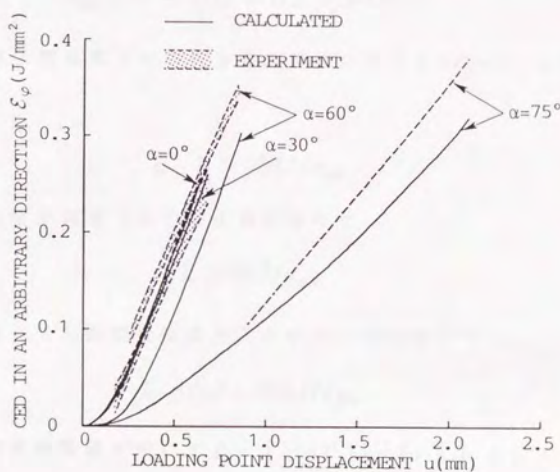
#### 6.4.4 塑性域での $\mathcal{E}_p$ の変化と実験的評価の有効性

図6. 14 (a), (b)は、A# 2024-T3合金およびSM50Aの荷重点変位に対する実験および有限要素解析より求められた  $\mathcal{E}_p$  の値を比較したものである。この図において、実験値の範囲を  によって示している。SM50Aの  $\alpha = 75^\circ$  は  $\Delta a \rightarrow 0$  の外そう値を破線で示している。A# 2024-T3合金の場合の  $\mathcal{E}_p$  値は、荷重点変位が小さいときには評価精度は悪くなる（値のばらつきが大きくなる）傾向が見られるが、これは図6. 7 (a)においてもわかるように、最大荷重点近くで曲線の差が大きくできており、曲線の立ち上がりの部分の小さい差を今回使用した変位計では正確に評価できないことが主な原因であると思われる。SM50Aの場合は、 $\mathcal{E}_p$  の値のばらつきは小さく、荷重点変位が小さくなくても  $\mathcal{E}_p$  の評価結果は有限要素解析の結果ととの誤差はほぼ同程度である。これは図6. 7 (b)においてわかるように、A# 2024-T3合金の場合に比べき裂進展開始時の変位は大きく、 $\mathcal{E}_p$  評価において荷重-荷重点変位曲線の塑性域での差の部分が占める割合が大きいことによるものと考えられ、荷重点変位が非常に小さくなると  $\mathcal{E}_p$  の評価精度はやはり悪くなる。しかし、求める  $\mathcal{E}_p$  値により変位計の測定精度などに注意をしてやれば、実験による荷重-荷重点変位曲線から  $\mathcal{E}_p$  を評価することは、き裂進展開始の付近まで実用上十





(a) A 2024-T3



(b) SM50A

図 6. 1 4 実験による  $\varepsilon_\phi$  と荷重点変位との関係

分な精度で可能であると言える。

また A#2024-T3合金および SM50A試験片のき裂進展開始時の降伏領域を図 6. 15 に示す。A#2024-T3合金試験片の降伏域はほぼ全断面降伏を過ぎたあたりであり、SM50A試験片の場合は完全に全断面降伏を越え、かなり大きな変形のもとで破壊している。McMeekingと Parks, 岸本らおよび吉田らは、有限変形理論に基づく有限要素解析を行い、き裂近傍の応力状態を調べ、HRRの特異応力、ひずみ場が消失する条件で J 積分の適用範囲を検討（平面ひずみの場合に対する検討であるが）し、J 積分が有効であるために必要なリガメント長  $[L = (W - a)]$  を与える式を提案している<sup>(3)-(5)</sup>。この式を本実験の  $\alpha = 0^\circ$  の場合に適用すると、

$$\sigma_{ys} \cdot (W - a) / \mathcal{E} = 107 \quad (\text{A#2024-T3合金})$$

$$\sigma_{ys} \cdot (W - a) / \mathcal{E} = 6.3 \quad (\text{SM50A})$$

であり、引張型荷重下の中央き裂試験片に対する McMeekingと Parks の条件は、

$$a, L \geq 200J / \sigma_{ys} \quad (6.1)$$


岸本らの引張型荷重下の中央き裂試験片で

$$L \geq 50J / \sigma_{ys} \quad (6.2)$$

引張型荷重 + せん断型変位条件下の中央き裂試験片で

$$L \geq (50 \sim 80)J / \sigma_{ys} \quad (6.3)$$

である（破壊限界値を用いて  $\mathcal{E} = J = (\mathcal{E}^I)_I = (J^I)_I$  として計算している）。A#2024-T3合金試験片の場合は、McMeekingと Parks の条件は満足していないが、全ての  $\alpha$  に対して岸本らの条件は満足するものになっている。SM50A試験片の場合は、いずれの条件をも満足し

 Yielding region

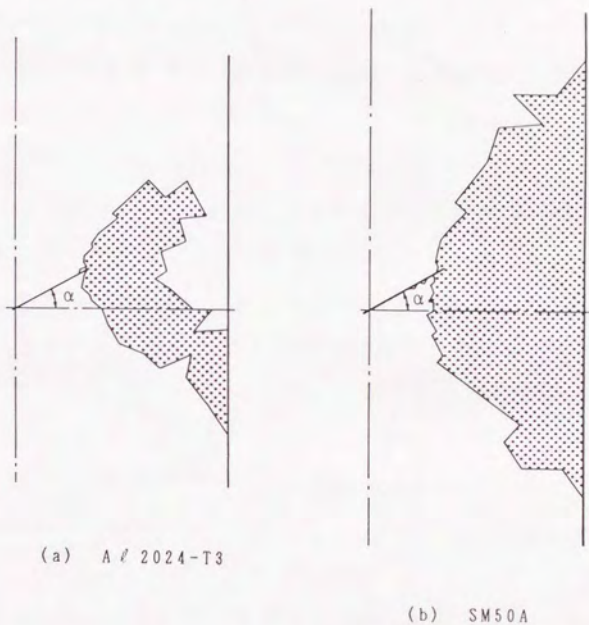


図 6. 1 5 降伏領域の比較 ( $\alpha = 30^\circ$ )

ていない。CEDによる材料固有の破壊限界値が求まるための条件についてはここでは言及できないが、ここでの結果はパラメータとしての $\varepsilon_p$ は荷重-変位曲線に基づく評価法によるとき、相当大きな変形が進む場合までその評価が可能であることを示している。



## 6.5 荷重-変位曲線のみに基づくモードI型

## 破壊抵抗値評価の有効性

5.4節では、A72024-T3合金の二次元傾斜き裂試験片の破壊実験に基づき $\mathcal{E}_{max}^I$ クライテリオンの有効性を検討したが、ここでは実験からの荷重-変位曲線により求めた $\mathcal{E}_\varphi$ を適用することによって $\mathcal{E}_{max}^I$ クライテリオンの有効性を検討する。実験で $\mathcal{E}_\varphi$ を求めた $\varphi$ の方向( $\varphi = -\alpha$ の方向)は $\mathcal{E}_{max}^I$ となる $\varphi$ の方向と多少異なっているが、5.4節および4.2.2項において示したように、 $\varphi$ が $\mathcal{E}_{max}^I$ 近傍で多少異なっても $\mathcal{E}_{max}^I \approx \mathcal{E}_\varphi$ の関係(3%程度の誤差)が成り立つので、ここでは実験による $\mathcal{E}_\varphi$ をはば $\mathcal{E}_{max}^I$ が得られたと考え、 $\mathcal{E}_{max}^I$ が評価されたものとして検討を行う。表6.2に示しているように、各 $\alpha$ に対するき裂進展開始時の $\mathcal{E}_\varphi$ ( $\approx \mathcal{E}_{max}^I$ )の実験結果は傾斜角 $\alpha$ によらずほぼ一定値を取っている。すなわち、材料固有の破壊抵抗値を $(\mathcal{E}^I)_i$ とすると各 $\alpha$ に対し $\mathcal{E}_{max}^I = (\mathcal{E}^I)_i$ が成り立つといえることが言える。ここで $\alpha = 0^\circ$ すなわちモードIき裂の場合には $\mathcal{E}_{max}^I = \mathcal{E}_{max}^{I,0} \div J_i$ の関係があり、したがって $(\mathcal{E}^I)_i$ はモードIき裂進展開始時の $(J_i)_i$ と一致することになる。図6.16は、二次元傾斜き裂試験片の疲労予き裂からの破壊実験で得られた安定き裂進展開始点の応力 $(\sigma_{net})_i$ (○で示す)と $\mathcal{E}_{max}^I$ クライテリオンに従うとして得られる $(\sigma_{net})_i$ を比較したものである。 $(\sigma_{net})_i$ は負荷軸に垂直な断面における最小断面積に対する応力 $[(\sigma_{net})_i = P / (2W - 2a \cos \alpha)]B$ 、 $B$ :板厚、 $P$ :引張荷重である。 $\mathcal{E}_{max}^I$ クライテリオンでは、 $\mathcal{E}_{max}^I$ 値は今回の実験結果を用いて $(\sigma_{net})_i$ を求めた結果(Ⅰで示す)、および $\mathcal{E}_{max}^I = 0.042 \text{ KJ/mm}^2$ として有限要素解析による荷重-変位曲線に基づいて $(\sigma_{net})_i$ を求めた結果(実線で示す)を示している。また参考として、5.4節において行ったように坂田らのJ積分に基づい

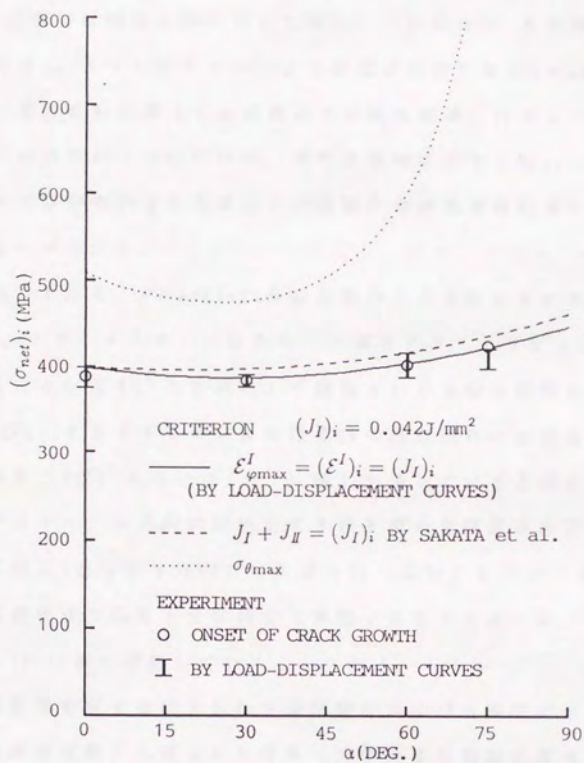


図 6. 1 6  $(\sigma_{\text{net}})_i$  と  $\alpha$  の関係

た弾塑性破壊に対する  $J_I + J_{II} = (J_I)_I$  クライテリオン<sup>(6)</sup>の結果  
 $[(J_I)_I]_I = 0.042 \text{ J/mm}^2$  および脆性破壊に対する  $\sigma_{\theta \max}$  クライテリオン<sup>(7)</sup>を適用した結果も併せ示してある。この図から、本実験結果に基づいた  $\mathcal{E}_p^I \max$  クライテリオンによるき裂進展開始時の  $(\sigma_{net})_I$  は、十分大きな塑性変形を伴っての破壊のため脆性破壊に対するクライテリオンには当然合っていないが、弾塑性破壊に対する  $\mathcal{E}_p^I \max$  クライテリオンおよび疲労予き裂を挿入した試験片の破壊実験結果に良くあっているのがわかる。

以上のことから、A#2024-T3合金の場合、本実験結果に基づいても、 $\mathcal{E}_p^I \max$  クライテリオンは混合モード破壊クライテリオンとして有効であることが言え、本実験により評価されたき裂進展開始時の  $\mathcal{E}_p^I \max$  は、 $\mathcal{E}_p^I \max$  クライテリオンにおける  $\mathcal{E}_p^I$  の材料固有の破壊限界値 [破壊抵抗値:  $(\mathcal{E}_p^I)_I$ 、あるいは  $(J_I)_I$  値] を表していると考えられる。ここでは  $\varphi = -\alpha$  方向に屈折切欠き状き裂のき裂部を設定したが、正確に  $\mathcal{E}_p^I \max$  となる  $\varphi$  方向に屈折部を持つ試験片を用いても本実験による  $\mathcal{E}_p$  評価法で  $\mathcal{E}_p$  を十分な精度で評価できると考えられ、この場合は真に  $(\mathcal{E}_p^I)_I$  値を評価していることになる。したがって、き裂進展方向に屈折部を有する切欠き状き裂試験片および直線切欠き状き裂を用いた破壊実験から得られた荷重-荷重点変位曲線に基づく本  $\mathcal{E}_p$  評価法は、モード I き裂における  $(J_I)_I$  評価の場合<sup>(8)(9)</sup>と同様に、材料固有の破壊限界値 (破壊抵抗値) の評価法として有効であることがわかる。



## 6.6 結 言

本章においては、直線切欠き状き裂および屈折切欠き状き裂を有する二次元傾斜き裂試験片の実験を行い、得られた荷重-荷重点変位曲線を用いて $\mathcal{E}_p$ を評価した。試験片の種々のき裂は、放電加工（曲率半径 $\rho \div 0.1\text{mm}$ ）で作製した。実験に使用した材料はA#2024-T3合金およびSM50Aであり、き裂傾斜角 $\alpha$ は $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ 、 $\mathcal{E}_p$ を評価した $\varphi$ 方向は $\mathcal{E}_{p_{max}}$ をほぼ評価できる $\varphi = -\alpha$ とした。本章で得られた結果をまとめると以下ようになる。

(1) 放電加工により作製した直線切欠き状き裂試験片と疲労予き裂を挿入した直線き裂試験片で得られた荷重-荷重点変位曲線を比較すると、両者はほぼ一致し、曲率半径 $\rho = 0.1\text{mm}$ 程度の切欠き状き裂を用いれば疲労予き裂のものとほぼ同じ荷重-荷重点変位曲線が得られる。ただし、き裂進展開始時の荷重点変位は異なり、 $\mathcal{E}_p$ 破壊抵抗値評価には疲労予き裂試験片による変位を用いなければならない。

(2) き裂進展開始時において屈折切欠き状き裂の屈折部の長さ $\Delta a$ 毎に得られた $\mathcal{E}_p$ を見ると、A#2024-T3合金では全 $\alpha$ で $\Delta a$ によらず $\mathcal{E}_p$ はほぼ一定の値が得られ、それらの値は有限要素解析により得られた $\mathcal{E}_p$ （ $\approx \mathcal{E}_{p_{max}}$ ）値とほぼ一致した。SM50Aでは、 $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ では $\Delta a$ によらず $\mathcal{E}_p$ はほぼ一定値となり、それらはやはり有限要素解析による $\mathcal{E}_p$ 値と一致した。SM50Aの $\alpha = 75^\circ$ では、 $\Delta a$ が長くなると $\mathcal{E}_p$ は直線的に大きくなっており、 $\Delta a \rightarrow 0$ の極限として定めた $\mathcal{E}_p$ は有限要素解析によるものとほぼ一致した。

(3) 塑性領域での実験により得られた $\mathcal{E}_p$ と有限要素解析による $\mathcal{E}_p$ を比較すると、A#2024-T3合金、SM50Aの両方とも荷重点変位がかなり小さい領域で $\mathcal{E}_p$ の評価精度は悪くなる傾向があった。これは、

実験に使用した変位計の測定精度によるものと考えられ、この変位の測定精度に注意してやれば、本実験による $\epsilon_p$ 評価により $\epsilon_p$ はき裂進展開始まで実用上十分な精度で評価が可能である。

(4) A # 2024-T3合金, SM50Aの試験片のき裂進展開始時の降伏領域を調べると, A # 2024-T3合金ではほぼ全断面降伏, SM50Aでは全断面降伏を越えるような大きな変形を伴って破壊している。本実験による $\epsilon_p$ 評価法は, このような相当大きな変形を有する破壊にまで使用できる。

(5) 直線切欠き状き裂試験片とき裂進展方向に屈折部を有する屈折切欠き状き裂試験片の破壊実験により得られた荷重-変位曲線に基づく本実験による $\epsilon_p$ 評価法は, き裂進展開始時の $\epsilon_p$ 値, すなわち材料固有の破壊限界値(破壊抵抗値)の評価法として有効な方法である。

## 6 章の参考文献

- (1) 坂 真澄・田中 聡・阿部博之, 日本機械学会論文集(A編), 52-475(1986, 昭61-3), p. 744.
- (2) 東郷敬一郎・大塚昭夫・高 紅維, 「材料」, 37-419 (1988, 昭63-8), p. 885.
- (3) R.M. McMeeking and D.M. Perks, ASTM STP 668 (1979), p. 175.
- (4) 岸本喜久雄・木村篤史・青木 繁・坂田 勝, 日本機械学会論文集(A編), 53-492 (1987, 昭62-8), p. 1644.
- (5) 吉田 勉・青木 繁・岸本喜久雄・坂田 勝, 日本機械学会論文集(A編), 54-501(1988, 昭63-5), p. 1069.
- (6) 坂田 勝・青木 繁・岸本喜久雄・滝沢正和・筑後 浩, 日本機械学会論文集(A編), 51-469(1985, 昭60-9), p. 2129.
- (7) F. ERDOGAN and G.C. SIH, Trans. ASME, Ser. D, 85-4(1963), p. 519.
- (8) Begley, J.A. and Landes, J.D., ASTM STP, 514(1972), p. 1.
- (9) 国尾 武・中沢 一・林 邦彦・岡村弘之, 破壊力学実験法, 朝倉書店.



## 第 7 章

せん断型荷重下の混合モードき裂  
の破壊クライテリオンの検討

## 7.1 緒 言

5章において引張型荷重下の二次元傾斜き裂のモードⅠ型破壊に任意方向CED $\epsilon_p$ のモードⅠ寄与分に基づく破壊クライテリオン( $\epsilon_p^I$ maxクライテリオン)を適用することにより、本 $\epsilon_p^I$ maxクライテリオンが完全脆性破壊から大きな塑性変形を伴っての破壊まで統一的な混合モード下モードⅠ型破壊クライテリオンとなることを示した。この引張型荷重下の二次元傾斜き裂では、き裂を含む面内においてモードⅠ、モードⅡ変形が混在している状態となり、傾斜角が大きくなるとモードⅡ変形がモードⅠ変形に比べて大きくなるが、破壊自体はモードⅠ(開口)型で起こっている場合のみ現れているようである<sup>(1)-(4)</sup>。したがって、そこでは $\epsilon_p$ のモードⅠ寄与分に基づく $\epsilon_p^I$ maxクライテリオンが適用された。しかし、き裂を含む面内においてモードⅡ変形のみが生じるように加えられた荷重下のき裂の破壊では、例えば市川らの行ったせん断型負荷条件のもとでの破壊実験では、き裂面に平行な(試験片表面に垂直な)モードⅡ(面内せん断)型の破面が形成され、モードⅡ型破壊に対する限界値の存在が示されている<sup>(5)-(7)</sup>。このように、せん断型荷重下でモードⅡ(面内せん断)型で破壊が起こっている場合には $\epsilon_p^I$ maxクライテリオンが適用できないであろうことは容易に推測できることであり、 $\epsilon_p$ のモードⅡ寄与分に注目した破壊クライテリオンを考えるのが自然である。また、き裂を含む面内においてモードⅡ変形のみが生じるように負荷された場合において観察されたものであるにしろ、モードⅡ(面内せん断)型破壊と判断される例がある限り、他のき裂を含む面内でモードⅠ、モードⅡ変形が適当に混在している状態においても、モードⅡ型破壊が生じる可能性があり、モードⅠ型破壊クライテリオンに加え、モードⅡ型破壊のクライテリオンは何か、ど

のような条件のもとで破壊様式〔モードⅠ（開口）型，モードⅡ（面内せん断）型破壊〕の変化が起こるかを明らかにする必要がある。そしてそうであってはじめて完全な意味での混合モードき裂の破壊クライテリオンであるといえる。

本章においては，上の観点からモードⅡ型破壊の可能性を探るため，アルミニウム合金を用いたせん断型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の弾塑性破壊実験を行い，このような荷重条件下では破壊がモードⅠ（開口）型で起こる場合とモードⅡ（面内せん断）型で起こる場合があることを確認するとともに， $\mathcal{E}_\varphi$ のモードⅡ寄与分 $\mathcal{E}_\varphi^{\text{II}}$ に基づく $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ クライテリオンと呼ぶモードⅡ型破壊に対するクライテリオンを提案し， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ クライテリオンとあわせ，これらクライテリオンの本実験結果への適用性についての検討を行う。実験の説明に続き，はじめに4章において引張型荷重下の傾斜き裂に対して行ったように，ここにおいてもせん断型荷重下の傾斜き裂に対する有限要素弾塑性解析に基づいて径路独立積分および荷重-変位曲線に基づく $\mathcal{E}_\varphi$ ， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{I}}$ ， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{II}}$ 値などの評価，さらに $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ クライテリオンおよび $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ クライテリオンにおいて最も重要と考えられる $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ 値， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ 値， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ となる $\varphi$ 方向および $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ となる $\varphi$ 方向の評価に関する基礎的検討を行う。続いて，これらに基づいて，本章において行うせん断型荷重下き裂の破壊実験に対応する有限要素弾塑性解析を行い， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ 値， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ 値， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ となる $\varphi$ 方向および $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ となる $\varphi$ 方向を評価する。それらの結果を破壊実験結果に適用し， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ クライテリオンが満足され， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ クライテリオンは満足されていない状態でモードⅠ型破壊が起こり， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ クライテリオンが満足され， $\mathcal{E}_\varphi^{\text{max}}$ クライテリオンが満足されていない状態でモードⅡ型破壊が始まるとして実験結果が合理的に説明できることを示す。このせん断型荷重下の混合モードき裂の破壊実験結果および5章の引張型荷重下の混合モー



ドき裂破壊実験結果に基づいて、8章において混合モードき裂における破壊様式の変化をも考慮した最も一般的な形での混合モードき裂の破壊クライテリオンが結論づけられる。

## 7.2 任意方向CEDに基づくモードII型破壊クライテリオン

本章では5章において示した $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$ クライテリオンの他に、モードII（面内せん断）型破壊に対する $\mathcal{E}_{\varphi}$ のモードII寄与分 $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{II}}$ に基づいて提案するモードII型破壊クライテリオンが使用される。以下に、この $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$ クライテリオンと呼ぶクライテリオンについて説明する。

5章において有効性が示された $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$ クライテリオンは、

「破壊が開口型で起こる場合、 $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}} = (\mathcal{E}^{\text{I}})_i$ が満たされたとき $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$ となる $\varphi$ 方向に起こる」

ただし、 $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$ :  $\mathcal{E}_{\varphi}$ の最大値

$(\mathcal{E}^{\text{I}})_i$ : 開口型破壊の破壊限界値

（モードIき裂のき裂進展開始時の $\mathcal{E}_{\varphi=0}^{\text{I}}$ 値）

として表される。このクライテリオンは、破壊がモードI（開口）型で起こる場合に適用されるものである。

これに対し破壊がモードII（面内せん断）型で起こる場合には、 $\mathcal{E}_{\varphi}$ のモードII寄与分 $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{II}}$ を用い同様に、

「破壊が面内せん断型で起こる場合、 $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}} = (\mathcal{E}^{\text{II}})_i$ が満たされたとき $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$ となる $\varphi$ 方向に起こる」

ただし、 $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$ :  $\mathcal{E}_{\varphi}$ の最大値

$(\mathcal{E}^{\text{II}})_i$ : き裂進展開始時の $\mathcal{E}_{\varphi}$ の破壊限界値

とする $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$ クライテリオンが定義できる。ここで市川らのせん断型荷重下のき裂の破壊実験<sup>(5)(6)</sup>を参考にすると、き裂を含む面内でモードII変形のみ生じるような負荷を受けるき裂の破壊では、 $\varphi = 0^{\circ}$ （き裂進展方向）で $\mathcal{E}_{\varphi}$ は最大となることが予想され、J積分モー

ドII寄与分 $J_{II}$ にはほぼ等しい(全ひずみ理論においては厳密に等しい)ことになる<sup>(8)</sup>。したがって、モードIき裂の場合と同様に $J_{II} \div \mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{II}} = \mathcal{E}_{\text{II}}^{\text{II}} = (\mathcal{E}^{\text{II}})_i \div (J_{II})_i$ なる関係が成り立ち、 $(\mathcal{E}^{\text{II}})_i$ はせん断型荷重のみ受けるき裂のき裂進展開始時の $\mathcal{E}_{\text{II}}^{\text{II}}$ 値と一致することが言える。

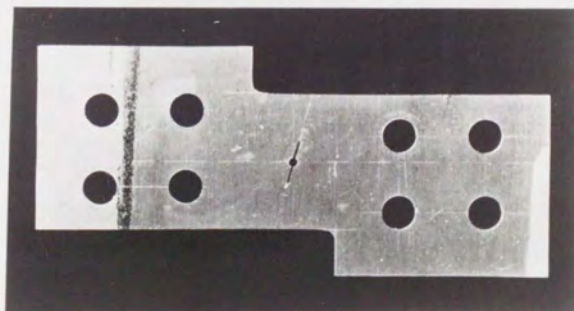
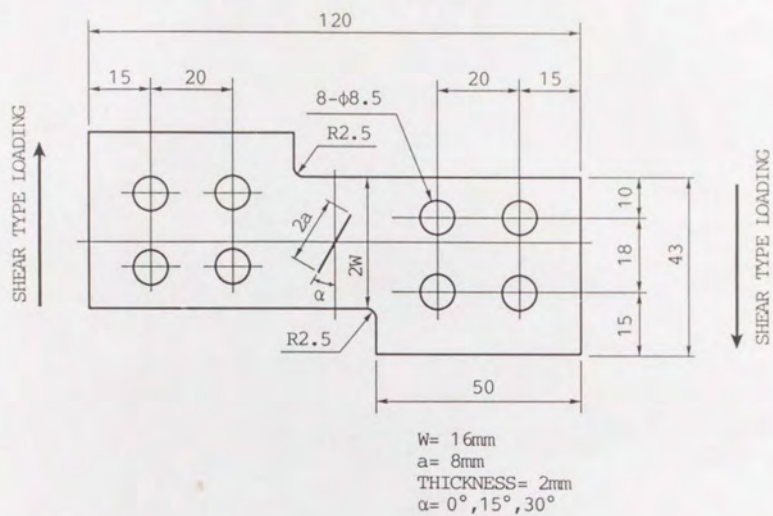


### 7.3 セン断型荷重下の混合モード破壊実験

ここではアルミニウム 2024-T3合金を用い、荷重の負荷条件をせん断型荷重としたときの二次元傾斜き裂試験片を用いた弾塑性破壊実験を行う。その実験からき裂進展開始点、き裂進展開始方向を求め、さらに起こった破壊の破壊形態を調べる。

#### 7.3.1 実験に用いた試験片

供試材は5章においても用いた板厚は2mmのA72024-T3合金であり、試験片形状を図7.1に示す。試験片の作製においてき裂部の作製は、引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の場合と同様の方法で行い、まず機械加工によるシェブロン形切欠きを有する疲労予き裂導入用繰返し荷重の方向（切欠きに直交する方向）に対し対称形の中央き裂試験片を、その繰返し荷重の方向と所定のき裂傾斜角 $\alpha$ の角をなすように作製する（図5.7参照）。この疲労予き裂用試験片を用いて12mm長のシェブロン形切欠きからき裂全長が16mmすなわち $a/W=0.5$ となるように疲労予き裂導入した後、図7.1のせん断型荷重用試験片は所定の $\alpha$ を有するように切り出すことによって作製する。このせん断型荷重用試験片では、圧延方向に直角な方向が破壊実験におけるせん断型負荷方向（図7.1の矢印方向）と一致するようになっている。疲労予き裂挿入条件はやはり引張型荷重の場合と同様に、 $\alpha=0^\circ$ 試験片の一樣引張応力下の平板で計算して、 $K_{I_{max}}=0.25\text{KN}/\text{mm}^{3/2}$ の繰返し荷重で始め、 $K_{I_{max}}=0.20\text{KN}/\text{mm}^{3/2}$ で仕上げるようにした。傾斜角 $\alpha$ は $\alpha=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ の3種類とした。また試験片には、引張型荷重下の傾斜き裂試験片の場合と同様に、き裂端近傍の変形の状態をわかりやすくするために0.2mm間隔の格子を焼き付けている。供試材の材料定数は引張型荷重下の実験



試験片写真 ( $\alpha = 15^\circ$ )

図 7. 1 せん断型荷重用試験片

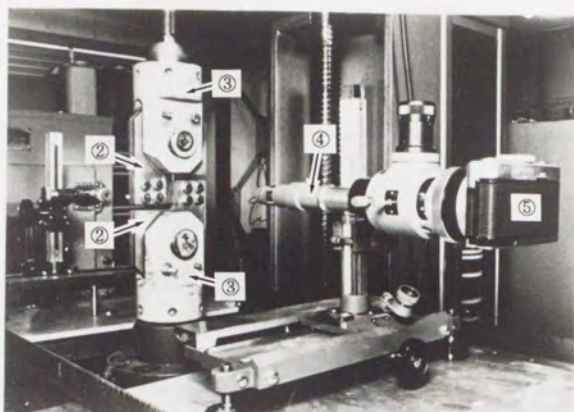
と同じで、材料に異方性はほとんどないと考えられ、ヤング率  $E = 69.78 \text{ GPa}$ 、ポアソン比  $\nu = 0.326$ 、降伏応力  $\sigma_{ys} = 378.3 \text{ MPa}$ 、引張強さ  $\sigma_B = 489.1 \text{ MPa}$ 、伸び  $17\%$ 、ひずみ硬化式は  $\bar{\sigma} = C(a + \bar{\epsilon}_p)^n$  において  $C = 648.0 \text{ MPa}$ 、 $n = 0.117$ 、 $a = 0.01$  であった。

### 7.3.2 実験方法

破壊実験は負荷容量  $98 \text{ kN}$  のインストロン形引張試験機を用いて行った。図 7. 2 は試験片を治具に取り付けた実験状態を示している。試験片取り付け治具②のチャックピン⑥回りの回転を止め、試験片にかかる負荷がなるべくせん断型荷重に近い状態を作るため、試験片を取り付けた上下の治具とチャックに⑦の  $8 \text{ mm}$  径のボルトを通してある。負荷条件はクロスヘッドの相対速度を約  $0.25 \text{ mm/min}$  とした。本実験ではせん断型荷重をかけたいわけであるが、実際に達成される荷重状態を確認するために高温硬化性エポキシ樹脂を用いて図 7. 1 と同様の試験片 (板厚  $6 \text{ mm}$ ) を作製し光弾性による縞写真を撮影した。図 7. 3 は、高温硬化性エポキシ樹脂を用いて作製した試験片を示している。この試験片のき裂部は、試験片中央に  $12 \text{ mm}$  の長さまで約  $1 \text{ mm}$  幅のノコギリにより切欠きをいれ、その後電気炉内で  $130^\circ \text{C}$  となるまで暖め、ゴム状に柔らかくなった状態でき裂長さ  $16 \text{ mm}$  となるまで鋭いカミソリで切込みを入れることによって作製した。このエポキシ樹脂試験片を  $-10^\circ \text{C}$ /時間の割合で常温まで下げ、残留応力の除去を行った。このエポキシ樹脂試験片を実験治具に取り付け実際に荷重をかけたときの光弾性の縞写真の例を図 7. 4 に示す。これらの図より、き裂周囲の縞の状態はほぼ面内せん断を表すものとなっており、本実験装置ではほぼせん断型荷重がかかっていると考えてよい状態になっていると思われる。

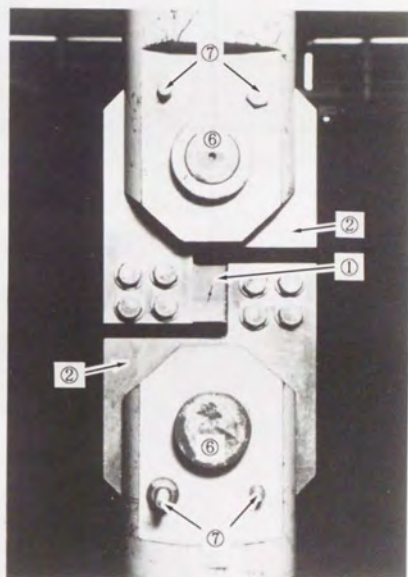
本実験ではエポキシ樹脂試験片で調べたように、図 7. 1 の試





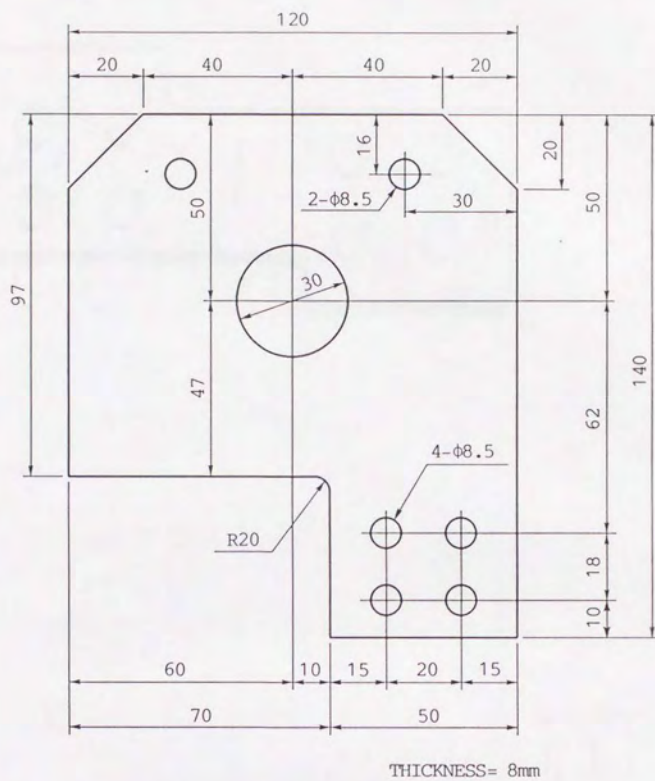
(a) 全体

- ① 試験片
- ② せん断型荷重用治具
- ③ チャック
- ④ 読み取り顕微鏡
- ⑤ カメラ
- ⑥ チャックピン
- ⑦ 回転止めボルト

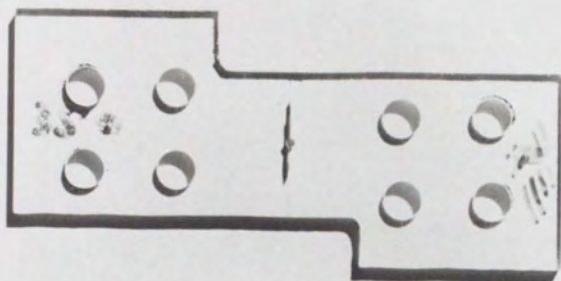


(b) 試験片取り付け部

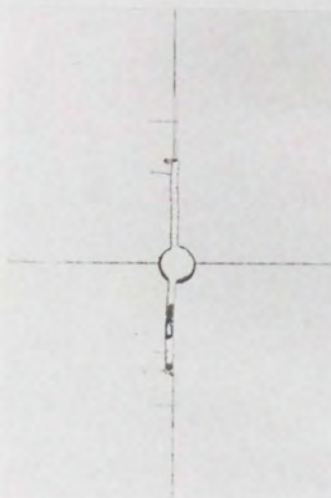
図 7. 2 実験装置



(c) せん断型荷重用治具



(a) 全体



(b) き裂部

カミソリによる切込み

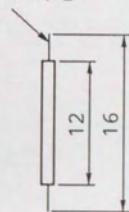
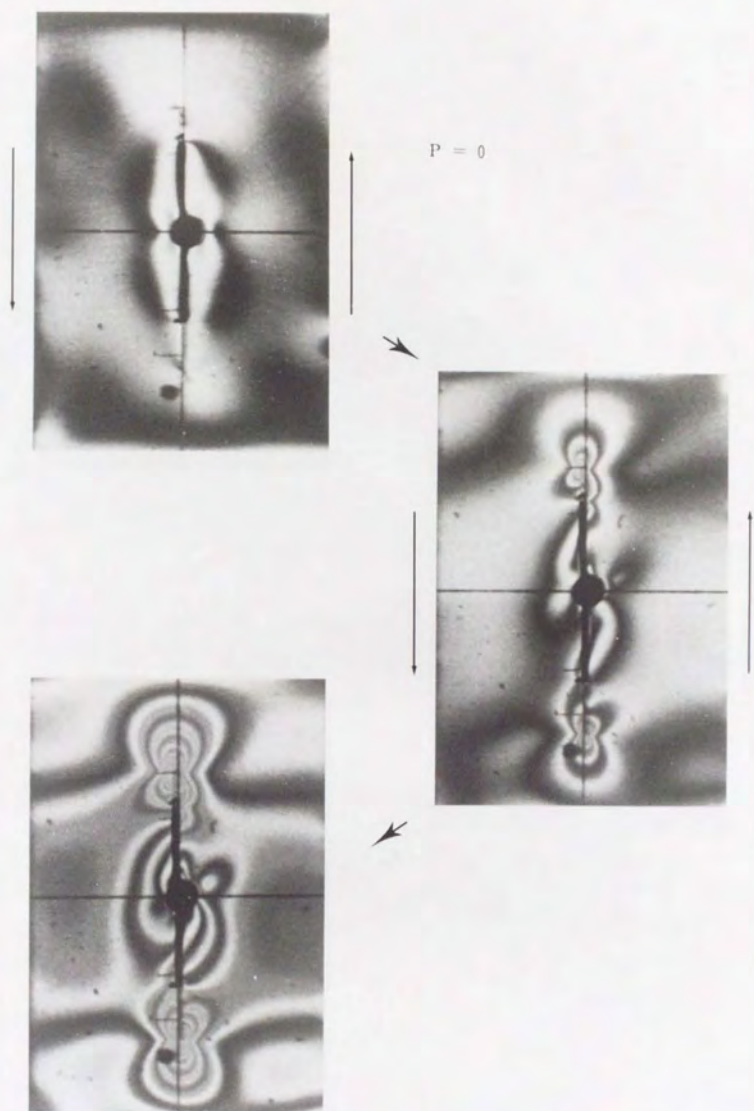


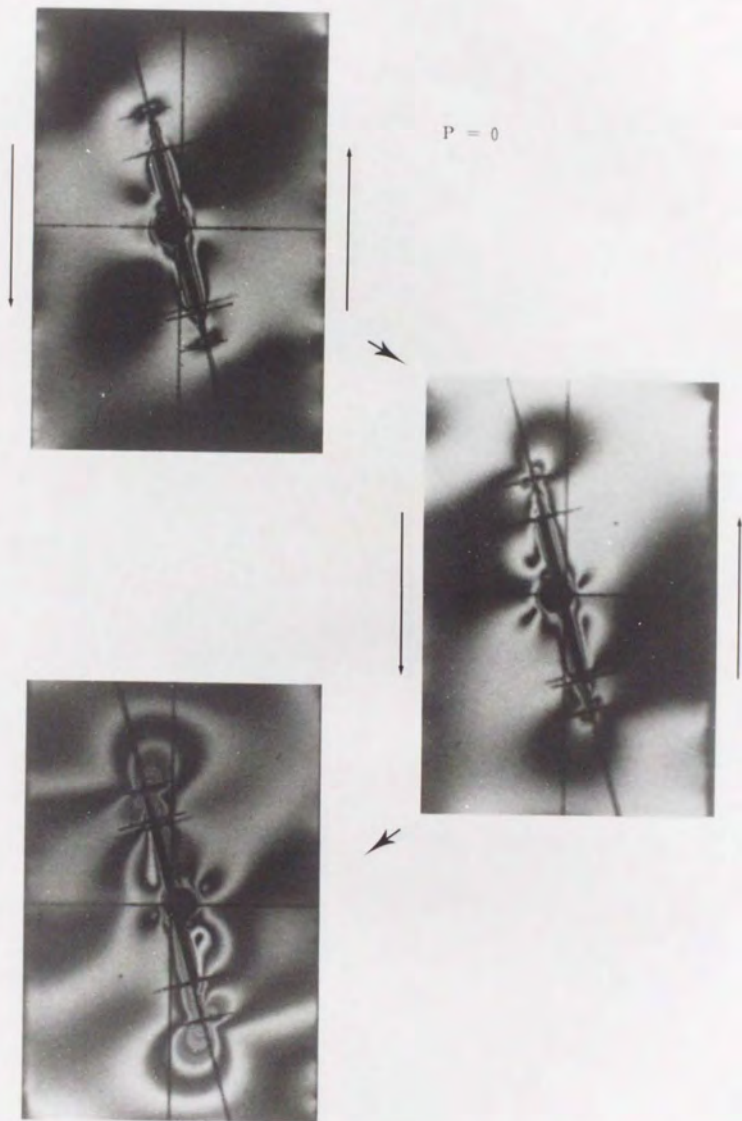
図 7. 3 エポキシ樹脂による試験片



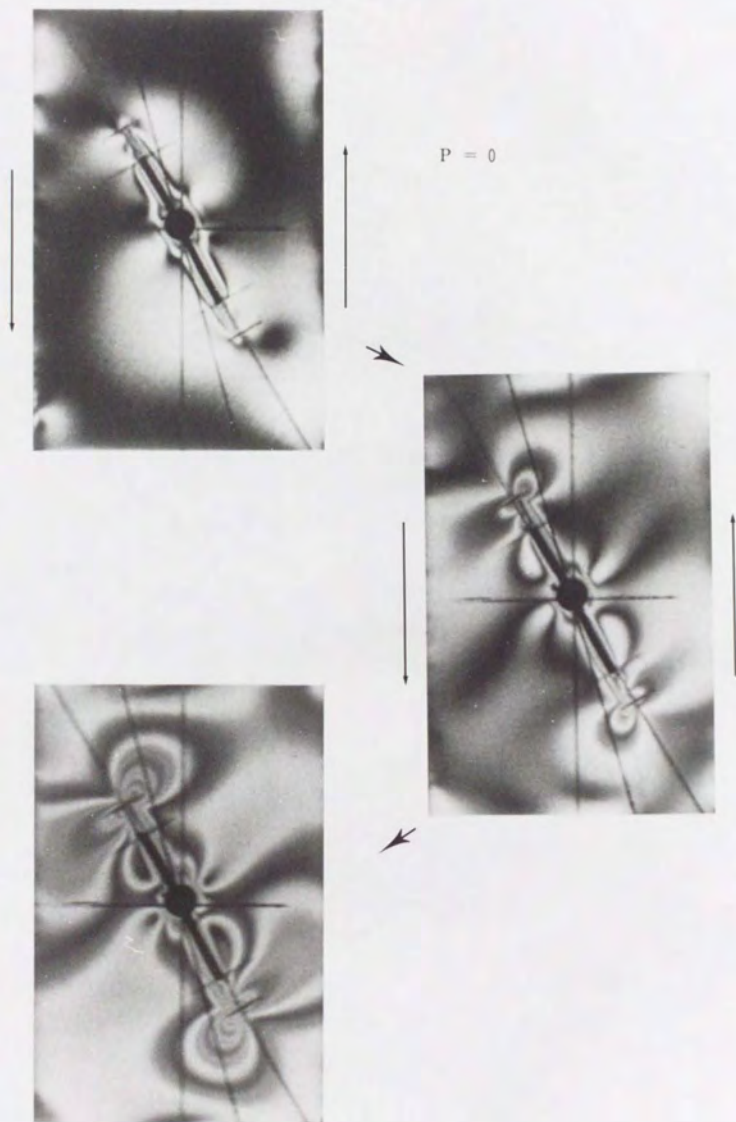


(a)  $\alpha = 0^\circ$

図 7. 4 光弾性による縮写真  
(試験片にかかる荷重状態)



(b)  $\alpha = 15^\circ$



(c)  $\alpha = 30^\circ$



試験片の中央き裂に、 $\alpha = 0^\circ$  のときき裂を含む面内においてモード II 変形のみを生じさせる荷重に近い負荷条件を与えていると思われるが、境界条件としてある面に一様なせん断型荷重、変位をかけている状態にはなっていないと考えられる。そこで試験片にかかる全せん断型荷重についてはロードセルにより測定し、荷重に対する変位については、図 7. 5 に示すようなき裂先端周りに 1 mm 間隔のケガキ線を引き、破線で示すほぼき裂先端を中心にした一辺 6 mm の四角形の部分に注目し、その領域の周囲の変位を以下のようにして測定した。き裂端周りの領域の変形状態を荷重測定ごとに読み取り顕微鏡に取り付けたカメラにより撮影し、拡大した写真から図 7. 5 に ● で示した周囲の各点の座標をデジタイザで読み取り、無荷重のときの座標値からの差を取ることによって各点の変位を決定した。き裂の進展開始点は、読み取り顕微鏡によってき裂を観察し決定した。またき裂進展方向は、き裂進展開始時に撮影したこの領域の写真から決定した。

### 7.3.3 破面の状態およびき裂近傍の変形状態

図 7. 6, 図 7. 7, 図 7. 8 は、それぞれ破断後の試験片、破面の拡大写真および SEM 写真を示している。 $\alpha = 0^\circ, 15^\circ$  の試験片では、破面は試験片表面に対しほぼ直角な面が形成され、き裂進展開始直後の SEM 写真では、東郷らの 3 点曲げ、4 点曲げ混合モード破壊実験におけるモード II 型破壊の場合<sup>(9)(10)</sup> とはほぼ同様のせん断型荷重方向のせん断ディンプルが確認されており、モード II (面内せん断) 型の破壊が起こっていると判断できる。一方、 $\alpha = 30^\circ$  試験片では、き裂進展開始直後の SEM 写真では細かな等軸ディンプルが見え、せん断型荷重下ではあるがモード I (開口) 型で破壊が起こっていることがわかる。このモード I 型で破壊したせん断型荷重

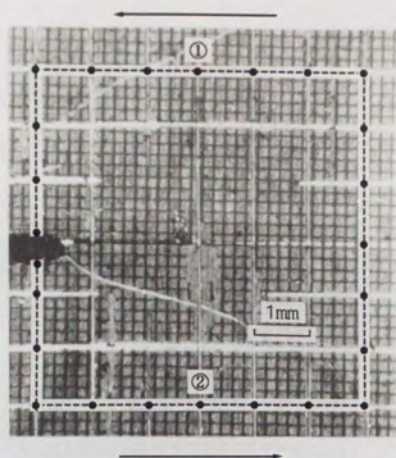
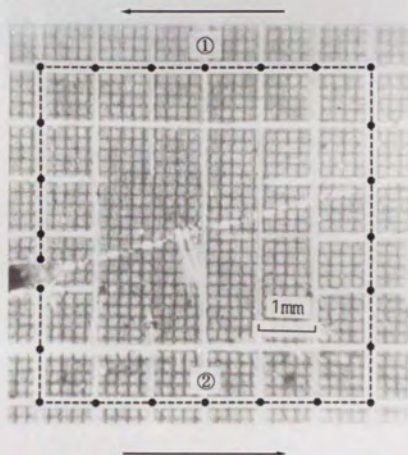
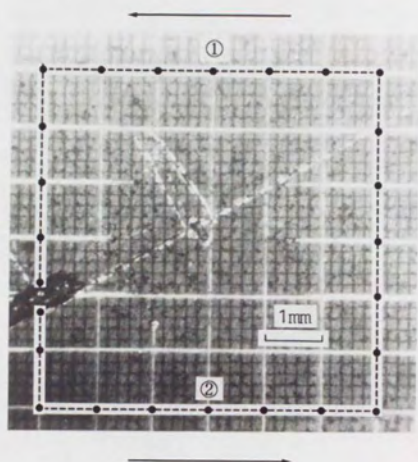
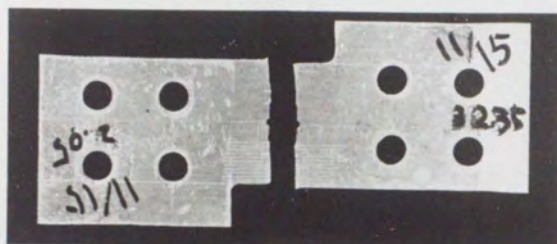
(a)  $\alpha = 0^\circ$ (b)  $\alpha = 15^\circ$ 

図 7. 5 き裂先端周りの領域



(c)  $\alpha = 30^\circ$




 $\alpha = 0^\circ$ 

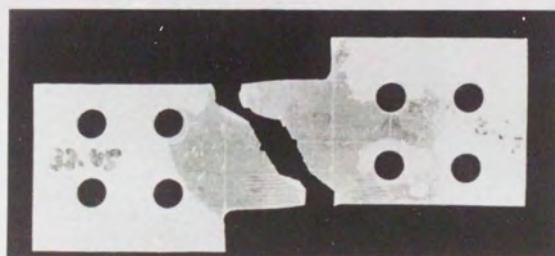
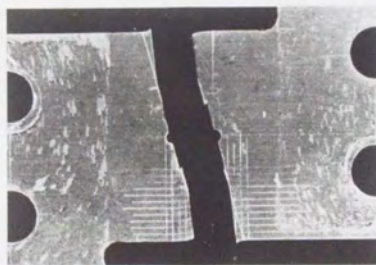
 $\alpha = 15^\circ$ 

 $\alpha = 30^\circ$ 

図 7. 6 破断試験片 (全体)

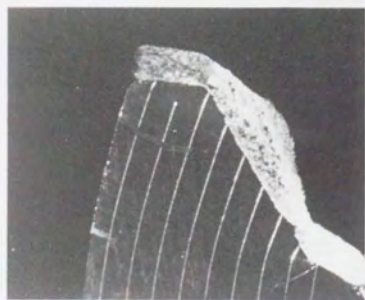


(a)  $\alpha = 0^\circ$



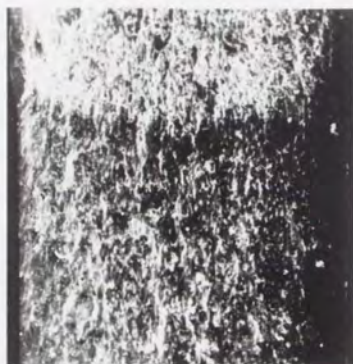
(b)  $\alpha = 15^\circ$

图 7. 7 破断状态 (破断部)



(c)  $\alpha = 30^\circ$





1mm

き裂端近傍



100μm

き裂進展開始直後



リガメント中央部付近

(a)  $\alpha = 0^\circ$



き裂端近傍



き裂進展開始直後

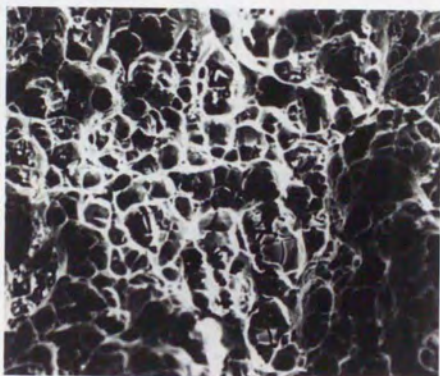


リカメント中央部付近

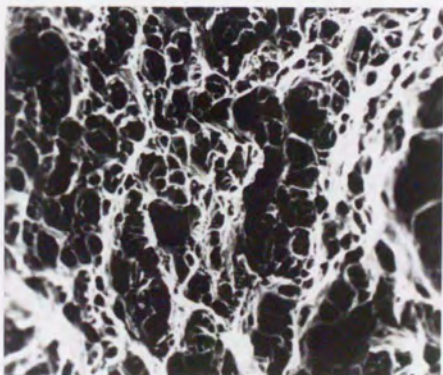




き裂端近傍



き裂進展開始直後



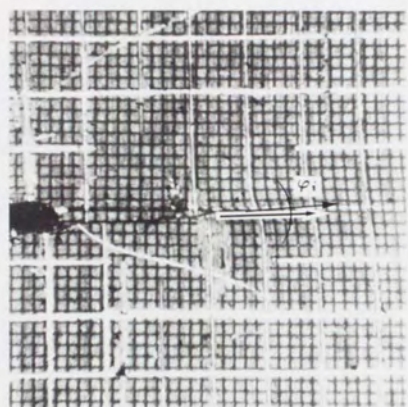
リガメント中央部付近

(c)  $\alpha = 30^\circ$



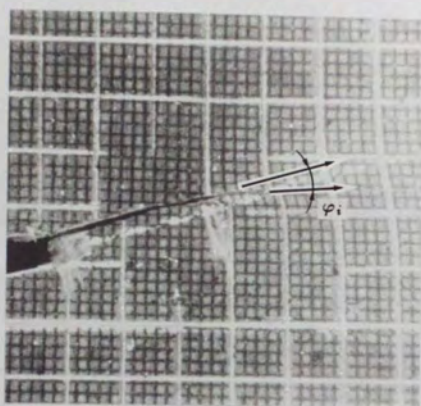
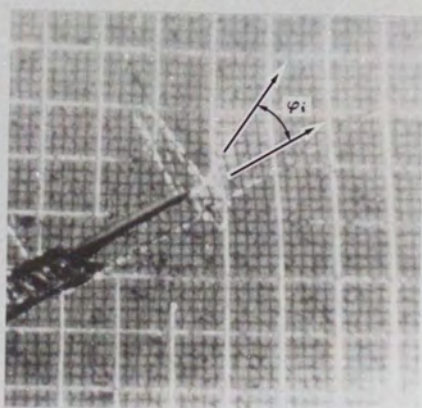
下の破面と5章で示した引張型荷重下の破面とを比較すると、き裂の進展後の破面状態は、引張型荷重下の実験では、き裂進展直後の引裂き型破壊はすぐになくなり平面応力型の傾斜面に移行したのに比べ、今回の $\alpha = 30^\circ$ 試験片では、き裂進展開始後しばらくの間試験片表面に対し直角な引裂き型破壊の破面が現れ、その後平面応力型の傾斜破面に移行していることがわかり、リガメント中央においても板厚中央部では等軸ディンプルが現れている。

図7.9にはき裂進展開始時のき裂近傍の変形状態およびき裂進展方向を示している。 $\alpha = 0^\circ, 15^\circ$ 試験片においては、モードII（面内せん断）型破面は試験片表面に直角な面となっているので、図7.9(a), (b)の試験片表面で観察される $\varphi_i$ はき裂進展方向の角度を示していることがわかる。また、 $\alpha = 30^\circ$ 試験片ではき裂進展開始後しばらくの間試験片表面に対し直角な引裂き型の破面が現れるため、図7.9(c)の $\varphi_i$ もまたき裂進展方向の角度を示しているとしてよい。このように、せん断型荷重下の破壊実験では、試験片表面で観察される $\varphi_i$ によって、き裂進展方向を推定できることがわかる。


 $\varphi \div 0$ 

(a)  $\alpha = 0^\circ$

図 7. 9 き裂進展開始時のき裂端近傍の変形

(b)  $\alpha = 15^\circ$ (c)  $\alpha = 30^\circ$



## 7.4 有限要素解析に基づくせん断型荷重下の

## 任意方向CEDの評価

前節において示したように、本実験方式ではほぼせん断型荷重の負荷条件を与えるものとなっているようであるが、有限要素解析に使用する境界条件としては一様なせん断型荷重、変位とはなっていないと考えられ、き裂先端周りの領域の変形状態を記録し、その周囲の変位を求めた。ここでは、き裂端周囲の領域のみに注目して、せん断型荷重下のその領域に対する有限要素解析を行い、径路独立積分および荷重-変位曲線に基づく方法により $\mathcal{E}_\varphi$ 、 $\mathcal{E}_\theta$ および $\mathcal{E}^*$ の評価を行う。はじめに弾性領域で、せん断型荷重下でのそれらの量の評価の検討を行い、続いてその結果に基づいて特に $\mathcal{E}^*_{max}$ クライテリオンで重要となる塑性域での $\mathcal{E}^*_{max}$ 値および $\mathcal{E}^*_{max}$ となる $\varphi$ の評価を行う。

## 7.4.1 解析対象および方法

図7.5に示したき裂周りにけがいたケガキ線内部に対する有限要素解析を行った。解析は三角形定ひずみ要素を用い、平面応力状態を仮定して行った。 $\mathcal{E}_\varphi$ 、 $\mathcal{E}^*$ 等は径路独立積分により評価し、さらに $\mathcal{E}_\varphi$ については直線き裂および屈折き裂を有した場合の切欠き周りの領域の周囲の荷重-変位曲線に基づいた評価法によっても評価した。径路独立積分による評価では切欠き形状として円状切欠きおよび半円状切欠きを用い、切欠きの曲率半径 $\rho$ は、これまでの4章で行った $\rho$ の大きさの検討から円状切欠きで $\rho/W=0.00143$ 、半円状切欠きで $\rho/W=0.00571$ とした。 $\mathcal{E}_\varphi$ 、 $\mathcal{E}^*$ などを評価した $\varphi$ 方向は $\varphi=0^\circ, \pm 15^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, \pm 75^\circ$ とした。荷重-変位曲線に基づく方法ではき裂形状( $\rho=0$ )を用い、 $\mathcal{E}_\varphi$ を評価した $\varphi$ 方向は今回行ったせん断型荷重下の実験において重要となる、 $\mathcal{E}_\theta$ がほぼ最大

になると予想される方向 ( $\varphi = -\alpha$ ) および  $\mathcal{E}_p$  がほぼ最大になると予想される方向 ( $\alpha = 0^\circ$  で  $\varphi = -60^\circ$ ,  $\alpha = 15^\circ, 30^\circ$  で  $\varphi = 60^\circ - \alpha$ ) とした。図 7. 10 (a), (b) は有限要素解析の要素分割の一例として、それぞれ円状切欠きおよび半円状切欠きの場合のものを示しているが、変位を測定した領域周囲の点に合わせて節点を設けている。図中の太線は、径路独立積分に用いた積分径路の例として  $\varphi = 0^\circ$  のものを示している。要素数、節点数は円状切欠きで 1360, 742 であり、半円状切欠きで 950, 522 である。図 7. 10 (c) には荷重-変位曲線に基づく方法に用いた要素分割の例を示している。要素数、節点数は 1064, 567 である。屈折き裂は、その屈折部に相当する節点 (二点鎖線をそえた部分の節点) を切り離すことによって作っている。

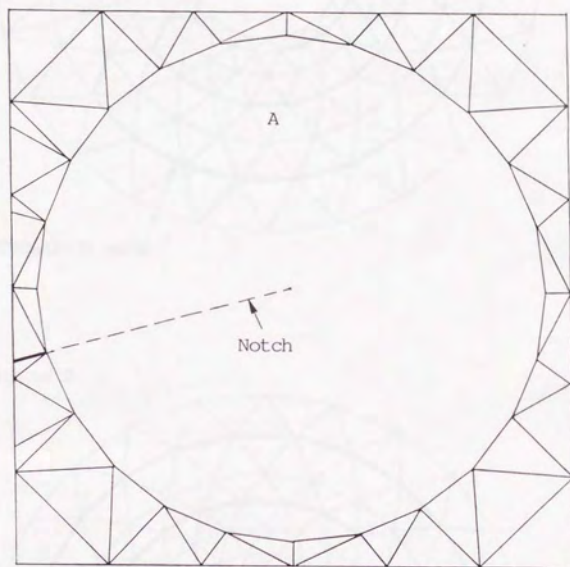
#### 7. 4. 2 弾性領域での $\mathcal{E}_p$ および $\mathcal{E}_p$ 評価の基礎的検討

き裂端周りの領域の有限要素弾性解析を行い、径路独立積分および荷重-変位曲線に基づく方法で  $\mathcal{E}_p$ ,  $\mathcal{E}_p$  等を評価した。領域周囲の変位を求める場合、二つの方法によった。すなわち、き裂端近傍の変位と応力拡大係数  $K_I$ ,  $K_{II}$  の間には、

$$u_1 = \frac{1}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ K_I \cos \frac{\theta}{2} (\kappa - 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (\kappa + 1 + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}) \right\} \quad (7.1)$$

$$u_2 = \frac{1}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left\{ K_I \cos \frac{\theta}{2} (\kappa + 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) + K_{II} (-\cos \frac{\theta}{2}) (\kappa - 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}) \right\} \quad (7.2)$$

なる関係式が成り立つので<sup>(11)</sup> (図 7. 11 参照),  $K_I$ ,  $K_{II}$  をさきに定め、これらの式から算出したものを用いる場合および実験によって測定されたき裂進展開始時の各節点変位を各節点変位の比を同じ

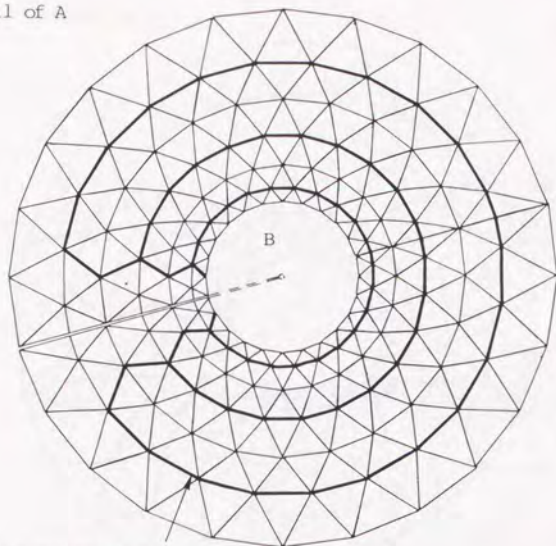


(a) 径路独立積分用 ( $\alpha = 15^\circ$ )

図 7. 10 き裂周りの領域に対する要素分割

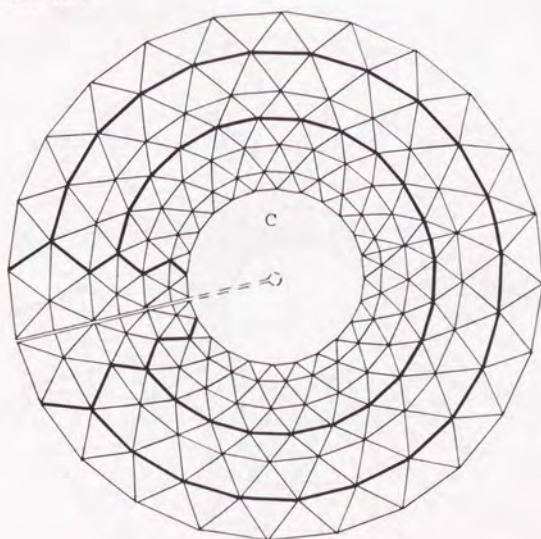


Detail of A

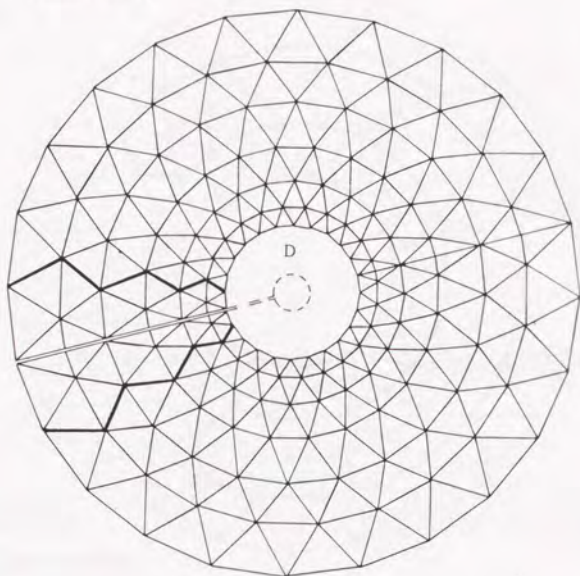


INTEGRATION PATH

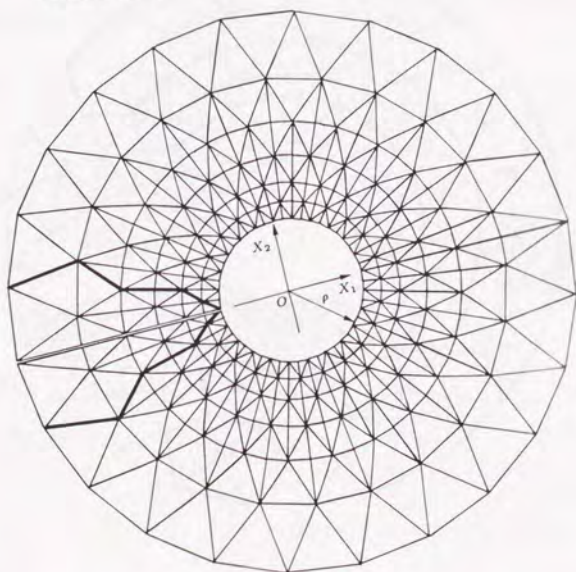
Detail of B



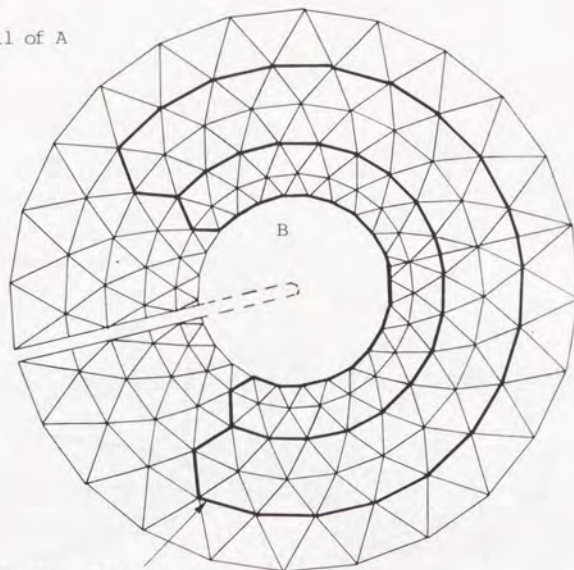
Detail of C



Detail of D

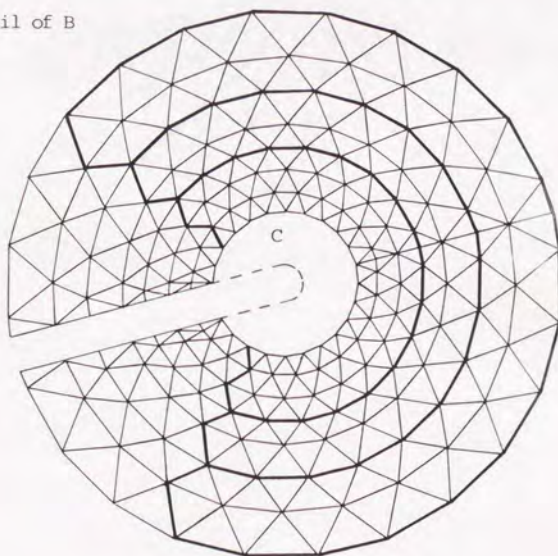


Detail of A



Integration Path

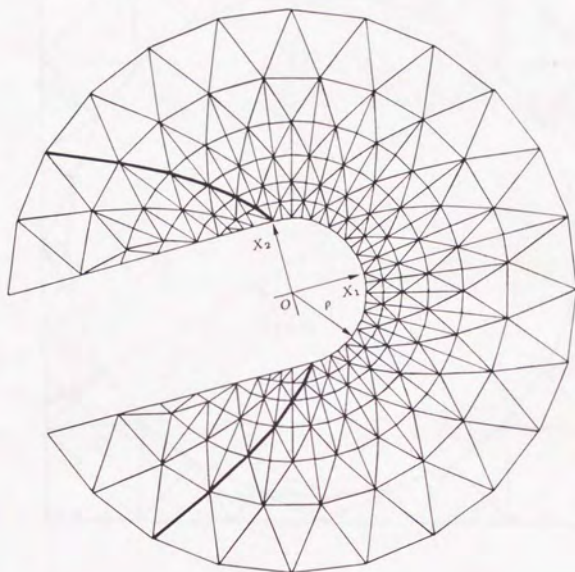
Detail of B

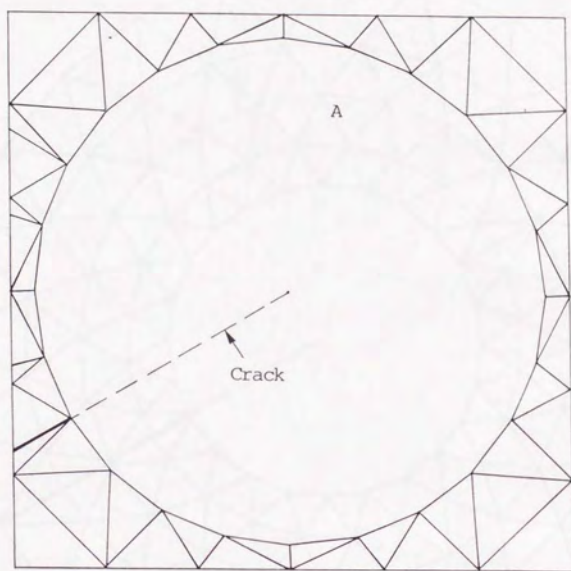


(b) 径路独立積分用 (半円状切欠き,  $\alpha = 15^\circ$ )



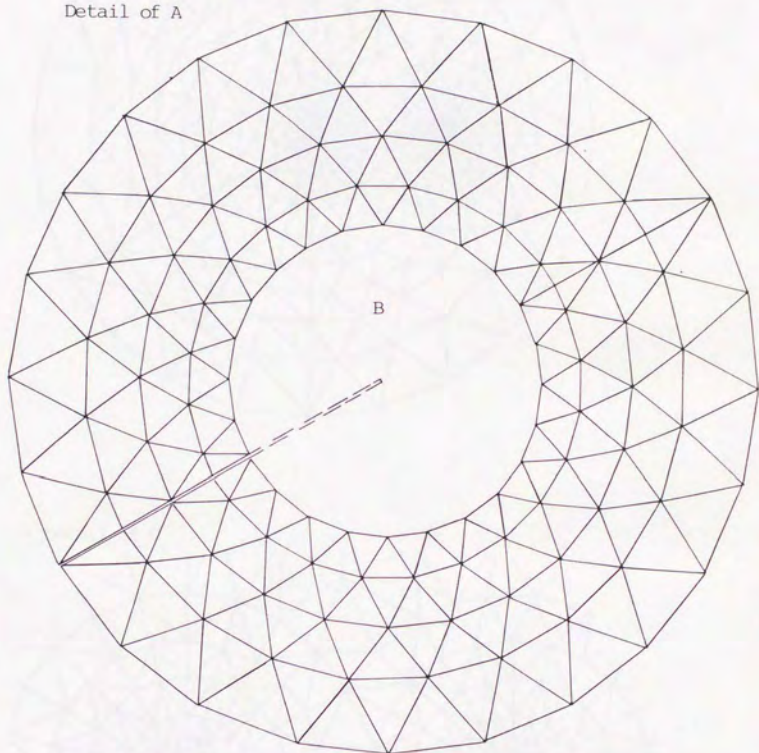
Detail of C





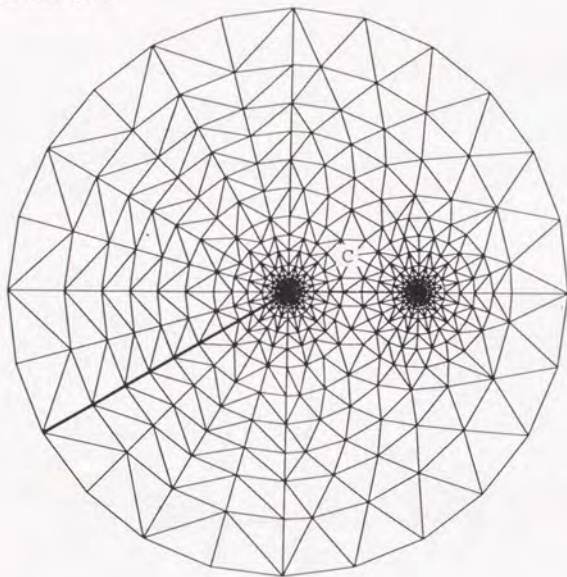
(c) 荷重-変位曲線に基づく $\varepsilon_p$ 評価用  
(き裂形状,  $\alpha = 30^\circ$ )

Detail of A

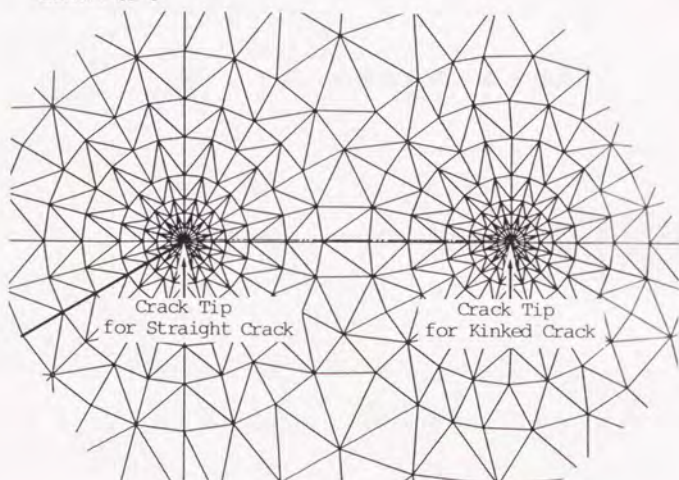




Detail of B



Detail of C



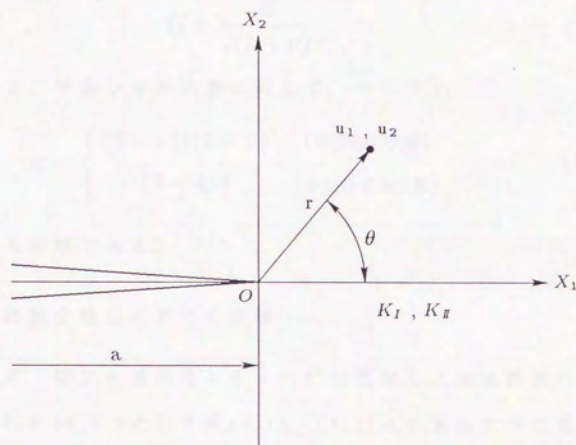


図 7. 1 1 き裂端近傍の極座標系

に保ったまま一つの要素を降伏させるまで小さくしたものの（以下では、変位の弾性分と表す）を用いる場合である。式(7.1), (7.2)において、 $G$  はせん断弾性係数であり、 $\nu$  をポアソン比、 $E$  をヤング率とすると、次式で表される。

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (7.3)$$

$\kappa$  は平面応力、平面ひずみ状態に対して、それぞれ

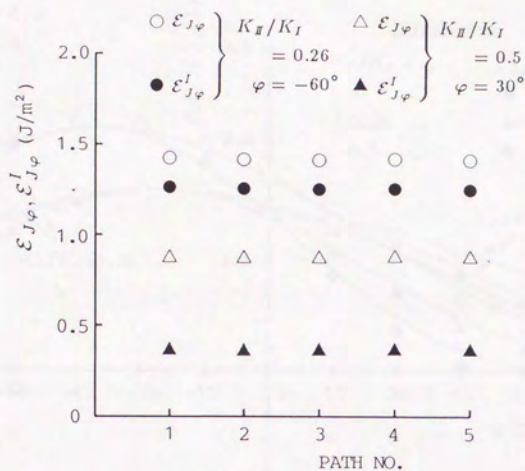
$$\kappa = \begin{cases} (3-\nu)/(1+\nu) & (\text{平面応力状態}) \\ (3-4\nu) & (\text{平面ひずみ状態}) \end{cases} \quad (7.4)$$

で定義される変数である。

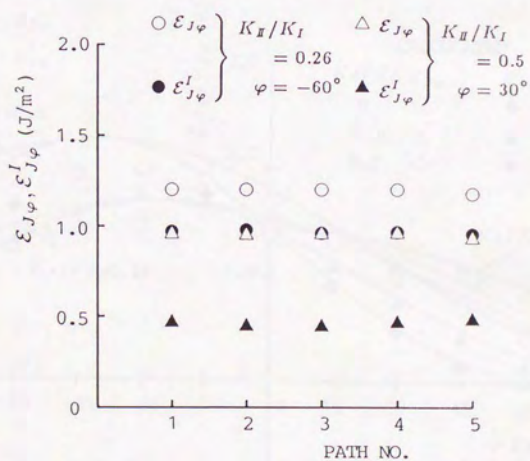
#### (1) 径路独立積分に基づく評価

はじめに、切欠き傾斜角  $\alpha$  を  $\alpha = 0^\circ$  に固定し、領域周囲の変位を  $K_{II}/K_I = 0, 0.26, 0.5$  として式(7.1), (7.2)より算出された値に拘束した場合の径路独立積分による  $\mathcal{E}_\varphi$ ,  $\mathcal{E}_\varphi^2$  ( $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^2$  積分値) を評価した。この変位拘束の状態は、モード I き裂 ( $K_{II}/K_I = 0$ ) からモード II 変形を増加させたものになっており、引張型荷重下の傾斜き裂の  $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  の場合の切欠き周囲の領域を取り出した場合にはほぼ相当している。図 7. 12 (a), (b) は、それぞれ円状切欠きおよび半円状切欠きに対する各積分径路に対して得られた  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^2$  積分値の例を示しているが、どちらの切欠き形状においても  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^2$  積分値とも径路独立性は良好であることがわかる。また他の  $\alpha$ ,  $\varphi$  についても同様に径路独立性は良好であった。図 7. 13 (a), (b) は、それぞれ円状切欠きおよび半円状切欠きに対する  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^2$  積分値と  $\varphi$  の関係を示している。ここで用いた  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^2$  積分値は、各積分径路に対して得られた値の平均値を用いている。図中の実線および破線は  $\mathcal{E}_\varphi$ ,  $\mathcal{E}_\varphi^2$  と応力拡大係数の関係式<sup>(12)</sup>に  $K_I$ ,  $K_{II}$  を代入し



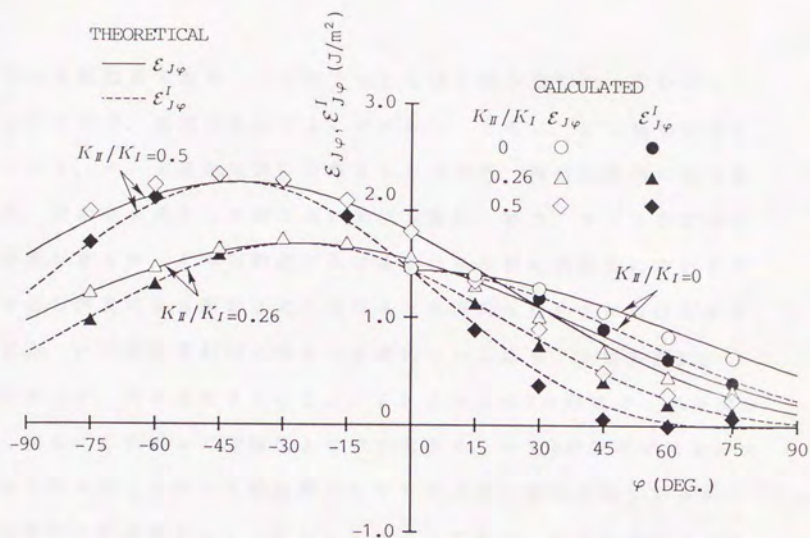


(a) 円状切欠き

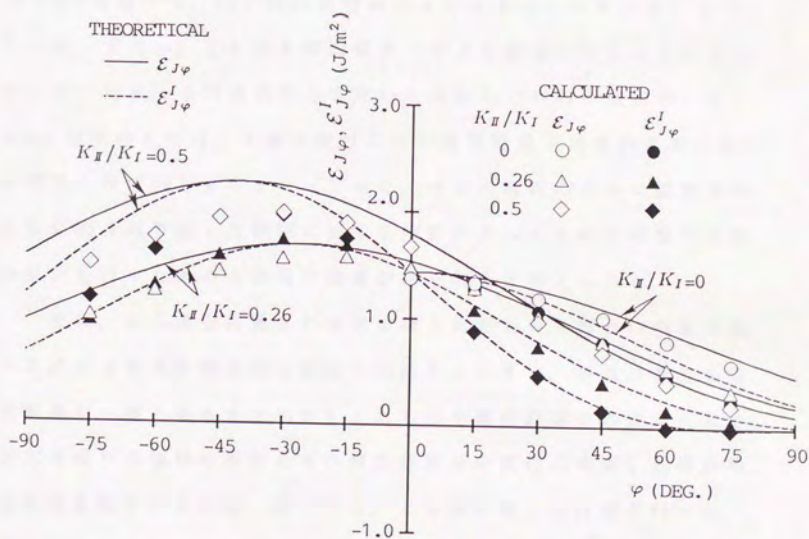


(b) 半円状切欠き

図 7. 1 2  $E_{J\varphi}$ ,  $E_{J\varphi}^I$  積分値の径路独立性



(a) 円状切欠き



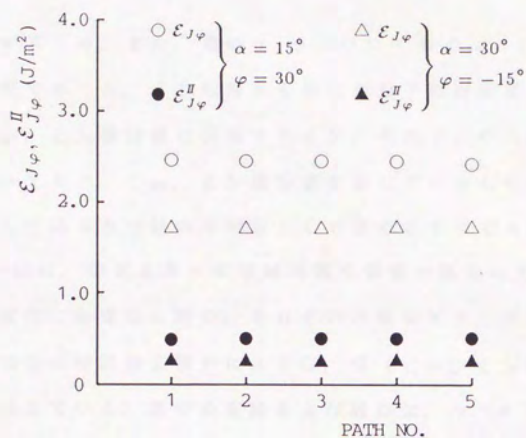
(b) 半円状切欠き

図 7. 13  $\varepsilon_{J\varphi}, \varepsilon_{J\varphi}^I$  積分値と  $\varphi$  の関係  
 ( $K_{II}, K_I$  によって求められた変位  
 に拘束した場合)

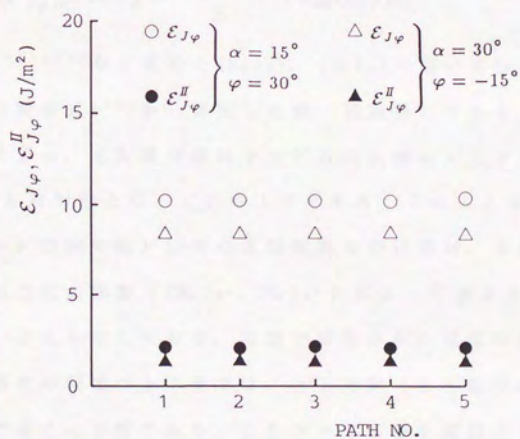
求めた理論値である。この図では $\varepsilon_{J\varphi}$ 積分値が負になっているところがあるが、実際は負になることはない。これは、 $\varepsilon_{J\varphi}$ 積分値をモード I、モード II 寄与分に分離するためには、積分経路内にある節点、要素の $\varphi$ 方向に対称な点における変位、応力、ひずみを求める必要があるが、その対称点におけるそれらの値を近似的に求める際の近似誤差による影響と考えられる（実際的な対称点における変位、応力、ひずみを近似的に求める方法については 4. 2 節参照）。この図より、円状切欠きでは $\varepsilon_{J\varphi}$ 、 $\varepsilon_{J\theta}$ とも $\varphi \leq 0$ の領域で $-\varphi$ が大きくなるにしたがって理論値よりやや大きめ、 $\varphi > 0$ の領域では $\varphi$ が大きくなるにしたがって理論値よりやや小さめに算出されているが、全体的に理論値とよく一致しているようである。半円状切欠きでは、 $\varepsilon_{J\varphi}$ 、 $\varepsilon_{J\theta}$ とも $\varphi > 0$ の領域で理論値よりやや小さめに算出される、 $\varphi \leq 0$ の領域では、 $K_{II}/K_I$ の割合が大きくなると $-\varphi$ が大きくなるにしたがって $\varepsilon_{J\varphi}$ 、 $\varepsilon_{J\theta}$ とも理論値より小さく算出されるようになっている。円状、半円状切欠きを用いた場合のこれらの傾向のうち $\varphi \leq 0$ の領域のものは、4 章で検討した引張型荷重下の傾斜き裂に場合の傾向とはほぼ同じものとなっており、今回の解析のように試験片のき裂周囲を取り出した領域に対する解析によってもほぼ試験片全体の解析を行ったものと同様の結果が得られると考えられる。

次に、せん断型荷重下の実験で得られた切欠き周りの領域周囲の各点のき裂進展開始時の変位の比はそのままに、各点の変位を降伏要素が一個となるまで小さくしたものを弾性計算分の変位として、切欠き周りの領域の周囲をその弾性計算分の変位に拘束した場合の径路独立積分による $\varepsilon_{J\varphi}$ 、 $\varepsilon_{J\theta}$ （ $\varepsilon_{J\varphi}$ 、 $\varepsilon_{J\theta}$ 積分値）の評価を行った。図 7. 14 (a), (b) は、それぞれ円状切欠きおよび半円状切欠きに対する各積分経路に対して得られた $\varepsilon_{J\varphi}$ 、 $\varepsilon_{J\theta}$ 積分値を示しているが、せん断型荷重下においても、 $\varepsilon_{J\varphi}$ 、 $\varepsilon_{J\theta}$ 積分値とも径路独立性は良





(a) 円状切欠き



(b) 半円状切欠き

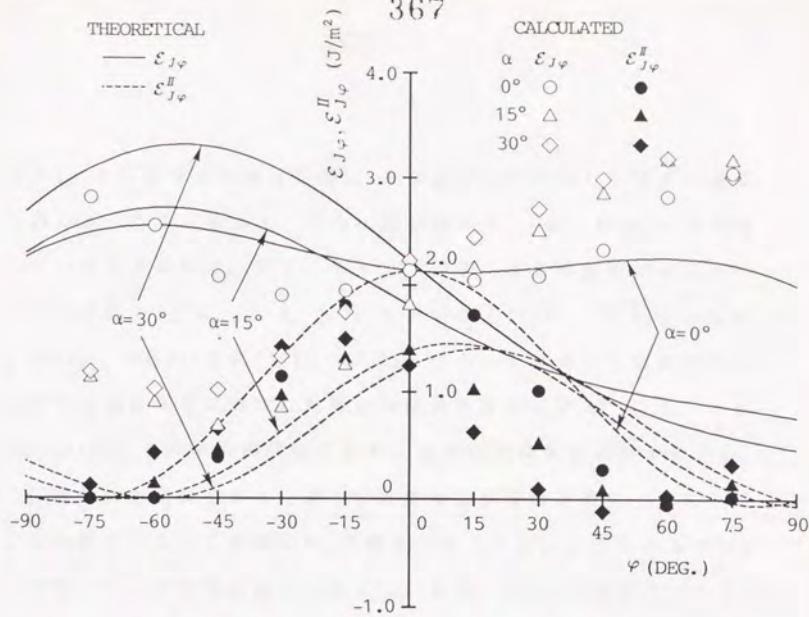
図 7. 1 4  $\mathcal{E}_{J\varphi}, \mathcal{E}_{J\varphi}^H$  積分値の径路独立性  
(せん断型荷重下)

好であることが言える。また、他の  $\alpha, \varphi$  についても  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^{\#}$  の径路独立性は良好であった。これ以降せん断型荷重下の有限要素解析に基づいて  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^{\#}$  積分値は評価されるが、それぞれその径路独立性は成り立っており、 $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^{\#}$  積分値と表しているものは、各積分径路に対して得られた値の平均値として定めたものである。図 7. 15 (a), (b) は、切欠き周りの領域周囲を実験で得られた変位の弾性計算分の変位に拘束した時の、それぞれ円状切欠き、半円状切欠きを用いた場合の径路独立積分による  $\mathcal{E}_{\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\#}$  ( $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^{\#}$  積分値) と  $\varphi$  の関係を示している。図中の実線および破線は、 $\varphi = 0^\circ$  方向の径路独立積分による値 [すなわち  $(\mathcal{E}_{J\varphi})_{0^\circ}$ ,  $(\mathcal{E}_{J\varphi}^{\#})_{0^\circ}$ ] を用いて

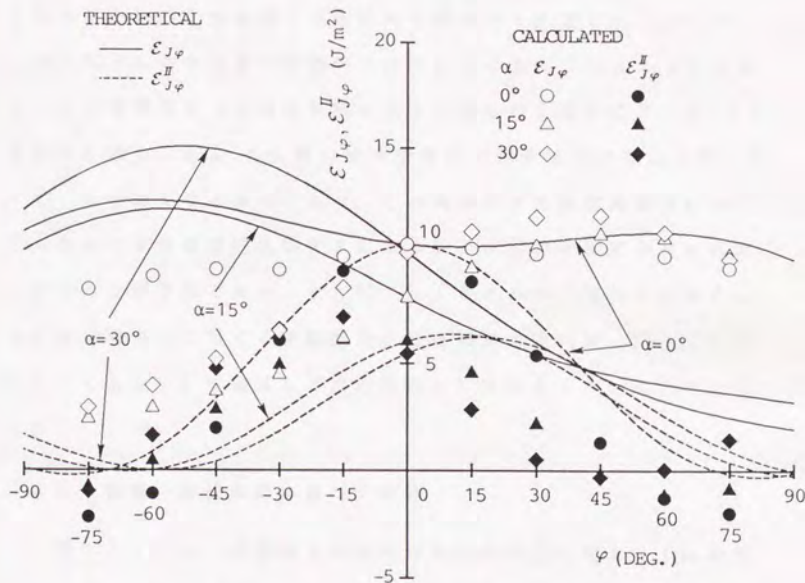
$$(\mathcal{E}_{J\varphi}^I)_{0^\circ} = J_I = \frac{(K_I)_{0^\circ}^2}{E} \quad (\text{平面応力状態}) \quad (7.5)$$

$$(\mathcal{E}_{J\varphi}^{II})_{0^\circ} = J_{II} = \frac{(K_{II})_{0^\circ}^2}{E} \quad (\text{平面応力状態}) \quad (7.6)$$

の関係式<sup>(8)(12)-(14)</sup>から求めた  $(K_I)_{0^\circ}$ ,  $(K_{II})_{0^\circ}$  を用いて  $\mathcal{E}_{\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\#}$  と応力拡大係数の関係式<sup>(12)</sup>から算出した値 (理論値) である。この図から理論値と  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^{\#}$  積分値は  $\varphi = 0^\circ$  方向を軸にして  $\varphi > 0$  と  $\varphi < 0$  の領域が左右対称となっているようである。このことは、き裂を含む面 ( $\varphi = 0^\circ$  方向の面) 以外のき裂端周りの状態が、き裂を含む面における応力拡大係数 [ $(K_I)_{0^\circ}$ ,  $(K_{II})_{0^\circ}$ ] によって表されるものになっていないことを示しており、実験で測定された変位は図 7. 5 に示すき裂周りの領域の上下面では、上下方向 (せん断型荷重に垂直な方向) でほとんど零であり、したがってき裂を開口させる上下方向の荷重が多少かかっているためと考えられる。しかし、径路独立積分値あるいは理論値による  $\mathcal{E}_{\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\#}$  の  $\varphi$  に対する傾向を見ると、 $\mathcal{E}_{\varphi}^{\# \max}$  となる  $\varphi$  方向で  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\# \max} \approx \mathcal{E}_{\varphi}$  であり、 $\mathcal{E}_{\varphi}^{\#}$  についても  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\# \max}$  となる  $\varphi$  方向で  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\# \max} \approx \mathcal{E}_{\varphi}$  の関係が成り立っていることがわかる。したがっ



(a) 円状切欠き



(b) 半円状切欠き

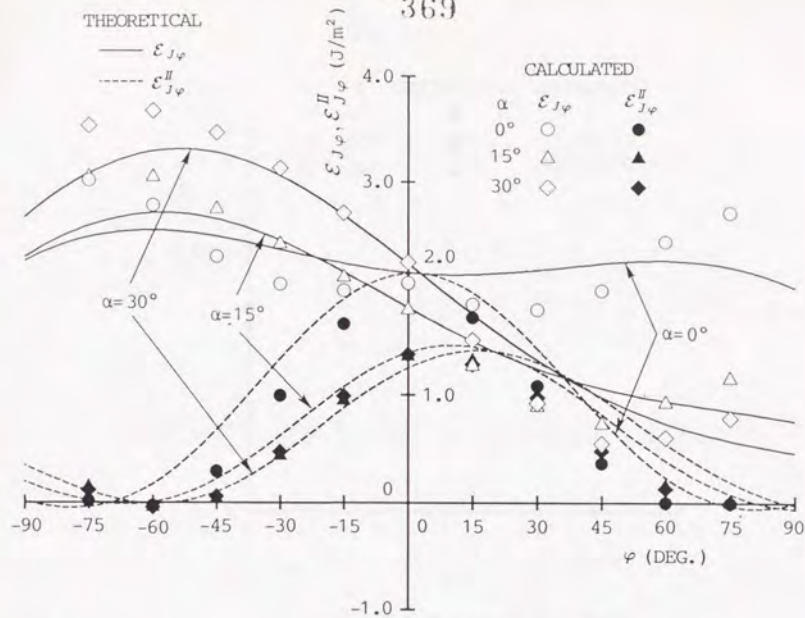
図 7. 15  $\varepsilon_{J\varphi}, \varepsilon_{J\varphi}^{\text{II}}$  積分値と  $\varphi$  の関係  
 (実験で測定された変位の弾性分  
 に拘束した場合)



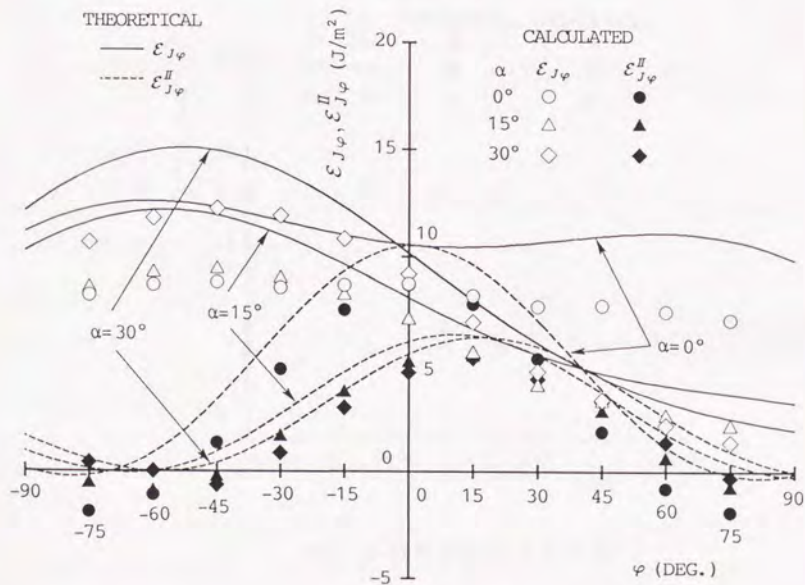
て  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$  となる  $\varphi$  方向および  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$  となる  $\varphi$  方向に対して荷重-変位曲線により  $\mathcal{E}_{\varphi}$  を求めると、それは近似的に  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$  および  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$  を評価していることになる。図 7. 16 は、図 7. 15 の解析で得られた  $\varphi = 0^\circ$  方向の  $(\mathcal{E}_{J\varphi})_{\varphi=0}$ 、 $(\mathcal{E}_{I\varphi})_{\varphi=0}$  を用いて式 (7.2)、(7.3) から求めた  $(K_I)_{\varphi=0}$ 、 $(K_{II})_{\varphi=0}$  を式 (7.1)、(7.2) に代入して評価した切欠き周りの領域周囲の変位に拘束した場合の結果を示している。図 7. 16 (a)、(b) は、それぞれ円状切欠きおよび半円状切欠きに対する  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 、 $\mathcal{E}_{I\varphi}$  積分値の結果である。図中の実線および破線は図 7. 15 と同じ理論値である。この図より、円状切欠きでは  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 、 $\mathcal{E}_{I\varphi}$  とも  $\varphi \leq 0$  の領域ではかなり理論値と一致しているが、 $\varphi > 0$  の領域では  $\varphi$  が大きくなるにしたがって  $\mathcal{E}_{J\varphi}$  は理論値よりも大きくなり、 $\mathcal{E}_{I\varphi}$  は小さく算出されるようになっている。半円状切欠きでは、 $\varphi$  に対する  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 、 $\mathcal{E}_{I\varphi}$  とも全体的に理論値より十数%程度小さく算出されているが、全体的な  $\varphi$  に対する変化の傾向はかなりよくあっているようである。ここで引張型荷重下の傾斜き裂に対する径路独立積分により  $\mathcal{E}_{\varphi}$ 、 $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{max}}$  を評価する場合、 $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 、 $\mathcal{E}_{I\varphi}$  積分値は塑性域で弾性域での誤差が無くなっていく小さくなる傾向があり、この傾向がせん断型荷重下においてもあるとすれば半円状切欠きによる評価は  $\mathcal{E}_{\varphi}$  の評価でかなり有効であることが予想できる。また図 7. 16 において現れている  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 、 $\mathcal{E}_{I\varphi}$  積分値の  $\varphi$  に対する評価傾向とはほぼ同様の傾向が、図 7. 15 においても  $\varphi = 0^\circ$  を軸にして左右対称の形で存在していると考えられる。

## (2) 荷重-変位曲線に基づく評価

図 7. 17 は、き裂周りの領域の周囲の変位を図 7. 16 の半円状切欠きを用いた場合と同様の〔式 (7.3)、(7.4) で算出された〕変位の拘束をしたときの、切欠き周りの領域周囲の荷重-変位曲線か

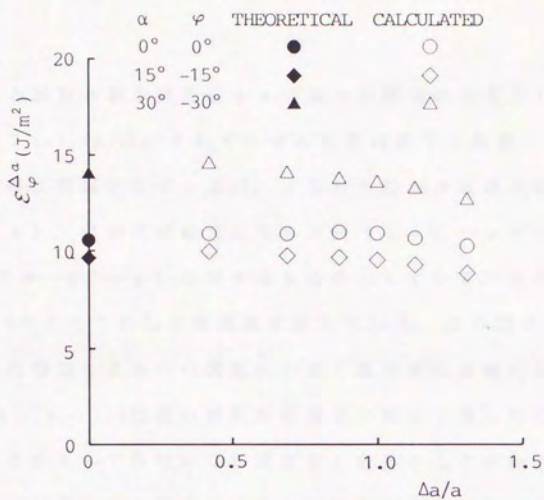
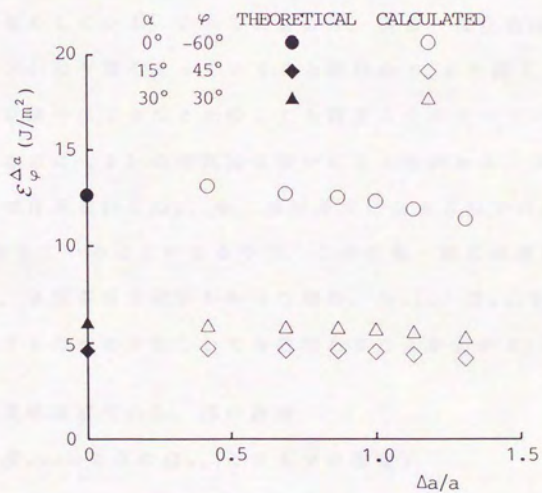


(a) 円状切欠き



(b) 半円状切欠き

図 7. 16  $\varepsilon_{J\varphi}, \varepsilon_{J\varphi}^{\text{II}}$  積分値と  $\varphi$  の関係  
 [  $(\varepsilon_{J\varphi}^{\text{II}})_{\alpha=0}, (\varepsilon_{J\varphi}^{\text{II}})_{\alpha=0}$  から求まる  $K_I, K_{II}$  によって  
 算出された変位に拘束した場合 ]

(a)  $\varepsilon_{\varphi}^{\Delta a}$  が最大となる  $\varphi$  方向(b)  $\varepsilon_{\varphi}^{\Delta a}$  が最大となる  $\varphi$  方向図 7. 17  $\varepsilon_{\varphi}^{\Delta a}$  と  $\Delta a/a$  の関係



ら求めた  $\mathcal{E}_\varphi$  値と屈折き裂の屈折部  $\Delta a$  の長さの関係の例を示している。図 7. 17 (a), (b) は、それぞれせん断型荷重下の実験においてき裂進展開始時に問題となる  $\varphi$  方向、すなわち  $\mathcal{E}_\varphi$  がほぼ最大になる方向 ( $\varphi = -\alpha$ )、 $\mathcal{E}_\varphi$  がほぼ最大になる方向 ( $\alpha = 0^\circ$  で  $\varphi = -60^\circ$ ,  $\alpha = 15^\circ, 30^\circ$  で  $\varphi = 60^\circ - \alpha$ ) に対するものを示している。また図には  $\Delta a / a = 0$  のところに  $\mathcal{E}_\varphi$  の理論値を示している。この図より  $\mathcal{E}_\varphi$  の値は  $\Delta a / a$  の増加にともない次第に小さく算出される傾向があるが、 $0.7 < \Delta a / a < 1.0$  程度の屈折部の長さに対して得られた  $\mathcal{E}_\varphi$  を外そうすることによって  $\mathcal{E}_\varphi$  はかなり精度良く求まることがわかる。 $\Delta a / a$  が小さいところの値を用いると  $\mathcal{E}_\varphi$  は大きめに評価される傾向があった。表 7. 1, 表 7. 2 には、荷重-変位曲線に基づいて評価された (図 7. 17 から推定された) 各  $\alpha$ ,  $\varphi$  に対する  $\mathcal{E}_\varphi$  値と理論値との比較をしている。これらの表より、荷重-変位曲線による値は理論値とかなり良くあっていることがわかり、また図 7. 16 に示す径路独立積分による  $\mathcal{E}_\varphi$  と比較しても精度よく求まっていることがわかる。さらに (1) の径路独立積分による検討から、 $\mathcal{E}_\varphi$  が最大になる方向では近似的に  $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}$  を、 $\mathcal{E}_\varphi$  が最大になる方向では近似的に  $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}$  を評価していることになるので、この荷重-変位曲線に基づく  $\mathcal{E}_\varphi$  評価法は、き裂進展方向がわかった場合、 $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}$ ,  $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}$  をより精度よく評価するための方法として有効であることがわかる。

#### 7.4.3 弾塑性領域での $\mathcal{E}_\varphi$ , $\mathcal{E}_\varphi$ の評価

( $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}$  およびの  $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}$  となる  $\varphi$  の推定)

ここでは、前節において弾性領域で検討した事項を基礎として、有限要素弾塑性解析をき裂進展開始時のき裂周りの領域周囲の変位状態まで行い、径路独立積分により  $\mathcal{E}_\varphi$ ,  $\mathcal{E}_\varphi$  値を評価し、その結果に基づいて  $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}$  値および  $\mathcal{E}_{\varphi_{max}}$  となる  $\varphi$  方向の推定を試みる。図 7.

表 7. 1 荷重-変位曲線に基づく  $\mathcal{E}_\varphi$  と理論値との比較  
( $\mathcal{E}_\varphi$  がほぼ最大となる  $\varphi$  方向)

$\alpha$	$\varphi$	$\mathcal{E}_\varphi (\text{J/m}^2)$	
		THEORETICAL	LOAD-DISPLACEMENT CURVES
0°	0°	10.3	10.1
15°	-15°	9.4	9.0
30°	-30°	13.7	13.3

表 7. 2 荷重-変位曲線に基づく  $\mathcal{E}_\varphi$  と理論値との比較  
( $\mathcal{E}_\varphi$  がほぼ最大となる  $\varphi$  方向)

$\alpha$	$\varphi$	$\mathcal{E}_\varphi (\text{J/m}^2)$	
		THEORETICAL	LOAD-DISPLACEMENT CURVES
0°	60°	12.3	12.7
15°	45°	4.5	4.6
30°	30°	5.9	5.4

18は、破壊実験により得られたせん断型荷重-せん断変位曲線と有限要素解析によるものとを比較したものである。荷重は、破壊実験においてロードセルによって測定されたせん断型荷重を使用し、せん断変位としては、き裂周りの領域の写真(図7.5参照)において①、②で示すき裂端の上下点のせん断型荷重方向のせん断に与する変位の差を取っている。有限要素解析によるものは、半円状切欠き、円状切欠きおよびき裂形状によるものを示している。実験による結果と有限要素解析によるものを比較すると、有限要素解析によるものがせん断変位の小さいところでやや大きめに算出されているようであるが、実験で得られたせん断変位は記録された写真から読まれたものであり、特にせん断変位が小さいところでは、写真上での周囲点の座標の差が小さく、正確に決定することがむづかしいことを考慮すると、両者はかなり良好に一致していると考えてよいと思われる。有限要素解析によるものは、切欠き形状によって多少せん断荷重-せん断変位曲線が異なっているが、図を見る限り半円状切欠きによるものが実験によるものに一番良くあっているようである。これらのことから、今回の有限要素解析はせん断型荷重下の破壊実験によって現れる切欠き端周りの状態を極めて正確にシュミレートしたものと断定することはできないが、ほぼその変形状態を表しているものであると言ってよいと思われる。なお、 $\alpha = 15^\circ$ のせん断型荷重-せん断変位曲線のき裂進展開始時のせん断変位が $\alpha = 0^\circ$ のものより小さくなっているが、これは $\alpha = 15^\circ$ 試験片の①、②点の位置が $\alpha = 0^\circ$ のそれらよりリガメント方向に多少ずれていたためと考えられる。

図7.19(a),(b)は、き裂進展開始時における径路独立積分により求めた $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 、 $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 積分値と $\varphi$ の関係を示している。これらの図から、 $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 、 $\mathcal{E}_{J\varphi}$ の $\varphi$ に対する傾向を見ると、き裂進展開始時にお



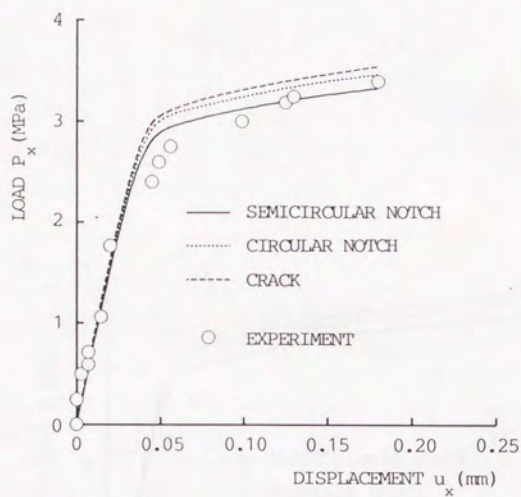
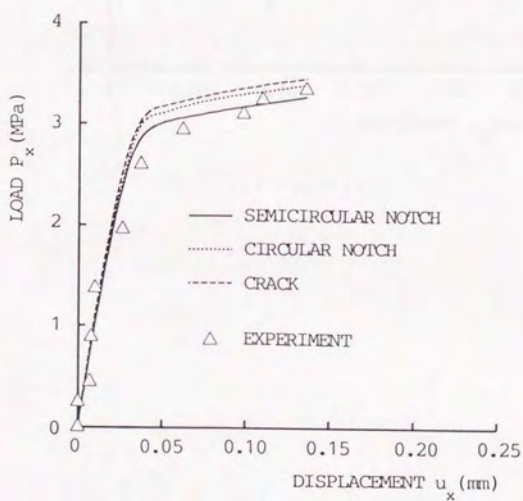
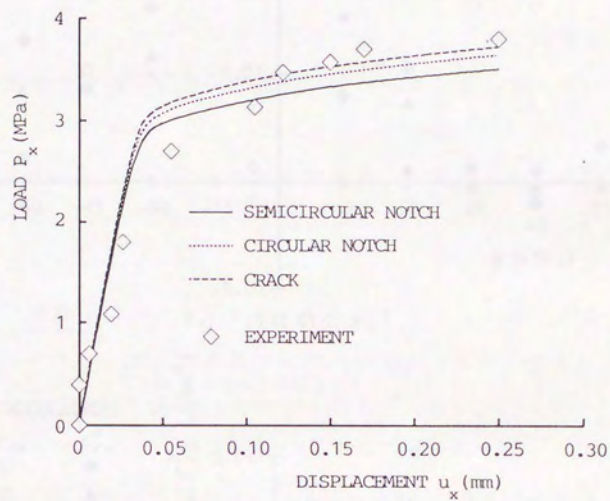
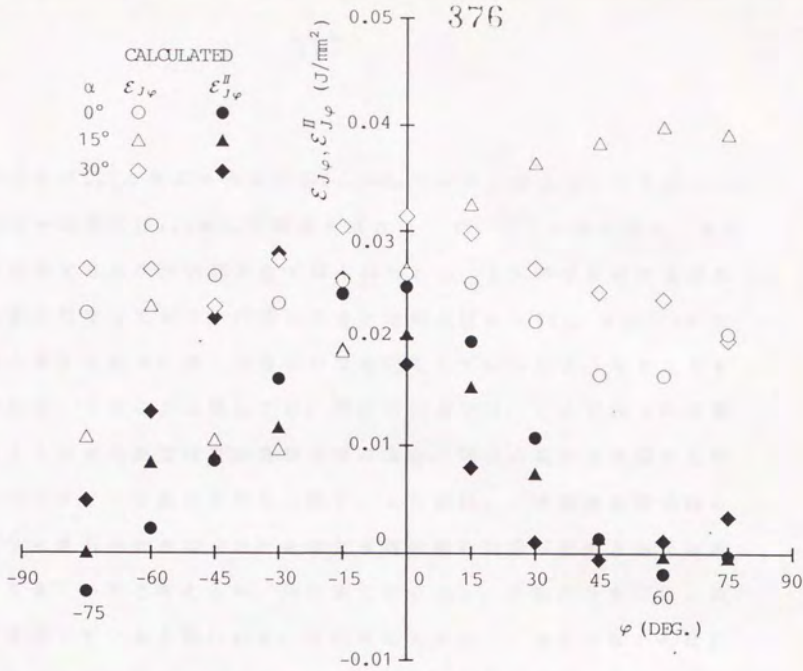
(a)  $\alpha = 0^\circ$ (b)  $\alpha = 15^\circ$ 

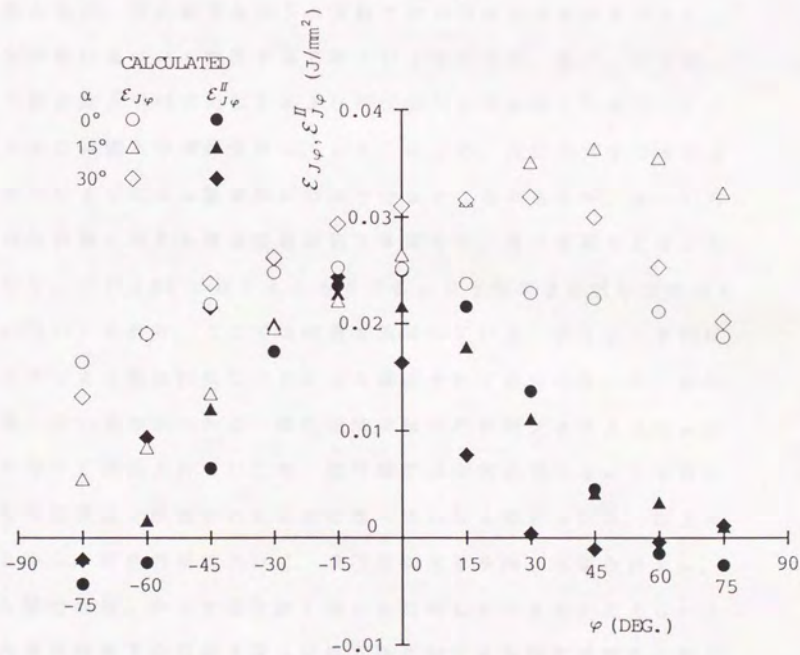
図 7. 18 セン断型荷重-せん断変位曲線



(c)  $\alpha = 30^\circ$



(a) 円状切欠き



(b) 半円状切欠き

図 7. 19  $\varepsilon_{J\varphi}, \varepsilon_{J\varphi}^H$  積分値と  $\varphi$  の関係



いても  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  となる  $\phi$  方向で  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}} \approx \mathcal{E}_{\phi}$  であり、 $\mathcal{E}_{\phi}$  についても  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  となる  $\phi$  方向で  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}} \approx \mathcal{E}_{\phi}$  の関係が成り立っていることがわかる。また、円状切欠きと半円状切欠きで得られた  $\mathcal{E}_{J\phi}$ 、 $\mathcal{E}_{I\phi}$  の  $\phi$  に対する分布は多少異なっており、円状切欠きでは例えば  $\alpha = 15^\circ$ 、 $\phi \leq -30^\circ$  の場合のように  $\phi$  に対しなめらかな変化をしていないようなところも見える。このことに関しては、円状切欠きでは、ここで行った実験のようなせん断型荷重の負荷条件の場合、円状の切欠き先端部を押しつぶすような変形となり（図 7. 20 参照）、き裂進展開始時のように変形が大きくなったとき切欠き端の変形状態が実際とかなり違ってきていると考えられ、円状切欠きの  $\mathcal{E}_{J\phi}$ 、 $\mathcal{E}_{I\phi}$  の分布にはこの影響がでていられる。半円状切欠きは、このようなことは起こらずせん断型荷重下でもせん断変形を無理なく表すことができると考えられ、せん断型荷重下の実験では半円状切欠きを用いた  $\mathcal{E}_{J\phi}$ 、 $\mathcal{E}_{I\phi}$  の値に基づいて検討する方がよいようである。図 7. 21 は、せん断変位と半円状切欠きおよび円状切欠きで評価された  $\phi = 0^\circ$  に対する  $\mathcal{E}_{J\phi}$  値との関係を示している。ここで、円状切欠きではさきに述べたようにせん断変形には不十分なところがあるが、 $\phi = 0^\circ$  方向の  $\mathcal{E}_{\phi}$  評価に対する積分径路は切欠き周りの一周の径路をとることとなり、 $\phi$  が  $\pm 90^\circ$  に近いところでの  $\mathcal{E}_{J\phi}$  ほど切欠き形状には依存していないと思われ、ここでは両者を比較している。図より、半円状切欠きによる値は円状切欠きによる値よりわずかに小さいが、ほぼ一致しているのがわかる。弾性領域では半円状切欠きによる  $\mathcal{E}_{J\phi}$  はやや小さく算出されていたが、塑性域では半円状切欠きによる値はかなり精度良く評価されたものになっていると推定される。以上のことから、塑性領域において、半円状切欠きを用いた場合の  $\mathcal{E}_{J\phi}$ 、 $\mathcal{E}_{I\phi}$  積分値は、かなり精度良く求められたものであると考えられる。せん断型荷重下の傾斜き裂の破壊実験に対する有限要素解析に基づ

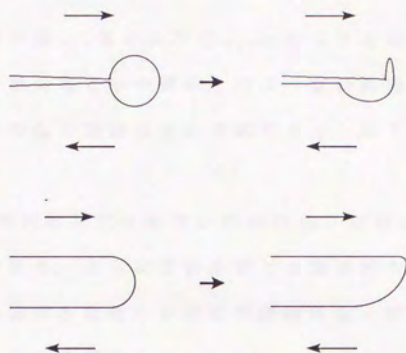


図 7. 20 せん断型荷重下での各切欠きの先端部の変形

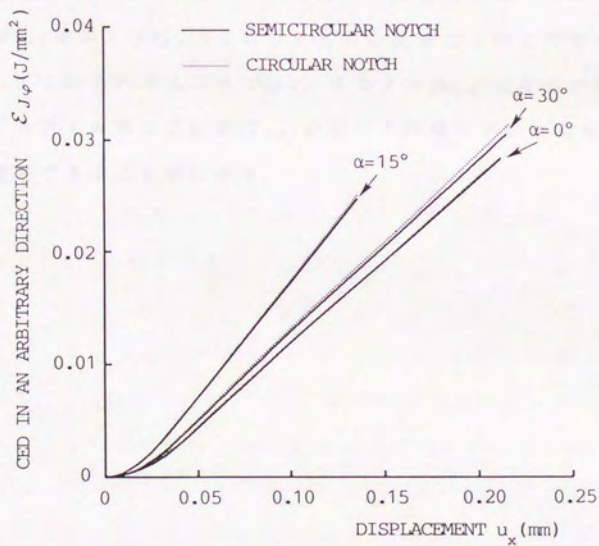


図 7. 21  $\varphi = 0^\circ$  方向の  $\mathcal{E}_{J\varphi}$  積分値とせん断変位の関係

いた塑性領域での  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  値および  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  となる  $\phi$  方向の評価については、 $\mathcal{E}_{J\phi}$ 、 $\mathcal{E}_{J\phi}$  積分値と  $\phi$  の関係、荷重-変位曲線に基づく  $\mathcal{E}_{\phi}$  評価法の弾性範囲での  $\mathcal{E}_{\phi}$  の評価精度を考慮すると、以下のような評価法が考えられる。

- ・  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  は、半円状切欠きを用いた径路独立積分により評価された  $\mathcal{E}_{\phi}$  により決定できる。さらに直線き裂とき裂進展方向に屈折部を有する屈折き裂の切欠き端周りの領域周囲の荷重-変位曲線に基づいて評価された  $\mathcal{E}_{\phi}$  値を参照することによってより  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  はより正確に決定できる。

- ・  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  となる  $\phi$  方向は、半円状切欠きによる  $\mathcal{E}_{J\phi}$  積分値の  $\phi$  に対する分布から得られる。

この決定方法は、5. 4 節において行った引張型荷重下の弾塑性領域での  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  値および  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  となる  $\phi$  方向の決定法と同じである。また図 7. 19 からわかるように  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  値および  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  となる  $\phi$  方向も存在し、それらの値は上記の  $\mathcal{E}_{\phi}^{\text{max}}$  の場合と同様の方法によりかなり良好に決定できることがわかる。



## 7.5 セン断型荷重下の傾斜き裂の破壊における

任意方向CEDに基づく破壊クライテリオンの有効性

ここでは、セン断型荷重下の傾斜き裂の実験結果および有限要素解析に基づいた結果を比較し、モードII（面内セン断型）型破壊が起こる場合の $\mathcal{E}_{max}^I$ クライテリオンおよびモードI（開口）型破壊が起こる場合の $\mathcal{E}_{max}^I$ クライテリオンの適用性について検討を行う。

7.5.1 き裂進展開始時の $\mathcal{E}_{max}^I$ および $\mathcal{E}_{max}^{II}$ 

7.3節において示したように、セン断型荷重下の実験では、き裂進展方向および破面観察によって、 $\alpha = 0^\circ, 15^\circ$ でモードII（面内セン断）型破壊が、 $\alpha = 30^\circ$ でモードI（開口）型破壊が起こっていると判断された。本節では、各々の破壊が $\mathcal{E}_{max}^I$ クライテリオンあるいは $\mathcal{E}_{max}^{II}$ クライテリオンにより説明できるかどうかを検討する。表7.3は、図7.19(b)に示した半円状切欠きを用いた場合のき裂進展開始時の $\mathcal{E}_{I\varphi}$ 、 $\mathcal{E}_{II\varphi}$ 積分値と $\varphi$ の関係から読み取られた、 $\mathcal{E}_{max}^I$ 値および $\mathcal{E}_{max}^{II}$ となる $\varphi$ 方向の $\mathcal{E}_\varphi$ 値、荷重-変位曲線に基づく方法により求めた $\mathcal{E}_{max}^I$ となる $\varphi$ 方向の $\mathcal{E}_\varphi$ 値を示している。また表7.4は、径路独立積分による $\mathcal{E}_{max}^I$ 値および $\mathcal{E}_{max}^{II}$ となる $\varphi$ 方向の $\mathcal{E}_\varphi$ 値、荷重-変位曲線に基づく方法に基づく $\mathcal{E}_{max}^I$ となる $\varphi$ 方向の $\mathcal{E}_\varphi$ 値を示している。表7.3、表7.4において、各 $\alpha$ 試験片で実際に起こった破壊様式に対する $\mathcal{E}_\varphi$ の寄与分、すなわち $\alpha = 0^\circ, 15^\circ$ の場合の $\mathcal{E}_{max}^I$ 値、 $\alpha = 30^\circ$ の場合の $\mathcal{E}_{max}^{II}$ 値から、モードII型破壊の限界値およびモードI型破壊の限界値はそれぞれ $(\mathcal{E}^I)_I = 0.024 \text{ J/mm}^2$ 、 $(\mathcal{E}^I)_I = 0.033 \text{ J/mm}^2$ と推定できる。ここで $(\mathcal{E}^I)_I$ は5章で行った引張型荷重下の傾斜き裂破壊実験による限界値 $[(\mathcal{E}^I)_I = 0.042 \text{ J/mm}^2]$ より小さくなっているが、これは以下のように考えられる。渡辺らは引張型荷重

表 7. 3  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{II}}_{\text{max}}$  となる  $\varphi$  方向の  $\mathcal{E}_{\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{II}}_{\text{max}}$  値 (き裂進展開始時)

$\alpha$	LOAD-DISPLACEMENT CURVES	PATH-INDEPENDENT INTEGRAL	
	$\mathcal{E}_{\varphi} (\text{J/mm}^2)$	$\mathcal{E}_{\varphi} (\text{J/mm}^2)$	$\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{II}}_{\text{max}} (\text{J/mm}^2)$
0°	0.025	0.025	0.025
15°	0.024	0.023	0.023
30°	0.023	0.027	0.025

表 7. 4  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{I}}_{\text{max}}$  となる  $\varphi$  方向の  $\mathcal{E}_{\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{I}}_{\text{max}}$  値 (き裂進展開始時)

$\alpha$	LOAD-DISPLACEMENT CURVES	PATH-INDEPENDENT INTEGRAL	
	$\mathcal{E}_{\varphi} (\text{J/mm}^2)$	$\mathcal{E}_{\varphi} (\text{J/mm}^2)$	$\mathcal{E}_{\varphi}^{\text{I}}_{\text{max}} (\text{J/mm}^2)$
0°	0.026	0.023	0.023
15°	0.036	0.035	0.032
30°	0.031	0.033	0.033

下の薄板中央き裂試験片のき裂の安定成長に伴う $\sigma$ の評価から、破壊形態の変化に対応した $\sigma$ の限界値を示している。その限界値は、板厚2 mmでき裂進展開始時の引裂きによる平面ひずみ型破壊が支配的な場合 $\sigma_c = 0.040 \text{ J/mm}^2$ 、き裂が進展し傾斜した破面が現れる完全な平面応力型破壊に移行した場合 $\sigma_c = 0.084 \text{ J/mm}^2$ である<sup>(15)(16)</sup>。また、畔上らはコンパクト試験片を用いた一様な平面ひずみ型破壊で安定き裂が成長するときの $\sigma$ の評価から、完全な平面ひずみ型破壊の破壊限界値 $\sigma_c (= \sigma_{IC}) = 0.021 \text{ J/mm}^2$ を求めている<sup>(17)</sup>。5章で行った引張型荷重下の実験では、き裂進展開始後すぐに試験片表面に対して傾斜した破面に移行しているが、 $\alpha = 30^\circ$ のせん断型荷重下の実験では、き裂進展開始後しばらくの間試験片表面にはほぼ直角な破面（平面ひずみ型破壊に近い破面）が現れた後、平面応力型破壊に移行していることが観察されており、き裂進展が引張型荷重下の場合に比べてより平面ひずみ型破壊に近い状態で開始していると考えられ、破壊限界値 $(\sigma_c^*)$ はより平面ひずみ型破壊の値に近く（すなわち小さく）現れたためと考えられる。また、図5・18および図7・8に示したそれぞれ引張型荷重下、せん断型荷重下の破壊実験におけるき裂進展開始直後のSEM写真を比較すると、せん断型荷重下の $\alpha = 30^\circ$ 試験片の破面の方が引張型荷重下のものに比べ、ディンプルは細かく規則正しく並んでいることがわかる。これは引張型荷重下試験片の破面の方がより延性破壊の影響が大きく現れていること、せん断型荷重下の $\alpha = 30^\circ$ 試験片の破面はよりへき開破壊に近いことを示しており、この破面のディンプルの形成状態からもせん断型荷重下の $\alpha = 30^\circ$ 試験片の方が平面ひずみ型破壊に近い状態で開始し、したがって破壊限界値 $(\sigma_c^*)$ が小さく現れたことがわかる。

ここで、渡辺らの実験におけるき裂進展開始時の破壊限界値と5章で示した引張型荷重下の破壊実験における限界値はほぼ一致し



ている。このことは渡辺らの実験の破面状態<sup>(16)(18)</sup>と5章のものを比較するとき裂進展開始時ではほぼ同じであることから理解できるが、そのときのき裂進展開始時の限界値 ( $\approx 0.04 \text{ J/mm}^2$ ) は  $\mathcal{E}_{1c}$  と平面応力型破壊の限界値との間の値をとっており、 $\mathcal{E}_{1c}$  に比べると平面応力状態の影響が現れ、平面応力型破壊の限界値に比べると平面ひずみ状態の影響が現れたものとなっている。

表7.3および表7.4に示す各値に基づいて、 $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{II}}$  クライテリオン、 $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}}$  クライテリオンの適用性を以下に検討する。 $\alpha = 0^\circ$  ではき裂進展方向で、

$$\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{II}} \approx \mathcal{E}_{\varphi \max} \doteq (\mathcal{E}^{\text{II}})_i$$

$\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}}$  となる  $\varphi$  方向で、

$$\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}} \approx \mathcal{E}_{\varphi \max} < (\mathcal{E}^{\text{I}})_i$$

となっていることがわかる。したがって  $\alpha = 0^\circ$  の場合は、 $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{II}}$  クライテリオンは満足され、 $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}}$  クライテリオンは満足されていないためモードII型破壊が起こることが説明できる。

$\alpha = 15^\circ, 30^\circ$  では、き裂進展方向で、

$$\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{II}} \approx \mathcal{E}_{\varphi \max} \doteq (\mathcal{E}^{\text{II}})_i$$

$\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}}$  となる  $\varphi$  方向においても、

$$\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}} \approx \mathcal{E}_{\varphi \max} \doteq (\mathcal{E}^{\text{I}})_i$$

となっている。このように  $\alpha = 15^\circ, 30^\circ$  では、 $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{II}}$ 、 $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}}$  とともに破壊限界値に達しているようであり、 $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{II}}$ 、 $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}}$  のどちらの方向に破壊してもよいように思われる。しかし、せん断型荷重下の破壊実験における変位は7.3節において述べたように、き裂周りを撮影した写真からの読み取ったものであり、その測定した変位に含まれる測定誤差から  $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{II}}$  および  $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}}$  値の細かな差を議論すること

はむつかしいこと、さらに実際に観察された破壊様式、次項のき裂進展方向に対する検討も考慮すると、 $\alpha = 15^\circ$ では、き裂進展方向で、

$$\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{II}} \approx \mathcal{E}_{\varphi\max} \doteq (\mathcal{E}^{\text{II}})_i$$

$\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{I}}$ となる $\varphi$ 方向において、

$$\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{I}} \approx \mathcal{E}_{\varphi\max} < (\mathcal{E}^{\text{I}})_i$$

$\alpha = 30^\circ$ では、き裂進展方向で、

$$\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{II}} \approx \mathcal{E}_{\varphi\max} < (\mathcal{E}^{\text{II}})_i$$

$\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{I}}$ となる $\varphi$ 方向において、

$$\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{I}} \approx \mathcal{E}_{\varphi\max} \doteq (\mathcal{E}^{\text{I}})_i$$

となっていたと判断するのが自然である。すなわち、 $\alpha = 15^\circ$ では $\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{II}}$ クライテリオンにより、 $\alpha = 30^\circ$ では $\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{I}}$ クライテリオンによりき裂進展は開始しているとしてよいと思われる。また $\alpha = 15^\circ \sim 30^\circ$ あたりでモードII（面内せん断）型破壊からモードI（開口）型破壊に破壊様式が移行する境界とでも呼ぶべきものが存在するようである。

#### 7.5.2 き裂進展方向の検討

表7.5は、半円状切欠きを用いた場合の径路独立積分による結果から得られた $\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{II}}$ となる $\varphi$ 方向および $\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{I}}$ となる $\varphi$ 方向と実験により得られたき裂進展開始方向 $\varphi_i$ （図7.9より読み取った値）を比較している。 $\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{II}}$ となる $\varphi$ 方向は、モードII（面内せん断）型破壊が起こっている $\alpha = 0^\circ, 15^\circ$ の実験結果と比較し、 $\mathcal{E}_{\varphi\max}^{\text{I}}$ となる $\varphi$ 方向はモードI（開口）型破壊が起こっている $\alpha = 30^\circ$ の実験結果と比較している。この表から、径路独立積分による結果と実験結果はかなりよくあっていることがわかる。したがって、き裂進展開始方

表 7. 5 き裂進展方向と  $\mathcal{E}_{\varphi_{\max}}^{\text{II}}$  クライテリオン,  
 $\mathcal{E}_{\varphi_{\max}}^{\text{II}}$  クライテリオンによるものとの比較

$\alpha$	$\varphi_i$	
	EXPERIMENT	PATH-INDEPENDENT INTEGRAL
0°	2°	-4° ( $\mathcal{E}_{\varphi_{\max}}^{\text{II}}$ CRITERION)
15°	-12°	-14° ( $\mathcal{E}_{\varphi_{\max}}^{\text{II}}$ CRITERION)
30°	28°	30° ( $\mathcal{E}_{\varphi_{\max}}^{\text{I}}$ CRITERION)



向に関しても、モードⅡ型破壊が起こる場合は $\mathcal{E}_{\max}^{\text{II}}$ クライテリオンにより、モードⅠ型破壊が起こる場合は $\mathcal{E}_{\max}^{\text{I}}$ クライテリオンによって推定できると言える。ここで $\alpha = 0^\circ$ の場合は、図7. 9(a)にあるようにき裂進展方向 $\varphi_i$ は $\varphi_i \neq 0$ から少しプラス方向（図では上向き）となっている。これは疲労予き裂がシェブロン型切欠き方向（ $\alpha = 0^\circ$ ）に対して少しプラス方向に曲がっており、そこにせん断型荷重がかかるとき裂下部が上向きに押し上げるような変形が起こるためき裂進展がややプラス方向になるためと考えられ、このき裂進展方向が有限要素解析による方向（ $\varphi_i = -4^\circ$ ）と多少異なっているようにも見えるが、これは有限要素解析では疲労予き裂の曲がりを考慮せず直線切欠きを用いて計算を行い $\varphi_i$ を推定したことによる差と考えられる。

## 7.6 破壊の様式を定める条件の検討

5章では引張型荷重下の傾斜き裂の破壊に基づいて $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオンの有効性を示し、7章ではせん断型荷重下の傾斜き裂の破壊に基づいて $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオン、 $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオンの有効性を示した。本節ではそれらの検討結果をまとめ、混合モードき裂で起こる破壊の様式を定める条件について検討する。

せん断型荷重下の傾斜き裂の破壊では、7.5節において示したように、その破壊開始時において、モードII（面内せん断）型破壊の場合、 $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオンが満たされ $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオンが満たされていない状態、一方モードI（開口）型破壊の場合、 $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオンが満たされ $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオンが満たされていない状態がほぼ成り立っている。5章においては、引張型荷重下の傾斜き裂試験片の破壊実験に基づいて $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオンの有効性を示したが、ここではモードI（開口）型の破壊のみが起こっているため、 $\mathcal{E}_{\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ の評価は $\varphi \leq 0^\circ$ の範囲でのみ行い、 $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオンに適用した。したがって、そこでは $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ クライテリオンが満たされていないことは確認していない（ただし、図5.14における $\varphi \geq 0$ の範囲での $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 積分値の変化の傾向を見ると、 $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ 値がモードII型破壊の限界値に到達していないことはほぼ推定できる）。そこで図7.22には、5章で行った引張型荷重下の傾斜き裂の破壊に対する、半円状切欠きの場合の有限要素解析に基づいて評価したき裂進展開始時の $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 積分値と $\varphi$ の関係が示してある。 $\varphi$ の範囲を $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ とし、 $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ 値が現れるようにしている。5.4節および7.4節において行った塑性領域での径路独立積分による $\mathcal{E}_{\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ および $\mathcal{E}_{\varphi}^I$ の評価に関する検討によると、半円状切欠きを用いた場合の $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ および $\mathcal{E}_{J\varphi}$ 積分値は塑性領域では実用上十分な精度で評

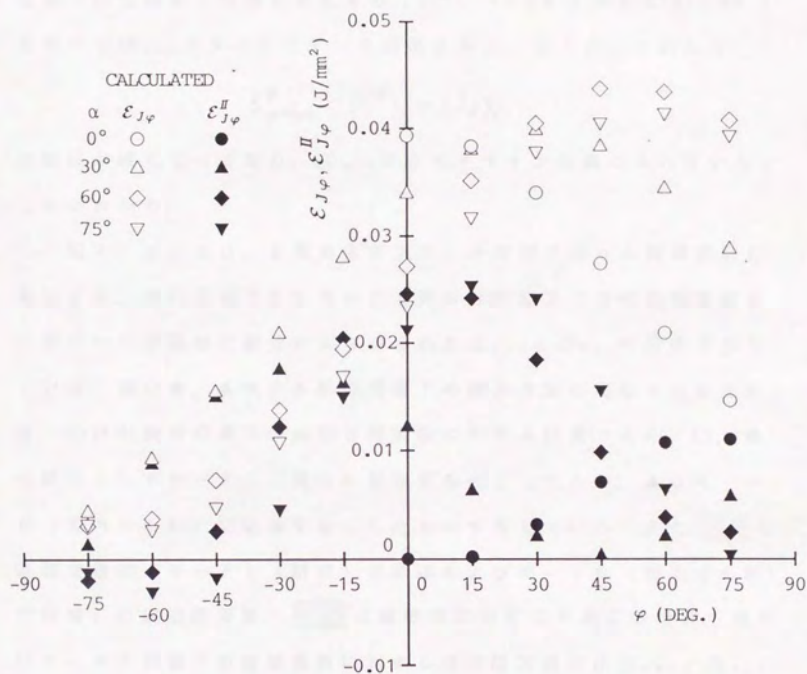




図 7. 2.2  $\varepsilon_{J\varphi}, \varepsilon_{J\varphi}^{\parallel}$  積分値と  $\varphi$  の関係  
(半円状切欠き, 引張型荷重下)



価されていると考えてよいので、この結果に面内せん断型破壊の限界値としてモードⅡ（面内せん断）型破壊の限界値としてせん断型荷重下の実験により得られたもの  $[(\mathcal{E}^{\text{II}})_i = (J_{\text{II}})_i = 0.024 \text{ kJ/mm}^2]$  を用いて  $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{II}}$  クライテリオンを適用すると、全ての  $\alpha$  に対して

$$\mathcal{E}_{\varphi_{\text{max}}}^{\text{II}} < (\mathcal{E}^{\text{II}})_i = (J_{\text{II}})_i$$

の関係が成り立っており、 $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{II}}$  クライテリオンは満たされていないことがわかる。

図7. 23には、5章および7章の本研究で行った破壊実験に対応する、半円状切欠きを用いたき裂進展開始までの有限要素解析に基づいて径路独立積分により得られた  $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{I}}$  と  $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{II}}$  の関係を示している。図中●、▲はせん断型荷重下の傾斜き裂の実験に対する結果、○は引張型荷重下の傾斜き裂実験に対する結果であり、○、●は結果としてモードⅠ（開口）型破壊を起こしたものの、▲はモードⅡ（面内せん断）型破壊を起こしたものを表している。また  は各破壊様式〔モードⅠ（開口）型破壊およびモードⅡ（面内せん断）型破壊〕の破壊限界値、 は破壊様式の変化が起こる境界、鎖線はモードⅡ荷重下の破壊実験に対する破壊限界値の比  $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{II}} / \mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{I}}$   $= (\mathcal{E}^{\text{I}})_i / (\mathcal{E}^{\text{II}})_i \div 0.7$   $[(\mathcal{E}^{\text{I}})_i = 0.033 \text{ kJ/mm}^2, (\mathcal{E}^{\text{II}})_i = 0.024 \text{ kJ/mm}^2]$  を示している。この図より、混合モードき裂では、モードⅠ（開口）型破壊は  $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{I}}$  がその破壊限界値  $(\mathcal{E}^{\text{I}})_i$  にさきに達した時に起こり、モードⅡ（面内せん断）型破壊は  $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{II}}$  がその破壊限界値  $(\mathcal{E}^{\text{II}})_i$  にさきに達した時に起こっていることがより明確に確認できる。すなわち、負荷の増加とともに  $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{I}}$ 、 $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{II}}$  はほぼ一定の割合で増加し、 $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{I}}$  クライテリオン、 $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{II}}$  クライテリオンのいずれかを満たした時、条件が満たされた方の破壊様式で破壊が起こるということになる。ここで  $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{I}}$ 、 $\mathcal{E}_{\text{max}}^{\text{II}}$  の割合は試験片形状、負荷様式に依存して

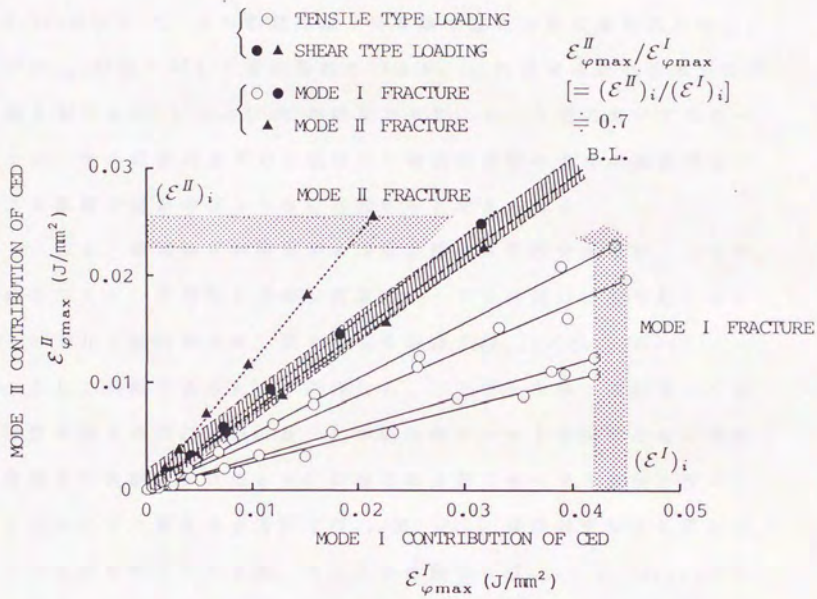


図 7. 2 3 き裂進展開始までの  $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{I}}$  と  $\mathcal{E}_{\varphi \max}^{\text{II}}$  の関係

定まるものであり、その値によっていずれの破壊が起こるか判断され、本研究の破壊実験で用いた厚さ 2 mm のアルミニウム合金 2024-T3 の場合、破壊様式の変化は  $\mathcal{E}_{\max}^p / \mathcal{E}_{\max}^b \div 0.7$  を境界にして起こるとしてよいようである。なお、破壊様式の変化の境界 ( $\mathcal{E}_{\max}^p / \mathcal{E}_{\max}^b \div 0.7$ ) あたりで、せん断型荷重下の実験で起こった破壊様式が  $\mathcal{E}_{\max}^p / \mathcal{E}_{\max}^b$  の値に対して逆に現れているが、これはせん断型荷重下の傾斜き裂の  $\alpha$  が  $15^\circ$  および  $30^\circ$  の結果であり、7.5 節においても述べたが、せん断型荷重下のき裂周りの領域の周囲の変位の測定誤差による影響や材料のばらつきに起因すると考えられる。

以上、破壊様式が変化する境目近傍では微妙であるが、この微妙となるという判断も含め、破壊がモード I (開口) 型で起こるか、モード II (面内せん断) 型で起こるかは、 $\mathcal{E}_{\max}^p / \mathcal{E}_{\max}^b$  をパラメータとして判断できるものと思われる。ここで、5 章で取り扱った引張型荷重下の傾斜き裂の  $\alpha = 0^\circ$  の場合のモード I き裂またせん断型荷重下の実験における  $\alpha = 0^\circ$  の場合のき裂 (モード II き裂と呼ぶ) においても、異なる  $\varphi$  方向で  $\mathcal{E}_{\max}^p$  値、 $\mathcal{E}_{\max}^b$  値は必ず存在しており (すなわちモード I き裂、モード II き裂でも  $\mathcal{E}_{\max}^p = 0$ 、 $\mathcal{E}_{\max}^b = 0$  ではなく)、材料、負荷様式によってはモード I き裂においてもモード II 型破壊、モード II き裂においてもモード I 型破壊の起こる可能性があることに注意したい。



## 7.7 結 言

本章においては、せん断型荷重下の二次元傾斜き裂の破壊実験を行い、実験において実現されたモードⅠ（開口）型およびモードⅡ（面内せん断）型の破壊に適用して、 $\mathcal{E}_{\max}^{\text{I}}$ クライテリアおよびモードⅡ（面内せん断）型破壊に対する $\mathcal{E}_{\max}^{\text{II}}$ クライテリアの有効性を検討した。本章で得られた結果をまとめると以下のようになる。

（１） モードⅡ（面内せん断）型破壊に適用される $\mathcal{E}_{\max}^{\text{II}}$ クライテリアを提案した。

（２） せん断型荷重下の二次元傾斜き裂に対する有限要素解析に基づいて、径路独立積分および荷重－変位曲線により $\mathcal{E}_p$ ,  $\mathcal{E}_s$ ,  $\mathcal{E}_t$ などの評価精度の検討を行った。径路独立積分では、半円状切欠きを用いた場合 $\mathcal{E}_{\max}^{\text{I}}$ ,  $\mathcal{E}_{\max}^{\text{II}}$ 値および $\mathcal{E}_{\max}^{\text{I}}$ ,  $\mathcal{E}_{\max}^{\text{II}}$ となる $\varphi$ 方向は実用上十分な精度で評価でき、荷重－変位曲線に基づく方法では、き裂形状を用いて $\mathcal{E}_{\max}^{\text{I}}$ ,  $\mathcal{E}_{\max}^{\text{II}}$ 値を近似的に評価できることがわかった。

（３） せん断型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の破壊実験を行った。この実験において、き裂傾斜角が $0^\circ$ ,  $15^\circ$ のときはモードⅡ（面内せん断）型破壊が、 $30^\circ$ の場合はモードⅠ（開口）型で破壊が起こり、傾斜角による破壊様式の変化が確認された。

（４） 本章のせん断型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の破壊実験結果と５章の引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の破壊結果に基づいて、混合モードき裂においてモードⅠ（開口）型破壊、モードⅡ（面内せん断）型破壊の起こる条件について検討した。

## 7 章の参考文献

- (1) 高松 徹・市川昌弘, 日本機械学会論文集(A編), 53-486  
(1987, 昭62-2), p. 246.
- (2) R.C. Shah, ASTM STP 560 (1974), p29.
- (3) P.S.THEOCARIS, G.A.KARDOMATEAS and N.P.ANDRIANOPOULOS,  
Eng. Frac. Mech. Vol.17(1983), p.439.
- (4) J.G. WILLIAMS AND P.D. EWING, Int. Jour. Fract., Vol.8,  
No.4(1972), p.441.
- (5) 市川昌弘・高松 徹, 日本機械学会論文集(A編), 50-453  
(1984, 昭59-5), p.959.
- (6) 市川昌弘・高松 徹, 日本機械学会論文集(A編), 51-464  
(1985, 昭60-4), p.1115.
- (7) 高松 徹・市川昌弘, 日本機械学会論文集(A編), 54-501  
(1988, 昭63-5), p.1076.
- (8) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 47-416(1981, 昭56-2),  
p.406.
- (9) 東郷敬一郎・大塚昭夫・高 紅維, 「材料」, 37-419  
(1988, 昭63-8), p.885.
- (10) 東郷敬一郎・大塚昭夫・高 紅維, 「材料」, 38-432  
(1989-9), p.1014.
- (11) 例えば 岡村弘之, 破壊力学と材料強度講座-1 線形破壊力学

入門, 培風館, p. 22.

- (12) 渡辺勝彦・塩見 肇, 日本機械学会論文集(A編), 49-446  
(1983, 昭58-10), p. 1277.
- (13) 石川晴雄, 構造物中き裂の破壊力学パラメータの評価に関する  
研究(第五章), 東京大学学位論文, 昭和59年12月.
- (14) 石川晴雄, 日本機械学会論文集(A編), 46-401 (1980, 昭55  
-1), p. 67.
- (15) 渡辺勝彦・畔上秀幸・平野八州男, 日本機械学会論文集(A編),  
52-475(1986, 昭61-3), p. 406.
- (16) 畔上秀幸, 延性き裂の安定き裂を支配する力学量と安定性評価  
に関する研究, 東京大学学位論文, 昭和60年2月.
- (17) 畔上秀幸・権 五憲・渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編),  
55-514(1989-6), p. 1293.
- (18) 渡辺勝彦・畔上秀幸・平野八州男, 日本機械学会論文集(A編),  
52-483(1986, 昭61-11), p. 2493.





## 8.1 混合モードき裂の破壊基準

本研究では、構成条件等に制約なく、また対象とする破壊様式についても何ら限定する必要のない汎用的な混合モードき裂に対する破壊クライテリオンを与え、それを確立することを目指したが、この目標はほぼ達成されたものと思われる。以下に本研究を通じて得られた混合モードき裂の破壊に対する考え方をまとめ、結論としての混合モードき裂の破壊クライテリオンを示す。

図8.1は、 $\mathcal{E}_{\text{max}}^I$ と $\mathcal{E}_{\text{max}}^{II}$ の関係に基づいて混合モードき裂の破壊とはどのようなものであるか、その破壊基準は総合的にどのように把握されるかを説明するための概念図である。図中、破線は破壊様式の変化がおこる境界を示している。また、混合モードき裂においては、どのような負荷条件にあっても、負荷がき裂より遠方でかけられている限りにおいては $\mathcal{E}_{\text{max}}^I$ 値、 $\mathcal{E}_{\text{max}}^{II}$ 値いずれも必ず存在し、 $\mathcal{E}_{\text{max}}^I/\mathcal{E}_{\text{max}}^{II}$ の比が取り得る範囲が存在する。その範囲の限界を図に太い実線で示している。それぞれの限界は、き裂端周囲の領域がき裂を含む面内のモードI変形のみで支配されている（例えば線形弾性では $K_{II}=0$ で表される状態）場合とモードII変形のみで支配されている（同様に $K_I=0$ で表される状態）場合に相当すると考えられる。さらに、材料固有の各破壊様式に対する破壊限界値はその存在が本研究で確認された範囲については細い実線で、 $\mathcal{E}_{\text{max}}^I/\mathcal{E}_{\text{max}}^{II}$ の比の範囲外と破壊様式が変化する境界近傍ではそうなるだろうと予想され、そう考えるのが自然であるが、確認されたわけではないという意味で点線で示してある。負荷が遠方でかけられている場合は、上に述べたように $\mathcal{E}_{\text{max}}^I/\mathcal{E}_{\text{max}}^{II}$ の比の取り得る範囲が限られるため、ある材料の各破壊様式の破壊限界値の関係が図8.1の①のような関係になると、その材料ではモードII型破壊は起こら

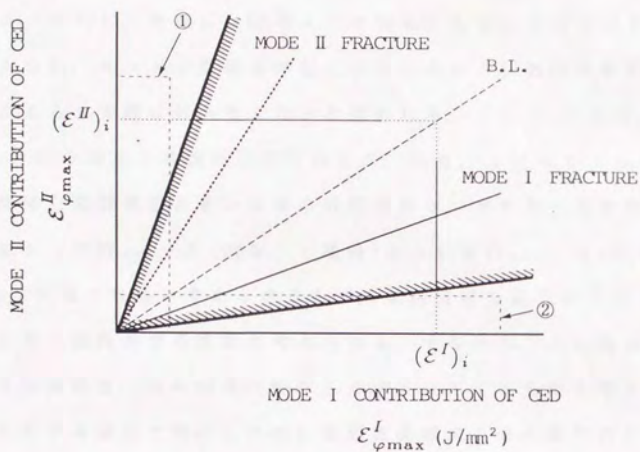


図 8. 1 混合モードき裂の破壊  
( $\varepsilon_{\varphi \max}^I$ と $\varepsilon_{\varphi \max}^{II}$ の関係による概念図)

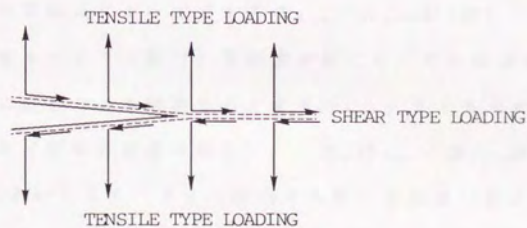


図 8. 2 き裂面にかかる引張型荷重とせん断型荷重



ない、また②のような関係になるとモードⅠ型破壊は起こらないことになる。ただし、実際には②のような関係になることはないのではと考えられ、モードⅠ型破壊が起こらないという状態は経験的事実もふまえると実際にはありえないと思われる。ここで、この $\mathcal{E}_p^{\text{max}} / \mathcal{E}_b^{\text{max}}$ の比の限界の外側の状態であるが、図8. 2に示すようなき裂面に直接引張型荷重あるいはせん断型荷重のいずれか一方をかけることによって $\mathcal{E}_p^{\text{max}} = 0$  (図8. 1 横軸)あるいは $\mathcal{E}_b^{\text{max}} = 0$  (図8. 1 縦軸)の状態となると考えられるので、負荷位置を遠方から近づけてくるときに達成される状態と考えられる。すなわち、この限界線は一般に負荷位置、負荷様式に依存して定まってくるものと考えられ、たとえば本研究で用いられた引張型負荷様式、せん断型負荷様式もそれぞれの試験様式に固有の、き裂傾斜角 $\alpha$ をいくら変えても実現されないという意味での限界線を有することになる。

以上まとめると、最も一般的な形での混合モードき裂の破壊クライテリオンは以下のように記述される。

「混合モードき裂では、各破壊様式に対する限界値 $[(\mathcal{E}^I)_i, (\mathcal{E}^II)_i]$ が存在し、各負荷様式によって定まる $\mathcal{E}_p^{\text{max}} / \mathcal{E}_b^{\text{max}}$ が $(\mathcal{E}^II)_i / (\mathcal{E}^I)_i$ より小さいときモードⅠ（開口）型破壊が起こり、その破壊条件は、 $\mathcal{E}_p^{\text{max}}$ が $(\mathcal{E}^I)_i$ に達したとき破壊とする $\mathcal{E}_p^{\text{max}}$ クライテリオンによって与えられる（図中の実線の場合）。一方、 $\mathcal{E}_p^{\text{max}} / \mathcal{E}_b^{\text{max}}$ が $(\mathcal{E}^II)_i / (\mathcal{E}^I)_i$ より大きいときモードⅡ（面内せん断）型破壊が起こり、その破壊条件は、 $\mathcal{E}_b^{\text{max}}$ が $(\mathcal{E}^II)_i$ に達したとき破壊とする $\mathcal{E}_b^{\text{max}}$ クライテリオンによって与えられる（図中の破線の場合）。」

ところで、モードⅠ（開口）型破壊、モードⅡ（面内せん断）型破壊という用語であるが、「序論」でその一応の定義を現象的側面、結果の側面から与え、ここまで用いてきた。本研究の成果を含

めるとき、これと矛盾することなく、

「 $\mathcal{E}_\theta$ の最大値 $\mathcal{E}_{\theta \max}$ となる方向に起こる破壊をモードⅠ（開口）型破壊、 $\mathcal{E}_\theta$ の最大値 $\mathcal{E}_{\theta \max}$ となる方向に起こる破壊をモードⅡ（面内せん断）型破壊」

とすることができ、これによって明確な形で定義されることとなる。

## 8.2 本論文の主たる内容と結果

従来の混合モード破壊クライテリオンでは、その適用範囲が脆性・擬脆性破壊あるいは弾塑性破壊といったように限られており、またその有効性はモードⅠ、モードⅡ変形の特定の割合のところでのみ保証されるといったように混合モードき裂状態の広範囲にわたっての適用が（特に弾塑性破壊では）できるものとはなっておらず、さらに破壊様式の変化に対応できない、モードⅠき裂に対する破壊クライテリオンの自然な拡張となっていないなどの問題点を有していた。この状況をふまえ、本研究では、モードⅠき裂を対象として弾性、弾塑性の区別なく使用できるパラメータとして定義されたCED（き裂エネルギー密度）の概念をき裂のなめらかな延長方向以外の方向に拡張定義し、この任意方向CEDに基づいた混合モード破壊クライテリオンを提案するとともに、その脆性・擬脆性破壊から弾塑性破壊におよぶ広範囲な混合モード状態下のき裂に対する有効性の検討を行ったものである。本研究において得られたあらたな結果は3章～7章に示してあり、まとめると以下のようなになる。

第3章では、モードⅠき裂に対して定義されているCEDを、き裂が直進しない混合モードき裂に適用できるように、き裂のなめらかな延長方向以外の任意の方向に対して拡張定義した。また、この任意方向CED $\varepsilon_\theta$ について、任意の構成条件のもとで各変形モード寄与分（ $\varepsilon_I^p$ ：モードⅠ寄与分、 $\varepsilon_{II}^p$ ：モードⅡ寄与分、 $\varepsilon_{III}^p$ ：モードⅢ寄与分）に分離、定義し、各破壊様式に対応するパラメータとしてこれら $\varepsilon_\theta$ の各変形モード寄与分を導いた。さらに、 $\varepsilon_\theta$ および各変形モード寄与分の評価に用いられる基本的関係として、応力拡大係数との関係、径路独立積分との関係および荷重－変位曲線との関係を導いた。



第4章においては、弾性範囲での応力拡大係数に基づく $\mathcal{E}_p$ など理論値を基準として、3章で示した径路独立積分、荷重-変位曲線との関係に基づく $\mathcal{E}_p, \mathcal{E}_\delta$ 等の実際的評価法について基礎的検討を行った。はじめに、引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の有限要素弾性解析に基づいて径路独立積分および荷重-変位曲線より $\mathcal{E}_p, \mathcal{E}_\delta$ を評価し、それらを理論値と比較し、実用上十分な精度で評価できることを確認した。次に、荷重-変位曲線と $\mathcal{E}_p$ の関係式に基づいて、エポキシ樹脂を用いた弾性範囲の引張実験を行い、 $\mathcal{E}_p$ は実験的に評価可能であることを確認した。最後に、弾性範囲における $\mathcal{E}_p, \mathcal{E}_\delta$ の評価検討に基づいて、径路独立積分および荷重-変位曲線に基づく方法を併用することにより、混合モード破壊クライテリオンにおいて重要である $\mathcal{E}_\delta$ の最大値およびその最大値を取る方向がより正確に評価できることを示した。

第5章では、はじめに、破壊がモードI（開口）型で起こる場合の破壊クライテリオンとして、 $\mathcal{E}_p$ のモードI寄与分 $\mathcal{E}_p^I$ に基づく $\mathcal{E}_p^I \max$ クライテリオンを提案した。続いて、 $\mathcal{E}_p^I \max$ クライテリオンの有効性を検討した。脆性・擬脆性破壊においては、 $\sigma_{\theta \max}, G_{\max}$ および $S_{\min}$ クライテリオンとの比較および混合モード擬脆性破壊実験結果との比較から、 $\mathcal{E}_p^I \max$ クライテリオンの有効性が確認された。弾塑性破壊に関しては、アルミニウム合金を用いた引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片を用いた破壊実験を行い、その大きな降伏領域を伴った破壊が起こる実験結果および高松らによる同様の二次元傾斜き裂試験片の比較的小さい降伏領域を伴った破壊が起こる実験結果に基づいてその有効性を示した。以上の結果から、一様なモードI（開口）型破壊様式に限定された場合、 $\mathcal{E}_p^I$ に基づく破壊クライテリオンは、完全脆性破壊から大きな降伏領域を伴う弾塑性破壊まで一貫して有効であることが明らかになった。

第6章では、アルミニウム合金および高張力鋼を用いた引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片の弾塑性破壊実験を行い、4章で示した弾性範囲での実験的評価の可能性に加え、弾塑性領域においても実験から得られた荷重-変位曲線により $\varepsilon_p$ は評価できることを示した。そして、5章で行われた実験結果と比較し、この $\varepsilon_p$ の実験的評価は、材料固有の破壊抵抗値を評価する実際的手段として非常に有用なものになることを示した。

第7章では、破壊様式を変化させる目的で、アルミニウム合金を用いて、せん断型荷重条件下の二次元傾斜き裂試験片の弾塑性破壊実験を行った。この実験では、き裂傾斜角によってモードI（開口）型破壊あるいはモードII（面内せん断）型破壊が現れた。適用するクライテリオンとして、5章で提案した $\mathcal{E}_{max}^p$ クライテリオンに加え、モードII型破壊に対する $\varepsilon_p$ のモードII寄与分 $\mathcal{E}_{II}^p$ に基づく $\mathcal{E}_{max}^p$ クライテリオンを提案し、モードI型破壊が起こる場合は、 $\mathcal{E}_{max}^p$ クライテリオンが満足され、 $\mathcal{E}_{max}^p$ クライテリオンが満足されていない状態になっており、モードII型破壊が起こる場合はその逆の状態になることを確認した。このことにより、各破壊様式に対する破壊クライテリオンが、 $\varepsilon_p$ の各変形モード寄与分を用いて定義でき、混合モードき裂において発生する破壊の各変形様式に対応して破壊条件を表現できることが示された。

本論文の結論では、全章の成果をふまえて、混合モードき裂問題に対する総合的な破壊クライテリオンを導いた。

## 8.3 今後の展開

図7. 23において、破壊様式が変化すると考えられる境界近傍で、 $\varepsilon_{\text{max}}^I / \varepsilon_{\text{max}}^I$ の値に対して破壊様式が逆に現れている。これは7. 6節で述べたようにせん断荷重下の破壊実験のき裂端周りの領域周囲の変位の測定誤差に起因していると考えられるが、この破壊様式が変化する境界近傍の状態〔例えば $(\varepsilon^I)_1, (\varepsilon^I)_2$ の変化の状態、図8. 1では直線で表している〕は、本論文で行った実験の範囲ではデータ不足であり、十分明確にすることはできなかった。せん断荷重下の破壊実験におけるき裂傾斜角をさらに大きく取った試験片での実験を含め、この破壊様式の変化の境界近傍の状態を明らかにすることは今後の課題と思われる。また5章、7章において行われた、引張型荷重下あるいはせん断型荷重下の混合モード破壊実験で開口型（モードI）破壊が起こった場合、同じ厚みであるがその限界値 $(J_1)_1$ はそれぞれ $0.042\text{J/mm}^2$ 、 $0.033\text{J/mm}^2$ と多少異なっている。これについては、7. 6節で述べたように、7章のせん断型荷重下の破壊実験の方が、その破面観察から平面ひずみにより近い状態でき裂が進展開始しているためと考えられるが、この事実は、板厚によって平面ひずみ、平面応力といった破壊形態の変化が起こることに加え、拘束条件あるいはき裂先端近傍の変形状態によっても破壊形態の変化が起こる可能性があることを示している。このような破壊形態の変化に対しては、吉川らによって提案されたどの各面内せん断寄与分に基づいた検討が考えられる。すなわち、 $\varepsilon$ と同様に $\varepsilon_{\theta}$ も各面内せん断寄与分に分離し、それらを三次元有限要素解析に基づいて評価し、き裂進展方向における厚み方向の分布を調べ、その分布状態と平面ひずみあるいは平面応力に対する典型的な各面内せん断寄与分の割合との比較により、拘束条件の変化による破壊



形態の変化の定量的な評価が可能になると考えられる。また $\mathcal{E}_\varphi$ の各変形モード寄与分のき裂周り（ $\varphi$ 方向）の分布と各面内せん断寄与分とに比較から、き裂先端近傍の（モードⅠ、Ⅱの変形の割合などの）変形状態と発生する破壊形態との関係が導かれることが期待できる。

また本論文においては、任意方向C E D  $\mathcal{E}_\varphi$ の定義などすべて連続体モデルに基づいて行われている。ところで、物体内の非連続性を一般的な形で取り入れることのできる非連続モデルが提案されており、このモデルにおけるモードⅠき裂に対する $\mathcal{E}$ の定義、径路独立積分などによる $\mathcal{E}$ の評価などモードⅠき裂問題への適用性が検討されている。この非連続モデルは、き裂先端の変形の非連続性を考慮でき、またき裂先端において直接的に $\mathcal{E}$ を評価できる可能性を有しており、このモデルを用いて $\mathcal{E}_\varphi$ の定義を試みることはより現実に近い状態での $\mathcal{E}_\varphi$ の定義あるいは評価のために重要と考えられる。しかし、3章において示したように、連続体切欠きモデルでは切欠き先端で $\mathcal{E}_\varphi$ と $\mathcal{E}_{\varphi-180^\circ}$ が定義されるため、非連続面をどのような方向に挿入し、 $\mathcal{E}_\varphi$ （あるいは $\mathcal{E}_{\varphi-180^\circ}$ ）をどのような自然な形で拡張定義するのか、またその定義に基づいた有限要素解析による $\mathcal{E}_\varphi$ の実際的な評価が可能であるかなどの問題があると考えられるが、それらが解決すれば、連続体モデルにおける、円状切欠きを用いた径路独立積分でのモードⅡ変形が大きいところでの評価誤差、半円状切欠きを用いた径路独立積分での弾性範囲での評価誤差などを回避でき、一貫した精度よい評価ができることが期待される。

本論文においては、均質等方性材料中の混合モードき裂の破壊を対象としてクライテリオンの検討を行ったが、近年多く用いられるようになった複合材料中のき裂、あるいは不均質材料、異方性材料中のき裂などは、均質材中のき裂の破壊とは異なると考えられ、

混合モードとしての取り扱いが必要と思われる。これらのき裂の破壊に対しても、本論文における $\mathcal{E}_p$ を基礎として適用することが可能と考えられ、引張型荷重下の複合材の界面き裂におけるこの定義、各変形モードへの分離、界面き裂破壊パラメータとしての可能性など一部適用されているが、今後の展開が期待される分野である。

## 付 録 1

荷重 - 変位曲線に基づく任意方向  
 C E D の各変形モード寄与分の  
 評価に関する検討



## 付 1.1 はじめに

任意方向  $CED\mathcal{E}_\varphi$  の評価のための関係の一つとして、3.3 節においてき裂（切欠き）を囲む任意の径路表面上の荷重－変位曲線と  $\mathcal{E}_\varphi$  との関係を通き、4～7 章では、この荷重－変位曲線に基づく方法で用いられるき裂（切欠き）を囲む任意の径路として試験片全体を取り、荷重－荷重点変位曲線から  $\mathcal{E}_\varphi$  の実際的评价を行った。

ここでは、この荷重－変位曲線に基づく  $\mathcal{E}_\varphi$  評価と同様に、 $\mathcal{E}_\varphi$  の各変形モード寄与分が荷重－変位曲線に基づいて評価可能かどうかについて検討を行う。すなわち、はじめに 3.2 節で示したようなき裂（切欠き）を囲む任意の径路として、き裂のなめらかな延長方向以外の任意の  $\varphi$  面に対して対称な径路を取ることを考えると、この対称な径路上の荷重、変位は  $\varphi$  面に対するモード I 寄与分、モード II 寄与分への分離が可能となり、この  $\varphi$  面に対する対称径路の表面におけるそれぞれの変形モード寄与分に分離された荷重－変位曲線に基づいて  $\mathcal{E}_\varphi$  の各変形モード寄与分は評価できる可能性があることを示す。次に、引張型荷重下の二次元傾斜切欠きに対する有限要素弾性解析を行い、切欠き周り  $\varphi$  面に対する対称径路の表面の荷重（表面力）、変位をモード I、II 寄与分に分離し、そのモード I、II 寄与分に対する荷重－変位曲線に基づいて、 $\mathcal{E}_\varphi$  のモード I、II 寄与分  $\mathcal{E}_I$ 、 $\mathcal{E}_{II}$  の評価を試み、その実際的评价の可能性を探る。

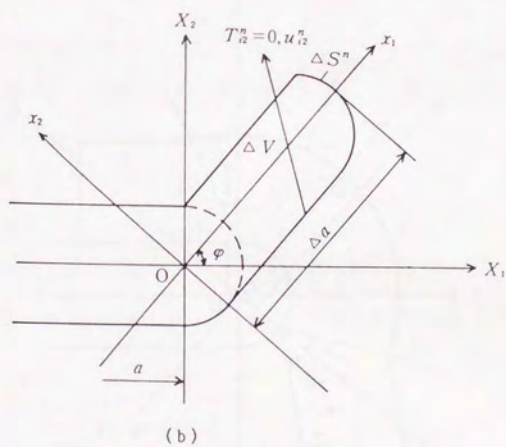
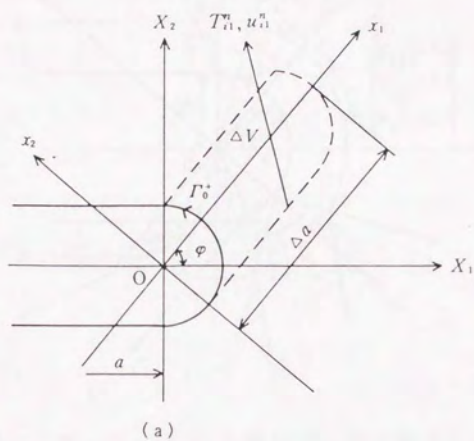
## 付 1.2 荷重-変位曲線の各変形モード寄与分への分離方法

付図 1. 1 (a)に示す半円状直線切欠きを有する試験片において、 $x_1-x_2$ 平面内において面内力によって平面応力あるいは平面ひずみ状態が生じ、 $x_3$ 方向の力によって面外せん断が生じているものとする。このとき 3.2.2 項に示したように、 $\mathcal{E}_p$ の各変形モード寄与分への分離に関して、モードⅢ寄与分はモードⅠ、Ⅱ寄与分とは独立して考えることができるので、以下ではモードⅠ、Ⅱ寄与分への分離について述べるものとする。

付図 1. 1 (a), (b)に示す直線切欠きあるいは屈折切欠きを囲む径路として 3.3 節では任意の径路を取ったが、ここでは 3.2.2 項で示した半円状切欠きに対して  $\mathcal{E}_p$ を各変形モード寄与分に分離するための径路 (図 3.3 参照, 付図 1.2 に同じものを示す) を考えたときと同様の考えに基づいて、付図 1.3 に示す ( $x_1', x_2', x_3'$ ) 座標系の  $x_1'$  軸正の方向 ( $\rho \rightarrow 0$  のとき  $\varphi$  方向と一致する) に対称な径路を考える。この径路と切欠き面で囲まれる領域の体積を  $V$  とし、そのうち  $x_2'$  軸正の方向に含まれる部分を  $V^+$ , 負の方向に含まれる部分を  $V^-$  とする。また対称な径路に対応する表面を  $S_b + S + S_u$  とする。 $S_b$  は径路の表面のうち付図 1.3 に一点鎖線で示す境界線上に相当する部分、 $S_u$  はこの径路の表面の切欠き上側に相当する部分である。このとき、それぞれの切欠きを有する試験片の  $S_b + S$  上の変位が単調に増加し、かつその値が等しくなるように  $S_b + S$  上に荷重を加えたとき、これらの試験片の体積  $V$  内のひずみエネルギーは、

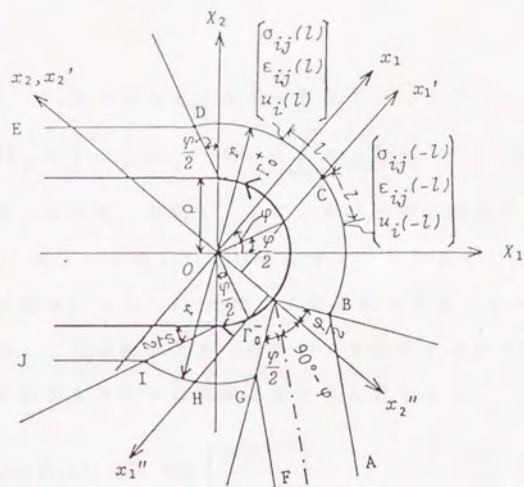
$$U_1 = \int_V W_1 dV = \int_{S_b+S} \int_{0,0}^{T_{i1}, u_{i1}} T_i du_i \quad (\text{付1.1})$$

$$U_2 = \int_{V-\Delta V} W_2 dV = \int_{S_b+S} \int_{0,0}^{T_{i2}, u_{i2}} T_i du_i \quad (\text{付1.2})$$

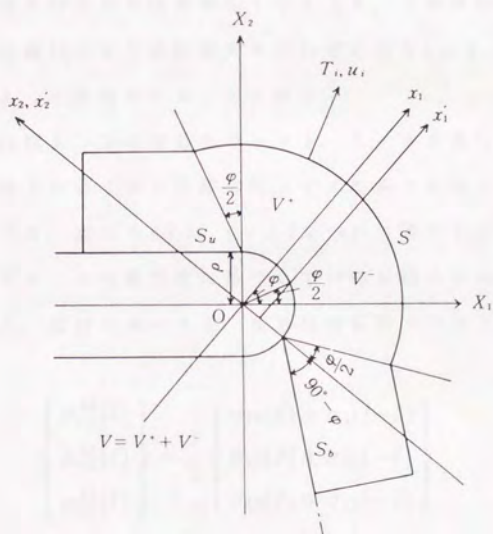


付図 1. 1 直線切欠きと屈折切欠き





付図 1. 2 モード I, II 寄与分への分離のための径路



付図 1. 3  $\varphi$  方向に対象な切欠き周りの径路

で表せる。  $W_1$ ,  $W_2$  はひずみエネルギー密度で、

$$W_1 = \int_0^t \sigma_{ij1} d\varepsilon_{ij1}, \quad W_2 = \int_0^t \sigma_{ij2} d\varepsilon_{ij2} \quad (\text{付1.3})$$

である。ここで、 $\Delta V$  は、付図 1. 1 に示す屈折部に相当する体積、 $T_i$ ,  $u_i$  は  $S_0 + S$  上の表面力および変位テンソルであり、下付きの数字 1, 2 は付図 1. 1 (a), (b) の切欠きに対応する量であることを示すものとする。この直線切欠き、屈折切欠きに対するひずみエネルギーの差の初期切欠き長さに対する変化率を考えると、

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\varphi &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \mathcal{E}_\varphi(\rho) = - \lim_{\rho \rightarrow 0} \left\{ \frac{d(\Delta U)}{d(\Delta a)} \right\} \\ \mathcal{E}_\varphi(\rho) &= - \frac{d(U_1 - U_2)}{d(\Delta a)} = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{-\Delta U}{\Delta a} = \int_{\Gamma_0^+} W_1 dx_2 \end{aligned} \quad (\text{付1.4})$$

のように任意方向  $CED \mathcal{E}_\varphi$  に等しくなる (3. 3 節参照)。したがって、 $\mathcal{E}_\varphi$  は直線切欠きと屈折切欠きそれぞれの  $S_0 + S$  上の表面力 - 変位曲線によって評価できることとなる。

ここで付図 1. 2 に示したモード I, モード II 寄与分に分離するための径路上の点 C から径路に沿って  $\ell$  の長さを取った点における応力, ひずみ, 変位を  $(\ell)$ ,  $(-\ell)$  をつけて表すものとする。3. 2. 2 項で示した分離方法に基づいて対称径路の領域の応力, ひずみ, 表面力, 変位のモード I, II 寄与分は以下のように定義できる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11}^M(\ell) \\ \sigma_{22}^M(\ell) \\ \sigma_{12}^M(\ell) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \sigma_{11}(\ell) \pm \sigma_{11}(-\ell) \\ \sigma_{22}(\ell) \pm \sigma_{22}(-\ell) \\ \sigma_{12}(\ell) \mp \sigma_{12}(-\ell) \end{Bmatrix} \quad (\text{付1.5})$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}^M(\ell) \\ \varepsilon_{22}^M(\ell) \\ \varepsilon_{12}^M(\ell) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11}(\ell) \pm \varepsilon_{11}(-\ell) \\ \varepsilon_{22}(\ell) \pm \varepsilon_{22}(-\ell) \\ \varepsilon_{12}(\ell) \mp \varepsilon_{12}(-\ell) \end{Bmatrix} \quad (\text{付1.6})$$

$$\begin{Bmatrix} u_1^M(\ell) \\ u_2^M(\ell) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u_1(\ell) \pm u_1(-\ell) \\ u_2(\ell) \mp u_2(-\ell) \end{Bmatrix} \quad (\text{付1.7})$$

(M = I, II, 複号同順)

$$T_\alpha^I(\ell) = \sigma_{\alpha\beta}^I(\ell) \cdot n_\beta, \quad T_\alpha^{II}(\ell) = \sigma_{\alpha\beta}^{II}(\ell) \cdot n_\beta \quad (\text{付1.8})$$

このとき、切欠きを囲む対称径路内の領域のひずみエネルギー密度は、

$$\begin{aligned} W^{I+II} &= W - W^{III} = \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{I+II} d\varepsilon_{\alpha\beta}^{I+II} \\ &= \int_0^t (\sigma_{\alpha\beta}^I + \sigma_{\alpha\beta}^{II})(d\varepsilon_{\alpha\beta}^I + d\varepsilon_{\alpha\beta}^{II}) \\ &= \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^I d\varepsilon_{\alpha\beta}^I + \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{II} d\varepsilon_{\alpha\beta}^{II} \\ &\quad + \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^I d\varepsilon_{\alpha\beta}^{II} + \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{II} d\varepsilon_{\alpha\beta}^I \\ &= W^I + W^{II} + W^{I II} + W^{II I} \end{aligned} \quad (\text{付1.9})$$

したがって、同領域内のひずみエネルギーは、

$$\begin{aligned} U^{I+II} &= \int_V W^{I+II} dV \\ &= \int_V W^I dV + \int_V W^{II} dV + \int_V W^{I II} dV + \int_V W^{II I} dV \\ &= \int_V W^I dV + \int_V W^{II} dV + \int_{V^+} W^{I II} dV + \int_{V^-} W^{II I} dV \\ &\quad + \int_{V^+} W^{II I} dV + \int_{V^-} W^{I II} dV \end{aligned} \quad (\text{付1.10})$$

と表せる。ただし、

$$\begin{Bmatrix} W^I = \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^I d\varepsilon_{\alpha\beta}^I \\ W^{II} = \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{II} d\varepsilon_{\alpha\beta}^{II} \\ W^{I II} = \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^I d\varepsilon_{\alpha\beta}^{II} \end{Bmatrix} \quad (\text{付1.11})$$



$$W^{II} = \int_0^t \sigma_{\alpha\beta}^{II} d\varepsilon_{\alpha\beta}^I \Bigg]$$

と表せる。ここで、 $\sigma_{\alpha\beta}^{II}$ ,  $\varepsilon_{\alpha\beta}^{II}$  ( $M = I, II$ ,  $\alpha, \beta = 1, 2$ ) は式(付1.5), (付1.6)で定義される応力, ひずみのモード I, II 寄与分である。ここで, 切欠きを囲む径路内の領域は  $\varphi$  面に対して対称となっているので, 3. 2 節において示したように図 1. 2 の分離径路上で応力, ひずみのモード I, II 寄与分には,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta}^I(\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^I(\ell) &= \sigma_{\alpha\beta}^I(-\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^I(-\ell) \\ \sigma_{\alpha\beta}^{II}(\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{II}(\ell) &= \sigma_{\alpha\beta}^{II}(-\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{II}(-\ell) \\ \sigma_{\alpha\beta}^I(\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{II}(\ell) &= -\sigma_{\alpha\beta}^I(-\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^{II}(-\ell) \\ \sigma_{\alpha\beta}^{II}(\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^I(\ell) &= -\sigma_{\alpha\beta}^{II}(-\ell) d\varepsilon_{\alpha\beta}^I(-\ell) \end{aligned} \right\} \quad (\text{付1.12})$$

なる関係が成り立ち, したがって径路内の領域の  $x_2$  軸正の部分と, 負の部分とは,

$$\int_{V+} W^{II} dV = - \int_{V-} W^{II} dV \quad (\text{付1.13})$$

$$\int_{V+} W^{II} dV = - \int_{V-} W^{II} dV \quad (\text{付1.14})$$

なる関係が成り立つ。したがって,

$$\begin{aligned} U^{I+II} &= \int_V W^{I+II} dV \\ &= \int_V W^I dV + \int_V W^{II} dV = U^I + U^{II} \end{aligned} \quad (\text{付1.15})$$

と表すことができる。

一方, 対称径路の表面の表面力(荷重), 変位についても式(付1.7), (付1.8)のようにモード I, II 寄与分に分離できるので, ここで切欠きを囲む対称径路の表面において,

$$\int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_{\alpha}^{I+II}, u_{\alpha}^{I+II}} T_{\alpha}^{I+II} du_{\alpha}^{I+II} dS$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^I+T_\alpha^{\text{II}}, u_\alpha^I+u_\alpha^{\text{II}}} (T_\alpha^I + T_\alpha^{\text{II}}) (du_\alpha^I + du_\alpha^{\text{II}}) dS \\
&= \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^I, u_\alpha^I} T_\alpha^I du_\alpha^I dS + \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^{\text{II}}, u_\alpha^{\text{II}}} T_\alpha^{\text{II}} du_\alpha^{\text{II}} dS \\
&\quad + \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^I, u_\alpha^{\text{II}}} T_\alpha^I du_\alpha^{\text{II}} dS + \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^{\text{II}}, u_\alpha^I} T_\alpha^{\text{II}} du_\alpha^I dS
\end{aligned} \tag{付1.16}$$

なる量を考える [式(付1.14)では、モード I, II 寄与に分離したため、 $T_\alpha^{\text{II}}$  ( $M = \text{I, II}$ ) は  $S_u$  上で零とはならないので、対称径路のうち  $S_u$  を省略できない]。ここで  $S$  のうち  $x_1$  軸正の部分を  $S^+$ 、負の部分を  $S^-$  とすると、

$$\begin{aligned}
&\int_{S^++S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^I, u_\alpha^{\text{II}}} T_\alpha^I du_\alpha^{\text{II}} dS \\
&\quad = - \int_{S_b+S^-} \int_{0,0}^{T_\alpha^I, u_\alpha^{\text{II}}} T_\alpha^I du_\alpha^{\text{II}} dS
\end{aligned} \tag{付1.17}$$

$$\begin{aligned}
&\int_{S^++S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^{\text{II}}, u_\alpha^I} T_\alpha^{\text{II}} du_\alpha^I dS \\
&\quad = - \int_{S_b+S^-} \int_{0,0}^{T_\alpha^{\text{II}}, u_\alpha^I} T_\alpha^{\text{II}} du_\alpha^I dS
\end{aligned} \tag{付1.18}$$

の関係が成り立つので、

$$\begin{aligned}
&\int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^{I+\text{II}}, u_\alpha^{I+\text{II}}} T_\alpha^{I+\text{II}} du_\alpha^{I+\text{II}} dS \\
&\quad = \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^I, u_\alpha^I} T_\alpha^I du_\alpha^I dS \\
&\quad \quad + \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^{\text{II}}, u_\alpha^{\text{II}}} T_\alpha^{\text{II}} du_\alpha^{\text{II}} dS
\end{aligned} \tag{付1.19}$$

となる。したがって、式(付1.15)、(付1.19)より、

$$\begin{aligned}
U^{I+\text{II}} &= U^I + U^{\text{II}} \\
&= \int_V W^I dV + \int_V W^{\text{II}} dV \\
&= \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^I, u_\alpha^I} T_\alpha^I du_\alpha^I dS \\
&\quad + \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^{\text{II}}, u_\alpha^{\text{II}}} T_\alpha^{\text{II}} du_\alpha^{\text{II}} dS
\end{aligned} \tag{付1.20}$$

と表すことができる。式(付1.20)の第一項、第二項はそれぞれモードⅠ寄与分、モードⅡ寄与分に対する量となっており、

$$U^I = \int_V W^I dV = \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^I, u_\alpha^I} T_\alpha^I du_\alpha^I dS \quad (\text{付1.21})$$

$$U^{II} = \int_V W^{II} dV = \int_{S_b+S+S_u} \int_{0,0}^{T_\alpha^{II}, u_\alpha^{II}} T_\alpha^{II} du_\alpha^{II} dS \quad (\text{付1.22})$$

と書くことができる。このように切欠きを囲む径路として $\varphi$ 方向に  
対称な径路を取るとき、ひずみエネルギーのモードⅠ、モードⅡ寄  
与分はそれぞれ径路表面の荷重、変位のモードⅠ、モードⅡ寄与分  
によって求められることがわかる。ここで、 $\sigma_{\alpha\beta}^n$ ,  $\varepsilon_{\alpha\beta}^n$ ,  $T_\alpha^n$ ,  
 $u_\alpha^n$  ( $M = \text{I, II}$ ,  $\alpha, \beta = 1, 2$ ) は、それぞれ釣合いの方程式、  
変位-ひずみの関係式、コーシーの式を満足する量である。すなわ  
ち、 $B_\alpha^n$  ( $M = \text{I, II}$ ) を体積力のモードⅠ、Ⅱ寄与分(3.3.1項  
参照)、 $\gamma$  を密度とすると、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta, \beta}^M + B_\alpha^M - \gamma \ddot{u}_\alpha^M &= 0, \quad \sigma_{\alpha\beta}^M = \sigma_{\beta\alpha}^M, \\ \varepsilon_{\alpha\beta}^M &= \frac{1}{2}(u_{\alpha, \beta}^M + u_{\beta, \alpha}^M) \quad \text{in } V \\ \sigma_{\alpha\beta}^M \cdot n_\beta &= T_\alpha^M \quad \text{on } S_b + S + S_u \end{aligned} \right\} \quad (\text{付1.23})$$

が成り立つ。ここで $(\ddot{\phantom{x}}) = \partial^2(\phantom{x}) / \partial t^2$ である。

式(付1.1)~(付1.4)で表したように(詳しくは3.3.2項 荷  
重-変位曲線との関係 参照)、付図1. 1(a), (b)のそれぞれの切  
欠きを囲む任意の径路内の領域のひずみエネルギーの差、すなわち  
径路の表面における荷重-変位曲線に基づいて $\mathcal{E}_\varphi$ は評価できる。切  
欠きを囲む径路として付図1. 3に示すような $\varphi$ 面に対して対称な  
径路を取った場合、付図1. 1(a), (b)の直線切欠き、屈折切欠き  
のそれぞれの場合についても式(付1.21), (付1.22)のような切欠き  
を囲む径路内の領域のひずみエネルギーおよび径路の表面の荷重、



変位のモード I, II 寄与分に対する関係式を導出することができる。したがって、モード I, II 寄与分に対しても、3.3.2 項で示した式(付1.1), (付1.2)から式(付1.4)を導出した方法と同様の考え方をを用いることにより、 $\mathcal{E}_\varphi$  のモード I, II 寄与分  $\mathcal{E}_\varphi^I$ ,  $\mathcal{E}_\varphi^{II}$  はそれぞれ対称な径路内の領域のひずみエネルギーのモード I, モード II 寄与分の差、すなわち対称径路の表面の荷重-変位曲線のモード I, モード II 寄与分によって評価できることになる。ただし、この  $\mathcal{E}_\varphi^I$ ,  $\mathcal{E}_\varphi^{II}$  の評価のためには、切欠きを囲む径路として  $\varphi$  方向に対称な径路を取ることが必要であることに注意すべきである。

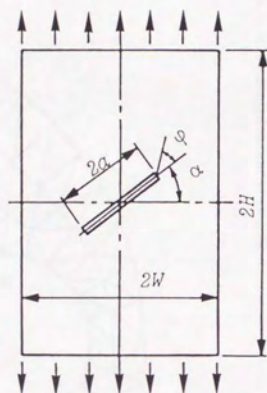
## 付 1.3 有限要素解析に基づく任意方向 C E D の

## 各変形モード寄与分の評価

ここでは引張型荷重を受ける 2 次元傾斜切欠きの有限要素解析を線形弾性領域で行い、切欠きを囲む  $\varphi$  方向に対する対称な経路を取り、荷重-変位曲線に基づく方法により  $\mathcal{E}_\varphi$ ,  $\mathcal{E}_\varphi^2$  の評価を行う。さらにこの結果と先に示されている  $\mathcal{E}_{3\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{3\varphi}$  積分、応力拡大係数との関係式<sup>(1)</sup>により求められる値等とを比較し、荷重-変位曲線に基づく  $\mathcal{E}_\varphi$ ,  $\mathcal{E}_\varphi^2$  の評価の可能性に関する基本的検討を行った。

## 付 1.3.1 解析対象

有限要素解析は 4.2 節において行われたものと基本的に同じであり、付図 1.4 に示すような傾斜角  $\alpha$  の中央切欠きを有する試験片の上下面に静的な一様応力がかかる場合を対象としている。解析は、平面応力状態を想定し、線形弾性領域で行った。要素としては三角形定ひずみ要素を用い、解析に使用した切欠き形状は  $\rho/W = 0.00571$  の半円状切欠きであり、屈折切欠きにおける屈折部の長さ  $\Delta a$  は、やはり 4.2 節で用いたものと同じ  $\Delta a/a = 0.0143$  とし、これらの切欠きを用いて得られる値を  $\mathcal{E}_\varphi$  とした。要素数および節点数は、直線切欠きで 1540 要素、843 節点、屈折切欠きで約 1380 要素、約 760 節点（屈折切欠きでは  $\varphi$  によって切欠き先端の形状が異なるため要素数、節点数は多少異なる）である。材料定数は、ヤング率  $E = 205.8 \text{ GPa}$ 、ポアソン比  $\nu = 0.3$ 、き裂の傾斜角  $\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  の 5 種類とし、 $\mathcal{E}_\varphi$  を評価した  $\varphi$  方向はそれぞれの  $\alpha$  について  $\varphi = 0^\circ, -15^\circ, -30^\circ, -45^\circ, -60^\circ, -75^\circ$  の 6 種類とした。付図 1.5 に有限要素解析に用いた要素分割例を示しているが、荷重-変位曲線

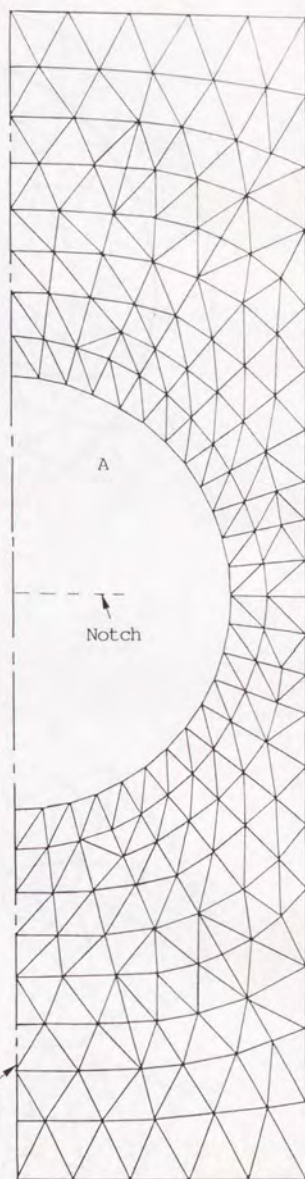
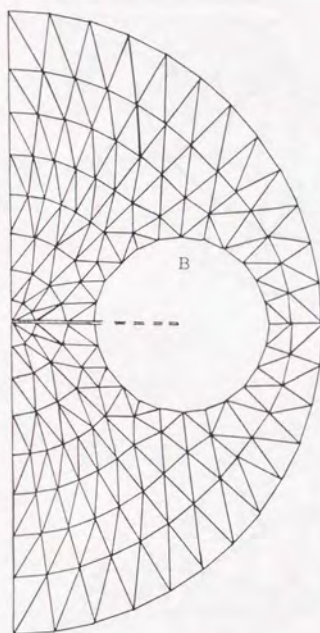


$$\begin{aligned} W &= 175 \text{ mm} \\ H &= 350 \text{ mm} \\ \alpha &= 70^\circ \end{aligned}$$

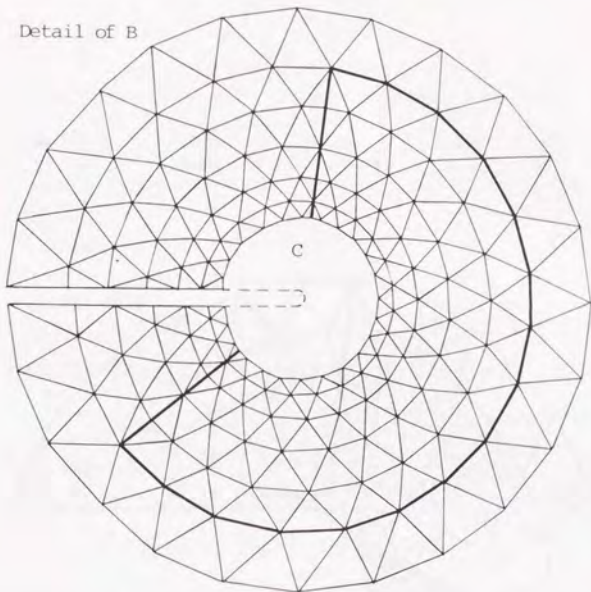
付图 1. 4 解析对象



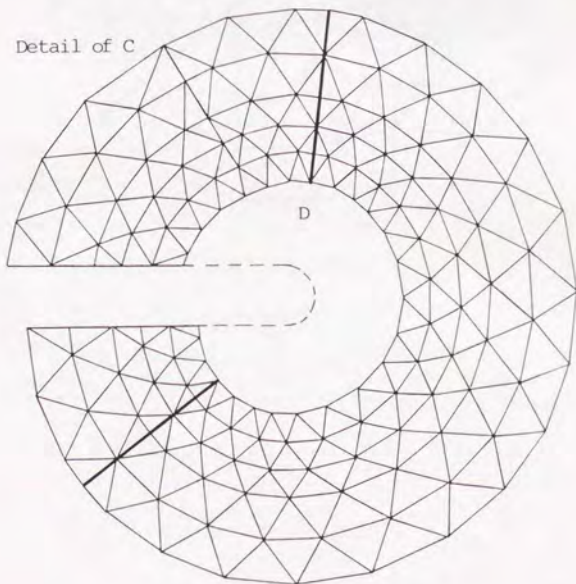
Detail of A

付図 1. 5 要素分割例 ( $\varphi = -30^\circ$ )

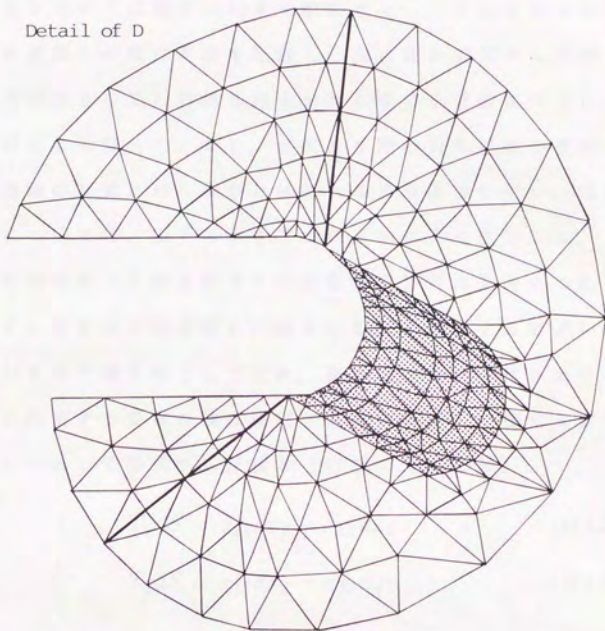
Detail of B



Detail of C



Detail of D





に基づく評価法の切欠きを囲む径路としては、図に太線で示す $\varphi$ 方向（切欠きの屈折方向）に対する対称径路をとった。屈折切欠きは、要素分割の屈折部に相当する要素（付図1. 5で陰影をいれた要素）を取り去ることによって作成した。解析の手順は、はじめに直線切欠きを有する試験片に対する解析を行い、その結果の切欠きを囲む対称径路上の節点変位を記録し、次に屈折切欠きに対する解析を、その切欠きを囲む対称径路上の節点変位を直線切欠きにおける変位に固定して行った。なお、切欠きを囲む対称径路の表面の荷重-変位曲線の計算には、変位は径路上の節点変位を用い、荷重（表面力）については、以下に示す二つの方法により推定した。

(1) 直線切欠き（下付き添字1の状態）では径路表面上の応力を、付図1. 6に示すような径路に内接する要素と外接する要素の応力の面積に対する加重平均として定め、屈折切欠き（下付き添字2の状態）では外接する要素の値は使用できないので、内接する要素の応力に等しいとして次式から見積る（付図1. 7参照）。

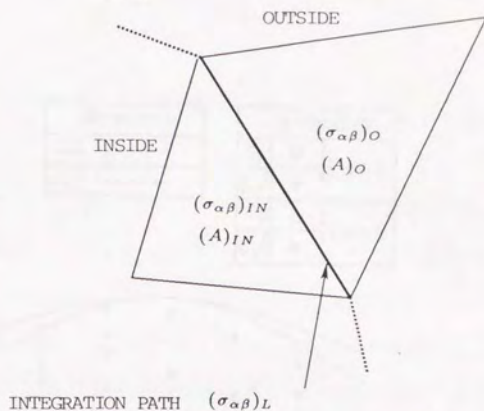
$$T_1 dS = \sigma_{11} dx_2 - \sigma_{12} dx_1 \quad (\text{付1.24})$$

$$T_2 dS = \sigma_{12} dx_2 - \sigma_{22} dx_1 \quad (\text{付1.25})$$

(2) 直線切欠き、屈折切欠きの両方とも内接する要素の応力に等しいとして式(付1.24)、(付1.25)を用いて見積る（付図1. 7参照）。以後(1)のようにして見積った荷重を用いて計算した場合をCase I、(2)のようにして見積った荷重の場合をCase IIと呼ぶこととする。なお、 $\varepsilon_{\theta}$ の評価に関する諸量のモードI、II寄与分への分離計算の方法は3.2節で説明した方法に従った。

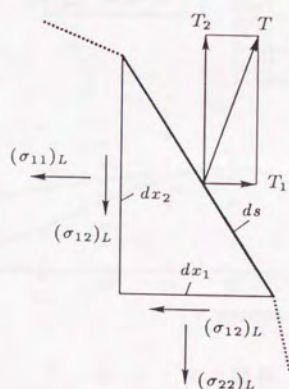
#### 付1.3.2 解析結果および考察

付図1. 8, 1. 9に解析結果の例として切欠き傾斜角 $\alpha = 30^\circ$ 、

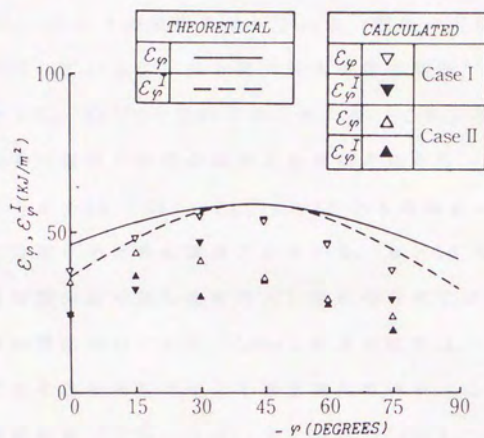


Case I	
Straight Notch	kinked Notch
$\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_L = \frac{(\sigma_{\alpha\beta})_{IN}(A)_O + (\sigma_{\alpha\beta})_O(A)_{IN}}{(A)_{IN} + (A)_O}$	$\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_L = (\sigma_{\alpha\beta})_{IN}$
Case II	
Straight Notch	kinked Notch
$\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_L = (\sigma_{\alpha\beta})_{IN}$	$\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_L = (\sigma_{\alpha\beta})_{IN}$

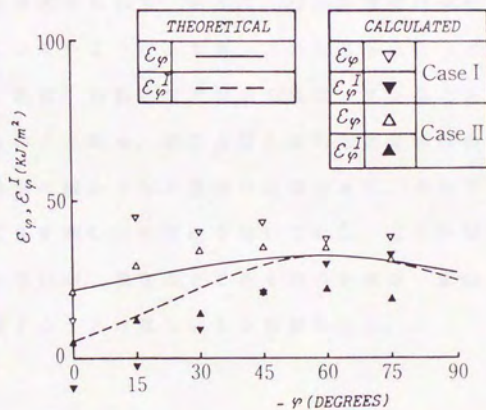
付図 1. 6 径路上の応力の決定法



付図 1. 7 径路上の表面力



付図 1. 8  $E_\varphi, E_\varphi^I$  と  $\varphi$  の関係  
(対称径路の場合,  $\alpha = 30^\circ$ )



付図 1. 9  $E_\varphi, E_\varphi^I$  と  $\varphi$  の関係  
(対称径路の場合,  $\alpha = 60^\circ$ )



$60^\circ$ のときの $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_b$ と $\varphi$ の関係を示している。図中の実線および破線は、先に求められている $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_b$ と応力拡大係数の関係<sup>(1)</sup>から解析的に得られている $K_t$ ,  $K_b$ <sup>(2)</sup>を用いて得られた値（これらを以後理論値と呼ぶ）である。荷重-変位曲線により評価された $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_b$ を理論値と比較する、と $\alpha = 30^\circ$ ではCase I, Case IIとも理論値より $-\varphi$ の全体にわたってかなり小さめに算出されている。 $\alpha = 60^\circ$ では、Case IIによる $\varepsilon_p$ の値は理論値に対し比較的近い値が得られているが、 $\varepsilon_b$ はかなり小さめに算出されている。Case Iによる結果は、 $\varepsilon_p$ は理論値よりかなり大きく $\varepsilon_b$ はかなり小さく算出されている。このように、荷重-変位曲線に基づく $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_b$ は、全 $\alpha$ に対しCase I, Case IIの両方の場合とも理論値と比較するとかなり異なった値となっていることがわかる。この誤差の主な原因として、Case I, Case IIとも2の状態で径路表面の応力を内接する要素の応力に等しいとして表面力を出しているが、この方法では表面力を良好な精度で求めることができないことが考えられる。また $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_b$ の計算値は $\varphi$ に対しなめらかに変化していないようであるが、これは各 $\varphi$ によって切欠き近傍でのメッシュ形状、分割法などが多少異なっていることの影響と思われる。以上のことから、切欠き周りの有限要素解析の要素分割の方法、要素分割の細かさなど改善の余地はあり、それらを理想的に行えば、切欠きを囲む対称径路を用いての $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_b$ の評価の可能性はあるかもしれないが、現在のところそれらを荷重-変位曲線により実際的に評価することは難しいように思われる。

## 付 1.4 まとめ

$\varepsilon_p$ と荷重-変位曲線との関係において、切欠きを囲む径路として切欠きに対称な径路をとることにより、 $\varepsilon_p$ のモード I, II 寄与分はそれぞれ径路表面上のモード I, II 寄与分に分離された荷重-変位曲線によって評価できることを示した。続いて、引張型荷重下の二次元傾斜き裂の弾性解析に基づいてそれらの実際的评价の可能性について検討を行ったが、屈折切欠きに対する切欠きを囲む径路上の表面力の推定が不十分となるため、実際的评价は難しいようである。

## 付録 1 の参考文献

- (1) 渡辺勝彦・塩見 肇, 日本機械学会論文集(A編), 49-446  
(1983, 昭58-10), p. 1277.
- (2) 北川英夫・結城良治, 日本機械学会論文集(第一部), 43-376  
(1977, 昭52), p. 4354.



## 付録 2

両端屈折き裂の屈折角による  
任意方向  $CED$  の変化

## 付 2.1 はじめに

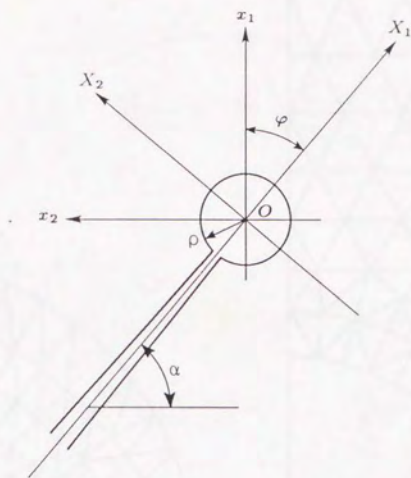
無限板中の屈折き裂における応力拡大係数<sup>(1)-(3)</sup>にみるように、屈折部の長さ、屈折角によってき裂端近傍の応力拡大係数は変化する。したがって混合モードき裂の破壊パラメータもき裂の屈折によってその値が変化すると考えられる。6章で示したSM50Aの二次元傾斜き裂試験片の作製では、疲労予き裂挿入のために使用された試験片が左右非対称のため、疲労予き裂が目的とするシェブロン型切欠きの傾斜角度に対して屈折して挿入された。(実際には使用しなかったが)この疲労予き裂の屈折がある試験片を破壊実験に用いるとすれば、その屈折によって評価される破壊パラメータがどの程度の影響が出るのかあらかじめ知っておく必要があると思われる。ここでは、屈折切欠きを有する試験片の有限要素解析から評価された $\mathcal{E}_p$ に基づいてその屈折による影響に関して基礎的検討を行う。具体的には、5, 6章で用いた引張型荷重下の二次元傾斜き裂試験片と同様の試験片において切欠きの両端が屈折している場合の有限要素弾性解析を行い、経路独立積分により $\mathcal{E}_p$ ,  $\mathcal{E}_b$ を評価し、 $\mathcal{E}_{p\max}$ クライテリアにおいて重要である $\mathcal{E}_{p\max}$ 値および $\mathcal{E}_{b\max}$ となる $\psi$ 方向などの屈折角による変化を調べる。

## 付 2.2 有限要素解析

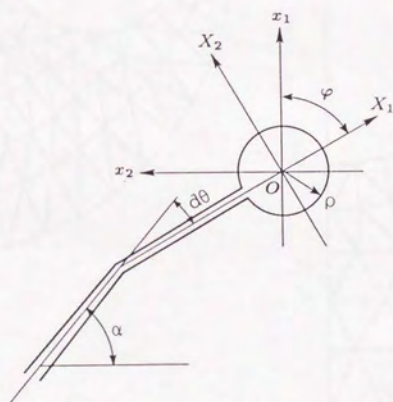
解析対象として付図 2. 1 に示すような傾斜角  $\alpha$  でその両端が  $d\theta$  の角度で屈折しているの中央傾斜き裂 [付図 2. 1 (b) 参照] 試験片である。この試験片の上下面に一様応力が静的に作用する場合の有限要素解析を行い、径路独立積分により  $\mathcal{E}_\varphi$ ,  $\mathcal{E}_\varphi^k$  ( $\mathcal{E}_\varphi$  のモード I 寄与分) を評価した。使用した切欠き形状は円状切欠き ( $\rho/W = 0.00114$ ) であり、解析には三角形定ひずみ要素を用いている。また解析は平面応力状態を想定し、線形弾性領域で行った。切欠きの傾斜角  $\alpha$  は  $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  の 3 種類、屈折角  $d\theta$  は  $d\theta = \pm 15^\circ, \pm 10^\circ, \pm 5^\circ, 0^\circ$  の 7 種類、また屈折切欠きの  $b/c$  は、実施した SM50A の破壊実験のシェブロン型切欠きと疲労予き裂部分との比と同じとし、 $b/c = 0.33$  とした。 $d\theta = 0^\circ$  の直線切欠きおよび屈折切欠きの場合の座標系の取り方であるが、付図 2. 2 に示すように、屈折切欠きの場合は切欠き端の曲率半径  $\rho$  の中心を原点にして屈折切欠きの延長方向に  $X_1$  軸を取り、それと直角方向に  $X_2$  軸を取るようにしている。付図 2. 3 に解析に用いた要素分割の例を示している。要素数、節点数は、 $d\theta = 0^\circ$  で 1898 要素、1034 節点、 $d\theta = \pm 5^\circ$  で 1892 要素、1031 節点、 $d\theta = \pm 10^\circ$  で 1928 要素、1050 節点、 $d\theta = \pm 15^\circ$  で 1896 要素、1033 節点をであった。付図 2. 3 には、径路独立積分に使用した積分径路の例として  $\varphi = 0^\circ$  のものを太線で示している。付図 2. 4 は各径路ごとに得られた  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^k$  積分値の例 ( $d\theta = -10^\circ$ ) を示しているが、 $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^k$  積分値とも径路独立性は良好に成立していることがわかる。他の  $\alpha, \varphi, d\theta$  についても  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^k$  の径路独立性は良好であり、各径路ごとに得られた値の平均値を  $\mathcal{E}_{J\varphi}$ ,  $\mathcal{E}_{J\varphi}^k$  積分値として用いた。また参考のために、図 2. 1 (b) に鎖線で示した屈折切欠きの先端を直線で結んだ傾斜角  $\alpha'$  の直線切欠きと仮定した場合





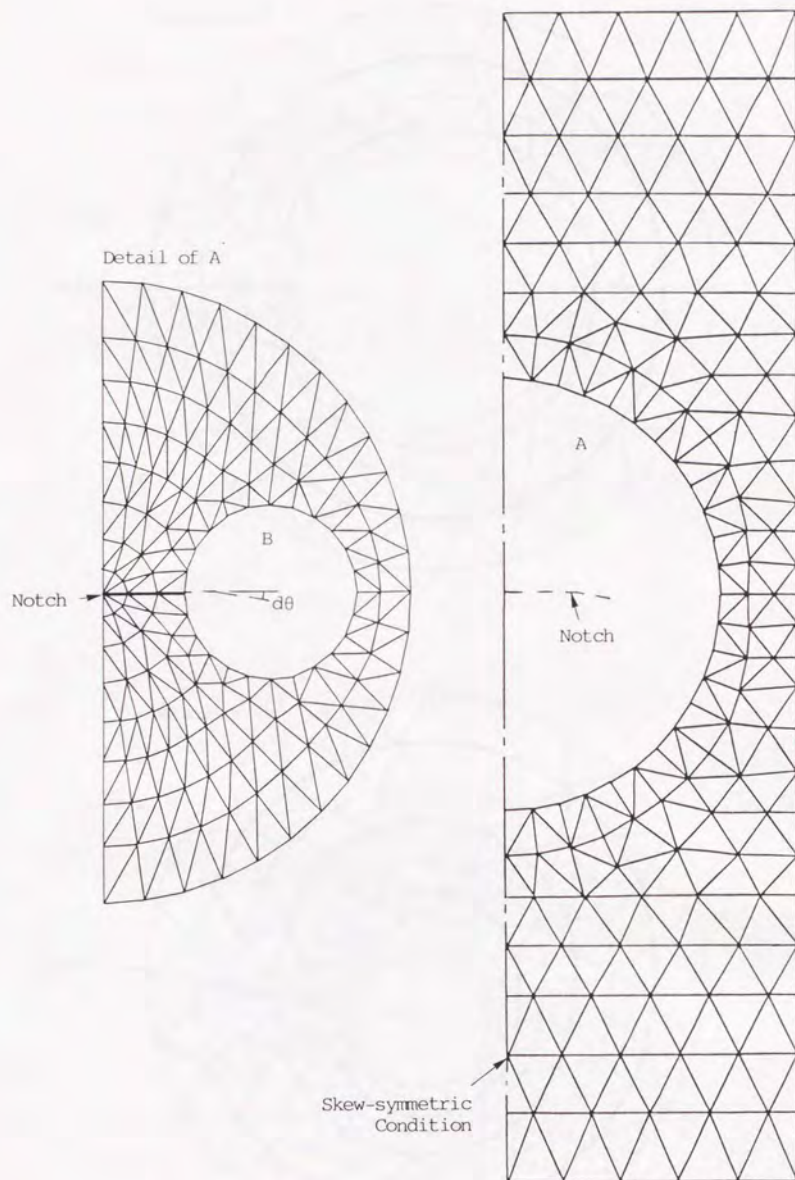


(a)



(b)

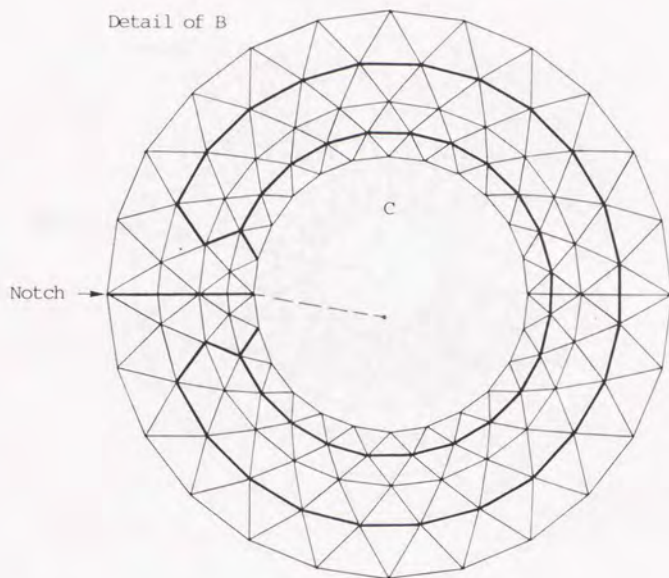
付図 2. 2 直線切欠きおよび屈折切欠きの座標系



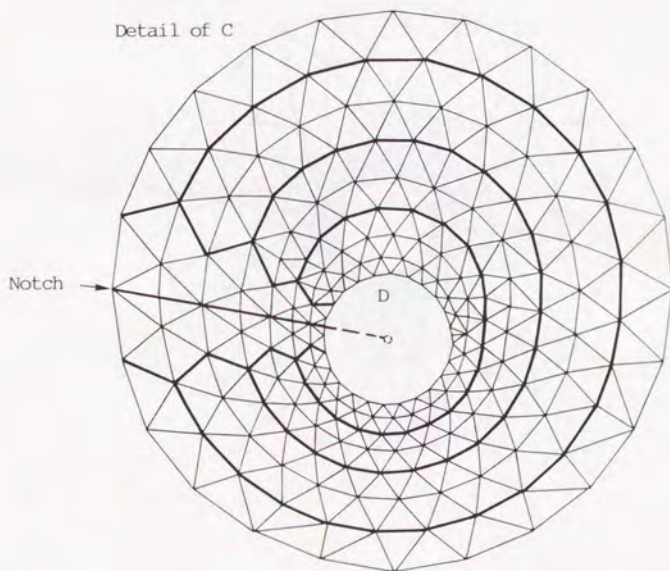
付図 2. 3 要素分割例 ( $d\theta = 10^\circ$ )



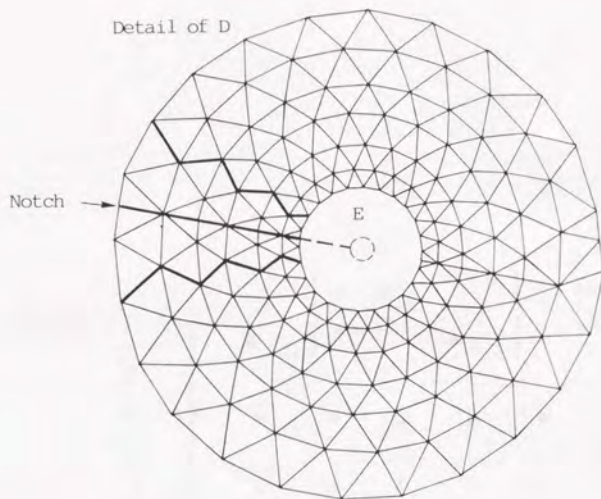
Detail of B



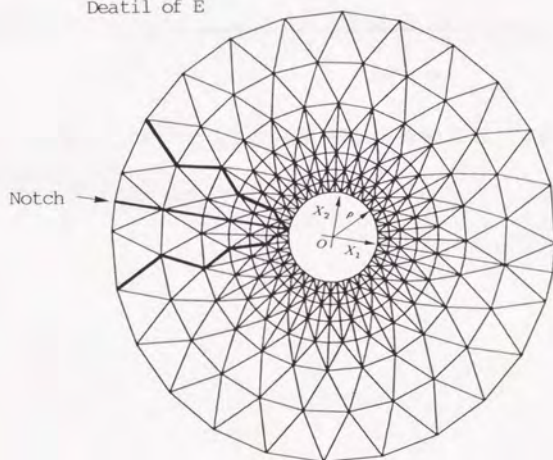
Detail of C

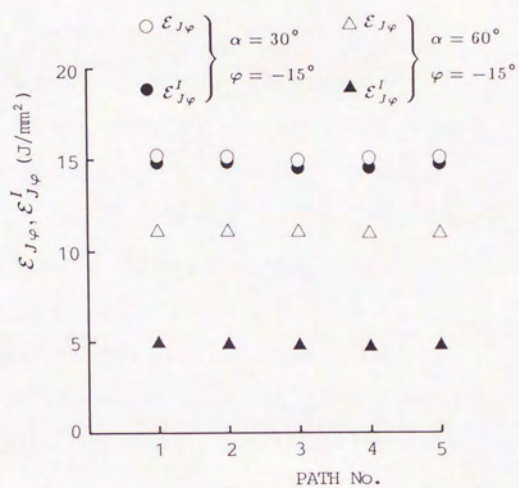


Detail of D



Detail of E





付図 2. 4  $\varepsilon_{J\varphi}$ ,  $\varepsilon_{J\varphi}^I$  積分の径路独立性 ( $d\theta = -10^\circ$ )

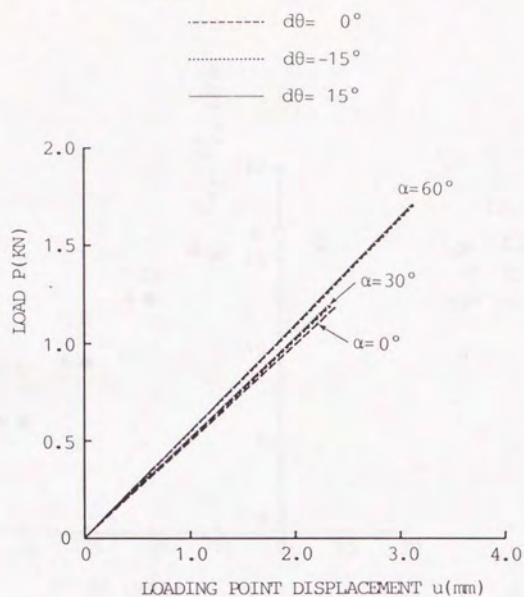


合についても $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_f$ の評価を行い, 屈折切欠きによるものと比較した。材料定数は, SM50Aを想定し, ヤング率 $E = 193.8 \text{ MPa}$ , ボアソン比 $\nu = 0.263$ とした。

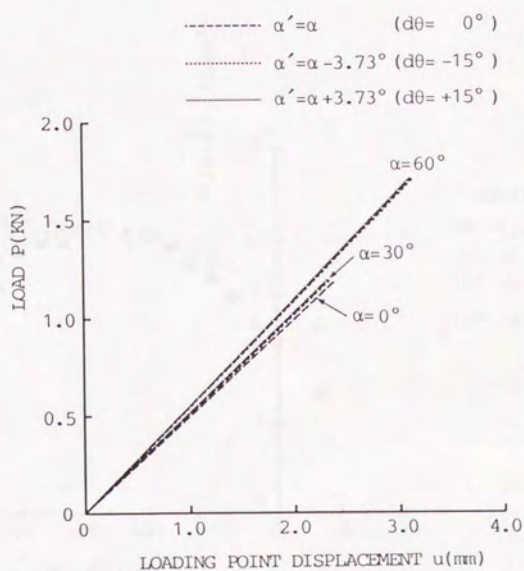
## 付 2. 3 解析結果および考察

付図 2. 5 (a), (b) は, 本解析で得られた荷重-荷重点変位曲線の例を示しており, それぞれ  $d\theta = 0^\circ$  の直線切欠きと荷重-変位曲線における誤差が最も大きく現れる  $d\theta = \pm 15^\circ$  の場合の屈折切欠きと比較したものおよび傾斜角  $\alpha$  の直線切欠きと  $d\theta = \pm 15^\circ$  の場合に対する  $\alpha^\circ$  の直線切欠きと比較したものである. これらの図から, 屈折角  $d\theta = \pm 15^\circ$  の範囲まででは屈折があっても荷重-荷重点変位曲線上ではほとんど差が現れていないことがわかる. 付図 2. 6 は  $\varepsilon_{\varphi}$ ,  $\varepsilon_{\theta}$  積分値 (径路独立積分により得られた  $\varepsilon_{\varphi}$ ,  $\varepsilon_{\theta}$  値) と  $(\varphi - d\theta)$  の関係の  $d\theta$  による変化の例を示している. この図の横軸を  $(\varphi - d\theta)$  としたのは, 付図 2. 2 に示したように, 直線切欠きと屈折切欠きで  $X_1 - X_2$  座標の取り方が異なっているので, 屈折切欠きの  $\varphi$  を直線切欠きの座標系でみた  $\varphi$  に換算したためである.  $\alpha$  が小さい場合, 屈折による影響は小さいが,  $\alpha$  が大きくなるとその影響は大きく現れるようになっていることがわかる. このように切欠き両端に屈折がある場合, 荷重-荷重点変位曲線はほとんど変化がなくとも,  $\varepsilon_{\varphi}$ ,  $\varepsilon_{\theta}$  はかなり大きく変化する場合があるようである.

次に, 混合モードき裂のモード I 型破壊クライテリオンにおいて重要である  $\varepsilon_{\theta}$  の最大値  $\varepsilon_{\theta \max}$  と  $\varepsilon_{\theta \max}$  となる  $\varphi$  方向について屈折角  $d\theta$  との関係を見ることとする. 付図 2. 7 は, 各  $\alpha$  に対する, 屈折角  $d\theta$  による  $\varepsilon_{\theta \max}$  の変化の例を示している. 図中の黒ぬり記号は, 図 2. 1 (b) に鎖線で示した傾斜角  $\alpha^\circ$  の直線切欠きと仮定して評価したときの  $\varepsilon_{\theta \max}$  である. 図からわかるように, 傾斜角  $\alpha$  が小さい場合は,  $\varepsilon_{\theta \max}$  の値の  $d\theta$  による変化は小さく, き裂の屈折が  $\pm 15^\circ$  程度あってもその影響は考えなくともよい程度あるが,  $\alpha$  が大きくなると,  $\varepsilon_{\theta \max}$  は  $d\theta$  がプラスの方向へ大きくなると小さく, マイナスの



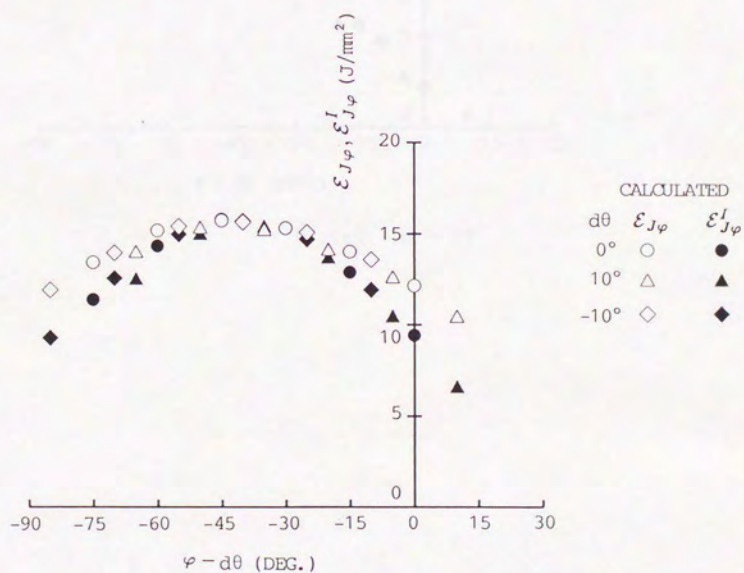
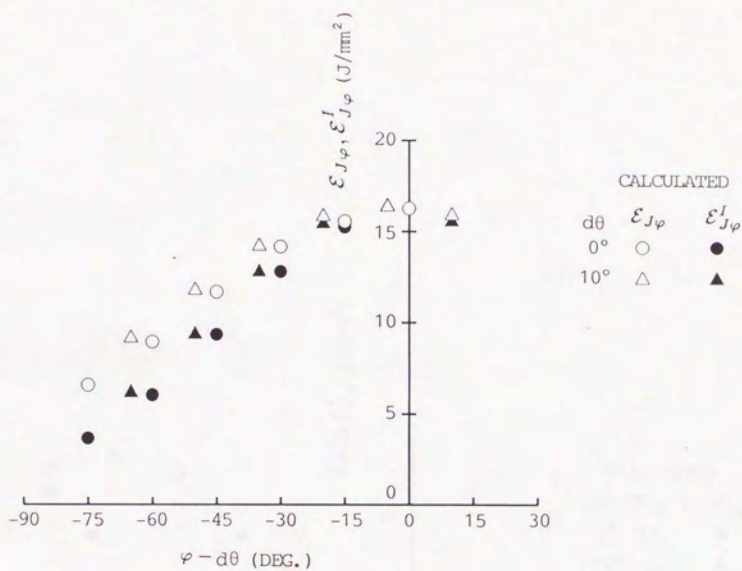
(a)



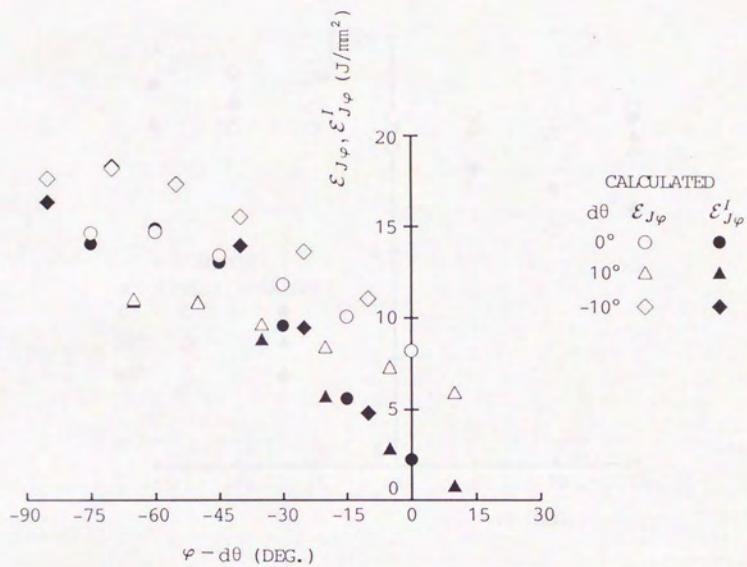
(b)

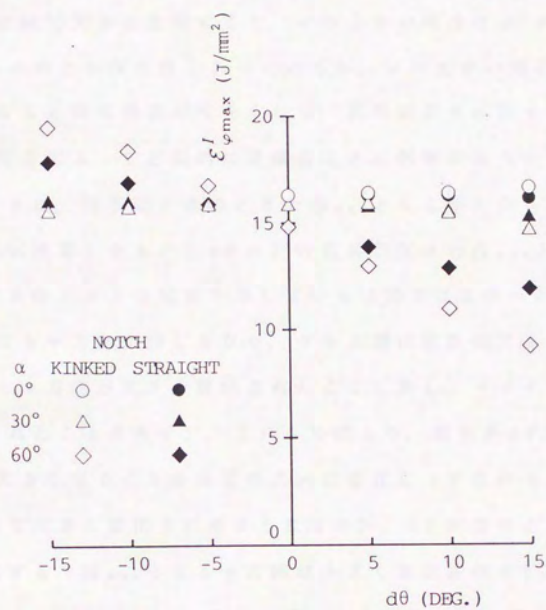
付図 2. 5 荷重 - 荷重点変位曲線





付図 2. 6  $\varepsilon_{J\varphi}, \varepsilon_{J\varphi}^I$  積分値と  $(\varphi - d\theta)$  の関係

(c)  $\alpha = 60^\circ$

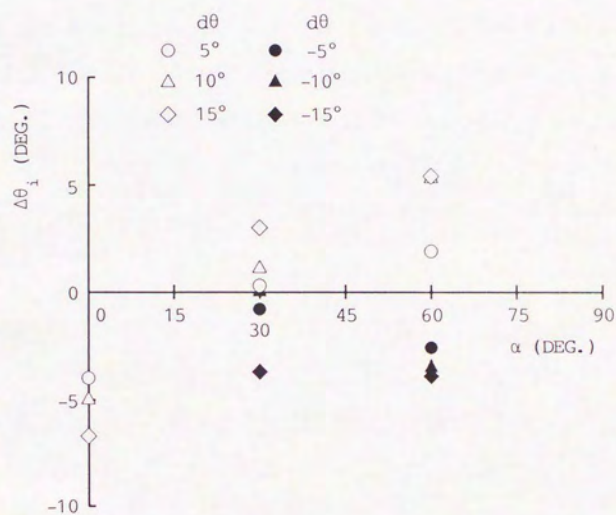


付図 2. 7  $\epsilon'_{\phi\max}$  と  $d\theta$  との関係



方向に変化すると大きく算出される傾向があり、またその変化の割合もかなり大きく現れている。 $\alpha$  が大きい場合は、多少のき裂の屈折によっても屈折の影響は大きく現れるようである。また、屈折切欠きを $\alpha'$ の直線切欠きと比較すると、 $\alpha$  が小さい場合は $\alpha'$ の直線切欠きによるものどかなり良くあっているが、 $\alpha$  が大きい場合は $\pm d\theta$  が大きくなると両者の差が大きくなり、屈折切欠きに対する値を $\alpha'$ の直線切欠きによって近似的に見積ることは困難のように思われる。付図2、8は、屈折切欠きのときの $\mathcal{E}_{\phi_{max}}$ となる $\varphi$ 方向を直線切欠きの座標系に換算したものと $d\theta = 0^\circ$ の直線切欠きの $\mathcal{E}_{\phi_{max}}$ となる $\varphi$ 方向との差 $\Delta\theta_1$ と $\alpha$ との関係を示している（図では $\Delta\theta_1 = 0^\circ$ で両者の $\mathcal{E}_{\phi_{max}}$ となる $\varphi$ 方向が同じとなり、プラス側は屈折切欠きに対する $\mathcal{E}_{\phi_{max}}$ となる $\varphi$ 方向が大きく算出されたことに表し、マイナス側は小さく算出されたことを表す）。これらの図より、屈折角 $d\theta$ が正のときは、 $\alpha$  が大きくなると $\Delta\theta_1$ は正の方向に変化し（すなわち $\mathcal{E}_{\phi_{max}}$ となる $\varphi$ 方向は大きく算出されるようになり）、 $d\theta$ が負のときは負の方向に変化する（ $\mathcal{E}_{\phi_{max}}$ となる $\varphi$ 方向は小さく算出される）傾向があり、その誤差は $\alpha$ が大きくなると次第に大きくなっていることがわかる。また、同じ $\alpha$ に対しては、 $d\theta$ が大きいほど $\Delta\theta_1$ は大きくなる傾向があるが、 $d\theta$ が $\pm 5^\circ$ 程度であれば $\Delta\theta_1$ は $\pm 5^\circ$ 以内に納まるようである。

これらの結果から、荷重-荷重点変位曲線は切欠き両端の屈折があったとしてもほとんど差が現れないにもかかわらず、 $\mathcal{E}_{\phi_{max}}$ の値および $\mathcal{E}_{\phi_{max}}$ となる $\varphi$ 方向の両方とも、特にき裂傾斜角 $\alpha$ が大きくなると屈折角による変化が大きく現れるようになり、疲労予き裂の挿入時の傾きには十分な注意を行う必要があることがわかる。また $\mathcal{E}_{\phi}$ は $\varphi = 0^\circ$ のとき、線形弾性領域ではJ積分に等しく、また弾塑性破壊でも全ひずみ塑性体ではJ積分に等しいので<sup>(4)(5)</sup>、J積分を用

付図 2. 8  $\Delta\theta_i$  と  $\alpha$  の関係

いた実験整理の場合にも、混合モード破壊実験では傾斜き裂の屈折には注意することが必要であると思われる。



## 付 2.4 まとめ

二次元中央傾斜切欠き試験片の切欠きの両端が屈折する場合の有限要素解析に基づいて径路独立積分により  $\mathcal{E}_\varphi$ ,  $\mathcal{E}_\varphi^*$  の評価を行い,  $\mathcal{E}_\varphi^*_{\max}$  値と  $\mathcal{E}_\varphi^*_{\max}$  となる  $\varphi$  方向の屈折角度による変化を調べた. その結果, 切欠き傾斜角き裂傾斜角が大きくなるほど, 屈折角が大きくなるほど  $\mathcal{E}_\varphi^*_{\max}$  値と  $\mathcal{E}_\varphi^*_{\max}$  となる  $\varphi$  方向の屈折による影響が顕著になることがわかり, 実際の破壊実験における疲労予き裂の曲がりには注意する必要がある. ただし, 5 章, 7 章において行った二次元傾斜き裂破壊実験では疲労予き裂の曲がりほとんどなく, ここにおける影響はほとんど無いと考えてよい.

## 付録 2 の参考文献

- (1) 北川英夫・結城良治, 日本機械学会論文集(第一部), 44-386  
(1978, 昭53-10), p. 3346.
- (2) 石田 誠, 日本機械学会論文集(第一部), 44-380 (1978, 昭53-4), p. 1122.
- (3) COTTERELL, B. and RICE, J. R., *Int. Jour. Fract.*, Vol. 16, No. 2 (1980-4), p. 155.
- (4) 渡辺勝彦, 日本機械学会論文集(A編), 47-416 (1981, 昭56-4), p. 406.
- (5) 渡辺勝彦, 生産研究, 36-6 (1984-6), p. 261.

## 発表論文一覧

本論文は、下記の発表論文の内容をまとめたものである。

## (1) 研究論文

- ① 「任意方向き裂エネルギー密度の各変形モードへの分離とその経路  
独立積分による評価」  
渡辺勝彦と共著  
日本機械学会論文集(A編), 53巻491号(昭62-7), p.1285.
- ② 「任意方向き裂エネルギー密度と荷重-変位曲線」  
渡辺勝彦, 平野八州男と共著  
日本機械学会論文集(A編), 54巻503号(昭63-7), p.1383.
- ③ 「任意方向き裂エネルギー密度の評価と混合モード破壊基準としての  
可能性に関する基礎的検討」  
渡辺勝彦と共著  
日本機械学会論文集(A編), 55巻516号(1989-8), p.1832.
- ④ "CED(Crack Energy Density) in an Arbitrary Direction and Load-  
Displacement Curves"  
Katsuhiko WATANABE, Yasuo HIRANO と共著  
JSME International Journal, Ser. I, Vol.32, No.4(1989-10), p.527.
- ⑤ "Applicability of CED(Crack Energy Density) to Mixed Mode  
Fracture Problem"  
Katsuhiko WATANABEと共著  
Int. Jour. Pres. Ves. & Piping 44 (1990), p.175.
- ⑥ 「混合モード下き裂の破壊基準(第1報, 引張荷重下の二次元傾斜き裂  
の破壊に基づく検討)」  
渡辺勝彦と共著  
日本機械学会論文集(A編), 57巻542号(1991-10), p.2366.
- ⑦ 「任意方向CEDの荷重-変位曲線に基づく実験的評価に関する検討」  
渡辺勝彦と共著  
日本機械学会論文集(A編), 58巻545号(1992-1)に掲載予定.

## (2) International Conference 講演論文

- ① "A FUNDAMENTAL STUDY ON MIXED MODE FRACTURE CRITERION IN TERMS  
OF CED(CRACK ENERGY DENSITY)"  
Katsuhiko WATANABE と共著  
THE 1989 ASME PRESSURE VESSEL AND PIPING CONFERENCE-JSME  
CO-SPONSORSHIP PVP-No.167(1989), p.25.



- ② "Fracture Criterion of Elastic-Plastic under Mixed Mode Condition Based on CED (Crack Energy Density)"  
Katsuhiko WATANABE と共著  
Transactions of the 11th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (G), p.77.

(3) 講演論文 (国内)

- ① 「任意方向き裂エネルギー密度の各変形モードへの分離とその径路  
独立積分表示」  
渡辺勝彦と共著  
日本機械学会第953回(材料力学)講演会講演概要集(1985), p.49.
- ② 「任意方向き裂エネルギー密度の各変形モードへの分離とその径路  
独立積分による評価」  
渡辺勝彦と共著  
日本機械学会第23回シンポジウム「破壊および破壊力学」講演論文集  
No.860-3(昭61-6), p.37.
- ③ 「任意方向き裂エネルギー密度と荷重-変位曲線」  
渡辺勝彦, 平野八州男と共著  
日本材料学会第4回破壊シンポジウム講演論文集(昭62-6), p.155.
- ④ 「任意方向き裂エネルギー密度の評価法に関する基礎的検討」  
渡辺勝彦と共著  
第38回応用力学連合講演会講演予稿集(昭63-12), p.121.
- ⑤ 「CEDに基づく混合モード破壊基準の検討」  
渡辺勝彦と共著  
日本機械学会材料力学連合講演会講演論文集 No.900-86  
(1990-11), p.224.
- ⑥ 「実験からの荷重-変位曲線に基づく任意方向CED評価」  
渡辺勝彦と共著  
第40回応用力学連合講演会講演予稿集(1990-12), p.41.
- ⑦ 「弾塑性混合モードき裂の破壊基準」  
渡辺勝彦と共著  
日本材料学会第6回破壊シンポジウム講演論文集(1991-9), p.128.
- ⑧ 「モードII型荷重を受ける混合モードき裂の破壊基準」  
渡辺勝彦と共著  
日本機械学会材料力学講演会講演論文集 No.910-71(1991-11), p.297.

## 謝 辞

本論文は著者が東京大学生産技術研究所第1部渡辺研究室に研究生としてお世話になった昭和59年4月から1991年12月までの約7年間の研究成果をまとめたものである。その間、渡辺勝彦教授には本研究課題の選択および研究遂行について終始多大のご指導を賜り、さらに本論文の取りまとめ方についても御指導、御鞭撻をいただきました。また著者を協力研究員、内地留学生として受け入れていただき、東京大学生産技術研究所の大型計算機、材料実験室などの施設を使用する機会を与えていただきました。ここに心から御礼申し上げます。

東京大学生産技術研究所中桐 滋教授からは、終始御鞭撻を賜り、有益な御助言をいただきました。また東京大学工学部岡村弘之教授、朝田泰英教授、東京大学生産技術研究所結城良治助教授には、本研究をまとめるにあたり有益な御助言、御討論をいただきました。ここに深く感謝の意を表します。

徳島大学工業短期大学部岡田健一助教授、東京大学生産技術研究所高木堅志郎教授には、著者が東京大学生産技術研究所研究生となる時に御助力いただき、新居浜高専に就職後もいろいろと御気遣いいただきました。ここに深く感謝の意を表します。

元東京大学生産技術研究所技官平野八州男氏には、実験装置、試験片作製さらに実験遂行において多大な御援助をいただきました。渡辺研究室助手佐藤 裕先生には、研究に対する多くの御教示の他、東京大学生産技術研究所の施設使用、事務処理など細かい面についてもいろいろと助けていただきました。豊橋技術科学大学畔上秀幸講師には、同氏が東京大学大学院博士課程から渡辺研究室助手の時代に、破壊力学の知識のなかった著者に対し破壊力学の基礎事項を

御教えいただきました。東京大学生産技術研究所中桐研究室助手吉川暢宏先生、元東京大学大学院博士課程権五憲先生からは、研究に対し有益な御助言をいただきました。材料実験室高橋宏伸技官には、実験装置、試験片作製に御協力いただきました。また著者が渡辺研究室に出張の時、渡辺研究室、中桐研究室、結城研究室の教職員、博士課程および修士課程の学生の皆様には、いろいろと御協力をいただき、また親しくつきあっていただき、楽しい時間を送ることができました。ここに深く感謝いたします。

著者の東京大学生産技術研究所への出張の際には、新居浜工業高等専門学校の多くの先生方にいろいろと便宜をはかっていただきました。また東洋情報システム中塚守重氏には、出張時に東京において御援助、御激励いただきました。ここに深く感謝いたします。

最後に、著者を終始支えてくださいました両親、兄妹そして妻泉に心より感謝いたします。

1991年12月

宇都宮登雄記す



